

## 夸克介子模型的相图和表面张力

沈婉萍 尤仕佳 毛鸿

### Phase structure and surface tension in quark meson model

Shen Wan-Ping You Shi-Jia Mao Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 181101 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190798

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

坐标空间中构造的Breit夸克势与介子和夸克偶素的质量劈裂

Construction of Breit quark potential in coordinate space and mass splits of meson and quarkonium

物理学报. 2018, 67(9): 091201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172155>

流体黏性及表面张力对气泡运动特性的影响

Influence of viscosity and surface tension of fluid on the motion of bubbles

物理学报. 2017, 66(23): 234702 <https://doi.org/10.7498/aps.66.234702>

基于范德瓦尔斯表面张力模式液滴撞击疏水壁面过程的研究

Study on the droplet impact on hydrophobic surface in terms of van der Waals surface tension model

物理学报. 2015, 64(11): 114701 <https://doi.org/10.7498/aps.64.114701>

各向异性表面张力对定向凝固中共晶生长形态稳定性的影响

Effect of anisotropic surface tension on morphological stability of lamellar eutectic growth in directional solidification

物理学报. 2018, 67(11): 118103 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180186>

各向异性表面张力对深胞晶界面形态稳定性的影响

Effect of surface tension anisotropy on the interface morphological stability of deep cellular crystal

物理学报. 2016, 65(9): 096803 <https://doi.org/10.7498/aps.65.096803>

各向异性界面动力学与各向异性表面张力的相互作用对定向凝固过程中深胞晶生长的影响

Effects of anisotropic interface kinetics and surface tension on deep cellular crystal growth in directional solidification

物理学报. 2017, 66(10): 106801 <https://doi.org/10.7498/aps.66.106801>

## 夸克介子模型的相图和表面张力\*

沈婉萍 尤仕佳 毛鸿†

(杭州师范大学物理系, 杭州 311121)

(2019年5月24日收到; 2019年7月12日收到修改稿)

利用有限温度场论和平均场近似的方法, 在考虑夸克真空涨落的情况下, 研究了两个夸克味的夸克介子模型的量子色动力学相变的相图结构, 得到了当夸克化学势密度较小时, 量子色动力学相变是过渡相变, 而当夸克化学势密度较大的时候, 量子色动力学相变是一级相变. 对于一级相变的区域, 基于薄壁近似, 给出了当温度等于临界温度  $T_c$  时, 强子相表面张力随夸克化学势密度的变化关系. 本研究为相对论重离子对撞实验和中子星早期结构演化提供必要的参考.

**关键词:** 夸克介子模型, 手征相变, 有限温度场论, 表面张力

**PACS:** 11.30.Rd, 11.30.Qc, 98.80.Cq, 25.75.Nq

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190798

## 1 引言

量子色动力学是描述强相互作用的基本理论, 可以用来描述夸克强子相变的动力学, 特别是与量子色动力学相变紧密相关的手征对称性恢复和退禁闭等问题. 此外, 量子色动力学相变的研究与目前正在进行的相对论重离子对撞实验和致密星体的内部结构研究密切相关, 它可以帮助人们深入理解和洞察夸克胶子等离子体的物理性质和揭示夸克强子相变的动力学机制<sup>[1-3]</sup>. 但是, 量子色动力学是非阿贝尔的规范场论, 由于理论存在渐近自由的性质和夸克幽禁的效应, 使得在低能非微扰区域量子色动力学的直接理论和数值计算受到了极大的限制<sup>[4,5]</sup>. 为了克服这一问题, 在低能非微扰能区, 人们通常采用有效模型或者有效理论来研究量子色动力学真空的非微扰性质. 比较常见的模型有 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型<sup>[6-11]</sup>, 夸克介子模型 (the quark-meson model)<sup>[12,13]</sup> 和相对论平均场模型 (the relativistic mean-field mode)<sup>[14-16]</sup> 等.

夸克介子模型是最简单的纯夸克模型, 该模型可以用来研究量子色动力学的手征相变动力学机制和对称性自发破缺机制. 基于有限温度场论方法, 在手征极限情况下和零夸克化学势条件下, 考虑两个夸克味的模型预言了量子色动力学手征相变是二级相变, 这一结论与基于普适性的一般结论是一致的. 而当考虑了夸克质量不等于零的情况, 模型准确地预言了在夸克化学势密度较小的区域, 量子色动力学手征相变是过渡相变, 在夸克化学势密度较大的区域, 量子色动力学手征相变是一级相变, 该方面的预言与 NJL 模型和基于格点量子色动力学的理论预言相一致. 因此夸克介子模型是一个非常成功的低能有效模型.

