



## 偏置磁场方向对磁性光子晶体能带结构的影响及其在构建拓扑边界态中的作用

郝翔 叶康平 伍瑞新

### Influence of bias magnetic field direction on band structure of magnetic photonic crystal and its role in constructing topological edge states

Xi Xiang Ye Kang-Ping Wu Rui-Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 154102 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20200198

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200198>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 圆环结构磁光光子晶体中的拓扑相变

Topological phase transitions in core-shell gyromagnetic photonic crystal  
物理学报. 2017, 66(22): 224102 <https://doi.org/10.7498/aps.66.224102>

#### 二维介电光子晶体中的赝自旋态与拓扑相变

Pseudospin states and topological phase transitions in two-dimensional photonic crystals made of dielectric materials  
物理学报. 2020, 69(9): 094206 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191962>

#### 一维二元复式晶格的拓扑不变量与边缘态

Topological invariants and edge states in one-dimensional two-tile lattices  
物理学报. 2019, 68(12): 120301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190214>

#### 基于声子晶体板的弹性波拓扑保护边界态

Topologically protected edge states of elastic waves in phononic crystal plates  
物理学报. 2020, 69(15): 156201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200542>

#### 二维有机拓扑绝缘体的研究进展

Research progress of two-dimensional organic topological insulators  
物理学报. 2018, 67(23): 238101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181711>

#### 宽绝对禁带的一维磁性光子晶体结构

One-dimensional magnetic photonic crystal structures with wide absolute bandgaps  
物理学报. 2017, 66(1): 014204 <https://doi.org/10.7498/aps.66.014204>

专题: 光学超构材料

# 偏置磁场方向对磁性光子晶体能带结构的影响及其在构建拓扑边界态中的作用\*

郝翔 叶康平 伍瑞新<sup>†</sup>

(南京大学电子科学与工程学院, 南京 210023)

(2020年2月9日收到; 2020年2月29日收到修改稿)

光子晶体中的拓扑相变源自于其能带结构中带隙的打开-闭合-再打开, 其中伴随着能带结构中带序(或本征态)之间的交换. 本文探讨了偏置磁场方向对磁性光子晶体能带结构的影响, 它在构建拓扑边界态中的作用以及对边界态特性的影响. 结果表明: 反转偏置磁场方向会导致能量不同但宇称相同的本征态之间的交换, 这种交换为构造不同特性的拓扑边界态(如多重边界态等)提供了更多选择性. 根据边界两侧光子晶体能带结构的相对关系, 可以预测在边界上是否出现拓扑边界态以及边界态的主要特性.

**关键词:** 磁性光子晶体, 偏置磁场方向, 拓扑能带结构, 边界态**PACS:** 41.20.Jb, 78.20.Ci, 03.65.Vf, 42.25.Gy**DOI:** 10.7498/aps.69.20200198

## 1 引言

近十年来有关光子晶体中光子拓扑态的研究迎来了极为快速的发展. 光子拓扑态源于凝聚态物质拓扑相的物理学研究, 由于光子晶体具有与固态电子系统相似的数学特征, 因此凝聚态中的拓扑相同样会出现在光子系统中<sup>[1]</sup>. 凭借其独特的性能, 例如完全背散射抑制和缺陷免疫的单向运输的边界态等<sup>[1-6]</sup>, 光子晶体中拓扑相的研究吸引了人们极大的关注. 此外, 光学系统具有比固态电子系统更高的自由度来设计能带结构, 它为诸如拓扑相变和选择性传输等研究提供了一个良好的工作平台.

与电子系统相似, 光子晶体中同样具有多种拓扑相, 如量子霍尔相<sup>[2-11]</sup>、量子自旋霍尔相<sup>[12-16]</sup>和量子谷霍尔相<sup>[17-24]</sup>等. Raghu 和 Haldane<sup>[2,3]</sup>最早在理论上预见当打破时间反演对称性后, 二维光子晶体带隙会具有非零拓扑不变量, 它类比为电子系统中的量子霍尔效应. 这一思想很快由

Wang 等<sup>[4,5]</sup>利用二维磁性光子晶体在微波频段进行了实验验证, 观测到了具有鲁棒性单向传输特征的边界态. 之后, 各种关于光子晶体的量子霍尔相及其应用被不断地提出或得到实验验证<sup>[7-11]</sup>.

人们发现带隙拓扑性质的改变总伴有能带带序上的反转, 而带序的变化可以由能带上本征态的模式分布加以确定, 故而光子晶体中的拓扑相可以通过构建特定的能带带序结构加以实现. 例如, 在时间反演对称性保持不变的体系中, 人们发现打破时间反演对称性可以实现具有  $1/2$  赝自旋态的光学量子自旋霍尔相. 打破时间反演对称性使得能带带序发生反转, 实现了从光学绝缘相到量子自旋霍尔相的转变<sup>[12-16]</sup>. 这种方案最早由 Wu 等<sup>[12]</sup>提出, 它通过改变蜂窝结构的半径来打破时间反演对称性. 这种方法在微波频段下得到了实验证实<sup>[13]</sup>, 观测到了光子晶体板边缘存在与赝自旋相关的单向边界态. 这类光子拓扑绝缘相的拓扑性质对光子晶体边缘的晶格完整性敏感, 故在投影能带中的边界态并不是严格无带隙的<sup>[1,12-16]</sup>. 类似地,

\* 国家自然科学基金(批准号: 61771237)、江苏省电磁波先进调控技术重点实验室和江苏高校优势学科建设工程资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: rxwu@nju.edu.cn

研究人员发现在蜂窝结构中打破空间反演对称性可以实现量子谷霍尔相. 打破空间反演对称性使得能带带序在  $K$  和  $K'$  能谷处发生反转, 从而实现了两种量子谷霍尔相的相互转换, 这两种量子谷霍尔相具有相反的谷陈数  $C_{k(k')} = \pm 1/2$ <sup>[17-24]</sup>. 当连接两个具有不同谷陈数的光子晶体结构时, 拓扑保护的边界态出现在带隙中. 利用能带带序的反转还可以在光子晶体中实现多种不同的拓扑相和不同相之间的转变, 例如, 在磁性光子晶体中可以实现量子自旋霍尔相和光子绝缘体相之间的相变转换<sup>[16]</sup>, 量子霍尔相和量子谷霍尔相的相变转换<sup>[23,24]</sup>. 因此, 构建不同类型的能带带序在研究光子拓扑相和设计边界态中都有着举足轻重的作用.

