

## 权重函数对关联方程估计超声速混合层波前方差精度的影响

谢文科 刘俊圣 费家乐 周全 夏辉 陈欣 张盼 彭一鸣 于涛

Influence of weighting function on accuracy of supersonic mixing layer wave-front variance estimation with linking equation

Xie Wen-Ke Liu Jun-Sheng Fei Jia-Le Zhou Quan Xia Hui Chen Xin Zhang Pan Peng Yi-Ming Yu Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 094202 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182269

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182269>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

跨流域高超声速绕流环境Boltzmann模型方程统一算法研究

Gas-kinetic unified algorithm for hypersonic aerothermodynamics covering various flow regimes solving Boltzmann model equation  
物理学报. 2015, 64(22): 224703 <https://doi.org/10.7498/aps.64.224703>

不同光线入射角度下超声速湍流边界层气动光学效应的实验研究

Experimental investigation on aero-optics of supersonic turbulent boundary layers at different light incident angles  
物理学报. 2017, 66(24): 244201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.244201>

激光聚焦扰动作用下高超声速边界层稳定性实验研究

Influence of laser-generated perturbations on hypersonic boundary-layer stability  
物理学报. 2018, 67(21): 214701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181192>

基于背景纹影波前传感技术的气动光学波前重构与校正

Reconstruction and calibration on aero-optical wavefront aberration based on Background oriented schlieren based wavefront sensing  
物理学报. 2015, 64(8): 084201 <https://doi.org/10.7498/aps.64.084201>

超声速湍流边界层密度场特性

Experimental study on the density characteristics of a supersonic turbulent boundary layer  
物理学报. 2017, 66(2): 024701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.024701>

基于三角波瓣混合器的超声速流场精细结构和掺混特性

Fine flow structure and mixing characteristic in supersonic flow induced by a lobed mixer  
物理学报. 2017, 66(10): 104702 <https://doi.org/10.7498/aps.66.104702>

# 权重函数对关联方程估计超声速混合层波前方差精度的影响\*

谢文科<sup>1)</sup> 刘俊圣<sup>1)</sup> 费家乐<sup>1)</sup> 周全<sup>2)</sup> 夏辉<sup>1)†</sup>  
陈欣<sup>1)</sup> 张盼<sup>1)</sup> 彭一鸣<sup>1)</sup> 于涛<sup>1)</sup>

1) (中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

2) (国防科技大学前沿交叉学科学院, 长沙 410073)

(2018年12月25日收到; 2019年1月31日收到修改稿)

气动光学的研究中, 关联方程(linking equation)是关联湍流力学量与光学量的一个重要的方程。但是, 基于模型简化的关联方程在亚声速低速流场的应用中通常忽略权重函数对波前方差估计精度的影响。本文在纳米粒子示踪平面激光散射技术获得超声速混合层流场密度数据的基础上, 应用关联方程计算超声速混合层的流向波前方差, 并进行误差分析。结果表明: 基于关联方程估计的流向波前方差与直接对密度场的积分计算结果具有较好的一致性; 在适当地定义相干长度、密度脉动协方差高斯模型近似的基础上, 分析了权重函数对关联方程计算精度的影响, 指出了权重函数对关联方程在超声速流场密度高度相关区域中应用的必要性。研究的开展对于拓展关联方程在高速流场中的应用具有一定指导意义。

**关键词:** 气动光学, 关联方程, 权重函数, 波前方差

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Bz, 47.27.-i, 47.27.wj

**DOI:** 10.7498/aps.68.20182269

## 1 引言

气动光学是研究光波与窗口附近、非均匀薄层湍流流场相互作用的学科。由于湍流的随机性, 常用出射光束波前的平均值、方差、相关函数和相干长度等统计量来表征气动光学效应<sup>[1,2]</sup>。由于波前方差可用来对上述其他统计量进行建模, 同时波前方差值还可以用来计算光学传递函数、斯特尔比等, 因此波前方差是气动光学统计建模首先要测量的量之一<sup>[3]</sup>。早期的波前方差测量方法有直接光学测量和间接流体测量两种, 前者包含阴影法、纹影法、光学干涉法和哈特曼波前测量等。显然, 直接光学测量方法存在测试环境要求高、成本高等劣势;

后者是指 Sutton<sup>[4]</sup> 于 1985 年提出的基于关联方程的间接测量方法, 间接方法大大降低了测量环境要求和成本, 因而在气动光学研究历史上具有重要意义。

