

基于近似熵的斯隆数字化巡天中类星体光变复杂性分析

唐洁 刘晓琴

Analysis on complexity of optical variability based on approximate entropy in Sloan digital sky survey quasars

Tang Jie Liu Xiao-Qin

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 68, 149801 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182071

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182071>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于模糊近似熵的抑郁症患者静息态功能磁共振成像信号复杂度分析

Analysis of resting state functional magnetic resonance imaging signal complexity of adult major depressive disorder based on fuzzy approximate entropy

物理学报. 2016, 65(21): 218701 <https://doi.org/10.7498/aps.65.218701>

基于自适应模板法的脑电信号转移熵分析

Transfer entropy analysis of electroencephalogram based on adaptive template method

物理学报. 2015, 64(8): 088701 <https://doi.org/10.7498/aps.64.088701>

基于变分模态分解-传递熵的脑肌电信号耦合分析

Functional coupling analyses of electroencephalogram and electromyogram based on variational mode decomposition–transfer entropy

物理学报. 2016, 65(11): 118701 <https://doi.org/10.7498/aps.65.118701>

基于振幅-周期二维特征的脑电样本熵分析

Sample entropy analysis of electroencephalogram based on the two-dimensional feature of amplitude and period

物理学报. 2016, 65(19): 190501 <https://doi.org/10.7498/aps.65.190501>

基于变分模态分解与多尺度排列熵的生物组织变性识别

Recognition of denatured biological tissue based on variational mode decomposition and multi-scale permutation entropy

物理学报. 2019, 68(2): 028702 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181772>

基于背景最佳滤波尺度的红外图像复杂度评价准则

An evaluation criterion of infrared image complexity based on background optimal filter scale

物理学报. 2015, 64(23): 234202 <https://doi.org/10.7498/aps.64.234202>

基于近似熵的斯隆数字化巡天中 类星体光变复杂性分析^{*}

唐洁¹⁾[†] 刘晓琴²⁾

1) (陕西理工大学物理与电信工程学院, 汉中 723001)

2) (汉中职业技术学院药学与医学技术系, 汉中 723002)

(2018年11月22日收到; 2019年5月13日收到修改稿)

光变是类星体的重要观测特征之一, 类星体在多个波段存在剧烈的光变现象。光变非常复杂, 具有非线性特征。以斯隆数字化巡天 (Sloan digital sky survey, SDSS) stripe 82 天区中的类星体为研究对象, 利用近似熵方法分析了类星体光变的复杂性。首先应用模拟信号检验了近似熵方法对周期序列、白噪声序列、混沌序列和组合序列的区分能力, 验证了近似熵方法是一种识别不同类型时间序列的有效方法。再计算了 SDSS 第 7 次释放数据中光谱认证过的类星体光变的近似熵, 并分析了它们的复杂性。结果表明: SDSS 类星体光变的近似熵值最大值为 0.58, 类星体光变的复杂性介于周期序列和白噪声序列的复杂性之间, 近一半样本的复杂性与混沌序列基本一致。

关键词: 类星体, 光变, 近似熵, 复杂性

PACS: 98.54.-h, 95.80.+p, 05.45.Tp, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.68.20182071

1 引言

作为活动性最强活动星系核, 类星体除了强发射线、较大红移、高光度等观测特征外, 还具有快速、不规则、剧烈的光变现象^[1,2], 从长波的射电波段到高能的伽玛波段都观测到较强的光变信号。对光变的研究可以为我们提供许多重要信息, 有利于更深入地了解光变产生的物理机制。获得了很多观测现象支持的吸积盘模型认为^[3], 吸积盘结构的改变, 吸积盘自身的不稳定性和变化的吸积率都有可能导致类星体光变现象的发生。类星体的光变资料主要来源于长时间的多波段测光监测, 目前已经积累了大量的观测资料, 为进一步研究类星体光变提供了便利条件。

类星体被发现后不久, 其辐射流量的变化就被观测到了。已有研究对类星体光变现象从不同角度做了大量的分析。MacLeod 等^[4]认为类星体光变可以利用随机游走模型来拟合, 但 Kasliwal 等^[5]却认为该模型并非适合所有的类星体, Guo 等^[6]认为随机游走模型不能极好的拟合部分类星体光线曲线。解释光变现象发生常用的吸积盘不稳定模型也是将光变视为随机事件, 盘通过黏滞耗散和随机因素同外部介质产生作用^[3,7]。随着观测技术水平的提高和一些大型望远镜的使用, 在对一些长期监测的类星体光变资料分析时发现光变呈显出准周期现象^[8,9], 如 OJ 287 长期光变曲线存在约 12 年的长周期^[10,11], 运用该周期推测 OJ 287 下一次可能爆发的时间, 其后观测到的爆发时间与该预测时间非常吻合^[12,13]。随着非线性动力学理论的发

* 国家自然科学基金(批准号: 11373008)、陕西省自然科学基金(批准号: 2016JM1028)和陕西省教育厅科研计划(批准号: 14JK1157)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: tj168@163.com

展, 非线性动力学分析方法被引入到类星体光变的研究中来^[14–16]. 如果光变具有混沌特性, 非线性机制就可以被用来解释类星体光变.

