



## 椭圆波束对非均匀手征分层粒子的俘获特性研究

白靖 葛城显 何浪 刘轩 吴振森

### Analysis of trapping force exerted on multi-layered chiral sphere induced by laser sheet

Bai Jing Ge Cheng-Xian He Lang Liu Xuan Wu Zhen-Sen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 104208 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212284

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212284>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 轴向多光阱微粒捕获与实时直接观测技术

Axial multi-particle trapping and real-time direct observation

物理学报. 2018, 67(13): 138701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180460>

#### 手征马约拉纳费米子

Chiral Majorana fermion

物理学报. 2020, 69(11): 117302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534>

#### 多层嵌套掠入射光学系统研制及在轨性能评价

Development and in-orbit performance evaluation of multi-layered nested grazing incidence optics

物理学报. 2020, 69(3): 030702 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191446>

#### 混合手征活性粒子在时间延迟反馈下的扩散和分离

Diffusion and separation of binary mixtures of chiral active particles driven by time-delayed feedback

物理学报. 2020, 69(22): 220501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200505>

#### 飞秒激光场中原子所受光学偶极力研究

Atom-subjected optical dipole force exerted by femtosecond laser field

物理学报. 2019, 68(3): 033701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182016>

#### 层状手性拓扑磁材料 $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$ 的磁学特性

Magnetic properties of layered chiral topological magnetic material  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$

物理学报. 2020, 69(11): 117501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200007>

## 椭圆波束对非均匀手征分层粒子的俘获特性研究\*

白靖<sup>1)†</sup> 葛城显<sup>2)</sup> 何浪<sup>1)</sup> 刘轩<sup>1)</sup> 吴振森<sup>3)</sup>

1) (西安邮电大学电子工程学院, 西安 710121)

2) (中国电子科技集团公司第三十九研究所, 西安 710065)

3) (西安电子科技大学物理与光电工程学院, 西安 710071)

(2021年12月10日收到; 2022年4月22日收到修改稿)

非均匀手征分层粒子的俘获特性研究在化学工程、生物医药、光镊、微纳米加工等领域都有着重要的应用. 为了有效地俘获及操控手征分层球形粒子, 本文对椭圆高斯波束照射下手征分层球形粒子的辐射俘获力展开研究. 从广义米理论出发, 将入射椭圆高斯波束用矢量球谐函数展开, 根据波束散射理论及电磁场动量守恒定理, 得出椭圆高斯波束对手征分层球形粒子辐射俘获力的级数表达式, 并对椭圆高斯波束入射分层手征细胞时的轴向及横向俘获力进行了数值模拟, 讨论了手征参数、极化状态、束腰宽度、损耗以及最外层厚度对俘获情况的影响. 研究表明: 手征参数的引入会降低非均匀手征粒子的轴向俘获特性, 但是选择合适的极化态入射时, 可以有效地实现对非均匀手征粒子的稳定俘获. 对于内层损耗小的手征多层球形粒子, 当内层折射率大于最外层时, 最外层厚度大的非均匀手征粒子在光轴上更容易俘获; 反之内层折射率小于最外层时, 最外层厚度小的粒子在光轴上有更强的束缚; 同时与传统圆高斯波束相比, 椭圆高斯波束的强会聚性更容易实现对非均匀手征分层细胞的三维俘获, 具有良好的应用前景.

关键词: 辐射俘获力, 椭圆波束, 分层手征细胞, 光镊

PACS: 42.50.Wk, 87.80.Cc, 42.55.Ah

DOI: 10.7498/aps.71.20212284

## 1 引言

自从1970年Ashkin<sup>[1,2]</sup>报道了激光束对粒子的加速和俘获以来, 光镊技术就因其可以实现对活体样品非接触无损伤的俘获和操纵, 而在物理学、生物学、流体力学等领域引起了广泛的关注. 为了更好地设计光学俘获系统、理解光镊技术的物理本质, 许多学者对高斯波束照射下均匀球形粒子的辐射俘获力展开研究, 并针对粒子尺寸参数的影响提出了各种不同的计算方法. 对于尺寸远小于入射波长的粒子, 瑞利偶极子方法<sup>[3]</sup>被用来计算作用在粒子上的俘获力. 相反地, 几何光学方法<sup>[4]</sup>适用于计算粒子尺寸远大于入射波长的情况. 对于尺寸和入

