

## 光子驱动量子点制冷机

李唯 符婧 杨贇贇 何济洲

### Quantum dot refrigerator driven by photon

Li Wei Fu Jing Yang Yun-Yun He Ji-Zhou

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 220501 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20191091

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191091>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

线性不可逆热力学框架下一个无限尺寸热源而有限尺寸冷源的制冷机的性能分析

Performance analysis of a refrigerator operating between an infinite-sized hot reservoir and a finite-sized cold one within linear irreversible thermodynamics

物理学报. 2018, 67(4): 040502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172010>

量子点操控的光子探测和圆偏振光子发射

Single photon detection and circular polarized emission manipulated with individual quantum dot

物理学报. 2018, 67(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20182049>

单光子调制频谱用于量子点荧光寿命动力学的研究

Research on fluorescence lifetime dynamics of quantum dot by single photons modulation spectrum

物理学报. 2019, 68(1): 017803 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181797>

## 光子驱动量子点制冷机\*

李唯 符婧 杨贇贇 何济洲†

(南昌大学物理系, 南昌 330031)

(2019年7月16日收到; 2019年8月29日收到修改稿)

提出了由两个二能级量子点、一个光子库与两个导体端构成的光子驱动量子点制冷机模型. 基于主方程, 导出了制冷机的制冷率和制冷系数的表达式, 获得了制冷机处于紧耦合时所满足的条件. 接着, 数值模拟出该制冷机处于紧耦合和一般情况下制冷率与制冷系数之间的性能特征图, 确定了制冷机性能优化范围. 最后, 以最大制冷率、最大制冷率下的制冷系数、最大制冷系数和最大制冷系数下的制冷率作为优化目标, 分析了光子库温度、跃迁系数和温比对制冷机性能的影响.

**关键词:** 不可逆热力学, 量子点, 热电制冷机, 性能优化

**PACS:** 05.70.Ln, 73.50.Lw, 73.63.Kv, 85.80.Fi

**DOI:** 10.7498/aps.68.20191091

## 1 引言

相对于传统的热机而言, 热电器件具有结构轻便、体积小、无运动部件等优点, 在工业和汽车尾气废热回收、太阳能电池开发、计算机芯片散热与制冷等方面有广泛的应用前景<sup>[1]</sup>. 但是, 相对低的热电转换效率或输出功率又限制了热电器件的商业化应用. 因此, 人们一直在致力于寻找高热电值的热电材料(高电传导、低热传导), 如量子阱、超晶格、量子点、硅纳米线、碳纳米管、分子结等纳米热电材料<sup>[2-4]</sup>. 近年来, 三端结构纳米热电效应和热电装置性能的研究, 在理论<sup>[5-24]</sup>与实验<sup>[23-28]</sup>方面引起了研究人员的极大兴趣, 成为纳米能量转换器件研究的热点.

例如 Cleuren 等<sup>[29]</sup>提出了一种利用光子直接进行制冷的光子驱动纳米制冷机. 这种装置没有运动部件, 也没有净电流, 制冷是“冷”电子取代“热”电子的结果. 然而, Amikam 等<sup>[30]</sup>认为 Cleuren 等人在处理量子点间的电子传输时, 忽略了量子点之

间的电子跃迁. Wang 等<sup>[31]</sup>研究了一种光子驱动四能级制冷机装置, 该装置由两个玻色库与一个四能级系统连接而成, 由光子驱动进行制冷. 基于前人的工作, 我们考虑了单量子点内不同能级间的电子跃迁, 提出了光子驱动量子点制冷机新模型, 分析了该光子驱动纳米制冷机的热力学性能, 并讨论了主要参数对制冷机的优化性能影响.

## 2 模型与理论分析

光子驱动量子点制冷机模型如图 1 所示. 制冷机由两个导体端, 一个光子库和两个量子点系统组成. 两个导体库的温度分别是  $T_L$ ,  $T_R$  与光子库的温度  $T_S$  之间的关系满足  $T_S > T_L > T_R$ , 且两个导体库的化学势相同  $\mu_l = \mu_r = \mu$ . 左边量子点只与左导体库耦合, 右边量子点只与右导体库耦合. 每个量子点都具有较低和较高的两个能级, 且两个量子点的高能级的能级差和低能级的能级差相同. 在这个模型中, 量子点之间的电子跃迁是由光子驱动的. 在高温光子的影响下, “冷”电子通过两个量子点的较

\* 国家自然科学基金(批准号: 11365015)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [hjzhou@ncu.edu.cn](mailto:hjzhou@ncu.edu.cn)

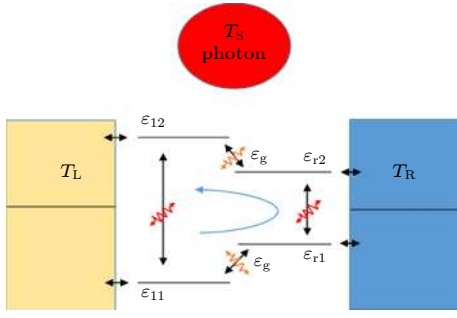


图 1 光子驱动量子点制冷机模型图

Fig. 1. A model of a quantum dot refrigerator driven by photon.

