

自由流体层与多孔介质层界面的盐指现象的统一域法模拟

张先飞 王玲玲 朱海 曾诚

Numerical study on salt finger at interface between fluid layer and porous layer by single-domain approach

Zhang Xian-Fei Wang Ling-Ling Zhu Hai Zeng Cheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 214701 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20200351

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200351>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

流体/准饱和多孔介质中伪Scholte波的传播特性

Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space

物理学报. 2018, 67(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180853>

金属材料界面与辐照缺陷的交互作用机理

Mechanism of interaction between interface and radiation defects in metal

物理学报. 2019, 68(13): 137901 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190128>

钙钛矿太阳能电池中的缓冲层研究进展

Progress in perovskite solar cells based on different buffer layer materials

物理学报. 2020, 69(13): 138401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200543>

底部局部加热多孔介质自然对流传热的格子Boltzmann模拟

Simulation of effect of bottom heat source on natural convective heat transfer characteristics in a porous cavity by lattice Boltzmann method

物理学报. 2017, 66(20): 204402 <https://doi.org/10.7498/aps.66.204402>

不可压缩律流体气-液两相流格子Boltzmann模型及其在多孔介质内驱替问题中的应用

Lattice Boltzmann model of gas-liquid two-phase flow of incompressible power-law fluid and its application in the displacement problem of porous media

物理学报. 2019, 68(21): 214702 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190873>

Fe基体中包含Cu团簇的Fe-Cu二元体系在升温过程中结构变化的原子尺度计算

Atomic-scale simulation study of structural changes of Fe-Cu binary system containing Cu clusters embedded in the Fe matrix during heating

物理学报. 2017, 66(8): 086301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.086301>

自由流体层与多孔介质层界面的盐指现象的统一域法模拟*

张先飞¹⁾²⁾³⁾ 王玲玲^{1)2)†} 朱海²⁾ 曾诚²⁾

1) (河海大学, 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 南京 210098)

2) (河海大学水利水电工程学院, 南京 210098)

3) (Department of Applied Ocean Physics and Engineering, Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, MA 02543, USA)

(2020年3月9日收到; 2020年6月24日收到修改稿)

自由流体层和多孔介质层交界处同时存在温度梯度和盐度梯度会导致盐指型双扩散对流的发生, 改变流体的运动状态, 进而影响物质输移规律. 本文建立了流体层与多孔介质层界面双扩散耦合模型, 模型采用统一域法, 在上下层分别计算水动力-温度-浓度输运方程, 用快速傅里叶变换求解统一域内流函数方程. 计算分析了 $\phi = 0.35, 0.40, 1$ 的三个典型工况, 研究在多孔介质层不同孔隙率下盐指的对流结构和演变过程, 讨论了稳定密度分层下物质输移现象及其输运特性. 结果表明, 与分层水体中的盐指不同, 流体层和多孔介质层界面的盐指具有非对称结构, 多孔介质层的下沉盐指较于上升盐指更宽, 生长速度慢, 在混合区域内具有更好的输运能力. 研究发现多孔介质中固体的存在极大地阻碍了盐指对流的生长, 同时影响了垂向的物质通量; 在孔隙率高的工况中, 由盐度的不稳定分层储存的潜在势能更多地转化为动能, 从而增加了垂直方向上的物质输运, 使盐指具有更强的混合能力.

关键词: 多孔介质, 界面, 盐指, 浮力驱动对流

PACS: 47.20.Bp, 47.56.+r

DOI: 10.7498/aps.69.20200351

1 引言

双扩散系统中两种不同扩散系数的物质其浓度沿重力方向梯度分布时, 会产生一类由浮力驱动的非线性不稳定结构, 盐指型双扩散对流是一个典型, 其最早在物理海洋领域被发现, 并广泛出现在天体物理学、化学、地质和半导体晶体生长过程等领域^[1-5]. 海水的盐度和温度等状态参数在垂直方向上往往呈相间迭置的阶梯状分布^[6], 在界面附近

会生长出很多手指状狭长的柱体结构, 即“盐指”^[7]. Kluikov 和 Karlin^[8] 指出, 由于海洋蒸发、大洋环流或者边缘海水注入等原因, 全球 2/3 的海域充斥着盐指, 这些结构能够有效混合盐度、温度、氮氧化物及二氧化碳等物质^[9]. 盐指同时也是多孔介质中的常见流动特征, 如污染物在地下水中的扩散^[10]、沿海区域的淡水含水层的流动^[11] 和浓缩合金的定向凝固^[12] 等. Cooper 等^[13] 在 Hele-Shaw cell 模型中通过盐-蔗糖双扩散系统, 研究了浮力率对盐指演变过程的影响, 发现低浮力率工况中, 盐指

* 国家重点研发计划 (批准号: 2017YFC0405605)、中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2018B615X14)、国家自然科学基金基金 (批准号: 51879086, 51479058, 51709126)、国家重点实验室基本科研业务费自主研究项目 (批准号: 20185044412)、高等学校学科创新引智计划 (批准号: B17015) 和江苏省研究生科研与实践创新计划项目 (批准号: KYCX18_0600) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 706584934@qq.com

生长较快,而在高浮力率工况中,盐指产生的垂向物质通量随时间消减迅速. Werner^[14]通过物理实验系统地研究了多孔介质的盐指,并拟合出垂向物质通量与瑞利数的关系.数值模拟是研究盐指现象的重要而有效的工具,随着计算机技术的飞速发展,“数值实验”逐渐取代部分传统物理实验,成为盐指现象的主要研究方法,研究人员通过选取不同参数的组合探索盐指生长机理及垂向混合特性.例如,2014年, Singh 和 Srinivasan^[15]指出, Rayleigh 数越高,双扩散系统越敏感,盐指的形态就越丰富; Shen^[16]将问题聚焦在不同浮力比下盐指的垂向温度通量和盐度通量,发现浮力比越低,盐指生长速度越快,垂向输运作用就越明显.国内学者对多孔介质中的盐指也做了深入研究.罗莹莹等^[10]通过对多孔介质盐指现象的数值模拟,发现标准孔隙率是影响盐度与对流强弱的重要因素,孔隙率较低的工况中,盐度的输运速度要比热快.在上述研究工作中,研究区域内同时存在两种物质(如热和盐)的非零梯度分布且他们具有不同的扩散系数,这是盐指形成的必要条件,其中扩散系数小的物质不稳定分层所储存的潜在势能^[17]是盐指发生的根本原因.

