

专题: 超导及其应用

# 高温超导体磁通钉扎和磁通动力学研究简介

闻海虎<sup>†</sup>

(南京大学物理学院, 南京 210093)

(2020 年 11 月 9 日收到; 2020 年 12 月 19 日收到修改稿)

超导态是一个宏观量子相干态, 其载流子是库珀对。在没有外加磁场和电流的时候, 这些库珀对的运动行为用统一的波函数  $\psi = \psi_0 e^{i\varphi}$  进行描述, 其相位  $\varphi$  在宏观尺度上是相同的。当磁场低于一定值的时候, 在超导体的边界处穿透深度内会出现一个屏蔽电流来对抗外磁场的侵入, 样品处于迈斯纳态。然而, 当磁场超过一定值的时候, 磁场会进入到超导体中, 迈斯纳态被破坏掉, 在超导体内形成超导区和正常区及其相应的界面。根据此时这个界面处能量的正负, 把超导体分成 I 类和 II 类超导体, 分别对应正和负界面能。目前发现的绝大多数超导体都是 II 类超导体, 因为界面能为负值, 因此进入到超导体的磁场会分离成最细小的单元, 以保证最大的界面面积, 降低系统能量。该最小的磁通束被称为磁通量子, 其磁通量是  $\Phi_0 = h/2e$  ( $h$  为普朗克常数,  $e$  为电子电量)。这些磁通线之间有一定的排斥力, 因此它们会形成点阵。当外加输运电流的时候, 这些磁通线会受到一个洛伦兹力作用而运动, 但是运动就会造成能量的损耗, 超导体就会因此失去电阻为零的优良品质。通过在超导体中引入一些缺陷、杂质或位错, 就可以把磁通钉扎住, 超导体仍然可以有零损耗特性, 而这个特性可以用于超导体的强电应用。本文将对磁通钉扎和磁通动力学及其研究方法做一点简单介绍。

**关键词:** 高温超导体, 磁通动力学, 铜氧化物超导体, 铁基超导体

**PACS:** 74.25.Op, 74.25.Qt, 74.25.Sv

**DOI:** 10.7498/aps.70.20201881

## 1 II 类超导体的磁滞回线和不可逆磁场

在 Ginzburg-Landau 理论<sup>[1]</sup>基础上, 可以推导出在磁场侵入超导体以后形成正常和超导的界面, 其界面能的值可以为正, 也可以为负。II 类超导体的界面能为负, 侵入的磁场会分离成  $\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15}$  Wb 的磁通束, 被称为磁通线。磁通线的结构可以简单理解为具有直径约  $2\xi$  的正常芯, 并在直径约为  $2\lambda$  的圆柱区域内环绕的超导电流形成的复合体, 这里  $\xi$  是相干长度,  $\lambda$  是磁场穿透深度。如果在垂直于磁场方向外加电流  $J$ , 则单根磁通在单位长度上会受到一个洛伦兹力  $f = \Phi_0 J$ , 因此磁通会运动。磁通运动会带来能量的耗散, 通常会利用缺陷、杂质或位错把它们钉扎住, 因此需要研究磁通钉扎和磁通动力学。II 类超导体的磁滞回

线, 即磁化强度随外磁场的变化曲线, 在没有磁通钉扎的时候, 在外磁场超过  $H_{c1}$  以后, 不考虑边界势垒的情况下, 磁通线会迅速进入到超导体中, 形成混合态。这个状态是没有临界电流的。因此只有在超导体中引入缺陷、杂质或位错等对磁通线构成钉扎作用。在图 1(a)中, 给出了一个 II 类超导体在升磁场过程中的磁化曲线; 图 1(b) 所示的是相应的磁感应强度随外磁场的变化曲线。在外磁场小于下临界磁场  $H_{c1}$ , 即  $H < H_{c1}$  的时候, 超导体处于完全抗磁的迈斯纳态,  $H = -M$ ,  $B = 0$ ; 在  $H \geq H_{c1}$  的时候, 超导体就进入到混合态, 磁场再增加, 磁化强度的绝对值就会减小, 到  $H = H_{c2}$  的时候, 磁化强度逐渐变成零。当超导体中没有磁通钉扎的时候, 磁化曲线会沿着原路返回, 此时的磁化主要是样品表面处的电流所提供, 也称为平衡态磁化强度。然而当超导体中有缺陷、杂质或位错所构成的钉扎中心和边界势垒的情况下, 磁化强度曲线会出

<sup>†</sup> 通信作者。E-mail: hhwen@nju.edu.cn

现一定的回滞效应. 图 2 所示的是通过冷加工轧制 NbTi 样品的磁滞回线. 可以看见其磁滞回线的宽度随加工条件的不同有很大变化. 后面会看见, 这里磁滞回线的宽度反映的就是超导体中测量到的瞬态临界电流的大小.

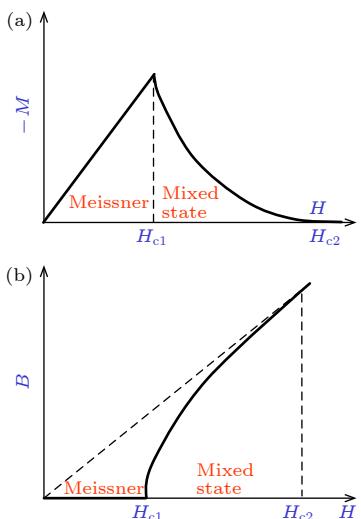


图 1 II 类超导体的 (a) 磁化强度曲线和 (b) 磁感应强度随外磁场的变化示意图.  $H_{c1}$  和  $H_{c2}$  分别是下和上临界磁场, Meissner 和 Mixed state 分别表示迈斯纳态和混合态区域  
Fig. 1. Schematic plot of (a) magnetization and (b) magnetic induction with the variation of external magnetic field  $H$ .  $H_{c1}$  is lower critical magnetic field and  $H_{c2}$  is upper critical magnetic field. Meissner state and Mixed state are labelled as “Meissner” and “Mixed state” respectively.

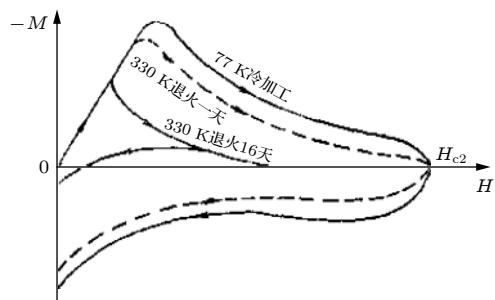


图 2 II 类超导体 NbTi 的磁滞回线. 在冷加工的样品中, 由于存在很多缺陷和位错, 会有磁通钉扎中心的存在, 因此磁滞回线就变成不可逆的

Fig. 2. Magnetic hysteresis loops (MHLs) of type II superconductor NbTi. In the cold-annealed samples, MHLs are irreversible in a large field region due to the existence of defects and dislocations which form the flux pinning centers.

由于在液氮冷加工或短时间退火处理的样品中有很多缺陷或位错, 所以磁通钉扎中心很多, 临界电流很高, 磁滞回线中的升磁场和降磁场部分就有很大差别. 相反, 经过在 330 K 退火处理 46 天的样品, 其磁滞回线变得很窄, 表明磁通钉扎很弱

了, 临界电流就变得很小. 对于 II 类超导体, 有个 Ginzburg-Landau 因子  $\kappa = \lambda/\xi$ , 即穿透深度和相干长度之比. 高温超导体, 包括铜氧化物超导体和铁基超导体, 都是属于  $\kappa$  值很大的 II 类超导体, 磁滞回线均是不可逆的. 在图 3(a) 和图 3(b) 中给出了铜氧化物超导体  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  的磁滞回线 [2]. 可以看出, 同样一块  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  样品, 通过在氧气氛中进行处理, 最后磁滞回线会变得较窄, 显示临界电流变小. 在图 3(c) 和图 3(d) 中给出了铁基超导体  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  的磁滞回线 [3]. 一般来说, 超导体磁滞回线在零磁场附近会出现一个峰值, 这是由于外磁场进出超导体边界所造成的磁滞效应. 然后磁化强度曲线宽度会随着磁场的升高而下降.

在众多的超导体中, 人们发现, 磁化强度曲线会随着外磁场的增加而变大, 出现第二个峰效应. 在磁场不是非常高的时候, 该磁化强度第二峰还没有来得及出现, 因此磁滞回线上出现一个鱼尾巴的形状, 因此该现象也叫“鱼尾效应”, 见图 3(a) 和图 3(c) 的磁化强度曲线.

II 类超导体都具有一个不可逆磁场和温度相变线  $H_{\text{irr}}(T)$ , 其物理实质是磁通固态和液态的分界线. 所谓磁化曲线的不可逆是指在测量磁化曲线的过程中有升磁场和降磁场两部分, 当两个部分重合的时候, 就是所谓可逆的区域; 如果不重合, 就是不可逆的. 其分开点通常被称为该温度下的不可逆磁场  $H_{\text{irr}}(T)$ . 不可逆磁场曲线的测量有多种方法. 除了刚刚介绍的磁滞回线, 还可以测量零磁场下冷却, 加上磁场然后升温的磁化强度 (zero-field-cooled) 和在磁场中冷却再升温测量的磁化强度 (field-cooled), 两支  $M(T)$  曲线的分开点也对应不可逆曲线位置. 图 4 给出了利用这个方法如何确定  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  (Bi-2212) 样品的不可逆点的曲线 [4]. 此外, 也可以在磁场固定的时候, 测量电阻随温度变化的曲线, 电阻为零的温度通常称为不可逆温度. 原因很简单, 因为在不可逆线以下的磁场和温度条件下, 系统处于磁通固态, 磁通运动会被抑制, 因此磁化强度会出现不可逆现象, 此时的线性电阻  $\rho_{\text{lin}} = dE/dj|_{j \rightarrow 0}$  为零值.

实际上不可逆磁场和温度关系曲线  $H_{\text{irr}}(T)$  有深刻的物理含义. 依据低温下磁通系统不一样, 它的性质会有很大变化, 可以是磁通晶格的一级融化, 或磁通固态(磁通晶格或玻璃)的二级融化, 也可以是磁通塑性体的软化线. 本文在后面会讨论这一点.