低能级从左导体库向右导体库传输,同时“热”电子通过两个量子点的较高能级向相反的方向传输.对右导体库来说,“冷”电子替换了“热”电子,对其起到制冷的效果.这里的“冷”、“热”电子分别代表着能级低于费米能级(或化学势) $\varepsilon_F = \mu$ ,和能级高于费米能级 $\varepsilon_F$ 的电子.同时,考虑单个量子点不同能级间电子跃迁是由声子驱动的.左量子点上电子从高能级向低能级跃迁放出热量给左库,同时右量子点上电子从低能级向高能级跃迁从右库吸收热量,同样对右库有制冷的效果.图中黑色双向箭头表示电子的隧穿,棕色波浪线表示由光子驱动引起的电子跃迁,红色波浪线表示由声子驱动引起的电子跃迁.

在弱耦合的情况下( $\Gamma \ll k_B T$ )电子的传输过程可以描述为序贯隧穿,系统量子态的占有几率随时间的变化可以由主方程表示,即 $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_i$ ( $i = 0, 11, 12, r1, r2$ ),其中

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{11} & k_{0\leftarrow 12} & k_{0\leftarrow 11} & k_{0\leftarrow r2} & k_{0\leftarrow r1} \\ k_{12\leftarrow 0} & \mathcal{M}_{22} & k_{12\leftarrow r1} & k_{12\leftarrow r2} & 0 \\ k_{11\leftarrow 0} & k_{11\leftarrow 12} & \mathcal{M}_{33} & 0 & k_{11\leftarrow r1} \\ k_{r2\leftarrow 0} & k_{r2\leftarrow 12} & 0 & \mathcal{M}_{44} & k_{r2\leftarrow r1} \\ k_{r1\leftarrow 0} & 0 & k_{r1\leftarrow 11} & k_{r1\leftarrow r2} & \mathcal{M}_{55} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{11} &= -k_{12\leftarrow 0} - k_{11\leftarrow 0} - k_{r2\leftarrow 0} - k_{r1\leftarrow 0}, \\ \mathcal{M}_{22} &= -k_{0\leftarrow 12} - k_{11\leftarrow 12} - k_{r2\leftarrow 12}, \\ \mathcal{M}_{33} &= -k_{0\leftarrow 11} - k_{12\leftarrow 11} - k_{r1\leftarrow 11}, \\ \mathcal{M}_{44} &= -k_{0\leftarrow r2} - k_{12\leftarrow r2} - k_{r1\leftarrow r2}, \\ \mathcal{M}_{55} &= -k_{0\leftarrow r1} - k_{11\leftarrow r1} - k_{r2\leftarrow r1}. \end{aligned} \quad (1)$$

$k_{i\leftarrow j}$  ( $i, j = 0, 11, 12, r1, r2$ )为从 $j$ 态到 $i$ 态的传输几率.根据费米黄金定则,传输几率分别为:

$$k_{12\leftarrow 0} = \Gamma_{12} f \left( \frac{\varepsilon_{12} - \mu}{T_L} \right),$$

$$k_{0\leftarrow 12} = \Gamma_{12} \left[ 1 - f \left( \frac{\varepsilon_{12} - \mu}{T_L} \right) \right], \quad (2)$$

$$k_{11\leftarrow 0} = \Gamma_{11} f \left( \frac{\varepsilon_{11} - \mu}{T_L} \right),$$

$$k_{0\leftarrow 11} = \Gamma_{11} \left[ 1 - f \left( \frac{\varepsilon_{11} - \mu}{T_L} \right) \right], \quad (3)$$

$$k_{r2\leftarrow 0} = \Gamma_{r2} f \left( \frac{\varepsilon_{r2} - \mu}{T_R} \right),$$

$$k_{0\leftarrow r2} = \Gamma_{r2} \left[ 1 - f \left( \frac{\varepsilon_{r2} - \mu}{T_R} \right) \right], \quad (4)$$

$$k_{r1\leftarrow 0} = \Gamma_{r1} f \left( \frac{\varepsilon_{r1} - \mu}{T_R} \right),$$

$$k_{0\leftarrow r1} = \Gamma_{r1} \left[ 1 - f \left( \frac{\varepsilon_{r1} - \mu}{T_R} \right) \right], \quad (5)$$

其中,比例常数 $\Gamma_i$  ( $i = 11, 12, r1, r2$ )是导体库和量子点间的耦合系数, $k_{i\leftarrow 0}$ 表示电子由左(右)导体库传输到左(右)量子点的几率,而 $k_{0\leftarrow j}$ 表示电子由左(右)量子点传输到左(右)导体库的几率.

$$k_{r1\leftarrow 11} = \Gamma_S n \left( \frac{\varepsilon_g}{T_S} \right),$$

$$k_{11\leftarrow r1} = \Gamma_S \left[ 1 + n \left( \frac{\varepsilon_g}{T_S} \right) \right], \quad (6)$$

$$k_{12\leftarrow r2} = \Gamma_S n \left( \frac{\varepsilon_g}{T_S} \right),$$

$$k_{r2\leftarrow 12} = \Gamma_S \left[ 1 + n \left( \frac{\varepsilon_g}{T_S} \right) \right], \quad (7)$$

$$k_{r2\leftarrow r1} = \Gamma_{nr} n \left( \frac{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}}{T_R} \right),$$

$$k_{r1\leftarrow r2} = \Gamma_{nr} \left[ 1 + n \left( \frac{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}}{T_R} \right) \right], \quad (8)$$

$$k_{12\leftarrow 11} = \Gamma_{nr} n \left( \frac{\varepsilon_{12} - \varepsilon_{11}}{T_L} \right),$$

$$k_{11\leftarrow 12} = \Gamma_{nr} \left[ 1 + n \left( \frac{\varepsilon_{12} - \varepsilon_{11}}{T_L} \right) \right], \quad (9)$$