为了从实验上研究高密情况下的量子色动力学相变区域, 美国的相对论重离子对撞机 (RHIC) 和正在计划中的其他相对论重离子对撞机都正朝着高密度和低温的相变区域进发, 并对高密、低温相变的理论研究提出了更高的要求. 一级相变区域的范围是多少? 当温度从相对较高的临界温度降低到低温的时候, 一级相变的相变速度是多少? 一级

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11675048) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [mao@hznu.edu.cn](mailto:mao@hznu.edu.cn)

相变是缓慢的成核相变还是快速的亚稳均相分解相变? 诸如此类的问题, 需要人们去认真仔细地研究. 而在这些问题中, 对于夸克相和强子相表面张力的研究, 是一个非常关键和核心的问题. 特别是关于表面张力的数值大小, 将直接影响中子星的结构形成.

基于两个味的夸克介子模型, 文献 [17] 研究了相对论重离子对撞实验中一级相变的动力学, 讨论了一级相变的相变表面张力、一级相变的临界半径和相变的成核率等问题. 不过, 该文献在模型的计算中选取了一个非常大的夸克介子耦合常数  $g$ , 使得模型在整个相变区域都是一级相变, 与目前格点量子色动力学和其他模型的理论预言不一致. 另外, 模型在具体的计算过程中, 没有考虑夸克的真空涨落和重整化效应, 使得理论的预言缺乏实际可参考的价值和意义. 为了解决上述两个问题, 本文选取与实验相一致的理论参数, 在考虑夸克的真空涨落和重整化效应的基础上, 重新计算了两个味道的夸克介子模型的相图和一级相变区域的表面张力, 为今后相对论重离子对撞实验和天体物理中致密星体结构的研究提供参考依据.

本文首先介绍两个味的夸克介子模型, 然后基于有限温度量子场论方法, 得到模型的有效势能随温度和密度的变化关系, 进而给出模型的相图结构. 在一级相变区域, 利用薄壁 (thin-wall) 近似方法, 计算了当温度等于一级相变临界温度时, 强子相表面张力随化学势密度的演变关系, 为中子星结构形成和早期演化提供必要的参考依据.

## 2 夸克介子模型的有效势能

首先, 考虑介子与夸克耦合的两个味道的夸克介子模型, 其拉氏密度为 [13]

$$\mathcal{L} = \bar{q} \left[ i\gamma^\mu \partial_\mu - g(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}) q + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \partial^\mu \boldsymbol{\pi}) - U(\sigma, \boldsymbol{\pi}) \right], \quad (1)$$

其中  $q = (u, d)$  为组分夸克场. 这里,  $\sigma$  介子和  $\boldsymbol{\pi}$  介子具有对称性自发破缺特征的势能表达式为

$$U(\sigma, \boldsymbol{\pi}) = \frac{\lambda}{4} (\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 - v^2)^2 - H\sigma, \quad (2)$$

标量场  $\sigma$  和三个赝标量场  $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$  一起构成一个四分量的手征性场, 定义其为  $\Phi = (\sigma, \boldsymbol{\pi})$ . 在手

征极限的情况下 (不考虑夸克质量),  $H$  为零, 该拉氏量在  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  的手征变换下具有不变性. 在真空态, 模型满足手征对称性自发破缺的要求, 此时介子场的真空期望值取为  $\langle \sigma \rangle = f_\pi$ ,  $\langle \boldsymbol{\pi} \rangle = 0$ , 其中  $f_\pi = 93$  MeV 为介子衰变常数. 如果考虑夸克的质量贡献, 那么模型具备手征对称明显破缺的特征, 由 PCAC (部分轴矢流守恒) 关系可知:  $H = f_\pi m_\pi^2$ , 其中  $m_\pi = 138$  MeV 是  $\pi$  介子的质量. 耦合常数  $\lambda$  由  $\sigma$  介子的质量确定:  $m_\sigma^2 = 2\lambda f_\pi^2 + m_\pi^2$ , 对于  $\sigma$  介子的质量, 通过查阅粒子数据组的最新结果可知, 其取值在 400 MeV 到 550 MeV 之间, 本文取  $m_\sigma = 500$  MeV, 对应  $\lambda \approx 13$ . 常数  $v^2$  满足  $v^2 = f_\pi^2 - m_\pi^2/\lambda$ . 最后, 模型的参数耦合常数  $g$  由真空中的组分夸克质量决定,  $M_q = gf_\pi$ , 约为核子质量的 1/3, 本文取  $g \approx 3.3$ .

