



自旋轨道耦合Su–Schrieffer–Heeger原子链系统的电子输运特性

薛海斌 段志磊 陈彬 陈建宾 邢丽丽

Electron transport through Su–Schrieffer–Heeger chain with spin–orbit coupling

Xue Hai-Bin Duan Zhi-Lei Chen Bin Chen Jian-Bin Xing Li-Li

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 70, 087301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201742

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201742>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

量子点–Su–Schrieffer–Heeger原子链系统的电子输运特性

Electron transport through a quantum-dot–Su–Schrieffer–Heeger–chain system

物理学报. 2020, 69(7): 077301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191871>

时间反演对称性破缺系统中的拓扑零能模

Topological zero–energy modes in time–reversal–symmetry–broken systems

物理学报. 2017, 66(22): 220201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.220201>

自旋轨道耦合量子气体中的一些新进展

Some recent progresses on the study of ultracold quantum gases with spin–orbit coupling

物理学报. 2020, 69(1): 016701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191241>

Rashba自旋轨道耦合下square–octagon晶格的拓扑相变

Topological phase transitions in square–octagon lattice with Rashba spin–orbit coupling

物理学报. 2018, 67(23): 237101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180624>

一维谐振子束缚的自旋轨道耦合玻色气体

One-dimensional spin–orbit coupling Bose gases with harmonic trapping

物理学报. 2019, 68(17): 173201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190143>

三聚化非厄密晶格中具有趋肤效应的拓扑边缘态

Topological edge states with skin effect in a trimerized non–Hermitian lattice

物理学报. 2019, 68(10): 104206 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190112>

自旋轨道耦合 Su-Schrieffer-Heeger 原子链系统的电子输运特性^{*}

薛海斌^{1)2)†} 段志磊¹⁾²⁾ 陈彬²⁾ 陈建宾²⁾ 邢丽丽²⁾

1) (太原理工大学新材料界面科学与工程教育部重点实验室, 太原 030024)

2) (太原理工大学物理与光电工程学院, 太原 030024)

(2020 年 10 月 20 日收到; 2020 年 12 月 7 日收到修改稿)

在 Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 原子链中, 电子在胞内和胞间的跳跃依赖于其自旋时, 即 SSH 原子链存在自旋轨道耦合作用时, 存在不同缠绕数的非平庸拓扑边缘态。如何探测自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数的边缘态是一个重要问题。本文在紧束缚近似下研究了自旋轨道耦合 SSH 原子链的非平庸拓扑边缘态性质及其零能附近的电子输运特性。研究发现四重和二重简并边缘态的缠绕数分别为 2 和 1; 并且仅当源极入射电子的自旋被极化(铁磁电极)时, 自旋轨道耦合 SSH 原子链在零能附近的电子输运特性才能反映其边缘态的能谱特性。尤其是, 随着自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的耦合强度由弱到强改变, 对于缠绕数为 2 的四重简并边缘态, 入射电子在零能附近的透射峰数目将从 4 个变为 0; 而对于缠绕数为 1 的二重简并边缘态情形, 其透射峰数目将从 2 个变为 0。因此, 在源极为铁磁电极的情形下, 通过观察自旋轨道耦合 SSH 原子链在零能附近电子共振透射峰的数目随着其与左、右导线之间耦合强度的变化, 来探测其不同缠绕数的边缘态。上述结果为基于电子输运特性探测自旋轨道耦合 SSH 原子链不同拓扑性质的边缘态提供了一种可选择的理论方案。

关键词: 边缘态, Su-Schrieffer-Heeger 原子链, 自旋轨道耦合, 透射率

PACS: 73.23.-b, 73.20.-r, 71.70.Ej, 74.25.Jb

DOI: 10.7498/aps.70.20201742

1 引言

非平庸拓扑边缘态对其材料的局部缺陷和无序具有很强的鲁棒性, 因此在自旋电子学和量子计算中具有重要的应用^[1]。其中, 最初用于描述聚乙炔的 Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 原子链模型^[2] 是具有非平庸拓扑边缘态的最简单一维模型, 并且已在光子(光子晶体和光波导晶格)^[3,4]、冷原子(光晶格和拉曼耦合动量晶格)^[5,6]、人工修饰原子晶格(铜表面氯单层的空位晶格)^[7,8] 系统中实验实现。

要实现基于非平庸拓扑边缘态的量子器件, 如何探测其边缘态是凝聚态物理中的重要课题之一。在光子系统中, 光子的反射谱^[9]、透射谱^[10] 及其动力学^[4,11] 可以用于探测刻画其边缘态性质的缠绕数或 Zak 相位。最近, 在 SSH 原子链系统中, 发现其电子输运特性同样可以用来探测其边缘态^[12–14]。例如, 在量子点-SSH 原子链系统中, 通过观察零能附近电子透射峰的个数变化判断 SSH 原子链是否具有非平庸拓扑态^[14]。另一方面, 自旋轨道耦合是物质存在非平庸拓扑相的核心和关键因素^[15,16], 并且实验上自旋轨道耦合已在一维冷原子^[17–20] 和一

* 国家自然科学基金(批准号: 11504258, 11805140)、山西省应用基础研究计划(批准号: 201601D011015, 201801D221021, 201801D221031)和山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划(批准号: 163220120-S)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: xuehaibin@tyut.edu.cn

维光子系统^[21]中实现。对于一维 SSH 原子链，当存在自旋轨道耦合作用时，即对于自旋轨道耦合 SSH 原子链，电子在胞内和胞间的跳跃将依赖于其自旋，此时，SSH 原子链存在缠绕数不同的非平庸拓扑边缘态^[22–25]。特别是，自旋轨道耦合 SSH 原子链的边缘态特性可以通过其电子自旋共振谱的非平庸频移来探测^[23]。但是，自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数的非平庸拓扑边缘态与其电子输运特性之间的关系，尤其是，如何基于电子输运特性探测其不同缠绕数的边缘态尚未被揭示。