类星体光变资料里隐含有线性和非线性的成分, 是极其复杂的^[17]. 将不规则的光变现象视为复杂的, 仅是一种假设, 简单的定性分析缺乏说服力. 类星体光变是不是属于复杂系统? 若其存在复杂性, 复杂到何种程度? 这些问题值得进一步深入研究. 复杂性研究处于有序与混沌的边缘, 现在主要指的是对非线性现象的研究^[18]. 混沌动力学理论可以进行复杂性分析, 但混沌分析方法一般要求数据量非常大, 少则上千, 多则上万, 对观测资料的质量要求也较高, 要想获得较完整的类星体光变的资料需要占用望远镜较长的观测时间. 尽管与过去相比, 目前类星体的监测项目增多, 但监测样本数还是较少, 观测时间的跨度也较短.

斯隆数字化巡天 (Sloan digital sky survey, SDSS) 项目提供了大量类星体测光监测数据, SDSS 第 7 次释放数据 (data release 7, DR7) 释放有光谱证认过的类星体 5 个波段 10 年观测的数据, 但单个类星体样本光变资料数据量少. 常用的、对时间序列长度要求相对较低的复杂性分析方法有近似熵^[19,20]、Lempel-Ziv 算法^[21]、样本熵^[22] 和 Kolmogrov 熵^[23] 等方法. 超过 100 个数据量时, 利用近似熵方法就能获得比较可靠的估计值, 并且没有粗粒化处理要求, 这样可以保留原始数据的有效信息^[19], 近似熵方法优于后两种方法. 本文利用近似熵方法计算和度量类星体光变的复杂性, 分析类星体光变的复杂度有助于我们更好地了解光变的复杂特征, 揭示复杂光变的非线性动力学特性.

2 近似熵方法

混沌动力学理论常用 Kolmogrov 熵来度量动力学系统的复杂性, 要获得 Kolmogrov 熵值, 理论上要求被分析的对象数据量足够多, 且该方法抗噪能力差, 对于信噪比低的时间序列较难获得可靠的熵值, 因此最好别叠加有噪声, 但实测数据很难达到这些要求. Pincus 和 Huang^[19] 提出了对数据量长度要求相对较低, 有较好的抗干扰、抗噪能力的近似熵 (approximate entropy, ApEn). 不同于 Kolmogrov 熵, 近似熵不需要利用大量数据重构奇异吸引子, 主要是从统计角度来度量时间序列产生

新模式的概率大小, 概率越大复杂性越大, 近似熵值也越大, 随机成分增多; 近似熵值越小, 时间序列周期成分增多.

若存在一个给定长度的一维时间序列 $X = \{x(n), n = 1, 2, \dots, N\}$, 如模式维数 m 和相似容限 r 已经确定, 构建一个 m 维的向量空间:

$$\mathbf{X}(n) = [x(n), x(n+1), \dots, x(n+m-1)], \\ n = 1, 2, \dots, N-m+1. \quad (1)$$

将任意向量 $\mathbf{X}(i)$ 与其他向量 $\mathbf{X}(j)$ 的对应元素差值最大的记为

$$D_{ij} = \max |x(i+k) - x(j+k)|, \\ \text{且 } i \neq j, k = 0, 1, 2, \dots, m-1. \quad (2)$$

对每个向量 $\mathbf{X}(i)$ 计算 D_{ij} 小于相似容限 r 的数目, 将该数目与向量总数 $N-m$ 的比记为 $A_i^m(r)$. 将模式维数增加 1, 按上面的方法计算维数 $m+1$ 的 $A_i^{m+1}(r)$, 时间序列的近似熵 S_{apen} 可表示为^[19]

$$S_{\text{apen}}(m, r) = -\frac{1}{N-m} \sum_{i=1}^{N-m} \ln \frac{A_i^{m+1}(r)}{A_i^m(r)}. \quad (3)$$

3 典型时间序列的近似熵

为了检验近似熵对于不同时间序列的区分能力, 选取周期序列、混沌序列、白噪声序列和组合序列, 分析 5 种典型时间序列的近似熵, 通过分析典型不同类型时间序列在复杂度的取值范围, 可以作为类星体光变属于哪种类型时间序列的参照.