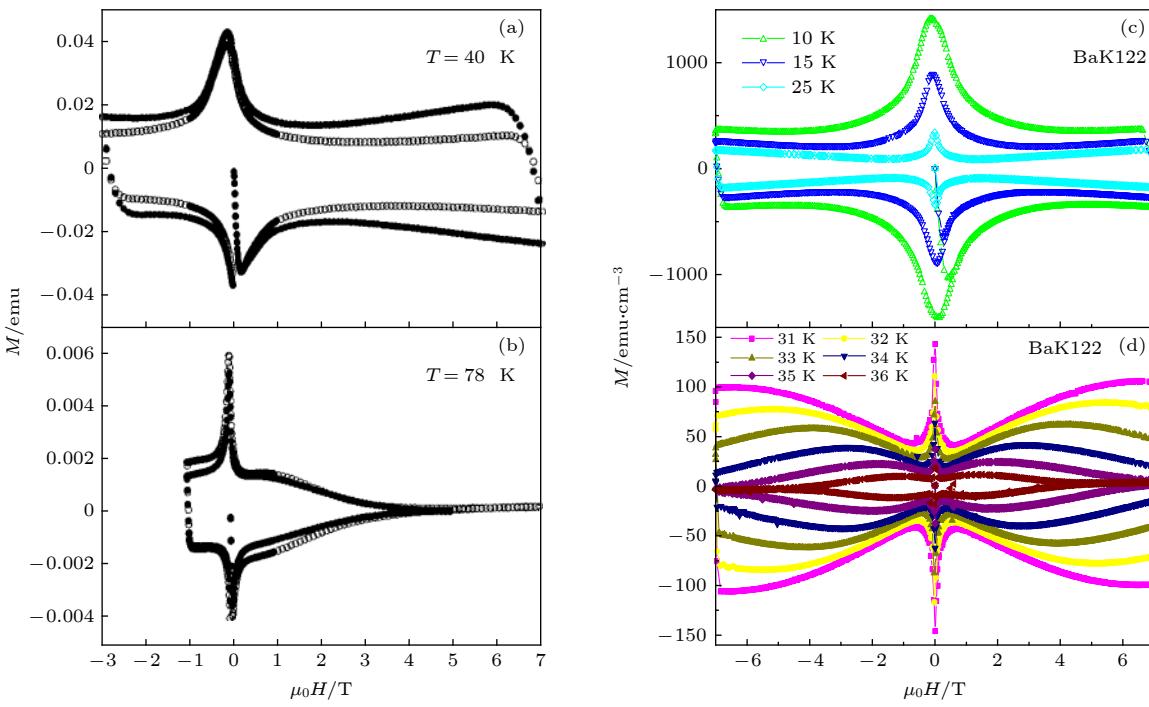


图 3 (a), (b) 铜氧化物超导体  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  在 40 和 78 K 的磁滞回线, 实心点和空心点分别对应的是氧缺位较多和在氧气中后处理的样品; (c), (d) 铁基超导体  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  在不同温区的磁滞回线<sup>[2]</sup>

Fig. 3. (a), (b) MHLs of cuprate superconductor  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  with oxygen-deficient (solid point) and oxygen-rich states (hollow point) at 40 and 78 K; (c), (d) MHLs of iron-based superconductor  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  at different temperatures<sup>[2]</sup>.

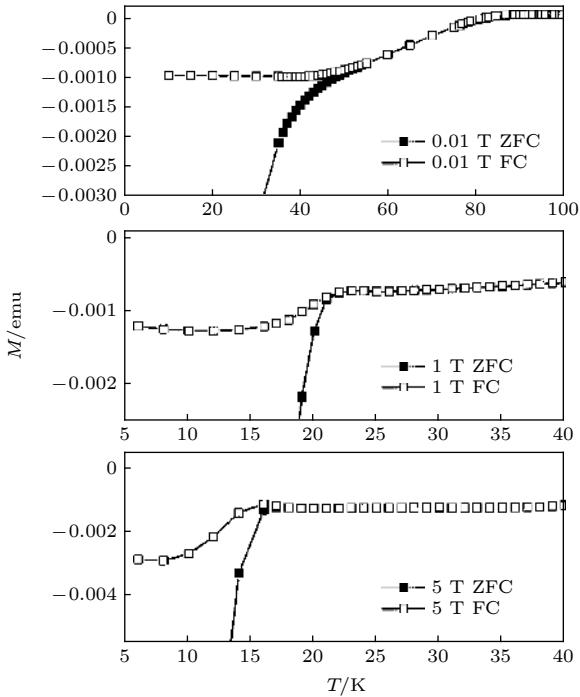


图 4 Bi-2212 超导体的磁化强度随温度的变化. 图中实心点是在 ZFC 过程中测量的数据, 空心点是 FC 过程测量的数据 (磁场平行于 c-轴)

Fig. 4. Temperature dependence of magnetization for Bi-2212 with zero-field-cooled (ZFC) measurement (solid point) and field-cooled (FC) measurement (hollow point) when magnetic field is parallel to c-axis.

## 2 钉扎中心性质和钉扎力来源

超导体中的任何缺陷、杂质或位错, 只要对 GL 自由能中的某一项或几项造成影响, 都会产生磁通钉扎的效应(见图 5). 根据这些缺陷的性质, 钉扎类型基本可以分为  $\delta T_c$ -钉扎、 $\delta\kappa$ -钉扎<sup>[5]</sup>、平均自由程不均匀的时候会产生对超导电子动能的调制, 形成  $\delta l$ -钉扎<sup>[6]</sup>, 此外还有磁性颗粒钉扎<sup>[7]</sup>、Bean-Livingston 界面钉扎<sup>[8]</sup>、几何位型钉扎等<sup>[9]</sup>.

理论上可以对  $\delta T_c$ -钉扎进行半定量的推导和

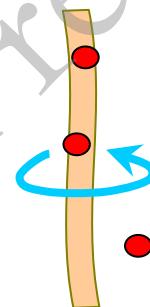


图 5 磁通钉扎示意图. 坚直方向的弯曲的管状表示的是磁通, 实心点表示的是缺陷

Fig. 5. Schematic show of flux pinning. The vertical curved tube represents the magnetic flux, and the solid spots represent defects.

讨论. 在 GL 自由能中,  $\alpha|\psi|^2 + \beta/2|\psi|^4$  是超导凝聚能的贡献. 如果超导体中有不超导的缺陷, 可以看出, 当磁通正好在缺陷点的时候, 自由能是最低的. 原因是, 如果磁通离开这个位置, 系统自由能会升高, 因为磁通芯子也是正常态, 势必需要更多的能量让磁通线偏离钉扎点.

下面来推导  $\delta T_c$ -钉扎情况下钉扎力的大小. 假设超导体中的上临界磁场有涨落, 即  $\delta H_{c2}/H_{c2} = 1$ , 这样 GL 理论中的  $\alpha$  和  $\beta$  都会有涨落, 凝聚能的涨落所造成的能力变化是

$$\delta E = \int_v \left( |\Psi|^2 \delta \alpha + \frac{1}{2} |\Psi|^4 \delta \beta \right) dv, \quad (1)$$

这里的积分是对整个超导样品进行的. 利用 GL 理论中的  $\alpha$  和  $\beta$  的表述式<sup>[10]</sup>, 有

$$|\Psi|^2 \delta \alpha = -\mu_0 H_c^2 \frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}} \left| \frac{\Psi}{\Psi_0} \right|^2, \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} |\Psi|^4 \delta \beta = \mu_0 H_c^2 \frac{\delta \kappa}{\kappa} \left| \frac{\Psi}{\Psi_0} \right|^4. \quad (3)$$

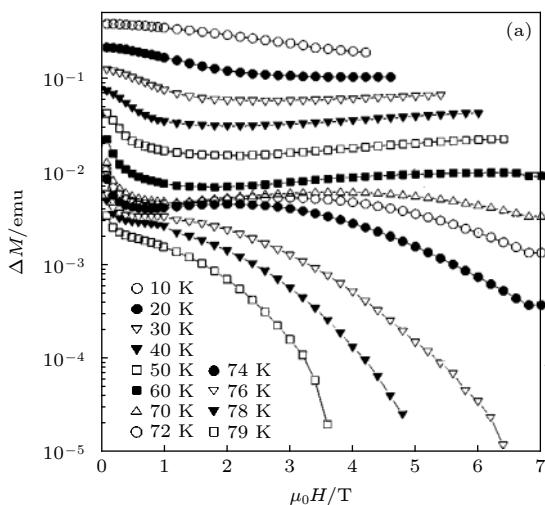
重新写出方程 (1) 有

$$\delta E = \int_v \mu_0 H_c^2 \left( -\frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}} \left| \frac{\Psi}{\Psi_0} \right|^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta \kappa}{\kappa} \left| \frac{\Psi}{\Psi_0} \right|^4 \right) dv, \quad (4)$$

这里  $H_c$  是热力学临界磁场. 在接近  $H_{c2}$  的时候, 序参量的幅值已经变得很小, 因此只考虑第一项.

$$\delta E = \int_v \mu_0 H_c^2 \left( -\frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}} \left| \frac{\Psi_L}{\Psi_0} \right|^2 \right) dv. \quad (5)$$

在钉扎中心远远小于  $\xi$  的情况下,  $|\psi_L^2/\psi_0^2|$  在空间是近似均匀的, 其积分可以当作一个平均值处



理, 拿到积分外面, 即  $|\psi_L^2/\psi_0^2| = \eta |\bar{\psi}_L^2/\bar{\psi}_0^2|$ ,  $\eta \approx 1$ , 而这个平均的序参量随外磁场的变化是线性下降的. 因此有

$$\delta E = -\eta v \mu_0 H_c^2 \frac{\delta H_{c2}}{H_{c2}} \left| \frac{\bar{\psi}_L}{\bar{\psi}_0} \right|^2, \quad (6)$$

假设缺陷处的  $H_{c2}$  是 0, 这样  $\delta H_{c2}/H_{c2} \approx -1$ , 因此有

$$\delta E = \eta v \mu_0 H_c^2 (1 - H_a/H_{c2}). \quad (7)$$

对于磁通晶格, 磁通间距正比于  $a = \Lambda(\Phi_0/\mu_0 H_a)^{1/2}$ ,  $\Lambda$  是依赖于磁通晶格是三角格子还是四方格子的接近 1 的常数, 因此单元磁通钉扎力可以用  $\delta E/a$  进行估计, 得到

$$f_p = \zeta \mu_0 H_c^2 H_a^{1/2} (1 - H_a/H_{c2}), \quad (8)$$

这里  $\zeta$  是在 1 的量级. 由于在推导过程中用到几个近似, 因此对于钉扎力更广泛的公式是

$$f_p = \zeta \mu_0 H_c^2 H_a^p (1 - H_a/H_{c2})^q, \quad (9)$$

这里  $p$  和  $q$  一般满足  $0 < p \leq 1$ ,  $1 \leq q \leq 2$ . Dew Huges<sup>[5]</sup> 在考虑小尺度芯钉扎的情况下, 得到  $p = 1$ ,  $q = 2$  的值. 这个可以与实验进行比较. 在序参量比较大的时候, 如低温下, 从方程 (4) 可以看出,  $\delta \kappa$  钉扎也会起到很大作用.

图 6 给出了高温超导体  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  的磁化临界电流 (图 6(a)) 和磁通钉扎力 (图 6(b)) 随外磁场的变化. 通过拟合得出  $p \approx 1$ ,  $q \approx 2$ , 与 Dew Huges 的理论预期的正常芯钉扎比较接近. 因此方程 (9) 的通式似乎是有效的.

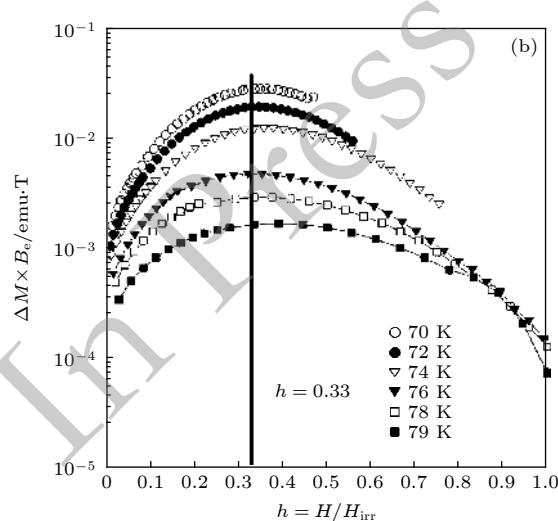


图 6 高温超导体  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  的 (a) 磁化曲线宽度 (正比于临界电流) 和 (b) 磁通钉扎力随外磁场的变化<sup>[2]</sup>

Fig. 6. Field dependence of (a) width of magnetization hysteresis loop (proportional to critical current) and (b) flux pinning force for high temperature superconductor  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ <sup>[2]</sup>.

### 3 Bean 临界态模型

在实际研究超导体混合态的性质时, 经常测量的是加外磁场以后样品的总磁化强度. 这种宏观手段测量到的物理量如何反映到微观的磁通钉扎属性呢? 这需要对磁通态有一个微观层面的理解. Bean<sup>[1]</sup>提出了下面的临界态模型, 大大方便了对磁通钉扎和临界电流的分析. 该模型假设:

1) 在加磁场形成的临界态时, 样品中各处洛伦兹力和钉扎力相等.