对于磁性光子晶体而言, 改变能带带序的办法可以是改变偏置磁场大小或光子晶体结构. 本文讨论了偏置磁场的方向对磁性光子晶体能带结构, 特别是带序结构的影响. 结果表明: 改变偏置磁场的

方向会使得能量不同但宇称相同的本征态之间发生交换, 从而使得能带结构中出现带序交换. 利用这一特点, 可以在两个光子晶体的边界上构建出不同特性的拓扑边界态并调控边界态的传输特性. 在边界上是否出现拓扑保护的边界态及边界态的主要特性可以用边界两侧光子晶体体能带的相对关系直接判断. 利用偏置磁场方向改变能带带序的方法将有助于加深我们对能带结构的理解, 构建出所需要的拓扑边界态.

## 2 偏置磁场方向对能带带序的影响

考虑如图 1(a) 所示的二维磁性光子晶体结构, 基元是由六根铁氧体柱 (YIG) 组成的六角集群, 其中铁氧体柱的半径  $r = 2$  mm,  $R$  为铁氧体柱到基元中心的距离. 基元以六角晶格的形式排列, 晶格常数  $a = 10\sqrt{3}$  mm. 图 1(a) 中的虚线框显示了

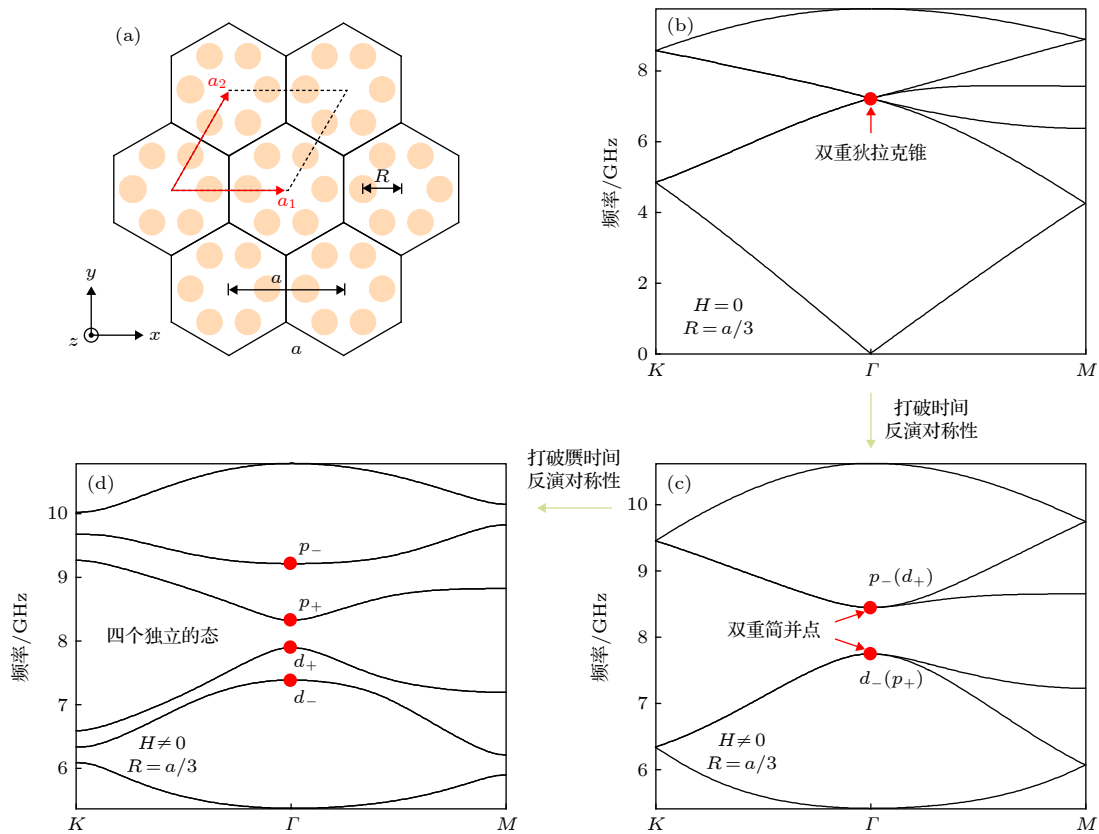


图 1 (a) 二维光子晶体示意图, 其中黄色的圆表示空气背景中的铁氧体柱, 黑色六边形表示阵列结果中的一个基元; (b)  $H = 0$  和  $R = a/3$  时的能带结构, 在  $\Gamma$  点具有一个四重简并点; (c)  $H \neq 0$  和  $R = a/3$  时的能带结构 (由于打破时间反演对称性, 能带结构中出现了完全带隙, 并在  $\Gamma$  点出现了两个双重简并点); (d)  $H \neq 0$  和  $R \neq a/3$  时的能带结构

Fig. 1. (a) Schematic of two-dimensional magnetic photonic crystal fabricated by ferrite rods (denoted by yellow circles) embedded in air background. The black hexagon denotes the basis of the array. (b) Band structure at  $H = 0$  and  $R = a/3$ . A four-fold degeneracy point shows at the  $\Gamma$  point. (c) Band structure at  $H \neq 0$  and  $R = a/3$ . A full bandgap presents in the band structure because of time reverse symmetry broken, and two doubly degeneracy points present at  $\Gamma$  point. (d) Band structure at  $H \neq 0$  and  $R \neq a/3$ .

光子晶体的原胞单元. YIG 的电磁参数如下: 相对介电常数  $\epsilon_r = 15.26$ , 饱和磁化强度  $M_s = 1884\text{G}$  ( $1\text{G} = 10^{-4}\text{T}$ ), 磁损耗系数  $\alpha = 0.007$ <sup>[9,11]</sup>. 当偏置磁场  $H_0$  沿着  $z$  轴并且处于饱和磁化时, 铁氧体材料具有张量形式的磁导率<sup>[25]</sup>:

$$[\boldsymbol{\mu}_r] = \begin{bmatrix} \mu_m & \pm j\mu_k & 0 \\ \mp j\mu_k & \mu_m & 0 \\ 0 & 0 & \mu_c \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中,  $\mu_m = 1 + \omega_m(\omega_0 + j\alpha\omega)/[(\omega_0 + j\alpha\omega)^2 - \omega^2]$ ,  $\mu_k = \omega_m\omega/[(\omega_0 + j\alpha\omega)^2 - \omega^2]$  和  $\mu_c = 1$ , 其中  $\omega_0 = \mu_0\gamma H_0$ ,  $\omega_m = \mu_0\gamma M_s$ ,  $\gamma = 1.759 \times 10^{11}\text{C/kg}$ , 非对角元素  $\mu_k$  前的“ $\pm$ ”符号对应于偏置磁场分别沿  $+z$  方向和  $-z$  方向.

