

## 电子和负离子的反射运动对碰撞电负性磁鞘的影响

刘惠平 邹秀

Effects of reflection of electrons and negative ions on magnetized electronegative and collisional plasma sheath

Liu Hui-Ping Zou Xiu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 025201 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20191307

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191307>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

电子的非广延分布对等离子体鞘层中二次电子发射的影响

Effects of  $q$ -nonextensive distribution of electrons on secondary electron emission in plasma sheath

物理学报. 2019, 68(18): 185204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190225>

一种非轴对称磁绝缘电子鞘层边界的计算方法

A method to calculate the electron sheath profile of the nonaxisymmetrical magnetic insulation

物理学报. 2017, 66(3): 038402 <https://doi.org/10.7498/aps.66.038402>

时空非均匀等离子体鞘套中太赫兹波的传播特性

Propagation characteristics of terahertz waves in temporally and spatially inhomogeneous plasma sheath

物理学报. 2017, 66(8): 084102 <https://doi.org/10.7498/aps.66.084102>

湍流等离子体鞘套中高斯光束的传播特性分析

Analysis of propagation characteristics of Gaussian beams in turbulent plasma sheaths

物理学报. 2019, 68(9): 094201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182169>

电子碰撞Ne和类Ne离子电离的三重微分截面理论研究

Theoretical studies of triple differential cross sections for electron impact ionization with neon and neon-like ions

物理学报. 2017, 66(20): 203401 <https://doi.org/10.7498/aps.66.203401>

反射式变掺杂负电子亲和势GaN光电阴极量子效率研究

Quantum efficiency for reflection-mode varied doping negative-electron-affinity GaN photocathode

物理学报. 2017, 66(6): 067903 <https://doi.org/10.7498/aps.66.067903>

# 电子和负离子的反射运动对碰撞电负性磁鞘的影响\*

刘惠平<sup>†</sup> 邹秀

(大连交通大学理学院, 大连 116028)

(2019年8月29日收到; 2019年10月20日收到修改稿)

研究了鞘层中电子和负离子的反射运动对碰撞电负性磁鞘玻姆判据和鞘层结构的影响. 通过理论推导得到了考虑鞘层中电子和负离子的反射运动时鞘层玻姆判据表达式, 并通过数值模拟得到了电子和负离子采用玻尔兹曼模型和反射运动模型时离子马赫数的下限随参数的变化曲线以及鞘层中带电粒子密度的分布曲线. 结果表明, 电子和负离子的反射运动模型和玻尔兹曼模型离子马赫数的上限完全相同, 下限表达式不同, 反射运动模型中下限还与基板电势有关, 且随着基板电势值的增加而增大, 达到与玻尔兹曼分布中相同值后保持不变, 随着鞘边负离子浓度和温度的不同达到最大值的速度不同; 离子马赫数的下限在玻尔兹曼和反射运动模型中都随鞘边负离子浓度的增加和温度的降低而减小, 只是在反射运动模型中的最大值要小; 两种模型中离子马赫数的下限都随鞘边电场的增加而增加, 但在玻尔兹曼模型中增加得更快最终值更大; 两种模型离子马赫数的下限都随碰撞参数或磁场角度的增加而降低, 但在玻尔兹曼模型中降低更快, 随着碰撞参数或者磁场角度的增加两种模型中离子马赫数的下限趋于一致; 当基板电势值较小时, 电子和负离子的反射运动对鞘层结构影响较大, 当基板电势值较大时电子和负离子反射运动对鞘层中带电粒子密度分布的影响很小.

**关键词:** 电子和负离子的反射, 电负性磁鞘, 玻姆判据, 鞘层结构

**PACS:** 52.40.Kh, 52.25.Xz

**DOI:** 10.7498/aps.69.20191307

## 1 引言

在工业中, 经常采用含负离子和碳氟化合物(如  $H_2$ ,  $F_2$ ,  $O_2$ ,  $C_{12}$ ,  $SF_6$ ) 的等离子体来进行新材料加工. 在这种等离子体加工过程中, 由于电子的吸附作用或发生化学反应便会在鞘层中出现负离子, 如  $O^-$ ,  $F_2^-$ ,  $SiH_3^-$  等, 其密度可能大大超过电子密度, 电负性等离子体也因此成为国内外学者们研究的热点<sup>[1-26]</sup>. 等离子体的电负性(等离子体中负离子与正离子的密度比)由于作业条件和气体组成的不同可能在  $10^{-3}$ —1 范围内变化<sup>[5-7]</sup>. 含有负离子

的等离子体鞘层称为电负性等离子体鞘层.