5 种典型时间序列如图 1 所示, 其中周期序列 (用 Sine 表示) 为 $y = \sin(2\pi t/10)$; 混沌序列 (用 Logistic 表示) 为 $x(n+1) = \omega x(n)[1-x(n)]$, 其中初始值 $x(0) = 0.7$, $\omega = 0.75$, 由该方程产生混沌序列; 白噪声序列 (用 White noise 表示) 由均值为 0、方差为 1 的随机序列组成; 组合序列包括混沌序列叠加周期序列 (用 Logistic+Sine 表示) 和混沌序列叠加白噪声序列 (用 Logistic+White noise 表示).

对于时间序列长度的选取, Pincus 和 Huang^[19] 通过他们的大量研究, 建议数据点数最好取 100 以上, 一般也不要超过 5000. 我们将时间序列长度都取 900, 模式维数 $m = 2$, 相似容限 r 取 0.05—0.50, 5 种典型时间序列的近似熵分析结果见图 2. 从近似熵值分布可以看出: 周期序列的近似熵最小, 白噪声序列的近似熵最大, 混沌序列的近似熵值介于周期序列和白噪声序列之间, 混沌序列叠加周期序

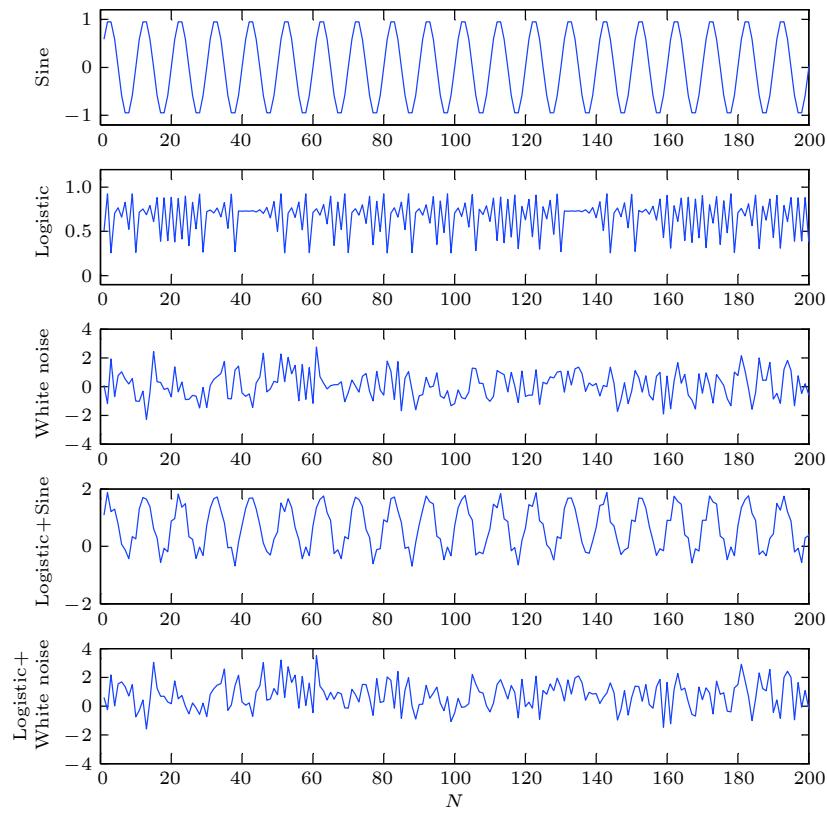


图 1 典型时间序列

Fig. 1. Typical time series.

列比混沌序列的近似熵值略大, 相似容限小于 0.35 时, 混沌序列叠加白噪声序列比白噪声序列的近似熵值小; 相似容限大于 0.35 时, 混沌序列叠加白噪声序列比白噪声序列的大. 对于不同类型的时间序列, 近似熵值按周期序列、混沌序列、混沌序列叠加周期序列、混沌序列叠加白噪声序列到白噪声序列的顺序逐渐增大, 近似熵值越大复杂性也越高, 周期序列、混沌序列、白噪声序列的近似熵值差别很大, 各自分别在不同的区间, 白噪声序列是

混沌序列的近似熵值近 5 倍, 白噪声序列和混沌序列叠加白噪声序列复杂度差别不大, 白噪声序列近似熵值接近组合序列, 近似熵值都超过 1.

这些结果说明近似熵能有效将混沌序列、周期序列、白噪声序列和不同成分组合序列区分开, 复杂性能够区分不同随机程度的时间序列, 验证了近似熵可以描述时间序列随机程度, 对混沌有一定的识别能力, 较好地表征了非线性结构的复杂性, 且复杂度随着随机成分增加而增大.