然而在上覆流体层和下层多孔介质层组成的复合区域内,由温度和盐度等不同扩散率的物质相互作用所形成的盐指型双扩散现象尚未引起科研人员的关注,仅有的成果远不足以支持和指导交界面处垂向物质通量的模拟计算.1970年, Copley 等^[18]在铸件的实验即发现在固液相间区产生的上升流是形成通道偏析的原因,并认为该上升流是盐指对流的结果.2007年, Werner^[14]通过美国东南部大西洋沿岸观测数据,表明每年特定季节下温热多盐的海水位于浅层地下水之上时,盐指对流使海水和地下水充分混合,但盐指的产生与生长机制仍是一个谜团.近年来,水沙界面的物质迁移转换规律及通量演变特征已成为热点研究课题,在浮力驱动下盐指对地下水中温度、盐分和污染物的垂向输运可产生重要影响^[19],该领域许多基础和应用科学问题亟待解决.忽略系统中盐指型双扩散对流的影响,往往会引起垂向上热量与溶质通量的计算产生较大误差,甚至出现定性错误的结论,比如在研究受潮汐作用的河口、潮间带的盐沼区域时^[20],不考虑温度的分布则会得出“盐沼地区稳定的密度分层对海岸盐沼中垂向物质输运影响甚微”的结论.

事实上,当温而多盐的海水置于冷而少盐的饱和孔隙水流之上时,即使垂向流体密度分布稳定,也可能会由于盐指而产生不稳定的对流结构,在垂直方向上产生较大的物质通量.

根据文献检索,流体层与多孔介质层界面双扩散对流方面的研究成果极少,难点之一是需要在全域内耦合流场、温度和浓度并使界面处通量相等,变量连续.一种稳定并有效的方法是统一域法(single domain approach),将上下层各输运方程统一计算,不在界面处设置显性边界条件.相较于单向连续耦合方法^[20],该方法可以考虑到流体层和多孔介质层中物质的相互作用;相较于速度滑移边界^[21]或压力跳跃边界^[22],统一域法能避免使用连接界面的经验公式,避免引入待率定的未知参数.

本文采用统一域法建立立面二维流体层-多孔介质层界面区域双扩散模型,耦合动量、温度与盐度,旨在模拟流体层-多孔介质层界面处的盐指型双扩散对流,探究位于界面稳定密度分层下的小尺度混合结构,揭示两种不同扩散率的物质相互作用时的垂向物质输运以及盐指的结构和演变规律,为界面处物质输移的预测提供理论指导与技术支持.

2 基于统一域法的双扩散模型

2.1 控制方程

根据 Boussinesq 近似,在双扩散系统中,流体的密度是盐度 S 和温度 T 的函数,密度的微小变化不会显著改变流体的性质,故只在动量方程的体积力项上考虑密度的变化.在复合计算域内耦合温度和盐度以模拟流体层-多孔介质层界面处的盐指,计算的几何模型参见图 1,其中上层是高度为 h_f 的流体层,下层是高度为 h_m 的饱和多孔介质层.

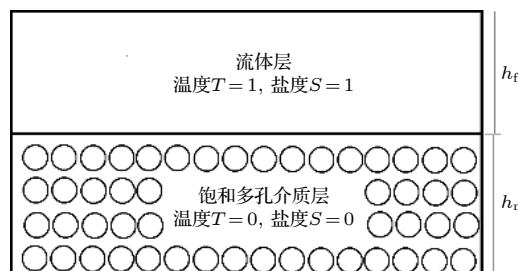


图 1 水沙交界面盐指计算模型及初始条件

Fig. 1. Computational model and initial condition of salt finger at fluid-sediment interface.

(1) 式为双扩散系统的密度:

$$\rho = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0) + \beta(S - S_0)], \quad (1)$$

这里 ρ_0 是基准密度, T_0 和 S_0 分别是基准温度和基准浓度, α 是温度膨胀系数, β 是盐度收缩系数.

流体层的连续性方程、动量方程、温度方程和盐度方程分别为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + g[1 - \alpha(T - T_0) + \beta(S - S_0)]\mathbf{k}, \quad (3)$$

$$(\rho_0 C)_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \kappa_f \nabla^2 T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla S = D_f \nabla^2 S. \quad (5)$$

多孔介质层运用 Darcy 定律和 Boussinesq 近似, 控制方程如下:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p - \frac{\mu}{K} \mathbf{u} + g[1 - \alpha(T - T_0) + \beta(S - S_0)]\mathbf{k}, \quad (7)$$

$$(\rho_0 C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_0 C)_f \mathbf{u} \cdot \nabla T = \kappa_m \nabla^2 T, \quad (8)$$

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla S = D_m \nabla^2 S. \quad (9)$$