2) 在超导体的任何位置钉扎力  $f_p$  是均匀的.

第一条假设指  $f_L = \Phi_0 J = f_p$  (钉扎力), 第二条指  $f_p$  是均匀的, 因此也表示临界电流  $J$  是均匀的. 利用 Maxwell 方程中的  $\nabla \times B = \mu_0 J$  可以得知, 这个模型下的磁感应强度随空间的变化梯度是均匀的, 不随磁感应强度的变化而变化. 下面考虑一个在  $y$  和  $z$  方向无限大的超导体, 其边界在  $x = \pm a$ , 在  $yz$  平面上超导体无限大, 外磁场沿着  $z$  方向. 用图 7 来演示这个超导体的磁感应强度分布在磁场增加过程中的演变情况. 在  $H = H_1 < H_{c1}$  时, 系统处于迈斯纳态, 只有穿透深度以内存在超导电流, 没有磁通线形成. 在  $H_{c1} < H < H_{f_p}$  时, 磁通开始穿透进入超导体, 形成混合态, 但是由于磁通钉扎的影响, 磁通并没有进入到超导体的中心部位, 即磁通线的前锋还没有在样品中心位置碰上. 当磁场达到  $H_{f_p}$ , 从左右两侧穿透进入超导体的磁通前锋开始在样品中心遇到, 因此该磁场  $H_{f_p}$  被称为完全穿透磁场. 后面磁场再增加的时候, 磁通以弹性运动的方式向体内蠕动. 基于 Bean 临界态模型的假设, 即钉扎力各处均匀. 为了方便演示, 我们还假设钉扎力或临界电流随外磁场不变 (这一条在很多情况下是不对的), 因此此时磁场形成的超导电流在空间的分布是个常数, 不随空间位置变化.

根据 Bean 临界态模型的假设, 在图 7 中给出了在不同的外磁场情况下的磁感应强度在空间的分布情况. 这种“倒屋脊”形状分布的图案在一些超导体的磁光实验中得到验证.

对于一个矩形的样品, 长度、宽度分别为  $a, b$ , 厚度为  $c$  ( $a > b > c$ ). 当磁场平行于厚度方向时, 基于 Bean 临界态模型的计算, 临界电流可以通过下面的公式进行计算:

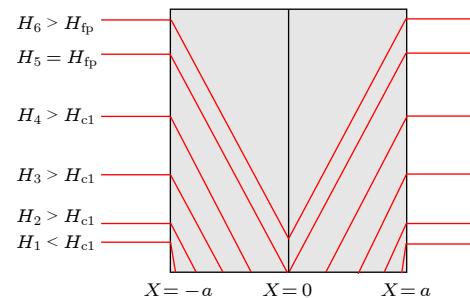


图 7 在磁通开始穿透过程中, 依据 Bean 临界态模型画出的磁感应强度在空间的分布情况

Fig. 7. Distribution of magnetic induction (proportional to the local flux density) in the initial process of flux penetration according to Bean critical state model.

$$J_s = 20 \frac{\Delta M}{b(1 - b/3a)}, \quad (10)$$

这里的  $\Delta M$  是磁滞回线的宽度, 单位是 emu/cm<sup>3</sup>, 1 emu = 10 A·cm<sup>2</sup>,  $a$  和  $b$  的单位是 cm,  $J_s$  的单位是 A/cm<sup>2</sup>. 这里必须指出的是, 在实际情况下, 这个公式前面的因子会有所变化, 如 10 到 30. 对于圆盘状的超导体, 半径为  $R$  的时候,  $J_s = 30\Delta M/2R$ , 这里  $\Delta M$  单位是 emu/cm<sup>3</sup>,  $R$  的单位是 cm. 在很多超导体中, 这种 Bean 临界态的假设只是近似成立, 因此磁滞回线不像图 8 中演示的那样平, 而是随外磁场变化而变化的. 在图 9 中给出了 Tl-2212 薄膜中测量到的磁滞回线, 可以看出其宽度随着外磁场的增加而减小, 特别是在高温的时候更是如此<sup>[12]</sup>.

### 4 磁通运动的几种模式: 热激活磁通运动, 磁通蠕动, 磁通流动, 磁通跳跃

#### 4.1 热激活磁通运动

磁通在被钉扎住以后, 处于平衡态, 在没有外加电流的时候是没有平均位移的, 即它被钉扎在平衡位置附近, 其情形如图 10 ( $j=0$  的情形) 所示. 有外加电流的时候, 磁通在洛伦兹力作用下会运动, 这种运动被称为热激活运动过程, 即在热激活能  $k_B T$  的帮助下, 磁通从势阱中以热激活的方式脱离钉扎点, 而运动到下一个钉扎点.

假设磁通在电流密度  $j$  的作用下, 向前跳跃的势垒为  $U^+$ , 而向后跳跃的势垒是  $U^-$ , 则磁通向前跳跃的几率是

$$\omega^+ = \omega_0 \exp \left( -\frac{U^+(T, H, j)}{k_B T} \right), \quad (11)$$

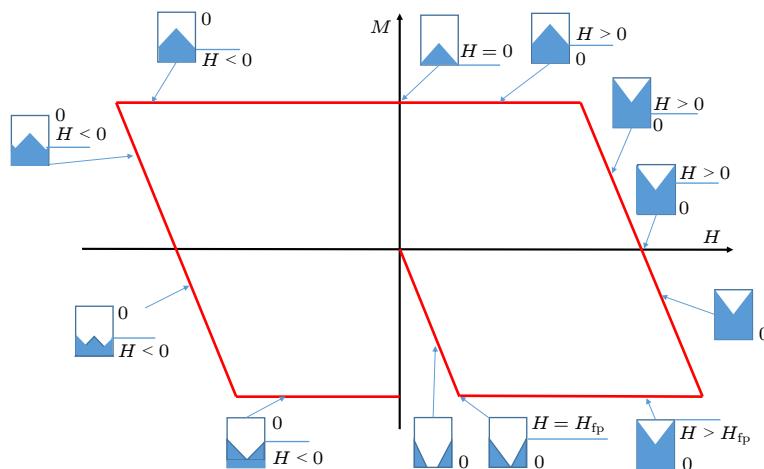


图 8 Bean 临界态模型下的磁化强度曲线(红色实线)和磁感应强度在空间分布的示意图(小矩形框图,深颜色地方的高度显示的是磁感应强度的大小)

Fig. 8. Distribution of magnetization (red solid line) and magnetic flux density (dark areas represent the height of magnetic flux density in small rectangular diagrams) according to Bean critical state model.

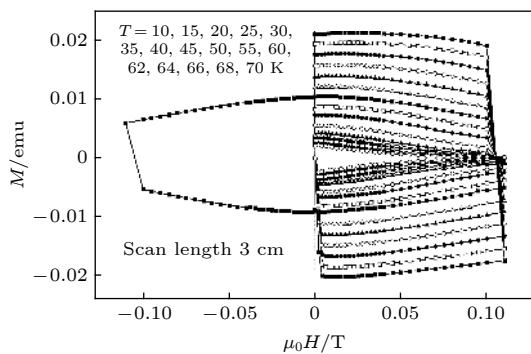


图 9  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  超导薄膜在外磁场平行于  $c$ -轴(膜厚度方向)时的磁滞回线<sup>[12]</sup>. 这里大部分的磁滞回线显示的是正磁场的部分, 只有 40 K 的数据显示了一个完整的正负磁场的磁滞回线

Fig. 9. MHLs of  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  superconducting thin films with external magnetic field parallel to c-axis<sup>[12]</sup>. Most of the MHLs are only shown for the part of positive magnetic field; except for that at 40 K it shows a complete MHL which includes both positive and negative field parts.

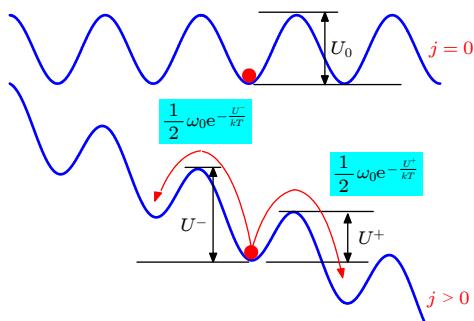


图 10 磁通的热激活运动模型, 蓝色的波浪线示意磁通钉扎的势垒在空间变化情况. 红色圆点显示的是一根磁通 Fig. 10. Schematic of thermally activated flux motion model. Blue wavy lines represent the spatial distribution of flux pinning barrier. The red spot represents a single flux line.

而向后跳跃的几率是

$$\omega^- = \omega_0 \exp\left(-\frac{U^-(T, H, j)}{k_B T}\right), \quad (12)$$

这里的  $\omega_0$  是试跳频率. 由于前跳几率远远大于往后跳的几率, 因此这里只关注往前跳的热激活能. Anderson 和 Kim<sup>[13]</sup> 注意到磁通跳跃一步所做的功是  $\Phi_0 J_s L_c l_0$ . 这里  $L_c$  是磁通一次参与跳跃的最佳长度,  $l_0$  是跳跃的距离, 他们建议激活能可以写成为

$$U^+(T, H, j) = U_c(T, H) - \Phi_0 L_c J l_0, \quad (13)$$

稍作整理, 就会得到

$$U^+(T, H, J) = U_c(T, H) (1 - J/J_c), \quad (14)$$

这里的  $U_c(T, H) = \Phi_0 L_c J l_0$  称为本征钉扎势,  $J_c$  被称为临界电流. 因此, 磁通运动所造成的电场强度为

$$E = v_0 B \exp\left(-\frac{U(T, H, J)}{k_B T}\right), \quad (15)$$

这里的  $v_0 = l_0 \omega_0$ ,  $l_0$  是磁通跳跃一步的平均距离. 根据 (15) 式, 在有限温度下, 磁通总是处于运动之中, 只是运动的快慢不同而已. Anderson-Kim 模型的缺陷是假设磁通的每次跳跃长度  $L_c$  是个常数, 因此导致磁通运动一定会有一个电阻出现, 即没有一个零电阻态. 关于磁通态有没有真正的零电阻问题, 后来产生了争论, 即磁通态有没有真正的零电阻态可以从线性电阻来判断, 线性电阻的定义是

$$\rho_{\text{lin}} = E/J|_{J \rightarrow 0}, \quad (16)$$

争论的焦点是在小电流极限下磁通运动的耗散是否为零。实际上 Anderson-Kim 模型只在特定情况下成立。这个条件是磁通运动的长度随着外加电流密度不会改变。姑且把这个磁通运动的模型称之为磁通运动的刚性模型。在描述高温超导体的磁通运动的时候，人们就发现这个模型存在比较严重的问题，特别是磁通运动的最可能跳跃的长度随外电流变化的时候，是可以出现真正的零电阻态的（见下面关于磁通集体钉扎或涡旋玻璃的讨论）。

## 4.2 磁通蠕动

在以上的描述中，当电流密度小于临界电流  $j_c$  时，发生的是热激活磁通运动。通常这种运动方式被称为磁通蠕动，其物理过程如图 11 所示。磁通在向右的洛伦兹力作用下，会从状态 1，运动到状态 2。这里红色点是钉扎中心位置。磁通线以这种一截一截逐段方式的运动被称为磁通蠕动。在磁化强度弛豫过程中，由于磁通运动，磁化强度随时间的变化也一定会产生电场。从方程 (14) 和方程 (15) 出发并考虑到磁通运动产生的电场大约可以写为  $E \propto -dM/dt$  和  $M \propto j$ ，不难得到超导体的磁化强度  $M$  随时间的对数依赖关系，即

$$M(T, t) = M(T, t=0) \left[ 1 - \frac{k_B T}{U_c(T)} \ln \left( \frac{t}{t_0} + 1 \right) \right], \quad (17)$$

