



光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

张爱霞 姜艳芳 薛具奎

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

Zhang Ai-Xia Jiang Yan-Fang Xue Ju-Kui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 200302 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210705

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap

物理学报. 2020, 69(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200372>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

梯度磁场中自旋-轨道耦合旋转两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态研究

Ground state of spin-orbit coupled rotating two-component Bose-Einstein condensate in gradient magnetic field

物理学报. 2018, 67(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180539>

自旋-轨道耦合作用下玻色-爱因斯坦凝聚在量子相变附近的朗道临界速度

Landau critical velocity of spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate across quantum phase transition

物理学报. 2017, 66(22): 220301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.220301>

一维谐振子束缚的自旋轨道耦合玻色气体

One-dimensional spin-orbit coupling Bose gases with harmonic trapping

物理学报. 2019, 68(17): 173201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190143>

Rashba自旋轨道耦合下square-octagon晶格的拓扑相变

Topological phase transitions in square-octagon lattice with Rashba spin-orbit coupling

物理学报. 2018, 67(23): 237101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180624>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性*

张爱霞[†] 姜艳芳 薛具奎

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2021年4月14日收到; 2021年5月26日收到修改稿)

通过两模近似和变分法, 研究了光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱结构和流密度. 研究发现, 当系统参数满足一定条件时, 能谱结构在布里渊区的边界处会出现 loop 结构, 其中光晶格和拉曼耦合会抑制 loop 结构的出现, 而自旋轨道耦合和原子间相互作用会促进 loop 结构的产生, 并使能带结构变得更加复杂. 此外, 能带结构的变化与凝聚体的流密度密切相关, 自旋轨道耦合会使不同自旋态的流密度在动量空间的分布呈现强烈的不对称性并发生分离, 而光晶格和拉曼耦合会减弱这种不对称性, 使不同自旋态的流密度重合. loop 结构破坏了系统的 Bloch 振荡, 使系统发生 Landau-Zener 隧穿, 而不同自旋态流密度在动量空间分布的分离意味着自旋交换动力学的发生.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚体, 光晶格, 自旋轨道耦合, 非线性能谱结构

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Kk, 67.85.Hj, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.70.20210705

1 引言

光晶格中的超冷原子物理在理论上和实验上受到了人们的重点关注. 因为光晶格不存在任何杂质和缺陷, 且光晶格中的超冷原子系统可以在广泛的参数范围内调节, 为量子计算和强关联多体系统的量子模拟创造了理想的条件, 例如量子纠缠以及拓扑相变的研究等^[1-4]. 此外在光晶格系统中还发现了许多有趣的动力学现象, 例如 Bloch 振荡^[5-10]、Landau-Zener 隧穿^[11-14]、局域化^[15,16]、超流相到莫特绝缘相的相变^[17,18]等. 更重要的是, 原子间相互作用的非线性还可以极大地改变布洛赫带的结构, 使能带在第一布里渊区的边界处呈现出燕尾形状的环状结构(loop 结构)^[19-23]. 这主要是由光晶格势和非线性相互作用之间的竞争导致的, 当相互

作用较大时, 能带中会出现 loop 结构. 可以通过观察 Bloch 振荡的破坏以及非线性 Landau-Zener 隧穿现象的发生, 间接地证明能带中 loop 结构的存在^[9]. 因此光晶格周期势为研究玻色-爱因斯坦凝聚体的相关物理特性提供了很好的平台^[24-32].

近年来, 利用光与原子间的相互作用, NIST 小组在⁸⁷Rb 玻色-爱因斯坦凝聚体中实现了一维人工自旋轨道耦合, 为超冷原子气体的研究开辟了新的思路^[33]. 随后, 山西大学和中国科学技术大学分别在⁴⁰K 费米气体和⁸⁷Rb 冷原子中实现了二维自旋轨道耦合^[34,35]. 最近, 中国科学技术大学与北京大学等合作, 通过将普通光晶格和拉曼光晶格相对转角的方法, 在国际上首次实现了三维人工自旋轨道耦合^[36], 且构造出有且只有一对外尔点的理想外尔半金属拓扑能带结构, 超越了传统凝聚态物理的外尔型拓扑物理的量子模拟, 为研究拓扑输运

* 国家自然科学基金(批准号: 11764039, 11847304, 11865014, 11475027, 11305132, 11274255)、甘肃省自然科学基金(批准号: 17JR5RA076)和甘肃省高等学校科研基金(批准号: 2016A-005)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: zhangax@nwmu.edu.cn

性质以及量子模拟新奇现象打开了新的方向. 此外, 实验上也成功实现了运动光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体, 证明了自旋轨道耦合会破坏该系统的伽利略对称性^[37]. 光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的实现激发了人们对其基态特性的研究^[38-40], 发现系统中存在 4 种基态相, 即具有单一波矢的非极化和极化 Bloch 相以及由两个具有相反波矢 Bloch 波叠加的条纹相. 同时初步研究发现, 对于静止的光晶格, 一定参数范围内的最低 Bloch 带还可以产生平带, 且系统能量最小值可以出现在第一布里渊区内的任何位置^[41]. 而移动的光晶格则会使 Bloch 谱变得复杂, 这主要是由自旋轨道耦合系统中缺乏伽利略不变性导致的, 因此自旋轨道耦合成为导致系统能谱特性复杂化的又一重要因素. 事实上在自由空间, 自旋轨道耦合和原子间相互作用的耦合也会导致系统能带中出现 loop 结构, 并且伴随着 Landau-Zener 隧穿和自旋交换动力学^[42]. 可以设想, 自旋轨道耦合与光晶格的耦合必然会使系统的能谱特性更加复杂化. 但是目前对光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性的研究还很初步.