这里 $\mathbf{u} = \{u, w\}$ 为速度矢量, t 为时间, p 为压力, ν 和 μ 分别为运动黏滞系数和动力黏滞系数, g 是重力常数, \mathbf{k} 是 z 方向的单位向量. $\rho_0 C$ 为热容, κ 为温度扩散系数, D 为盐度扩散系数^[23], K 为渗透系数^[24], 他们在多孔介质中都是孔隙率 ϕ 的函数:

$$(\rho_0 C)_m = \phi(\rho_0 C)_f + (1 - \phi)(\rho_0 C)_s, \quad (10)$$

$$\kappa_m = \phi\kappa_f + (1 - \phi)\kappa_s, \quad (11)$$

$$D_m = \phi\eta D_f, \quad (12)$$

$$K = \frac{d^2}{172.8} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2}, \quad (13)$$

这里下标 f, m 和 s 分别表示流体、多孔介质和固体, 常数 $\eta = 0.7$ 代表多孔介质中迂曲的路径对盐度扩散系数的影响, $d = 3 \text{ mm}$ 是多孔介质固体颗粒的平均粒径.

选取 h_f 和 h_f^2/κ_f 为长度和时间的特征尺度, 并引入流函数 ψ 和涡量 ω , 则无量纲后的上述控制方程可统一写成:

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \omega}{\partial t} - \delta J(\psi, \omega) =$$

$$- \frac{\mu}{K} \omega + \delta Pr \nabla^2 \omega + Pr \cdot Ra \left(\frac{\partial T}{\partial x} - N \frac{\partial S}{\partial x} \right), \quad (14)$$

$$M \frac{\partial T}{\partial t} - J(\psi, T) = R \nabla^2 T, \quad (15)$$

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} - J(\psi, S) = \frac{1}{Le} \Gamma \nabla^2 S, \quad (16)$$

其中, 在流体层中孔隙率 $\phi = 1$, 渗透系数 K 为无限大; 二元系数 δ 在流体层为 1, 在多孔介质层为 0; 雅可比算子 $J(a, b) = a_x b_z - a_z b_x$; M, R, Γ 分别为热容、温度扩散系数和盐度扩散系数在多孔介质中与流体中的比值, 在流体中取值为 1. 无量纲参数 $Pr = \frac{\nu}{\kappa_T}$, $Le = \frac{\kappa_T}{D}$, $Ra = \frac{g\beta_T \Delta T h_f}{\nu \kappa_T}$, $N = \frac{\beta \Delta S}{\alpha \Delta T}$ 分别为普朗特数、路易斯数、瑞利数和浮力率. 另外, 在流体层和多孔介质层同时满足流函数-涡量方程:

$$\nabla^2 \psi + \omega = 0. \quad (17)$$

2.2 数值方法

将统一域法运用在双扩散系统中, 要求模型在界面处不使用边界条件, 每个时间步在上下层分别计算涡量、温度和盐度输运方程, 随后统一在全域中求解流函数方程 (17). 方程 (14)–(16) 的离散采用四阶精度紧致有限差分, 泊松方程 (17) 的求解采用快速傅里叶变换, 时间步进采用二阶精度的 Adams-Bashforth 格式, 该方法能够有效模拟多种非稳态的复杂流动^[25]. $\phi = 1$ 的工况 (上下层皆为流体层) 用于验证模型的精确性和稳定性, 计算结果与 Piacsek 和 Toomre^[6] 的数值实验作比较, 结果显示盐指形态相似, 盐度、温度的剖面相同, 盐指生长速度与浮力率 N 也满足 $-5/3$ 定律, 更多关于不同瑞利数的盐指发展过程和细微结构的验证, 详见文献^[26].

考虑 $\phi = 0.35, 0.4, 1$ 三个工况, 普朗特数 Pr (运动黏滞系数与温度扩散系数的比值) 在气体系统中取值为 $o(1)$ 量级, 在液体系统中为 $o(10)$ 量级, 其中海洋中或多孔介质中的盐指取值为 7, 在岩浆系统中取值大于 10^4 ^[27]. 路易斯数 Le 为扩散快物质与扩散慢物质的扩散系数之比, 在用盐与蔗糖形成的盐指的物理实验中取值为 3, 本文为温盐指, 取值为 100. 瑞利数和浮力率影响着盐指的形态和垂向物质通量, 参数的具体取值见表 1. 所有工况初始条

件水体静止, 上层为温盐水 ($T = S = 1$), 下层为多孔介质, 其中流体为淡水 ($T = S = 0$); 模型顶部边界取值为 $T = S = 1$, $\psi = \omega = 0$, 底部边界取值为 $T = S = 0$, $\psi = \omega = 0$; 两侧为周期边界. 计算域为 $[0, 4] \times [-1, 1]$ ($x : z$), 交界面位于 $z = 0$. 根据最快生长盐指的理论公式 $n = [L \cdot Ra(1 - 1/N)/h]^{1/4}/2\pi$ ^[28] 设置波动周期 $n = 5$ 的初始界面盐度波动, 其中 L 为计算域宽度, h 为最快生长盐指界面厚度. 采用三套网格进行网格无关性分析, 分别为粗网格 321×121 , 中网格 643×241 和密网格 963×361 . 结果发现求解指间相互剪切和顶部对流过程需要足够多的差分网格, 粗网格无法得到稳定的解, 中网格和密网格计算出的盐指生长速度及宽度的标准差小于 2%, 所以本模型最终选取网格数为 643×241 .

