



Institute of Physics, CAS

不同外加磁场中Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony相互作用对量子失协非马尔科夫演化的影响 张金峰 阿拉帕提·阿不力米提 杨帆 艾克拜尔·阿木提江 唐诗生 艾合买提·阿不力没

Effects of Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony interaction on quantum discord of non-markovian dynamics under different magnetic fields

Zhang Jin-Feng Arapat Ablimit Yang Fan Akbar Hamutjan Tang Shi-Sheng Ahmad Abliz

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 70, 223401 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20211277 在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.70.20211277

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

#### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

Tavis-Cummings模型中的几何量子失协特性

Geometric quantum discord in Tavis-Cummings model 物理学报. 2018, 67(11): 110301 https://doi.org/10.7498/aps.67.20172699

磁场对激光驱动Kelvin-Helmholtz不稳定性影响的二维数值研究 Two-dimensional numerical study of effect of magnetic field on laser-driven Kelvin-Helmholtz instability 物理学报. 2020, 69(24): 244701 https://doi.org/10.7498/aps.69.20201167

电流连续的细导体段模型的磁场及电感

Magnetic field and inductance of filament conductor segment model with current continuity 物理学报. 2020, 69(3): 034101 https://doi.org/10.7498/aps.69.20191212

高温等离子体中太赫兹波的传输特性

Transmission characteristics of terahertz wave in high temperature plasma 物理学报. 2018, 67(17): 174101 https://doi.org/10.7498/aps.67.20180647

磁化同轴枪操作参数对球马克产生及等离子体特性的影响

Effects of magnetized coaxial plasma gun operation on spheromak formation and plasma characteristics 物理学报. 2021, 70(20): 205202 https://doi.org/10.7498/aps.70.20210709

同轴枪放电等离子体电流片的运动特性研究

Motion characteristics of coaxial gun discharge plasma current sheet 物理学报. 2019, 68(3): 035203 https://doi.org/10.7498/aps.68.20181832

# 不同外加磁场中 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用对量子 失协非马尔科夫演化的影响<sup>\*</sup>

张金峰 阿拉帕提·阿不力米提 杨帆 艾克拜尔·阿木提江 唐诗生 艾合买提·阿不力孜<sup>†</sup>

(新疆师范大学物理与电子工程学院,乌鲁木齐 830054)(2021年7月8日收到;2021年8月31日收到修改稿)

自从 Moriya 和 Kaplan 在自旋轨道耦合的单带哈伯德模型中发现了对称的螺旋交换作用, Shekhtman, Entin 和 Aharony 等用这种不可忽略的对称螺旋交换作用成功地解释了 La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub>的弱铁磁性.本文应用非马尔科夫量子态扩散方法研究了具有 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用和 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的自旋链系统中量子失协的非马尔科夫动力学演化问题,分析了 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用在零温和有限温度下不同外加磁场时对量子失协的影响.结果表明,在没有磁场或仅有均匀磁场的情况下,系统中的量子失协可以通过增加 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用而增加,而在非均匀磁场中则相反.更重要的是,通过调节均匀磁场和 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用可以得到理想的失协状态.此外,还分别讨论了 Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony 相互作用在马尔科夫环境和有限温度下对量子失协的影响.

关键词:非马尔科夫量子态扩散方法,量子失协,磁场,Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony相互作用

**PACS:** 34.80.Pa, 03.65.Ud

**DOI:** 10.7498/aps.70.20211277

### 1 引 言

量子关联是量子系统中的一种非经典关联,它 是量子计算和量子通信中的一种重要资源<sup>[1-4]</sup>.量 子关联的表征和控制对于量子信息的应用至关重 要,量子关联最典型的度量方法是量子纠缠<sup>[5,6]</sup>.但 是,量子纠缠并不足以描述系统中所有的量子关 联<sup>[7,8]</sup>,例如当系统中没有量子纠缠时还可以存在 量子关联.因此,Harold和Zurek<sup>[9]</sup>引入了另一种 关联的度量方法,即量子失协,量子失协被定义为 量子信息与经典信息之差,并且被证明是量子关联的一种好的度量方法<sup>[10]</sup>. Fanchini 等<sup>[11]</sup>研究了两 个量子比特耦合到独立和共同的非马尔科夫环境 中量子失协的动力学演化过程,结果表明即使没有 纠缠,由环境引入的关联也会转移到两个量子比特 上,产生有限的量子失协. Dakić等<sup>[12]</sup> 通过研究发 现,量子失协是量子远程态制备的必要资源.