本文主要研究了光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱结构和流密度. 先简单地介绍了系统模型, 然后通过两模近似和变分法得到了系统的能量, 接着展示了不同系统参数对布里渊区边界附近能带结构的影响, 讨论了系统能带在布里渊区边界出现 loop 结构的临界情况, 最后研究了不同自旋态流密度的变化规律.

2 模型和变分法

2.1 理论模型

考虑一维浅光晶格中自旋 1/2 的自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体, 自旋轨道耦合是由 Rashba 和 Dresselhaus 型自旋轨道耦合等权叠加形成的. 在平均场近似下, 该系统可以通过如下无量纲平均场能量泛函描述^[37-40]:

$$H = \int dx \left[(\psi_1^* \psi_2^*) H_0 \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} + \frac{g_{11}}{2} |\psi_1|^4 + \frac{g_{22}}{2} |\psi_2|^4 + g_{12} |\psi_1|^2 |\psi_2|^2 \right], \quad (1)$$

其中, ψ_1 和 ψ_2 是不同自旋组分凝聚体的波函数,

g_{ij} 是种内 ($i = j$) 或者种间 ($i \neq j$) 原子间相互作用, 本文只考虑原子间排斥相互作用的情况, 也就是 $g_{ij} > 0$. (1) 式采用如下的无量纲方式: $x \rightarrow 2k_L x$, $\psi \rightarrow \sqrt{n} \psi$, 其中 k_L 是晶格波数, n 是平均粒子数密度. 无量纲的单粒子哈密顿为

$$H_0 = \frac{1}{2} \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - k_0 \sigma_z \right)^2 + \frac{\Omega}{2} \sigma_x + \frac{\delta}{2} \sigma_z + V_{\text{ext}}, \quad (2)$$

$k_0 = k_R/2k_L$ 是无量纲的自旋轨道耦合强度, Ω 是无量纲的拉曼耦合强度, δ 是无量纲的双光子失谐, σ_x 和 σ_z 是 2×2 泡利矩阵, $V_{\text{ext}} = V_0 \cos x$ 是一维无量纲光晶格势, 其中 V_0 是光晶格强度. 系统哈密顿 (1) 式在一个光晶格周期内积分, 可得系统的能量

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx \left[(\psi_1^* \psi_2^*) H_0 \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} + \frac{g_{11}}{2} |\psi_1|^4 + \frac{g_{22}}{2} |\psi_2|^4 + g_{12} |\psi_1|^2 |\psi_2|^2 \right]. \quad (3)$$

研究发现, 光晶格对第一布里渊区附近自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的基态能带结构有显著的影响^[38-40]. 而且对于浅晶格或者中间深度的光晶格, 两模近似不仅可以给出 G-P 方程在最低能带第一布里渊区边界处的精确解, 还可以给出在布里渊区附近的近似解^[5,6,11,19], 因此为了深入地研究布里渊区边界附近最低能带的变化特性, 使用如下形式的两模近似试探波函数:

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{ikx} (\cos \theta + \sin \theta e^{-ix}) \begin{pmatrix} \sqrt{1+s} \\ -\sqrt{1-s} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中, k 是准动量, θ 是变分参数, $s = (1/2\pi) \times \int_{-\pi}^{\pi} (\psi^\dagger \sigma_z \psi) dx$ 是表征自旋的期望值. 当 $s = 0$ 时, 系统的基态处于非极化的 Bloch 相, 当 $s \neq 0$ 时, 基态处于极化的 Bloch 相. 将两模近似波函数 (4) 式代入能量方程 (3) 中, 得到系统能量

$$E = k_0 s (\sin^2 \theta - k) + \frac{k_0^2 + k^2}{2} + \sin^2 \theta \left(\frac{1}{2} - k \right) - \frac{\Omega}{2} \sqrt{1-s^2} + \frac{V_0}{2} \sin(2\theta) + \frac{1}{4} [g + g_{12} + s^2(g - g_{12})] \left[1 + \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \right], \quad (5)$$

式中, 假定自旋对称相互作用, 即 $g_{11} = g_{22} = g$ 和 $\delta = 0$. 为了获得系统的能带结构, 使用变分法, 对 (5) 式中的变分参数 s 和 θ 变分. 即令 $\partial E / \partial s = 0$, $\partial E / \partial \theta = 0$, 可得变分方程如下:

$$k_0(-k + \sin^2 \theta) + \frac{\Omega}{2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + G_2 s [2 + \sin^2(2\theta)] = 0, \quad (6a)$$

$$\left(k_0 s - k + \frac{1}{2}\right) \sin(2\theta) + V_0 \cos(2\theta) + \sin(4\theta) (G_1 + G_2 s^2) = 0, \quad (6b)$$

其中 $G_1 = (g + g_{12})/4$, $G_2 = (g - g_{12})/4$. 通过数值求解变分方程中的 θ 和 s , 并代入系统能量 (5) 式中, 便可以研究不同参数下的能谱结构图. 可以清楚地看到, 系统的能量是由拉曼耦合强度 Ω , 自旋轨道耦合强度 k_0 , 光晶格强度 V_0 和原子间相互作用共同决定. 下面展示不同系统参数对能谱结构的影响.