射波长相当的粒子, 偶极子和几何光学方法将不再适用. 为此, Wu等<sup>[4]</sup>、Ren等<sup>[5]</sup>与Lock<sup>[6]</sup>从Maxwell方程的严格解析解出发, 提出了广义米理论来研究波束与粒子间的相互作用, 并对波形因子的描述给出了详细的讨论<sup>[7,8]</sup>. 然而, 上述文献主要研究作用在均匀介质球上的俘获力, 实验中大多数单核细胞, 例如大肠杆菌、红血细胞、神经细胞和配偶子均可以采用分层球形粒子为模型进行理论分析<sup>[9,10]</sup>, 可见对多层球的俘获力研究在移动、分选及操纵生物大分子上有着深远影响. 许多学者对涂覆多层球的相互作用展开过研究<sup>[11-14]</sup>, Bohren与Huffman<sup>[15]</sup>和Kerker<sup>[16]</sup>最早基于米理论得到了多层球散射系数的解析表达式. Wu与Wang<sup>[17]</sup>, Li与Wu<sup>[18]</sup>分别对多层球散射系数的数值算法提出改进, 解决了

\* 国家自然科学基金(批准号: 62001377)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jbaiyoudian@163.com

程序中瑞卡提-贝塞尔函数递归引起的误差. Chen 等<sup>[19]</sup>与 Yu<sup>[20]</sup>等把广义米理论扩展到波束对多层球的散射研究中并对散射振幅和辐射压力截面进行了讨论. Shore<sup>[21]</sup>以电磁波理论和微粒极化原理为基础,分析了任意层数大尺寸粒子的远场散射特性. 汪海宾等<sup>[22]</sup>讨论了不同吸收情况的多层球形粒子在聚焦高斯波束中的声辐射力影响. 然而,以上提到的内容大多只涉及波束与各向同性分层介质的相互作用研究.

近年来随着材料技术不断进步,各种新型电磁介质成为许多学者的研究热点. 手征介质更是凭借其独特的性能在燃料燃烧、化学工程、遥感通信及生物医药等领域<sup>[23,24]</sup>得到了广泛的应用. 而非均匀手征介质球形微粒的操控特性就是新型手征材料研究的一个重要方向. 除了大量基于 T 矩阵、矩量法、FDFD 和 FDTD 等数值方法研究以外<sup>[25-27]</sup>,解析方法凭借精确解的优势,使得许多学者对非均匀手征分层球的散射特性开展研究. 国外学者较早地开展了有关非均匀手征介质粒子散射的解析理论研究. 1993 年, Cooray 与 Ciric<sup>[28]</sup>基于分离变量法推导出分层手征粒子的散射振幅矩阵,数值分析了不同尺寸球粒子的散射特性. 1994 年, Ermutlu 与 Sihvola<sup>[25]</sup>获得了双层手征介质球散射的内场和外场表达式. 1999 年, Jaggrad 与 Liu<sup>[29]</sup>建立了瑞卡提矩阵方程来求解多层手征球模型的散射问题. 近几年国内也有学者陆续对非均匀手征介质粒子展开研究. Yan 等<sup>[30]</sup>研究了高斯波束对涂覆手征介质柱的散射问题,但并未给出散射系数的具体解表达式. Wang 等<sup>[31]</sup>, Gao 与 Zhang<sup>[32]</sup>, Zheng 等<sup>[33]</sup>利用半解析半数值的方法,给出了波束对非均匀手征介质粒子的散射解;李乐伟等<sup>[34]</sup>提出了研究不连续多层手征介质的矩阵形式解,然而由于场展开系数用矩阵表示,在大尺寸情况下不方便进行数值计算. 为了获得更直接的表达式, Shang 等<sup>[35]</sup>研究了在轴入射高斯波束对非均匀手征介质球散射的迭代解析解,并将散射结果扩展到大尺寸手征粒子上. 然而,以上提到的内容大多只涉及平面波和圆高斯波束对手征分层粒子的散射特性影响. 对于椭圆高斯波束对非均匀手征分层球的俘获特性研究,文献很少有提及.