表 1 无量纲参数取值

Table 1. Values of dimensionless parameters.

| 无量纲参数 | Pr | Le | Ra | N | Φ |
|-------|------|------|-------|-----|--------------|
| 取值 | 7 | 100 | 50000 | 2 | 0.35, 0.4, 1 |

3 算例及讨论

3.1 盐指的产生与生长

图 2 给出了 $\phi = 0.35, 0.40, 1$ (下层为流体层) 三个工况中盐指的盐度云图随时间的变化过程, 由于盐度扩散系数小 (为温度扩散系数的 1/100), 所以可以通过盐度云图描述盐指的演变过程. 在每

个工况下捕捉了代表盐指演变阶段特征的三张瞬时盐度场, 其中包括三个阶段: 图 2(a) 为初始的扩散阶段, 在该阶段, 上层流体层和下层多孔介质层之间的温盐界面的厚度开始增加, 并且由于温度扩散远大于盐度扩散, 界面出现不稳定的浮力场, 诱使盐指的发生. 随着盐指的生长, 系统达到稳定增长阶段 (图 2(b)), 上升的低温少盐水柱在温度的快速扩散作用下, 急剧地达到环境水体的温度, 进而导致其不断上升, 下降的水柱亦然, 将原本储存在盐度不稳定分布中的潜在势能转化为动能, 形成界面附近的垂向对流. 图 2(c) 为系统的缓慢增长期. 当盐指发展到一定阶段, 盐指的生长速度变缓, 盐指的头部形成一个球茎形胞体结构, 进一步加强垂向混合, 并且随着时间的推移, 球茎形结构会脱离盐指柱, 离开盐指对流区域.

对于 $\phi = 1$ 的工况 (分层水体中的盐指), 可以发现计算域内形成了 20 个盐指, 10 根低浓度盐指向上生长, 10 根高浓度盐指向下生长. 它们在各个阶段具有对称的结构, 即上升盐指和下降盐指的生长速度、形状和指内浓度大致相同, 并且同时触及上下层边界. 可以明显地看到, 流体层和多孔介质层界面处的盐指 ($\phi = 0.4, 0.35$) 具有不对称性, 流体层中的上升盐指和多孔介质中下降的盐指具有不同的生长速度和对流结构. 总体来说, 下层的盐指比上层生长速度更慢、更宽, 盐度更不易受环境的影响. 在 $\phi = 0.4$ 工况中, 下沉盐指起始为半圆形, 指尖不断下沉的过程中逐渐形成三角形, 上升的盐指呈蘑菇状喷射, 盐度维持在 0.9 左右; 在

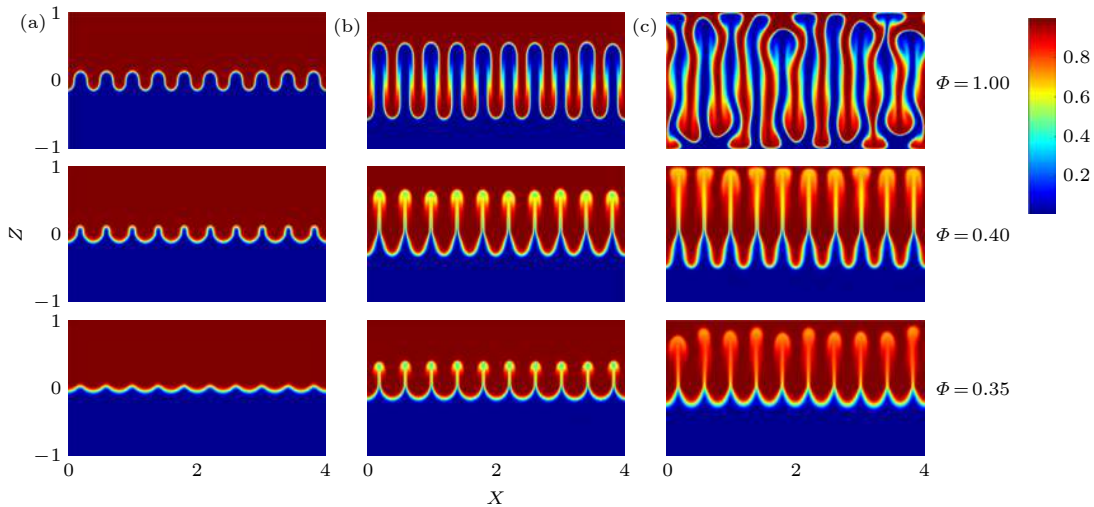


图 2 盐度场的三个演变过程 (a) 扩散阶段; (b) 线性增长期; (c) 缓慢增长期

Fig. 2. Three evolution phases of the salinity field: (a) Early formation; (b) linear growth of fingers; (c) the slow growth period.

$\phi = 0.35$ 工况中, 下沉盐指始终为半圆形, 在缓慢增长长期上升盐指的浓度达到了 0.8. 图 3 给出了三个工况上下层界面位置的演变过程. 可以看出, 界面的生长对应了盐指演变过程中的三个阶段, 扩散阶段界面厚度增加缓慢, 随后稳定变厚, 在缓慢增长长期增速变慢. 在 $\phi = 1$ 时, 上下层界面即盐指对称生长, 其生长速度与幅度均明显高于多孔介质工况; 对于 $\phi = 0.4, 0.35$ 工况, 下层界面厚度始终小于上层界面厚度, 即盐指在多孔介质中的生长速度与幅度弱于其在上层水体中的值, 因而显示出上下层的非对称性. 孔隙率为 0.35 时界面的厚度变化速率小于孔隙率为 0.40 的工况.

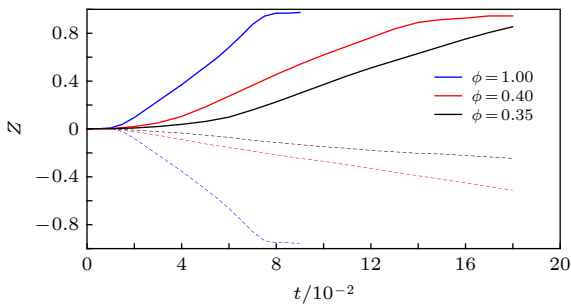


图 3 上下层界面位置随时间变化, 其中实线和虚线分别表示上层和下层

Fig. 3. Positions of the upper and lower mixed-finger interface versus time for all experiments. The solid line and dashed line represent the upper and lower layers, respectively.