2.2 非线性能谱结构

图 1 是在不同系统参数下的最低能带. 可以看出, 在最低能带的布里渊区的边界处, 即 $k = 0.5$ 处出现了特殊的 loop 结构. 而且在每一行中 (请看第 2 行—第 4 行中 $V_0 = 0.2$ 情况), 随着拉曼耦合 Ω 的增大, loop 宽度先变小, 然后在布里渊区边界处

出现尖点, 最后 loop 消失. 每一列中, 随着自旋轨道耦合强度 k_0 的增大, 能带先在边界附近出现尖点, 继续增大 k_0 , 布里渊区的边界处出现了 loop 结构, 最后 loop 的宽度变大的同时能带结构变得更加复杂 (如每一列中 $V_0 = 0.2$ 情况). 在每一副子图中不同颜色对应着不同的光晶格强度, 对于较小的光晶格强度 V_0 , 能带结构在布里渊区的边界处先出现了较大的 loop 结构, 继续增大 V_0 , 能带在边界处出现尖点, 最后 loop 消失 (如 $k_0 = 0.3$, $\Omega = 1.5$ 情况). 总之, 我们发现拉曼耦合和光晶格强度抑制了最低能带在边界处 loop 结构的出现, 自旋轨道耦合促进了 loop 结构的产生, 使 loop 结构变得更加复杂. 能带结构中不同能量最小值处 (图 1 中用小球表示) 的凝聚体处于不同的基态相, 为了进一步研究能量最小值处凝聚体所处的基态相, 图 2 给出了不同拉曼耦合下的极化图. 可以看出, 当自旋轨道耦合强度 k_0 较小时 ($k_0 = 0.2$), 能量最小值处的凝聚体处于非极化的 Bloch 相 (图 2 中的所有黑球). 随着 k_0 的增大, 当 $s \neq 0$ 时凝聚体处于极化 Bloch 相, 相反, 当 $s = 0$ 时凝聚体处于非极化 Bloch 相.

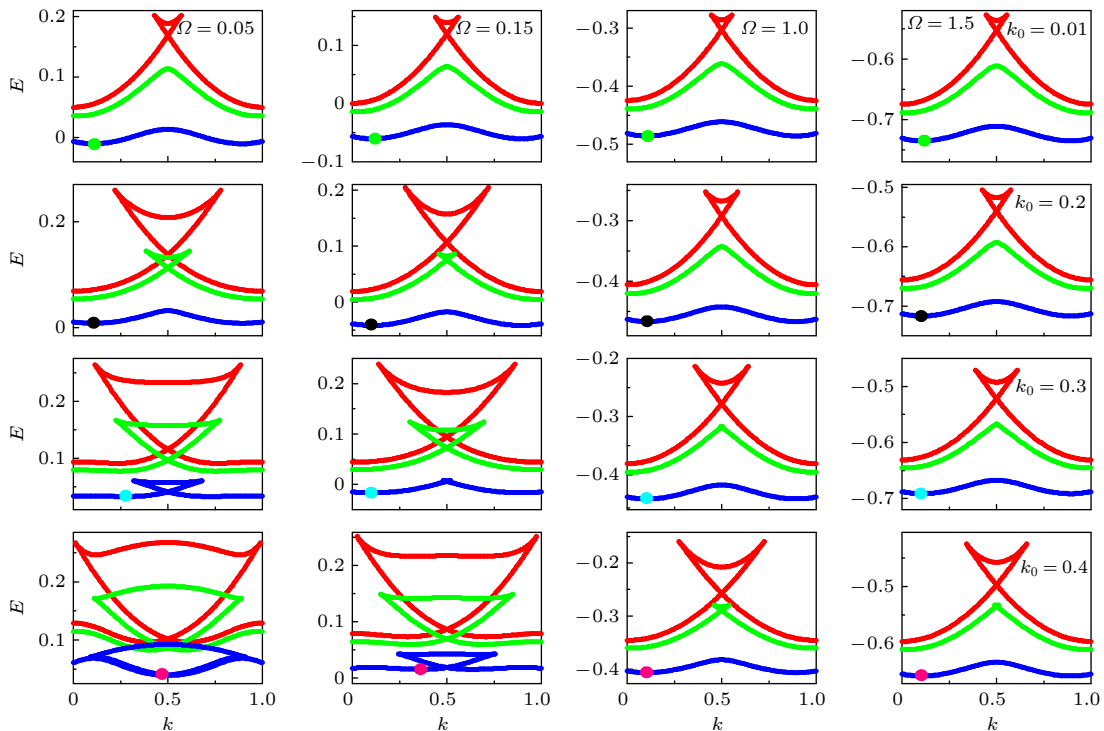


图 1 不同系统参数下的非线性能谱结构. 每副子图中不同的颜色代表不同的光晶格强度, $V_0 = 0.05$ (红色), 0.2 (绿色), 0.4 (蓝色). 能量最小值处用不同颜色的小球表示. 其他参数: $g = 0.2$, $g_{12} = 0.1$

Fig. 1. Nonlinear energy band structure for different system parameter. Different colored curves in every subplots correspond to different optical lattice strength, $V_0 = 0.05$ (red), 0.2 (green), 0.4 (blue). The energy minima is indicated by different colored ball. The other parameters are $g = 0.2$ and $g_{12} = 0.1$.