本文将研究自旋轨道耦合 SSH 原子链的边缘态拓扑性质，以及如何基于电子输运特性探测其不同缠绕数的边缘态。研究发现，当源极入射电子的自旋被极化时，电子在零能附近的输运特性可以反映其边缘态的能谱特性；并且随着自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的耦合强度由弱到强改变，缠绕数为 2 和 1 的边缘态在零能附近的电子透射峰数目将分别从 4 个和 2 个变为 0。因此，根据上述结果建议了一种基于电子输运特性探测自旋轨道耦合 SSH 原子链边缘态拓扑性质的理论方案。

2 模型和研究方法

2.1 耦合导线的自旋轨道耦合 SSH 原子链

本文考虑自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线耦合的系统，如图 1 所示。该系统在紧束缚近似下的哈密顿量可表示为

$$H = H_{\text{SSH-SOC}} + H_L + H_R + H_T. \quad (1)$$

(1) 式右边的第一项 $H_{\text{SSH-SOC}}$ 为自旋轨道耦合 SSH

原子链的哈密顿量：

$$\begin{aligned} & H_{\text{SSH-SOC}} \\ &= \sum_{\sigma} \sum_{n=1}^N v \left(d_{n,A,\sigma}^\dagger d_{n,B,\sigma} + \text{H.c.} \right) \\ &+ \sum_{\sigma} \sum_{n=1}^{N-1} w \left(d_{n,B,\sigma}^\dagger d_{n+1,A,\sigma} + \text{H.c.} \right) \\ &+ \sum_{\sigma} \sum_{n=1}^N \lambda_v \left(d_{n,A,\sigma}^\dagger d_{n,B,-\sigma} + \text{H.c.} \right) \\ &+ \sum_{\sigma} \sum_{n=1}^{N-1} \lambda_w \left(d_{n,B,\sigma}^\dagger d_{n+1,A,-\sigma} + \text{H.c.} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

式中， $d_{n,\beta,\sigma}^\dagger (d_{n,\beta,\sigma})$ 表示在第 n 个原胞中，在 β 原子上产生（湮灭）1 个自旋为 σ 的电子，其中， $\beta = A, B$ ， $\sigma = \uparrow, \downarrow$ ； v 和 λ_v 分别表示胞内自旋守恒和自旋翻转的跳跃振幅； w 和 λ_w 分别表示胞间自旋守恒和自旋翻转的跳跃振幅； N 是原胞总数。

(1) 式右边第二项和第三项分别表示左、右导线的哈密顿量：

$$H_L = t_0 \sum_{j=-\infty}^{-1} \sum_{\sigma} \left(a_{j,\sigma}^\dagger a_{j-1,\sigma} + \text{H.c.} \right), \quad (3)$$

$$H_R = t_0 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\sigma} \left(a_{j,\sigma}^\dagger a_{j+1,\sigma} + \text{H.c.} \right), \quad (4)$$

式中， $a_{j,\sigma}^\dagger (a_{j,\sigma})$ 表示在导线第 j 个原子上产生（湮灭）1 个自旋为 σ 的电子， t_0 为导线上相邻原子之间的跳跃振幅。

(1) 式右边第四项表示自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右电极之间的隧穿耦合哈密顿量：

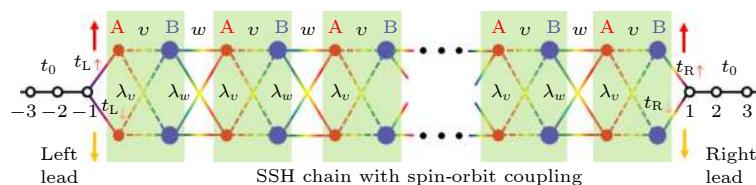


图 1 自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线耦合系统的示意图。其中，红色实心圆表示 A 原子，蓝色实心圆表示 B 原子，黑色空心圆表示导线上的原子。 t_0 表示导线上相邻原子之间的跳跃振幅， $t_{L,\sigma}$ 和 $t_{R,\sigma}$ 表示自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右电极之间自旋依赖的隧穿耦合强度。 v 和 w 分别表示胞内和胞间自旋守恒的跳跃振幅，而 λ_v 和 λ_w 则分别表示胞内和胞间自旋翻转的跳跃振幅。

Fig. 1. The schematic diagram of the SSH chain with spin-orbit coupling coupled to the left and right leads. The red filled circles denote the A atoms, the blue filled circles denote the B atoms, the black unfilled circles denote atoms on the leads. t_0 describes the hopping amplitude between two adjacent atoms on the leads. $t_{L,\sigma}$ and $t_{R,\sigma}$ characterize the spin-dependent tunnel coupling strengths between the SSH chain with spin-orbit coupling and the left lead, and that between the SSH chain with spin-orbit coupling and the right lead, respectively. v and w are the intra-cell and inter-cell hopping amplitudes with the spin-conserving processes, respectively. Whereas λ_v and λ_w are the intra-cell and inter-cell hopping amplitudes with the spin-flip processes, respectively.

$$H_T = \sum_{\sigma} \left(t_{L,\sigma} a_{-1,\sigma}^\dagger d_{1,A,\sigma} + t_{R,\sigma} a_{1,\sigma}^\dagger d_{N,B,\sigma} + \text{H.c.} \right), \quad (5)$$

式中, $t_{L,\sigma}$ 和 $t_{R,\sigma}$ 分别表示自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右电极之间自旋依赖的隧穿耦合强度.