由于晶格结构的  $C_6$  对称性, 在布里渊区中心点  $\Gamma$  处的本征态有 2 个二维不可约表示:  $E_1$  和  $E_2$ . 每种不可约表示有两个态, 它们分别是对应于  $E_1$  的两个具有奇宇称的偶极子态 ( $p_x, p_y$ ) 和对应于  $E_2$  的两个具有偶宇称的四极子态 ( $d_{xy}, d_{x^2-y^2}$ ). 两个  $p(d)$  态可以组合成模拟自旋向上的态  $p_+ = p_x + jp_y$  ( $d_+ = d_{x^2-y^2} + jd_{xy}$ ) 和自旋向下的态  $p_- = p_x - jp_y$  ( $d_- = d_{x^2-y^2} - jd_{xy}$ ), 它们被称为赝自旋态. 本征态的  $\pm$  符号表示其轨道角动量的方向, 它们可以由本征态的电场相位分布或者坡印亭矢量来确定, 比如正 (负) 的轨道角动量对应着本征态中电场相位分布或者坡印亭矢量沿着  $z$  轴逆 (顺) 时针旋转, 如图 2 所示. 利用 COMSOL 软件计算了图 1 中光子晶体的能带结构. 图 1(b) 展示了偏置磁场为零时的能带结构, 当  $R = a/3$  时,  $p$  态和  $d$  态会在  $\Gamma$  点处简并形成双狄拉克锥. 若施

加偏置磁场打破时间反演对称性,  $p$  态和  $d$  态将分裂形成两个双重简并点, 同时出现一个全带隙, 如图 1(c) 所示. 简并点分别是由  $d_-$  与  $p_+$  简并,  $p_-$  与  $d_+$  简并形成的. 进一步改变  $R$  的大小, 打破时间反演对称性, 两个双重简并点再次分裂, 最后形成独立的四个态. 图 1(d) 显示了  $R$  减小时  $\Gamma$  点处本征态的次序, 按频率从低到高的次序是  $[d_-, d_+, p_+, p_-]$ , 此时全带隙频率范围内光子晶体处于量子自旋霍尔相<sup>[12]</sup>. 通常全带隙两侧的本征态的次序确定了带隙的拓扑特性<sup>[16]</sup>: 次序  $[d_-, p_+, p_-, d_+]$  对应于量子霍尔相,  $[d_-, d_+, p_+, p_-]$  对应于量子自旋霍尔相,  $[p_+, p_-, d_-, d_+]$  对应于光学绝缘相.

考虑横向电场 (TE) 极化的电磁波 (即交变电场沿  $z$  方向), 电磁场可表示为:  $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ ,  $\mathbf{H} = (H_x, H_y, 0)e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , 其中  $\mathbf{r}$  表示位置矢量,  $\mathbf{k}$  表示波矢. 将波矢分解成  $k_x = k \cos \theta$  和  $k_y = k \sin \theta$ ,  $\theta$  是波矢  $\mathbf{k}$  与  $x$  轴的夹角. 根据麦克斯韦方程, 可以得到下面的解<sup>[26]</sup>:

$$\frac{H_x}{H_y} = \frac{k^2 \sin \theta \cos \theta}{k^2 \sin^2 \theta - k_0^2 \epsilon_r \mu_m} \pm j \frac{k_0^2 \epsilon_r \mu_k}{k^2 \sin^2 \theta - k_0^2 \epsilon_r \mu_m}, \quad (2)$$

其中  $\pm$  符号取决于偏置磁场的方向. (2) 式表明当偏置磁场方向改变时  $H_x$  的相位可以超前或者滞后于  $H_y$  的相位, 这会导致磁场绕着  $z$  轴右旋或左旋. 如果将电场  $E_z$  用磁场分量  $H_x$  和  $H_y$  表示, 则

$$E_z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{\mu_m^2 - \mu_k^2}{\mu_m}} (H_x \sin \theta - H_y \cos \theta). \quad (3)$$

(3) 式表明电场的相位会随着磁场旋转方向的变化相应地发生变化, 表现为相位随时间的变化为右旋或左旋, 也就是改变了轨道角动量的方向. 图 2 给

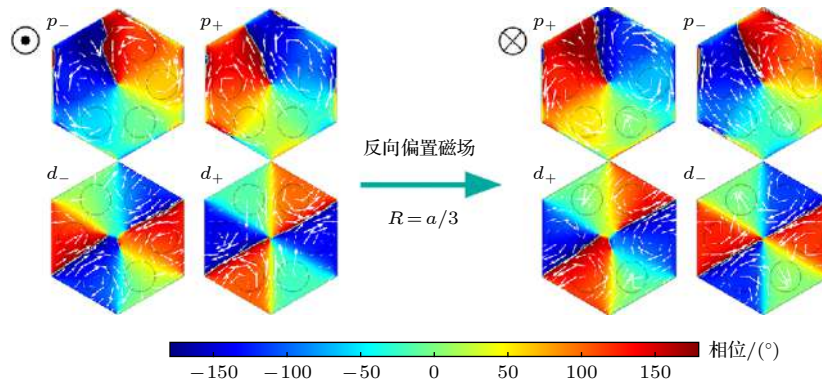


图 2 正向和反向偏置磁场时,  $\Gamma$  点处四个本征态的电场相位分布和磁场 (反转偏置磁场的方向将使得本征态的电场相位和磁场在形式上出现  $p_+$  和  $p_-$ ,  $d_+$  和  $d_-$  之间的交换)

Fig. 2. Magnetic fields and the phase of electric fields for the eigenstates  $p_+$ ,  $p_-$ ,  $d_+$ ,  $d_-$  at the  $\Gamma$  point. Reversing the direction of bias magnetic field causes the exchange in the profiles of electric phase and magnetic field.

出了偏置磁场反向前后本征态的磁场矢量和电场相位的变化, 可以看到偏置磁场反向后  $\Gamma$  点处相应本征态的本征频率未发生变化, 但是其轨道角动量与反向前刚好相反. 具体表现为: 逆时针的  $p_+(d_+)$  电场分布变为顺时针的  $p_-(d_-)$ , 而顺时针的  $p_-(d_-)$  电场分布则变为逆时针的  $p_+(d_+)$ . 这表明本征态的正负符号发生交换, 从而能带带序也发生了交换.