外加磁场作用下的等离子体鞘层在等离子体探针和材料加工等方面都有很重要的应用, 比如用磁化的等离子体进行超音速流的控制, 尤其用来减轻超音速飞行中的极热问题<sup>[27]</sup>. 再比如利用外磁场也可以很好地控制等离子体的放电特征<sup>[7]</sup>. 以往对电负性等离子体磁鞘的研究工作中, 电子和负离子均被假设遵循玻尔兹曼分布, 正离子遵循流体方程. 但是近几年的研究发现, 在磁鞘中若磁场严格平行于基板, 电子不再遵循玻尔兹曼分布, 而是同正离子一样遵循流体分布<sup>[28-32]</sup>. 在斜磁场作用的鞘层中, 电子和负离子在沿磁场线向基板运动的过

\* 辽宁省教育厅基本科研项目(批准号: JDL2017012) 和国家自然科学基金(批准号: 11404049) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: lhp@djtu.edu.cn

程中,有一部分将会被鞘层中负的电势反射,因此电子和负离子的运动并不是严格地遵从玻尔兹曼分布. 对非磁化的鞘层中电子的反射运动也有研究 [33,34], 结果表明电子的反射运动对鞘层结构有明显的影响, 比如能够引起基板电势的降低. 文献 [35] 较系统地研究了斜磁场作用下电子离子鞘层中电子的反射运动对玻姆判据和鞘层的影响, 结果表明当基板电势值较小时, 电子的反射运动使离子马赫数最小值降低, 对鞘层结构也有明显的影响. 然而对于碰撞电负性磁鞘中, 电子和负离子的反射运动对玻姆判据和鞘层结构的影响, 还没有被系统地研究.

本文首先完整地推导了包含电子、负离子和正离子的碰撞磁鞘中, 考虑电子和负离子的反射运动情况下的玻姆判据, 然后数值研究了电子和负离子的反射运动对鞘层玻姆判据和鞘层结构的影响, 重点比较了电子和负离子采用反射运动模型和玻尔兹曼模型时鞘层玻姆判据和鞘层结构的异同, 得到的结果对理论和实验研究均有一定的价值.

## 2 鞘层模型和基本方程

在考虑电子和负离子的反射运动的情况下, 等离子体磁鞘层模型如图 1 所示. 假设鞘层为平面鞘层, 恒定的外磁场位于  $x-z$  平面并与  $x$  方向成  $\theta$  角. 假设鞘层中包含三种带电粒子: 负离子和电子温度分别为  $T_-$  和  $T_e$ , 带电量均为  $-e$ , 冷的正离子带电量为  $e$ . 负离子和电子分别满足方程 [28–35]:

$$n_- = n_{-0}^+ \exp\left(\frac{e\phi}{T_-}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e(\phi - \phi_w)}{T_-}}\right)\right], \quad (1)$$

$$n_e = n_{e0}^+ \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e(\phi - \phi_w)}{T_e}}\right)\right], \quad (2)$$

式中,  $n_{-0}^+$  和  $n_{e0}^+$  分别为鞘边向基板运动的负离子数密度和电子数密度,  $n_-$  和  $n_e$  分别为鞘层区负离子数密度和电子数密度,  $\phi$  为鞘层区电势,  $\phi_w$  为基板电势, 误差函数  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ . 冷的正离子运动满足流体的连续性方程和运动方程:

$$\nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad (3)$$

$$m_i (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = -e \nabla \phi + \frac{e \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}}{c} - m_i \nu_{in} \mathbf{v}_i, \quad (4)$$

式中,  $m_i$ ,  $n_i$  和  $v_i$  分别为正离子的质量、数密度和速度,  $\nu_{in} = n_n \tau v_i$  为传递动量的正离子与中性粒子碰撞的频率,  $n_n$  为中性气体数密度,  $\tau = \tau_s (v_i/c_{is})^\beta$  是动量传递截面 ( $\tau_s$  为以正离子声速测量的横截面,  $c_{is} = (T_e/m_i)^{1/2}$  为正离子声速,  $\beta$  为无量纲化参数, 其取值范围为  $-1-0$ , 其中  $\beta = -1$  对应恒定的碰撞频率,  $\beta = 0$  对应恒定的平均自由程).

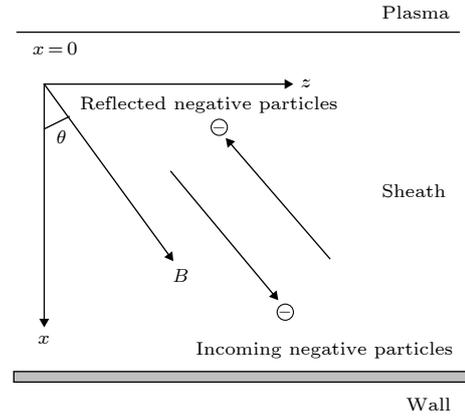


图 1 电负性等离子体磁鞘模型示意图

Fig. 1. Geometry of the electronegative magnetized plasma sheath model.

采用三维速度和一维空间坐标, 鞘层电势满足泊松方程:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{e(n_i - n_e - n_-)}{\epsilon_0}. \quad (5)$$

用  $\alpha = n_{-0}/n_{i0}$  表示鞘边负离子与正离子密度比,  $\sigma = T_e/T_-$  表示电子与负离子温度比. 为简化方程, 引入下列无量纲化参数  $\eta = -e\phi/T_e$ ,  $\xi = x/\lambda_D$ ,  $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i/c_{is}$ ,  $N_e = n_e/n_{e0}$ ,  $N_i = n_i/n_{i0}$ ,  $N_- = n_-/n_{-0}$  和  $\nu = \lambda_D n_n \tau_s$ , 其中  $n_{e0}$ ,  $n_{i0}$  和  $n_{-0}$  分别为鞘边电子数密度, 正离子数密度和负离子数密度,  $\lambda_D = [T_e/(4\pi n_{e0} e^2)]^{1/2}$  为电子德拜长度,  $\nu$  为净碰撞参数.