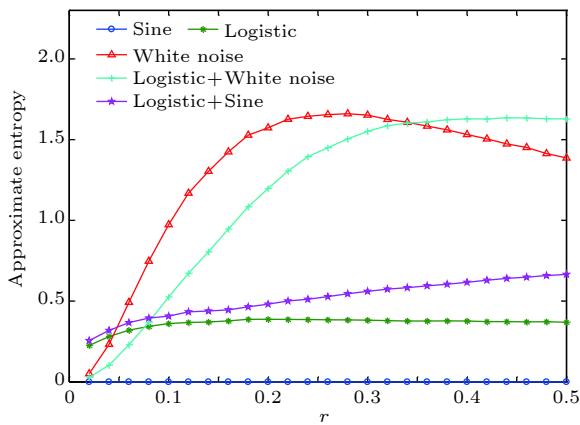


图 2 典型时间序列的近似熵

Fig. 2. The approximate entropy of typical time series.

4 SDSS 类星体光变的复杂性分析

SDSS 项目使用 2.5 m 专用望远镜, 装备了先进的大视场扫描成像装置, 观测底板的 640 条光纤可以同时拍摄 640 个目标, 从 2000 年项目开始巡天观测后, 已经积累了许多高质量的 u, g, r, i, z 波段测光数据.

为了展示近似熵方法在度量 SDSS 类星体光变复杂性的能力, 我们先以类星体 SDSS J012228.72-001332.0 为例来分析该方法的可行性. 由于 SDSS 有很多观测任务, 望远镜观测时间有限, 不可能长

时间观测某个类星体，这些类星体大多是间隔 90—270 d 才有测光数据。为了便于计算近似熵，缺失值用插值方法求得，图 3 给出了类星体 SDSS J012228.72-001332.0 原始和插值处理后的 5 个波段光变曲线。

在计算近似熵的值前，需要先选取模式维数 m 、相似容限 r 和时间序列的长度 N 。对于 N 的选取，Pincus 和 Huang^[19] 通过他们的大量研究，建议数据点数最好取 100 以上，一般也不要超过 5000，本文对原观测数据每隔 10 d 插值一个数据，数据量完全满足条件。对于模式维数 m ，一般选取 $m = 2$ ，相对于 $m = 1$ ，可以在时间序列的联合概率重构过程中，获得更多更详细的信息；若取 m 大于 2，相似容限 r 要求比较大，但这样会导致丢失许多信息。对于参数相似容限 r ，Pincus 和 Huang^[19] 认为相似容限 r 取 0.10—0.25 倍原始数据的标准差，可以估计出比较理想的统计特性。

图 4 给出了类星体 SDSS J012228.72-001332.0 光变资料的相似容限-近似熵图，在相似容限为 0.2 前，近似熵值随相似容限的增加而增大，相似容限 r 在增为 0.2 倍原始数据的标准差后，5 个波段光变资料的近似熵值基本保持一个比较稳定的

值。g 波段近似熵最小，在 0.3 左右振荡；u 波段近似熵最大，最大值接近 0.35，相似容限在区间 0.4—0.6 时，近似熵值随相似容限增加有减小的趋势。因此，在本文后面的大样本近似熵值分析时，将相似容限 r 取为 0.2 倍原始数据的标准差。从单个样本近似熵分析可以看出，5 个波段光变资料的近似熵值相差不多，同一类星体不同波段光变曲线复杂性基本相同，这可能是因为它们的光变曲线波形非常相似。

本文选取的类星体样本来源于 SDSS DR7 中的 stripe 82 天区光谱证认过的类星体，Macleod 等^[4] 搜集整理提供了 9258 个类星体测光数据，为了获得可靠的分析结果，要求每隔 360 d 需要至少一次的观测数据，由于 2000—2003 年观测数据太少，起始时间选择从 2003 年开始，并除去测光误差大于 0.1 个星等的数据点，并且要求这些数据大致均匀分布，按这些条件再选择观测数据点数超过 20 的作为样本。最后，我们得到 i, r, g, z, u 波段的样本数分别是 6465, 6547, 6439, 6373 和 6092。