随着激光探测技术的不断发展,椭圆高斯波束<sup>[36,37]</sup>的概念开始在光电测量领域引起了人们极大的兴趣,例如在基于柱面波系统进行的探针检测<sup>[38,39]</sup>和粒子的虚拟声速测量<sup>[40,41]</sup>中,椭圆高斯

波束可以克服传统圆高斯波束对设备引起的误差和局限,方便测量技术的拓展及应用<sup>[42-44]</sup>. 沈建琪等<sup>[45,46]</sup>详细讨论了椭圆高斯波束对粒子的散射特性,并将椭圆高斯波束的波形因子表达式分别用一维积分简化和角谱展开方式描述,有效地加快了数值计算速度. 李应乐等<sup>[47,48]</sup>利用 Taylor 级数展开方法,研究了椭圆高斯波束对均匀各向同性粒子的散射特性,并提出椭圆波束的腰宽可以有效地改善粒子的识别性能,增强粒子的前后向散射特性. 由于对束腰宽度选取的不同,李仁先等<sup>[49,50]</sup>根据德拜级数的方法,验证了椭圆高斯波束的强会聚度可以对均匀各向同性多层球形粒子产生很大的俘获力,从而更容易实现对粒子的捕获及移动. 因此,准确地分析椭圆高斯波束作用在非均匀手征粒子上的俘获力,将有助于更好地设计光学操纵系统.

本文从广义米理论出发,对椭圆高斯波束作用下非均匀手征多层球形粒子上的俘获力展开详细地讨论. 将入射椭圆高斯波束用矢量球谐函数展开,研究了手征多层球形粒子对椭圆高斯波束散射的解析解. 应用此散射结果,结合电磁场动量守恒定理和麦克斯韦张量积分,推导出椭圆高斯波束对手征多层球粒子的横向俘获力及轴向俘获力的解析表达式,数值分析了手征参数、极化状态、束腰宽度、损耗及最外层厚度对手征多层球俘获情况的影响. 相关的理论推导均在负时谐因子  $\exp(-i\omega t)$  下展开讨论.

## 2 椭圆高斯波束对手征分层球散射的理论分析

图 1 给出了非均匀手征分层介质球对椭圆高斯波束散射的几何描述,设单色椭圆高斯波束沿  $z'$  轴入射,  $x'$  轴极化,波束中心的电场幅度为  $E_0$ ,入射波长为  $\lambda$ . 椭圆高斯波束在折射率为  $n_g$ 、磁导率为  $\mu_g$  的均匀媒质中传输,照射到半径为  $a_j$  ( $j = 1, 2, \dots, t+1$ ) 的手征分层球上,其中分层区域  $j$  内手征介质的介电常数、磁导率、手征参数分别为  $\varepsilon_j$ ,  $\mu_j$  与  $\kappa_j$ . 考虑手征多层球位于坐标系  $Oxyz$  下,且球心与坐标原点  $O$  重合,设波束中心  $O'$  在球坐标系  $Oxyz$  下的坐标为  $(x_0, y_0, z_0)$ ,以波束中心为原点建立与球坐标系  $Oxyz$  各轴相互平行的直角坐标系  $O'x'y'z'$ ,使得椭圆高斯波束的束腰半径  $w_{0x}$  平行于波束极化方向  $O'x'$  轴,  $w_{0y}$  平行于  $O'y'$  轴.