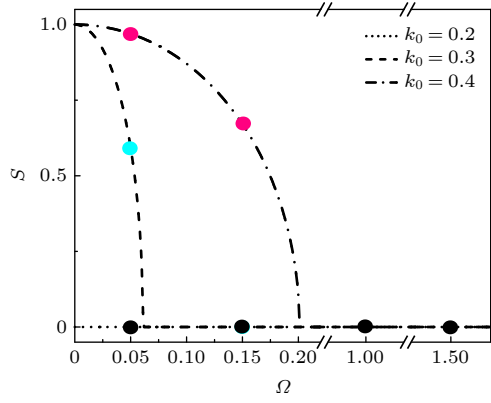


图 2 不同拉曼耦合 Ω 下的极化图. 其他参数: $g = 0.2$, $g_{12} = 0.1$, $V_0 = 0.4$

Fig. 2. Spin polarization s as a function of Raman coupling Ω for different k_0 . The other parameters are $g = 0.2$, $g_{12} = 0.1$ and $V_0 = 0.4$.

能带布里渊区边界处 loop 结构的出现, 还与原子间相互作用有关. 为了进一步研究原子间相互作用对能带结构的影响, 图 3 中绘制了不同种间原子间相互作用 g_{12} 下的能带. 可以发现: 最低能带中不仅在布里渊区的边界处 ($k = 0.5$) 出现 loop 结构, 在远离边界的两端也有 loop 的存在 (图中在 $k = 0, 1$ 附近). 同时, 随着 g_{12} 的增大, 不同位置的 loop 结构宽度都变大, 能带中还会出现高低能

带 loop 交叉等更加复杂的现象. 由此可知, 原子间相互作用的非线性效应会使能带中 loop 结构更加复杂.

2.3 能带出现 loop 结构的临界条件

当最低能带在布里渊区边界处出现尖点时, 便是达到了出现 loop 的临界条件. 为了直观地观测不同参数对最低能带布里渊区边界处出现 loop 结构的影响, 绘制了不同自旋轨道耦合 k_0 下, loop 结构出现的临界 Ω 图 (图 4). 从图 4 可以发现, 在 k_0 - Ω 平面, 较强的光晶格使 loop 的区域向大自旋轨道耦合区域扩展. 当 k_0 一定时, 弱拉曼耦合 Ω 有利于 loop 结构的出现, 随着 k_0 的增大, 较强的拉曼耦合 Ω 才会使能带中不出现 loop. 此外, 增大种间原子间相互作用 g_{12} (图 4(b) 和图 4(c)), 当 k_0 较小时, 光晶格强度 V_0 对能带在布里渊区边界处出现 loop 结构的临界 Ω 的影响减弱. 随着 k_0 的增大, 较强的光晶格强度则需要更大的拉曼耦合值才能使最低能带的边界处不出现 loop 结构.

为了进一步理解自旋轨道耦合、拉曼耦合、光晶格和原子间相互作用对形成 loop 的竞争机理, 针对 $g = g_{12}$ 的情况进行了理论分析. loop 结构最先在布里渊区边界出现, 在变分方程 (6a) 和 (6b) 中令 $k = 1/2$ 且 $G_2 = 0$, 即 $g = g_{12}$, 消去 s 可得

$$\cos^2(2\theta) \left[\frac{(V_0 + 2G_1 \sin(2\theta))^2}{k_0^2 \sin^2(2\theta) - (1 - \sin^2(2\theta))(V_0 + 2G_1 \sin(2\theta))^2} - \frac{k_0^2}{\Omega^2} \right] = 0. \quad (7)$$

要想在布里渊区边界出现 loop 结构, 则方程 (7) 中的 θ 应有两个解, 即满足 $\cos(2\theta) = 0$ 和

$$\sin^2(2\theta) \left[\frac{k_0^2}{(V_0 + 2G_1 \sin(2\theta))^2} + 1 \right] = 1 + \frac{\Omega^2}{k_0^2}. \quad (8)$$

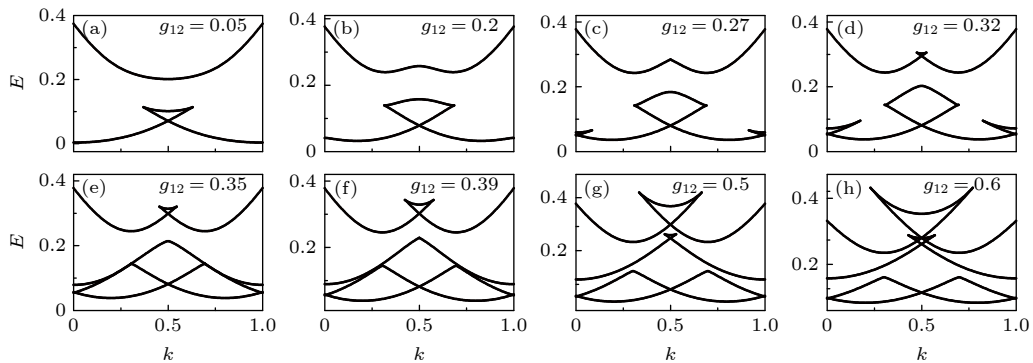


图 3 不同种间原子间相互作用 g_{12} 下的非线性能谱结构. 其他参数: $\Omega = 0.1$, $k_0 = 0.2$, $V_0 = 0.1$, $g = 0.1$

Fig. 3. Nonlinear energy band structure for different interspecies interaction g_{12} . The other parameters are $\Omega = 1.0$, $k_0 = 0.4$, $g = 0.2$ and $g_{12} = 0.1$.