令  $\hat{B}_0 = \hat{x} \cos \theta + \hat{z} \sin \theta$ ,  $n_{-0}^-$  和  $n_{e0}^-$  分别为鞘边被反射的负离子数密度和电子数密度, 则在鞘边  $x = 0$  处, 有  $n_{-0}^+ + n_{-0}^- = n_{-0}$ ,  $n_{e0}^+ + n_{e0}^- = n_{e0}$ ,  $n_{i0} = n_{e0} + n_{-0}$  和  $\phi = 0$  成立, 再由方程 (1)–(5) 可将鞘层方程写为:

$$N_{-0}^+ = \frac{n_{-0}^+}{n_{-0}} = \frac{1}{1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\sigma \eta_w})}, \quad (6)$$

$$N_- = N_{-0}^+ \exp(-\sigma \eta) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\sigma(\eta_w - \eta)}\right)\right], \quad (7)$$

$$N_{e0}^+ = \frac{n_{e0}^+}{n_{e0}} = \frac{1}{1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta_w})}, \quad (8)$$

$$N_e = N_{e0}^+ \exp(-\eta) \left[ 1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta_w - \eta}) \right], \quad (9)$$

$$N_i = Ma_i / u_{ix}, \quad (10)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{ix}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} + \gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy} \sin \theta - \nu u_i^{\beta+1} u_{ix}, \quad (11)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iy}}{\partial \zeta} = \gamma_i \delta_i^{1/2} (u_{iz} \cos \theta - u_{ix} \sin \theta) - \nu u_i^{\beta+1} u_{iy}, \quad (12)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iz}}{\partial \zeta} = -\gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy} \cos \theta - \nu u_i^{\beta+1} u_{iz}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = \delta_i N_i(\eta) - N_e(\eta) - \delta_- N_-(\eta), \quad (14)$$

式中,  $Ma_i = v_{ix0}/c_{is}$  是离子马赫数,  $\gamma_i$  是正离子回旋频率  $\omega_{ic} = eB/(m_i c)$  与正离子等离子体频率  $\omega_{pi} = (4\pi n_{i0} e^2/m_i)^{1/2}$  之比, 即  $\gamma_i = \frac{\omega_{ic}}{\omega_{pi}}$ ,  $\delta_i = \frac{n_{i0}}{n_{e0}}$ ,  $\delta_- = \frac{n_{-0}}{n_{e0}}$ . 利用鞘层边界条件: 在鞘边  $x = 0$  处,  $\eta \rightarrow 0, N_i \rightarrow 1, N_e \rightarrow 1, \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = E_0 \neq 0, \left(\frac{\partial u_{ix}}{\partial \xi}\right)_{x=0} \geq 0$  和  $\left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi}\right)_{x=0} = E_0 > 0$ , 由 (6)–(14) 式及文献 [15,23] 可以得到考虑电子和负离子反射运动时的电负性等离子体磁鞘的玻姆判据:

当  $\beta = 0$  时,

$$\left[ \frac{1}{\mu} + \frac{\gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy0} \sin \theta}{\mu E_0} - \frac{\nu u_{i0} Ma_i}{\mu E_0} \right]^{1/2} \leq Ma_i \leq \frac{E_0 + \gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy0} \sin \theta}{\nu u_{i0}}; \quad (15)$$

当  $\beta = -1$  时,

$$\left[ \frac{1}{\mu} + \frac{\nu^2}{4\mu^2 E_0^2} + \frac{\gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy0} \sin \theta}{\mu E_0} \right]^{1/2} - \frac{\nu}{2\mu E_0} \leq Ma_i \leq \frac{E_0 + \gamma_i \delta_i^{1/2} u_{iy0} \sin \theta}{\nu}, \quad (16)$$

式中,  $u_{i0} = (Ma_i^2 + u_{iy0}^2 + u_{iz0}^2)^{1/2}$ ,  $\mu = \delta_s + \chi_e/\delta_i$ ,

$$\delta_s = \frac{1 + \delta_- \sigma(1 + \chi_-)}{\delta_i}, \quad \chi_e = N_{e0}^+ \frac{\exp(-\eta_w)}{(\pi \eta_w)^{1/2}},$$

$$\chi_- = N_{-0}^+ \frac{\exp(-\sigma \eta_w)}{(\pi \sigma \eta_w)^{1/2}}$$

### 3 数值结果和讨论

(15) 式和 (16) 式即为考虑电子和负离子反射运动时的碰撞电负性等离子体磁鞘的玻姆判据. 考

虑正离子在预鞘区的  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  漂移运动, 将正离子进入鞘层时  $y$  方向初速度和  $z$  方向初速度  $u_{iy0} = -E_0 \sin \theta / \gamma_i$  和  $u_{iz0} = Ma_i \tan \theta$  [18,23,35,36] 代入 (15) 式和 (16) 式可以得到:

当  $\beta = 0$  时,

$$\left[ \frac{1}{\mu} - \frac{\delta_i^{1/2} \sin^2 \theta}{\mu} - \frac{\nu u_{i0} Ma_i}{\mu E_0} \right]^{1/2} \leq Ma_i \leq \frac{E_0(1 - \delta_i^{1/2} \sin^2 \theta)}{\nu u_{i0}}; \quad (17)$$

当  $\beta = -1$  时,

$$\left[ \frac{1}{\mu} + \frac{\nu^2}{4\mu^2 E_0^2} - \frac{\delta_i^{1/2} \sin^2 \theta}{\mu} \right]^{1/2} - \frac{\nu}{2\mu E_0} \leq Ma_i \leq \frac{E_0(1 - \delta_i^{1/2} \sin^2 \theta)}{\nu}. \quad (18)$$

考虑电子和负离子反射运动以及正离子在的预鞘区的  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  漂移运动时的碰撞电负性等离子体磁鞘的玻姆判据由 (17) 式和 (18) 式决定. 从 (17) 式和 (18) 式可以看出, 无论鞘层碰撞模型为恒定的离子自由程 ( $\beta = 0$ ) 还是为恒定的离子迁移率 ( $\beta = -1$ ), 离子马赫数  $Ma_i$  的上限和下限的值都与碰撞参数、鞘边负离子的浓度、磁场的角度以及鞘边电场有关, 但仅仅下限的值与基板电势和负离子温度有关, 上限与基板电势和负离子温度均无关; 两种碰撞模型不同的是前者的离子马赫数  $Ma_i$  的取值范围还与磁场强度有关, 后者离子马赫数  $Ma_i$  的取值范围却与磁场强度无关. 可以对 (17) 式和 (18) 式进行如下讨论: 当取基板电势  $\eta_w \rightarrow \infty$  时, 由 (17) 式和 (18) 式可以得到电子和负离子为玻尔兹曼分布时的碰撞电负性等离子体磁鞘的玻姆判据 [23], 同时还可以看到对于碰撞电负性等离子体磁鞘, 无论电子和负离子是采用玻尔兹曼分布还是考虑电子和负离子的反射运动, 离子马赫数  $Ma_i$  的上限都相同, 不同的是下限; 当取鞘边负离子浓度和碰撞参数均为零 ( $\alpha = 0, \nu = 0$ ) 时, 由 (17) 式和 (18) 式可以得到与文献 [35] 完全相同的结果.

为了比较电子和负离子采用玻尔兹曼分布模型和反射运动模型对离子马赫数  $Ma_i$  下限的影响, 根据文献 [5–10,13,19,20,35] 选取参数, 对  $\beta = -1$  时离子马赫数  $Ma_i$  的下限随参数的变化进行了数值模拟, 结果如图 2—图 6 所示. 从图 2 可以看出,

离子马赫数  $Ma_i$  的下限在玻尔兹曼模型和反射模型中均随鞘边负离子浓度的增加 ( $\alpha$  值增大) 和负离子温度的降低 ( $\sigma$  值增大) 单调递减, 只是在反射

模型中的最大值要小一些. 图 3 中离子马赫数  $Ma_i$  的下限在玻尔兹曼模型中不随基板电势变化, 但在反射运动模型中开始随基板电势值的增加而增大,

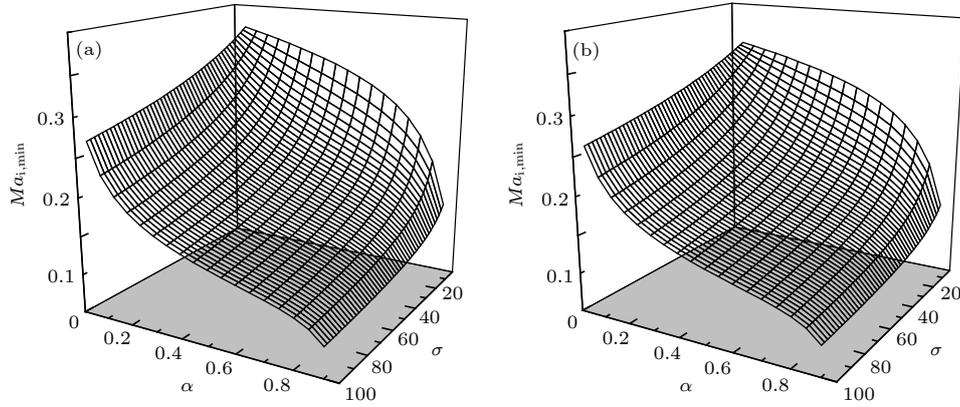


图 2 负离子浓度和温度对离子马赫数下限的影响 ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, E_0 = 0.05, \eta_w = 0.3$ ) (a) 玻尔兹曼模型; (b) 反射模型

Fig. 2. The effects of negative ions concentration and temperature on the lower limit of ion Mach number ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, E_0 = 0.05, \eta_w = 0.3$ ): (a) Boltzmannian model; (b) reflection model.