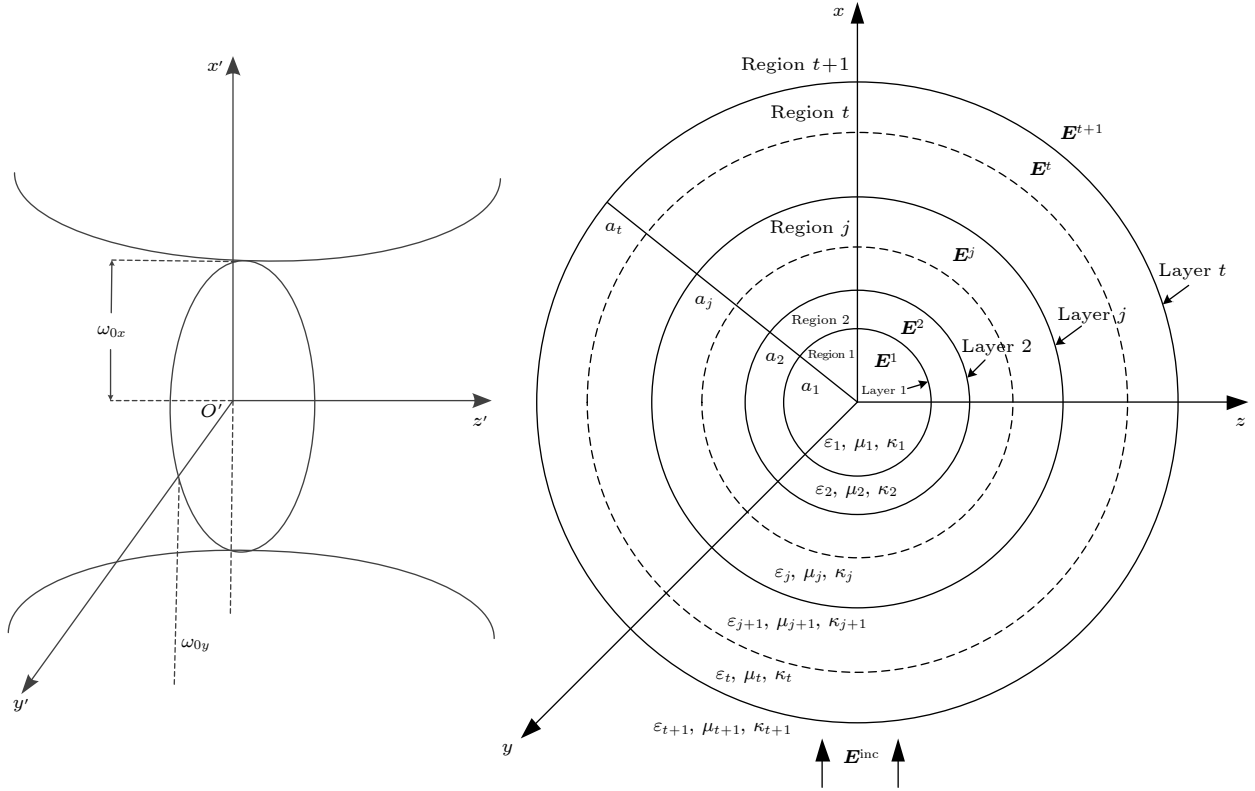


图 1 非均匀手征分层球对椭圆高斯波束散射图

Fig. 1. Geometry for scattering of a non-uniform multi-layered chiral sphere induced by laser sheet.

## 2.1 椭圆高斯波束的展开

一阶近似形式下, 椭圆高斯波束的电磁场展开式可以表示为

$$\begin{cases} E_x(x, y, z) = E_0 \psi_0^{\text{sh}} e^{ikz}, \\ E_y(x, y, z) = 0, \\ E_z(x, y, z) = -2Q_x x E_0 \psi_0^{\text{sh}} e^{ikz} / (kw_{0x}^2), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} H_x(x, y, z) = 0, \\ H_y(x, y, z) = H_0 \psi_0^{\text{sh}} e^{ikz}, \\ H_z(x, y, z) = -2Q_y y H_0 \psi_0^{\text{sh}} e^{ikz} / (kw_{0y}^2), \end{cases} \quad (2)$$

其中  $E_0$  和  $H_0$  分别为椭圆高斯波束中心的电磁场幅度;  $k$  为椭圆高斯波束在周围均匀媒质中的波数, 一阶近似函数  $\psi_0^{\text{sh}}$  可以表示为<sup>[36]</sup>

$$\psi_0^{\text{sh}} = -i\sqrt{Q_x Q_y} \exp\left(iQ_x \frac{x^2}{w_{0x}^2} + iQ_y \frac{y^2}{w_{0y}^2}\right). \quad (3)$$