在有限温度场论的框架下, 有限温度、有限密度下的有效势能是一个重要而有用的理论工具. 考虑一个在温度  $T$  和夸克化学势  $\mu \equiv \mu_B/3$  下处于热力学平衡的热力学巨正则体系, 其巨正则配分函数为

$$\mathcal{Z} = \text{Tr} \exp \left[ -(\hat{\mathcal{H}} - \mu \hat{\mathcal{N}}) / T \right] = \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \mathcal{D}\sigma \mathcal{D}\boldsymbol{\pi} \exp \left[ \int_x (\mathcal{L} + \mu \bar{q} \gamma^0 q) \right], \quad (3)$$

其中,  $\int_x \equiv i \int_0^{1/T} dt \int_V d^3x$ ,  $V$  为系统的体积.

接下来我们采用平均场近似法来计算上述的巨正则配分函数. 首先, 将  $\sigma$  和  $\boldsymbol{\pi}$  的介子场用它们的真空期待值替代, 换句话说, 我们忽略了介子场的量子涨落效应. 其次, 将夸克和反夸克作为量子场, 这样在上述的积分中可以得到一个行列式. 最后, 根据量子场论标准的数学公式, 计算该行列式, 就可以得到体系的热力学有效势能. 具体过程如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \mathcal{N}_U \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \\ &\times \exp \left\{ \int_x \bar{q} [i\gamma^\mu \partial_\mu - g(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi})] q + \mu \bar{q} \gamma^0 q \right\} \\ &= \mathcal{N}_U \det_p \left\{ [p_\mu \gamma^\mu + \mu \gamma^0 - g(\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi})] / T \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,

$$\mathcal{N}_U = \exp \left( -\frac{VU(\sigma, \boldsymbol{\pi})}{T} \right). \quad (5)$$

该巨正则配分函数中的费米积分产生了一个可以用标准方法计算的行列式, 从而产生了介子的

有效势能. 取该巨正则配分函数  $Z$  的对数, 可以得到热力学有效势能的具体形式是:

$$\Omega(\sigma, T, \mu) = -\frac{T \ln Z}{V} = U(\sigma, \pi) + \Omega_{\bar{q}q}, \quad (6)$$

其中夸克和反夸克的贡献为

$$\begin{aligned} \Omega_{\bar{q}q}(T, \mu) &= \Omega_{\bar{q}q}^V + \Omega_{\bar{q}q}^h \\ &= -2v_q \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} E_q \\ &\quad - 2v_q T \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} [\ln g_q^- + \ln g_q^+], \quad (7) \end{aligned}$$

这里,  $v_q = 2N_c N_f = 12$  是夸克的内部自由度,  $E_q = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_q^2}$  是夸克和反夸克的能量, 组分夸克(反夸克)的质量  $M_q$  被定义为  $M_q = g\sigma$ .

(7) 式中第一项表示的是夸克的真空单圈贡献, 由于该积分是发散的, 理论计算需要通过重整化来消除发散项, 为了计算方便, 在很多文献中  $\Omega_{\bar{q}q}^V$  项经常被忽略. 为了理论的完整性和计算的可靠性, 在接下来的讨论中, 我们将考虑  $\Omega_{\bar{q}q}^V$  项的贡献, 即在模型的计算中加入真空的涨落和模型的重整化效应. 利用维数正规化方法进行重整化, 费米子真空单圈的重整贡献为<sup>[18]</sup>

$$\Omega_{\bar{q}q}^V = \Omega_{\bar{q}q}^{\text{reg}} = -\frac{N_c N_f}{8\pi^2} M_q^4 \ln\left(\frac{M_q}{\Lambda}\right), \quad (8)$$

其中  $\Lambda$  是任意重整化标度. 值得注意的是, 热力学势和所有的物理观测值都不依赖于  $\Lambda$  的选择, 通过重新定义模型中的参数可以很好地消除  $\Lambda$  的依赖性. 故等式 (7) 右边的第一项真空贡献可以用等式 (8) 中给出的适当的重整化费米子真空贡献代替.

等式 (7) 右边的第二项中,  $g_q^+$  和  $g_q^-$  为

$$g_q^- = 1 + \exp\left(-\frac{E - \mu}{T}\right), \quad (9)$$

$$g_q^+ = 1 + \exp\left(-\frac{E + \mu}{T}\right). \quad (10)$$

通过将热力学势  $\Omega(T, \mu)$  对  $\sigma$  求导, 可以得到体系关于  $\sigma$  场的运动方程, 求解该运动方程即可得到  $\sigma$  场随温度和密度的变化关系, 进而可以计算研究系统的压强、热力学熵密度、系统的能量密度和状态方程等体系的其他全部热力学性质.

