

## 球形复合柱表面波声子晶体的带隙特性仿真

谭自豪 孙小伟 宋婷 温晓东 刘禧萱 刘子江

### Numerical simulation study on band gap characteristics of surface phononic crystal with spherical composite column

Tan Zi-Hao Sun Xiao-Wei Song Ting Wen Xiao-Dong Liu Xi-Xuan Liu Zi-Jiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 144301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210165

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210165>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 声子晶体中的表面声波赝自旋模式和拓扑保护声传输

Pseudospin modes of surface acoustic wave and topologically protected sound transmission in phononic crystal

物理学报. 2019, 68(22): 227805 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191363>

#### 基于二维声子晶体的大尺寸夹心式换能器的优化设计

Optimal design of large-sized sandwich transducer based on two-dimensional phononic crystal

物理学报. 2019, 68(2): 024303 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181955>

#### 类声子晶体结构对超声塑料焊接工具横向振动的抑制

Suppression of lateral vibration in rectangular ultrasonic plastic welding tool based on phononic crystal structure

物理学报. 2018, 67(22): 224207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181150>

#### 流固耦合声子晶体管路冲击振动特性研究

Shock vibration characteristics of fluid-structure interaction phononic crystal pipeline

物理学报. 2020, 69(19): 194301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200414>

#### 声子晶体中的多重拓扑相

Multiple topological phases in phononic crystals

物理学报. 2017, 66(22): 227804 <https://doi.org/10.7498/aps.66.227804>

#### 内插扩张室声子晶体管路带隙特性研究

Properties of band gaps in phononic crystal pipe consisting of expansion chambers with extended inlet/outlet

物理学报. 2018, 67(7): 074301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172383>

## 球形复合柱表面波声子晶体的带隙特性仿真\*

谭自豪<sup>1)</sup> 孙小伟<sup>1)†</sup> 宋婷<sup>1)</sup> 温晓东<sup>1)</sup> 刘禧萱<sup>1)</sup> 刘子江<sup>1)2)</sup>

1) (兰州交通大学数理学院, 兰州 730070)

2) (兰州城市学院物理系, 兰州 730070)

(2021年1月24日收到; 2021年3月5日收到修改稿)

设计了一种由镍球与环氧树脂垫层组成的复合柱沉积在钨酸锂基体上构成的表面波声子晶体结构, 采用有限元法计算了其能带结构和位移矢量场. 结果表明: 与具有相同晶格常数的倒圆锥形表面波声子晶体结构相比, 研究结构可以在更低的频率范围打开更宽的声表面波完全带隙, 且随着复合柱半径增大, 镍球体与压电基体的硬边界之间形成限制腔模, 相邻高阶带隙间存在能量的耦合以及振动模式的继承; 此外, 温度场的引入可以实现带隙的主动调控, 带隙频率范围随着温度升高向低频移动; 通过增加复合柱体的层数, 多振子结构与行波发生多极共振耦合, 可在高阶能带间打开完全带隙. 本文的研究结果为微米级表面波声子晶体结构在 100 MHz 以下频率范围的带隙特性优化提供了理论支持.

**关键词:** 声子晶体, 声表面波, 带隙机理, 模式继承

**PACS:** 43.20.+g, 46.40.-f, 77.65.Dq, 43.38.+n

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210165

## 1 引言

基于 Yu 等<sup>[1]</sup> 在 2011 年提出的界面相位不连续理论, Ni 等<sup>[2]</sup> 于 2012 年首次提出了一种厚度远小于波长的电磁超表面材料, 在这种人工微结构中, 可通过改变结构的几何尺寸调整相位分布, 从而实现了对电磁波传播的调控<sup>[3]</sup>. 在电磁超表面的启发下, 声学超表面的提出在理论上实现了对声波传播路径的任意调控<sup>[4-6]</sup>.

近年来, 基于二维超表面结构、三维周期超结构以及表面波声子晶体结构对声波的异常调控特性<sup>[7]</sup>, 利用亚波长尺度的周期性超结构实现对低频声的宽能带隔离、吸收以及调控成为研究者们广泛关注的问题<sup>[8-12]</sup>. Pennec 等<sup>[13]</sup> 和 Wu 等<sup>[14,15]</sup> 分别提出了一类具有周期性柱状物的板式超结构, 此类

结构的局部共振模式能与低频兰姆波发生耦合, 并显示出波长大于晶格常数的低频兰姆波带隙; 基于此, Jin 等<sup>[16]</sup> 提出了一种新的空心柱结构, 以增强局部共振对行波的限制, 当改变一排柱的内半径形成波导时, 弹性波在波导结构内部被有效地引导, 在此基础上, 可通过在空心柱中填充不同液体以实现操纵波的传播模式<sup>[17,18]</sup>; 此外, 曾伟等<sup>[19]</sup> 通过在设计模型的内部引入点缺陷, 成功地将表面波的能量限制在缺陷处; Oudchi 等<sup>[20]</sup> 在多层复合柱结构中引入缺陷时, 可以产生具有良好声约束能力的腔模, 将弹性波能量局限在一个单元内, 基于缺陷态的能量集中特性, 通过在缺陷处引入机电耦合材料, 实现了弹性波能量的收集<sup>[21]</sup>. 引入功能材料, 如压电材料和磁弹性材料, 可以更高效调控波的传播<sup>[22,23]</sup>. 压电材料被广泛应用于各种电声设备中, 因此基于压电材料的各类声学超结构具有重要的

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51562021)、甘肃省重点人才项目 (批准号: 2020RCXM100)、甘肃省自然科学基金重点项目 (批准号: 20JR5RA427, 20JR5RA211)、甘肃省高等学校创新基金项目 (批准号: 2020A-039) 和兰州市人才创新创业项目 (批准号: 2020-RC-18) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sunxw\_lzjtu@yeah.net