Hugo 和 Jumper<sup>[5]</sup> 研究了关联方程在喷管出口流速为 7 m/s 的二维热射流流场中的适用性, 指出了流场特征长度的合理定义对用关联方程计算精度的影响。Tromuer 等<sup>[6]</sup> 基于大涡模拟的流场数据, 讨论了在马赫数为 0.9 的边界层流场应用关联方程计算波前方差的适用性。Fitzgerald 等<sup>[7]</sup> 发展了基于低速流气动光学波前方差实验数据外推到高速流波前方差的工程模型。Yin 等<sup>[8]</sup> 基于关联方程对亚音速机载气动光学效应进行了研究。由于实验技术的限制, 基于超声速流场和高超声速流场

\* 装备预研领域基金(批准号: 6140415020311)和高能激光技术湖南省重点实验室开放基金(批准号: GNJGJS04)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: [xhui73@csu.edu.cn](mailto:xhui73@csu.edu.cn)

气动光学效应的研究较少<sup>[9]</sup>. 因此, 开展关联方程在高速复杂流场中应用的适应性研究和误差分析工作具有现实理论和工程意义.

本文基于纳米粒子示踪平面激光散射 (nanoparticle-based planar laser scattering, NPLS) 技术实验测量了超声速混合层密度场分布, 计算、对比了基于关联方程与直接对密度场积分的方法估计波前相位方差和误差. 研究结果表明, 基于关联方程的波前方差估计对于超声速混合层流场同样适用, 估计误差主要来源于在使用简化了的关联方程计算时, 是否考虑了权重函数的影响.

## 2 理论基础

由于气动光学流场的折射率脉动是微小量 ( $10^{-6}$ ), 且流场特征长度远大于传输光波长<sup>[10,11]</sup>, 因此光束在流场中的传输可认为满足傍轴近似条件, 进而可认为光线在流场中的传输轨迹近似为直线并忽略流场对振幅的衰减, 只需考虑非均匀流场对相位的畸变效应<sup>[12–14]</sup>. 因此, 光束沿  $y$  方向传输通过折射率分布为  $n(t, x, y)$ 、厚度为  $L$  的流场后的光程 (optical path length, OPL) 为

$$OPL(t, x) = \int_0^L n(t, x, y) dy. \quad (1)$$

光束孔径范围内任意  $x$  处光程差 (optical path difference, OPD) 的方差为

$$\sigma_{OPD}^2(\Delta L)_{xz} = E[(OPL(t, x, y) - E(OPL(t, x, y))]^2, \quad (2)$$

其中  $E(OPL(t, x, y))$  代表时间平均,  $\sigma$  为方差. 对于理想气体, 折射率  $n$  可通过 Gladstone-Dale 常数  $K_{GD}$  与密度脉动量  $\rho'$  关联,

$$n = 1 + K_{GD}\rho'. \quad (3)$$

相位与光程差之间满足关系式

$$\varphi = k \cdot OPD, \quad (4)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$ , 为波数;  $\varphi$  是相位. 由 (1)–(4) 式可得到任意  $x$  处的波前方差为

$$\sigma_\varphi^2(\Delta L)_{xz} = \beta^2 E \left\{ \left[ \int_0^L \rho'(y) dy \right]^2 \right\}_{xz}, \quad (5)$$

其中  $\beta = k \cdot K_{GD}$ . 进一步, 由 (5) 式有

$$\begin{aligned} & E \left[ \left( \int_0^L \rho'(y) dy \right)^2 \right] \\ &= E \left[ \int_0^L \rho'(y_1) dy_1 \int_0^L \rho'(y_2) dy_2 \right] \\ &= E \left[ \int_0^L \int_0^L \rho'(y_1) \rho'(y_2) dy_1 dy_2 \right] \\ &= \int_0^L \int_0^L E[\rho'(y_1) \rho'(y_2)] dy_1 dy_2. \end{aligned} \quad (6)$$

统计理论中, 协方差函数的标准定义为

$$COV_{\rho'}(y_1, y_2) = E[(\rho(y_1) - \bar{\rho}(y_1))(\rho(y_2) - \bar{\rho}(y_2))]. \quad (7)$$

由 (5) 和 (6) 式可以得到广义的关联方程 (linking equation)

$$\sigma_\varphi^2(L) = \beta^2 \int_0^L \int_0^L cov_{\rho'}(y_1, y_2) dy_1 dy_2. \quad (8)$$