此处， $t_0$  由  $v_0$  等因子决定。当把 (17) 式用于高温超导体在低温下的数据时，发现基本上符合，但是到中温和高温区，这一关系明显得不到满足。图 12 给出了在  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  超导薄膜中测量到的超导体磁化强度（大约正比于超导体瞬态临界电流）随时间的变化<sup>[12]</sup>。可见该超导体，由于有很强的层状特性，磁通运动是很剧烈的。对于热激活能  $U(j)$  的关系，人们从实验数据中总结出了大量的经验规律，如  $U(j) \propto 1/j^\mu$  关系，给理论研究人员以很大的启示。就在此后不久，美国 IBM 的 Fisher 等<sup>[14]</sup> 提出了涡旋玻璃理论，前苏联的科学家 Feigel'man 等<sup>[15]</sup> 提出了集体蠕动（钉扎）(collective pinning) 的理论，从而开创了高温超导体中磁通动力学研究的新的思路。这两个理论可谓异途同归，都能很好地解释高温超导体的磁通动力学。下面会对磁通玻璃态或集体钉扎模型展开描述。

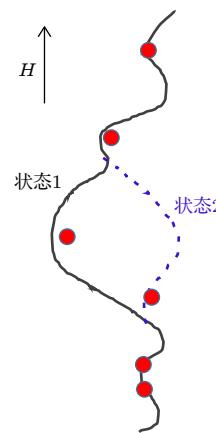


图 11 磁通蠕动示意图。红色圆点是磁通钉扎中心，黑色粗线是磁通的初始状态，在洛伦兹力作用下，磁通向右边运动，其中用蓝色虚线标识的一段磁通运动到下一个钉扎点，然后其他段再逐次蠕动

Fig. 11. Schematic of flux creep. Red points represent flux pinning centers and black thick line is the initial flux state. Under the action of Lorentz force, the flux starts to move toward right direction. During the process, the blue dashed part firstly moves to next pinning center and then other parts creep gradually.

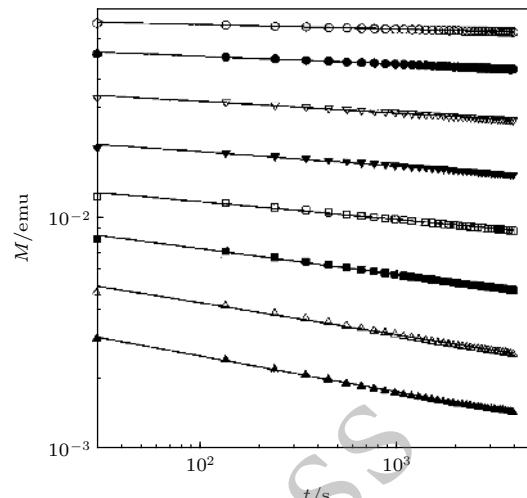


图 12  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  超导薄膜中测量到的超导体磁化强度（大约正比于超导体瞬态临界电流）随时间的变化<sup>[12]</sup>。测量磁场是 0.4T，测量温度是 4.5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40K (从上往下)  
Fig. 12. Magnetization of  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  superconducting thin films (approximately proportional to time-variation of the transient critical current in superconductor)<sup>[12]</sup>. The measurement was taken under a magnetic field of 0.4 T, and at 4.5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 K (from top to bottom).

## 4.3 磁通玻璃和集体钉扎模型

Anderson-Kim 模型中的基本假设是参与运动的磁通线或磁通束的长度或体积不随外电流变化。这在磁通线的刚性较强和单元钉扎中心较强时是基本成立的，尽管物理本质上也是不对的。从物理

本质上说,任何磁通运动都破坏超导序的长程相位关联。但是,在高温超导体中,磁通线(束)比较柔软(穿透深度 $\lambda$ 很大,磁通自能很小,而且有强的层状特性),而且单元钉扎中心钉扎势较弱且钉扎中心密度很高,这就构成了众多的钉扎中心对磁通线的集体钉扎。根据集体钉扎模型,最可能跳跃的磁通长度随外电流是变化的。当外加的电流密度 $j$ 与临界电流密度 $J_c$ 接近时,最可能跳跃的长度是集体钉扎的长度 $L_c = \xi(j_c/j)^{1/2}$ ;可是,当 $j \ll J_c$ 时,最佳的跳跃方式是一段较长的磁通线或较粗的磁通束从外电流中获取足够的弹性能量而跳过一个不太高的势垒 $U(j)$ 。这就意味着磁通的最佳跳跃长度或体积会随着 $j$ 的变化而改变。**图 13**示意性地说明了这种非线性 $U(j)$ 关系的来源。Vinokur 等从三维介质中的弹性弦理论出发推导出了激活能 $U$ 和电流 $j$ 的关系

$$U(j) \propto 1/j^\mu \quad (18)$$

这里的 $\mu$ 被称为玻璃态指数<sup>[14]</sup>。后来 Malozemoff 等<sup>[16]</sup>把这个公式加以推广,就得到了更广泛的公式

$$U(T, B, j) = \frac{U_c(T, B)}{\mu} \left[ \left( \frac{j_c(T, B)}{j} \right)^\mu - 1 \right], \quad (19)$$

这个关系尽管只从形式上作了改进,但是它却能够



图 13 集体钉扎情况下,非线性 $U(j)$ 关系来源示意图。当外电流 $j$ 与临界电流 $j_c$ 接近时,最可能跳跃的长度是一个较短的集体钉扎长度 $L_c$ ,此时的热激活能比较小。当外电流远小于临界电流时,最佳的跳跃方式是一段较长(长度为 $L$ )的磁通束从外电流中获取更大的能量,然后跳跃一个相对较高的势垒 $U$ ,而 $L/L_c > j_c/j$ 。因此热激活跳跃的最可能的长度或体积将会随着洛伦兹力(或电流)的变化而非线性变化。该图取自文献[21]

Fig. 13. Schematic of the origin of nonlinear  $U(j)$  relation in collective pinning model. When external current  $j$  is close to critical current  $j_c$ , the optimized jump length is a short collective pinning length  $L_c$ . If  $j$  is far less than  $j_c$ , the best way to jump is a long ( $L$ -length) flux line or bundle to obtain sufficient energy from external current  $j$  and then jump a relatively high barrier, and  $L/L_c > j_c/j$ . Therefore, the optimized hopping length or volume of thermally activated flux motion will change along with the Lorenz force (current). The figure is adopted from the literature[21].

描述几乎所有各种形式的 $U(j)$ 关系。如 $\mu = -1$ 时,对应的是著名的 Anderson-Kim 线性 $U(j)$ 模型; $\mu = 0$ 时,对应的是所谓的 Zeldov 指数模型, $U(j) \propto \ln(j_c/j)$ ,反映的是输运实验中经常观察到的 $E \propto j^\alpha$ ,该公式在超导体的工程应用中被广泛使用; $j \ll j_c$ 自然就过渡到了涡旋玻璃或集体蠕动的模型 $U(j) \propto 1/j^\mu$ 。该理论的一个直接结果是在小电流极限情况下,有效热激活能是无穷大,因此没有线性电阻。这就改善了 Anderson-Kim 模型在小电流情况下也有电阻的困局。为了验证这样一个非线性的 $U(j)$ 关系和从中找到与磁通运动本质相关的一些物理过程,人们提出过一些行之有效的方法来确定 $U(j)$ 关系。常用的方法包括四种:Maley 的标度法<sup>[17]</sup>,磁化弛豫拟合方法<sup>[18]</sup>,广义反演方法<sup>[19,20]</sup>,磁化弛豫率随温度变化分析法(即 $T/S$ 与 $T$ 的低温段斜率,这里 $S$ 是磁化弛豫率)<sup>[20]</sup>。这些方法是为了解释高温超导体中强而复杂的磁通运动行为而提出的,反过来对描述常规超导体和其他各类超导体中的运动行为均有效。因为篇幅有限,这里对这些方法不再仔细展开来讲,有兴趣的读者可以参阅所给出的文献。

新的涡旋玻璃或集体钉扎模型与传统的 Anderson-Kim 模型的一个本质区别表现在 $j \rightarrow 0$ 的极限情况下,即所谓线性电阻 $\rho_{lin} = (E/j)_{j \rightarrow 0}$ 是为零或有限值的争论。从方程(14)和方程(15)出发可以看出,混合态磁通总有一个耗散,即使 $j \rightarrow 0$ ,这就意味着没有真正意义上的超导态。但是如果如磁通玻璃模型所描述的那样,即 $U(j) \propto 1/j^\mu$ ,则 $j \rightarrow 0$ 时,势垒为无穷大,因此磁通不会运动而耗散为零。而这一结论的前提是在 $j \rightarrow 0$ 时的最佳跳跃长度 $L(j)$ 不会有截断,也就是说超导体的序参量仍然具有长程的超导相位关联,与迈斯纳态的区别是超导体序参量的相位在空间有变化,但是不随时间变化,也可以叫相位锁定,耗散为零。线性电阻一般反映平衡态的性质,线性电阻为零表示磁通玻璃态具有电阻为零的特性。这个要求刚好是传统的混合态理论所没有顾及到的。Fisher<sup>[14]</sup>意识到,就像在 Meissner 态,超导体中的各处相位是相干的,在低温下的混合态,由于磁通钉扎的参与,超导体中各处的相位可能会不同,但是其空间上的相位关联会被冻结下来,从而磁通体系也会被冻结下来,这是有零电阻态的真正原因。任何磁通运动对应于 $2\pi$ 的相位滑移过程。由于这样一个图像与自旋玻璃的图像非常相象,因此 Fisher 把它定义

为涡旋玻璃态<sup>[14]</sup>. 而且从理论上论述了存在一个二级涡旋玻璃融化相变. 因此可以说涡旋玻璃理论与集体钉扎和集体蠕动的理论相辅相成. 涡旋玻璃理论预言的融化温度  $T_g$  以下的磁通运动方式是集体蠕动, 而集体钉扎和集体蠕动理论在小电流的情况下又需要涡旋玻璃态的概念. 在图 14 中给出了在新的图像下的耗散行为, 在传统 Anderson-Kim 图像下, 由于总是存在线性电阻, 因此没有图中虚线(相变线)及以下的部分.

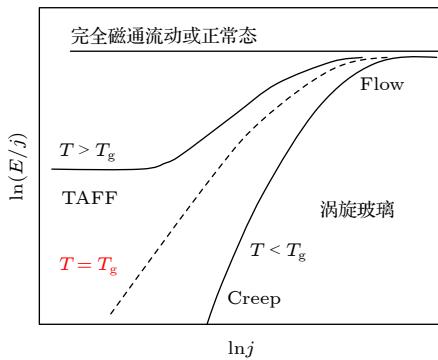


图 14 涡旋玻璃图象下的耗散行为. 在  $T = T_g$ , 发生了磁通固态的二级融化相变. 在融化温度以上, 有一个线性电阻存在, 其耗散可以用热激活磁通流动模型描述. 融化温度以下对应着涡旋固态, 尽管磁通位置的空间有序不再存在, 但是超导的长程位相关联仍然存在, 因此系统线性电阻为零. 类比于自旋玻璃态, Fisher 把它定义为涡旋玻璃态<sup>[14]</sup>

Fig. 14. Schematic of dissipation in vortex glass picture. A second-order melting phase transition occurs at  $T = T_g$ . A linear resistance exists above the melting temperature, and its dissipation can be described by thermally activated flux flow model. There is vortex solid state below the melting temperature. Even though the order of flux lattices no longer exists, the long-range superconducting phase correlation still exists, so the linear resistance of the system is zero. As an analogous to spin glass, Fisher defined it as vortex glass<sup>[14]</sup>.