量子信息的存储和处理需要一个具有强量子 关联性的量子系统,许多研究工作表明,固态系统 由于具有良好的稳定性、可扩展性和易实现等特 性,是合适的候选方案<sup>[13]</sup>.量子自旋系统作为一种

© 2021 中国物理学会 Chinese Physical Society

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金地区科学基金 (批准号: 11864042) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: aahmad@126.com

固态系统,由于其体积小、易于集成,在量子态制备和存储方面具有潜在的应用价值.作为自旋系统中最简单的模型,海森伯自旋链模型被广泛应用于电子自旋<sup>[14]</sup>、量子点<sup>[15]</sup>、原子核自旋<sup>[16]</sup>和模拟量子计算机的研究.其中对 Dzyaloshinskii 和 Moriya发现的具有 Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用的自旋系统的研究已经受到了研究人员的广泛关注,这是因为 DM 相互作用被认为是量子失协的有效调控参数之一.Mohammad<sup>[17]</sup>研究了海森伯*XY*自旋链模型中 DM 相互作用对量子失协和量子纠缠的影响,结果表明在 DM 相互作用下量子失协比量子纠缠更稳定; Sun 等<sup>[18]</sup>发现,通过增加 DM 相互作用可以提高两比特海森伯*XYZ*自旋链模型的量子失协大小.

在 Moriya<sup>[19]</sup> 发现反对称的 DM 相互作用时, 还发现系统中存在一个对称的螺旋各向异性相互 作用. 在很长一段时间内, 与反对称的 DM 相互作 用相比,这种对称螺旋相互作用被认为是可以忽略 的. 然而, Kaplan<sup>[20]</sup> 随后在自旋轨道耦合的单带哈 伯德模型中发现了这种对称的螺旋作用,然后 Shekhtman 等<sup>[21,22]</sup>论证了它的重要性,因为它可 以恢复被 DM 相互作用打破的各向同性海森伯体 系的O(3)对称性. Shekhtman 等<sup>[22]</sup>用这种不可忽 略的对称螺旋交换作用成功地解释了La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub>的 弱铁磁性.由于他们的这些发现,对称螺旋交换 相互作用被简称为 KSEA 相互作用<sup>[23-25]</sup>. 最近, Yurischev<sup>[26]</sup> 发现无外磁场时 KSEA 相互作用可 以抑制热平衡态下量子失协的局域最小值. KSEA 相互作用被证明非常有助于增加热平衡态下的量 子费舍尔信息和减缓系统的退相干<sup>[27]</sup>.由于 DM 和 KSEA 相互作用很重要, 研究人员已经提出合 成和控制 DM 和 KSEA 相互作用的方法. Liu 等<sup>[28]</sup> 研究局域自旋,通过具有自旋轨道耦合的传导电子 系统所产生的间接磁交换相互作用发现, 当系统中 只有电流没有自旋流 (即仅有偏置电压)时,可以 合成和控制各项异性的海森伯相互作用和 DM 相 互作用; 当系统中没有电流但有自旋流 (即仅有自 旋偏置电压)时,不仅可以合成和控制各项异性的 海森伯相互作用,还可以合成和控制 DM 和 KSEA 相互作用.因此在该系统中可以通过调节自旋偏置 电压和偏置电压来合成和控制海森伯相互作用、 DM 相互作用和 KSEA 相互作用. 此外还可以尝 试通过人工合成具有螺旋交换相互作用的材料,通 过改变材料成分、变换堆叠顺序和混合杂质来控 制 DM 和 KSEA 相互作用的强度大小和方向<sup>[28]</sup>.

一个真实的物理系统不可能单独存在, 它总是 会与外部环境相互作用,所以真实的量子系统是开 放的,开放的量子系统动力学演化分为马尔科夫过 程和非马尔科夫过程. 马尔科夫过程是一个没有环 境记忆效应的过程,系统的能量和信息流入环境后 不再流回系统;而非马尔科夫过程是一个具有环境 记忆效应的过程,系统的能量和信息在流入环境 一段时间后会流回系统,恢复其历史状态,所以研 究具有环境记忆效应的非马尔科夫动力学的演化 特性是很有意义的. 非马尔科夫量子态扩散 (non-Markovian quantum state diffusion, NMQSD)方 法是由 Diósi 等<sup>[29]</sup> 在 1998 年提出的, 用于研究开 放量子系统的非马尔科夫动力学演化过程. 该方法 在处理开放量子体系的动力学演化过程中不受耦 合强度、关联时间及库的谱密度影响<sup>[29]</sup>,其提供的 数学工具使我们能够精确地研究非马尔科夫过程 带来的奇异性质,在数值上处理一个随机的纯态, 能够极大地提高计算效率,适合处理较复杂的模 型.虽然固态体系有易嵌入和可扩展等优点,但与 其他体系相比,其环境自由度过大,与环境存在强 耦合等原因使其相干性难以长时间保持,体系明显 具有非马尔科夫特性. 例如, 自旋与自旋库相互作 用体系<sup>[30]</sup>和自旋玻色体系<sup>[31]</sup>的非马尔科夫效应 非常明显. 此类系统的动力学演化不能用 Lindblad 主方程 (马尔科夫近似得到) 准确描述, 只有考虑 体系的非马尔科夫特性才能解决. 本文利用 NMQSD 方法研究在非马尔科夫环境下带有 DM 相互作用 的海森伯 XYZ 自旋链系统在外加磁场时,沿 z方 向的 KSEA 相互作用对量子失协动力学演化的影响.