上述推导过程用到密度脉动均值为零的假设. 由 (7) 式可见, 协方差函数的计算需要遍历测量光路上所有点的密度脉动量, 因此基于 (8) 式所示的广义关联方程进行相位方差估计是一个特别耗时的过程, 进而影响其实用性. 为此, 在实际应用中, 通常需要进一步对湍流做必要近似以简化协方差函数的测量. 一种通常的做法是, 对湍流做均匀、各向同性的近似假设. 基于湍流均匀、各向同性假设理论, (8) 式中的协方差函数可以拟合为指数函数形式或高斯函数形式

$$cov_{\rho'}(y_1, y_2) = \sigma_{\rho'}^2 \exp \left\{ - \left[ \left( \frac{y_2 - y_1}{l_\rho} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (9)$$

或

$$cov_{\rho'}(y_1, y_2) = \sigma_{\rho'}^2 \exp \left\{ - \left[ \left( \frac{y_2 - y_1}{l_\rho} \right)^2 \right] \right\}, \quad (10)$$

其中  $\sigma_{\rho'}^2$  为密度脉动方差,  $l_\rho$  是湍流密度脉动特征长度. 相应地, 关联方程 (8) 可以分别写成指数型

$$\sigma_\varphi^2(L) = 2\beta^2 \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_\rho(y) dy \quad (11)$$

或高斯型

$$\sigma_\varphi^2(L) = \sqrt{\pi} \beta^2 \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_\rho(y) dy. \quad (12)$$

(11) 和 (12) 式显示, 只需要测量光路上稀疏点处的  $\sigma_{\rho'}^2$  值、合理定义相干长度即可计算相位方差值.

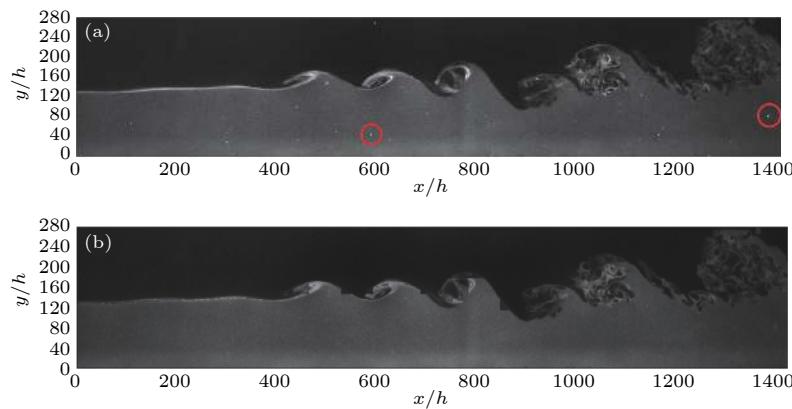


图 1 混合层流场图像 (a) 原始图像; (b) 噪声和背景光预处理后图像

Fig. 1. Image of mixing layer: (a) Original image; (b) image after pre-processing.

这里体现了均匀假设条件下光路方向  $\sigma_{\rho'}^2$  的分层思想。本文采用的相干长度定义为

$$A(y_2) = \frac{1}{e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{cov}_{\rho'}(y_1, y_2)}{\rho'_1 \rho'_2} dy_1. \quad (13)$$

在此基础上, Havener 等<sup>[3]</sup>进一步推导了包含权重函数的指型关联方程

$$\sigma_{\varphi}^2(L) = 2\beta^2 \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_{\rho}(y) W(y) dy \quad (14)$$

或高斯型

$$\sigma_{\varphi}^2(L) = \sqrt{\pi} \beta^2 \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_{\rho}(y) W(y) dy, \quad (15)$$

其中, (14) 和 (15) 式中的权重函数可以分别表示为

$$W(y) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{2y}{l_{\rho}}\right) & (0 \leq y \leq L/2), \\ 1 - \exp\left(-\frac{2(L-y)}{l_{\rho}}\right) & (L/2 \leq y \leq L) \end{cases} \quad (16)$$

或

$$W(y) = \begin{cases} \text{Erf}\left(\frac{2y}{l_{\rho}}\right) & (0 \leq y \leq L/2), \\ \text{Erf}\left(\frac{2(L-y)}{l_{\rho}}\right) & (L/2 \leq y \leq L). \end{cases} \quad (17)$$

### 3 实验与结果

#### 3.1 超声速混合层流场

本文基于 NPLS 技术获得高分辨率超声速混合层二维密度场分布。Yi 等<sup>[15]</sup>对 NPLS 和实验流场装置已有详细的论述, 这里不再赘述。