涡旋玻璃态理论提出来后引发了巨量的实验研究工作. 有对低温下磁化强度弛豫进行研究的, 也有对磁场下的电输运测量进行研究的. 大部分的实验结果都声称支持了涡旋玻璃理论. 第一个用实验数据明确显示这个玻璃态相变的实验是由 Koch 等做出的<sup>[22]</sup>, 他们在理论提出后不久就发表了电输运测量的结果. 根据涡旋玻璃态的理论, 超导体的耗散曲线  $E(j)$  应该满足下面的标度规律:

$$\frac{E}{j} \frac{1}{|T - T_g|^{\nu(z+2-D)}} = f\left(\frac{j}{|T - T_g|^{\nu(D-1)}}\right), \quad (20)$$

这里  $T_g$  是涡旋玻璃的相变温度,  $\nu$  和  $z$  是标度指

数, 来自于涡旋玻璃态的超导位相关联长度  $\xi_{VG} \propto |T - T_g|^{-\nu}$  和弛豫时间  $\tau_{VG} \propto \xi_{VG}^z$ . 而在玻璃转变点, 线性电阻  $\rho_{lin} = (E/j)|_{j \rightarrow 0}$  随温度的变化关系是:

$$\rho_{lin}(T) \propto (T - T_g)^{\nu(Z+2-D)}. \quad (21)$$

(21) 式表明, 线性电阻在温度低于玻璃转变温度后会变成零, 说明存在真正的零耗散态. 图 15 中给出了 Koch 等<sup>[22]</sup>在微米尺寸的  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  (YBCO) 薄膜上所测量到的  $E(j)$  曲线和标度的情况.

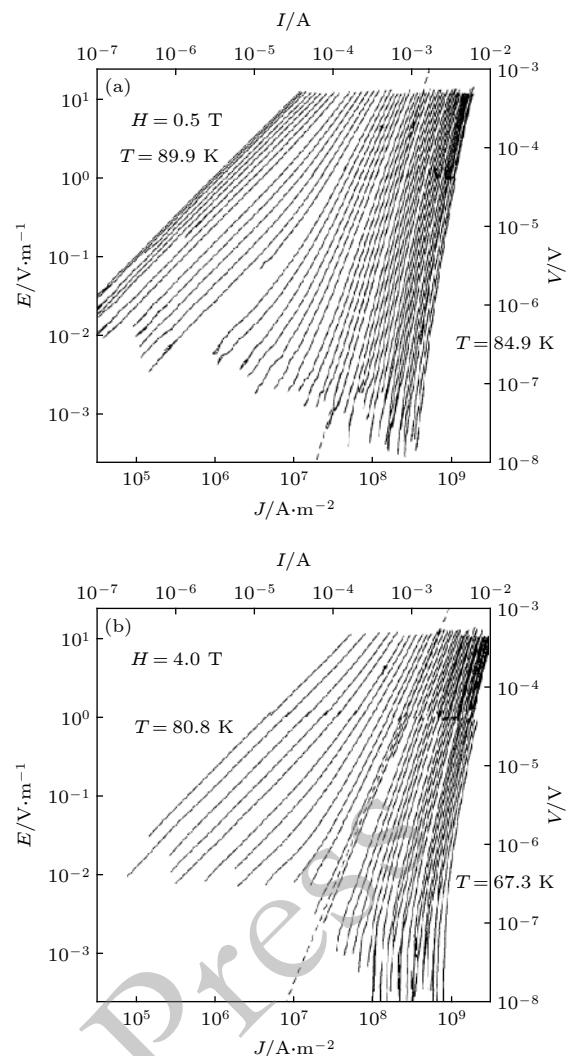


图 15 验证涡旋玻璃最早的数据之一. 磁场为 0.5 T (a) 和 4 T (b) 时在 YBCO 薄膜制备的微桥上测量到的  $E-j$  耗散关系. Koch 等<sup>[22]</sup>将不同磁场下测量到的数据利用二级相变的标度率进行标度发现其临界指数均接近  $z \approx 5$ ,  $\nu \approx 1.7$

Fig. 15. One set of the earliest data to verify vortex glass.  $E-j$  dissipation relation measured on YBCO thin film micro-bridge at 0.5 T (a) and 4 T (b). Koch et al.<sup>[22]</sup> scaled the data measured under different magnetic fields by using the scaling of second-order phase transition, and found that the critical exponents are close to  $z \approx 5$ ,  $\nu \approx 1.7$ .

所得到的  $\nu \approx 1.7$  和  $z \approx 5$  值在不同磁场下几乎一致。类似的工作在随后的时间里不断被人重复，大部分结果是一致的，从而给出了支持涡旋玻璃态理论的证据。我们也结合电输运和磁化强度弛豫的方法，得到宽电场范围内的磁通运动耗散规律（图 16），发现即便电场强度在低到  $10^{-9}$  V/m 的情况下，其耗散规律仍然满足磁通玻璃态的描述，因此我们的数据进一步证明了涡旋玻璃理论的正确性<sup>[23]</sup>。尽管如此，有关这一理论的争论仍然存在，并需要更灵敏的实验或有新的物理构思的实验去验证。

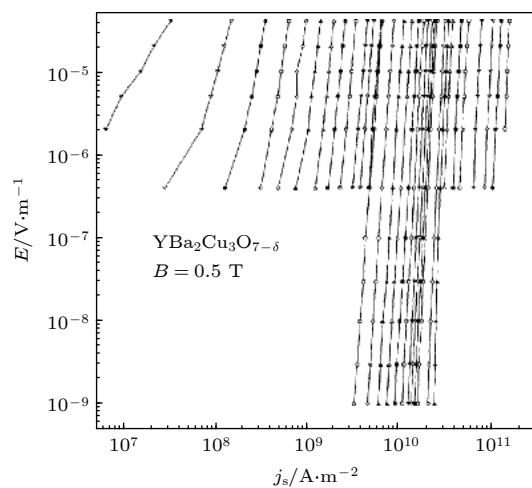


图 16  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  薄膜在宽电场范围内的耗散关系。上部分为电输运测量结果，下半部分为磁感应测量到的磁化强度弛豫结果。经过分析，即便在非常低的电场下 ( $10^{-9}$  V/m)，其耗散也非常低，而没有出现一个恒定大小的电阻，磁通运动耗散仍然可以用涡旋玻璃模型来描述，因此进一步证明了涡旋玻璃的存在

Fig. 16. Dissipation relation in a wide range of electric field of a  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  thin film. The upper part is the result of electric transport measurement, and the lower part is the result of magnetization relaxation measured by magnetic induction. After analysis, even in very low electric field ( $10^{-9}$  V/m), the dissipation is very low, and there is no constant resistance. The magnetic flux dissipation can still be described by the vortex glass model, and therefore, the existence of vortex glass is further proved.

#### 4.4 磁通流动

从图 10 和方程 (14) 可以看出，当电流密度超过临界值  $j_c$  的时候，磁通向前跳跃的热激活能变成零，因此磁通无需热激活方式就能运动。这种磁通运动方式被称为磁通流动。从物理意义上考虑，如果温度在磁通玻璃相变温度  $T_g$  以下 ( $T < T_g$ )，则磁通流动发生的条件是  $j > j_c$ ；如果  $T > T_g$ ，则在任何电流下，磁通都会流动。因此用磁通是否流动来标识磁通态相图的区域是不合适的。

在磁通流动态，由于磁通芯内部的正常态电子和芯外电子的运动，因此会有能量的耗散。此时的磁通运动是一个阻尼的运动，很像经典的物体在一个有摩擦力的表面的运动。对于单根磁通，洛伦兹力是  $f_L = \Phi_0 j$ ，磁通流动的时候，其阻尼力是  $f_d = \eta v$ ，其中  $\eta$  是 Bardeen-Stephen 系数<sup>[24]</sup>， $v$  是磁通流动的速度。在磁通匀速流动的时候，电场强度  $E = vB$ ，因此有

$$\rho_{\text{flux-flow}} = \frac{\Phi_0}{\eta} B. \quad (22)$$

当  $H = H_{c2}$  的时候，磁通流动态的电阻率会回复到正常态的电阻率值，因此有

$$\rho_{\text{flux-flow}} = \rho_n \frac{H}{H_{c2}}. \quad (23)$$

结合 (22) 式和 (23) 式，可以得到  $\eta = \mu_0 H_{c2} \Phi_0 / \rho_n$ 。

#### 4.5 磁通跳跃

磁通除了前面所说的较均匀的蠕动和流动等运动方式以外，还有一种突变性的雪崩运动方式，叫磁通跳跃。其发生的原因是在大电流或存在高磁通密度梯度的情况下，磁通运动会在局域位置造成大量的热量，而热量无法迅速被系统带走，造成局域温度的升高，而升高的温度会带来磁通的进一步运动，因此产生雪崩式的放大效应。图 17 显示了铁基超导体  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  在  $T = 2, 5, 10, 15, 25$  K 的磁滞回线<sup>[3]</sup>。在 2 和 5 K 的磁滞回线上面，出现了一些不连续的跳变，这就是由于磁通跳跃所造成的结果。这里可以看出，磁通跳跃在低温的时候容易发生，这是很好理解的，因为 1) 低温下的磁化临界电流很大，因此洛伦兹力很大；2) 低温下用于导热的正常态电子很少，因此热量不能及时被导走。到达并高于 10 K 的时候，磁通跳跃效应就没有了，因此磁化曲线变得很光滑。一般能隙为 S 波对称性的超导体更容易发生磁通跳跃效应，原因是该类超导体在低温下的正常态电子很少。在做超导磁体的导线的时候，避免磁通跳跃是个重要的科学问题。其解决方法是将超导线，如 NbTi 线做成很细的纤维状导线，埋在导热性能很好的铜基底材料中，铜和超导线所占的比值叫铜超比。当然这种技术的另外一个优点是在超导导线中，由于迈斯纳态的作用，电流一般倾向于在超导线的表面聚集。做成细丝以后，有利于超导电流在更多表面处流动，因此增加了整根超导导线的载流能力。

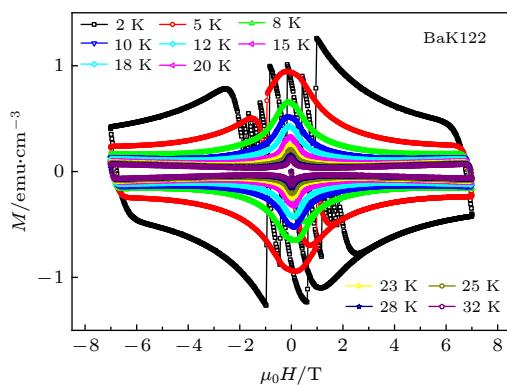


图 17 铁基超导体  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  在不同温度的磁滞回线. 在 2 和 5 K 的磁滞回线上面, 出现了一些不连续的跳变, 这是磁通跳跃所造成的雪崩效应的结果. 磁通跳跃过程可以用磁光实验直接看见 [3]

Fig. 17. MHLs of  $\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$  at different temperatures. There are discontinuous jumps on the MHLs of 2 and 5 K, which is the result of avalanche effect caused by flux jump. The process of flux jump can be seen directly by magneto-optical experiment<sup>[3]</sup>.