将模式维数和相似容限分别取 $m = 1$, $r = 0.2$ 对选取的样本进行近似熵分析，获得的结果如图 5 和表 1 所示。可以看出，类星体光变的近似熵

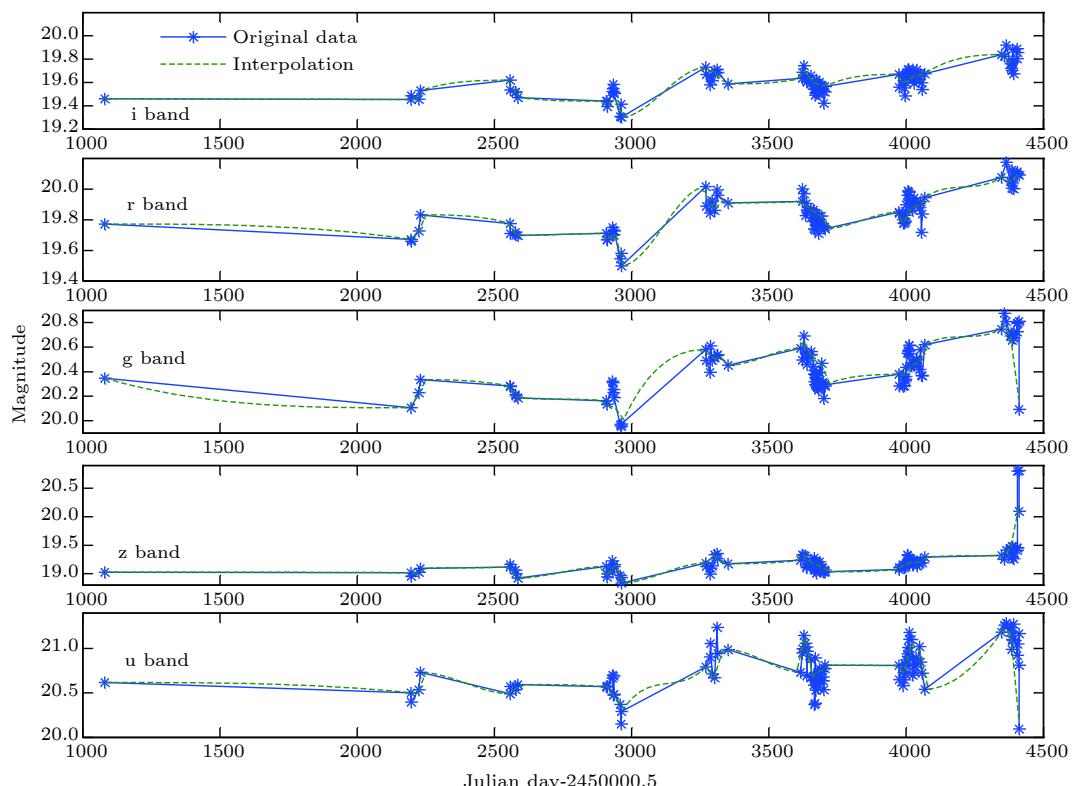


图 3 SDSS J012228.72-001332.0 的光变曲线

Fig. 3. Light curve of SDSS J012228.72-001332.0.

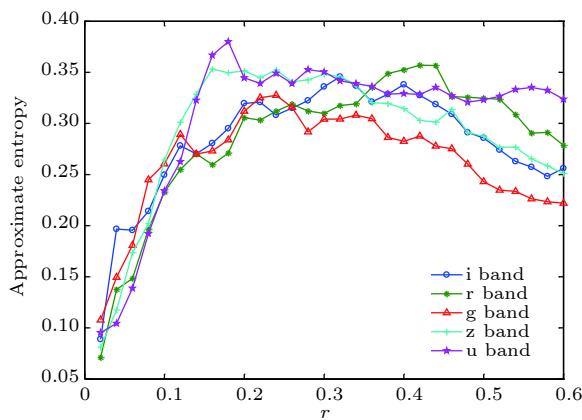


图 4 SDSS J012228.72-001332.0 的近似熵

Fig. 4. The approximate entropy of SDSS J012228.72-001332.0.

值都处于 0—0.6 范围内, 最大值分别是 0.552, 0.553, 0.575, 0.571 和 0.580, 最小值都为 0.008, 接近于 0. 白噪声序列和混有白噪声序列的混沌序列都比光变的近似熵最大值超过 2 倍, 因此类星体样本光变不可能完全是白噪声序列, 这是因为类星体观测总会有噪声干扰, 但其占的比例不大. 近一半的近似熵值分布在 0.3—0.4 的范围内, 远大于周期

序列, 又远小于白噪声序列, 和混沌序列在初始值取为 $x(0) = 0.7$, $\omega = 0.75$ 时的近似熵值非常接近, 说明近一半的类星体光变既不是完全周期性的也不是完全白噪声的系统, 而是一个与混沌序列近似的、带有非线性结构的、具有混沌特性的动力学系统.