实验测量的超声速混合层流场的对流马赫数为 0.5, 其中两股来流的马赫数分别为 3.509 和

1.400, 对应的来流速度分别是 654.7 和 421.1 m/s, 属于中等可压缩流场。NPLS 图像的像素尺寸为  $1431 \times 281$ , 单像素分辨率为  $h = 0.16$  mm, 入射光波长  $\lambda = 1064$  nm, 对应的  $K_{GD} = 2.195 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/kg, 跨帧间隔为 15  $\mu$ s, 样本总数为 50 帧。流向为  $x$  正向, 光线传播方向为  $y$  正向。

NPLS 技术拍摄的某时刻超声速混合层密度场图像如图 1(a) 所示。图 1(b) 则是对图 1(a) 进行去噪、对照明光源固有的空间不均匀性进行校正后得到的流场密度分布图<sup>[16,17]</sup>。对比发现, 经过上述过程处理后, 如图 1(a) 圆圈内所示的大粒子噪声得以去除, 照明光源的空间不均匀性也得到了较好的校正。

#### 3.2 超声速混合层流场波前相位方差结果

基于上述参数, 分别采用 (8), (11) 和 (12) 式计算流向波前相位方差分布, 如图 2 所示。

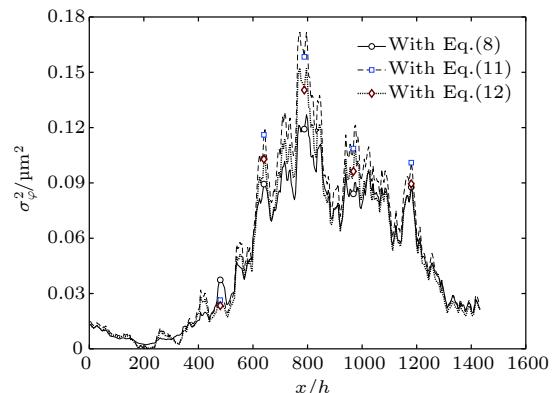


图 2 广义关联方程、指型和高斯型关联方程计算的波前方差

Fig. 2. Wave-front variance calculated by generalized linking equation, exponential linking equation and Gaussian linking equation.

从图 2 可见, 密度脉动协方差函数基于指数模型和高斯模型近似后的关联方程与广义关联方程计算的流向波前相位方差分布具有较好的一致性, 且高斯模型近似的结果优于指数模型结果. 因此, 后续的计算及误差分析均只针对高斯模型近似下的关联方程进行. 需要说明的是, 基于 (8) 式的广义关联方程与基于 (5) 式的直接积分计算曲线完全重合, 因此 (5) 式的计算曲线未在图 2 中给出.

## 4 结果分析

如图 2 所示, 曲线在  $x/h = 800$  附近区域波前方差估计误差较大. 根据本文第 2 节的理论推导过程, 这里主要考虑流场的权重函数对估计误差的影响. 为此, 定义波前方差估计误差表达式

$$\text{Error}(x) = \beta^2 \sqrt{\left( \sqrt{\pi} \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_{\rho}(y) dy - \int_0^L \int_0^L \text{cov}_{\rho'}(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \right)^2}. \quad (18)$$

基于高斯模型近似的关联方程计算的流向波前相位方差误差曲线如图 3 所示. 另外, 根据统计学中的拟合优度定义式

$$R = 1 - \sqrt{\frac{\sum (\beta^2 \int_0^L \int_0^L \text{cov}_{\rho'}(y_1, y_2) dy_1 dy_2 - \sqrt{\pi} \beta^2 \int_0^L \sigma_{\rho'}^2(y) l_{\rho}(y) dy)^2}{\sum (\beta^2 \int_0^L \int_0^L \text{cov}_{\rho'}(y_1, y_2) dy_1 dy_2)^2}} \quad (19)$$

计算出图 2 中 (8) 和 (12) 式计算结果对应的两条曲线的拟合优度为 0.8810.

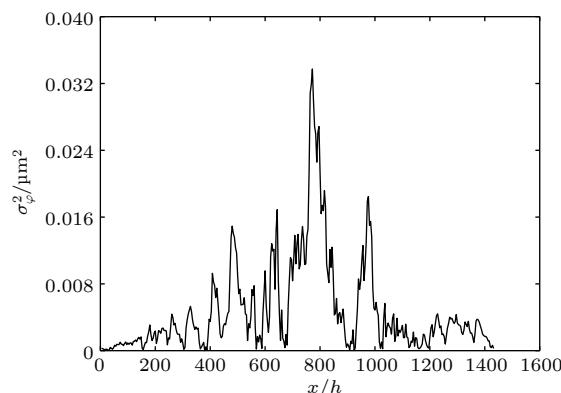


图 3 高斯型关联方程和广义关联方程计算波前方差的误差

Fig. 3. Errors of using gaussian linking equation and generalized linking equation to calculate wave-front variance.