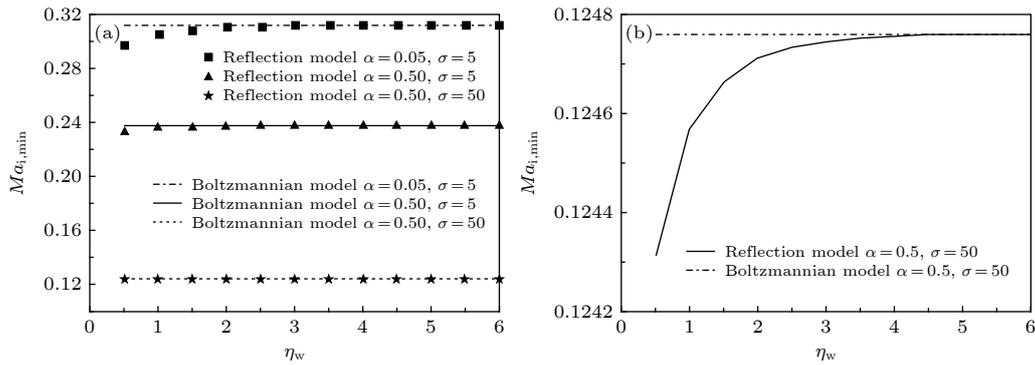


图 3 基板电势对离子马赫数下限的影响 (a) 整体; (b) 局部 ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, E_0 = 0.05$ )

Fig. 3. The effect of wall potential on the lower limit of ion Mach number: (a) Whole; (b) part ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, E_0 = 0.05$ ).

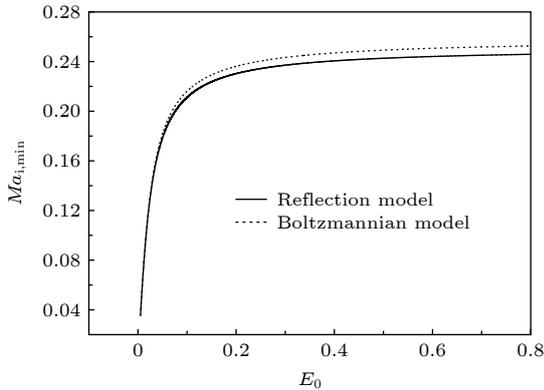


图 4 鞘边电场对离子马赫数下限的影响 ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, \alpha = 0.2, \sigma = 50, \eta_w = 0.3$ )

Fig. 4. The effect of the sheath edge electric field on the lower limit of ion Mach number ( $\nu = 0.1, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, \alpha = 0.2, \sigma = 50, \eta_w = 0.3$ ).

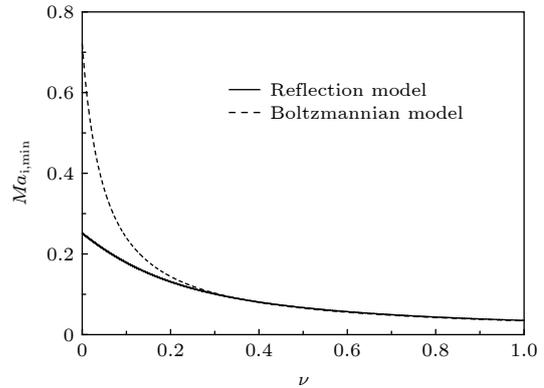


图 5 碰撞参数对离子马赫数下限的影响 ( $E_0 = 0.05, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, \alpha = 0.2, \sigma = 50, \eta_w = 0.3$ )

Fig. 5. The effect of collision parameter on the lower limit of ion Mach number ( $E_0 = 0.05, B = 0.1 \text{ T}, \theta = 30^\circ, \alpha = 0.2, \sigma = 50, \eta_w = 0.3$ ).

增大到与玻尔兹曼模型中相同的值后不再变化; 当鞘边负离子浓度较高 ( $\alpha$  值较大) 或者温度较低 ( $\sigma$  值较大) 时, 反射运动模型中离子马赫数  $Ma_i$  的下限会很快增加到与玻尔兹曼模型中相同的值. 图 4 显示的是两种模型中离子马赫数  $Ma_i$  的下限都随鞘边电场的增加而增大, 但在玻尔兹曼模型中增加得更快最终值更大. 从图 5 和图 6 可以看出, 两种模型的离子马赫数  $Ma_i$  的下限都随着碰撞参数或者磁场角度的增加而降低, 但玻尔兹曼模型中降低得更快, 随着碰撞参数或者磁场角度的增加两种模型中离子马赫数  $Ma_i$  的下限值趋于一致.