式中复值函数  $Q_x$  和  $Q_y$  将影响椭圆高斯波束场的幅值及相位分布, 可以表示为  $Q_x = 1/(2z/(kw_{0x}^2) - i)$ ,  $Q_y = 1/(2z/(kw_{0y}^2) - i)$ , 其中  $w_{0x}$  和  $w_{0y}$  分别为椭圆高斯波束在  $x$  和  $y$  方向上的

束腰半径, 当  $w_{0x} = w_{0y}$  时, 椭圆高斯波束的一阶近似电磁场展开式将退化为圆高斯波束形式.

根据广义米理论, 以矢量球谐函数的正交完备性为基础, 可以得到入射椭圆高斯波束的一阶近似电磁场在坐标系  $Oxyz$  下的矢量球谐函数展开式:

$$\mathbf{E}^{\text{ip}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n E_0 \left[ A_{mn}^{\text{ip}} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) + B_{mn}^{\text{ip}} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) \right] \quad (4)$$

$$\mathbf{H}^{\text{ip}} = \frac{kE_0}{i\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n E_0 \left[ A_{mn}^{\text{ip}} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) + B_{mn}^{\text{ip}} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) \right] \quad (5)$$

其中  $A_{mn}^{\text{ip}} = C_{nm} g_{n,\text{TM}}^{-m}$  和  $B_{mn}^{\text{ip}} = iC_{nm} g_{n,\text{TE}}^{-m}$  表示入射场展开系数, 上标中  $ip$  为  $ix$ ,  $iy$ ,  $iR$  和  $iL$  时分别表示入射波为  $x$  方向极化、 $y$  方向极化、右旋圆极化和左旋圆极化的椭圆波束.  $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$  为电磁波在背景介质中的波数,  $\varepsilon$  和  $\mu$  分别为背景介质的介电常数和磁导率.

$$C_{nm} = \begin{cases} -i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}, & m \geq 0, \\ -(1)^m i^{n-1} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{2n+1}{n(n+1)}, & m < 0, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $M_{mn}^{(1)}$  和  $N_{mn}^{(1)}$  为第一类矢量球谐函数<sup>[17]</sup>;  $\omega$  为入射椭圆高斯波束的角频率;  $g_{n,\text{TM}}^-$  和  $g_{n,\text{TE}}^-$  表示负时谐因子下椭圆高斯波束的波形因子, 其表示形式可由积分法、角谱展开法、局域近似法等进行展开, 此处不做详细讨论, 具体展开形式可参考文献<sup>[45, 46, 51, 52]</sup>, 由于本文研究离轴入射强汇聚光束情况, 依据条件限制, 文中采用传统积分法对椭圆高斯波束的波形因子进行展开<sup>[52]</sup>.

## 2.2 手征分层球的散射理论

将手征分层球的散射场也按矢量球谐函数展开:

$$\mathbf{E}^s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n E_0 \left[ A_{mn}^s \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) + B_{mn}^s \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) \right], \quad (7)$$

$$\mathbf{E}^j = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_R^j) + B_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^j) - B_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^j) + B_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_L^j) - B_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_L^j) \right], \quad (10)$$

$$\mathbf{H}^j = E_0 V_j \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_R^j) + A_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_R^j) + B_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^j) - B_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^j) + B_{mn}^j \mathbf{N}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_L^j) - B_{mn}^j \mathbf{M}_{mn}^{(2)}(\mathbf{r}, k_L^j) \right], \quad (11)$$

其中  $E_0$  表示入射电场的幅值;  $V_j = (\mu_j \varepsilon_j)^{1/2} / (i\mu_j) = -i\sqrt{\varepsilon_j / \mu_j}$ ;  $A_{mn}^j$ ,  $A_{mn}^j$ ,  $B_{mn}^j$ ,  $B_{mn}^j$  为区域  $j$  内与右旋圆极化波及左旋圆极化波对应的内场展开系数. 由于最内层区域  $j=1$  内需要满足原点处场值有限, 只存在第一类球 Bessel 函数, 因此最内层区域系数满足  $A_{mn}^1 = B_{mn}^1 = 0$ .