图 3 给出了在正反磁场两种情形下  $p$  态和  $d$  态次序是如何随着  $R$  发生改变. 图 3(a) 给出了位于  $\Gamma$  点的  $p$  态和  $d$  态的本征频率随参数  $a/R$  的变化, 在计算过程中始终保持偏置磁场为  $H_0 = 800$  Oe ( $1 \text{ Oe} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-3}} \text{ A/m}$ ). 当改变  $R$  值时, 带隙经历了闭合和重新打开, 这暗示着时间反演对称性和赝时间反演对称性之间的竞争使得磁性光子晶体发生了从量子自旋霍尔相到量子霍尔相, 再到光学绝缘相的转变. 不同光子相的典型能带结构如图 3(b)–(d) 所示, 图中还内嵌了  $\Gamma$  点处相应本征态的场结构. 这些图片清楚地显示了本征态在带隙两侧的交换, 从而导致了磁性光子晶体不同的拓扑相变.

图 3(e) 展示了偏置磁场反向时, 能带结构在  $\Gamma$  点处的变化. 可以看到磁性光子晶体也经历了拓扑相变, 但是拓扑相的能带带序不同于图 3(a). 图 3(f)–(h) 给出了三种典型拓扑相的能带结构和  $\Gamma$  点处的本征态. 比较图 3(a) 和图 3(e), 可以看到磁场方向反转后本征态  $p_+$  和  $p_-$  发生了交换,  $d_+$  和  $d_-$  发生了交换. 相似的结果也可以从图 3(f)–(h) 得知. 偏置磁场的方向对能带带序的改变在以往的研究中是被忽视的<sup>[12–16]</sup>.

### 3 利用偏置磁场方向构建不同类型的拓扑边界态

光子拓扑绝缘体最主要的特征是出现拓扑保护的边界态. 根据“体边”对应理论<sup>[27]</sup>, 当两个具有不同拓扑指数的结构组合在一起时, 它们的边界上必然存在拓扑保护的边界态. 假设磁性光子晶体被分成如图 1 所示的左右两个区域, 它们分别被命名为域 I 和域 II. 通过独立地调整两个区域各自的参量  $R$  使它们处于不同的拓扑相, 那么在区域边界上将出现拓扑保护的边界态.

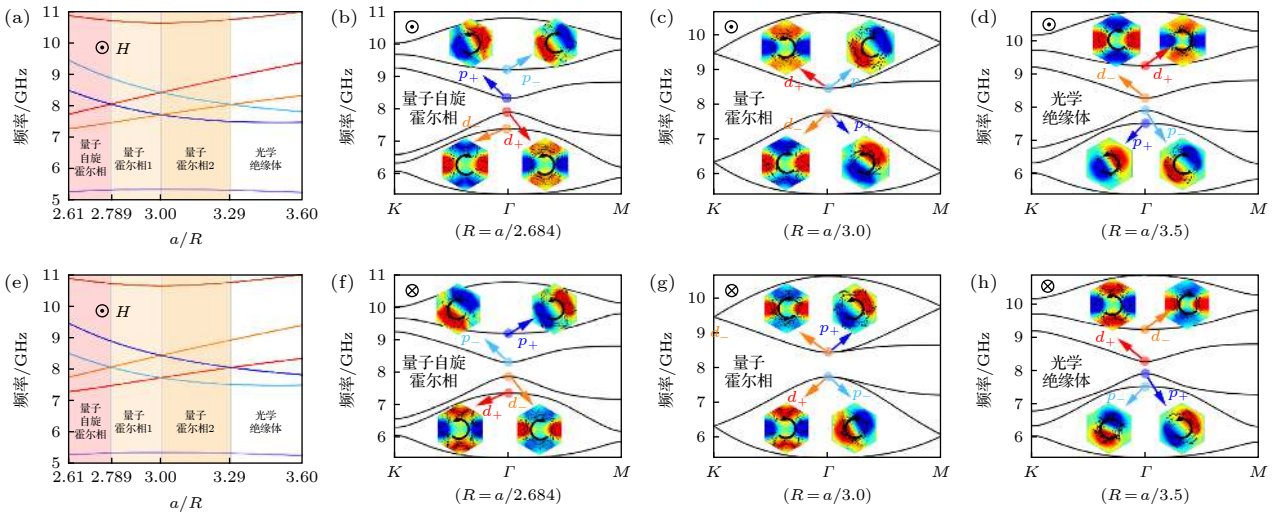


图 3 (a) 当偏置磁场沿着  $+z$  方向时,  $\Gamma$  点的  $p$  态和  $d$  态的本征频率随参数  $a/R$  的变化 (随着  $a/R$  的增加,  $\Gamma$  点处发生能带带序反转, 并伴随着拓扑相变; 不同颜色的阴影显示三种不同的拓扑相); (b)–(d) 分别是当光子晶体处于量子自旋霍尔相 ( $R = a/2.684$ ), 量子霍尔相 ( $R = a/3$ ) 和光学绝缘相 ( $R = a/3.5$ ) 时的能带结构; 图中的插图是能带结构对应点上的场模式图, 其中黑色箭头表示坡印亭矢量; (e)–(h) 是当偏置磁场沿着  $-z$  方向时, 本征频率随  $a/R$  的变化, 以及三种典型的拓扑相的能带结构和场模式

Fig. 3. (a) Evolution of  $p$  and  $d$  eigenstates at point  $\Gamma$  as a function of the ratio of  $a/R$  with the bias magnetic field in the  $+z$  direction. As  $a/R$  increases, the band order exchange takes place where phase transition happens. Three types of phases are shaded in different colors. (b)–(d) Typical band structures of quantum spin-Hall (QSH) phase ( $R = a/2.684$ ), quantum Hall (QH) phases ( $R = a/3$ ), and conventional insulator (CI) phase ( $R = a/3.5$ ). (e)–(h) The same as (a)–(d), but the bias magnetic field is in the  $-z$  direction. The insets of the panels (b)–(d) and (f)–(g) are the profile of eigenstates at the corresponding dots on the band structure of the panels, where the black arrow indicates the Poynting vectors.