其中, $\Gamma_S$ 是两个量子点之间的耦合系数,而 $\Gamma_{nr}$ 是单个量子点内电子在两个能级间的跃迁系数;(6)和(7)式表示的是电子在两个量子点之间的传输几率,而(8)和(9)式表示的是电子在单个量子点内两个能级之间的传输几率; $\varepsilon_g = \varepsilon_{12} - \varepsilon_{r2} = \varepsilon_{r1} - \varepsilon_{11}$ 为能级差.

在系统达到稳态时, 存在  $\dot{p}_0 = \dot{p}_{11} = \dot{p}_{12} = \dot{p}_{r1} = \dot{p}_{r2} = 0$ , 且占有数几率满足  $p_0 + p_{11} + p_{12} + p_{r1} + p_{r2} = 1$ , 结合主方程可以解出各个占有数几率的表达式. 从左导体库通过能级  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{12}$  流出的电子流  $J_{11}$ ,  $J_{12}$  为:

$$J_{11} = k_{11 \leftarrow 0} p_0 - k_{0 \leftarrow 11} p_{11}, \quad (10)$$

$$J_{12} = k_{12 \leftarrow 0} p_0 - k_{0 \leftarrow 12} p_{12}. \quad (11)$$

从能级  $\varepsilon_{r1}$ ,  $\varepsilon_{r2}$  流入右导体库的电子流  $J_{r1}$ ,  $J_{r2}$  为:

$$J_{r1} = k_{0 \leftarrow r1} p_{r1} - k_{r1 \leftarrow 0} p_0, \quad (12)$$

$$J_{r2} = k_{0 \leftarrow r2} p_{r2} - k_{r2 \leftarrow 0} p_0. \quad (13)$$

从左量子点低能级向右量子点低能级跃迁的电子流为

$$J_{S1} = k_{r1 \leftarrow 11} p_{11} - k_{11 \leftarrow r1} p_{r1}, \quad (14)$$

从右量子点高能级向左量子点高能级跃迁的电子流为

$$J_{S2} = k_{12 \leftarrow r2} p_{r2} - k_{r2 \leftarrow 12} p_{12}, \quad (15)$$

从左量子点内高能级向低能级跃迁的电子流为

$$J_{nr1} = k_{11 \leftarrow 12} p_{12} - k_{12 \leftarrow 11} p_{11}, \quad (16)$$

从右量子点内低能级向高能级跃迁的电子流为

$$J_{nr2} = k_{r2 \leftarrow r1} p_{r1} - k_{r1 \leftarrow r2} p_{r2}. \quad (17)$$

$J_1 = J_{11} + J_{12}$  表示从左导体库流出的净电子流,  $J_2 = J_{r1} + J_{r2}$  表示流入右导体库的净电子流, 系统遵守电子流守恒, 则  $J_1 = J_2$ . 电子流  $J_{S1} = J_{11} + J_{nr1}$  分为两部分, 一部分是来自左导体库的电子流, 另一部分是左量子点高能级向低能级跃迁的电子流. 同理电子流之间的关系为  $J_{S1} = J_{11} + J_{nr1} = J_{r1} + J_{nr2}$ ,  $J_{S2} = -J_{12} + J_{nr1} = -J_{r2} + J_{nr2}$ .

利用上述稳态时电子流的表达式, 可以获得电子在传输过程中引起的热量交换. 从左、右导体库流出的热流  $\dot{Q}_L$ ,  $\dot{Q}_R$  和从光子库吸收的热流  $\dot{Q}_S$  的具体表达式为:

$$\dot{Q}_L = (\varepsilon_{11} - \mu) J_{11} + (\varepsilon_{12} - \mu) J_{12} - (\varepsilon_{12} - \varepsilon_{11}) J_{nr1}, \quad (18)$$

$$\dot{Q}_R = -(\varepsilon_{r1} - \mu) J_{r1} - (\varepsilon_{r2} - \mu) J_{r2} + (\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}) J_{nr2}, \quad (19)$$

$$\dot{Q}_S = \varepsilon_g (J_{S1} + J_{S2}). \quad (20)$$

该制冷机可以理解为: 从光子库吸收能量  $\dot{Q}_S$ , 促使右导体库放出热量  $\dot{Q}_R$ , 释放热量  $-\dot{Q}_L$  给左导体库. 其制冷系数定义为

$$\eta = \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}_S} = \frac{\varepsilon_{r2} J_{S2} - \varepsilon_{r1} J_{S1} + \mu (J_{S1} - J_{S2})}{\varepsilon_g (J_{S1} + J_{S2})}, \quad (21)$$