在球外部 (区域  $t+1$  中), 电磁场表示为入射

$$\mathbf{E}^{t+1} = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + B_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) - B_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) + B_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) - B_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) \right], \quad (12)$$

$$\mathbf{H}^{t+1} = E_0 V_{t+1} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + A_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_R^{t+1}) + B_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) - B_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) + B_{mn}^{t+1} \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) - B_{mn}^{t+1} \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k_L^{t+1}) \right], \quad (13)$$

$$\mathbf{H}^s = \frac{kE_0}{i\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ A_{mn}^s \mathbf{N}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) + B_{mn}^s \mathbf{M}_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) \right], \quad (8)$$

其中  $A_{mn}^s$  和  $B_{mn}^s$  为散射场系数. 考虑手征介质中传播的电磁波可以分解为右旋和左旋圆极化波的叠加, 因此分层手征介质的内场中存在两种波数, 在分层区域  $j$  内电磁波波数为

$$k_R^j = \omega (\sqrt{\varepsilon_j \mu_j} + \kappa_j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}), \\ k_L^j = \omega (\sqrt{\varepsilon_j \mu_j} - \kappa_j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}), \quad (9)$$

其中  $\varepsilon_0$  与  $\mu_0$  为真空中介电常数与磁导率. 注意若区域  $t+1$  内手征参数  $\kappa_{t+1} = 0$ , 则表示最外层的背景介质为非手征各向同性介质. 根据 (9) 式各区域介质对应的两个等效折射率分别为  $m_R^j = \sqrt{\varepsilon_{r,j} \mu_{r,j}} + \kappa_j$  和  $m_L^j = \sqrt{\varepsilon_{r,j} \mu_{r,j}} - \kappa_j$ , 其中  $\varepsilon_{r,j} = \varepsilon_j / \varepsilon_0$  和  $\mu_{r,j} = \mu_j / \mu_0$  分别为相对介电常数和相对磁导率.

椭圆波束入射到手征分层介质球上, 利用分离变量法, 将手征分层球内部的电磁场 (区域  $j$ ,  $j=1, 2, \dots, t$ ) 也按矢量球谐函数展开<sup>[35]</sup>:

场和散射场的叠加. 入射场展开式选取第一类矢量球谐函数, 散射场展开式选取第三类矢量球谐函数. 考虑到球外背景介质仍然为手征介质 (此目的在于得出背景为手征介质情况下的一般表示方法, 当球外背景为各向同性介质时, 仅需将背景介质中手征参数退化为  $\kappa_{t+1} = 0$ , 具体形式见后文), 区域  $t+1$  中的电磁场展开形式如下:

其中  $V_{t+1} = -i\sqrt{\varepsilon_{t+1}/\mu_{t+1}}$ ; 系数  $A_{mn}^{t+1}$  和  $B_{mn}^{t+1}$  表示外部场中的入射场部分, 系数  $A_{mn}^{t+1}$  和  $B_{mn}^{t+1}$  表示外部场中的散射场部分. 可以看到外部场与内部场展开具有相似的形式, 区别在于矢量球谐函数种类不同.

根据电磁场切向分量满足的连续性边界条件, 对于手征分层介质球任意层边界面上, 区域  $j$  与区域  $j+1$  内电磁场满足:

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}^{j+1} - \mathbf{E}^j) \times \hat{r} &= 0, \\ (\mathbf{H}^{j+1} - \mathbf{H}^j) \times \hat{r} &= 0, \\ r &= a_j, \quad j = 1, 2, \dots, t. \end{aligned} \quad (14)$$

将场展开式 (10) 式、(11) 式与 (12) 式、(13) 式代入边界条件 (14) 式中, 可以得到区域  $j$  中场展开系数  $A_{mn}^j$ ,  $A'_{mn}^j$ ,  $B_{mn}^j$ ,  $B'_{mn}^j$  与区域  $j+1$  中场的展开系数  $A_{mn}^{j+1}$ ,  $A'_{mn}^{j+1}$ ,  $B_{mn}^{j+1}$ ,  $B'_{mn}^{j+1}$ .