研究价值. Benchabane 等<sup>[24]</sup>设计了一种在 128°YX 铌酸锂基体表面带有正方晶格排列的圆柱体小孔的表面波声子晶体结构,有限元法仿真结果表明,该结构在 203—226 MHz 频段打开了完全声表面波带隙;在此基础上, Yudistira 等<sup>[25]</sup>在铌酸锂压电基体表面上设置了三角晶格排列的短柱体,实验测得 GHz 频段的非辐射完全声表面波带隙,同时分析了带隙的形成机理; Ash 等<sup>[26]</sup>进一步设计了一种铌酸锂基体表面蚀刻有限深度环形孔洞型表面波声子晶体结构,通过仿真和实验验证了该结构能够产生具有高衰减值的表面波带隙; Hsu 和 Lin<sup>[27]</sup>在 Yudistira 等<sup>[25]</sup>工作的基础上,通过相同的仿真方法构造了呈蜂窝阵列的倒圆锥柱体沉积在铌酸锂压电基体上的表面波声子晶体结构,通过增加圆锥的质量降低了表面波局域共振带隙的频率范围; Coffy 等<sup>[28]</sup>在一维超表面结构中引入超薄环氧树脂垫层,获得了相对带宽达 94% 的兰姆波带隙. Cheng 等<sup>[29]</sup>研究了铁电陶瓷 Ba<sub>0.7</sub>Sr<sub>0.3</sub>TiO<sub>3</sub> 与环氧树脂交替形成的一维声子晶体板中兰姆波的温度调谐带隙. 通过对兰姆波带隙结构和透射谱的分析,证明了兰姆波带隙的连续温度可调性. 兰姆波禁带宽度和位置随温度变化显著,这种强位移结构可以用于温度调谐的多频兰姆波滤波器. Liu 等<sup>[30]</sup>研究了面内体波的拓扑保护边缘态频率在热场条件下的主动可调性,结果表明,随着温度的升高,拓扑带隙的中心频率下降,带宽增大. 同时,拓扑保护的边缘状态的频率范围也向低频转移. 在上述工作中, 100 MHz 以下频率范围带隙的优化问题仍未得到有效解决,而考虑环境温度对声表面波带隙特性的影响亦有更重要的实际应用价值<sup>[31,32]</sup>.

本文提出了一种基于球形复合柱体的二维压电表面波声子晶体结构,采用有限元法计算了该结构的带隙特性,并讨论了复合柱体的半径与层数以及温度对带隙的影响,并结合振动模式详细分析了高阶带隙的形成机理.

## 2 模型与方法

图 1 为新设计的表面波声子晶体单胞结构及其按正方晶格排列的第一布里渊区示意图. 晶格常数  $a = 1 \times 10^{-5}$  m, 球形复合柱体的半径  $r = 0.4a$ , 垫层高度  $h = 0.2a$ , 基体材料厚度为晶格常数的 20 倍. 基体材料选用强压电材料铌酸锂 (YX-128°LiNbO<sub>3</sub>), 球形散射体选用金属镍, 弹性垫层材料选用环氧树脂. 计算所需的材料参数<sup>[26]</sup>分别由表 1 和表 2 给出.

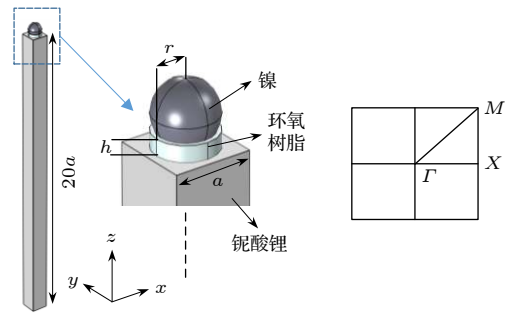


图 1 球形复合柱表面波声子晶体单胞结构及第一布里渊区示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the unit cell and the first Brillouin zone of the surface phononic crystal with spherical composite column.

表 1 所设计模型的弹性垫层材料参数

Table 1. Material parameters of elastic cushion of the designed model.

材料	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	杨氏模量 $E/(10^{10}\text{ Pa})$	剪切模量 $\mu/(10^{10}\text{ Pa})$
环氧树脂	1180	0.435	0.159

本文采用工程领域常用的有限元法对所设计的表面波声子晶体结构中声表面波的传播特性进行仿真. 声波在 LiNbO<sub>3</sub> 中的运动控制方程<sup>[33]</sup>表示为

$$\rho(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - c_{ijkl}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} - e_{kij}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_k \partial x_j} = 0, \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3), \quad (1)$$

表 2 所设计模型的基体与散射体材料参数

Table 2. Material parameters of matrix and scatterer of the designed model.

材料	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性常数 $c_{ij}/(10^{10}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2})$							压电常数 $e/(\text{C}\cdot\text{m}^{-2})$				介电常数 $\varepsilon/(10^{-11}\text{ F}\cdot\text{m}^{-1})$	
		$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{33}$	$c_{44}$	$e_{15}$	$e_{22}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\varepsilon_{11}$	$\varepsilon_{33}$	
铌酸锂	4700	20.3	5.3	7.5	0.9	24.5	6.0	3.7	2.5	0.2	1.3	39.0	25.7	
镍	8905	29.8	13.4				8.2							

$$e_{ikl}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} - \varepsilon_{ik}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_k} = 0, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{u}$  为应力张量,  $\phi$  为电势张量,  $c_{ijkl}$ ,  $e_{ikl}$ ,  $\varepsilon_{ik}$  和  $\rho$  分别为刚度张量、压电张量、介电张量和密度, 它们都依赖于位置矢量  $\mathbf{r}$ . 基于表面波声子晶体结构的周期性, 在单胞的四个侧面添加 Bloch-Floquet 周期性边界条件, 结构的位移场可表示为

$$u_i(x+a, y+a) = u_i(x, y) \cdot e^{-i(\mathbf{k}_x a + \mathbf{k}_y a)}, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{k}_x$ ,  $\mathbf{k}_y$  为 Bloch 波矢,  $i = (x, y)$ , 能带结构可通过扫描简约布里渊区边界的波矢  $\mathbf{k}$  进而求解特征值问题获得.

为验证所得能带结构的正确性, 计算表面波声子晶体结构的插入损失谱是必要的, 图 2 为计算传输损失所用的半无限结构. 沿  $x$  轴设置 10 个有效单胞, 在结构左端添加线位移激励源以模拟能激励出瑞利波模式的波动源, 在 10 个单胞排列结构的后端拾取表面位移量. 令  $T_1$  表示没有设置 10 个单胞结构时透射端基体表面拾取的位移,  $T_2$  表示设置有 10 个单胞结构时透射端基体表面拾取的位移, 插入损失计算公式<sup>[34]</sup> 定义为

$$T = 10 \cdot \log(T_2/T_1). \quad (4)$$

为了计算的准确性, 假设基体材料底部为低反射边界, 并在沿  $x$  轴两端设置完美匹配层以减少反射波对结果的影响, 沿  $y$  轴方向设置为周期性边界条件.