2.2 电子透射率

为计算自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子透射率, 假设电子从左边的导线入射. 首先, 利用每个格点原子的瓦尼尔态将耦合左、右导线的自旋轨道耦合 SSH 原子链的波函数 $|\psi\rangle$ 表示为 [14]

$$|\psi\rangle = \sum_{j=-\infty}^{-1} \sum_{\sigma} a_{j,\sigma,k} |j, \sigma\rangle + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\sigma} a_{j,\sigma,k} |j, \sigma\rangle \\ + \sum_{n=1}^N \sum_{\sigma} (d_{n,A,\sigma,k} |n, A, \sigma\rangle + d_{n,B,\sigma,k} |n, B, \sigma\rangle), \quad (6)$$

式中, $|j, \sigma\rangle$ 和 $a_{j,\sigma,k}$ 分别表示导线上第 j 个原子的瓦尼尔态和相应的几率幅, 其中, k 为入射电子的波矢; $|n, \beta, \sigma\rangle$ 和 $d_{n,\beta,\sigma,k}$ 则分别表示在自旋 σ 的 SSH 原子链上第 n 个原胞中 β 原子的瓦尼尔态和相应的几率幅. 这里, 需要说明的是, 电极的湮灭

算符 $a_{j,\sigma}$ 和产生算符 $a_{j,\sigma}^\dagger$ 分别对应于瓦尼尔态 $|j, \sigma\rangle$ 和 $|j, \sigma\rangle$, 相应地, 自旋轨道耦合 SSH 原子链的湮灭算符 $d_{n,\beta,\sigma}$ 和产生算符 $d_{n,\beta,\sigma}^\dagger$ 分别对应于瓦尼尔态 $|n, \beta, \sigma\rangle$ 和 $|n, \beta, \sigma\rangle$.

其次, 将耦合导线的自旋轨道耦合 SSH 原子链的哈密顿量 (1) 式和其波函数 (6) 式代入定态薛定谔方程 $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$, 并比较方程两边瓦尼尔态的系数可得:

$$Ea_{-1,\sigma,k} = t_0 a_{-2,\sigma,k} + t_{L,\sigma} d_{1,A,\sigma,k}, \quad (7)$$

$$Ea_{1,\sigma,k} = t_0 a_{2,\sigma,k} + t_{R,\sigma} d_{N,B,\sigma,k}, \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} a_{1,\uparrow,k} \\ a_{1,\downarrow,k} \\ d_{N,B,\uparrow,k} \\ d_{N,B,\downarrow,k} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{\text{total}} \begin{pmatrix} d_{1,A,\uparrow,k} \\ d_{1,A,\downarrow,k} \\ a_{-1,\uparrow,k} \\ a_{-1,\downarrow,k} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

式中, $\mathbf{T}_{\text{total}} = \mathbf{M}_R (\mathbf{M}_v \mathbf{M}_w)^{N-1} \mathbf{M}_L$, 其中,

$$\mathbf{M}_R = \begin{pmatrix} \frac{E}{t_{R,\uparrow}} & 0 & -\frac{v}{t_{R,\uparrow}} & -\frac{\lambda_v}{t_{R,\uparrow}} \\ 0 & \frac{E}{t_{R,\downarrow}} & -\frac{\lambda_v}{t_{R,\downarrow}} & -\frac{v}{t_{R,\downarrow}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_v = \begin{pmatrix} \frac{vE}{v^2 - \lambda_v^2} & -\frac{\lambda_v E}{v^2 - \lambda_v^2} & -\frac{vw - \lambda_v \lambda_w}{v^2 - \lambda_v^2} & -\frac{v\lambda_w - w\lambda_v}{v^2 - \lambda_v^2} \\ \frac{\lambda_v E}{\lambda_v^2 - v^2} & -\frac{vE}{\lambda_v^2 - v^2} & -\frac{w\lambda_v - v\lambda_w}{\lambda_v^2 - v^2} & -\frac{\lambda_v \lambda_w - vw}{\lambda_v^2 - v^2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_w = \begin{pmatrix} \frac{wE}{w^2 - \lambda_w^2} & -\frac{\lambda_w E}{w^2 - \lambda_w^2} & -\frac{vw - \lambda_v \lambda_w}{w^2 - \lambda_w^2} & -\frac{w\lambda_v - v\lambda_w}{w^2 - \lambda_w^2} \\ \frac{\lambda_w E}{\lambda_w^2 - w^2} & -\frac{wE}{\lambda_w^2 - w^2} & -\frac{v\lambda_w - w\lambda_v}{\lambda_w^2 - w^2} & -\frac{\lambda_v \lambda_w - vw}{\lambda_w^2 - w^2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} \frac{vE}{v^2 - \lambda_v^2} & -\frac{\lambda_v E}{v^2 - \lambda_v^2} & -\frac{vt_{L,\uparrow}}{v^2 - \lambda_v^2} & \frac{\lambda_v t_{L,\downarrow}}{v^2 - \lambda_v^2} \\ \frac{\lambda_v E}{\lambda_v^2 - v^2} & -\frac{vE}{\lambda_v^2 - v^2} & -\frac{\lambda_v t_{L,\uparrow}}{\lambda_v^2 - v^2} & \frac{vt_{L,\downarrow}}{\lambda_v^2 - v^2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

这里, (9) 式的推导使用了传输矩阵的方法.

最后, 为方便计算透射率, 将晶格常数 a 和导线上相邻原子之间的跳跃振幅 t_0 取为 1, 并将左、右导线上第 j 个原子的几率幅展成平面波的形式:

$$\begin{cases} a_{j,\sigma,k} = c_\sigma e^{ikj} + r_\sigma e^{-ikj}, & j \leq -1, \\ a_{j,\sigma,k} = t_\sigma e^{ikj}, & j \geq 1, \end{cases} \quad (14)$$

式中, c_σ , r_σ 和 t_σ 分别表示自旋为 σ 电子的入射、反射和透射振幅, 且 $|c_\uparrow|^2 + |c_\downarrow|^2 = 1$. 当入射电子