3.2 温、盐分布特性

图 4 为 $\phi = 0.40$ 工况, $t = 0.15$ 时刻 $\langle T \rangle$ 和 $\langle S \rangle$ 的垂向分布及对应的盐度、温度云图, 这里 $\langle * \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L * dx$ 为水平平均值, L 为计算域宽度. 由图 4 可以看出, 随着盐指对流的进行, 温度场 (图 4(c)) 在垂向上逐渐形成线性分布, 由于温度扩散系数大, 温度界面要厚于盐度界面, 且很难从温度分布看出盐指的对流结构; 盐度场 (图 4(b)) 在盐指对流影响区域内的多孔介质层逐渐混合均匀, 在流体层仍然保持着高盐度的同时出现负密度梯度分布, 流体层偏上的水平平均盐度要略低于流体层偏下的区域, 这是由于不同于 $\phi = 1$ 的盐指, 此工况下盐指在上升的同时受到了卷吸的作用, 降低了水柱内的盐度, 具体分析在 3.3 节中进一步展开.

图 5 和图 6 分别为 $\phi = 0.40$ 和 $\phi = 0.35$ 工况下水平平均温度和盐度的剖面随时间的变化过程,

从图 5 和图 6 可以看出, 无论盐度还是温度, 混合区域的厚度随时间不断扩大, 体现出盐指对流在垂直方向上混合温度和盐度的能力. 同时不难发现温度的混合层厚度大于盐度的混合层厚度, 这是因为盐指是由热扩散诱发密度场的不稳定分布所导致的垂直方向对流产生的. 在 $t = 0.1$ 之前, 热扩散

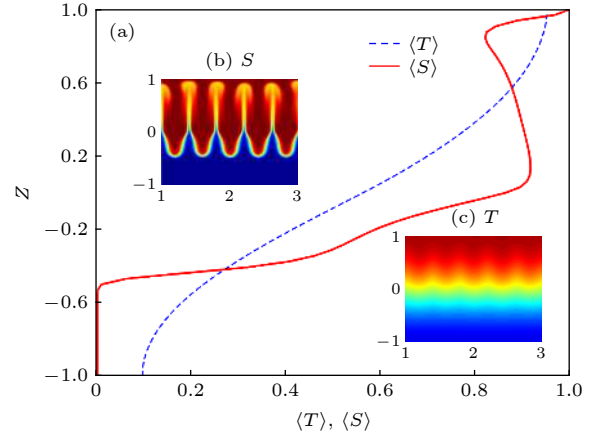


图 4 温度与盐度的分布图 (a) $\phi = 0.40$ 工况, $t = 0.15$ 时 $\langle T \rangle, \langle S \rangle$ 剖面; (b) S 云图; (c) T 云图

Fig. 4. Horizontally averaged T and S profiles (a) for $\phi = 0.40$ at $t = 0.15$ with salinity field in (b) and temperature field in (c).

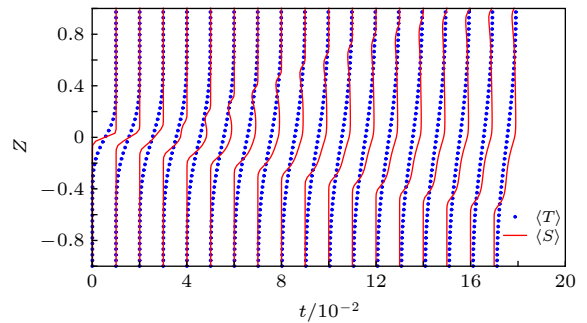


图 5 $\phi = 0.40$ 工况界面盐指的传热传质效应

Fig. 5. Heat and salinity transfer at the interface for $\phi = 0.40$.

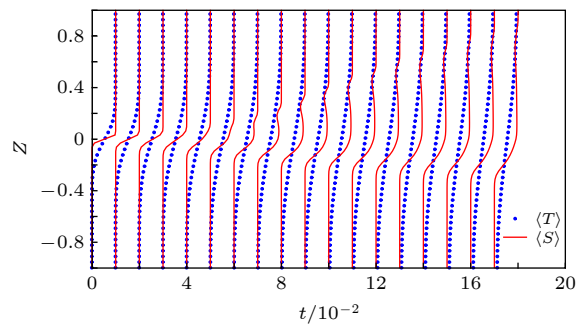


图 6 $\phi = 0.35$ 工况界面盐指的传热传质效应

Fig. 6. Heat and salinity transfer at the interface for $\phi = 0.35$.

较快, 盐度扩散较慢; 在 $t = 0.1$ 之后的盐指生长过程中, 温度场趋于稳定, 且在垂向上呈线性分布, 而盐指的混合层厚度在不断增加. 在此过程中, 温度维持着系统的稳定, 盐度不稳定分布中的势能不断释放. 同时, 流体层中盐指头部形成粗大的胞状体结构, 该结构使得在盐指演变过程中, 盐指头部附近出现上层比下层盐度低的情形.

3.3 动能变化

图 7(a) 和图 7(b) 分别给出了 $\phi = 1$ 和 $\phi = 0.40$ 工况下在缓慢增长期的瞬时速度场. 从图 7(a) 和图 7(b) 可以看出, 相比于 $\phi = 1$ 时的对称盐指结构, 在流体层和多孔介质层界面的盐指由于达西力 (Darcy) 的作用, 下沉盐指缓慢地生长, 出现根部大头部小的三角形结构向下沉; 上升盐指展现出根部小头部大的蘑菇状射流结构, 同时, 在上升过程中不断受到卷吸的作用, 指内盐度降低, 盐指分别在流体层和多孔介质层内展现出很好的良合特性.