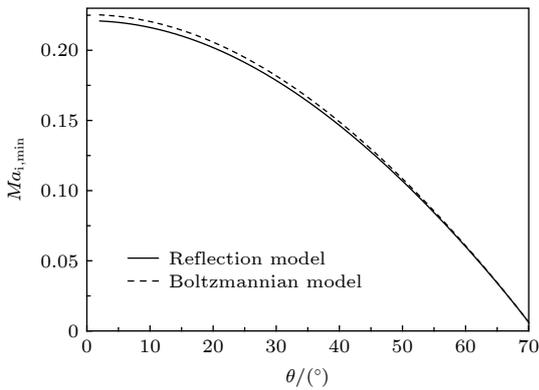


图 6 磁场角度对离子马赫数下限的影响 ( $E_0 = 0.05$ ,  $B = 0.1$  T,  $\nu = 0.1$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\sigma = 50$ ,  $\eta_w = 0.3$ )  
 Fig. 6. The effect of magnetic field angle on the lower limit of ion Mach number ( $E_0 = 0.05$ ,  $B = 0.1$  T,  $\nu = 0.1$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\sigma = 50$ ,  $\eta_w = 0.3$ ).

为了比较电子和负离子采用玻尔兹曼分布模型和反射运动模型对鞘层中带电粒子密度分布的影响, 根据相关文献 [5–10,13,18,19,20,35–37] 可选取如下参数进行数值模拟: 等离子体密度  $n_0 = 5.0 \times 10^{14}/\text{m}^3$ , 电子温度为  $T_e = 3.48 \times 10^4$  K, 碰撞参数  $\nu = 0.1$ , 磁场强度  $B = 0.2$  T, 磁场与  $x$  轴正向的夹角  $\theta = 30^\circ$ , 鞘边负离子与正离子密度比  $\alpha = 0.25$ , 电子与负离子温度比  $\sigma = 7$ , 鞘边电场  $E_0 = 0.11$ , 正离子进入鞘层时  $x$  轴方向初速度取满足玻姆判据的值  $u_{ix0} = Ma_i = 0.7$ ,  $y$  轴和  $z$  轴方向初速度分别为  $u_{iy0} = -E_0 \sin\theta/\gamma_i$  和  $u_{iz0} = Ma_i \tan\theta$ , 无量纲化参数  $\beta = -1$ , 模拟结果如图 7 和图 8 所示. 图 7 基板电势  $\eta_w = 0.7$ , 图 8 基板电势  $\eta_w = 10$ . 从图 7 和图 8 可以看出, 无论基板电势值较大还是较小, 两种模型中的负离子密度都是在鞘边很快减小到零, 其次是电子密度缓慢减小到零, 最后是正离子密度更缓慢地减小, 负离子密度减小很快是因为其

密度随  $\sigma$  值增大按指数形式减小 ((7) 式); 同时还可以看到, 当基板电势值较小时, 反射运动模型中带电粒子密度比在玻尔兹曼模型中下降得快, 而当基板电势值较大时, 两种模型中同种带电粒子密度分布并没有明显的不同, 这是因为 (7) 式和 (9) 式, 在这两式中取基板电势  $\eta_w \rightarrow \infty$ , 便可得到负离子和电子在玻尔兹曼模型下的密度表达式, 并得到

$$\frac{N_-}{N_{-B}} = \frac{1 + \text{erf}[\sqrt{\sigma(\eta_w - \eta)}]}{1 + \text{erf}(\sqrt{\sigma\eta_w})}, \quad (19)$$

$$\frac{N_e}{N_{eB}} = \frac{1 + \text{erf}(\sqrt{\eta_w - \eta})}{1 + \text{erf}(\sqrt{\eta_w})}, \quad (20)$$

式中,  $N_{-B}$  和  $N_{eB}$  分别为玻尔兹曼模型中鞘层区负离子和电子的密度. 从 (19) 式和 (20) 式可以看出, 基板电势值越小, 两种模型中负离子和电子的密度分布差异越大. 因此当基板电势值较小时, 电子和负离子的反射运动对鞘层结构影响较大, 当基板电势值较大时电子和负离子反射运动对鞘层中带电粒子密度分布的影响很小.

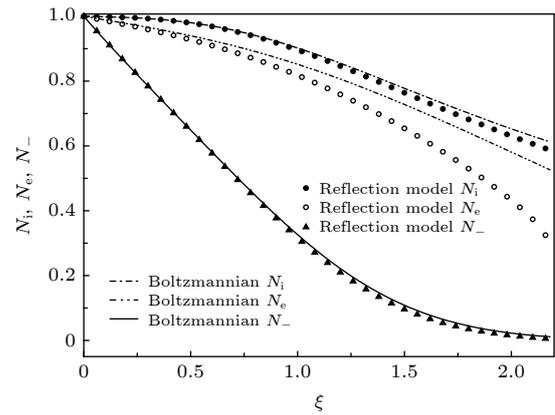


图 7 鞘层中带电粒子密度分布 ( $\eta_w = 0.7$ )  
 Fig. 7. The normalized charged particle density ( $\eta_w = 0.7$ ).