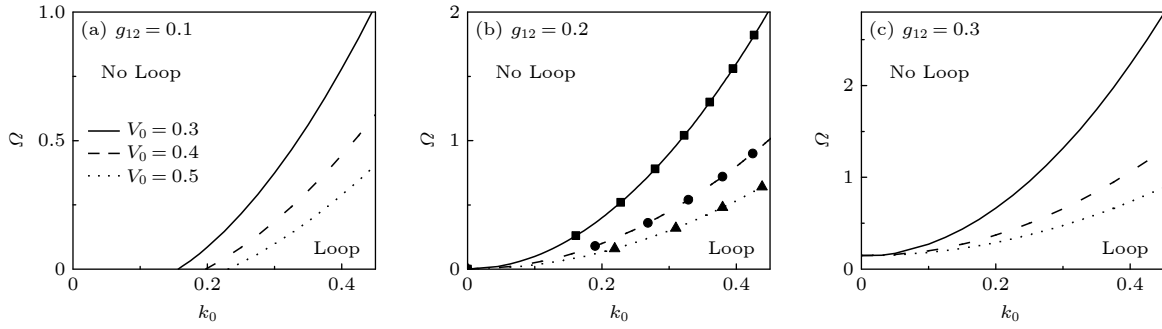


图 4 $g = 0.2$ 时最低能带出现 loop 的临界 Ω , (b) 中不同形状的符号表示相应光晶格强度下 (9) 式给出的理论值

Fig. 4. Critical condition for appearing the loop structure in the lowest energy band at $g = 0.2$. The different symbols in panel (b) represent the theoretical values given by Eq. (9) under the corresponding optical lattice strength.

当 $\sin(2\theta)$ 有根且满足 $-1 \leq \sin(2\theta) \leq 1$ 时, 则有 $1 + (\Omega/k_0)^2 \leq k_0^2/(V_0 - 2G_1)^2 + 1$, 即

$$2G_1 \geq V_0 - k_0^2/\Omega. \quad (9)$$

(9) 式给出了 $g = g_{12}$ 时系统在布里渊区边界处出现 loop 结构的临界条件. 图 4(b) 中进一步展示了理论和数值结果的对比, 可以看出, 数值与理论符合得很好. (9) 式充分揭示了自旋轨道耦合、拉曼耦合、光晶格和原子间相互作用对形成 loop 的竞争机理, 即自旋轨道耦合 k_0 的增大 (拉曼耦合 Ω 的减小) 等效于改变了系统的光晶格势能, 亦即降低了在布里渊区边界处出现 loop 所需的非线性原子间相互作用能阈值. 当不存在自旋轨道耦合, 即 $k_0 = 0$ 时, (9) 式退化为普通光晶格系统中出现 loop 的临界条件, 即相互作用能大于光晶格势能. 总之, 自旋轨道耦合和原子间相互作用促进了系统最低能带 loop 结构的出现, 拉曼耦合和光晶格抑制了 loop 结构的产生.

3 凝聚体流密度

在布里渊区的边界附近, 非线性能谱结构的变化与凝聚体的流密度密切相关, 不同自旋态的流密度定义如下:

$$j_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right) dx \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

将两模近似波函数 (4) 代入 (10) 式可得不同自旋态的流密度

$$j_i = \frac{1}{2}(1 + s)(2k + \cos(2\theta) - 1) \quad (i = 1, 2). \quad (11)$$

数值求解变分方程组 (6a) 和 (6b) 中的 s 和 θ , 代入 (11) 式可得到在布里渊区边界附近非线性 Bloch 波的流密度. 图 5 是与能带图图 1 第二列对

应的不同自旋态的流密度图. 从图 5 可以发现, 当自旋轨道耦合强度 k_0 较小时, 不同自旋态的流密度基本重合. 若能带在布里渊区边界处无 loop 结构, 则在 $k = 0.5$ 处的凝聚体流密度为零, 即 $j_i = 0$, 凝聚体将维持 Bloch 振荡, 同时将伴随着弱的自旋交换 (例如 $k_0 = 0.01, V_0 = 0.2$). 随着 k_0 的增大, 虽然布里渊区边界处的凝聚体流密度 j_i 仍然为 0, 但是流密度呈现出一定的不对称性 (例如 $k_0 = 0.1, V_0 = 0.2$), 且在动量空间中不同自旋态流密度的分布发生分离, 凝聚体在进行 Bloch 振荡的同时, 自旋交换加强. 继续增大 k_0 , 在布里渊区边界附近相同凝聚体动量所对应的流密度 j_i 出现多值, 相应的能量值出现多根, 所以能带结构在布里渊区边界处出现了 loop 结构 (例如 $k_0 = 0.2, V_0 = 0.2$), 破坏了系统的 Bloch 振荡, 使原子在不同 Bloch 带之间发生了非线性 Landau-Zener 隧穿, 由于两自旋态的流密度在动量空间的分布明显分离, 因此自旋交换也加强. 另外, 从图 5 还发现, 光晶格强度的增大不仅减小了能带结构布里渊区边界处的 loop 宽度, 同时使不同自旋态的流密度在动量空间中重合, 减弱了流密度的不对称性和自旋交换.