$\dot{Q}_R$  为制冷率. 一般地, 制冷率和制冷系数是耦合系数 ( $\Gamma_{11}$ ,  $\Gamma_{12}$ ,  $\Gamma_{r1}$ ,  $\Gamma_{r2}$ ,  $\Gamma_S$ )、跃迁系数  $\Gamma_{nr}$ 、能级 ( $\varepsilon_g$ ,  $\varepsilon_{r1}$ ,  $\varepsilon_{r2}$ ) 化学势  $\mu$  和温度 ( $T_L$ ,  $T_R$ ,  $T_S$ ) 的函数. 我们首先使用一般的热力学理论来分析其性能. 熵产生率的表达式为

$$\dot{S} = -\frac{\dot{Q}_L}{T_L} - \frac{\dot{Q}_R}{T_R} - \frac{\dot{Q}_S}{T_S} \geq 0, \quad (22)$$

对于模型中任何参数的选择, 都要保证  $\dot{S}$  不小于零. 结合能量守恒定律  $\dot{Q}_L + \dot{Q}_R + \dot{Q}_S = 0$ , 熵产生率可以写成

$$\dot{S} = \dot{Q}_R F_R + \dot{Q}_S F_S, \quad (23)$$

热力学力为  $F_R = 1/T_L - 1/T_R$ ,  $F_S = 1/T_L - 1/T_S$ , 且其范围满足  $F_R \leq 0$ ,  $F_S > 0$ . 利用 (21) 和 (22) 式可以得到制冷系数的表达式为

$$\eta = \left( 1 - \frac{T_L}{T_S} - \frac{T_L \dot{S}}{\dot{Q}_S} \right) \left( \frac{T_R}{T_L - T_R} \right), \quad (24)$$

可以理解为: 式中第一部分是热机在温度为  $T_L$  和  $T_S$  的热源之间工作时, 热机的卡诺效率被熵产生率相关因子降低, 这个因子是对所涉及过程的不可逆性的衡量; 第二部分是工作在温度为  $T_L$  和  $T_R$  的热源之间的制冷机在可逆工作状态下的制冷系数. 当熵产生率为零  $\dot{S} = 0$ , 制冷机达到可逆工作状态, 其制冷系数为可逆值  $\eta_r = \left( 1 - \frac{T_L}{T_S} \right) \left( \frac{T_R}{T_L - T_R} \right)$ .

当两个热力学力  $F_R$ ,  $F_S$  同时为零时, 熵产生率为零  $\dot{S} = 0$ , 制冷机达到可逆状态, 但这个条件意味着系统达到完全平衡  $T_L = T_R = T_S$ , 失去了物理意义. 另外, 通过对参数进行适当的调整, 使得制冷机内各个热流之间互成比例关系, 也就是紧耦合条件<sup>[32-34]</sup>. 经分析可得以下两种情况, 使制冷机处于紧耦合条件下:

1) 当化学势满足  $\mu = (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})/2$  时, 根据各个电子流之间的关系, (18)–(20) 式可以化简为

$$\dot{Q}_L = -(\varepsilon_{r2} + \varepsilon_g - \mu)(J_{S1} + J_{S2}), \quad (25)$$

$$\dot{Q}_R = (\varepsilon_{r2} - \mu)(J_{S1} + J_{S2}), \quad (26)$$

$$\dot{Q}_S = \varepsilon_g (J_{S1} + J_{S2}), \quad (27)$$

其中制冷率  $\dot{Q}_R$  与输入热流  $\dot{Q}_S$  成比例关系;

2) 调节参数使得  $J_1 = J_2 = 0$ , 此时其他电子流之间还存在  $J_{nr1} = J_{nr2}$ ,  $J_{S1} = J_{S2}$  的关系, 因此  $\dot{Q}_R$  与  $\dot{Q}_S$  同样成比例关系.

在这两个条件下制冷系数都为

$$\eta = \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}_S} = \frac{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}}{2\varepsilon_g}, \quad (28)$$

只与能级 ( $\varepsilon_g, \varepsilon_{r1}, \varepsilon_{r2}$ ) 有关. 熵产生率可以表达为  $\dot{S} = \dot{Q}_S(\eta F_R + F_S)$ , 当  $\eta F_R + F_S = 0$  时, 熵产生率达到  $\dot{S} = 0$ . 因此, 只要模型参数满足关系:  $\frac{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}}{2} \left( \frac{T_R}{T_L - T_R} \right) = \varepsilon_g \left( 1 - \frac{T_L}{T_S} \right)$ , 制冷机工作在可逆状态. 而紧耦合条件下模型参数的取值范围为

$$0 \leq \frac{\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}}{2\varepsilon_g} \leq \left( 1 - \frac{T_L}{T_S} \right) \left( \frac{T_R}{T_L - T_R} \right). \quad (29)$$

### 3 性能特征分析

利用 (26) 和 (28) 式, 通过数值模拟, 可以分析制冷机的性能特征. 图 2 和图 3 分别是紧耦合条件下在不同光子库温度  $T_S$  和不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下, 改变能级  $\varepsilon_{r2}$  得到的制冷率和制冷系数之间的关系特征曲线图. 做图中, 紧耦合条件利用的是  $\mu = (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})/2$  的情况. 为方便起见, 我们取  $\mu/k_B = 0$  K, 则  $\varepsilon_{r1} = -\varepsilon_{r2}$ . 其他参数的选取为  $\varepsilon_g/k_B = 2$  K,  $\Gamma_{l1} = \Gamma_{l2} = \Gamma_{r1} = \Gamma_{r2} = \Gamma_S = \Gamma, T_L = 8$  K,  $T_R = 4$  K. 能级  $\varepsilon_{r2}$  的取值范围可以利用条件  $\dot{Q}_R = 0$  来确定. 从图形来看, 特征曲线是类似抛物线的开型曲线, 制冷机的性能系数可以达到可逆值  $\eta_r$ . 温度  $T_S$  增大时, 最大制冷率和最大制冷系数也增大; 增大跃迁系数  $\Gamma_{nr}$ , 最大制冷率也增大. 一般地, 利用 (19) 和 (21) 式, 可以做出不同光子库温度  $T_S$  和不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下制冷率与制冷系数的特征曲线, 即图 4 和 5. 同样改变能级  $\varepsilon_{r2}$  的值, 且利用制冷率