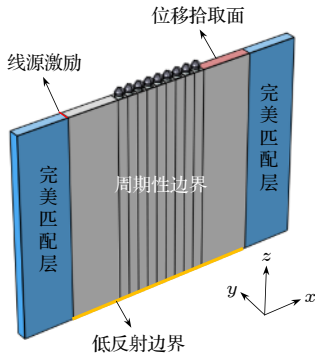


图 2 用于计算所设计表面波声子晶体结构插入损失的半无限结构

Fig. 2. The semi-finite structure for calculating the insertion loss of designed surface phononic crystal.

### 3 结果与讨论

#### 3.1 能带结构与带隙机理分析

图 3 为所设计的球形复合柱表面波声子晶体模型在柱半径取不同值时的能带结构图. 图中绿色

实线表示速度最慢的体波模式, 称为声线, 声线上方黄色区域表示区别于表面波的体波成分, 称为声锥, 声线的下方灰色部分表示表面波带隙. 由于表面波传播速度要比体波慢, 可将声线作为表面波模式和体波模式的边界. 由图 3(a) 可知, 所设计的模型同时存在多条声表面波带隙, 其第一完全带隙出现在第二条能带与第三条能带间, 起始频率为 26.5 MHz, 截止频率为 39.5 MHz, 带宽为 13 MHz, 第二完全带隙与第四完全带隙的宽度分别达到了 12 和 114 MHz. 为了便于比较, 本文设计的球形复合柱结构取与文献 [27] 的倒圆锥型结构相同的晶格常数, 采用相同的基体材料和散射体材料. 如图 3(b) 所示, 该倒圆锥结构的表面波带隙频率范围为 108—129 MHz, 带隙宽度为 21 MHz. 球形复合柱结构在 100 MHz 以上频率范围打开的表面波带隙宽度为 114 MHz, 是倒圆锥结构带隙宽度的 5.43 倍, 并且在 100 MHz 以下频率范围打开了两条总带宽为 25 MHz 的低频表面波带隙. 对比图 3(a)、图 3(c) 和图 3(d) 可知, 随着柱体半径的增大, 第一完全带隙、第二完全带隙和第三完全带隙均向低频范围移动, 且带宽逐渐变窄. 第四带隙的起始频率大幅下降, 截止频率未发生变化, 原因是截止频率处对应波的传播为体波形式, 复合柱体的变化对基体中体波的传播不产生影响.

为了分析模型的带隙形成机理, 选取了图 3(a) 中 A–F 点的振动模态, 如图 4 所示. A 点的本征频率对应模态如图 4(a) 和图 4(b) 所示, 图 4(c) 所示模态对应 B 点的本征频率, 图 4(d) 所示模态对应 C 点的本征频率, D 点的本征频率对应模态如图 4(e) 和图 4(f) 所示, E 点的本征频率对应模态如图 4(g) 和图 4(h) 所示, 图 4(i) 和图 4(j) 所示模态对应 F 点的本征频率. 图 4(a) 所示模态是以复合柱体为振子, 以基体表层为振动中心的沿  $\Gamma$ -X 方向的一阶弯曲振动. 图 4(b) 所示模态为复合柱沿  $\Gamma$ -M 方向的一阶弯曲振动, 由于图 4(b) 与图 4(a) 所示模态弯曲极化对称性的不同, 一阶弯曲振动在 X 点附近主导了波与基体的耦合响应, 前两条能带形成近耦合的弱色散平直带<sup>[35]</sup>. 图 4(c) 所示模态表现为复合柱的扭转振动, 该模态与基体之间几乎不发生耦合, 因此对能带结构没有影响. 图 4(d) 所示模态为复合体以基体为固定点沿  $z$  轴方向的一阶拉压式振动, 基体材料随之发生一定程度的振动, 由图 3(a) 可以看出, C 点所在能带与局域共振

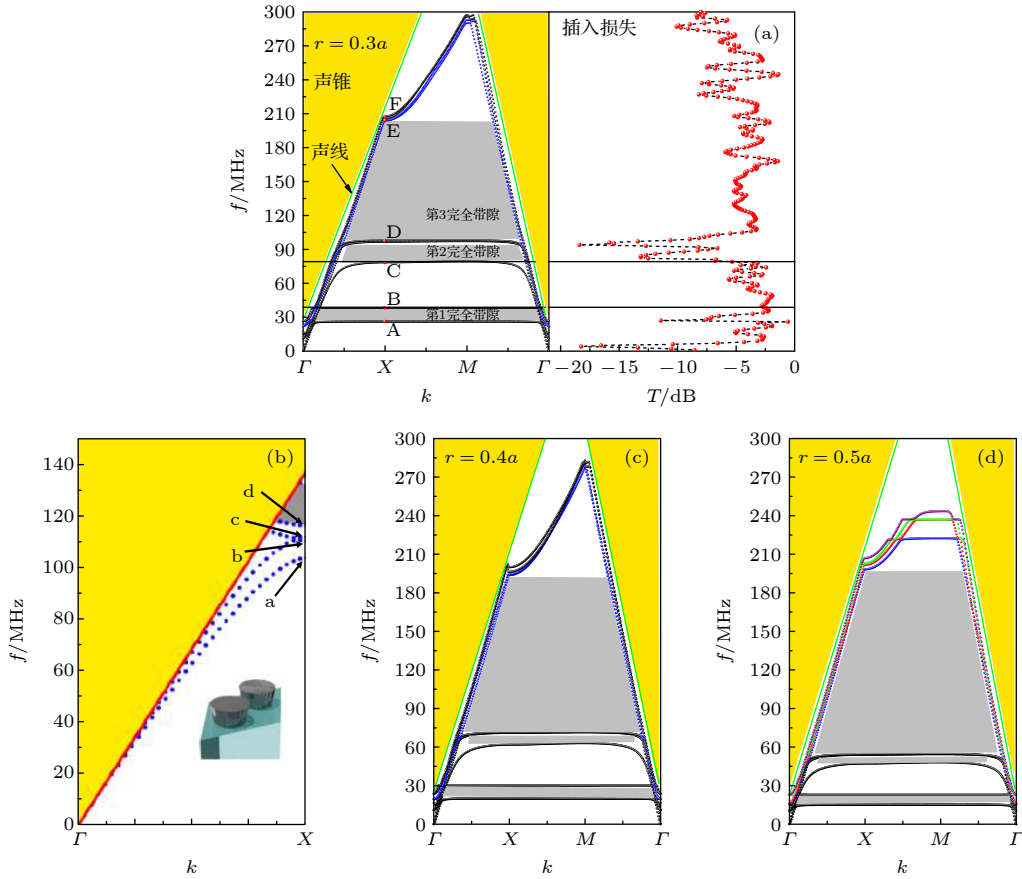


图 3 球形复合柱半径不同取值时所设计模型的能带结构以及对比模型的能带结构 (a) 左图为柱体半径  $r = 0.3a$  时的能带结构图, 右图为对应的插入损失谱; (b) 参考文献 [26] 中对比模型半径  $r = 0.32a$  时的能带结构图; (c) 柱体半径  $r = 0.4a$  时的能带结构; (d) 柱体半径  $r = 0.5a$  时的能带结构

Fig. 3. Band structures of the designed model with different radius of spherical composite column and the comparison model: (a) Designed model with cylinder radius  $r = 0.3a$  in the left and its insertion loss spectrum in the right; (b) comparison model with cylinder radius  $r = 0.32a$  from Ref. [26]; (c) designed model with cylinder radius  $r = 0.4a$  and (d)  $r = 0.5a$ , respectively.