流体力学中常应用脉动空间相关函数对流场的尺度特性进行定量描述, 密度脉动空间相关函数定义为<sup>[18–20]</sup>

$$R_{\rho}(x, y, \delta(x), \delta(y)) = \frac{\langle \rho'(x, y, t) \rho'(x + \delta(x), y + \delta(y), t) \rangle}{\sqrt{\langle \rho'^2(x, y) \rangle} \sqrt{\langle \rho'^2(x + \delta(x), y + \delta(y)) \rangle}}, \quad (20)$$

其中,  $(x, y)$  为选取的中心点坐标;  $\delta(x), \delta(y)$  为相对于中心点的偏移量. 结合图 1 和图 2, 选取坐标

为  $(200, 148), (480, 140), (800, 112)$  和  $(1000, 100)$  中心点并计算了中心点附近区域的密度脉动相关函数, 相应的等值线分布见图 4. 密度脉动特征长度可以表征流场中的涡尺度大小. 根据文献 [21], 常将其定义为当相关函数值为最大值的  $1/e$  时所对应的流场尺度. 基于此, 计算出上述各中心点的密度脉动特征长度的归一化值分别为 12, 44, 96 和 112.

图 4(b)–(d) 可见, 在流场的中、下游中心点附近区域, 相关函数等值线呈倾斜近似椭圆形状, 这些倾斜的椭圆形状表示湍流大尺度结构的存在<sup>[22–24]</sup>. 同时从图 4 可以看到, 随着流场逐渐向下游发展, 密度脉动高度相关区域在逐渐扩大. 这是由于混合层流场开始发展的初期产生涡量堆积, 失稳之后产生大尺度结构卷起, 表征了该区域流场的高度非均匀、非各向同性性.

由 (17) 式可知,  $l_{\rho}$  与权重函数的计算密切相关. 结合图 3 选取了混合层流场中误差最大的点  $x/h = 772$ 、误差最小的点  $x/h = 380$  和误差居中的点  $x/h = 932$ , 计算了 (17) 式所示权重函数的  $y$  方向分布, 如图 5 所示.

由图 5 可见, 在  $x/h = 772$  处, 权重函数偏离 1 的区域最多, 因此导致由于忽略权重函数的 (12) 式计算的相位方差误差也最大; 相反,  $x/h = 380$  位置处权重函数偏离 1 的区域最少, 因此在该位置