图 6 进一步研究了自旋轨道耦合与拉曼耦合对不同自旋态流密度的耦合影响. 从图 6 可以直观地发现, 随着 Ω 的增大, 能带结构中 loop 宽度减小的同时, 凝聚体流密度的不对称性减弱. 当自旋轨道耦合强度 k_0 较小时 (图 6 第一、二行 $k_0 = 0.1$), 不同自旋态的流密度基本重合且自旋交换较小, 但是随着 k_0 的增大 (图 8 第三、四行 $k_0 = 0.2$), 不同自旋态的流密度呈现出明显的不对称性. 而 Ω 的增大会强烈地减弱这种不对称性, 使不同自旋态的流密度的变化规律与无自旋轨道耦合的情况相似. 同时还发现, 在动量空间 loop 宽度所对应的凝聚体

动量, 正好与凝聚体流密度中出现多值所对应的动量区间一致 (图中用粉色垂线表示), 所以可以通过

直接地观测凝聚体流密度出现多值的区域来研究 loop 结构的大小.

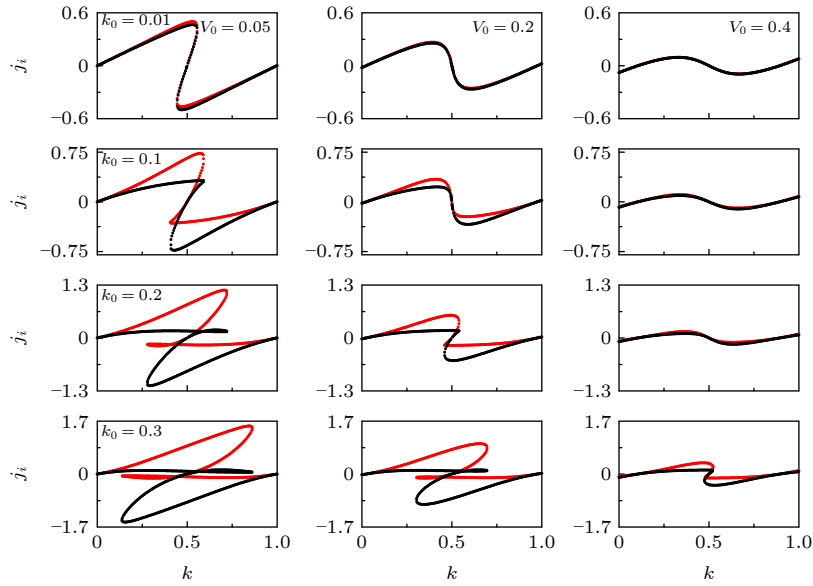


图 5 不同自旋轨道耦合 k_0 和光晶格强度 V_0 下的凝聚体流密度. 其他参数: $\Omega = 0.15$, $g = 0.2$, $g_{12} = 0.1$. 图中红色和黑色的线表示不同自旋态的凝聚体流密度

Fig. 5. Current density for different spin-orbit coupling k_0 and optical lattice strength V_0 . The other parameters are $\Omega = 0.15$, $g = 0.2$ and $g_{12} = 0.1$. The red and black lines represent the current density of different spin states.