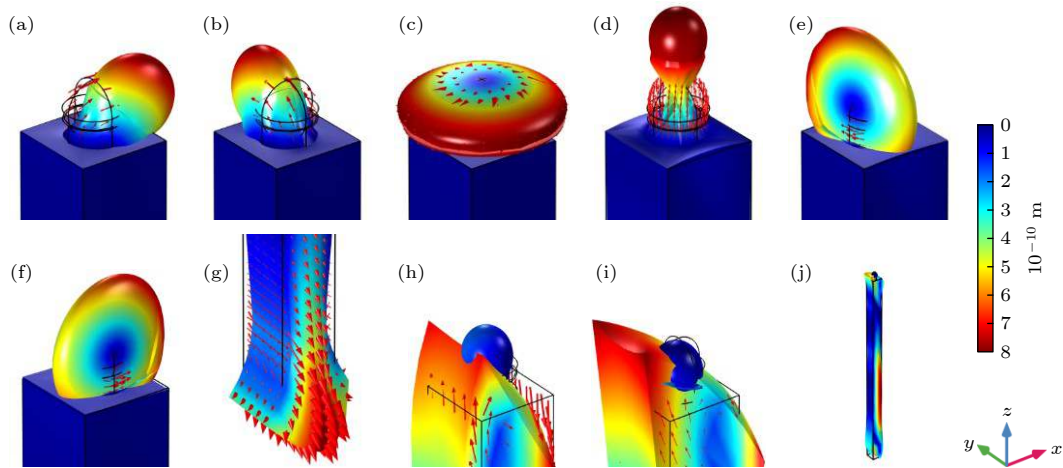


图 4 (a)–(j) 分别为图 3(a) 中 A — F 点附近的振动模式. 红色代表振动部分, 振动位移的大小如图例所示

Fig. 4. (a)–(j) are the vibration modes at the marked points A–F in Fig. 3, respectively. The vibration part corresponds to the red and the magnitude of vibration displacement is shown in the legend.

形成的平直带的区别在于该能带在  $\Gamma$  点附近的群速度较大, 即能量可以向前传播, 其插入损失谱在

该能带处并没有明显的声衰减现象也证明了这一点, 此类平直带形成的原因是基体中的瑞利波与一

阶拉压式振动模式发生了相互作用,从而大幅降低了  $X$ - $M$  方向波的群速度. 图 4(e) 和图 4(f) 所示模式分别是  $T$ - $X$ ,  $T$ - $M$  方向上的以复合柱为振子和振动中心的二阶弯曲振动. 由图 4(g) 所示模式可以看出, 振动能量分布在基体的下表面, 图 4(h) 和图 4(i) 所示模式的振动集中在基体的上表面, 三个模式的振动分布深度正好对应图 3(a) 中标记点  $E$  附近频率的波长范围, 结合其“滚动式”的振动方式可证明图 4(g), 图 4(h) 和图 4(i) 所示模式由瑞利波造成, 图 4(j) 所示模式的振动能量则分布在整个基体中, 这是明显的体波行为.

由前文分析可知, 当复合柱半径为  $0.3a$  时, 第 7—10 条能带表征着瑞利波和体波模式, 当柱体半径为  $0.5a$  时, 第 7—10 条能带均出现了平直化现象, 打开了新的方向带隙, 能带结构的细节图由图 5 给出. 为了探究该方向带隙的产生机理, 我们给出了图 5 中标记点  $A$ — $R$  对应频率的振动模式, 如图 6 所示. 可以发现, 图 6(a) 所示模式表现为基体表层“滚动式”振动与环氧树脂层扭转振动的耦合振动, 由于基体表层的振动能量较大, 因此图 6(a) 所示模式可视为瑞利波表征态. 图 6(b) 所示模式处于第 7 条能带的拐点处, 该模式以环氧树脂层的扭转振动为主, 基体表层存在少量瑞利波能量. 图 6(c) 所示模式的振动集中于环氧树脂层, 该模式处于第 7 条能带的平直带处. 图 6(a)—(c) 所示模式实现了瑞利波振动模式向环氧树脂层扭转

振动模式的转化, 行波的能量在硬质界面间被局域化, 环氧树脂层形成的“限制腔模”是实现能带平直化进而打开带隙的原因. 图 6(d) 所示模式表现为“滚动式”的瑞利波特征, 其能量的极化方向与图 6(a) 所示模式相比存在一定区别, 该模式符合第 8 条能带瑞利波部分的特性. 图 6(e) 所示模式作为第 8 条能带的第一个拐点模式, 表现为与图 6(c) 所示模式极化方向相反的扭转局域振动, 图 6(e) 所示模式形成了限制性腔模将大部分瑞利波能量局域在环氧树脂层, 完成了能带的平直化. 图 6(f) 所示模式中基体表层出现与图 6(b) 所示模式相似的弱瑞利波模式, 由于第 8 条能带在  $E$  点

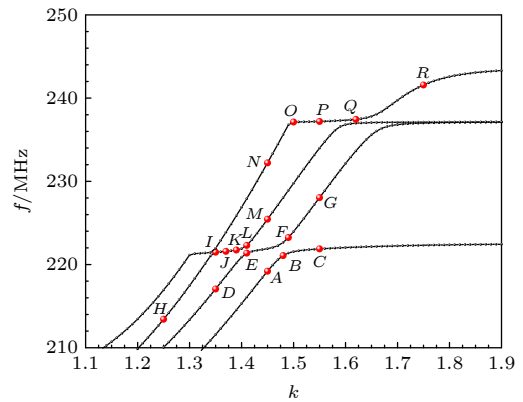


图 5 当  $r = 0.5a$  时, 所设计表面波声子晶体的第 7—10 条能带的结构图

Fig. 5. The band structure of the seventh to tenth bands of designed surface phononic crystal when  $r = 0.5a$ .