本文主要内容如下:第二节介绍系统模型,应 用非马尔科夫量子态扩散方法推导非马尔科夫主 方程;第三节介绍量子失协理论,研究在海森伯自 旋链模型中存在 DM 相互作用时不同外加磁场、 不同的环境记忆效应系数以及有限温度下 KSEA 相互作用对量子失协的影响.通过数据模拟分析及 参数的调控得出有利于提高系统量子失协的条件; 第四节根据数值模拟结果得出结论,为扩展量子失 协在量子信息领域中的应用提供理论依据.

### 2 模型与方法

海森伯 XYZ 自旋链模型线性耦合于一组谐振 子组成的玻色库时,该模型中系统的总哈密顿量可 以表示为(ħ=1)

$$H_{\rm tot} = H_{\rm s} + H_{\rm b} + H_{\rm int},\tag{1}$$

玻色库环境的哈密顿量可以表示为

$$H_{\rm b} = \sum_k \omega_k b_k^{\dagger} b_k, \qquad (2)$$

系统和玻色库环境之间的相互作用哈密顿量可以 表示为

$$H_{int} = \sum_{k} \left( g_k^* L^{\dagger} b_k + g_k L b_k^{\dagger} \right). \tag{3}$$

(2) 式中的 $b_k \pi b_k^{\dagger} \Delta h$ 为湮灭算符和产生算符,  $\omega_k$ 为 玻 色 库 中 玻 色 子 的 跃 迁 频 率; (3) 式 中  $L = k_A \sigma_-^A + k_B \sigma_-^B$ 是 玻 色 环境和系统耦合的 Lindblad 算符, 其 中  $k_A \pi k_B$ 表示的是两个常量, 描述的是 两个 自旋链与各自环境的不同耦合强度, 本文令  $k_A = k_B = 1, g_k$ 表示系统与环境之间的耦合系数.

(1) 式中 H<sub>s</sub>表示为含 z方向的 DM 相互作用、 z方向 KSEA 相互作用和 z方向外加磁场的海森 伯自旋链哈密顿量,可以写为

$$H_{s} = J_{x}\sigma_{x}^{A}\sigma_{x}^{B} + J_{y}\sigma_{y}^{A}\sigma_{y}^{B} + J_{z}\sigma_{z}^{A}\sigma_{z}^{B} + (B_{z} + b_{z})\sigma_{z}^{A}$$
$$+ (B_{z} - b_{z})\sigma_{z}^{B} + D_{z}(\sigma_{x}^{A}\sigma_{y}^{B} - \sigma_{y}^{A}\sigma_{x}^{B})$$
$$+ \Gamma_{z}(\sigma_{x}^{A}\sigma_{y}^{B} + \sigma_{y}^{A}\sigma_{x}^{B}), \qquad (4)$$

其中  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$ 分别为 x, y, z 三个方向的耦合常数, 本文令  $J_x \neq J_y \neq J_z$ , 此时海森伯自旋链模型 变为海森伯 XYZ模型,  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 表示泡利 算符,  $B_z$ 表示 z方向的均匀外加磁场,  $b_z$ 表示 z方向的磁场非均匀度,  $D_z$ 表示为 z方向的 DM 相互 作用,  $\Gamma_z$ 表示为 z方向的 KSEA 相互作用.

#### 2.1 零温下非马尔科夫量子态扩散方法

为了求解零温下该模型的量子失协动力学演 化问题,需要借助 NMQSD 方法来对其进行处理. 假设 $\psi_{z*}(t)$ 为系统波函数,根据 NMQSD 理论可以 得到关于 $\psi_{z*}(t)$ 的动力学微分方程<sup>[32]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi_{z^*}(t)\rangle = \left[ -\mathbf{i}H_{\rm s} + Lz_t^* - L^{\dagger} \int_0^t \mathrm{d}s\alpha(t,s) \frac{\delta}{\delta z_t^*} \right] |\psi_{z^*}(t)\rangle, \quad (5)$$

其中 $\alpha(t,s) = \sum_{k} |g_k|^2 e^{-i\omega_k(t-s)}$ 为环境关联系数,  $z_t^* = -i \sum_{k} (g_k^* z_k^* e^{i\omega_k t})$ 为环境噪音函数,  $z_t^*$ 满足  $M[z_t^*] = 0, M[z_t z_s^*] = \alpha(t,s), M[\cdot] = \frac{1}{\pi} \int d^2 z e^{-|z|^2} \overline{\mathcal{R}}$  示环境噪声的系综平均值.本文选取 Ornstein-Uhlenbeck(OU)噪声为环境关联函数,OU噪声 表达式可以写为 $\alpha(t,s) = \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma|t-s|}$ ,其中 $\gamma$ 表示玻 色库的环境记忆效应系数,当 $\gamma$ 趋近于无穷大时, 系统处于马尔科夫状态;当 $\gamma$ 趋近于 0时,系统处 于非马尔科夫状态.通过使用方程  $\frac{\delta}{\delta z_t^*} |\psi_{z^*}(t)\rangle =$  $O(t,s,z^*) \frac{\delta}{\delta z_t^*} |\psi_{z^*}(t)\rangle$ 来代替导数项,可将(5)式改 写为

$$\frac{\delta}{\delta z_t^*} |\psi_{z^*}(t)\rangle = [-\mathbf{i}H_{\mathbf{s}} + Lz_t^* - L^{\dagger}\bar{O}(t, z^*)]|\psi_{z^*}(t)\rangle, \ (6)$$