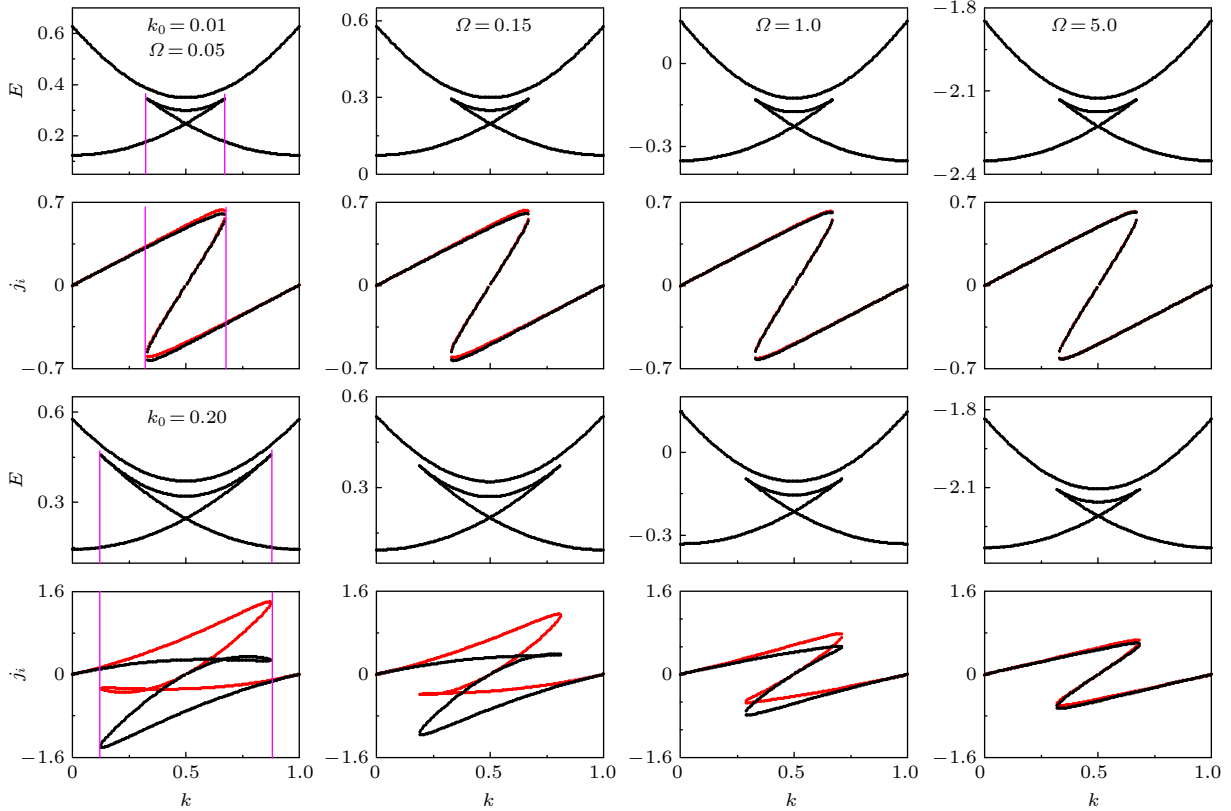


图 6 不同拉曼耦合 Ω 下的能带和相应的凝聚体流密度. 其他参数: $V_0 = 0.05$, $g = 0.2$, $g_{12} = 0.1$. 图中红色和黑色的线表示不同自旋态的流密度

Fig. 6. Energy band and current density for different Raman coupling Ω . The other parameters are $V_0 = 0.05$, $g = 0.2$ and $g_{12} = 0.1$. The red and black lines represent the current density of different spin states.

4 结 论

本文研究了光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱结构和流密度, 揭示了自旋轨道耦合、拉曼耦合、光晶格以及原子间相互作用对系统能带特性的影响, 发现系统能谱结构在布里渊区的边界处会出现 loop 结构. 拉曼耦合和光晶格强度会抑制 loop 结构的出现, 而自旋轨道耦合和原子间相互作用促进 loop 结构的产生. 自旋轨道耦合会使能带结构变得更加复杂, 而原子间相互作用的非线性还会使高能带的布里渊区边界处出现 loop 结构. 非线性能谱结构的变化与凝聚体的流密度有密切的关系, 当能谱结构在布里渊区边界处不存在 loop 结构时, 边界处的不同自旋态流密度为零. 出现 loop 结构时, 边界处的凝聚体流密度出现多值. 此外, 自旋轨道耦合还会使布里渊区边界附近的流密度呈现出强烈的不对称性, 使不同自旋态流密度在动量空间的分布分离, 而光晶格强度和拉曼耦合强度则会减弱这种不对称性, 使不同自旋态流密度重合. 布里渊区边界处 loop 结构的出现破坏了系统的 Bloch 振荡, 使系统发生 Landau-Zener 隧穿, 而不同自旋态流密度在动量空间分布的分离意味着自旋交换动力学的出现.