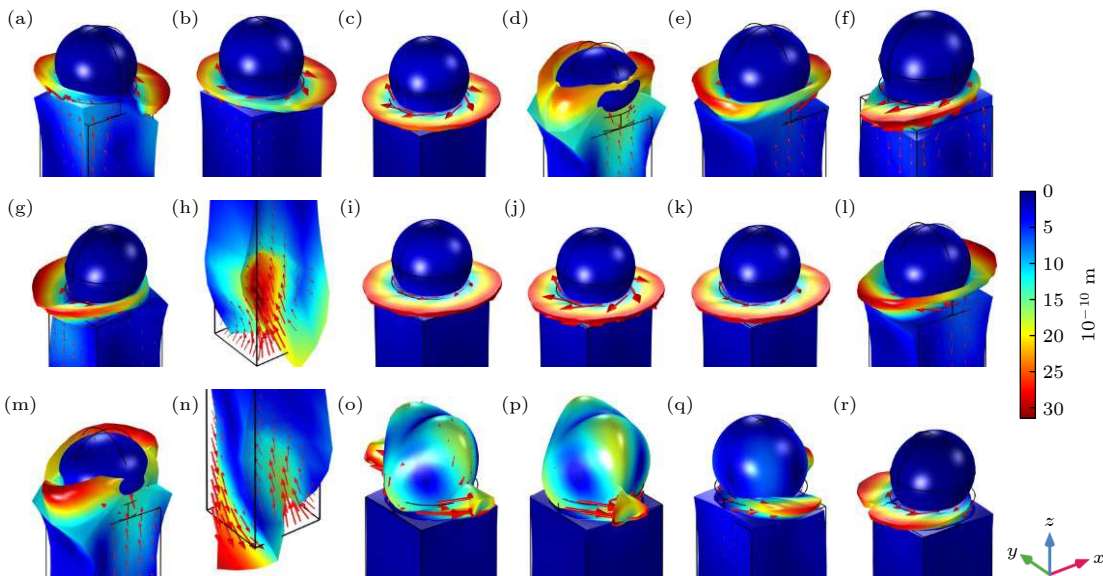


图 6 (a)—(r) 分别为图 5 中  $A$ — $R$  标记点处的振动模式.

Fig. 6. (a)—(r) are the vibration modes at the marked points  $A$ — $R$  in Fig. 5, respectively.

发生平直化后与第 7 条能带靠近, 且图 6(e) 所示模态中能量的极化方向与图 6(b) 所示模态的相反, 能带在靠近的过程中模态之间发生耦合, 导致图 6(f) 所示模态中的能量发生逆转化 (被局域化的能量转化为瑞利波的能量). 第 8 条能带在图 6(f) 所示模态处发生第二次偏转, 使图 6(f) 所示模态未继续延续图 6(e) 所示模态的限制性腔模, 由平直带表征的限制性腔模态向瑞利波模态转化. 相较于图 6(f) 所示模态, 图 6(g) 所示模态中的瑞利波能量增加, 并且表现为与图 6(e) 所示模态相反的“滚动”方向, 环氧树脂层也出现两极扭转状态. 可以理解为第 8 条能带在模态图 6(f) 与模态图 6(b) 耦合的情况下, 继承了第 7 条能带的瑞利波模式. 第 9 条能带与第 8 条能带的变化类似, 简述为由基体下底面振动的表面波表征态 (图 6(h)) 向环氧树脂层的限制性腔模 (图 6(i)) 转化, 随着能带的平直化, 能量被局域化, 如图 6(j) 所示. 由于限制腔模 (图 6(j)) 中能量的极化方向与图 6(e) 所示模态的相反, 当第 9 条能带靠近第 8 条能带时, 图 6(k) 所示模态中所局域的能量变小. 图 6(l) 与图 6(e) 所示模态发生耦合, 限制腔模式的能量被逆转化为瑞利波模式, 图 6(m) 所示模态出现与图 6(d) 所示模态相似的能量分布, 表现为基体的瑞利波“滚动”和环氧树脂层的两极扭转同时存在. 第 9 条能带反平直化的原因是图 6(l) 所示模态继承了第 8 条能带的瑞利波表征态. 第 10 条能带的两次变化则有所不同, 通过图 6(n)—图 6(p) 所示模态的变化可知, 集中于基体下表面的振动向复合柱体四极共振的

转化是该能带发生平直化的原因. 图 6(p) 所示模态中四极共振的等效刚度由金属镍的变形部分提供, 大的等效刚度限制了共振模态与行波能量的耦合, 不利于带隙的形成. 由图 6(q) 和图 6(r) 可以看出, 第 10 条平带没在图 6(q) 所示模态处继承第 9 条能带的瑞利波表征模式, 而是形成了环氧树脂层的两极扭转形式的限制性腔模, 这可能是第 10 条能带的四极共振模态与第 9 条能带的瑞利波模态耦合的结果.

### 3.2 带隙调控与优化

由于压电型表面波声子晶体结构在新型电子滤波器件方面有着较高的潜在应用价值, 考虑到环氧树脂的温敏特性, 研究温度对声表面波带隙特性的影响是必要的. 边祖光等<sup>[36]</sup>基于动力学分析仪器测量了环氧树脂的弹性模量随温度的变化特性, 测试结果由图 7(a) 给出, 对应的环氧树脂弹性模量与温度之间的拟合关系为

$$E(\text{MPa}) = \begin{cases} -73.3T + 3065, & 20\text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 41.7\text{ }^\circ\text{C}, \\ -6.33 \times 10^{-2}T + 11.6, & 41.7\text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 90\text{ }^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (5)$$

在 20—41 °C 范围内, 环氧树脂材料的弹性模量呈线性递减趋势.