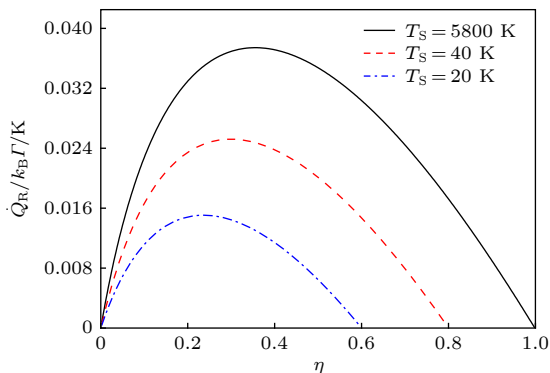


图 2 紧耦合条件下制冷率与制冷系数在不同温度  $T_S$  下的关系

Fig. 2. The relation curves of the cooling rate and the coefficient of performance at different temperature  $T_S$  under the condition of tight coupling.

为零的条件确定它的范围, 化学势取  $\mu/k_B = 0$  K, 能级  $\varepsilon_{r1}/k_B = -1$  K, 其他参数不变. 从图形可以看

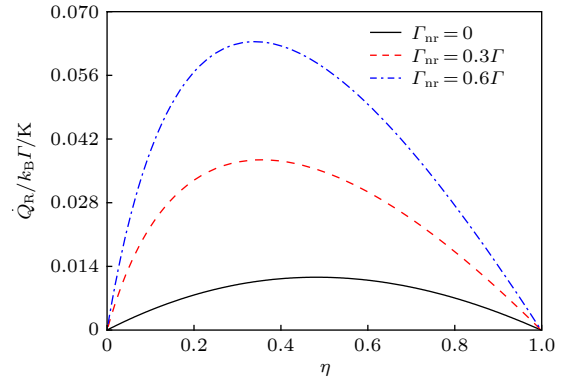


图 3 紧耦合条件下制冷率与制冷系数在不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下的关系

Fig. 3. The relation curves of the cooling rate and the coefficient of performance at different transition coefficient  $\Gamma_{nr}$  under the condition of tight coupling.

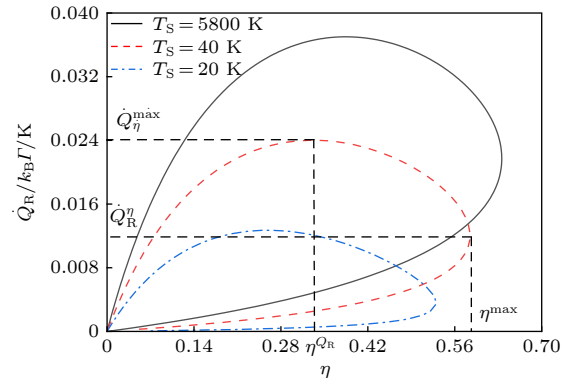


图 4 一般情况下制冷率与制冷系数在不同温度  $T_S$  下的关系

Fig. 4. The relation curves of the cooling rate and the coefficient of performance at different temperature  $T_S$  in the general case.

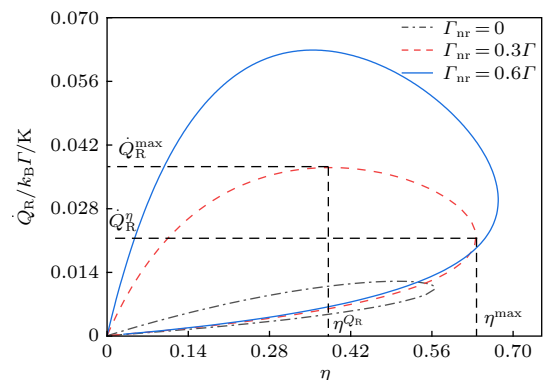


图 5 一般情况下制冷率与制冷系数在不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下的关系

Fig. 5. The relation curves of the cooling rate and the coefficient of performance at different transition coefficient  $\Gamma_{nr}$  in the general case.