## 5 磁通钉扎和磁通动力学发展新动向

### 5.1 混合态相图的丰富和复杂性

如图 18(a) 所示, 在早期的 II 类超导体的磁场-温度相图上只有两个相变线, 即  $H_{c1}(T)$  和  $H_{c2}(T)$ , 在它们之间即为混合态. 高温超导体出现之后, 人们发现, 其磁通运动更为剧烈, 尤其是在高温区域. 究其原因, 主要是因为热动能  $k_B T$  与相干体积内的凝聚能相比已经变得很大, 通常把这个比值称为 Ginzburg 数  $G_i = (k_B T_c / H_c^2 \varepsilon \xi^3)^2 / 2$ , 这里  $\varepsilon = m_{ab} / m_c$  是有效质量的各向异性度. 在高温超导体中, 由于小的相干长度和高的各向异性 ( $\varepsilon \ll 1$ ),  $G_i$  数值很大, 意味着有非常强的热涨落效应. 因此在低于上临界磁场  $H_{c2}(T)$  线以下有很大一块区域, 磁通态不是处于固态, 而是液态, 没有超导临界电流, 而是有非零的线性电阻. 这个区域的磁通运动属于磁通流动态. 因此高温超导体的相图如图 18(b) 所示, 有很大一块区域是处于液态. 在相图上有一根转变线, 通常称之为不可逆线  $H_{irr}(T)$ , 在它之下的区域磁通处于固态, 磁通在电流作用下会发生弹性蠕动, 在小电流极限下的线性电阻为零; 而在其之上, 没有零电阻态, 也没有超导临界电流. 这条线之所以被称为不可逆线, 是指磁通钉扎的过程是否是可逆的. 比如, 在零磁场冷却 (ZFC) 再加磁场, 和有磁场冷却 (FC) 后升温过程中测量到的磁化强度是否是重合的, 如果是重合的就称为是可

逆的, 如果是不重合的, 就称为不可逆. 磁化强度的可逆对应的是没有临界电流区域, 而不可逆区域对应的是有临界电流. 一般这条线很好地反映了所研究材料的强电应用的潜力.

关于不可逆线对应的物理实质, 对于不同的磁通系统, 在不同的磁场范围内可能性质不一样. 它可以对应低磁场下的磁通晶格的一级融化, 也可以对应涡旋系统缺陷较多时或高磁场时候磁通玻璃

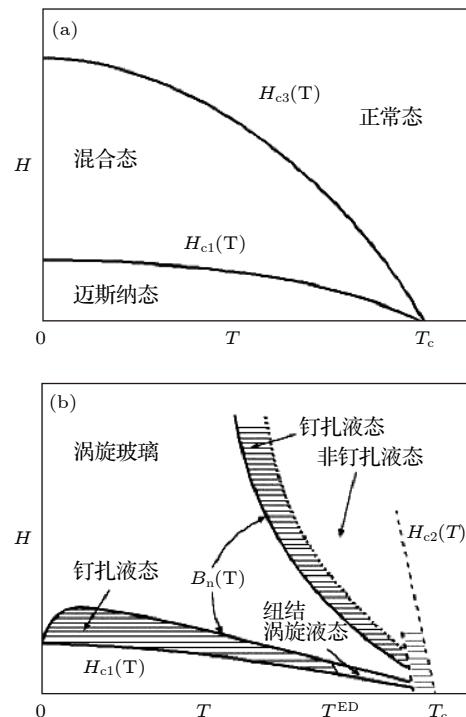


图 18 (a) 常规超导体或三维性较强超导体的磁场-温度相图. 磁通运动的不可逆线与上临界磁场很接近; (b) 二维性较强的磁场-温度相图, 在上临界磁场下的一个很大区域内出现磁通液态, 没有临界电流. 在更低的温度, 会出现一个涡旋玻璃态, 其磁场和温度的上边界线对于不可逆线. 有理论预言在  $H_{c1}$  附近, 由于磁通密度很低, 磁通线间的相互作用很弱, 因此也可能出现一个磁通液态. 但是实验上对于这个钉扎液态不好界定, 因为没有线性耗散的出现

Fig. 18. (a)  $H$ - $T$  phase diagram of conventional superconductors or superconductors with stronger three-dimensional properties. The irreversible line of flux motion is close to upper critical magnetic field; (b)  $H$ - $T$  phase diagram of superconductors with stronger two-dimensional properties. There is flux liquid and no critical current in a large region below upper critical magnetic field. In the region at lower temperatures, there is a vortex glass state with zero linear resistance. The upper boundary of this vortex glass state is the irreversibility line  $H_{irr}(T)$ . It is predicted that there may be a vortex liquid state near  $H_{c1}$  as the flux density is very diluted and the interaction between flux lines is very weak. However, it is difficult to prove the existence of this pinned liquid state near  $H_{c1}$  experimentally as there is no linear dissipation.

态的二级融化<sup>[25]</sup>. 但是尽管有不同的含义, 不可逆线直接反映的是磁通运动的强弱和超导电流大小的边界线. 不可逆线在实验中是由动力学的方法确定下来的, 但由于它反映的是磁通运动的强弱, 因此有人赋予它以静力学相变的含义, 即磁通固态的融化线. Houghton 等<sup>[26]</sup> 将不可逆线按照热力学的融化线来解释. 他们将磁通物质考虑成三维的弹性体, 计算出磁通线在  $z$  高度在平衡点附近横向平均位移

$$\langle u^2 \rangle^{1/2} = \left\langle (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)^2 \right\rangle^{1/2}, \quad (24)$$

利用 Lindemann 判据  $\langle u^2 \rangle^{1/2} = C_L a_0$  得到融化线为

$$\left[ \frac{t}{(1-t)^{1/2}} \right] \left[ \frac{b^{1/2}}{1-b} \right] \left[ \frac{4\sqrt{2}-1}{(1-b)^{1/2}} + 1 \right] = \alpha_L, \quad (25)$$

这里  $a_0$  是磁通晶格长度,  $\alpha_L$  是与 Lindemann 常数  $C_L$  和各向异性度  $\varepsilon$  相关的一个量, 一般  $C_L = 0.15-0.25$ ;  $t = T/T_c$ ,  $b = H/H_{c2}$ . Houghton 等用 (25) 式对钇钡铜氧超导体的不可逆线进行拟合<sup>[26]</sup>, 理论曲线与实验数据能很好地符合. 实际上, (25) 式给出的融化线只是一个唯象的描述.

## 5.2 磁滞回线的第二峰效应

在第 II 类超导体中, 当外磁场超越下临界磁场  $H_{c1}$  以后, 超导并没有马上被破坏掉, 而是形成混合态, 因此样品仍然处于超导态. 其磁滞回线一般在零磁场附近会表现出一个峰值. 随着磁场的继续增加, 磁化强度和磁滞回线的宽度会下降, 这是由于临界电流随着外磁场的增加而下降. 但是在很多 II 类超导体中, 人们发现其磁化曲线或磁滞回线随外磁场增加会出现第二峰效应, 也叫“尖峰效应”或“鱼尾效应”. 因为磁化强度曲线的宽度与临界电流密切相关, 因此该效应肯定与临界电流有关. 早在 1960 年, Le Blanc 和 Little 首先观察到常规超导体中的临界电流尖峰效应<sup>[27]</sup>. 常规超导体的尖峰效应以 2H-NbSe<sub>2</sub> 为典型代表, 其磁滞回线如图 19(a) 所示, 特征是在磁场靠近上临界场  $H_{c2}$  的时候, 存在一个尖峰. 早在 1969 年, Pippard<sup>[28]</sup> 就认为尖峰效应和磁通晶格的软化有关, Larkin 和 Ovchinnikov<sup>[29]</sup> 给出了集体钉扎的概念, 并在此基础上讨论了磁通晶格软化和尖峰效应的关系. 常规超导体中的尖峰效应可参见 Cambell 和 Evtets<sup>[30]</sup> 给出的一个综述. 高温超导体被发现后, 人们发现

同样可以观察到尖峰效应. 与常规超导体中尖峰效应只发生在接近上临界场附近不同, 高温超导体发生尖峰效应的场要低得多, 远低于上临界磁场. 而由于高温超导体的特点, 即弱钉扎、强热力学和量子涨落的存在, 所以使尖峰效应变得更加复杂. 大致上看, 高温超导体中的尖峰效应可以分成两类, 一类以 Bi-2212 为代表, 一类以 YBCO 为代表, 如图 19(b) 和图 19(c) 所示.

关于图 19 中的三种磁滞回线, 其磁化强度第二峰效应产生的原因并不相同. 在 2H-NbSe<sub>2</sub> 超导体中的第二峰效应被解释成为在上临界磁场附近, 磁通晶格开始软化, 而软化的磁通线会容易找到势能比较低的缺陷的位置, 从而被钉扎住. 这种情况对于低温金属或合金超导体是比较合适的. 因为这

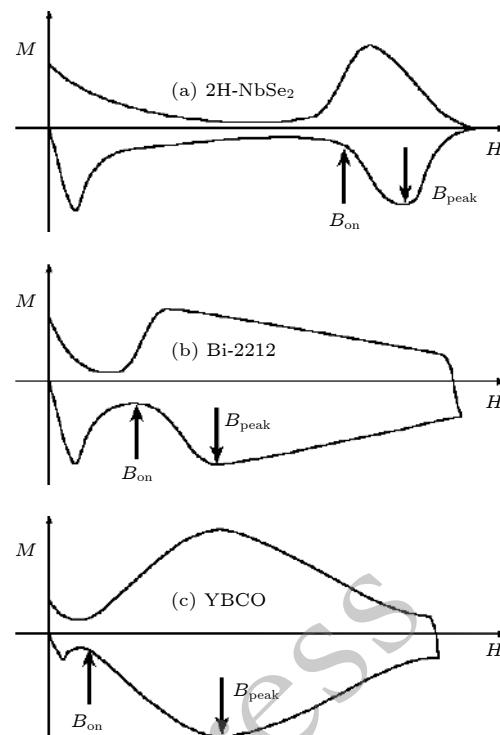


图 19 三种不同类型 II 类超导体磁滞回线的第二峰效应  
(a) 2H-NbSe<sub>2</sub> 超导体中的磁滞回线, 在上临界磁场附近发现一个尖峰; (b) 高温超导体 Bi-2212 中的磁滞回线, 在较低磁场的时候 (200—500 Oe), 发现一个较陡的磁化强度第二峰; (c) 高温超导体 YBCO 中出现的第二峰, 其可以出现在很高的磁场值, 但是仍然远低于上临界磁场

Fig. 19. Second peak (SP) effect of three different types of MHLs in three kinds of type-II superconductors: (a) MHL of 2H-NbSe<sub>2</sub> shows a sharp SP near upper critical field; (b) MHL of high temperature superconductor Bi-2212 shows a steeper SP at a lower magnetic field (200–500 Oe); (c) SP effect occurs in high temperature superconductor YBCO. The SP effect can appear at high magnetic fields, but the fields are still far below the upper critical field.

些超导体的磁通线自能  $E = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left( \frac{\Phi_0}{\lambda} \right)^2 \ln \kappa$  很大, 因为超流密度较大, 穿透深度较短. 这些磁通线刚性就比较强, 很难与空间中无规分布的钉扎中心达到很好的配合效应, 起到强的钉扎. 然而, 当接近上临界磁场的时候, 磁通晶格会软化, 因此会更容易被钉扎中心钉扎住, 使得临界电流有所增强, 甚至出现一个尖峰.