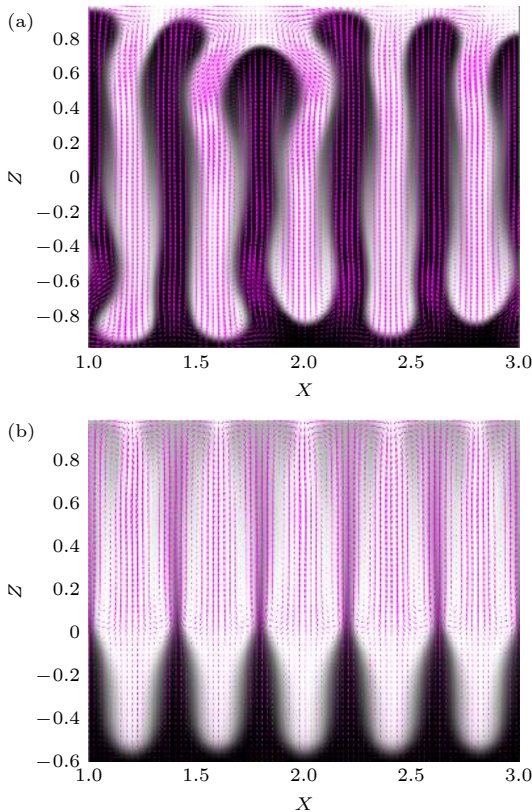


图 7 瞬时速度场分布图 (a) $\phi = 1$ 工况, $t = 0.075$ 时; (b) $\phi = 0.40$ 工况, $t = 0.18$ 时
Fig. 7. Velocity field for (a) $\phi = 1$ at $t = 0.075$ and (b) $\phi = 0.40$ at $t = 0.18$.

图 8 为三种工况下计算域内总动能的演变, 其中总动能是流体层内动能和多孔介质内动能的和, 计算公式为

$$E = E_f + E_m = \int_0^1 \frac{1}{2} \langle u^2 + w^2 \rangle L dz + \phi \int_{-1}^0 \frac{1}{2} \langle u^2 + w^2 \rangle L dz. \quad (18)$$

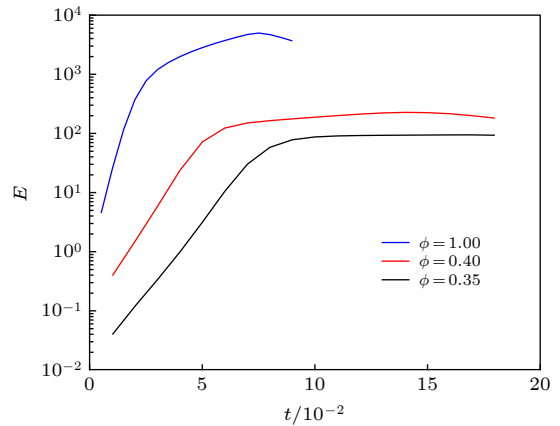


图 8 全域总动能演变
Fig. 8. Evolution of basin-integrated kinetic energy.

不论是 $\phi = 1$ 的流体中的盐指, 还是 $\phi = 0.40, 0.35$ 的流体与多孔介质界面处的盐指, 都经历了盐指生长初期, 该阶段动能快速转化, 促进了界面内各动量、温度和盐度的混合; 随后到缓慢增长期, 动能转化速度变慢, 最后被系统的黏性与摩擦耗散, 总动能降低. 在 $\phi = 1$ 工况中, 系统总动能 E 约比 $\phi = 0.35$ 和 $\phi = 0.40$ 工况中大两个数量级, 这表明多孔介质中的固体骨架对极大地阻碍了盐指对流的生长, 进而减少了垂向的物质通量. 同时对比 $\phi = 0.35$ 和 $\phi = 0.40$ 两种工况, 发现孔隙率高的工况中, 系统总动能最大值相对较大, 且动能最大值 E_{\max} 出现的时间更早, 盐指受到多孔介质骨架的影响相对较小.

3.4 盐指通量

为了更好地展现盐指对流在垂直方向上的混合能力, 定义温度波动 T' 和盐度波动 S' , 去除背景分层的影响, 其中 $T' = T - \langle T \rangle$, $S' = S - \langle S \rangle$.

图 9 和图 10 分别给出了 $\phi = 1$ 和 $\phi = 0.40$ 工况盐指稳定增长期沿着分层界面 $z = 0$ 的温度波动、盐度波动和垂向速度波动, 图中垂向速度波动缩小了 100 倍. 由图 9 和图 10 可知, 无论流体中

或是混合层的盐指, 上升的盐指输运着低温和低盐, 下降盐指输运着高温和高盐, 界面附近都分别出现了波数为 10 的扰动. 相对于温度, 盐度在界面处具有更大幅度的波动, 这也意味着盐指对流对于盐度的传递作用大于温度.