的自旋未被极化时, $c_\uparrow = c_\downarrow = \sqrt{2}/2$. 将 (14) 式代入 (7) 式—(9) 式中, 将 r_\uparrow , r_\downarrow , $d_{1,A,\uparrow,k}$, $d_{1,A,\downarrow,k}$, $d_{N,B,\uparrow,k}$, $d_{N,B,\downarrow,k}$, t_\uparrow 和 t_\downarrow 看作 8 个未知数, 可以求解出 t_\uparrow 和 t_\downarrow 的数值. 相应地, 电子的透射率可以表示为

$$T = |t_\uparrow|^2 + |t_\downarrow|^2. \quad (15)$$

3 结果与讨论

3.1 自旋轨道耦合 SSH 原子链的非平庸拓扑边缘态

通常一个系统的拓扑性质可用缠绕数、Berry 相位等描述 [26,27]. 这里, 采用缠绕数描述自旋轨道耦合 SSH 原子链的拓扑性质. 利用周期性边界条件: $d_{n+1,\beta,\sigma} = d_{n,\beta,\sigma}$, 通过分离傅里叶变换, 将自旋轨道耦合 SSH 原子链的哈密顿量 $H_{\text{SSH-SOC}}$ 变换到动量空间 $H_{\text{SSH-SOC}} = \sum_k \psi_k^\dagger \mathbf{H}_{\text{SSH-SOC}}(k) \psi_k$, 其中, $\psi_k = (d_{A,\uparrow,k}, d_{A,\downarrow,k}, d_{B,\uparrow,k}, d_{B,\downarrow,k})^T$, 对应的基矢为: $|\beta, \sigma\rangle$, 其中, $\beta = A, B$, $\sigma = \uparrow, \downarrow$. $\mathbf{H}_{\text{SSH-SOC}}(k)$ 是一个块非对角矩阵, 其可表示为

$$\mathbf{H}_{\text{SSH-SOC}}(k) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{F}_k \\ \mathbf{F}_k^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

其中

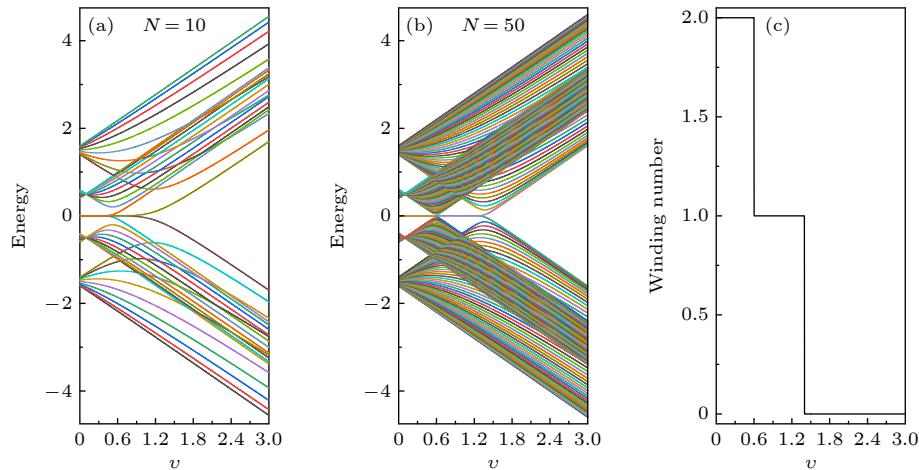


图 2 (a) 原胞数目为 10 的自旋轨道耦合 SSH 原子链的能谱图; (b) 原胞数目为 50 的自旋轨道耦合 SSH 原子链的能谱图; (c) 自旋轨道耦合 SSH 原子链的缠绕数随着胞内自旋守恒跳跃振幅 v 的变化图. 自旋轨道耦合 SSH 原子链的参数选取为: $w = 1.0$, $\lambda_v = 0.1$ 和 $\lambda_w = 0.5$

Fig. 2. (a), (b) The energy spectrum of the SSH chain with spin-orbit coupling for $N = 10$ and $N = 50$, respectively; (c) the winding number of the SSH chain with spin-orbit coupling as a function of the intra-cell hopping amplitude with the spin-conserving process v . The parameters of the SSH chain with spin-orbit coupling are chosen as $w = 1.0$, $\lambda_v = 0.1$ and $\lambda_w = 0.5$.

$$\mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} v + w e^{ik} & \lambda_v + \lambda_w e^{ik} \\ \lambda_v + \lambda_w e^{ik} & v + w e^{ik} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

由缠绕数的定义 [25,26,28], 可以得到自旋轨道耦合 SSH 原子链的缠绕数为:

$$W_{\text{SSH-SOC}} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi i} \frac{d \ln |\mathbf{F}_k|}{dk} = \begin{cases} 2, & 0 < v < 1 - |\lambda_v - \lambda_w|, \\ 1, & 1 - |\lambda_v - \lambda_w| < v < 1 + |\lambda_v - \lambda_w|, \\ 0, & v > 1 + |\lambda_v - \lambda_w|. \end{cases} \quad (18)$$

由 (18) 式可知, 缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}}$ 从 2 到 1 和从 1 到 0 的相变分别发生在 $v = 1 - |\lambda_v - \lambda_w|$ 和 $v = 1 + |\lambda_v - \lambda_w|$ 处. 对于胞内和胞间无自旋翻转跳跃过程的情形, 即 $\lambda_v = \lambda_w = 0$, 相应的缠绕数 W_{SSH} 仅可能取 1 和 0. 因此, 当胞内和胞间的电子跳跃含有自旋翻转过程时, 即 $\lambda_v \neq 0$ 和 $\lambda_w \neq 0$, 其系统的非平庸拓扑边缘态类型会更加丰富 [22–25].