其中
$$\bar{O}(t, z^*) = \int_0^t \alpha(t, s) O(t, s, z^*) ds$$
,利用  
 $\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta}{\delta z_t^*} |\psi_{z^*}(t)\rangle = \frac{\delta}{\delta z_t^*} \frac{\partial}{\partial t} |\psi_{z^*}(t)\rangle,$ 

可以得到 O 算符所满足的微分方程[32]

$$\frac{\partial}{\partial t}O(t,s,z^*) = \left[-\mathrm{i}H_s + Lz_t^* - L^{\dagger}\bar{O}(t,z^*), O(t,s,z^*)\right] - L^{\dagger}\frac{\delta}{\delta z_t^*}\bar{O}(t,z^*).$$
(7)

利用非马尔科夫随机扩散主方程可以推导出精确 的非马尔科夫近似主方程来求解系统约化密度 矩阵:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{\rm s} = -\mathbf{i}[H_{\rm s},\rho_{\rm s}] + LM[z_t^*P_t] - L^{\dagger}M[\bar{O}P_t] + M[z_tP_t]L^{\dagger} - M[P_t\bar{O}^{\dagger}]L, \qquad (8)$$

在 Novikov-type 定理帮助下, (8) 式可以改写 为<sup>[32]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{\rm s} = -\mathrm{i}[H_{\rm s},\rho_{\rm s}] + \left[L, M[P_t\bar{O}^{\dagger}]\right] - \left[L^{\dagger}, M[\bar{O}P_t]\right], \quad (9)$$

当 $\bar{O}(t,s) \approx \bar{O}_0(t)$ 时,表明算符 $\bar{O}_0(t,z)$ 对噪声 $z_t^*$ 可以忽略不计.因此,在零阶近似情况下两个二能级 原子耦合到玻色库的主方程,可以变为以下形式:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{\rm s} = -\mathbf{i}[H_{\rm s},\rho_{\rm s}] + [L,\rho_{\rm s}\bar{O}^{\dagger}(t)] - [L^{\dagger},\bar{O}(t)\rho_{\rm s}].$$
(10)

#### 2.2 有限温度下非马尔科夫量子态扩散方法

考虑到有限温度下的热平衡态系统密度矩阵为<sup>[33]</sup>

$$\rho_{\text{bath}}(0) = \exp(-\beta H_{\text{bath}})/Z, \qquad (11)$$

其中 $Z = \text{Tr}[e^{-\beta H_{\text{bath}}}]$ 是配分函数, $\beta = 1/(k_{\text{B}}T)$ .  $k_{\text{B}}$ 是玻尔兹曼常数,假设 $k_{\text{B}} = 1$ ,则系统的总哈密顿量可以写为<sup>[33]</sup>

$$H_{\text{tot}} = H_{\text{s}} + \sum_{k} \left( g_{k}^{*} L^{\dagger} b_{k} + g_{k} L b_{k}^{\dagger} \right)$$
$$+ \sum_{k} \omega_{k} b_{k}^{\dagger} b_{k} - \sum_{k} \omega_{k} c_{k}^{\dagger} c_{k}, \qquad (12)$$

其中 H<sub>s</sub>和零温环境中相同,通过波戈留玻夫变换最终可得到系统的总哈密顿量为

$$H_{tot}^{'} = H_{s} + \sum_{k} \sqrt{\overline{n} + 1} (g_{k}^{*} L^{\dagger} d_{k} + g_{k} L d_{k}^{\dagger})$$
$$+ \sum_{k} \omega_{k} d_{k}^{\dagger} d_{k} + \sum_{k} \sqrt{\overline{n}} (g_{k}^{*} L^{\dagger} e_{k} + g_{k} L e_{k}^{\dagger})$$
$$- \sum_{k} \omega_{k} e_{k}^{\dagger} e_{k},$$
(13)

其中 $\overline{n_{\lambda}} = 1/\exp[\hbar\omega_{\lambda}/(k_{\rm B}T)] - 1$ 是量子的热占有数.在有限温度下,量子态扩散方程包含两个相互独立的噪声 $z_t^*, \omega_t^*$ 

$$\frac{\partial \psi_t}{\partial t} = -iH_s\psi_t + LZ_t^*\psi_t + L^{\dagger}\int_0^t ds\alpha_1(t-s)\frac{\delta\psi_t}{\delta z_s^*} + L^{\dagger}\omega_t\psi_t - L\int_0^t ds\alpha_2(t-s)\frac{\delta\psi_t}{\delta w_s^*}, \quad (14)$$