带隙宽度由其起始频率和截止频率决定, 选取前 6 条能带在不同温条件下对应带隙的起止频率作为能带的代表点, 以探究温度的变化对能带结构

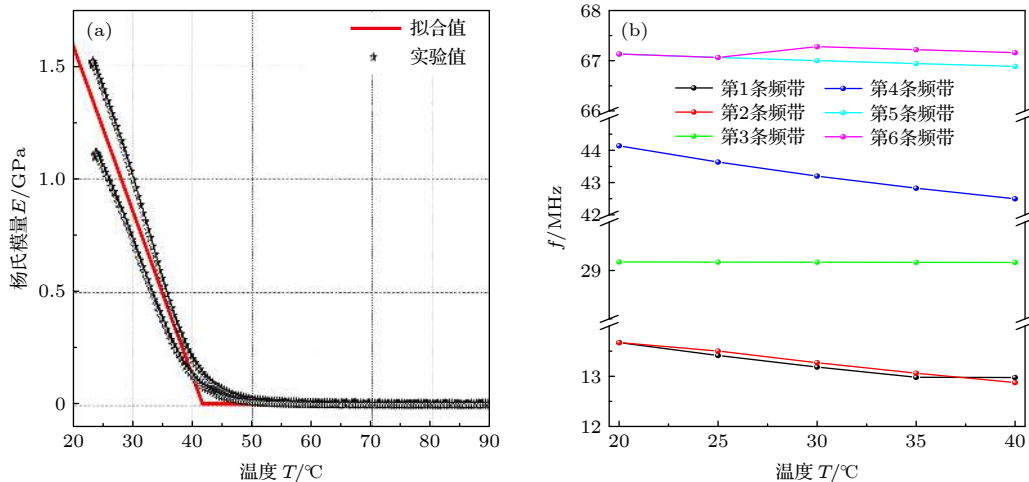


图 7 (a) 参考文献 [36] 中随温度的变化对环氧树脂弹性模量的影响; (b)  $r = 0.4a$  时, 前 6 条能带随温度的变化

Fig. 7. (a) Effect of temperature change on elastic modulus of epoxy resin in the Ref. [36]; (b) change of the first six bands with temperature when  $r = 0.4a$ .

的影响,如图 7(b) 所示. 观察图 7(b) 可以发现,当  $r = 0.4a$  时,随着温度升高,第 1 条能带和第 2 条能带的频率下降了 0.9 MHz,第 4 条能带的频率下降了 2 MHz,其余 3 条能带没有发生变化. 通过对比图 4 发现,发生变化的 3 条能带所对应的振动模式分别是一阶弯曲振动和沿  $z$  轴方向的一阶拉压式振动,两种振动模式的等效刚度均由环氧树脂提供. 当温度升高,环氧树脂的弹性模量减小导致等效刚度减小,对应能带向低频移动. 没有发生移动的 3 条能带对应的振动模式分别是复合柱体的内部扭转振动和二阶弯曲振动,因此环氧树脂弹性模量变化的影响可以忽略,由此可以推断,采用具有更小弹性模量的材料替换环氧树脂弹性垫层,能够有效地降低带隙的频率范围.

Oudich 等 [21] 设计的多层圆柱体结构有效地增强了能量的局域化,降低了带隙的频率范围. 基

于此,本文进一步研究了当  $r = 0.4a$  时,多层复合柱结构的带隙特性. 如图 8(b) 所示,两层复合柱结构拥有更低的带隙频率范围,可以在 100 MHz 以下频率范围打开多条完全带隙,第一完全带隙的起始频率为 6.2 MHz,相较于单层复合柱的第一完全带隙的起始频率(图 3(b))降低了 9 MHz,第二完全带隙的起始频率降低了 10 MHz. 多层复合结构可以打开更高阶的完全带隙,同时,观察图 8(b),和图 8(c) 可以发现,随着复合柱层数的增加,带隙频率向低频移动.

为了分析高阶带隙形成的原因以及带隙降低的物理机理,分析了图 8(b) 中标记点 A—G 处的振动模式. 如图 9 所示,图 9(a)—图 9(f) 所示振动模式与单层复合柱的振动模式一致,表现为复合柱体的一阶弯曲振动、一阶扭转振动、二阶弯曲振动以及一阶拉压式振动. 其中,图 9(f) 所示模式的一

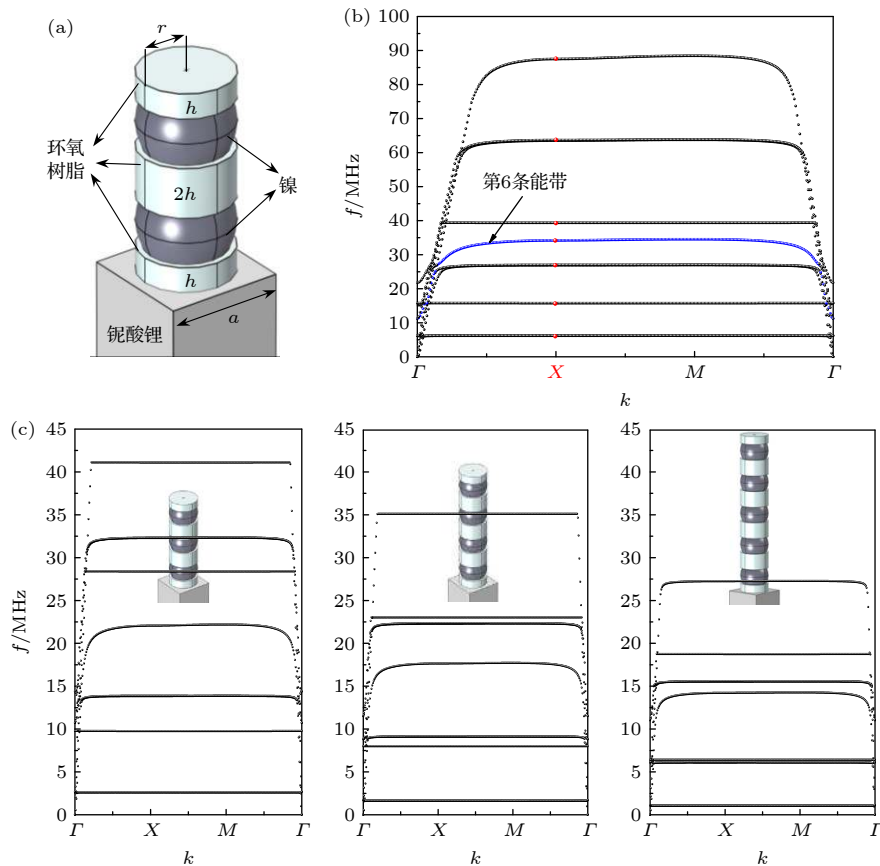
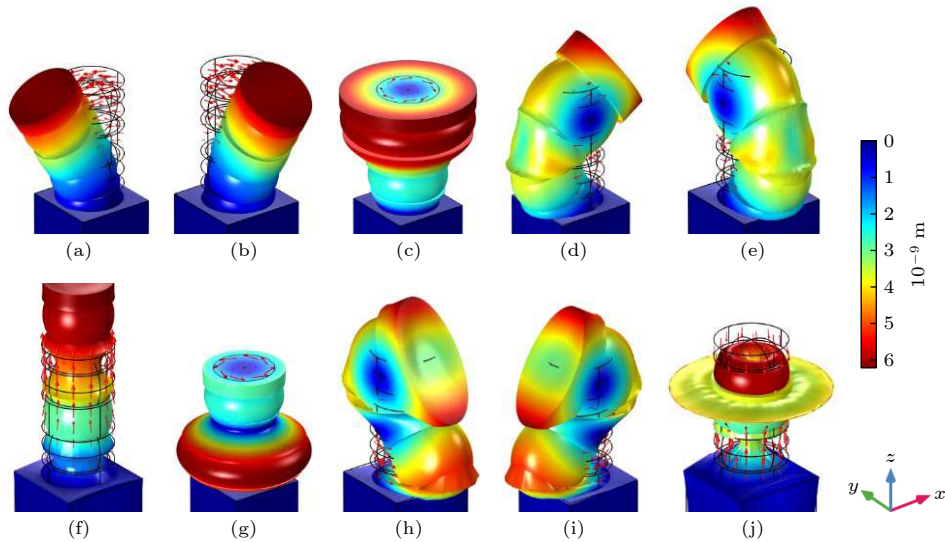