边界态的特性不仅取决于域所处的拓扑相, 还取决于边界两侧拓扑相能带的相对关系. 考虑两个区域都处于量子霍尔相, 但它们的参量  $R$  分别是  $a/2.93$  和  $a/3.09$ , 并且偏置磁场方向相同. 此时, 两个区域的共同带隙两侧虽然有不同的能带带序 (见图 3(a)), 但是在域边界上并没有出现边界态 (见图 4(a)). 如果改变域 I 中偏置磁场方向, 其能带带序将从  $[d_-, p_+, d_+, p_-]$  转变为  $[d_+, p_-, d_-, p_+]$ , 边界态将会出现在两个域的共同带隙中. 图 3(d) 给出了此时的投影能带结构, 可以看到带隙中出现了两条边界, 并且它们几乎是简并的. 由于两个边界态之间的耦合作用, 边界态中会出现一个微小的间隙. 需要指出的是这两条边界态对应的电磁模式具有不同的轨道角动量. 作为证明, 模拟了边界态在 8 GHz 时电磁波的传输特性. 图 4(e) 和图 4(f) 给出了 TE 极化电磁波沿着边界传播时的场分布图, 图中  $S_+$  和  $S_-$  分别表示轨道角动量为正和负的

激发源, 它们是由具有  $\pi/2$  相位差的面内磁场  $S_{\pm} = H_0(e_x \mp j e_y)$  激发. 结果显示具有正和负轨道角动量的激励源都激发起了沿同一方向传播的单向波. 这一现象在以往边界态的研究中尚未涉及到. 作为对比, 图 4(b) 和图 4(c) 给出了在同向磁场下的模拟结果, 可以看到不同轨道角动量的激发源在域边界上都不能激发起边界模式的波. 以上结果表明, 我们能够通过改变区域的偏置磁场方向来调控边界态, 从而实现对光信息的控制.

上述例子表明了边界态的出现与光子晶体边界两侧共同带隙附近能带带序的相对关系有关. 为了简单起见, 考虑如图 5 所示的情况. 如果固定域 II 的拓扑相不变, 使域 I 发生拓扑相变, 那么在两个区域的边界上必定会经历带隙的闭合以中和拓扑指数, 然后重新打开带隙. 由于域 I 的拓扑相变是由域中的能带带序交换引起的, 连接两个域中相同本征态将会在两个区域的共同带隙中出现交

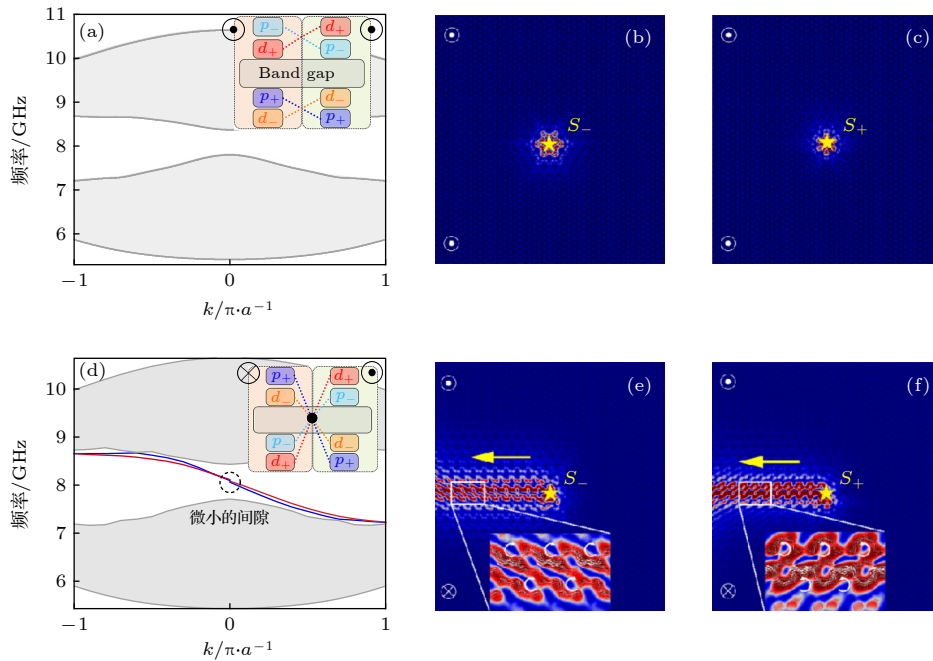


图 4 偏置磁场方向对边界态的影响 (区域 I 和 II 均处于量子霍尔相, 但结构参量  $R$  分别是  $a/2.93$  和  $a/3.09$ ) (a) 两个区域施加同向偏置磁场时的投影能带结构; (b) 和 (c) 分别用激发源  $S_+$  和  $S_-$  激发时的场分布; (d) 两个区域施加反向偏置磁场时的投影能带结构; (e) 和 (f) 分别用激发源  $S_+$  和  $S_-$  激发时的场分布, 其中的放大图展示了电磁波的轨道角动量特性, 图中箭头表示坡印亭矢量 (当两个区域施加反向偏置磁场时,  $S_+$  和  $S_-$  都可以激发沿同一方向传播的单向波); (a) 和 (d) 图中的插图给出了两个区域中能带结构的对应关系, 两块域中相同的本征态连线的交叉点出现在共同带隙中时将出现拓扑边界态

Fig. 4. Influence of the direction of bias magnetic field on the edge states when two domains are in the QH phase but have different geometric structure ( $R = a/2.93$  and  $R = a/3.09$ ). (a) The projected band structure when two domains are applied by the same direction of bias magnetic field. (b) and (c) Electrical field distribution at 8 GHz excited by  $S_+$  and  $S_-$ , respectively. No edge mode is excited. (d) The projected band structure when two domains are applied by the opposite direction of bias magnetic field. (e) and (f) Electrical field distribution corresponding to (d) at 8 GHz excited by  $S_+$  and  $S_-$ . The waves propagate unidirectional. The inset enlarges the field details which shows the orbital angular momentum of the wave. The inserts of (a) and (d) show the schematic of the relationship of the topological edge state and eigenstates in the two domains.