### 3 夸克介子模型的相图结构

在考虑了重整化效应和夸克真空涨落贡献

的前提下, 通过求解关于  $\sigma$  场的运动方程:  $\frac{\partial \Omega(\sigma, T, \mu)}{\partial \sigma} = 0$ , 可以得到在不同夸克化学势密度条件下,  $\sigma$  场的真空期望值随温度的演化行为.

图 1 给出了在不同夸克化学势密度下,  $\sigma$  场的真空期望值随温度的变化关系. 从图 1 可以发现在  $\mu < 299$  MeV 的情况下,  $\sigma$  场的真空期望值随温度的演化行为是连续变化的, 只是当系统温度接近手征相变临界温度  $T_c$  时,  $\sigma$  场的真空期望值变化才比较明显, 且当温度很大时,  $\sigma$  场只是趋向于零, 而不等于零, 可以判断此时的量子色动力学手征相变是过渡相变. 而对于  $\mu > 299$  MeV 的情况, 当温度接近手征相变临界温度  $T_c$  时, 由于  $\sigma$  场的真空期望值随温度的变化有一个明显的跃变, 即从一个相对大的数值直接跳到一个相对小的数值, 表明此时的量子色动力学手征相变是一级相变.

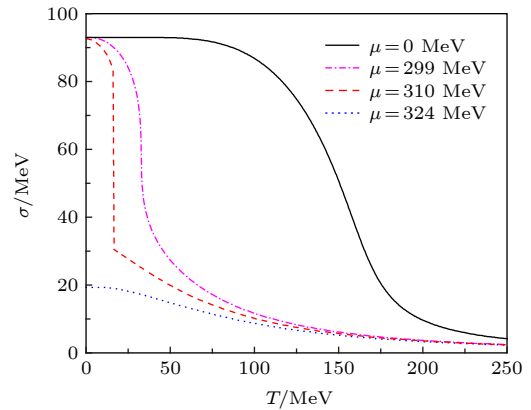


图 1 在不同夸克化学势密度条件下,  $\sigma$  场的真空期望值随温度的演化行为

Fig. 1. Chiral condensate  $\sigma$  as a function of temperature at various chemical potential.

为了更加准确地描述过渡相变和一级相变的相变特征, 下面分别以这两种相变的典型化学势为例, 给出  $\sigma$  场的真空期望值与有效势能  $\Omega(\sigma, T, \mu)$  直接的对应关系. 对于  $0 \text{ MeV} \leq \mu < 299 \text{ MeV}$  时的过渡相变, 以  $\mu = 0 \text{ MeV}$  为例: 如图 2(a) 所示, 当温度较小时, 势能曲线有两个极小值和一个极大值, 一个极小值位于  $\sigma$  较小的位置, 另外一个极小值位于  $\sigma$  较大的位置, 中间有一个局域的极大值, 也就是在两个极值之间有一个势垒,  $\sigma$  场的真空期望值由势能最小时所对应的  $\sigma$  值决定; 当温度逐渐升高时, 两个势能极小值所对应的  $\sigma$  逐渐靠拢, 当  $T = 127 \text{ MeV}$  时, 两个极小值之间的势垒消失, 此时模型的有效势能只有一个极小值, 此时的温度称

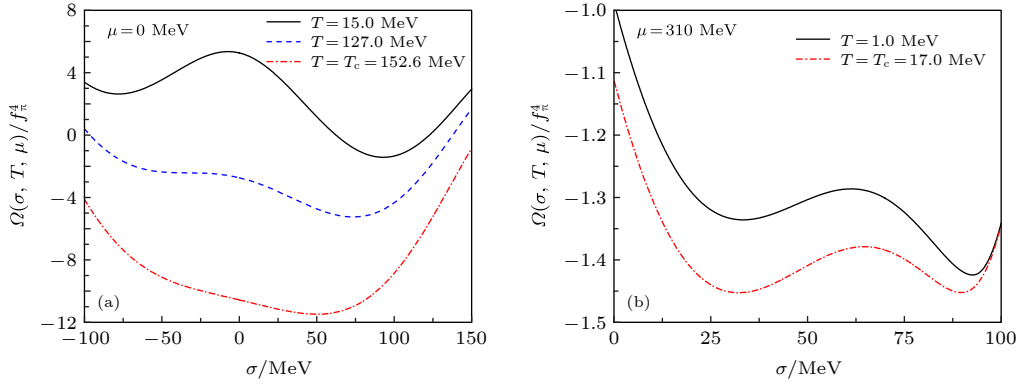


图 2 (a)  $\mu = 0$  MeV 和 (b)  $\mu = 310$  MeV 时, 有效势能随  $\sigma$  场的演化行为

Fig. 2. Effective potential as a function of the chiral condensate  $\sigma$  for (a)  $\mu = 0$  MeV and (b)  $\mu = 310$  MeV.