对于高温超导体, 由于很强的层状效应和较低的超流密度, 对应较小的磁通自能, 此时磁通就变得容易弯曲, 很容易运动. 但是在 Bi-2212 中的磁通运动形式和 YBCO 中的运动形式和磁化强度第二峰效应会有所不同. 在图 19(b) 中给出的就是 Bi-2212 的磁化强度曲线, 可见明显的第二峰效应. 仔细研究发现该效应只发生在温度为 20—40 K 的温区内, 而且第二峰出现的磁场位置与温度基本无关<sup>[31]</sup>. 因此在磁场温度的相图上面基本表现为一段平的线. 在图 20 中给出了 Bi-2212 系统的温度

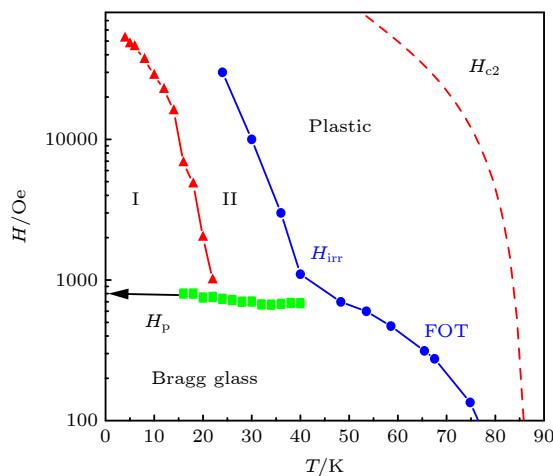


图 20 Bi-2212 系统的磁场-温度相图. 在 20—40 K 温度内, 如方块符号所示的是第二峰出现的位置, 一般认为是在该磁场之下, 磁通系统处于布喇格玻璃态 (Bragg glass), 然而超过这个磁场, 磁通系统处于正常的磁通玻璃态分为耗散低的 I 区和耗散高的 II 区. 在 40 K 以上温区的相变线是磁通一级融化线 (FOT, first order transition). 在 20 K 以下, 通过长时间的弛豫测量, 实际上磁通的布喇格相变仍然能够被观测到

Fig. 20.  $H$ - $T$  phase diagram of Bi-2212 system. The positions of SP are shown by square symbols, in the temperature range of 20–40 K. It is generally believed that below the magnetic fields marked by the square symbols, the flux system is in Bragg glass state, beyond that the flux system is in normal vortex glass state. The phase transition line above 40 K is FOT (first order transition) line of magnetic flux. Below 20 K, the Bragg phase transition of magnetic flux can still be observed by long-time relaxation measurement.

磁场相图. 在高于 40—50 K 的温区, 在相变磁场之上, 磁化强度曲线是可逆的, 在磁化强度随温度或磁场变化时, 出现一个一级相变的台阶, 因此一般认为在 40—50 K 以上发生了磁通晶格一级融化相变.

早期的很多实验都发现 Bi-2212 系统中存在着第二峰效应, 也提出了很多模型来加以解释, 如杂质钉扎模型或表面势垒模型. 后续的很多实验证明 Bi-2212 系统中的尖峰效应与磁通的布喇格玻璃转变有关.

早期的理论认为, 磁通晶格在弱无序的作用下, 将形成线性电阻消失的磁通玻璃态, 磁通系统不存在大尺度上的完整磁通晶格. 然而, Giamarchi 和 Le Doussal<sup>[32,33]</sup> 探讨了在点无序下的弹性磁通晶格, 认为在低场低温下存在所谓磁通“布喇格玻璃”. 此时的磁通离开其平衡晶格位置的偏离函数随空间距离  $r$  是对数增加的, 即

$$B(\mathbf{r}) = \overline{[u(\mathbf{r}) - u(0)]^2} \propto A_d \ln |\mathbf{r}|, \quad (26)$$

这里  $A_d = 4-d$  ( $d$  代表维数). 此时磁通的相对平均位移的关联函数是幂函数衰减的, 即  $C^{L,T}(r) \propto (1/r)^{A_d}$ , 这里的上标  $L, T$  分别表示纵向和横向的磁通平均位移关联函数. 可见这种关联函数的衰减是比较慢的, 因此磁通还能够保持准有序的晶格态, 被称为布喇格玻璃态. 与磁通玻璃不同, 其位移关联函数的衰减为代数衰减, 而磁通玻璃态的关联函数是指数衰减的. 因此, 布喇格玻璃中存在准长程有序, 能够被中子散射的实验加以证明. 当外磁场值超过布喇格玻璃态磁场的时候, 磁通密度增加, 系统很难维持在布喇格玻璃的准有序态, 取而代之的是磁通玻璃态, 磁通系统的混乱度增加, 中子散射就观察不到有序的衍射斑点. 因此把固定温度下, 磁通系统从低磁场的布喇格玻璃态向高磁场的磁通玻璃态相变线称为布喇格磁通相变线.

在进行磁滞回线测量的时候, 人们发现, Bi-2212 系统的磁化强度第二峰效应在 20 K 以下的磁化曲线上面就消失了, 呈现出来的是一个零磁场附近的单峰行为. 因此一些人认为布喇格磁通玻璃在低温段有一个截止点, 即在 20 K 以下应该没有布喇格磁通态到磁通玻璃态的相变了. 我们把温度降到 5 K, 通过长时间的磁化弛豫测量, 发现在长时间窗口内测量磁滞回线的时候, 磁化强度第二峰效应又能够显现出来, 表明布喇格玻璃在低温端没

有截止点。如图 21 所示, 我们测量的磁化强度弛豫最长的时间达到 10000 s, 在长时间弛豫之后, 系统接近平衡态。也表明布拉格磁通态到玻璃态的相变确实对应于磁通系统在平衡态的一个相变, 在 20 K 以上的时候, 磁通运动较快, 容易接近平衡态; 然而在低温下磁通运动较慢, 要通过长时间的弛豫, 系统才能够接近平衡态, 显示出布拉格玻璃相变的行为<sup>[31]</sup>。而长时间的弛豫使得布拉格玻璃相变在低达 5 K 的温度仍然能够被观察到。

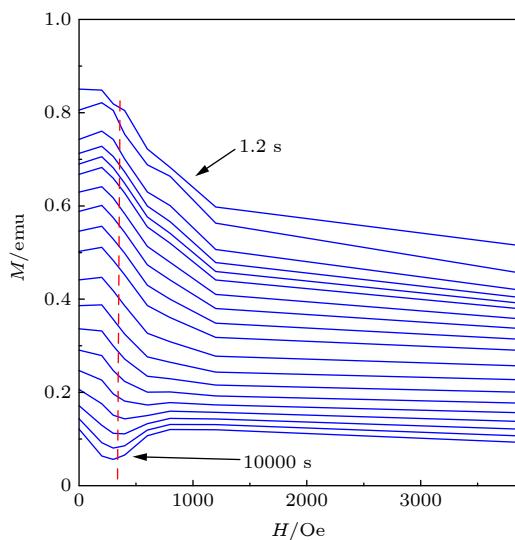


图 21 Bi-2212 单晶在  $T = 5$  K 温度, 在不同的时间窗口测量到的磁滞回线在降磁场部分随外磁场的变化。在长时间弛豫以后, 第二峰效应仍然能够呈现出来, 表明布拉格玻璃相变在低于 20 K 的温区仍然能够发生

Fig. 21. MHLs of Bi-2212 single crystal at  $T = 5$  K, measured at different time windows varying with external magnetic field. After a long time of relaxation, the SP effect can still appear, which indicates that the Bragg vortex phase transition can still occur in the temperature range below 20 K.

在 YBCO 和很多铁基超导体中, 磁化强度第二峰表现出另外一种形式, 其出现磁化第二峰的磁场位置随着温度显著变化<sup>[34]</sup>, 而且有时候还出现非单调变化行为, 与样品中的缺陷明显相关。在图 3(a) 和图 19(c) 中显示的就是 YBCO 典型的磁滞回线。与 Bi-2212 不同的是, YBCO 尖峰的位置对温度的依赖关系很强, 其存在的温区从能测量的最低温直到 80 K 以上。YBCO 和很多铁基超导体的磁化强度第二峰效应在非常大的磁场范围内存在, 甚至高达十几个特斯拉都可以观察到, 因此可以为应用带来有利条件。YBCO 尖峰效应同样受掺杂、辐照等影响。随着氧含量和缺陷的增加, 第二峰向高场移动<sup>[35]</sup>。Nishizaki 等<sup>[34]</sup>对辐照后的

YBCO 磁滞回线的研究, 得到了很宽磁场和温度范围内的磁通态相图, 发现磁化强度第二峰的磁场-温度的相变线与缺陷密切相关。一般认为, 在二维性不太强的超导系统中, 如 YBCO 和很多的铁基超导体中, 它们在进入混合态以后, 由于样品中缺陷的存在, 容易形成磁通弯曲和扭结现象。磁场越高, 这种扭结就越厉害, 因此磁通系统的切变模量  $C_{66}$  变得很小, 磁通运动就比较弱, 超导临界电流就逐渐升高, 第二峰随之出现。但是, 当磁场很高的时候, 热涨落很强, 扭结的磁通很难维持其弹性特征, 有些地方会出现磁通断切现象, 从而产生磁通系统的位错。而这些位错的运动是塑性的, 因此就会造成磁通运动的迅速增强, 耗散增加, 从而出现磁化强度和磁滞回线宽度下降的趋势。这是三维性较强的超导体中磁通运动的一个典型的特征。有趣的是, 磁化强度第二峰效应一般出现在单晶或多晶样品中, 在超导薄膜中很难被观察到。其原因可能有两个: 1) 薄膜中一般超导转变温度较均匀, 但是有很多的位错和缺陷, 特别是脉冲激光镀膜技术生长的薄膜, 因此其平均自由程涨落钉扎较显著<sup>[6]</sup>, 磁通扭结和钉扎在低磁场的时候就已经很强, 临界电流就很高; 2) 磁化强度第二峰效应可能在磁通轴向有长度关联效应, 即使薄膜有一定的厚度, 而磁通扭结在此方向的有效作用长度比薄膜的厚度更长, 因此第二峰效应不明显。为什么在超导薄膜中磁化强度第二峰效应很难被观察到, 这是一个饶有兴趣的科学问题, 值得深入研究。

### 5.3 磁通线的量子隧道和量子融化现象

在测量一些高温超导体, 如 YBCO 或 Bi-2212 磁化强度弛豫的时候, 对其磁化强度弛豫率  $S = -d(\ln J)/d(\ln t)$  的研究发现, 在低温段 ( $T = 2$  K 及以下温区), 弛豫率出现一个平台。有人把它测量到几十毫 K, 发现此弛豫率并没有下降到零的趋势, 而是保持一个常数, 大约在 1—2%<sup>[36,37]</sup>。根据磁化强度弛豫率的定义, 这就意味着即便在零温极限下, 磁通运动仍然会发生。即对超导体加一个电流, 在零温极限下, 磁通仍然是会有运动的, 而热激活磁通运动的模型预言磁通运动在零温极限下会停止。利用方程 (15) 和方程 (17) 很容易得到这个结论, 即在零温极限下, 磁化强度弛豫率必须为零。人们把这种磁化强度弛豫率在零温极限下不是零的现象归结为磁通的量子隧道效应, 即一段磁通线

会通过量子隧穿方式从一个钉扎点运动到下一个钉扎点.

由于高温超导体的正常态普遍呈现坏金属特性, 相干长度也很短, 磁通芯部分的能量比较小, 因此磁通运动到下一个钉扎中心的势垒并不高. 理论上讲, 如果超导体具有较大的  $\rho_n/\xi$  比值, 高度各向异性 (使得磁通线的一小段或较小的体积容易发生运动), 磁通的量子隧穿和量子涨落效应就会很强. 在温度趋于零时, 人们发现几乎所有的铜氧化物高温超导体都有 1%—3% 剩余的磁化强度弛豫率<sup>[36,37]</sup>, 这就意味着在电流作用下磁通线仍然在运动. 在热激活磁通运动中, 人们不关注磁通线在跳跃过程中所用的时间, 而只注意其跳出势垒的几率以及运动到下一个钉扎点所需要的平均时间. 在量子隧道过程中则不然, 人们关注这段磁通线在隧道过程中所需的时间, 因此, 涡旋线与其环境的相互作用变得非常重要, 所以在所谓耗散区内, 磁通的量子隧道几率与钉扎势垒的高度关系不大. 与量子过程相联系的是欧几里得作用量, 而不是能量. 一般认为, 在高于约 10 K 左右的温度后, 由于热激活效应很强而只能看到热激活的磁通运动, 量子隧道效应会被完全掩盖掉. 在耗散区内, 因为量子隧穿而出现的磁化强度的弛豫率为<sup>[38]</sup>

$$Q = \frac{e^2 \rho_n(0)}{2\hbar L_c} \approx \frac{e^2}{\varepsilon \hbar} \frac{\rho_n(0)}{\xi} \left( \frac{j_c}{j_0} \right)^{1/2}, \quad (27)$$

这里  $\rho_n(0)$  是低温下的正常态电阻率;  $L_c$  是单涡旋集体钉扎长度;  $\varepsilon$  是各向异性常数;  $\xi$  是超导相干长度;  $j_0$  是拆对临界电流, 正比于  $H_c/\lambda$ . 因此可见, 由于量子涨落效应导致的弛豫率与样品的纯净程度有很大的关系. 磁通线量子隧道效应的磁化强度弛豫率的一个更为广泛的表述式是<sup>[39]</sup>

$$Q(T=0, \Theta_H) = \frac{1}{\pi n_s L_c \xi^2} \left[ \frac{1}{\tan \Theta_H} + \frac{1}{2} + \frac{\Theta_H}{\pi} \right], \quad (28)$$

这里  $\Theta_H$  是磁通运动方向和 Lorentz 力之间的夹角, 满足  $\tan \Theta_H = \alpha/\eta$ ,  $\alpha$  是 Hall 引系数,  $\eta$  是 Bardeen-Stephen 磁通运动耗散系数. 它们可以用材料的一些本征参量所描述.