到, 特征曲线是封闭的闭合曲线, 起点和终点都在原点上, 制冷机不能达到可逆工作状态. 跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  越小, 最大制冷率下的制冷系数  $\eta^{Q_R}$  与最大制冷系数  $\eta^{\max}$  的值越接近, 即可以在得到最大制冷率的同时得到较大的制冷系数. 最大制冷率  $\dot{Q}_R^{\max}$  下的制冷系数  $\eta^{Q_R}$ , 和最大制冷系数  $\eta^{\max}$  下的制冷率  $\dot{Q}_R^{\eta}$  都可以通过数值模拟的方法计算. 作为制冷机应该尽可能获得较大的制冷率和制冷系数, 因此, 制冷机的优化范围为:

$$\dot{Q}_R^{\eta} \leq \dot{Q}_R \leq \dot{Q}_R^{\max}, \quad (30)$$

$$\eta^{Q_R} \leq \eta \leq \eta^{\max}, \quad (31)$$

这四个性能优化参数  $\dot{Q}_R^{\max}$ ,  $\eta^{Q_R}$ ,  $\eta^{\max}$ ,  $\dot{Q}_R^{\eta}$  为制冷机的重要参数决定了制冷机性能的上下界限.

#### 4 优化性能分析

利用 (19)—(21) 式和极值条件

$$\frac{\partial \dot{Q}_R}{\partial \varepsilon_{r1}} = 0, \quad \frac{\partial \dot{Q}_R}{\partial \varepsilon_{r2}} = 0, \quad (32)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{r1}} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon_{r2}} = 0, \quad (33)$$

可以得到这四个性能优化参数  $\dot{Q}_R^{\max}$ ,  $\eta^{Q_R}$ ,  $\eta^{\max}$ ,  $\dot{Q}_R^{\eta}$  的数值解. 进而在紧耦合和一般情况下讨论了光子库温度、跃迁系数、温比  $\tau = T_R/T_L$  对四个优化性能参数的影响.

图 6 和图 7 为紧耦合条件下优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$ ,  $\eta^{Q_R}$  随着温比变化的曲线图, 温度  $T_L$  的变化范围在  $T_R < T_L < T_S$  时, 制冷机才能有制冷作用, 因此图 6 中温度  $T_S$  不同时, 曲线起点不同. 在做图过程中令化学势  $\mu/k_B = 0$  K,  $\varepsilon_{r1} = -\varepsilon_{r2}$ , 其他参数的选取为  $\varepsilon_g/k_B = 2$  K,  $\Gamma_{l1} = \Gamma_{l2} = \Gamma_{r1} = \Gamma_{r2} = \Gamma_S = \Gamma$ ,  $T_R = 4$  K. 图 6 中最大制冷率  $\dot{Q}_R^{\max}$  和对应的制冷系数  $\eta^{Q_R}$  都随着温比的增大而增大. 图 7 中, 随跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  的增加, 最大制冷率  $\dot{Q}_R^{\max}$  增加, 但对应的制冷系数  $\eta^{Q_R}$  减少. 因此为了达到提高制冷率的目的, 应尽可能提高跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  和温度  $T_S$ .

图 8—图 10 为一般情况下四个优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$ ,  $\eta^{Q_R}$ ,  $\eta^{\max}$ ,  $\dot{Q}_R^{\eta}$  随着温比变化的曲线图, 在做图过程中令化学势  $\mu/k_B = 0$  K, 其他参数的选取为  $\varepsilon_g/k_B = 2$  K,  $\Gamma_{l1} = \Gamma_{l2} = \Gamma_{r1} = \Gamma_{r2} = \Gamma_S = \Gamma$ ,  $T_R = 4$  K. 图 8 和图 9 中最大制冷率  $\dot{Q}_R^{\max}$  和对应的制冷

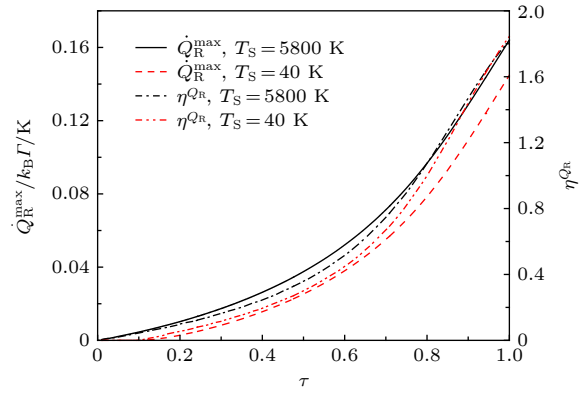


图 6 在不同温度  $T_S$  下, 两个优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$  和  $\eta^{Q_R}$  随温比的变化

Fig. 6. The curves of two optimal performance parameters  $\dot{Q}_R^{\max}$  and  $\eta^{Q_R}$  changing with the temperature ratio at different temperature  $T_S$ .

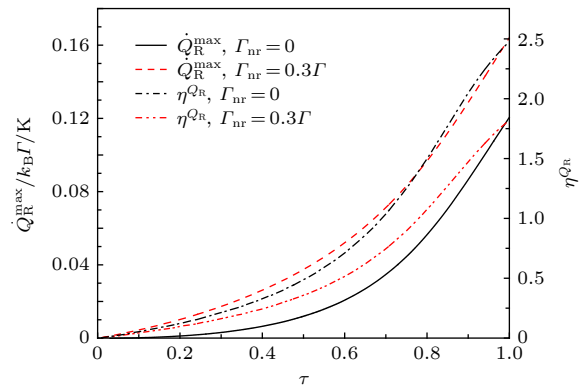


图 7 在不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下, 两个优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$  和  $\eta^{Q_R}$  随着温比的变化

Fig. 7. The curves of two optimal performance parameters  $\dot{Q}_R^{\max}$  and  $\eta^{Q_R}$  changing with the temperature ratio at different transition coefficient  $\Gamma_{nr}$ .