其中两个环境关联函数可以分别写为

$$\alpha_1(t-s) = \sum_{\lambda} (\overline{n_{\lambda}} + 1) |g_{\lambda}|^2 \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\omega_{\lambda}(t-s)}, \qquad (15)$$

$$\alpha_2(t-s) = \sum_{\lambda} \overline{n_{\lambda}} |g_{\lambda}|^2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{\lambda}(t-s)}, \qquad (16)$$

另外两个相互独立的高斯噪声可以表示为下面 两式:

$$\frac{\delta\psi_t}{\delta z_{\rm s}^*} = O_1(t, s, z^*, \omega^*)\psi_t, \qquad (17)$$

$$\frac{\delta\psi_t}{\delta\omega_{\rm s}^*} = O_2(t, s, z^*, \omega^*)\psi_t, \tag{18}$$

最后代入非马尔科夫量子态扩散方程中可得到

$$\frac{\partial \psi_t}{\partial t} = -iH_s + LZ_t^* \psi_t - L^{\dagger} \overline{O_1}(t, z^*, \omega^*) \psi_t + L^{\dagger} \omega_t^* \psi_t - L \overline{O_2}(t, z^*, \omega^*) \psi_t,$$
(19)

其中 O<sub>i</sub>(i=1,2) 可定义为

$$\overline{O_i}(t, z^*, \omega^*) = \int_0^t \alpha_i(t-s) O_i(t, s, z^*, \omega^*) \mathrm{d}s,$$

给出初始值为

 $O_1(t = s, s, \omega^*, z^*) = L, O_2(t = s, s, \omega^*, z^*) = L^{\dagger},$ 则 O 算符微分方程可以写为

$$\frac{\partial}{\partial t}O_1 = \left[-\mathrm{i}H_\mathrm{s} + Lz_t^* + L^\dagger \omega_t^* - L^\dagger \overline{O_1} - L\overline{O_2}, O_1\right] - L^\dagger \frac{\delta \overline{O_1}}{\delta z_\mathrm{s}^*} - L\frac{\delta \overline{O_2}}{\delta z_\mathrm{s}^*}, \qquad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}O_2 = \left[-\mathrm{i}H_{\mathrm{s}} + Lz_t^* + L^{\dagger}\omega_t^* - L^{\dagger}\overline{O_1} - L\overline{O_2}, O_2\right] \\ - L^{\dagger}\frac{\delta\overline{O_1}}{\delta\omega_{\mathrm{s}}^*} - L\frac{\delta\overline{O_2}}{\delta\omega_{\mathrm{s}}^*}, \qquad (21)$$

通过非马尔科夫量子态扩散方程 (NMQSD)得到的非马尔科夫主方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_t = -\mathbf{i}[H_{\mathbf{s}},\rho_t] + [L,\rho_t\overline{O}_1^{\dagger}(t)] - [L^{\dagger},\overline{O}_1(t)\rho_t] + [L^{\dagger},\rho_t\overline{O}_2^{\dagger}(t)] - [L,\overline{O}_2(t)\rho_t], \qquad (22)$$

(10) 式和 (22) 式分别为整个体系在零温和有限温度下的非马尔科夫主方程, 后面的研究均基于这两个主方程进行.

#### 3 数值计算及讨论

一个给定的两体量子态的量子互信息为⑨

 $I(\boldsymbol{p}^{AB}) = S(\boldsymbol{\rho}^{A}) + S(\boldsymbol{\rho}^{B}) - S(\boldsymbol{\rho}^{AB}), \quad (23)$ 其中  $\boldsymbol{\rho}^{A} = \operatorname{Tr}_{B}\boldsymbol{\rho}^{AB}, \ \boldsymbol{\rho}^{B} = \operatorname{Tr}_{A}\boldsymbol{\rho}^{AB}$ 分别是子系统 A和 B的约化密度矩阵,  $S(\boldsymbol{\rho}) = -\operatorname{Tr}(\boldsymbol{\rho}\log_{2}\boldsymbol{\rho})$ 是系 统的冯诺伊曼熵.

对两体量子系统的任意子系统进行测量,将会 对另一子系统造成扰动.这里,对子系统 B,用一 组完备的 POVM 测量基 {*B<sub>k</sub>*}进行测量,如果测量 的结果为 *k*,条件矩阵则变为

$$\rho_k = \frac{1}{p_k} (\boldsymbol{I}_A \otimes \boldsymbol{B}_k) \boldsymbol{\rho}^{AB} (\boldsymbol{I}_A \otimes \boldsymbol{B}_k), \ k = 0, 1, \cdots, N-1,$$
(24)

对应的概率为 $\rho_k = \text{Tr}[(I_A \otimes \{B_k\})\rho^{AB}(I_A \otimes \{B_k\})].$ 对子系统进行测量之后,相应的量子条件熵为

$$S(\boldsymbol{\rho}^{AB}|\{\boldsymbol{B}_k\}) = \sum_k p_k S(\rho_k), \qquad (25)$$