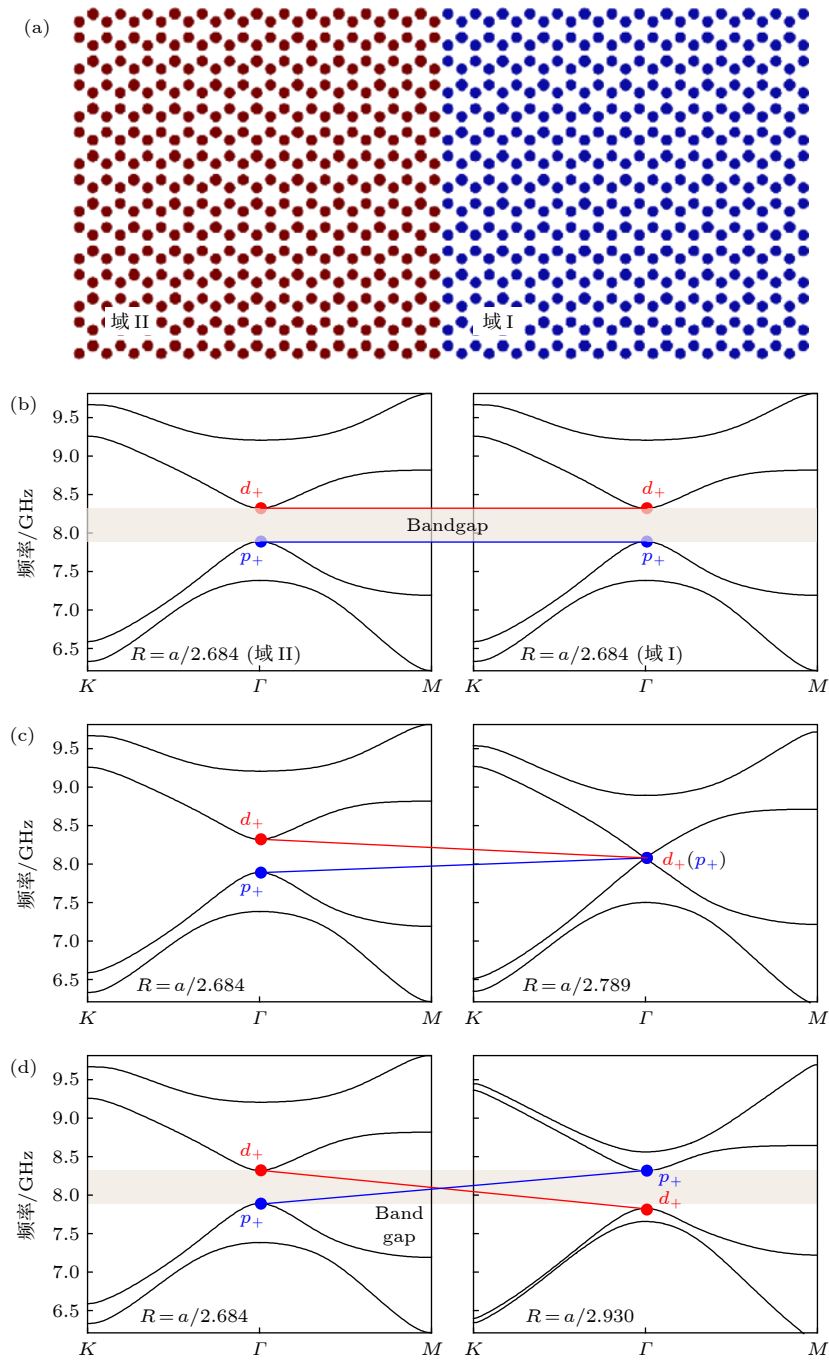


图 5 (a) 由两个具有不同拓扑指数的域组合在一起形成的域边界 (假设保持域 II 固定在量子自旋霍尔相); (b) — (d) 域 I 从量子自旋霍尔相转变到量子霍尔相时, 域边界出现拓扑边界态的过程示意图

Fig. 5. (a) Schematics of the domain boundary created by two domains with distinct topological index. Supposing the domain II keeps in QSH phase. (b) — (d) The procedure of the topological edge state creation when domain I takes place the phase transiting from QSH phase to QH phase.

又, 它和边界态形成过程中的能带闭合再打开过程一致. 因此, 在共同带隙中的交叉点预示着在域边界上会出现边界态. 图 5 给出了上述拓扑边界态出现的示意图. 当域 I 的拓扑相发生相变时, 连接两个域中相同的本征态的连线在它们的共同带隙中经历了分离 (图 5(b))、闭合 (图 5(c))、交叉 (在带

隙内出现交叉点, 如图 5(d)), 重现了不同拓扑指数的光子绝缘体在其边界上经历的过程. 因此, 可以通过带隙内是否出现交叉点以及交叉点的个数来判断在边界上是否出现边界态以及边界态的数量. 图 4(a) 中的插图给出了两个区域在同向磁化时的能带相对关系, 由于边界两侧相同本征模式之间的

连线在共同带隙中不存在交叉点, 故投影能带结构中不存在边界态. 而在图 4(d) 插图中, 两个能带的相对关系确定了在共同带隙中存在两个交叉点, 所以在投影带结构中有两条边界态. 除此以外, 还可以通过能带相对关系示意图获得其他关于边界态的信息. 例如, 图 4(d) 中的两个交叉点分别由正的轨道角动量 ( $d_+$ ,  $p_+$ ) 模式和负的轨道角动量 ( $d_-$ ,  $p_-$ ) 模式相互连接构成, 所以这两条边界态分别具有正的和负的轨道角动量. 进一步, 当  $d_+(p_-)$  从左下方连接到右上方, 而  $p_+(d_-)$  从左上方连接到右下方时, 边界态会具有负的群速度. 在表 1 列出了四种边界态的基本情况, 其他复杂情况都可以从这四种边界态推导得出.

对于更加一般的情况, 如两个区域分别处于量子自旋霍尔相 ( $R = a/2.684$ ) 和光学绝缘相 ( $R = a/3.50$ ), 并施加方向相同的偏置磁场. 图 6(a) 中的插图给出了此时的能带相对关系示意图. 两个交叉点分别由正的轨道角动量 ( $d_+$ ,  $p_+$ ) 的模式和负的轨道角动量 ( $d_-$ ,  $p_-$ ) 的模式连接构成, 所以在边界上存在着两条轨道角动量相反的边界态. 这个结论

和图 6(a) 中的投影能带是一致的. 不同于图 4(d), 此处的两条边界态具有相反的群速度和轨道角动量 [12–16], 这将会产生与量子自旋霍尔效应相似的赝自旋单向波. 当域 II 中的偏置磁场反向时, 无论交叉点的个数还是本征态的连接方式都没有改变 (见图 6(b) 插图), 所以边界态的轨道角动量和群速度保持不变. 作为进一步的证明, 图 6(c) 和

表 1 由本征态连接方式决定边界态的轨道角动量和群速度

Table 1. Orbital angular momentums and group velocities determined by the linked manner of eigenstates.