下面, 讨论自旋轨道耦合 SSH 原子链的缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}}$ 与其非平庸拓扑边缘态的关系. 为方便讨论, 在本文中, 将胞间自旋守恒的跳跃振幅选取为能量单位, 即 $w = 1.0$, 自旋轨道耦合 SSH 原子链的其他参数选取为: $\lambda_v = 0.1$, $\lambda_w = 0.5$. 在图 2(a), (b) 中, 给出了原胞数 $N = 10$ 和 $N = 50$ 的能谱图, 发现缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的区域对应于自旋轨道耦合 SSH 原子链具有四重简并的零能本征

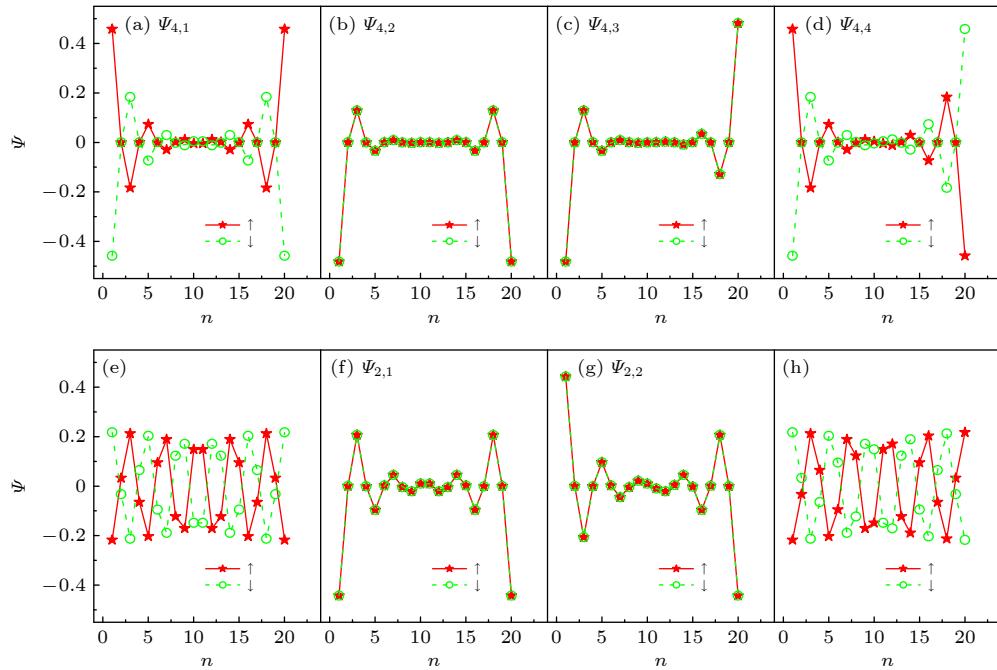


图 3 自旋轨道耦合 SSH 原子链的本征值在 4 个零能附近的本征态波函数在每个原子上的几率幅分布图 (a)–(d) $v = 0.3$; (e)–(h) $v = 0.6$, 自旋轨道耦合 SSH 原子链的其他参数选取为 $w = 1.0$, $\lambda_v = 0.1$, $\lambda_w = 0.5$, $N = 10$

Fig. 3. (a)–(d) The distribution of probability amplitudes of the wave functions of the four nearly zero-energy eigenstates of the SSH chain with spin-orbit coupling: (a)–(d) $v = 0.3$; (e)–(h) $v = 0.6$. The other parameters of the SSH chain with spin-orbit coupling are chosen as $w = 1.0$, $\lambda_v = 0.1$, $\lambda_w = 0.5$ and $N = 10$.

态; 而 $W_{\text{SSH-SOC}} = 1$ 的区域对应于该系统具有二重简并的零能本征态. 尤其是, 原胞数越大, 其四重、二重简并的零能本征态区域 (v 的取值范围) 越接近于 (18) 式给出的范围, 如图 2(c) 所示. 但是当 $W_{\text{SSH-SOC}} = 0$ 时, 自旋轨道耦合 SSH 原子链没有零能本征态.

为进一步确定零能本征态就是零能边缘态, 这里, 以原胞数 $N = 10$ 的自旋轨道耦合 SSH 原子链为例说明. 图 3 给出了最靠近零能的 4 个本征态波函数在每个原子上的几率幅分布情况. 对于四重简并的零能本征态, 例如, $v = 0.3$, 4 个零能本征态的波函数 $\psi_{4,1}$, $\psi_{4,2}$, $\psi_{4,3}$, $\psi_{4,4}$ 在自旋轨道耦合 SSH 原子链最左边 (第 1 个) 和最右边 (最后 1 个) 的几率幅 (绝对值) 最大, 并且其几率幅从两端向中间的原子位置快速衰减, 此即边缘态的典型特征, 如图 3(a)–图 3(d) 所示. 另外, 对于二重简并的零能本征态, 例如, $v = 0.6$, 2 个零能本征态的波函数 $\psi_{2,1}$, $\psi_{2,2}$ 在各原子上的几率幅分布同样具有边缘态的特性, 如图 3(f) 和图 3(g) 所示. 因此, 缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的区域对应于自旋轨道耦合 SSH 原子链的四重简并边缘态; 而 $W_{\text{SSH-SOC}} = 1$ 的区域对应于该系统的二重简并边缘态^[25,28]. 下面, 从电子

输运的角度, 讨论如何区分自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数的边缘态.

3.2 入射电子的自旋极化率对电子透射率的影响

为了探寻自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数边缘态对其电子输运的依赖关系, 首先, 研究入射电子的自旋极化率对零能附近电子输运特性的影响. 为方便讨论, 假设左、右导线与自旋轨道耦合 SSH 原子链之间的隧穿耦合仅依赖于传导电子的自旋极化率并且强度相同, 即 $t_{L,\uparrow} = t_{L,\downarrow} = t_L$, $t_{R,\uparrow} = t_{R,\downarrow} = t_R$, $t_L = t_R$. 考虑 3 种情况: 1) 自旋极化率为零, 即 $|c_{\uparrow}|^2 = |c_{\downarrow}|^2 = 0.50$; 2) 自旋极化率为 0.50, 即 $|c_{\uparrow}|^2 = 0.75$, $|c_{\downarrow}|^2 = 0.25$; 3) 纯自旋流, 即 $|c_{\uparrow}|^2 = 1.00$, $|c_{\downarrow}|^2 = 0$.