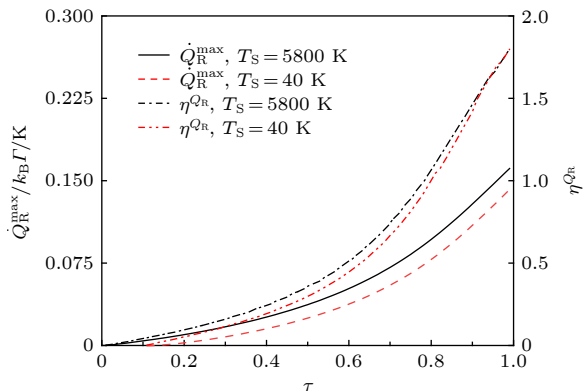


图 8 在不同温度  $T_S$  下, 两个优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$  和  $\eta^{Q_R}$  随温比的变化

Fig. 8. The curves of two optimal performance parameters  $\dot{Q}_R^{\max}$  and  $\eta^{Q_R}$  changing with the temperature ratio at different temperature  $T_S$ .

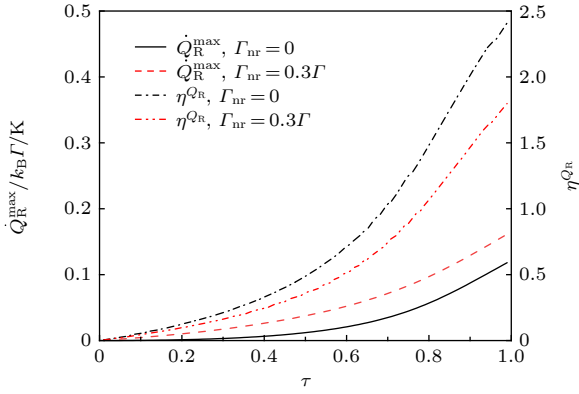


图9 在不同跃迁系数  $\Gamma_{nr}$  下, 两个优化性能参数  $\dot{Q}_R^{\max}$  和  $\eta^{Q_R}$  随着温比的变化

Fig. 9. The curves of two optimal performance parameters  $\dot{Q}_R^{\max}$  and  $\eta^{Q_R}$  changing with the temperature ratio at different transition coefficient  $\Gamma_{nr}$ .

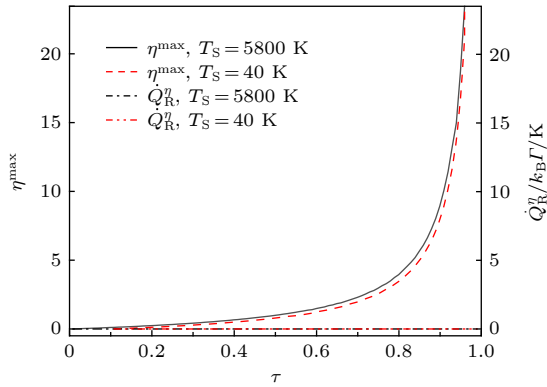


图10 在不同温度  $T_S$  下, 两个优化性能参数  $\eta^{\max}$  和  $\dot{Q}_R^\eta$  随温比的变化

Fig. 10. The curves of two optimal performance parameters  $\eta^{\max}$  and  $\dot{Q}_R^\eta$  changing with the temperature ratio at different temperature  $T_S$ .

系数  $\eta^{Q_R}$  都随着温比的增加而增加, 图10中最大制冷系数随着温比的增大而增大, 而对应的制冷率趋于0. 要使得制冷机获得最大制冷率或者最大制冷系数应使左右两导体库的温度相近, 并提高光子库的温度和跃迁系数  $\Gamma_{nr}$ .

## 5 结论

本文主要研究结果如下:

1) 通过分析, 达到紧耦合的情况有两种, 一是使化学势  $\mu$  与能级  $\varepsilon_{r2}$ ,  $\varepsilon_{r1}$  满足  $\mu = (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})/2$ , 但其净电子流不为零; 二是使净电子流  $J_{l1} + J_{l2}$  为零;

2) 在紧耦合条件下, 制冷率和制冷系数之间的性能特征图为开型, 制冷机可以达到可逆状态;

最大制冷率和对应的制冷系数都随光子库温度的增大而增大; 最大制冷率随跃迁系数的增大而增大, 而对应的制冷系数随跃迁系数的增大而减小; 因此合理选择光子库温度、跃迁系数和温比可以提高制冷机的性能;

3) 在一般情况下, 制冷率和制冷系数之间的性能特征图为闭型, 制冷机不能达到可逆状态; 优化性能参数有类似于紧耦合条件下的结论.