为亚稳态分解温度 (spinodal temperature). 由于对于过渡相变, 严格来说两相之间没有一个严格的界限, 所以此时的温度还不能被定义成相变温度, 通常人们选择图 1 中  $\sigma$  场的真空期望值对温度  $T$  的一阶导数的峰值作为相变温度, 也就是  $\sigma$  场的真空期望值随温度变化最快的那个温度作为过渡相变的临界温度, 也就是  $T = 152.6$  MeV.

当  $299 \text{ MeV} \leq \mu \leq 324 \text{ MeV}$  时, 可以观察到一级相变的特征, 以  $\mu = 310$  MeV 为例: 如图 2(b) 所示, 当温度小于临界温度时, 系统的有效势能有两个极小值, 并且在这两个极小值之间还存在一个势垒, 与过渡相变的情况类似, 一个极小值位于  $\sigma$  较小的位置, 另外一个极小值位于  $\sigma$  较大的位置; 当系统温度逐渐升高时, 这两个势能极小值的高度差开始变得越来越小, 等温度达到临界温度时, 两个势能极小值相等, 临界温度  $T_c$  下势能极小值均为  $-1.45$  MeV, 对应  $\sigma$  场的真空期望值分别为  $32.16$  和  $89.63$  MeV, 与过渡相变不同的是, 此时两个极小值之间的势垒还存在, 并没有消失, 这个就是一级相变和过渡相变的本质区别; 当温度大于临界温度  $T_c$  时,  $\sigma$  场的真空期望值从一个相对较大的数值越变到相对较小的数值, 从而实现从假真空到真真空的翻转.

此外, 当  $\mu = \mu_c = 299$  MeV 时, 系统从过渡相变演化到一级相变. 当温度等于临界温度  $T_c$  时, 一级相变中的势垒消失 (这个条件作为一级相变消失的判据), 势能变成一个很平坦“U”形, 并且, 此时势能曲线同时具有过渡相变和二级相变的部分相变特征.

图 3 给出了量子色动力学相图结构, 对于夸克化学势密度在  $0 \text{ MeV} \leq \mu < 299 \text{ MeV}$  区域, 可以

观察到过渡相变, 对于夸克化学势密度在  $299 \text{ MeV} \leq \mu \leq 324 \text{ MeV}$  区域, 可以观察到一级相变. 在两个相变的交界处就是量子色动力学相变的相变临界点 (critical end point). 如何从相对论重离子对撞实验上寻找该相变临界点和确认该相变临界点的位置是当前高能核物理理论和实验研究的热点问题 [19].

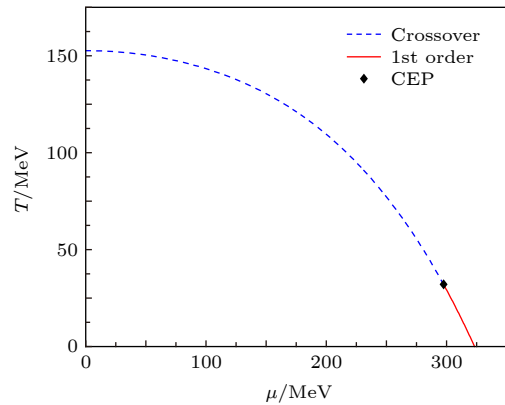


图 3 量子色动力学相图结构

Fig. 3. The  $T$ - $\mu$  phase diagram in the quark meson model.

#### 4 强子夸克相变的表面张力

对于一级相变, 当体系的温度达到相变临界温度时, 模型的热力学势能具有两个相等的极小值, 并且这两个极小值被一个势垒分开. 此外, 由图 1 可知, 这两个极小值所对应的  $\sigma$  场的真空期望值分别对应一个大的数值和一个小的数值. 如果体系的温度进一步降低, 那么  $\sigma$  期望值较小的那个真空势能将大于  $\sigma$  期望值大的那个真空势能, 此时我们把前面那个真空称为亚稳态真空 (通常称为伪真空), 而把后面那个真空称为稳定真空 (通常称为真真空). 在经典物理中, 虽然伪真空的能量高于真真

空,但是由于两个真空之间还有一个势垒,故伪真空无法回到真真空.但是,对于一个量子体系,由于存在量子隧穿效应,伪真空还有一定的概率可以回到真真空,从而发生一级相变,并把多余的能量以相变潜热的形式释放出来.为了准确地描述该一级相变的相变动力学过程,我们借助液滴核合成唯象模型来描述夸克强子的一级相变<sup>[20-24]</sup>.