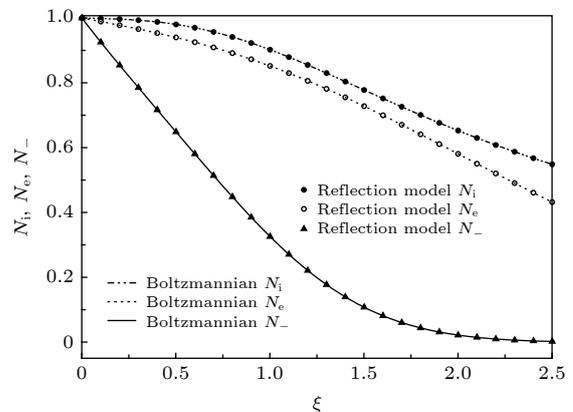


图 8 鞘层中带电粒子密度分布 ( $\eta_w = 10$ )  
 Fig. 8. The normalized charged particle density ( $\eta_w = 10$ ).

## 4 结 论

建立了考虑电子和负离子反射运动的磁化碰撞电负性鞘层结构模型, 理论推导了鞘层的玻姆判据, 并采用数值模拟的方法讨论了鞘层中电子和负离子的反射运动对离子马赫数的取值范围和鞘层结构的影响, 得到以下结论.

1) 无论电子和负离子是采用玻尔兹曼分布还是考虑电子和负离子的反射运动, 离子马赫数  $Ma_i$  的上限都相同, 不同的是下限; 在考虑电子和负离子反射运动的情况下, 无论鞘层碰撞模型为恒定的离子自由程 ( $\beta = 0$ ) 还是为恒定的离子迁移率 ( $\beta = -1$ ), 离子马赫数  $Ma_i$  的上限和下限的值都与碰撞参数、鞘边负离子的浓度、磁场的角度以及鞘边电场有关, 但仅仅下限与基板电势和负离子温度有关, 上限与基板电势和负离子温度均无关; 两种碰撞模型不同的是前者的离子马赫数  $Ma_i$  的取值范围还与磁场强度有关, 后者离子马赫数  $Ma_i$  的取值范围却与磁场强度无关.

2) 离子马赫数  $Ma_i$  的下限在玻尔兹曼模型和反射模型中均随鞘边负离子浓度的增加和负离子温度的降低单调递减, 只是在反射模型中的最大值要小一些.

3) 离子马赫数的下限在玻尔兹曼模型中不随基板电势变化, 但在反射运动模型中开始随基板电势值的增加而增大, 增大到与玻尔兹曼模型中相同的值后不再变化; 当鞘边负离子浓度较高或者温度较低时, 反射运动模型中离子马赫数  $Ma_i$  的下限会很快增加到与玻尔兹曼模型中相同的值.

4) 玻尔兹曼和反射运动模型中离子马赫数的下限都随鞘边电场的增加而增大, 但在玻尔兹曼模型中增加得更快最终值更大.

5) 玻尔兹曼和反射运动模型的离子马赫数的下限都随碰撞参数或者磁场角度的增加而降低, 但玻尔兹曼模型中降低得更快, 随着碰撞参数或者磁场角度的增加两种模型中离子马赫数的下限值趋于一致.

6) 当基板电势值较小时, 电子和负离子的反射运动对鞘层结构影响较大, 当基板电势值较大时电子和负离子反射运动对鞘层中带电粒子密度分布的影响很小.

## 参考文献

[1] Yamada H, Yoshida Z 1992 *J. Plasma Phys.* **48** 229

[2] Fernandez Palop J I, Ballesteros J, Colomer V, Hernandez M A, Dengra A 1995 *J. Appl. Phys.* **77** 2937

[3] Fernandez Palop J I, Colomer V, Ballesteros J, Hernandez M A, Dengra A 1996 *Surf. Coat. Technol.* **84** 341

[4] Amemiya H, Annaratone B M, Allen J E 1998 *J. Plasma Phys.* **60** 81

[5] Ming L, Michael A V, Steven K D, Brett M J 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 248

[6] WANG Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1537

[7] Yasserian K, Aslaninejad M, Ghoranneviss M 2009 *Phys. Plasmas* **16** 023504

[8] Hatami M M, Shokri B, Niknam A R 2008 *Phys. Plasmas* **15** 123501

[9] Gong Y, Duan P, Zhang J H, Zou X, Liu J Y, Liu Y 2010 *Chin. J. Comput. Phys.* **27** 883

[10] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3032

[11] Ghomi H, Khoramabadi M, Shukla P K, Ghorannevis M 2010 *J. Appl. Phys.* **108** 063302

[12] Ghomi H, Khoramabadi M 2010 *J. Plasma Phys.* **76** 247

[13] Zou X, Liu H P, Qiu M H, Sun X H 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 125201

[14] Ghomi H, Khoramabadi M 2011 *J Fusion Energy* **30** 481

[15] Liu H P, Zou X, Zou B Y, Qiu M H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 035201 (in Chinese) [刘惠平, 邹秀, 邹滨雁, 邱明辉 2012 物理学报 **61** 035201]

[16] Qiu M H, Liu H P, Zou X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 155204 (in Chinese) [邱明辉, 刘惠平, 邹秀 2012 物理学报 **61** 155204]