研究磁通线的量子隧道过程可以帮助我们了解磁通线运动的一些重要本征参量, 同时了解宏观量子载体在隧道过程中表现出的一些新规律.

#### 5.4 反常 Hall 效应

在很多高温超导体中, 如果测量 Hall 系数, 就

会在转变温度附近的磁通流动区域发现 Hall 电压由负变为正的反常现象, 这种正负的振荡有时会出现多次, 应该不是由于多带效应所造成的. 大部分人把这种反常的 Hall 效应归结为与磁通运动的基本特性<sup>[40]</sup>. 实际上也有模型认为是与单磁通的结构和磁通芯内外的准粒子分布有关. 尽管这一现象很普遍, 但是其真正的物理原因存在很大争议, 亟待进一步的工作去弄清楚. 最近发现这个现象不仅在高温氧化物超导体中出现, 同时在其他超导体, 如二硼化镁超导体<sup>[41]</sup> 中和铁基超导体中也出现了这个现象<sup>[42]</sup>. 这一部分由于物理机理尚远未弄清楚, 是今后研究的重要课题之一. 本章不再讨论, 有兴趣的读者可以参阅相关文献<sup>[43]</sup>.

## 6 结束语

磁通线和混合态是基于 Ginzburg-Landau 理论对超导体进行分类以后, 在 II 类超导体中出现的量子现象. 有关磁通基础物理的研究, 不仅能够拓展超导的知识范畴, 而且对超导体的强电应用有重要促进作用. 本文对磁通线的结构、钉扎方式和运动过程进行了初浅的描述. 因为知识水平有限和篇幅限制, 对这些纷繁复杂的物理现象只是进行了简单的介绍和描述. 有兴趣的读者可以参考我们较早期所写的一些综述文章<sup>[44,45]</sup>, 本篇文章也摘取了早期这些综述文章中的部分内容和图示. 在过去 30 多年对高温超导体的研究, 也发现了很多重要新现象, 大大丰富了超导体混合态的物理. 比如在单晶中的磁通晶格的一级融化已被多种手段所证明. 此外, 磁通弹性运动的理论得到了长足的发展, 其中最重要的是涡旋玻璃理论和集体钉扎理论的提出. 在原来 Kim-Anderson 提出的磁通运动刚性模型的基础上又有了长足的发展, 发展了一套随外电流或 Lorentz 力变化下的有效势垒模型. 涡旋玻璃理论预言了一种新的涡旋态, 即磁通晶格序被破坏掉, 但是超导相位关联还可以被低温冻结下来, 呈现零耗散的涡旋玻璃态. 这完全有别于原来的 Abrikosov 磁通晶格态. 有关混合态相图, 有很多新的概念被提出来了, 有些已经被实验广泛证明, 如布拉格玻璃相、磁通玻璃的二级融化及其相变标度理论等等. 在高温超导体的混合态相图和磁通动、静力学方面还有一些重要问题未弄清楚. 如本文最后部分提及的磁通量子涨落和隧道效应, 磁通

流动的反常 Hall 效应, 磁化强度第二峰的真正原因, 不同能隙对称性和多带超导体的磁通结构和动力学, 等等, 这些还需要进一步的仔细探究.

本文是作者根据在高温超导体磁通动力学领域工作的积累写的一个简介, 内容还比较初浅. 感谢所有参与相关工作的同事, 感谢大家的支持和帮助.

## 参考文献

- [1] Ginzburg V L, Landau L D 1950 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **20** 1064
- [2] Wen H H, Zhao Z X 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 856
- [3] Cheng W, Lin H, Wen H H, et al. 2019 *Sci. Bull.* **64** 81
- [4] Wen H H, Li S L, Zhao Z X 2000 *Phys. Rev. B* **72** 716
- [5] Dew-Hughes D 1974 *Philos. Mag.* **30** 293
- [6] Griessen R, Wen H H, Van Dallen A J J, et al. 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1910
- [7] Van Bael M J, Temst K, Moshchalkov V V, et al. 1999 *Phys. Rev. B* **59** 14674
- [8] Bean C P, Livingston J D 1964 *Phys. Rev. Lett.* **12** 14
- [9] Morozov N, Zeldov E, Konczykowski M, Doyle R A 1997 *Physica C* **291** 113
- [10] Zhang Y H 2009 *Superconductivity Physics* (Hefei: Press of University of Science and Technology of China) pp94–96 (in Chinese) [张裕恒 2007 超导物理(合肥: 中国科学技术大学出版社)第三版 第94—96页]
- [11] Bean C P 1962 *Phys. Rev. Lett.* **8** 250
- [12] Wen H H, Wang R L, Li H C, Guo S Q, Yin B, Zhao Z X 1996 *Phys. Rev. B* **54** 1386
- [13] Anderson P W, Kim Y B 1964 *Rev. Mod. Phys.* **36** 39
- [14] Fisher M P A 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1415
- [15] Feigel'man M V, Geshkenbein V B, Larkin A I, et al. 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 2303
- [16] Malozemoff A P, Fisher M P A 1990 *Phys. Rev. B* **42** 6784
- [17] Maley M P, Willis J O, Lessure H, et al. 1990 *Phys. Rev. B* **42** 2639
- [18] Thompson J R, Civale L, Marwick A D, Holtzberg F 1994 *Phys. Rev. B* **49** 13287
- [19] Schnack H G, Griessen R, Lensink J G, Wen H H 1993 *Phys. Rev. B* **48** 13181
- [20] Wen H H, Schnack H G, Griessen R, Dam B, Rector J 1995 *Physica C* **241** 353
- [21] Blatter G, Feigel'man V M, Geshkenbein V B, Larkin A I, Vinokur V M 1994 *Rev. Mod. Phys.* **66** 1125
- [22] Koch R H, Foglietti V, Gallagher W J, et al. 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1511
- [23] Wen H H, Zhao Z X, Wijngaarden R J, Rector J, Dam B, Griessen R 1995 *Phys. Rev. B* **52** 4583
- [24] Bardeen J, Stephen M J 1965 *Phys. Rev.* **140** A1197
- [25] Kwok W K, Paulius L M, Vinokur V M, et al. 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 600
- [26] Houghton A, Pelcovits R A, Sudbø A 1989 *Phys. Rev. B* **40** 6763
- [27] Le Blanc M A R, Little W A 1960 *Proc. Seventh Int. Conf. Low Temp. Phys.* p198
- [28] Pippard A B 1969 *Philos. Mag.* **19** 217
- [29] Larkin A I, Ovchinnikov Yu N 1979 *J. Low Temp. Phys.* **34** 409
- [30] Campell A M, Evetts J 1972 *J. Adv. Phys.* **72** 199
- [31] Li S L, Wen H H 2002 *Phys. Rev. B* **65** 214515
- [32] Giamarchi T, Le Doussal P 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1530
- [33] Giamarchi T, Le Doussal P 1995 *Phys. Rev. B* **52** 1242
- [34] Nishizaki T, Naito T, Okayasu S, et al. 2000 *Phys. Rev. B* **61** 3649
- [35] Kokkaliaris S., Zhukov A A, de Groot P A J, et al. 2000 *Phys. Rev. B* **61** 3655
- [36] Fruchter L, Malozemoff A P, Campbell I A, et al. 1991 *Phys. Rev. B* **43** 8709
- [37] Wen H H, Zhao Z X, Griessen R 1995 *Sci. Chin.* **A38** 717
- [38] Hoekstra A F T, Testa A M, Doornbos G 1999 *Phys. Rev. B* **59** 7222
- [39] Blatter G, Ivlev B I 1994 *Phys. Rev. B* **50** 10272
- [40] Nagaoka T, Matsuda Y, Obara H, et al. 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3594
- [41] Jin R, Paranthaman M, Zhai H Y 2001 *Phys. Rev. B* **64** 220506
- [42] Wang L M, Sou U, Yang H C, et al. 2011 *Phys. Rev. B* **83** 134506
- [43] Dorsey A T, Fisher M P A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 694; Wang Z D, Ting C S 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3618; Vinokur V M, Geshkenbein V B, Feigel'man M V, et al. 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1242; van Otterlo A, Feigel'man M, Geshkenbein V, et al. 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3736; Ao P 1998 *J. Phys. Condens. Matter* **10** L677
- [44] Wen H H 2006 *Physics* 16 (in Chinese) [闻海虎 2006 物理 16]
- [45] Wen H H 2006 *Physics* 111 (in Chinese) [闻海虎 2006 物理 111]

## SPECIAL TOPIC—Superconductivity and its applications

**Brief introduction to flux pinning and vortex dynamics  
in high temperature superconductors**Wen Hai-Hu <sup>†</sup>

(Physics Department, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Received 9 November 2020; revised manuscript received 19 December 2020)

**Abstract**

Superconductivity is achieved through macroscopic phase coherence; the charge carriers are Cooper pairs. In absence of an external magnetic field and applied current, the behavior of these Cooper pairs can be described by a single wave function  $\psi = \psi_0 e^{i\varphi}$ , and the phase is uniform over the space. When applying an external field but still below a certain threshold, a screening current will be established at the surface, which prohibits the entering of magnetic field, that is so-called Meissner effect. When the external field is larger than this threshold, the magnetic flux will penetrate into the sample, forming the interface of superconducting and normal state regions. According to the sign of this interface energy, we can categorize superconductors into type-I (positive interface energy) and type-II (negative interface energy). Most superconductors found so far are type-II in nature. Due to the negative interface energy in type-II superconductors, the penetrated magnetic flux will separate into the smallest bundle, namely the quantum flux line, with a quantized flux  $\Phi_0 = h/2e$  ( $h$  is the Planck constant and  $e$  is the charge of an electron). There are weak repulsive interactions among these vortices, thus usually they will form a lattice, called mixed state. When applying a current, a Lorentz force will exert on the flux lines (vortices) and will make them to move, this will induce energy dissipation and the appreciable feature of zero resistance of a superconductor will be lost. By introducing some defects, impurities or dislocations into the system, it is possible to pin down these vortices and restore the state of zero resistance. The study concerning vortex pinning and dynamics is very important, which helps not only the understanding of fundamental physics, but also to the high power application of type-II superconductors. This paper gives a brief introduction to the vortex dynamics of type-II superconductors.

**Keywords:** high temperature superconductors, flux dynamics, cuprate superconductors, iron based superconductors

**PACS:** 74.25.Op, 74.25.Qt, 74.25.Sv

**DOI:** [10.7498/aps.70.20201881](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201881)

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [hhwen@nju.edu.cn](mailto:hhwen@nju.edu.cn)