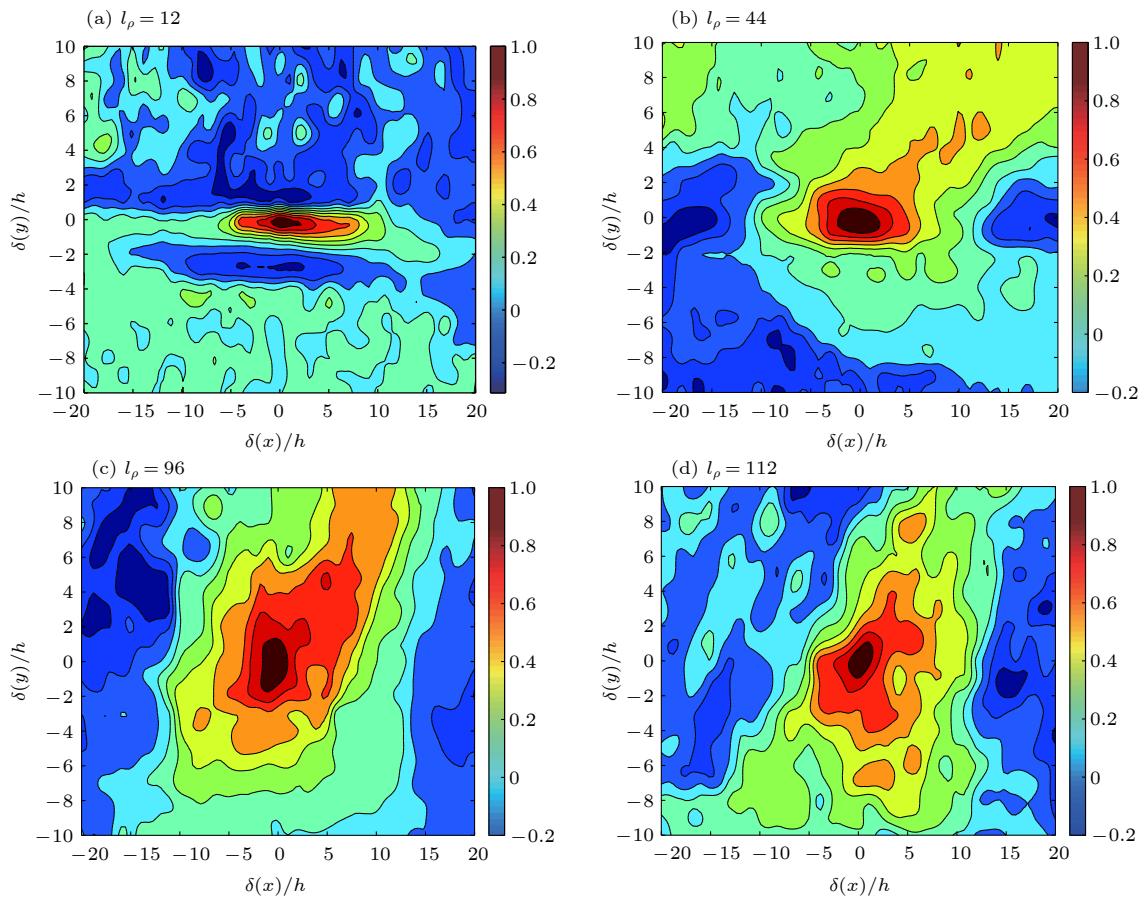


图 4 密度脉动相关函数分布 (a) 中心点 (200, 148); (b) 中心点 (480, 140); (c) 中心点 (800, 112); (d) 中心点 (1000, 100)  
Fig. 4. Correlations of density fluctuations: (a) Central point (200, 148); (b) central point (480, 140); (c) central point (800, 112); (d) central point (1000, 100).

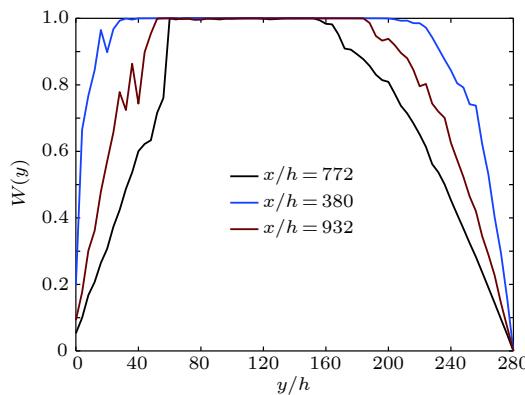


图 5 部分流向点处的权重函数分布  
Fig. 5. Distribution of weighting functions at some streamwise locations.

处 (12) 式计算的波前方差误差值最小。进一步, 给出了 (12) 和 (15) 式中不包含权重函数的积分核函数  $\sigma_{\rho'}^2(y)l_{\rho}(y)$  和包含权重函数的积分核函数  $\sigma_{\rho'}^2(y)l_{\rho}(y)W(y)$  分布, 如图 6(a) 和图 6(b) 所示, 以及二者的差值分布如图 6(c) 所示。由图 6(c)

可知, 权重函数影响集中在流场自由边界一侧、且位于  $x/h = 772$  处附近。由此可见, 权重函数对于关联方程在超声速流场密度脉动高度相关区域中应用的必要性。

对权重函数 (17) 式中的  $Erf(\cdot)$  函数进行进一步分析发现, 只有当  $L \gg l_{\rho}$ , 即  $L/l_{\rho}$  较大时,  $W(y)$  值越接近 1; 反之,  $W(y)$  值偏离 1 越远。由于流场的厚度  $L$  是一不变量, 因此密度脉动特征长度  $l_{\rho}$  的大小决定着权重函数  $W(y)$  的值。由于流场失稳导致大涡结构的存在, 在流场的中游附近区域  $L/l_{\rho}$  较小, 所以权重函数的值会逐渐偏离 1 较远, 此时忽略权重函数的影响自然会导致波前方差计算误差的增加。

最后, 基于上述分析, 加入权重函数重新计算波前方差, 绘出基于 (15) 式计算波前相位方差的曲线, 结果如图 7 所示。可以看到, 高斯形式的关联方程 (12), 在加入权重函数 (17) 式后, 计算得到的波前相位方差曲线的拟合效果要明显变好。