[17] Hatami M M, Shokri B 2013 *Phys. Plasmas* **20** 033506

[18] Li J J, Ma J X, Wei Z A 2013 *Phys. Plasmas* **20** 063503

[19] Yasserian K, Aslaninejad M, Borghei M, Eshghabadi M 2010 *J. Theor. Appl. Phys.* **4** 26

[20] Yasserian K, Aslaninejad M 2012 *Phys. Plasmas* **19** 073507

[21] Shaw A K, Kar S, Goswami K S 2012 *Phys. Plasmas* **19** 102108

[22] Moullick R, Mahanta M K, Goswami K S 2013 *Phys. Plasmas* **20** 094501

[23] Liu H P, Zou X, Zou B Y, Qiu M H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 245201 (in Chinese) [刘惠平, 邹秀, 邹滨雁, 邱明辉 2016 物理学报 **65** 245201]

[24] Sobolewski M A, Wang Y C, Goyette A 2017 *J. Appl. Phys.* **122** 053302

[25] Regodon G F, Fernandez-Palop J I, Tejero-del-Caz A, Diaz-Cabrera J M, Carmona-Cabezas R, Ballesteros J 2018 *Plasma Sources Sci. Technol.* **2018** 27

[26] Oudini N, Sirse N, Taccogna F, Ellingboe A R, Bendib A 2018 *Phys. Plasmas* **25** 053510

[27] Sternberg N, Poggie J 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 2217

[28] Tskhakaya D D, Shukla P K, Eliasson B, Kuhn S 2005 *Phys. Plasmas* **12** 103503

[29] Pandey B P, Samarian A, Vladimirov S V 2007 *Phys. Plasmas* **14** 093703

[30] Zimmermann T M G, Coppins M, Allen J E 2009 *Phys. Plasmas* **16** 043501

[31] Zimmermann T M G, Coppins M, Allen J E 2010 *Phys. Plasmas* **17** 022301

[32] Krasheninnikova N S, Tang X, Roytershteyn V S 2010 *Phys. Plasmas* **17** 057103

[33] Sheehan J P, Hershkovitz N, Kaganovich I D, Wang H, Raitsev Y, Barnat E V, Weatherford B R, Sydorenko D 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 075002

[34] Sheehan J P, Kaganovich I D, Wang H, Sydorenko D, Raitsev Y, Hershkovitz N 2014 *Phys. Plasmas* **21** 063502

[35] Wang T T, Ma J X, Wei Z A 2015 *Phys. Plasmas* **22** 093505

[37] Zou X, Zou B Y, Ji Y K 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1902 (in

[36] Liu J Y, Wang F, Sun J Z 2011 *Phys. Plasmas* **18** 013506

Chinese) [邹秀, 邹滨雁, 籍延坤 2010 物理学报 **59** 1902]

# Effects of reflection of electrons and negative ions on magnetized electronegative and collisional plasma sheath\*

Liu Hui-Ping<sup>†</sup> Zou Xiu

(School of Science, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

( Received 29 August 2019; revised manuscript received 20 October 2019 )

## Abstract

The effects of the reflection of electrons and negative ions in magnetized electronegative and collisional plasma sheath on the Bohm criterion and the sheath structure are numerically investigated. The Bohm criterion expression of the sheath with considering the reflection of electrons and negative ions is derived theoretically. The lower limit of ion Mach number versus parameters and the distribution curve of charged particle density in sheath are obtained by numerical simulation when Boltzmannian model and reflection model are applied to electrons and negative ions. The results show that the upper limit of ion Mach number is identical to that of Boltzmannian model, but their lower limit expressions are different. The lower limit of ion Mach number in the reflection model is also related to the wall potential, and with the increase of the wall potential, ion Mach number first increases and then remains unchanged after reaching the same value as that from Boltzmannian model, and the speeds of their reaching the maximum values are different due to the difference in sheath edge negative ion concentration and temperature. In both Boltzmannian and the reflection model, the lower limit of the ion Mach number decreases with the concentration of the negative ion at the sheath edge increasing and the negative ion temperature decreasing, but the maximum value is smaller in the reflection model. The lower limit of ion Mach number for each of the two models increases with sheath edge electric field increasing, but increases faster and the final value is larger in Boltzmannian model. The lower limit of ion Mach number for each of the two models decreases with the increase of collision parameter or magnetic field angle, but decreases faster in Boltzmannian model with the increase of collision parameter or magnetic field angle. The lower limits of ion Mach number in the two models tend to be the same with the increase of magnetic field angle. When the wall potential is small, the reflection of electrons and negative ions has a great influence on the sheath structure. When the wall potential is large, the reflection of electrons and negative ions have little effect on the density distribution of charged particles in the sheath.

**Keywords:** reflection of electrons and negative ions, magnetized electronegative sheath, Bohm criterion, sheath structure

**PACS:** 52.40.Kh, 52.25.Xz

**DOI:** 10.7498/aps.69.20191307

\* Project supported by Basic Research Foundation of Department of Education of Liaoning Province, China (Grant No. JDL2017012) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11404049).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lhpdjtu.edu.cn](mailto:lhpdjtu.edu.cn)