由于每个区域内的场系数仅与其相邻区域的场系数有关, 为了计算的方便, 在区域  $j$  中引入四个中间系数  $R_{n,R}^j$ ,  $R_{n,L}^j$ ,  $L_{n,R}^j$  和  $L_{n,L}^j$ , 使得区域  $j$  中场展开系数满足如下关系:

$$\begin{aligned} A_{mn,R}^j &= R_{n,R}^j A_{mn,R}^j + R_{n,L}^j B_{mn,L}^j \\ B_{mn,L}^j &= L_{n,R}^j A_{mn,R}^j + L_{n,L}^j B_{mn,L}^j, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A_{mn,R}^j &= A_{mn}^j/m_{\text{R}}^j \quad A'_{mn,R}^j = A'_{mn}^j/m_{\text{R}}^j \\ B_{mn,L}^j &= B_{mn}^j/m_{\text{L}}^j \quad B'_{mn,L}^j = B'_{mn}^j/m_{\text{L}}^j, \end{aligned} \quad (16)$$

其中  $m_{\text{R}}^j = k_{\text{R}}^j/k_0$  与  $m_{\text{L}}^j = k_{\text{L}}^j/k_0$  分别为手征介质区域  $j$  中与右旋圆极化波及左旋圆极化波对应的相对折射率.

根据中间系数  $R_{n,R}^j$ ,  $R_{n,L}^j$ ,  $L_{n,R}^j$  和  $L_{n,L}^j$  的展开式, 通过迭代递推计算, 可以得到最外层区域  $t+1$  中系数  $R_{n,R}^{t+1}$ ,  $R_{n,L}^{t+1}$ ,  $L_{n,R}^{t+1}$ ,  $L_{n,L}^{t+1}$  的数学表达式<sup>[29]</sup>, 考虑最外层区域入射场展开系数  $A_{mn,R}^{t+1}$ ,  $B_{mn,L}^{t+1}$  已知, 因此可以通过 (15) 式获得手征分层球散射场部分的展开系数  $A_{mn,R}^{t+1}$ ,  $B_{mn,L}^{t+1}$ .

基于迭代计算方法, 区域  $j+1$  的场展开系数  $A_{mn,R}^{j+1}$ ,  $B_{mn,L}^{j+1}$  与区域  $j$  中场展开系数  $A_{mn,R}^j$ ,  $B_{mn,L}^j$  满足如下关系:

$$\begin{aligned} A_{mn,R}^j &= A_a A_{mn,R}^{j+1} + A_b B_{mn,L}^{j+1}, \\ B_{mn,L}^j &= B_a A_{mn,R}^{j+1} + B_b B_{mn,L}^{j+1}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中四个系数  $A_a$ ,  $A_b$ ,  $B_a$ ,  $B_b$  表达式分别为<sup>[35]</sup>

$$A_a = 2 \frac{\psi_n(m_{\text{R}}^{j+1} x^j)}{\chi_n(m_{\text{L}}^j x^j)} \times \frac{[D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - D_n^{(1)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j)] [F_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - S_{n,L}^j]}{[F_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - S_{n,R}^j] [F_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - S_{n,L}^j] - [G_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - T_{n,R}^j] [G_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - T_{n,L}^j]}, \quad (18)$$

$$A_b = -2 \frac{\psi_n(m_{\text{L}}^{j+1} x^j)}{\chi_n(m_{\text{L}}^j x^j)} \times \frac{[D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - D_n^{(1)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j)] [G_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - T_{n,L}^j]}{[F_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - S_{n,R}^j] [F_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - S_{n,L}^j] - [G_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - T_{n,R}^j] [G_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - T_{n,L}^j]}, \quad (19)$$

$$B_a = -2 \frac{\psi_n(m_{\text{R}}^{j+1} x^j)}{\chi_n(m_{\text{L}}^j x^j)} \times \frac{[D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - D_n^{(1)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j)] [G_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - T_{n,R}^j]}{[F_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - S_{n,R}^j] [F_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - S_{n,L}^j] - [G_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - T_{n,R}^j] [G_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - T_{n,L}^j]}, \quad (20)$$

$$B_b = 2 \frac{\psi_n(m_{\text{L}}^{j+1} x^j)}{\chi_n(m_{\text{L}}^j x^j)} \times \frac{[D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - D_n^{(1)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j)] [F_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - S_{n,R}^j]}{[F_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - S_{n,R}^j] [F_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - S_{n,L}^j] - [G_{n,R}^j D_n^{(2)}(m_{\text{L}}^{j+1} x^j) - T_{n,R}^j] [G_{n,L}^j D_n^{(2)}(m_{\text{R}}^{j+1} x^j) - T_{n,L}^j]}, \quad (21)$$