当入射电子的自旋没有被极化时, 对于缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的四重简并边缘态情形, 例如, $v = 0.3$, $t_L = t_R = 0.0005$, 和缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 1$ 的二重简并边缘态情形, 例如, $v = 0.6$, $t_L = t_R = 0.005$, 在零能附近, 均观察到 2 个电子共振透射峰, 如图 4(a) 和图 4(b) 的实线所示. 虽然这 2 个电子透射峰对应的能量位置能够与自旋轨道耦合 SSH

原子链最靠近零能的 2 个能级一一对应, 如图 5(a) 和图 5(b) 所示。但是, 对于有限长的自旋轨道耦合 SSH 原子链, 其缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的四重简并

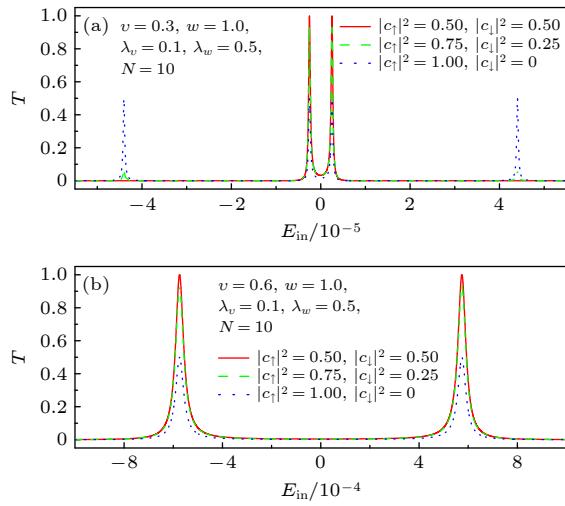


图 4 自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子透射率在不同自旋极化率情形下随入射电子能量的变化 (a) $v = 0.3$; (b) $v = 0.6$, 其他参数与图 3 相同

Fig. 4. The transmission probabilities of the SSH chain with spin-orbit coupling as a function of the energy of incident electron for the different spin polarizations of left lead: (a) $v = 0.3$; (b) $v = 0.6$. The other parameters are the same as Fig. 3.

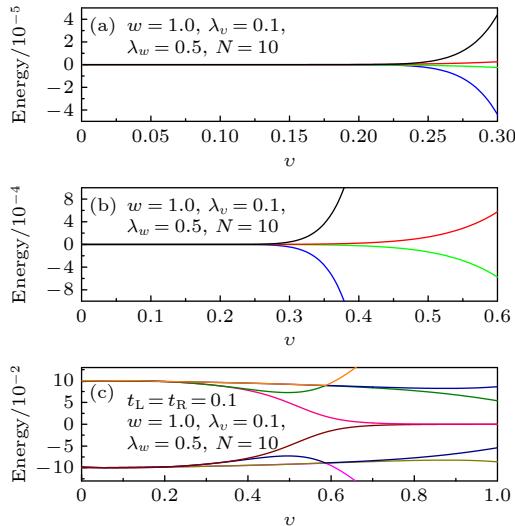


图 5 (a), (b) 自旋轨道耦合 SSH 原子链在零能级附近的能谱图; (c) 自旋轨道耦合 SSH 原子链与左导线原子 $j = -1$, 右导线原子 $j = 1$ 耦合的系统在零能级附近的能谱图, $t_L = t_R = 0.1$, 其他参数与图 3 相同。

Fig. 5. (a) and (b) Energy spectrum of the SSH chain with spin-orbit coupling in the vicinity of the zero energy; (c) energy spectrum of the SSH chain with spin-orbit coupling coupled to the atom of the left lead $j = -1$ and that of the right lead $j = 1$ in the vicinity of the zero energy, where $t_L = t_R = 0.1$. The other parameters are the same as Fig. 3.

边缘态对应于零能附近的 4 条能级, 如图 5(a) 所示。因此, 当左导线入射电子的自旋没有被极化时, 自旋轨道耦合 SSH 原子链在零能附近的电子输运特性不能用于分辨其不同缠绕数的边缘态。

对于入射电子自旋被极化的情形, 在缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的四重简并边缘态区域, 观察到 4 个电子共振峰, 如图 4(a) 中的虚线和点线所示; 而在缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 1$ 的二重简并边缘态区域, 观察到 2 个电子共振透射峰, 如图 4(b) 中的虚线和点线所示。但是, 电子共振透射峰的峰值依赖于入射电子的自旋极化率。例如, 随着入射电子自旋极化率的增加, 最靠近零能的 2 个透射峰的峰值在减小。相应地, 缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的四重简并边缘态的其他 2 个透射峰的峰值在增加。特别地, 当入射电子自旋被完全极化时, 边缘态对应的透射峰的峰值均为 0.5, 如图 4 中的点线所示。

因此, 基于自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子输运特性, 探测其不同缠绕数边缘态时, 入射电子的自旋极化率不能为零, 即源极左导线选取为自旋极化的铁磁电极。在后续的讨论中, 选取自旋极化率为 0.50, 即 $|c_{\uparrow}|^2 = 0.75$, $|c_{\downarrow}|^2 = 0.25$ 。

3.3 自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数的边缘态探测

基于电子输运性质探测自旋轨道耦合 SSH 原子链的不同缠绕数边缘态, 需要研究与其边缘态关联的电子输运特性随着外界可调物理量的变化。这里, 选取自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的隧穿耦合强度 t_L 和 t_R 为可调变量, 研究与自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数边缘态相关联的电子透射率特性。

当自旋轨道耦合 SSH 原子链具有缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 2$ 的四重简并边缘态 ($v = 0.3$) 时, 对于自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的弱耦合情形, 例如, $t_L = t_R = 0.0002$, 在零能附近可以观察到 4 个电子透射峰, 如图 6(a) 的实线所示。随着 t_L 和 t_R 数值的逐渐增大, 最靠近零能的 2 个峰值较高的透射峰先被展宽, 如图 6(a) 的点线所示; 然后, 演化为 1 个较宽的透射峰, 如图 6(b) 的实线所示。但是, 其他 2 个透射峰的峰值几乎不变, 如图 6(a) 所示。当 t_L 和 t_R 数值继续增大时, 这个较宽的透射峰将被继续展宽, 最后与外侧 2 个透射峰一起, 演变成 1 个更大峰宽的透射峰, 直至完