本征态	连接方式	轨道角动量	群速度
$d_+$	从左下方到右上方	正	负
$p_+$	从左上方到右下方	负	正
$p_-$	从左下方到右上方	正	正
$d_-$	从左上方到右下方	负	负

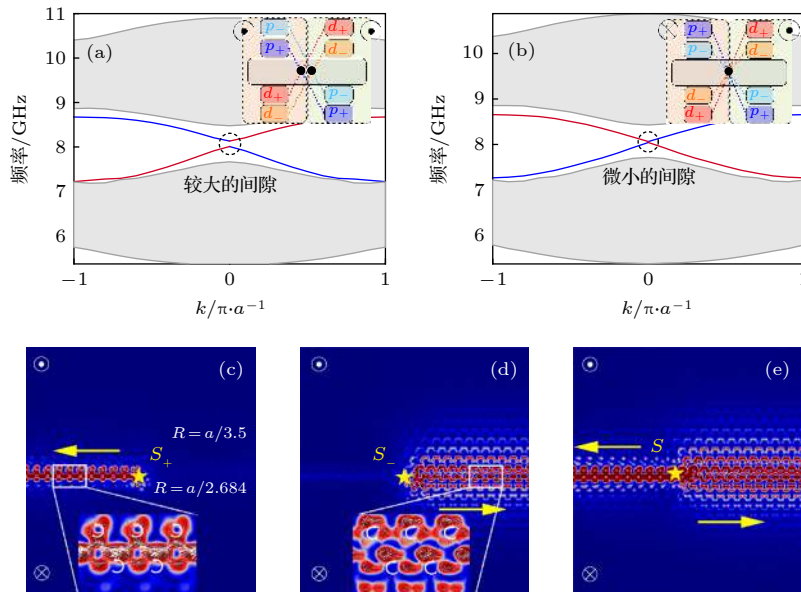


图 6 区域 I 和 II 分别处于量子自旋霍尔相和量子霍尔相时, 偏置磁场方向对边界态的影响 (a) 同向偏置磁场和 (b) 正反向偏置磁场时的投影能带结构 (两条边界态具有相反的群速度和轨道角动量, 在边界上形成与量子自旋霍尔效应相似的赝自旋单向波; 采用正反向偏置磁场可以有效地减小边界态的间隙); (c)  $S_+$  激发源可以实现向左边传播的单向传播; (d)  $S_-$  激发源可以实现向右边传播的单向传播; (e) 当  $S$  被激发时, TE 波沿着两个方向传播

Fig. 6. Influence of the direction of bias magnetic field on the edge states when two domains are the QSH phase and the CI phases, respectively. (a), (b) The projected band structure for the two domains are respectively applied by the same and the opposite direction of bias magnetic field. The edge states localized at the boundary lead to a pseudo-spin dependent one-way propagation. The application of using opposite direction of bias magnetic field in the two domain reduces the gap of edge states. (c) Unidirectional wave propagation localized at domain interface excited by  $S_+$ . (d) Unidirectional wave propagation excited by  $S_-$ . (e) TE wave propagates along with opposite side when it is excited by  $S$ .



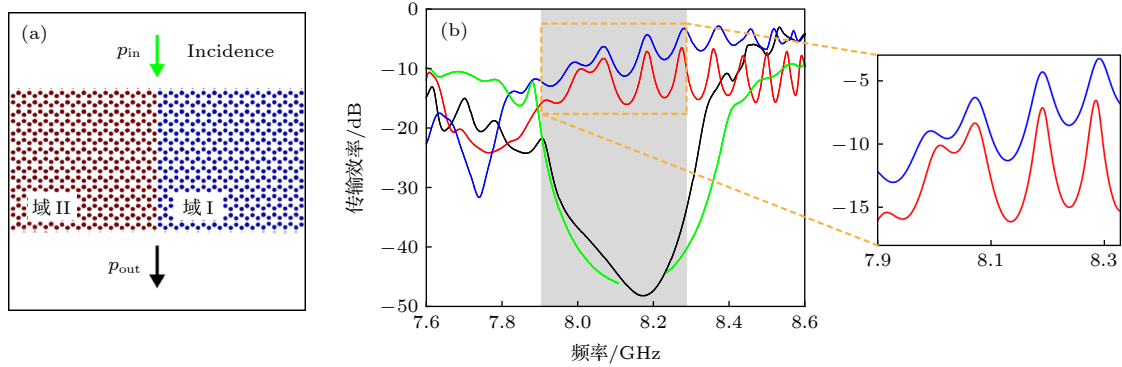


图 7 (a) 传输效率计算示意图; (b) 与图 6 对应的传输效率 (红线和蓝线相应于边界两侧同向和正反向偏置磁场时边界态的传输效率, 绿线和黑线是左侧光子晶体 ( $R = a/2.684$ ) 和右侧光子晶体 ( $R = a/3.5$ ) 单独存在时的传输效率, 阴影区为两侧光子晶体的共同带隙)

Fig. 7. (a) Schematic of the computational transmission efficiency. (b) The transmission efficiency corresponding to the Fig. 6. The transmission efficiency of the edge state under the condition of applying bias magnetic field with the same (red curve) or opposite direction (blue curve) in the two domains. The transmission efficiency of the full photonic crystals of the left domain is shown in green curve and the right domain in black curve. The shadow region indicates the common band gaps.

图 6(d) 分别展示了在边界上用正和负的轨道角动量的源激发的电场分布情况, 结果显示不同角动量波将会沿不同的方向传播. 而用线电流源  $S$  激发时, 具有正和负的轨道角动量的电磁波会被分开, 然后分别沿着不同的边界传播, 如图 6(e) 所示. 对其他用不同拓扑相以及磁场方向变化导致的带序变化构建的边界态的情况, 读者可仿照上述方法自行分析, 在此就不再一一赘述. 需要指出当域 I 和域 II 的磁化方向相同时, 共同带隙两侧光子晶体能带带序的组合是不完全的. 如果再引入磁场方向作为参量, 则可以实现所有可能的组合, 从而实现更多可能的拓扑边界态. 如何实现上述由磁场方向导致的拓扑态, 在实验上还存在着挑战. 一种可能的方法是采用永磁体来实现对偏置磁场方向的控制<sup>[28]</sup>, 但是它可能会带来非均匀磁化的问题.

值得注意的是, 改变边界两侧偏置磁场的方向会明显地改变边界态电磁波的传输特性. 计算了图 7(a) 所示光子晶体的传输效率. 传输效率  $T$  为磁性光子晶体下方的出射电磁波功率  $p_{out}$  和光子晶体上方的入射功率  $p_{in}$  之比, 采取对数刻度可表示为  $T = 10 \lg(P_{out}/P_{in})$ . 图 7(b) 给出了在边界两侧施加不同方向的偏置磁场时的传输效率. 可以看到在左右两侧光子晶体的共同带隙频率范围内 (灰色阴影区域), 由于存在边界态的缘故光子晶体的传输效率得到较大的提高. 图中红色和蓝色的曲线分别对应于图 6(a) 和图 6(b) 偏置状态下的效率. 对比传输效率可以发现: 当两个区域的偏置磁场相

反时, 传输曲线的趋势保持不变, 但传输效率有了明显的提高. 这证明了边界两侧能带的相对关系不但影响到边界态的形成, 还会影响其传输效率.