近似熵值的大小和被分析的时间序列复杂程度存在成正比例的关系, 时间序列越复杂, 其近似熵值也就越大, 时间序列越趋近于随机性, 反之, 近似熵值越小, 越趋近于周期性. 类星体光变的近似熵值低于 0.2 的样本数很少, 最多的 r 波段才占到 7.3%, 最少的 u 波段只有 3.56%, 说明周期性光变占主导的类星体比例很少. 近似熵值高于 0.5 的类星体样本数也少, 除 z 波段刚超过 1%, 其余波段 1% 都不到, 说明所有类星体光变的近似熵值都偏小, 类星体光变趋于随机性概率较少. 同一类星体样本不同波段, 近似熵值都比较接近, 说明同一类星体光变的复杂性基本一致. 不同类星体近似熵值不尽相同, 说明类星体光变的非线性结构是有区别的, 可能光变产生的原因不一样引起的.

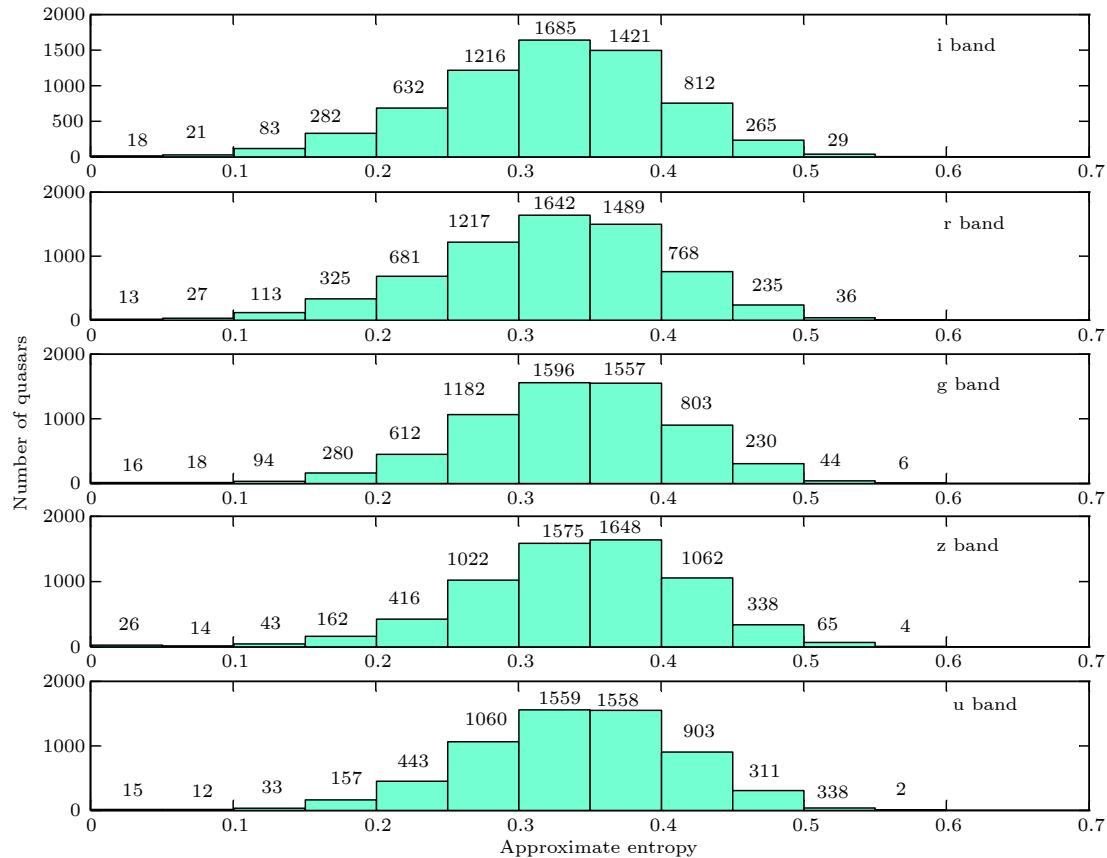


图 5 SDSS 类星体的近似熵分布

Fig. 5. Approximate entropy distribution of SDSS quasars.

表 1 SDSS 类星体的近似熵
Table 1. Approximate entropy of SDSS quasars.