在液滴核合成唯象模型中,由于存在涨落,会产生一系列新的、能量较低的真真空的泡泡(通常用一个球形泡泡来模拟强子相),然后通过这些泡泡的膨胀最终实现从伪真空到真真空的转变.具体的完成过程如下:由于伪真空的单位体积自由能密度高于真真空的单位体积自由能密度,泡泡在膨胀的过程中,体系的能量降低,但是,由于这些泡泡同时存在表面张力,又会束缚气泡的膨胀,二者存在竞争关系.体积自由能与 $r^3$ 成正比,表面自由能与 $r^2$ 成正比,故存在一个临界半径 $r_c$ ,当 $r < r_c$ 时,表面自由能占主导地位,泡泡会最终收缩为伪真空,从而消失;而对于 $r > r_c$ ,体积自由能占主导地位,泡泡会一直膨胀直至占据整个系统,从而完成夸克相到强子相的完全转变.

如果把真真空的泡泡看成是一个半径为 $r$ 的球形泡泡,那么体系总自由能的改变为

$$F_b = -\frac{4}{3}\pi r^3 \varepsilon + 4\pi r^2 \Sigma, \quad (11)$$

其中, $\varepsilon$ 为伪真空与真真空的单位体积自由能密度之差; $\Sigma$ 是泡壁的表面能量密度,即两相界面的表面张力.

在伪真空的环境下,大小不一的真真空泡泡,由于量子涨落和热涨落随机出现并消失,直至泡泡的半径大于等于临界半径,然后这些泡泡就会一直膨胀下去,完成一级相变的相变过程,并把多余的体系自由能以相变潜热的形式释放到环境中.基于这个机制,单位时间单位体积的临界泡泡成核率可以表示为<sup>[24]</sup>

$$\Gamma = \mathcal{P} e^{-F_b/T}, \quad (12)$$

其中, $T$ 为系统温度.因子 $\mathcal{P}$ 通常比较难计算,为了计算方便通常采用简单的量纲分析,用 $T^4$ 近似代替 $\mathcal{P}$ .

利用欧几里得空间的有限温度场论方法,上述的成核率可以从下面的欧几里得拉格朗日密度出发:

$$\mathcal{L}_E = \frac{1}{2}(\partial_u \sigma)^2 + V_{\text{eff}}(\sigma), \quad (13)$$

这里为了方便讨论,我们把热力学有效势能重新定义为 $V_{\text{eff}}(\sigma) = \Omega(\sigma, T, \mu)$ .则体系的自由能表示为

$$F_b = 4\pi \int r^2 dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 + V_{\text{eff}}(\sigma) \right], \quad (14)$$

将体系的自由能 $F_b$ 对 $\sigma$ 进行变分,可以得到一个非线性微分方程,

$$\frac{d^2 \sigma}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma}{dr} - \frac{\delta V_{\text{eff}}(\sigma)}{\delta \sigma} = 0, \quad (15)$$

并且该方程满足的边界条件为

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sigma(r) = \sigma_f, \quad \left. \frac{d\sigma}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad (16)$$

式中, $\sigma_f$ 为伪真空下的 $\sigma$ 场的真空期望值.也就是说,远离真真空泡泡的中心,体系处于亚稳态,相当于真真空的泡泡在伪真空中产生并膨胀.

对于一般有效势 $V_{\text{eff}}$ ,在边界条件(16)式下,通常不能通过解析方法得到(15)式的解析解,只能求助计算机得到该方程的数值解.但是,如果考虑真真空泡泡的尺寸比壁厚大得多的情况,或者伪真空与真真空的势能差与介于两个真空之间的势垒相比小得多的情况,该情况也称为薄壁(thin-wall)近似,则方程式(15)中的第二项与第一项相比可以被忽略,即方程进一步简化为

$$\frac{d^2 \sigma}{dr^2} = \frac{\delta V_{\text{eff}}(\sigma, T)}{\delta \sigma}, \quad (17)$$