此外,量子互信息可以写为

$$I(\boldsymbol{\rho}^{AB}|\{\boldsymbol{B}_k\}) = S(\boldsymbol{\rho}^A) - \min_{\{\boldsymbol{B}_k\}} S(\boldsymbol{\rho}^{AB}|\{\boldsymbol{B}_k\}), \quad (26)$$

为了获得最大的 $I(\rho^{AB}|\{B_k\})$ , 遍求全部的测量, 从中选择最优的一组.这个最大值即为经典关联  $C(\rho^{AB})$ , 具体的数学形式为<sup>[9]</sup>

$$C(\boldsymbol{\rho}^{AB}) = S(\boldsymbol{\rho}^{A}) - \min_{\{\boldsymbol{B}_k\}} S(\boldsymbol{\rho}^{AB} | \{\boldsymbol{B}_k\}), \qquad (27)$$

系统的互信息和经典关联之间的差值定义为量子 失协<sup>[9]</sup>,即

$$Q(\boldsymbol{\rho}^{AB}) = I(\boldsymbol{\rho}^{AB}) - C(\boldsymbol{\rho}^{AB}).$$
(28)

下面基于量子失协公式 (28) 式和零温非马尔

科夫近似主方程 (10) 式以及有限温度非马尔科夫 近似主方程 (22) 式通过数值计算讨论环境记忆效 应、外加磁场、KSEA 相互作用对耦合到玻色库中 的两比特海森伯 *XYZ* 自旋链模型的量子失协随 时间演化特性的影响.本文选择最大纠缠态 $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|01\rangle + |10\rangle)$ 作为初始态.

首先研究了零温环境下 KSEA 相互作用对量 子失协的影响. 图 1(a) 给出了量子失协随 KSEA 相互作用和时间 t变化的三维投影图, 图 1(b) 是 在 $\omega t = 5$ 时量子失协随 KSEA 相互作用的演化过 程. 从图 1 可以看出, 当 KSEA 相互作用强度增加 时, 量子失协也随之增大, 而当 KSEA 相互作用强 度增加到 $\Gamma_z \ge 2$ 之后, 系统的量子失协接近最大值 的理想失协状态. 这是由于 KSEA 相互作用恢复 了系统的O(3)对称性, 从而抑制系统的退相干, 使 得系统的量子失协可以保持较高的状态.



图 1 (a) 量子失协随 KSEA 相互作用和时间的演化特性; (b) KSEA 相互作用在  $\omega t = 5$  时对量子失协的影响.其他 参数  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $B_z = 0$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0

Fig. 1. (a) Dynamics of quantum discord with KSEA interactions and time; (b) effect of KSEA interaction on quantum discord at  $\omega t = 5$ . The other parameters are  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $B_z = 0$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0.

为了进一步研究零温下不同磁场环境中 KSEA 相互作用对量子失协的作用效果,首先在图 2(a)

中给出了不加磁场时 KSEA 相互作用对量子失协 随时间演化特性的影响. 从图中明显可以看到,  $\Gamma_z$ 取值越大, 量子失协越大. 其次, 在图 2(b) 中, 考 虑了外加均匀磁场的情况. 不难看出, 当 KSEA 相 互作用  $\Gamma_z = 0$ 时, 系统的量子失协强度大于图 2(a) 中没有磁场时的情形. 显然, 均匀磁场的存在促进 了量子失协的增加. 此外, 随着 KSEA 相互作用强 度的增加, 系统的量子失协强度亦增大, 表明均匀 磁场和 KSEA 相互作用的联合效应对量子失协强



图 2 KSEA 相互作用在不同磁场环境下对量子失协的影响 (a) 不加磁场  $B_z = 0$ ,  $b_z = 0$ ; (b) 均匀磁场  $B_z = 1$ ,  $b_z = 0$ ; (c) 非均匀磁场  $B_z = 1$ ,  $b_z = 3$ . 其他参数  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0

Fig. 2. Effects of KSEA interactions on the dynamics of the quantum discord in different magnetic field environment: (a) No magnetic field added  $B_z = 0$ ,  $b_z = 0$ ; (b) uniform magnetic field  $B_z = 1$ ,  $b_z = 0$ ; (c) non-uniform magnetic field  $B_z = 1$ ,  $b_z = 3$ . The other parameters are  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0. 度的提升具有积极作用.最后,在图 2(c) 中给出了 非均匀磁场的情况.有趣的是,KSEA 相互作用越 小,磁场的非均匀度和 KSEA 相互作用的联合效 应越积极,比没有磁场或外加均匀磁场时还要明 显.甚至没有 KSEA 相互作用时磁场的非均匀度 使得量子失协几乎能达到理想值.通过一系列磁脉 冲实现量子逻辑操作的核磁共振量子计算方案,或 不可避免的磁耦合存在时的情况都是非均匀磁场 的情况.KSEA 相互作用越大,非均匀磁场下的量 子失协衰减得越快.显然,当体系中存在 KSEA 相 互作用时,磁场的非均匀度抑制了 KSEA 相互作 用恢复 O(3)对称性的效果.