全消失, 如图 6(b) 所示。对于缠绕数 $W_{\text{SSH-SOC}} = 1$ 的二重简并边缘态 ($v = 0.6$) 的情形, 当 t_L 和 t_R 的数值较小时, 例如, $t_L = t_R = 0.002$, 入射电子在零能附近出现 2 个透射峰, 如图 7(a) 的实线所示。同样, 这 2 个透射峰将随着 t_L 和 t_R 数值的增大, 先由 2 个峰逐步演化为 1 个较宽的透射峰, 如图 7(b) 的点画线和图 7(c) 的实线所示。然后, 这个较宽的透射峰在 t_L 和 t_R 数值增大到某一临界值时消失, 如图 7(c) 的点画线所示。下面, 讨论自旋轨道耦合 SSH 原子链在零能附近电子输运特性的物理机制。

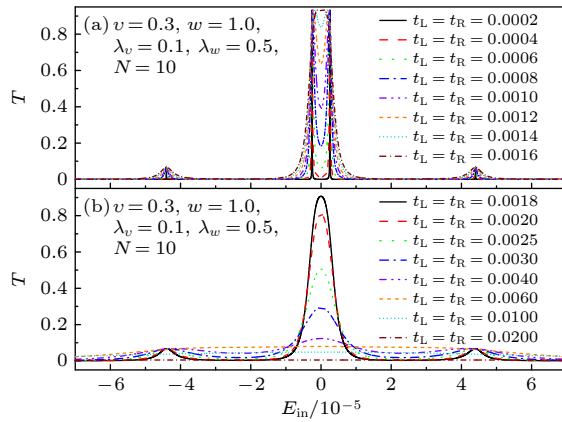


图 6 自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子透射率在不同隧穿耦合强度下随入射电子能量的变化, $v = 0.3$, 其他参数与图 3 相同

Fig. 6. The transmission probabilities of the SSH chain with spin-orbit coupling as a function of the energy of incident electron for different strengths of tunneling coupling, $v = 0.3$. The other parameters are the same as Fig. 3.

对于自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线耦合的情形, 其能级结构将受到电子在导线和自旋轨道耦合 SSH 原子链之间隧穿耦合强度 t_L 和 t_R 的影响。因而, 隧穿耦合强度 t_L 和 t_R 的大小将影响自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子输运特性。当 t_L 和 t_R 的数值较小时, 自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线处于弱耦合区域, 此时, 电子隧穿过程对自旋轨道耦合 SSH 原子链的能级结构影响较小。因此, 在零能附近, 边缘态透射峰对应的能量位置与自旋轨道耦合 SSH 原子链的能级一一对应, 如图 5(a) 和图 5(b) 所示。但是, 当 t_L 和 t_R 的数值增大到某一值时, 自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的强电子隧穿过程将对其能级结构产生不可忽略的影响。这里, 通过自旋轨道耦合 SSH 原子链与其最近邻的左导线原子 $j = -1$ 和右导线原子 $j = 1$ 耦合的系统, 定性模拟自旋轨道耦合 SSH

原子链在其与左、右导线强耦合情形下的能级结构。由图 5(c) 可知, 当 $v = 0.3$ 和 $v = 0.6$ 时, 在零能附近, 均没有能级存在。因此, 当 t_L 和 t_R 的数值增大到某一临界值 (大小依赖于 v) 时, 电子在零能附近的透射峰全部消失, 如图 6(b) 和图 7(c) 所示。

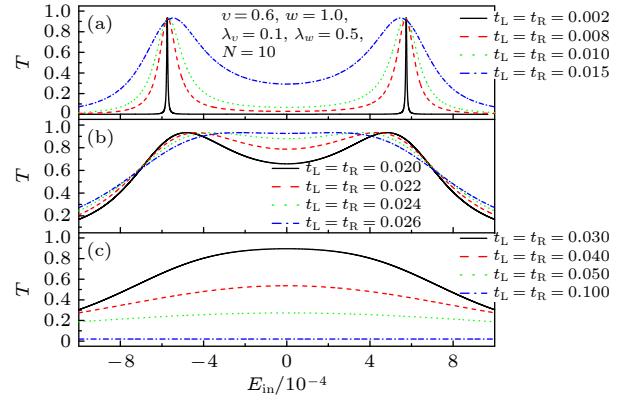


图 7 自旋轨道耦合 SSH 原子链的电子透射率在不同隧穿耦合强度下随入射电子能量的变化, $v = 0.6$, 其他参数与图 3 相同

Fig. 7. The transmission probabilities of the SSH chain with spin-orbit coupling as a function of the energy of incident electron for different strengths of tunneling coupling, $v = 0.6$. The other parameters are the same as Fig. 3.