近似熵值		0—0.1		0.1—0.2		0.2—0.3		0.3—0.4		0.4—0.5		0.5—0.6	
波段	总样本数	样本数	百分数/%	样本数	百分数/%	样本数	百分数/%	样本数	百分数/%	样本数	百分数/%	样本数	百分数/%
i	6465	39	0.60	365	5.65	1848	28.58	3106	48.04	1077	16.66	30	0.47
r	6547	40	0.61	438	6.69	1898	28.99	3131	47.82	1003	15.32	37	0.57
g	6439	34	0.53	374	5.81	1794	27.86	3153	48.97	1033	16.04	51	0.79
z	6373	40	0.63	203	3.19	1438	22.56	3223	50.57	1400	21.97	69	1.08
u	6092	27	0.44	190	3.12	1503	24.67	3117	51.17	1214	19.93	41	0.67

5 结 论

自从类星体发现以来, 剧烈的光变现象引起了天文学家的广泛关注。尽管现在观测技术有很大进步, 但现有的观测设备仍然无法分辨类星体的中心区域, 对类星体光变的深入研究有助于了解其中心区域辐射的物理机制。常用分析类星体光变资料的方法如结构函数^[24]、功率谱^[25]、经验模态分解^[26]等, 应用这些方法如要获得可信度高的结论, 对观测数据量要求较高, 这就对数据分析方法提出了要求。本文采用的近似熵只需要 100 个以上的数据点就能获得比较可靠的复杂度, 完全满足数据分析的需要。

本文利用近似熵方法分析了混沌序列、周期序列、白噪声序列和不同成分组合序列的近似熵, 发现近似熵值能有效区分不同随机程度的时间序列, 验证了近似熵对不同复杂性的时间序列有较好的识别能力, 金宁德等^[20]也用模拟信号获得了跟我们一样的结论。本文进一步基于 SDSS stripe 82 天区的类星体测光数据分析了类星体光变的复杂性, 从单个源的分析结果看来, 5 个波段光变曲线波形非常相似, 它们的近似熵值相差较小, 同一类星体不同波段光变曲线复杂性基本相同。对 6000 多个大样本的类星体分析发现, 所有的近似熵值都低于 0.6, 最大值为 0.58, 说明类星体光变中白噪声占的比例都不高。近一半的类星体光变和 Logistic 方程产生的混沌序列的复杂性是一样的, 说明一部分类星体光变以混沌成分占主导。小部分近似熵值接近于 0, 这说明周期性成分占主导的类星体比例非常少。类星体光变不可能是完全周期性的, 也不可能完全是白噪声, 因为若是完全周期性或白噪声, 近似熵值是 0 或超过 1, 也不可能完全是混沌的, 因为观测中总夹杂着噪声的影响。因此类星体光变可

能是周期性成分, 混沌成分和噪声叠加在一起, 并以 3 种成分中的一种占主导。

用结构函数、功率谱等周期分析方法分析类星体长期光变资料, 发现光变具有周期性^[1,8–13], 这和我们的结论并不矛盾, 这些文献只提取了类星体光变中隐含的部分周期信息, 忽略了其他部分的有效信息。MacLeod 等^[4]用随机游走模型来描述光变, 发现该模型能较好地拟合类星体光变曲线, 但 Kasliwal 等^[5]和 Guo 等^[6]认为随机游走模型在描述类星体光变中还是存在部分缺陷。Misra 等^[14]运用混沌动力学理论分析了 GRS 1915+105 的光变曲线, 获得的结果是 GRS 1915+105 光变也存在混沌性叠加随机性的现象。唐洁^[17]应用集合经验模态分解方法将类星体光变资料分解成周期项、混沌项和趋势项, 认为类星体光变是由周期成分、混沌成分和趋势成分叠加而成。这些已有的研究成果与我们分析的结论是比较一致的。

感谢美国 SDSS 项目提供的类星体光变数据。

参 考 文 献

- [1] Fan J H, Zhang Y W, Qian B C, Tao J, Liu Y, Hua T X 2009 *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **181** 466
- [2] Huang K L 2005 *Quasars and Active Galactic Nucleus* (Beijing: Science Press) p3 (in Chinese) [黄克亮 2005 类星体与活动星系核 (北京: 科学出版社) 第3页]
- [3] Kawaguchi T, Mineshige S, Umemura M 2002 *Astrophys. J.* **504** 671
- [4] MacLeod C L, ŽIvezić C S, Kochanek S, Kozłowski B, Kelly E, Bullock A, Kimball B, Sesar D, Westman K B 2010 *Astrophys. J.* **721** 1014
- [5] Kasliwal P V, Vogeley S M, Richards T G 2015 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **451** 4328
- [6] Guo H X, Wang J X, Cai Z Y, Sun M Y 2017 *Astrophys. J.* **847** 132
- [7] Harko T, Leung C S, Mocanu G 2014 *European Physical Journal C* **74** 2900
- [8] Charisi M, Bartos I, Haiman Z, Price-Whelan A M, Márka S 2015 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **45** 4