## 参考文献

- [1] Giazotto F, Heikkilä T T, Luukanen A, Savin A M, Pekola J P 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 217
- [2] Koumoto K, Mori T 2013 *Thermoelectric Nanomaterials: Materials Design and Applications* (Vol. 182) (Berlin: Springer Press) pp255 – 285
- [3] Maciá E 2015 *Thermoelectric Materials: Advances and Applications* (Jenny: Stanford Publishing)
- [4] Pichanusakorn P, Bandaru P 2010 *Mater. Sci. Eng. R* **67** 19
- [5] Benenti G, Casati G, Saito K, Whitney R S 2017 *Phys. Reports* **694** 1
- [6] Sothmann B, Sánchez R, Jordan A N 2014 *Nanotechnology* **26** 032001
- [7] Sánchez R, Büttiker M 2011 *Phys. Rev. B* **83** 085428
- [8] Dare A M, Lombardo P 2017 *Phys. Rev. B* **96** 115414
- [9] Zhang Y C, Gin G X, Chen J C 2015 *Phys. Rev. E* **91** 052118
- [10] Sothmann B, Sánchez R, Jordan A N, Büttiker M 2012 *Phys. Rev. B* **85** 205301
- [11] Zhang Y C, Zhang X, Ye Z L, Gin G X, Chen J C 2017 *Appl. Phys. Lett.* **110** 153501
- [12] Jordan A N, Sothmann B, Sánchez R, Büttiker M 2013 *Phys. Rev. B* **87** 075312
- [13] Prance J R, Smith C G, Griffiths J P, Chorley S J, Anderson D, Jones G A C, Farrer I, Ritchie D A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 146602
- [14] Sothmann B, Sánchez R, Jordan A N, Büttiker M 2013 *N. J. Phys.* **15** 095021
- [15] Choi Y J, Jordan A N 2015 *Physica E* **74** 465
- [16] Su S H, Zhang Y C, Chen J C, Shih T M 2016 *Sci. Rep.* **6** 21425
- [17] Wohlman O E, Imry Y, Aharony A 2015 *Phys. Rev. B* **91** 054302
- [18] Szukiewicz B, Eckern U, Wysokinski K I 2016 *New J. Phys.* **18** 023050
- [19] Whitney R S, Sánchez R, Haupt F, Splettstoesser J 2016 *Physica E* **75** 257
- [20] Lim J S, Sanchez D, Lopez R 2018 *New J. Phys.* **20** 023038
- [21] Walldorf N, Jauho A P, Kaasbjerg K 2017 *Phys. Rev. B* **96** 115415
- [22] Jiang J H, Entin-Wohlman O, Imry Y 2013 *New J. Phys.* **15** 075021
- [23] Su H, Shi Z C, He J Z 2015 *Chin. Phys. Lett.* **32** 100501
- [24] Lin Z B, Li W, Fu J, Yang Y Y, He J Z 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 060501
- [25] Josefsson M, Svilans A, Burke A M, Hoffmann E A, Fahlvik S, Thelander C, Leijnse M, Linke H 2018 *Nature Nanotechnol.* **13** 920
- [26] Thierschmann H, Sanchez R, Sothmann B, Arnold F, Heyn

- C, Hansen W, Buhmann H, Molenkamp L W 2015 *Nature Nanotechnol.* **10** 854
- [27] Roche B, Roulleau P, Ulien T J, Jompol Y, Farrer I, Ritchie D A, Glattli D C 2015 *Nature Commun.* **6** 6738
- [28] Hartmann F, Pfeffer P, Hofling S, Kamp M, Worschech L 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 146805
- [29] Cleuren B, Rutten B, van den Broeck C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 120603
- [30] Levy A, Alicki R, Kosloff R 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 248901
- [31] Wang J H, Lai Y M, Ye Z L, He J Z, Ma Y L, Liao Q H 2015 *Phys. Rev. E* **91** 050102
- [32] van den Broeck C 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 190602
- [33] Yuan Y, Wang R, He J Z, Ma Y L, Wang J H 2014 *Phys. Rev. E* **90** 052151
- [34] Sheng S Q, Tu Z C 2014 *Phys. Rev. E* **89** 012129

## Quantum dot refrigerator driven by photon\*

Li Wei    Fu Jing    Yang Yun-Yun    He Ji-Zhou<sup>†</sup>

(Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

( Received 16 July 2019; revised manuscript received 29 August 2019 )

### Abstract

A model of quantum dot refrigerator driven by photon, which consists of two two-level quantum dots, a photon reservoir and two leads, is proposed in this paper. Comparing with previous studies, we consider the transitions of electrons between different energy levels in a single quantum dot, which is more practical. Based on the theory of master equation and the assumption of weak coupling, we derive the expression of the cooling rate and the coefficient of performance of the refrigerator and obtain the condition of the tight coupling of the refrigerator operation. Next, we plot numerically the performance characteristic curves between the cooling rate and the coefficient of performance in the case of the tight coupling and in the general case. We find that the curves between the cooling rate and the coefficient of performance are opened loops for tight coupling, but they are closed loops in the general case. And we gain the conclusions that the refrigerator can be reversible under the condition of the tight coupling, while it can be irreversible in the general case. Then the optimally operating range of the refrigerator is determined. Finally, the effect of the temperature of the photon reservoir, transition coefficient, and temperature ratio on the performance of refrigerator under the conditions of the maximum cooling rate are studied, and also the coefficient of performance under the maximum cooling rate, the maximum coefficient of performance and the cooling rate under the maximum coefficient of performance are analyzed in detail.

**Keywords:** irreversible thermodynamics, quantum dot, thermoelectric refrigerator, performance optimization

**PACS:** 05.70.Ln, 73.50.Lw, 73.63.Kv, 85.80.Fi

**DOI:** 10.7498/aps.68.20191091

\* Supported by the National Natural Science Foundations of China (Grant No. 11365015).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [hjzhou@ncu.edu.cn](mailto:hjzhou@ncu.edu.cn)