此时,方程(17)可以解析地求解出来,得到 $\frac{d\sigma}{dr} = \sqrt{2V_{\text{eff}}(\sigma)}$ .把 $\frac{d\sigma}{dr}$ 代入到泡泡的表面张力的表达式中,可以得到

$$\Sigma = \int_0^\infty dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 + V_{\text{eff}} \right] = \int_{\sigma_f}^{\sigma_i} d\sigma \sqrt{2V_{\text{eff}}}. \quad (18)$$

根据方程(11)和(18),泡泡的临界半径 $r_c$ 等于

$$r_c = \frac{2\Sigma}{\varepsilon}, \quad (19)$$

这里 $\varepsilon = V(\sigma) - V(\sigma_f)$ .将(19)式代入方程(11),可得 $F_b$ 以 $\varepsilon$ 和 $\Sigma$ 为变量的形式:

$$F_b = \frac{16\pi\Sigma^3}{3\varepsilon^2}. \quad (20)$$

由此,一旦得到了体系的自由能 $F_b$ ,就可以很容易估算出夸克强子一级相变的成核率 $\Gamma$ .

利用薄壁近似, 图 4 给出了当  $T = T_c$  时, 夸克强子一级相变的表面张力随夸克化学势的变化. 可知在一级相变区域, 当化学势增大时, 强子相的表面张力也随着化学势增大. 当温度接近零时, 强子夸克相变的表面张力约为  $12.6 \text{ MeV}/\text{fm}^2$ . 在  $T \rightarrow 0$  的情况, 本文理论预言与文献 [25] 一致, 但该文献只是考虑  $T = 0$  的冷夸克物质的夸克强子一级相变.

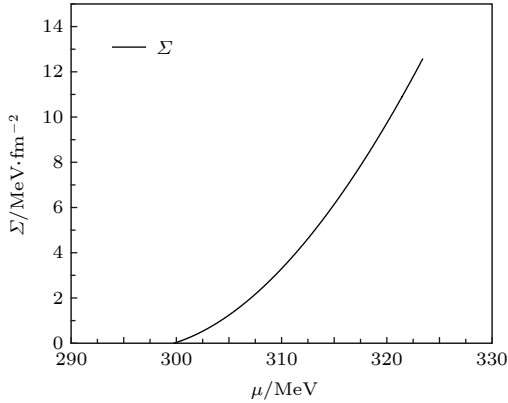


图 4  $T = T_c$  时表面张力与夸克化学势的演化关系  
Fig. 4. Surface tension as a function of a quark chemical potential when  $T = T_c$ .

## 5 结 论

利用两个夸克味的夸克介子模型, 在有限温度、有限夸克化学势密度条件下, 本文计算了模型热力学有效势能, 通过求解该热力学有效势能对  $\sigma$  场的变分, 得到  $\sigma$  介子场的运动方程, 求解该运动方程得到  $\sigma$  场的真空期望值随温度和密度的变化关系. 我们发现, 在高温低密度区域, 量子色动力学的相变是过渡相变, 而在低温高密度区域, 量子色动力学的相变是一级相变, 在过渡相变和一级相变的交界处存在一个相变的临界点, 我们称之为 CEP (critical end point). 为了提供更加完整的理论结果, 不同于其他文献, 我们在模型的计算中考虑夸克场的真空涨落和重整化效应, 并且我们采用了一套广泛应用并被实验认可的模型参数来计算. 特别是夸克场的真空涨落效应, 通常会使得一级相变的相变区域变得很小, 从而进一步推低夸克强子相变的强子相的表面张力的数值, 而很小的表面张力数值, 使得中子星在早期演化过程中产生更加复杂的中子星结构, 比如中子星的混合相的出现, 夸克星硬层的出现等物理现象 [26].

考虑到基于夸克介子模型的热力学性质计算

结果与当前的格点量子色动力学计算差距较大, 与当前的实验观测也有相当大的出入, 故在该模型中我们考虑胶子的自由度, 把夸克介子模型进一步推广到 Polyakov 圈拓展的 Polyakov-quark-meson model (PQM) 模型 [27–30]. 由于考虑了 Polyakov 圈拓展, 需要在模型中引入另外两个序参量, 因此 PQM 模型具有三个序参量, 在计算夸克强子相变表面张力时, 需要同时求解三个非线性微分方程组 [31], 理论和数值计算将变得非常复杂和困难, 特别是在这种情况下, 薄壁近似将不再有效, 只能采用数值计算来获得表面张力的数值信息. 目前, 该方向的研究正在进行中.