因此, 可以通过调节左、右导线与自旋轨道耦合 SSH 原子链的隧穿耦合强度 t_L 和 t_R , 观察入射电子在零能附近电子透射峰的数目变化, 从而确定自旋轨道耦合 SSH 原子链的边缘态缠绕数。

4 结 论

本文研究了自旋轨道耦合 SSH 原子链的非平庸拓扑边缘态性质, 并基于零能附近的电子输运特性探测其不同缠绕数边缘态的可行方案。发现自旋轨道耦合 SSH 原子链的边缘态具有四重或二重简并度, 相应的缠绕数分别为 2 和 1。特别是, 对于入射电子自旋被极化的情形, 即源极 (左导线) 为铁磁电极时, 将自旋轨道耦合 SSH 原子链与左、右导线之间的耦合强度由弱到强的改变, 通过观察零能附近电子共振透射峰的数目变化, 可以探测自旋轨道耦合 SSH 原子链不同缠绕数的边缘态。例如, 缠绕数为 2 的四重简并边缘态的透射峰数目由 4 变为 0, 而缠绕数为 1 的二重简并边缘态的透射峰数目由 2 变为 0。因此, 自旋轨道耦合 SSH 原子链的上述电子输运特性为探测其不同缠绕数的边缘态提供了一种可选择的理论方案。

参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 1698
- [3] Saei Ghareh Naz E, Fulga I C, Ma L, Schmidt O G, van den Brink J 2018 *Phys. Rev. A* **98** 033830
- [4] Wang Y, Lu Y H, Mei F, Gao J, Li Z M, Tang H, Zhu S L, Jia S T, Jin X M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 193903
- [5] Atala M, Aidelsburger M, Barreiro J T, Abanin D, Kitagawa T, Demler E, Bloch I 2013 *Nat. Phys.* **9** 795
- [6] Xie D Z, Gou W, Xiao T, Gadway B, Yan B 2019 *NPJ Quantum Inf.* **5** 55
- [7] Drost R, Ojanen T, Harju A, Liljeroth P 2017 *Nat. Phys.* **13** 668
- [8] Huda M N, Kezilebieke S, Ojanen T, Drost R, Liljeroth P 2020 *NPJ Quantum Mater.* **5** 17
- [9] Poshakinskiy A V, Poddubny A N, Hafezi M 2015 *Phys. Rev. A* **91** 043830
- [10] Hafezi M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 210405
- [11] Petráček J, Kuzmiak V 2020 *Phys. Rev. A* **101** 033805
- [12] Dong B, Lei X L 2018 *Ann. Phys.* **396** 245
- [13] Böhling S, Engelhardt G, Platero G, Schaller G 2018 *Phys. Rev. B* **98** 035132
- [14] Zhang L Y, Xue H B, Chen B, Chen J B, Xing L L 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 077301 (in Chinese) [张蓝云, 薛海斌, 陈彬, 陈建宾, 邢丽丽 2020 物理学报 **69** 077301]
- [15] Tewari S, Sau D J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 150408
- [16] Manchon A, Koo H C, Nitta J, Frolov S M, Duine R A 2015 *Nat. Mater.* **14** 871
- [17] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [18] Wang P, Yu Z Q, Fu Z, Miao J, Huang L, Chai S, Zhai H, Zhang J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095301
- [19] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095302
- [20] Galitski V, Spielman I B 2013 *Nature* **494** 49
- [21] Whittaker C E, Cancellieri E, Walker P M, Royall B, Rodriguez L E T, Clarke E, Whittaker D M, Schomerus H, Skolnick M S, Krizhanovskii D N 2019 *Phys. Rev. B* **99** 081402(R)
- [22] Bahari M, Hosseini M V 2016 *Phys. Rev. B* **94** 125119
- [23] Yao Y, Sato M, Nakamura T, Furukawa N, Oshikawa M 2017 *Phys. Rev. B* **96** 205424
- [24] Ahmadi N, Abouie J, Baeriswyl D 2020 *Phys. Rev. B* **101** 195117
- [25] Bahari M, Hosseini M V 2020 *Physica E* **119** 113973
- [26] Asbóth J K, Oroszlány L, Pályi A 2016 *A Short Course on Topological Insulators* (Budapest: Springer) pp1–44
- [27] Shen S Q 2017 *Topological Insulators* 2 nd ed. (Singapore: Springer) pp51–79
- [28] Wakatsuki R, Ezawa M, Tanaka Y, Nagaosa N 2014 *Phys. Rev. B* **90** 014505

Electron transport through Su-Schrieffer-Heeger chain with spin-orbit coupling*

Xue Hai-Bin^{1)2)†} Duan Zhi-Lei¹⁾²⁾ Chen Bin²⁾

Chen Jian-Bin²⁾ Xing Li-Li²⁾

1) (*Key Laboratory of Interface Science and Engineering in Advanced Materials of Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

2) (*College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

(Received 20 October 2020; revised manuscript received 7 December 2020)

Abstract

In the Su-Schrieffer-Heeger (SSH) chain, the nontrivial topological edge states will have different winding numbers when the intra-cell and inter-cell hopping amplitudes are spin-dependent ones. Consequently, how to detect the edge states with different winding numbers theoretically and experimentally has become one of important topics in condensed matter physics. In this paper, in the framework of the tight-binding approximation, we study the topological properties and the electron transport properties of the edge states of the SSH chain with the spin-orbit coupling. It is demonstrated that the winding numbers of the quadruple-degenerate and twofold-degenerate edge states are two and one, respectively. Importantly, the electron transport properties in the vicinity of the zero energy can characterize the energy spectra of the edge states, when the spin-polarized electrons tunnel into the SSH chain from the source lead, namely, the source lead is a ferromagnetic one. With increasing the tunneling coupling strengths between the SSH chain and the two leads from the weak coupling regime to the strong coupling one, the number of transmission resonance peaks of the quadruple-degenerate with the winding numbers being two and twofold-degenerate edge states with the winding numbers being one will be reduced by four and two, respectively. In other words, the transmission resonance peaks related to the edge states will disappear when the SSH chain is strongly coupled to the two leads. Therefore, these results suggest an alternative way of detecting the nontrivial topological ones with different winding numbers by changing the number of transmission resonance peaks of edge states.

Keywords: edge states, Su-Schrieffer-Heeger chain, spin-orbit coupling, transmission probability

PACS: 73.23.-b, 73.20.-r, 71.70.Ej, 74.25.Jb

DOI: [10.7498/aps.70.20201742](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201742)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11504258, 11805140), the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant Nos. 201601D011015, 201801D221021, 201801D221031), and the Program for the Outstanding Innovative Teams of Higher Learning Institutions of Shanxi Province, China (Grant No. 163220120-S).

† Corresponding author. E-mail: xuehaibin@tyut.edu.cn