为了进一步弄清楚马尔科夫环境下 ( $\gamma = 3$ ) KSEA 相互作用对量子失协的影响, 图 3 研究了马 尔科夫环境下外加均匀磁场 ( $B_z = 2$ )时 KSEA 相 互作用对量子失协的影响.结果表明,在马尔科夫 环境中,均匀磁场和较大的 KSEA 相互作用的联 合效应能够使得量子失协最终保持一个稳定的失 协状态. 然而,通过比较可以发现,此时的量子失 协比非马尔科夫环境中的量子失协明显要小. 这是 由于马尔科夫环境中从系统流出到环境中的能量 和信息不再回流到系统中,导致此时的 KSEA 相 互作用对系统量子失协的积极作用没有非马尔科 夫环境下的作用效果好.



图 3 马尔科夫环境下均匀磁场中 KSEA 相互作用对量 子失协的影响. 其他参数  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 3$ ,  $B_z = 2$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0.

Fig. 3. Effects of KSEA interactions on quantum discord in a uniform magnetic field in Markovian environment. The other parameters are  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 3$ ,  $B_z = 2$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ , T = 0.

为了使研究更接近实际情况,还需要考虑系统 处于热平衡态时的情况,并分析温度和均匀磁场同 时作用时含有 KSEA 相互作用的系统量子失协的 演化特性. 图 4(a) 给出了量子失协随温度 T 和时 间 t 变化的三维图, 图 4(b) 给出了ωt = 5时量子失 协随温度 T 演化的二维图. 可以看出, 随着温度 T 的增加量子失协逐渐减少, 最终减少到一个稳定 值. 很显然, 虽然环境温度的增加使得 KSEA 相互 作用不能再有效恢复海森伯系统的 O(3) 对称性, 从而导致量子失协比零温时的要小, 但是在 KSEA 相互作用和均匀磁场的联合效应下量子失协总能 保持一定的稳态值.



图 4 (a) 量子失协随时间和温度的演化特性; (b) 温度在  $\omega t = 5$ 时对量子失协的影响. 其他参数  $J_x = 0.2$ ,  $J_y = 0.5$ ,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $B_z = 1$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ ,  $\Gamma_z = 2$ Fig. 4. (a) Dynamics of quantum discord with time t and temperature T; (b) effect of temperature T on quantum discord at  $\omega t = 5$ . The other parameters are  $J_x = 0.2$ ,  $J_y =$ 0.5,  $J_z = 0.9$ ,  $\gamma = 0.1$ ,  $B_z = 1$ ,  $b_z = 0$ ,  $D_z = 0.2$ ,  $\Gamma_z = 2$ .

#### 4 结 论

通过数值计算,利用 NMQSD 方法研究了在 非马尔科夫环境下不同的外部磁场中 KSEA 相互 作用对量子失协的影响.此外还分析了在马尔科夫 环境下均匀磁场中 KSEA 相互作用对量子失协的 影响并与非马尔科夫的情况进行了简单的对比.最 后,得出了温度对非马尔科夫环境下含有 KSEA 相互作用的系统量子失协的影响.基于数值结果可 以得出以下结论:当因实际需要在体系中有必要合 成和调制 KSEA 相互作用时,在非马尔科夫环境 下外加均匀磁场时 KSEA 相互作用提升系统量子 失协的效果最明显. 但是磁场的非均匀度会削弱 KSEA 相互作用的这种效应. 然而, 只要 KSEA 相 互作用足够小, 那么通过磁场的非均匀度就可以更 高效地提升量子失协. 马尔科夫环境下的量子失协 和热平衡态时的量子失协都同样可以通过 KSEA 相互作用维持在一个稳定值上.

#### 参考文献

- [1] Huang Y 2014 Phys. Rev. B 89 54410
- [2] Dakić B, Lipp Y O, Ma X, Ringbauer M, Kropatschek S, Barz S, Paterek T, Vedral V, Zeilinger A, Brukner Č, Walther P 2012 Nat. Phys. 8 666
- [3] Shahandeh F, Lund A P, Ralph T C 2019 Phys. Rev. A 99 052303
- [4] Ringbauer M, Costa F, Goggin M E, Andrew G W, Fedrizzi A 2018 NPJ Quantum Inf. 4 1
- [5] Ecker S, Bouchard F, Bulla L, Brandt F, Kohout O, Steinlechner F, Fickler R, Malik M, Guryanova Y, Ursin R, Huber M 2019 Phys. Rev. X 9 041042
- [6] Braun D, Adesso G, Benatti F, Floreanini R, Marzolino U, Mitchell M W, Pirandola S 2018 *Rev. Mod. Phys.* **90** 035006
- [7] Wootters W K 1998 Phys. Rev. Lett. 80 2245
- [8] Mamtimin T, Ahmad A, Rabigul M 2013 Chin. Phys. Lett. 30 030303
- [9] Harold O, Zurek W H 2002 Phys. Rev. Lett. 88 017901
- [10] Ali M, Rau A, Alber G. 2010 *Phys. Rev. A* 81 82
- [11] Fanchini F F, Werlang T, Brasil C A 2010 Phys. Rev. A 81 52107
- [12] Daki B, Lipp Y O, Ma X, Ringbauer M, Kropatschek S, Barz S, Paterek T, Vedral V, Zeilinger V, Brukner Č 2012 Nature