图 8 当  $r = 0.4a$ ,  $h = 0.2a$  时,多层球形复合柱表面波声子晶体的模型结构示意图及其能带结构 (a) 两层球形复合柱模型结构示意图; (b) 两层球形复合柱模型的能带结构图; (c) 球形复合柱层数分别为三层、四层和五层时的能带结构及其模型示意图

Fig. 8. Model structures and band structures of the surface phononic crystals with multi-layer spherical composite columns when  $r = 0.4a$  and  $h = 0.2a$ : (a) Schematic of the two-layer spherical composite column model structure; (b) band structures of the designed model with two-layer spherical composite column; (c) band structures of the designed model with three, four and five layers, respectively.



图9 两层球形复合柱模型的能带结构中  $k = X$  点处的振动模式Fig. 9. Vibration modes at the points  $k = X$  of the band structure of the designed model with two-layer.

阶拉压式振动由于复合柱体等效质量的增加,其振动模式与基板表层中行波的耦合变弱,导致第6条能带靠近声线的位置出现较高的群速度.多层复合柱的多振子结构可以形成具有等效质量更大和等效刚度更小的多极共振模式,如图9(g)—图9(j)所示模式的两极扭转振动模式,两极弯曲振动模式以及两极拉压式振动模式均可以与行波能量发生耦合,从而打开高阶带隙.多极共振模式是在更高阶能带间打开完全带隙的关键因素.

## 4 结论

本文针对低频表面波带隙的设计和形成机理进行了详细分析,设计了一种基于复合球柱体的压电型表面波声子晶体模型,该复合柱由半径相同的镍球体与环氧树脂圆柱体垫层按一维周期性排列构成.利用有限元法计算了该结构的能带结构及位移矢量场,详细分析了带隙的形成机理,并探究了外加温度场对带隙特性的影响.首先讨论了复合柱半径变化对模型能带结构的影响,发现随着半径增大,带隙向低频范围移动.当复合柱半径取值为  $0.5a$  时,高阶能带间打开了非完全带隙并且存在能带的平直化和反平直化现象.通过模式分析发现,带隙的平直化是由于硬边界间形成的限制腔模和结构的多极共振模式与行波耦合造成的;带隙的反平直化是因为高阶能带平直化过后的模式与前一阶能带的非平直化模式发生耦合,且两者能量的极

化方向相反,导致高阶模式继承了前一阶模式的振动模式和能量.其次,结合环氧树脂材料的温敏特性,引入外加温度场,计算了不同温度条件下模型的带隙特性,结果表明,在  $20\text{--}40\text{ }^\circ\text{C}$  的变化范围内,环氧树脂的弹性模量随温度升高而降低,模型的带隙向低频移动.最后,通过增加复合球柱体的层数,进一步降低了带隙的频率范围,并且在高阶能带间打开了完全带隙.通过振动模式分析发现,带隙降低的主要原因是多极共振模式中等效质量的增加以及等效刚度的减小;模型的多振子结构与行波发生强烈耦合,是在高阶能带间打开完全带隙的主要原因.本工作的研究结果可为表面波声子晶体在  $100\text{ MHz}$  以下频率范围的带隙优化与调控以及该低频范围的表面波滤波器和波导器件的声学性能优化提供理论参考.

## 参考文献

- [1] Yu N F, Genevet P, Kats M A, Aieta F, Tetienne J P, Capasso F, Gaburro Z 2011 *Science* **334** 333
- [2] Ni X J, Emani N K, Kildishev A V, Boltasseva A, Shalaev V M 2012 *Science* **335** 427
- [3] Grady N K, Heyes J E, Chowdhury D R, Zeng Y, Reiten M T, Azad A K, Taylor A J, Dalvit D A R, Chen H T 2013 *Science* **340** 1304
- [4] Cummer S A, Christensen J, Alu A 2016 *Nat. Rev. Mater.* **1** 16001
- [5] Xie Y B, Wang W Q, Chen H Y, Konneker A, Popa B-I, Cummer S A 2014 *Nat. Commun.* **5** 5553
- [6] Xia J P, Zhang X T, Sun H X, Yuan S Q, Qian J, Ge Y 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 014016
- [7] Ding C L, Dong Y B, Zhao X P 2018 *Acta Phys. Sin.* **67**