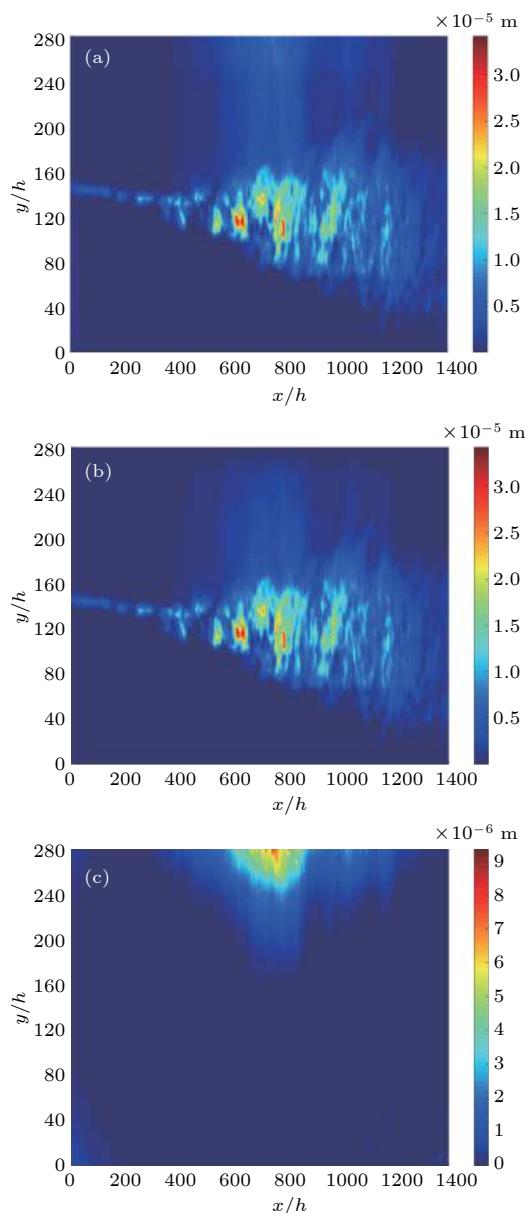


图 6 高斯型关联方程加入权重函数前后的积分核分布  
(a) 未加入权重函数; (b) 加入权重函数; (c) 积分核分布差

Fig. 6. Integral kernel distribution calculated by Gaussian linking equation before and after adding weighting function:  
(a) Before adding the weighting function; (b) after adding the weighting function; (c) the integral kernel distribution differences.

(8) 和 (15) 式计算结果对应的两条曲线的拟合优度为 0.9127.

## 5 结 论

本文分析了关联方程在超声速混合层流场的应用中, 密度相关函数采用高斯模型简化处理所产

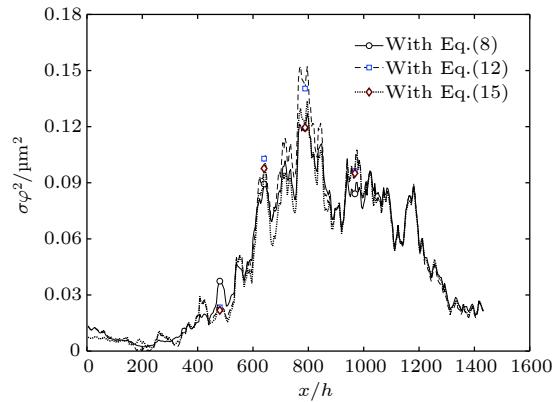


图 7 高斯型关联方程加入权重函数前后计算波前方差对比

Fig. 7. Wave-front variance calculated by Gaussian linking equation before and after adding weighting function.

生的权重函数对波前方差估计精度的影响. 研究结果表明: 由于混合层大尺度结构的卷起, 导致密度脉动高度相关; 在密度脉动高度相关区域附近, 密度脉动特征长度值与权重函数偏离 1 的程度密切相关; 当密度脉动特征长度较大时, 权重函数偏离 1 的程度较严重, 反之则相反. 研究结果表明, 对于在超声速混合层流场密度脉动高度相关区域应用关联方程计算波前相位方差考虑权重函数的必要性; 加入权重函数的关联方程计算波前方差的精度优于未加权重函数的关联方程计算结果.

感谢国防科技大学空天科学学院易仕和教授在实验设备和流场产生装置等方面提供的支持与帮助.