- [9] D'Orazio D J, Haiman Z, Schiminovich D 2015 *Nature* **525** 351
- [10] Bhatta G, Zola S, Stawarz Ł, Ostrowski M, Winiarski M, Ogleza W, Dróżdż M, Siwak M, Liakos A, et al 2016 *Astrophys. J.* **832** 47
- [11] Carrasco L, Dultzinhyacyan D, Cruzgonzalez I 1985 *Nature* **314** 146
- [12] Kidger M, Takalo L, Sillanpää A 1992 *Astron. Asrtophys.* **264** 32
- [13] Valtonen M J, Lehto H J, Sillanpää A, Nilsson K, Mikkola S, Hudec R, Basta M, Teräsranta H, Haque S, Rampadarath H 2006 *Astrophys. J.* **646** 34
- [14] Misra R, Harikrishnan K P, Ambika G, Kembhavia A K 2006 *Advances in Space Research* **643** 1114
- [15] Harikrishnan K P, Misra R, Ambika G 2011 *Research in Astron. Astrophys.* **11** 71
- [16] Emmanoulopoulos D 2007 *Ph. D. Dissertation* (Heidelberg: Ruperto-Carola University of Heidelberg)
- [17] Tang J 2014 *Acta. Phys. Sin.* **63** 049701 (in Chinese) [唐洁 2014 物理学报 **63** 049701]
- [18] Hao B L 2001 *Physics* **30** 466 (in Chinese) [郝柏林 2001 物理 **30** 466]
- [19] Pincus S M, Huang W M 1992 *Commun. Statist-Theory Meth.* **21** 3061
- [20] Jin N D, Dong F, Zhao S 2007 *Acta. Phys. Sin.* **56** 0720 (in Chinese) [金宁德, 董芳, 赵舒 2007 物理学报 **56** 0720]
- [21] Lempel A, Ziv J 1976 *IEEE Trans. on Inf. Theory* **22** 75
- [22] Guo J L, Zhong N, Ma X M, Zhang M H, Zhou H Y 2016 *Acta. Phys. Sin.* **65** 190501 (in Chinese) [郭家梁, 钟宁, 马小萌, 张明辉, 周海燕 2016 物理学报 **65** 190501]
- [23] Pettitt A N, Stephens M A 1977 *Technometrics* **19** 205
- [24] Hughes P A, Aller H D, Aller M F 1992 *Astrophys. J.* **396** 469
- [25] Scargle J D 1982 *Astrophys. J.* **263** 835
- [26] Tang J, Liu X Q, Fu M X 2018 *Journal of Shaanxi University of Technology* (Natural Science Edition) **33** 87 (in Chinese) [唐洁, 刘晓琴, 傅明星 2018 陕西理工大学学报(自然科学版) **33** 87]

Analysis on complexity of optical variability based on approximate entropy in Sloan digital sky survey quasars^{*}

Tang Jie¹⁾[†] Liu Xiao-Qin²⁾

1) (School of Physics and Telecommunication Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China)

2) (Department of Pharmaceutical and Medical Technology, Hanzhong Vocational and Technical College, Hanzhong 723002, China)

(Received 22 November 2018; revised manuscript received 13 May 2019)

Abstract

Variability is one of the most important observational features of quasars, and it is still not clear that the different quasars show different characteristic variability patterns. The optical variability of quasar is very complex, and optical variability has the non-linear characteristic of complex system. In this paper, the approximate entropy method is employed to analyze the complexities of variability in the Sloan digital sky survey (SDSS) stripe 82 quasars. Firstly, in order to show that the approximate entropy method has the effective ability to distinguish the different types of time sequences, the approximate entropy of periodic sequence, noise sequence, chaotic sequence and their mixed sequences are calculated by using the analog signals. The approximate entropy method proves to be an effective method to identify different types of time sequences. Then, we present the approximate entropy of optical variability of spectroscopically-confirmed quasars from the SDSS data release 7 spectroscopic catalog, and their complexities are analyzed. The results show that the maximum approximate entropy of quasars' optical variability is only 0.58. The complexity of quasars' optical variability is between the complexities of periodic sequence and white noise sequence. For nearly half of the samples, the complexities of their optical variability are basically consistent with the complexity of chaotic sequence. Quasars' optical variability is neither completely periodic nor completely stochastic.

Keywords: quasars, variability, approximate entropy, complexity

PACS: 98.54.-h, 95.80.+p, 05.45.Tp, 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.68.20182071](https://doi.org/10.7498/aps.68.20182071)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11373008), the Program of the Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2016JM1028), and the Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department, China (Grant No. 14JK1157).

† Corresponding author. E-mail: tj168@163.com