参考文献

- [1] Dai H N, Yang B, Reingruber A, Xu X F, Jiang X, Chen Y A, Yuan Z S, Pan J W 2016 *Nat. Phys.* **12** 783
- [2] Dai H N, Yang B, Reingruber A, Sun H, Xu X F, Chen Y A, Yuan Z S, Pan J W 2017 *Nat. Phys.* **13** 1195
- [3] Yang B, Sun H, Huang C J, Wang H Y, Deng Y J, Dai H N, Yuan Z S, Pan J W 2020 *Science* **369** 550
- [4] Yang B, Sun H, Ott R, Wang H Y, Zache T V, Halimeh J C, Yuan Z S, Hauke P, Pan J Wei 2020 *Nature* **587** 392
- [5] Diakonov D, Jensen L M, Pethick C J, Smith H 2002 *Phys. Rev. A* **66** 013604
- [6] Wu B, Diener R B, Niu Q 2002 *Phys. Rev. A* **65** 025601
- [7] Dahan M B, Peik E, Reichel J, Castin Y, Salomon C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4508
- [8] Ji W, Zhang K, Zhang W, Zhou L 2019 *Phys. Rev. A* **99** 023604
- [9] Choi D I, Wu B 2003 *Phys. Lett. A* **318** 558
- [10] Ciampini D, Anderlini M, Müller J H, Fuso F, Morsch O, Thomsen J W, Arimondo E 2002 *Phys. Rev. A* **66** 043409
- [11] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023402
- [12] Konotop V V, Kevrekidis P G, Salerno M 2005 *Phys. Rev. A* **72** 023611
- [13] Zobay O, Garraway B M 1999 *Phys. Rev. A* **61** 033603
- [14] Jona-Lasinio M, Morsch O, Cristiani M, Malossi N, Müller J H, Courtade E, Anderlini M, Arimondo E 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 230406
- [15] Zhang X, Xu X, Zheng Y, Chen Z, Liu B, Huang C, Malomed B A, Li Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 133901
- [16] Zeng L, Zeng J 2019 *Adv. Photonics* **1** 046004
- [17] Niu L, Jin S, Chen X, Li X, Zhou X 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 265301
- [18] Stöeferle T, Moritz H, Schori C, Köhl M, Esslinger T 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 130403
- [19] Machholm M, Pethick C J, Smith H 2003 *Phys. Rev. A* **67** 053613
- [20] Lin Y Y, Lee R K, Kao Y M, Jiang T F 2008 *Phys. Rev. A* **78** 023629
- [21] Hui H Y, Barnett R, Porto J V, Sarma S D 2012 *Phys. Rev. A* **86** 063636
- [22] Chen Yan, Wang H T, Chen Y 2010 *J. Phys. B* **43** 225303
- [23] Seaman B T, Carr L D, Holland M J 2005 *Phys. Rev. A* **71** 033622
- [24] Xie Z W, Liu W M 2004 *Phys. Rev. A* **70** 045602
- [25] Gong B, Li S, Zhang X H, Liu B, Yi W 2019 *Phys. Rev. A* **99** 012703
- [26] Li S, Wang H, Li F, Cui X, Liu B 2020 *Phys. Rev. A* **102** 033328
- [27] Koller S B, Goldschmidt E A, Brown R C, Wyllie R, Wilson R M, Porto J V 2016 *Phys. Rev. A* **94** 063634
- [28] Mateo A M, Delgado V, Guilleumas M, Mayol R, Brand J 2019 *Phys. Rev. A* **99** 023630
- [29] Kühn S, Judd T E 2013 *Phys. Rev. A* **87** 023608
- [30] Watanabe G, Yoon S, Dalfovo F 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 270404
- [31] Rosenkranz M, Jaksch D 2008 *Phys. Rev. A* **77** 063607
- [32] Witthaut D, Trimborn F, Kegel V, Korsch H J 2011 *Phys. Rev. A* **83** 013609
- [33] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [34] Huang L H, Meng Z M, Wang P J, Peng P, Zhang S L, Chen L C, Li D H, Zhou Q, Zhang J 2016 *Nat. Phys.* **12** 540
- [35] Wu Z, Zhang L, Sun W, Xu X T, Wang B Z, Ji S C, Deng Y, Chen S, Liu X J, Pan J W 2016 *Science* **354** 83
- [36] Wang Z Y, Cheng X C, Wang B Z, Zhang J Y, Lu Y H, Yi C R, Niu S, Deng Y, Liu X J, Chen S, Pan J W 2021 *Science* **372** 271
- [37] Hammer C, Zhang Y, Khamehchi M A, Davis M J, Engels P 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 070401
- [38] Chen Z, Liang Z 2016 *Phys. Rev. A* **93** 013601
- [39] Martone G I 2017 *J. Low Temp. Phys.* **189** 262
- [40] Martone G I, Ozawa T, Qu C, Stringari S 2016 *Phys. Rev. A* **94** 043629
- [41] Zhang Y, Zhang C 2013 *Phys. Rev. A* **87** 023611
- [42] Zhang Y, Gui Z, Chen Y 2019 *Phys. Rev. A* **99** 023616

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice*

Zhang Ai-Xia[†] Jiang Yan-Fang Xue Ju-Kui

(College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

(Received 14 April 2021; revised manuscript received 26 May 2021)

Abstract

In a recent experiment [Hamner C, et al. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 070401], spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in a translating optical lattice have been successfully prepared into any Bloch band, and directly proved to be the lack of Galilean invariance in the presence of the spin-orbit coupling. The energy band structure of the system becomes complicated because of the lack of Galilean invariance. At present, the energy band structure of the spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice is still an open issue, especially the theoretical evidence for the in-depth understanding of the competition mechanism among the spin-orbit coupling, the Raman coupling, the optical lattice and the atomic interactions of the nonlinear energy band structure has not been clear yet.

In this paper, based on the two-mode approximation and variational analysis, the nonlinear energy band structure and current density of the spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in the one-dimensional optical lattice are investigated. We find that when the spin-orbit coupling, the Raman coupling, the optical lattice, and the atomic interactions satisfy certain conditions, a loop structure in the Brillouin zone edge will emerge. The critical condition for the loop structure emerging in the Brillouin zone edge is obtained in a parameter space. The Raman coupling and the optical lattice suppress the emergence of the loop structure, while the spin-orbit coupling and the atomic interactions promote the emerging of the loop structure and make the energy band structure more complex. Interestingly, the atomic interactions can make the loop structure occur at both the higher-lying bands and the lowest energy band. The energy band structure is closely related to the current density of the system. The spin-orbit coupling causes the current density to be strongly asymmetric and leads the current density distributions of different spin states to be separated from each other in the momentum space near the boundary of the Brillouin zone. The optical lattice strength and the Raman coupling can weaken the asymmetry. The appearance of loop structure breaks the Bloch oscillation and gives rise to the Landau-Zener tunneling. The separation of the current density distributions of different spin states in the momentum space means the emergence of the spin exchange dynamics. Our results are beneficial to the in-depth understanding of the nonlinear dynamics of the spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice.

Keywords: Bose-Einstein condensates, optical lattice, spin-orbit coupling, nonlinear energy band structure

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Kk, 67.85.Hj, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.70.20210705

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11764039, 11847304, 11865014, 11475027, 11305132, 11274255), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 17JR5RA076), and the Scientific Research Foundation of the High Education Institutions of Gansu Province, China (Grant No. 2016A-005).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangax@nwnu.edu.cn