## 4 结 论

本文系统地研究了偏置磁场向对磁性光子晶体能带结构的影响. 反转偏置磁场的方向会使得能带结构中宇称相同的能带之间发生交换, 从而使得能带结构中的带序发生改变. 探讨了这种带序交换在构建拓扑边界态中的作用以及它对边界态特性的影响. 这种作用和影响可以利用边界两侧, 光子晶体共同带隙附近能带结构的相对关系加以判断. 带序交换为构造不同特性的拓扑边界态提供了更多选择性, 比如多重拓扑保护的边界态等. 利用这种带序交换可以极大地减小边界态的间隙, 从而提高边界态上电磁波的传输效率. 本文的工作将有助于加深对与光子晶体拓扑带隙相关的能带结构的理解, 构造出具有实际应用价值的边界态, 它们在诸如自旋分束器和无反射单向光开关等器件中具有潜在的应用前景.

## 参考文献

- [1] Ozawa T, Price H M, Amo A, Goldman N, Hafezi M, Lu L, Rechtsman M, Schuster D, Simon J, Zilberberg O 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 015006
- [2] Raghu S, Haldane F D M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 013904
- [3] Haldane F D M, Raghu S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 033834
- [4] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, Soljačić M 2008

- Phys. Rev. Lett.* **100** 013905
- [5] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, Soljačić M 2009 *Nature* **461** 772
- [6] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M 2014 *Nat. Photonics* **8** S21
- [7] Qiu W, Wang Z, Soljačić M 2011 *Opt. Express* **19** 22248
- [8] He C, Chen X L, Lu M H, Li X F, Wan W W, Qian X S, Yin R C, Chen Y F 2010 *Appl. Phys. Lett.* **96** 111111
- [9] Yang Y, Poo Y, Wu R X, Gu Y, Chen P 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 231113
- [10] Wu Y, Li C, Hu X, Ao Y, Zhao Y, Gong Q 2017 *Adv. Opt. Mater.* **5** 1700357
- [11] Poo Y, Wu R X, Lin Z F, Yang Y, Chan C T 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 093903
- [12] Wu L H, Hu X 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 223901
- [13] Yang Y, Xu Y F, Xu T, Wang H X, Jiang J H, Hu X, Hang Z H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 217401
- [14] Xu L, Wang H X, Xu Y D, Chen H Y, Jiang J H 2016 *Opt. Express* **24** 18059
- [15] Zhu X, Wang H X, Xu C, Lai Y, Jiang J H, John S 2018 *Phys. Rev. B* **97** 085148
- [16] Chen Z G, Mei J, Sun X C, Zhang X, Zhao J, Wu Y 2017 *Phys. Rev. A* **95** 043827
- [17] Gao Z, Yang Z, Gao F, Xue H, Yang Y, Dong J, Zhang B 2017 *Phys. Rev. B* **96** 201402
- [18] Ma T, Shvets G 2016 *New J. Phys.* **18** 025012
- [19] Gao F, Xue H, Yang Z, Lai K, Yu Y, Lin X, Chong Y, Shvets G, Zhang B 2017 *Nat. Phys.* **14** 140
- [20] Chen X D, Zhao F L, Chen M, Dong J W 2017 *Phys. Rev. B* **96** 020202
- [21] He X T, Liang E T, Yuan J J, Qiu H Y, Chen X D, Zhao F L, Dong J W 2019 *Nat. Commun.* **10** 872
- [22] Zhang L, Yang Y H, He M J, Wang H X, Yang Z J, Li E P, Gao F, Zhang B L, Singh R J, Jiang J H, Chen H S 2019 *Laser Photonics Rev.* **13** 1900159
- [23] Lu J C, Chen X D, Deng W M, Chen M, Dong J W 2018 *J. Opt.* **20** 075103
- [24] Chan H C, Guo G Y 2018 *Phys. Rev. B* **97** 045422
- [25] Pozar D M 2012 *Microwave Engineering* (Hoboken: John Wiley & Sons) pp451–465
- [26] Xi X, Lin M, Qiu W, Ouyang Z, Wang Q, Liu Q 2018 *Sci. Rep.* **8** 7827
- [27] Qi X L, Wu Y S, Zhang S C 2006 *Phys. Rev. B* **74** 045125
- [28] Ju C, Wu R X, Li Z, Poo Y, Liu S Y, Lin Z F 2017 *Opt. Express* **25** 22096

SPECIAL TOPIC—Optical metamaterials

# Influence of bias magnetic field direction on band structure of magnetic photonic crystal and its role in constructing topological edge states\*

Xi Xiang    Ye Kang-Ping    Wu Rui-Xin<sup>†</sup>*(School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, China)*

( Received 9 February 2020; revised manuscript received 29 February 2020 )

## Abstract

The topological transitions in two-dimensional photonic crystals (PCs) originate from the opening-closing-reopening of the bandgap, accompanied with the band order inversion. The topological bandgap in magnetic PC can be created by applying a bias magnetic field or deforming the geometry structure of the PC. In this paper, we demonstrate that the direction of the bias magnetic field also plays a key role in modifying the band structure in a two-dimensional magnetic PC. The results show that by reversing the direction of the bias magnetic field, the eigenstates with the same parity may exchange their orders in the band structure. We investigate this type of band order exchange in the applications of constructing topological edge states and its influence on the properties of edge states. We find, for example, reversing the direction of the bias magnetic field can create two almost degenerated topological edge modes, which propagate in the same direction but have opposite orbital angular momenta. The edge modes and their characteristics can be determined by the schematics of the band orders for the photonic crystals on the two sides of the boundary. The relative relationship of the band orders determines the emergence of the topological edge states, the number of edge states, and edge modes' properties such as the orbital angular momentum and group velocity. Also, it affects the transmission efficiency of the electromagnetic wave on the boundary. The direction effect of the bias magnetic field on band order exchange presented in this paper provides us with a new way to change the feature of topological edge states and helps us to better understand the influence of band order on topological phases of photonic crystals. It may have potential applications, such as in pseudo-spin splitter and reflection-free one-way optical switch.

**Keywords:** magnetic photonic crystal, direction of bias magnetic field, topological band structure, edge state**PACS:** 41.20.Jb, 78.20.Ci, 03.65.Vf, 42.25.Gy**DOI:** [10.7498/aps.69.20200198](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200198)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61771237), the Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Wave Control Technology in Jiangsu Province, China, and the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions (PAPD), China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [rxwu@nju.edu.cn](mailto:rxwu@nju.edu.cn)