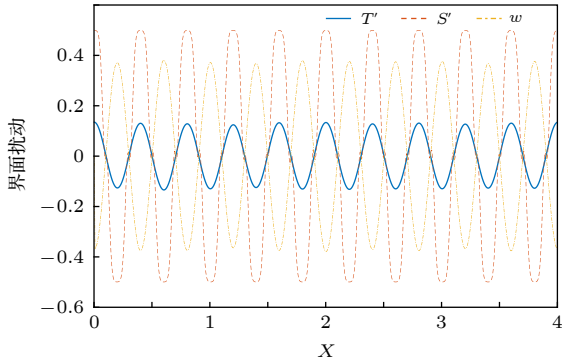


图 9 $\phi = 1$ 工况, $t = 0.05$ 时界面 $z = 0$ 处温度、盐度和垂向速度 (缩小 100 倍) 分布图

Fig. 9. T' , S' and w along $z = 0$ for $\phi = 0.35$ at $t = 0.10$ (w is scaled by 100).

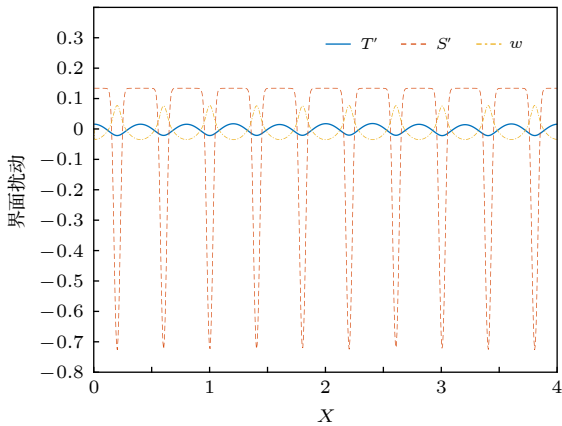


图 10 $\phi = 0.40$ 工况, $t = 0.10$ 时界面 $z = 0$ 处温度、盐度和垂向速度 (缩小 100 倍) 分布图

Fig. 10. T' , S' and w along $z = 0$ for $\phi = 0.35$ at $t = 0.10$ (w is scaled by 100).

在流体层与多孔介质层的盐指工况中, 界面处盐度在下沉指 ($w < 0$) 中的波动较平缓, 并在上升指 ($w > 0$) 中盐度突变, 更像是排列整齐的多孔射流.

这里引入通量比 $R_f = \alpha F_T / (\beta F_S)$, 其中 F_T 与 F_S 分别是界面处的热通量和盐度通量, 其中热量通考虑多孔介质层中流体和固体的温度变化, 则有

$$R_f = \frac{\alpha F_T}{\beta F_S} = \frac{\alpha \langle w T' (\kappa_m / \kappa_f) \rangle}{\beta \langle \phi w S' \rangle} = \frac{\alpha \langle w T' \rangle}{\beta \langle w S' \rangle} \left(1 + \frac{1 - \phi \kappa_s}{\phi \kappa_f} \right). \quad (19)$$

由定义可知, 通量比表示盐度场中损失的能量转化为温度场的比例, 这必定是一个小于 1 的数, 否则系统就获得了系统外的能量. 图 11 展示了三种工况下通量比的变化过程. 可以发现, 通量比的演变在三种工况中表现出一致性. 在盐指形成初期, 通量比快速升高, 达到 0.55—0.60 后缓慢地下降, 最后降到 0.3 左右. 孔隙率越高的工况, 通量比达到最大值的时间越早; 孔隙率越低的工况, 通量比达到最大值后下降越平缓, 维持着高通量比的时间越长. 这意味着, 在孔隙率高的多孔介质中, 盐度场的潜在势能更少地转为温度场的势能, 更多转化为动能, 进而加大系统内垂直方向上物质的混合.

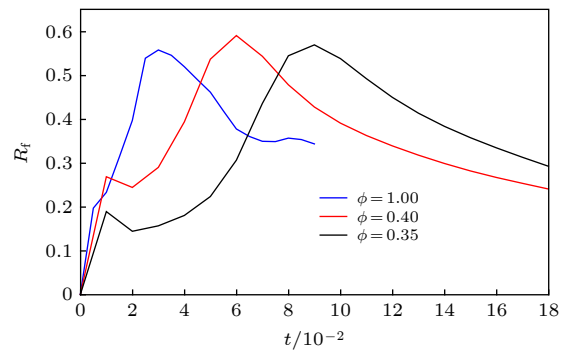


图 11 三个工况界面处 $z = 0$ 通量比 R_f 随时间变化

Fig. 11. Flux ratio R_f along $z = 0$ versus time for all cases.

4 结 论

本文通过数值实验探索了自由流体层-多孔介质层交界处的双扩散对流现象. 通过对交界面上升盐指和下沉盐指生长速度、形态和指内浓度的观测, 结合温盐分布、流场及通量研究, 分析并初步获得了饱和多孔介质层与流体层之间盐指的演变过程、结构特征及物质输运规律. 模型中对于由流体层及下层饱和多孔介质层构成的复合域采用统一域法求解, 即同步耦合求解上覆水及下层饱和多孔介质中的动量、温度和盐度, 建立了高精度的立面二维不可压缩流体数值模型. 数值研究结果表明, 盐指的演变过程分为三个阶段: 扩散期、线性增长期、缓慢增长期; 整个演变过程中, 盐指的形态展现出非对称结构, 下层多孔介质层的盐指生长速度慢于上层流体层, 盐指更宽, 指内浓度受环境影响越小, 在盐指对流发生的区域内展现出良好的混合特性. 研究表明, 多孔介质中固体骨架的存在, 极大地阻碍了盐指对流的生长, 进而减少了垂向的

物质通量; 孔隙率越高的工况, 盐指界面厚度的生长越快, 并且由盐度的不稳定分层储存的潜在势能更多地转化为动能, 使盐指具有更强地混合能力.