- 194301 (in Chinese) [丁昌林, 董仪宝, 赵晓鹏 2018 *物理学报* **67** 194301]
- [8] Li Y, Assouar B M 2016 *Appl. Phys. Lett.* **108** 063502
- [9] Chen C R, Du Z B, Hu G K, Yang J 2017 *Appl. Phys. Lett.* **110** 221903
- [10] Wang X L, Luo X D, Zhao H, Huang Z Y 2018 *Appl. Phys. Lett.* **112** 021901
- [11] Wu X X, Au-Yeung K Y, Li X, Roberts R C, Tian J X, Hu C D, Huang Y Z, Wang S X, Yang Z Y, Wen W J 2018 *Appl. Phys. Lett.* **112** 103505
- [12] Lu Y J, Ge Y, Yuan S Q, Sun H X, Liu X J 2020 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **53** 015301
- [13] Penneç Y, Djafari-Rouhani B, Larabi H, Vasseur J O, Hladky-Hennion A C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 104105
- [14] Wu T T, Huang Z G, Tsai T C, Wu T C 2008 *Appl. Phys. Lett.* **93** 111902
- [15] Wu T C, Wu T T, Hsu J C 2009 *Phys. Rev. B* **79** 104306
- [16] Jin Y, Fernez N, Penneç Y, Bonello B, Moiseyenko R P, Hémon S, Pan Y D, Djafari-Rouhani B 2016 *Phys. Rev. B* **93** 054109
- [17] Jin Y, El Boudouti E H, Penneç Y, Bonello B, Moiseyenko R P, Hémon S, Pan Y D, Djafari-Rouhani B 2017 *J. Phys. D* **50** 425304
- [18] Jin Y, Penneç Y, Pan Y D, Djafari-Rouhani B 2016 *Crystals* **6** 64
- [19] Zeng W, Wang H T, Tian G Y, Hu G X, Wang W 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 134302 (in Chinese) [曾伟, 王海涛, 田贵云, 胡国星, 汪文 2015 *物理学报* **64** 134302]
- [20] Oudich M, Li Y 2017 *J. Phys. D* **50** 315104
- [21] Oudich M, Djafari-Rouhani B, Bonello B, Penneç Y, Hemaidia S, Sarry F, Beyssens D 2018 *Phys. Rev. Appl.* **9** 034013
- [22] Zhou Z K, Wei L M, Feng J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 104601 (in Chinese) [周振凯, 韦利明, 丰杰 2013 *物理学报* **62** 104601]
- [23] Qian L R, Yang B H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 117701 (in Chinese) [钱莉荣, 杨保和 2013 *物理学报* **62** 117701]
- [24] Benchabane S, Khelif A, Rauch J Y, Robert L, Laude V 2006 *Phys. Rev. E* **73** 065601
- [25] Yudistira D, Boes A, Graczykowski B, Alzina F, Yeo L Y, Sotomayor Torres C M, Mitchell A 2016 *Phys. Rev. B* **94** 094304
- [26] Ash B J, Worsfold S R, Vukusic P, Nash G R 2017 *Nat. Commun.* **8** 174
- [27] Hsu J C, Lin F S 2018 *Jpn. J. Appl. Phys.* **57** 07LB01
- [28] Coffy E, Euphrasie S, Addouche M, Vairac P, Khelif A 2017 *Ultrasonics* **78** 51
- [29] Cheng Y, Liu X J, Wu D J 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **129** 1157
- [30] Liu H, Huo S Y, Feng L Y, Huang H B, Chen J J 2019 *Ultrasonics* **94** 227
- [31] Li Z, Li Y M, Kumar S, Lee H P 2019 *J. Appl. Phys.* **126** 155102
- [32] Hao J, Zhou G G, Ma Y, Huang W Q, Zhang P, Lu G W 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 113101 (in Chinese) [郝娟, 周广刚, 马跃, 黄文奇, 张鹏, 卢贵武 2016 *物理学报* **65** 113101]
- [33] Yudistira D, Penneç Y, Rouhani B D, Dupont S, Laude V 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 061912
- [34] Zhang D B, Zhao J F, Bonello B, Li L B, Wei J X, Pan Y D, Zhong Z 2016 *AIP Adv.* **6** 085021
- [35] Graczykowski B, Alzina F, Gomis-Bresco J, Sotomayor Torres C M 2016 *J. Appl. Phys.* **119** 025308
- [36] Bian Z G, Zhang S, Zhou X L 2019 *Mech. Adv. Mater. Struct.* **28** 1663321

# Numerical simulation study on band gap characteristics of surface phononic crystal with spherical composite column\*

Tan Zi-Hao<sup>1)</sup> Sun Xiao-Wei<sup>1)†</sup> Song Ting<sup>1)</sup> Wen Xiao-Dong<sup>1)</sup>  
Liu Xi-Xuan<sup>1)</sup> Liu Zi-Jiang<sup>1)2)</sup>

1) (*School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China*)

2) (*Department of Physics, Lanzhou City University, Lanzhou 730070, China*)

( Received 24 January 2021; revised manuscript received 5 March 2021 )

## Abstract

In the study of acoustic characteristics of micro-scale surface phononic crystal, the band gap characteristics below 100 MHz need to be further optimized. In this work, a piezoelectric surface phononic crystal with a composite column composed of nickel balls and epoxy backing is proposed. The finite element method is used to calculate the band gap characteristics and displacement vector field of the model. The influence of column radius on the band structure is studied, and meanwhile, the effect of the multi-layer composite column structure on the band gap is discussed via increasing the number of elements in the composite column, while the reason for the opening of the high-order band gap is analyzed in detail by combining the vibration mode. Furthermore, the temperature adjustability of the band gap is further studied. The results show that the spherical composite column deposition structure can open a wider complete band gap of surface acoustic wave in a lower frequency range than the existing inverse conical surface phononic crystal structure with the same lattice constant (Hsu J C, Lin F S 2018 *Jpn. J. Appl. Phys.* **57** 07LB01). The restricted cavity mode is easily formed between the hard boundaries with the increase of column radius, which provides a possible way for low-order vibration modes to open high-order band gaps. There exist mode inheritance and energy coupling between adjacent modes, which leads the band gap to flatten and anti-flatten. Moreover, the real-time adjustment of band gap frequency by external temperature field can be realized via introducing the temperature-sensitive material epoxy resin into the structure. The band gap frequency range can be effectively reduced by increasing the number of composite cylinder layers, while the multi-vibrator structure can generate multipole resonance coupling with traveling wave and finally open a complete band gap between high-order frequency bands. This work provides a theoretical reference for analyzing the low-frequency band gap mechanism of micron-scale surface phononic crystal.

**Keywords:** phononic crystal, surface acoustic wave, band gap mechanism, mode inheritance

**PACS:** 43.20.+g, 46.40.-f, 77.65.Dq, 43.38.+n

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210165

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51562021), the Key Talent Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 2020RCXM100), the Key Program of the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant Nos. 20JR5RA427, 20JR5RA211), the Innovation Fund Project of Colleges and Universities in Gansu Province, China (Grant No. 2020A-039), and the Talent Innovation and Entrepreneurship Project of Lanzhou, China (Grant No. 2020-RC-18).

† Corresponding author. E-mail: [sunxw\\_lzjtu@yeah.net](mailto:sunxw_lzjtu@yeah.net)