## 参 考 文 献

- [1] Gilbert K G, Otten L J 1982 *AIAA Prog. Astronaut. Aeronaut.* **80** 1
- [2] Jumper E J, Fitzgerald E J 2001 *Prog. Aero. Sp.* **37** 299
- [3] Havener G 1992 *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Reno, United States, January 6–9, 1992* AIAA-92-0654
- [4] Sutton 1985 *AIAA J.* **23** 1525
- [5] Hugo R J, Jumper E J 2000 *Appl. Opt.* **39** 4392
- [6] Tromeur E, Garnier E, Sagaut P 2006 *J. Turbul.* **7** 1
- [7] Fitzgerald E J, Jumper E J 2004 *J. Fluid Mech.* **512** 153
- [8] Yin K X, Jiang H L, Tong S F 2007 *Infrared Laser Eng.* **36** 689
- [9] Gordeyev S, Jumper E, Hayden T E 2012 *AIAA J.* **50** 682
- [10] Tromeur E, Garnier E, Sagaut P, Basdevant C 2002 *Engin. Turbul. Model. Exp.* **4** 327
- [11] Wang K, Wang M 2012 *J. Fluid Mech.* **696** 122
- [12] Yu T, Xia H, Fan Z H, Xie W K, Zhang P, Liu J S, Chen X 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 134203 (in Chinese) [于涛, 夏辉, 樊志华, 谢文科, 张盼, 刘俊圣, 陈欣 2018 物理学报 **67** 134203]
- [13] Zhu K C, Li S X, Tang Y, Yu Y, Tang H Q 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 251

- [14] Yu T, Xia H, Fan Z H, Xie W K, Zhang P, Liu J S, Chen X, Chu X X 2019 *Opt. Commun.* **436** 14
- [15] Yi S H, Chen Z, He L, Wu Y, Tian L F 2014 *J. Exper. Fluid Mech.* **28** 1
- [16] Gao Q, Yi S H, Jiang Z F, He L, Zhao Y X 2012 *Opt. Express* **20** 16494
- [17] Qiao N S, Zou B J 2013 *Optik* **124** 1889
- [18] Pan H L, Shi K T, Ma H D 2009 *Chin. J. Comput. Mech.* **26** 745 (in Chinese) [潘宏禄, 史可天, 马汉东 2009 计算力学学报 **26** 745]
- [19] Braunschweiler L, Ernst R R 1983 *J. Magn. Reson.* **53** 521
- [20] Panda J 2006 *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* Reno, United States, January 9–12, 2006 AIAA 2006-6
- [21] Berrzzi F, Dalle Mese E, Pinelli G 1999 *Radar Sonar Nav.* **146** 55
- [22] Takahashi H, Oso H, Kouchi T, Masuya G, Hirota M 2009 *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition* Orlando, United States, January 5–8, 2009 AIAA 2009-23
- [23] Ganapathisubramani B, Clemens N T, Dolling D S 2006 *J. Fluid Mech.* **556** 271
- [24] Azmi A M, Zhou T M, Zhou Y, Wang H F, Cheng L 2018 *Phys. Rev. Fluids* **3** 074702

## Influence of weighting function on accuracy of supersonic mixing layer wave-front variance estimation with linking equation\*

Xie Wen-Ke<sup>1)</sup> Liu Jun-Sheng<sup>1)</sup> Fei Jia-Le<sup>1)</sup> Zhou Quan<sup>2)</sup> Xia Hui<sup>1)†</sup>

Chen Xin<sup>1)</sup> Zhang Pan<sup>1)</sup> Peng Yi-Ming<sup>1)</sup> Yu Tao<sup>1)</sup>

1) (*School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China*)

2) (*College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

(Received 25 December 2018; revised manuscript received 31 January 2019)

### Abstract

In aero optics, the linking equation proposed by Sutton is an important equation which can link the fluid-mechanic statistical parameters to the statistical optical degradation parameters. However, in the application of simplified linking equation (SLE) to subsonic flowfields, the weighting function is often ignored. The supersonic mixing layer flowfield is generated in the supersonic wind tunnel. The nanoparticle-based planar laser scattering technology is used to obtain the density field of flowfield. The optics errors between supersonic mixing layer wave-front variances calculated from the SLE and the generalized linking equation are analyzed. The results indicate the validity of using the SLE to estimate the wave-front variance of supersonic mixing layer flowfield. Moreover, the SLE with weighting function has better fitting accuracy than the SLE without weighting function. The weighting function for the application of SLE to the high correlated regions in the supersonic mixing layer is necessary.

**Keywords:** aero optics, linking equation, weighting function, wave front variance

**PACS:** 42.25.Dd, 42.68.Bz, 47.27.-i, 47.27.wj

**DOI:** 10.7498/aps.68.20182269

\* Project supported by the Equipment Pre-research Field Fund, China (Grant No. 6140415020311) and the Hunan Provincial Key Laboratory of High Energy Laser Technology Fund, China (Grant No. GNJGJS04).

† Corresponding author. E-mail: [xhui73@csu.edu.cn](mailto:xhui73@csu.edu.cn)