参考文献

- [1] Schmitt R W 1983 *Phys. Fluids* **26** 2373
- [2] Slim A C, Bandi M M, Miller J C, Mahadevan L 2013 *Phys. Fluids* **25** 024101
- [3] Hage E, Tilgner A 2010 *Phys. Fluids* **22** 11
- [4] Rehman F, Singh O P 2017 *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **111** 1
- [5] Chen F, Chen C F 1993 *Int. J. Heat Mass Transfer* **36** 793
- [6] Piasek S A, Toomre J 1980 *Elsevier Oceanogr. Ser.* **28** 193
- [7] Özgökmen T M, Esenkov O E, Olson D B 1998 *J. Mar. Res.* **56** 463
- [8] Kluikov Y Y, Karlin L N 1995 *GMS* **94** 287
- [9] Schmitt R W, Ledwell J R, Montgomery E T, Polzin K, Toole J 2005 *Science* **308** 685
- [10] Luo Y, Zhan J, Li S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2306 (in Chinese) [罗莹莹, 詹杰民, 李毓湘 2008 物理学报 **57** 2306]
- [11] Zheng L Y, Zhao B X, Yang J Q 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 074701 (in Chinese) [郑来运, 赵秉新, 杨建青 2020 物理学报 **69** 074701]
- [12] Chen F, Chen C F 1988 *J. Heat Transfer* **110** 403
- [13] Cooper C A, Glass R J, Tyler S W 2001 *Water Resour. Res.* **37** 2323
- [14] Werner C L 2007 *Ph. D. Dissertation* (Tallahassee: Florida State University)
- [15] Singh O P, Srinivasan J 2014 *Phys. Fluids* **26** 2373
- [16] Shen C Y 1993 *Phys. Fluids* **5** 2633
- [17] Fernandes A M, Krishnamurti R 2010 *J. Fluid Mech.* **658** 148
- [18] Copley S M, Giamei A F, Johnson S M, Hornbecker M F 1970 *Metall. Trans.* **1** 2193
- [19] Basu A J, Khalili A 1999 *Phys. Fluids* **11** 1395
- [20] Shen C J, Jin G Q, Xin P, Kong J, Li L 2015 *Water Resour. Res.* **51** 4301
- [21] Beavers G S, Joseph D D 1967 *J. Fluid Mech.* **30** 11
- [22] Kuznetsov A V 1997 *Int. Commun. Heat Mass Transfer* **24** 401
- [23] Lou Q, Huang Y, Li L 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 214702 (in Chinese) [娄钦, 黄一帆, 李凌 2019 物理学报 **68** 214702]
- [24] Caltagirone J P 1975 *J. Fluid Mech.* **72** 269
- [25] Zhan J M, Luo Y Y, Li Y S 2008 *Appl. Math. Modell.* **32** 873
- [26] Zhang X F, Wang L L, Lin C, Zhu H, Zeng C 2018 *Phys. Fluids* **30** 022110
- [27] Garaud P 2018 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **50** 275
- [28] Kunze E 1987 *J. Mar. Res.* **45** 533

Numerical study on salt finger at interface between fluid layer and porous layer by single-domain approach*

Zhang Xian-Fei¹⁾²⁾³⁾ Wang Ling-Ling^{1)2)†} Zhu Hai²⁾ Zeng Cheng²⁾

1) (*State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China*)

2) (*College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China*)

3) (*Department of Applied Ocean Physics and Engineering, Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, MA 02543, USA*)

(Received 9 March 2020; revised manuscript received 24 June 2020)

Abstract

Simultaneous occurrence of temperature gradient and solute gradient at the fluid-sediment interface is conducive to the onset of salt-finger convection, which may in turn cause adverse effects on fluid mechanism. Ignoring the existence of salt finger would lead to numerical errors or sometimes even qualitative error in calculation of vertical mass fluxes. In this paper, a single-domain approach is adopted for the two-dimensional numerical model of flow coupled temperature and solute in a composite region made up of an upper fluid layer and an underlying saturated porous layer to investigate the evolution of the double diffusion convection of salt-finger form at the fluid-saturated porous interface. Darcian model describing the porous medium and incompressible Navier-Stokes equations in the fluid layer are solved at the same time, where different heat capacities, thermal conductivities and solute diffusion coefficients are considered. Three cases for $\phi = 0.35, 0.40, 1$ are considered to study the evolution process and structure of salt fingers. The evolution process of salt finger is divided into three stages: diffusion stage, linear growth stage and slow growth stage. For all cases, the kinetic energy is transformed rapidly at linear growth stage, which promotes the mixture of momentum, temperature and salinity at the interface. Then at the slow growth stage, the kinetic energy conversion rate becomes slower before finally the kinetic energy is dissipated by the viscosity and friction. The results show that unlike the salt finger structure in stratified fluid, an asymmetric structure of salt finger is discovered where finger in the porous medium is shorter and wider. The existence of solid skeleton in porous medium hinders the growth of salt finger and reduces the vertical mass flux. Compared with the temperature, the salinity fluctuates more greatly at the interface, which also means that the effect of salt finger on salinity is greater than that of temperature. It is found that the higher the porosity, the faster the growth of thickness of salt finger interface is. Under the condition of high porosity, the potential energy stored by the unstable stratification of salinity is converted much more into kinetic energy, which increases the transport of heat and mass in the vertical direction and thus enhances the mixture capability of salt finger in the vertical direction.

Keywords: porous layer, interface, salt finger, laminar flow

PACS: 47.20.Bp, 47.56.+r

DOI: [10.7498/aps.69.20200351](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200351)

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2017YFC0405605), the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 2018B615X14), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51879086, 51479058, 51709126), the Independent Research Project for the Fundamental Research Funds of the State Key Laboratories, China (Grant No. 20185044412), the 111Project (Grant No. B17015), and the Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province, China (Grant No. KYCX18_0600).

† Corresponding author. E-mail: 706584934@qq.com