## 参考文献

- [1] Yagi K, Hatsuda T, Miake Y 2008 *Quark-Gluon Plasma: From Big Bang to Little Bang* (Vol. 23) (Cambridge: Cambridge University Press) pp12–20
- [2] Fukushima K, Hatsuda T 2011 *Rep. Prog. Phys.* **74** 014001
- [3] Braun-Munzinger P, Koch V, Schäfer T, Stachel J 2016 *Phys. Rep.* **621** 76
- [4] Fodor Z, Katz S D 2009 arXiv: 0908.3341v1 [hep-ph]
- [5] Ding H T, Karsch F, Mukherjee S 2015 *Int. J. Mod. Phys. E* **24** 1530007
- [6] Nambu Y, Jona-Lasinio G 1961 *Phys. Rev.* **122** 345
- [7] Nambu Y, Jona-Lasinio G 1961 *Phys. Rev.* **124** 246
- [8] Vogl U, Weise W 1991 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **27** 195
- [9] Klevansky S P 1992 *Rev. Mod. Phys.* **64** 649
- [10] Hatsuda T, Kunihiro T 1994 *Phys. Rep.* **247** 221
- [11] Buballa M 2005 *Phys. Rep.* **407** 205
- [12] Gell-Mann M, Lévy M 1960 *Nuovo Cimento* **16** 705
- [13] Scavenius O, Mocsy A, Mishustin I N, Rischke D H 2001 *Phys. Rev. C* **64** 045202
- [14] Ring P, Schuck P 1980 *The Nuclear Many-Body Problem* (Heidelberg: Springer) pp189–215
- [15] Serot B D, Walecka J D 1986 *Advances in Nuclear Physics* (Vol. 16) (New York: Plenum) pp1–311
- [16] Serot B D, Walecka J D 1997 *Int. J. Mod. Phys. E* **6** 515
- [17] Scavenius O, Dumitru A, Fraga E S, Lenaghan J T, Jackson A D 2001 *Phys. Rev. D* **63** 116003
- [18] Skokov V, Friman B, Nakano E, Redlich K, Schaefer B J 2010 *Phys. Rev. D* **82** 034029
- [19] Luo X, Xu N 2017 *Nucl. Sci. Tech.* **28** 112
- [20] Coleman S 1977 *Phys. Rev. D* **15** 2929
- [21] Coleman S 1977 *Phys. Rev. D* **16** 1248
- [22] Callan C G, Coleman J, Coleman S 1977 *Phys. Rev. D* **16** 1762
- [23] Coleman S 1988 *Aspects of Symmetry* (Cambridge: Cambridge University Press) p416
- [24] Linde A D 1983 *Nucl. Phys. B* **216** 421
- [25] Palhares L F, Fraga E S 2010 *Phys. Rev. D* **82** 125018
- [26] Garcia A F, Pinto M B 2013 *Phys. Rev. C* **88** 025207
- [27] Schaefer B J, Pawłowski J M, Wambach J 2007 *Phys. Rev. D* **76** 074023
- [28] Mao H, Jin S J, Huang M 2010 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37** 035001

[29] Jin S J, Mao H 2016 *Phys. Rev. C* **93** 015202

[31] Mintz B W, Stiele R, Ramos R O, Schaffner-Bielich J 2013

[30] Li Y Y, Hu J N, Mao H 2018 *Phys. Rev. C* **97** 054313

*Phys. Rev. D* **87** 036004

# Phase structure and surface tension in quark meson model\*

Shen Wan-Ping    You Shi-Jia    Mao Hong<sup>†</sup>

(*Department of Physics, Hangzhou Normal University, Hangzhou 311121, China*)

( Received 24 May 2019; revised manuscript received 12 July 2019 )

## Abstract

In a mean-field approximation, we study the in-medium effective potential of the two-flavor quark meson model in the presence of a fermionic vacuum term at a finite temperature and density. There exists a crossover phase transition in the low-density region, and also there is a first-order phase transition in the high-density region accompanied by a critical end point. For the first-order phase transition, when the temperature is close to the critical temperature, the values of surface tension are calculated at various chemical potentials and we find that our results are very close to the results recently found in other chiral models with two flavors. Some consequences and possible applications of our results are also pointed out for the experiments on heavy ion collisions and the evolutions of the compact stars in their early stages.

**Keywords:** quark-meson model, chiral phase transition, thermal field theory, surface tension

**PACS:** 11.30.Rd, 11.30.Qc, 98.80.Cq, 25.75.Nq

**DOI:** [10.7498/aps.68.20190798](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11675048).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [mao@hznu.edu.cn](mailto:mao@hznu.edu.cn)