Physics 8 666

- [13] Seri A, Lenhard A, Rieländer D, Gündoğan M, Ledingham P M, Mazzera M, Riedmatten H D 2017 Phys. Rev. X 7 021028
- [14] Burkard G, Loss D, Divincenzo D P 1999 Phys. Rev. B 59 2070
- [15] Vrijen R, Yablonovitch E, Wang K, Hong W J, Balandin A, Roychowdhury V, Mor T, Vincenzo D D 2000 Phys. Rev. A 62 12306
- $[16] \quad {\rm Kane \ B \ E \ 1998} \ \textit{Nature \ 393} \ 133$
- [17] Pourkarimi M R 2018 Int. J. Theor. Phys. 57 1158
- [18] Sun Y, Ma X, Guo J 2020 Quantum Inf. Process. 19 1
- [19] Moriya T 1960 Phys. Rev. Lett. 4 228
- [20] Kaplan T A 1983 Z. Phys. B:Condens. Matter 49 313
- Shekhtman L, Wohlman E, Aharony A 1992 Phys. Rev. Lett. 69 836
- [22] Shekhtman L, Aharony A, Wohlman O E 1993 Phys. Rev. B 47 174
- [23] Tsukada I, Takeya J, Masuda T, Uchinokura K 2000 Phys. Rev. B 62 R6061
- [24] Zheludev A, Maslov S, Shirane G, Tsukada I, Uchinokura K, Zaliznyak I, Erwin I, Regnault L P 1999 *Phys. Rev. B* 59 11432
- [25] Zheludev A, Maslov S, Tsukada I, Zaliznyak I, Regnault L P, Masuda T, Uchinokura K, Erwin R, Shirane G 1998 *Phys. Rev. Lett.* 81 5410
- [26] Yurischev M A 2020 Quantum Information Processing 19 1
- [27] Rabboul A, Khalil E M, Khalek S A, Barataky A A, Zinadah H A 2021 IEEE Access 9 51325
- [28] Liu T, Ren J, Tong P Q 2018 Phys. Rev. B  $\mathbf{98}$  184426
- [29]~ Diósi L, Gisin N, Strunz W T 1998<br/> Phys.~Rev.~A58 1699
- [30] Li P B, Zhou Y, Gao W B, Nori F 2020 Phys. Rev. Lett. 125 153602
- [31] Hosokawa K, Shiokawa K, Otsuka Y, Nakajima A, Ogawa T, Kelly J D 2006 Geophys. Res. Lett. 33 L15111
- [32] Zhao X Y 2014 Ph. D. Dissertation (Hoboken: Stevens Institute of Technology)
- [33] Yu T 2004 Phys. Rev. A 69 062107

## Effects of Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony interaction on quantum discord of non-markovian dynamics under different magnetic fields<sup>\*</sup>

Zhang Jin-Feng Arapat Ablimit Yang Fan Akbar Hamutjan

Tang Shi-Sheng Ahmad Abliz<sup>†</sup>

(School of Physics and Electronic Engineering, Xinjiang Normal University, Urumqi 830054, China)

( Received 8 July 2021; revised manuscript received 31 August 2021 )

#### Abstract

Since the discovery of symmetric helical interactions in the spin-orbit coupled single-band Hubbard model by Moriya and Kaplan, Shekhtman, Entin, Aharony et al. have successfully used this non-negligible symmetric helical exchange interaction to explain the weak ferromagnetism of  $La_2CuO_4$ . By using the non-Markovian quantum state diffusion method, the quantum discord of non-Markovian dynamics in the spin chain system that has Kaplan –Shekhtman –Entin-Wohlman –Aharony interactions and Dzyaloshinskii-Moriya interactions is studied. The effects of Kaplan–Shekhtman–Entin-Wohlman–Aharony interaction on the quantum discord under different external magnetic fields at zero and finite temperatures are discussed. The results show that the quantum discord in the system can be increased via the increasing of Kaplan–Shekhtman–Entin-Wohlman – Aharony interaction in the case of zero or uniform magnetic field, while the case is opposite under the nonuniform magnetic field. More importantly, the ideal discord state can be obtained by modulating the uniform magnetic field and Kaplan–Shekhtman–Entin-Wohlman–Aharony interaction. Moreover, the Markovian case and the effect of temperature on the quantum discord are also discussed, respectively.

Keywords: non-markovian quantum state diffusion method, quantum discord, magnetic field, Kaplan-Shekhtman-entin-Wohlman-Aharony interaction

PACS: 34.80.Pa, 03.65.Ud

**DOI:** 10.7498/aps.70.20211277

<sup>\*</sup> Project supported by the Fund for Less Developed Regions of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11864042).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: aahmad@126.com