其中系数  $F_{n,R}^j, G_{n,R}^j, S_{n,R}^j, T_{n,R}^j$  与  $F_{n,L}^j, G_{n,L}^j, S_{n,L}^j, T_{n,L}^j$  表达式可以参考文献 [35].

通过将各区域获得的场展开系数代入场表达式 (10) 式、(11) 式及 (12) 式、(13) 式, 可以得到分层手征介质球每层区域  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, t$ ) 中的场展开式. 现在考虑实际情况, 背景介质为非手征各向同性介质, 即  $t+1$  区域满足手征参数  $\kappa_{t+1} = 0$ , 因此  $t+1$  区域中左旋圆极化波和右旋圆极化波的波数相等:  $k_R^{t+1} = k_L^{t+1} = k$ , 这样可以将区域  $t+1$  中入射场  $E^{ip}$  和散射场  $E^s$  分开, 得到入射电场和散射电场展开式分别为

$$E^{ip} = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ (A_{mn}^{t+1} + B_{mn}^{t+1}) M_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) + (A_{mn}^{t+1} - B_{mn}^{t+1}) N_{mn}^{(1)}(\mathbf{r}, k) \right], \quad (22)$$

$$E^s = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ (A_{mn}^{t+1} + B_{mn}^{t+1}) M_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) + (A_{mn}^{t+1} - B_{mn}^{t+1}) N_{mn}^{(3)}(\mathbf{r}, k) \right], \quad (23)$$

对比入射场展开式 (4) 式和散射场展开式 (7) 式, 可以得到:

$$\begin{aligned} A_{mn}^{t+1} &= (A_{mn}^{ip} + B_{mn}^{ip})/2, \\ B_{mn}^{t+1} &= (A_{mn}^{ip} - B_{mn}^{ip})/2, \\ A_{mn}^s &= A_{mn}^{t+1} + B_{mn}^{t+1}, \\ B_{mn}^s &= A_{mn}^{t+1} - B_{mn}^{t+1}, \end{aligned} \quad (24)$$

其中系数  $A_{mn}^{ip}$  和  $B_{mn}^{ip}$  为 (4) 式、(5) 式中入射椭圆高斯波束场展开系数;  $A_{mn}^s$  和  $B_{mn}^s$  为相应 (7) 式、(8) 式中手征多层球的散射场展开系数. 结合 (15) 式与 (16) 式, 可以得到椭圆高斯波束对手征多层球散射场展开系数  $A_{mn}^s, B_{mn}^s$  与入射场展开系数  $A_{mn}^{ip}, B_{mn}^{ip}$  的关系如下:

$$\begin{aligned} A_{mn}^s &= \frac{1}{2} (R_{n,R}^{t+1} + R_{n,L}^{t+1} + L_{n,R}^{t+1} + L_{n,L}^{t+1}) A_{mn}^{ip} \\ &+ \frac{1}{2} (R_{n,R}^{t+1} - R_{n,L}^{t+1} + L_{n,R}^{t+1} - L_{n,L}^{t+1}) B_{mn}^{ip}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} B_{mn}^s &= \frac{1}{2} (R_{n,R}^{t+1} + R_{n,L}^{t+1} - L_{n,R}^{t+1} - L_{n,L}^{t+1}) A_{mn}^{ip} \\ &+ \frac{1}{2} (R_{n,R}^{t+1} - R_{n,L}^{t+1} - L_{n,R}^{t+1} + L_{n,L}^{t+1}) B_{mn}^{ip}. \end{aligned} \quad (27)$$

### 3 椭圆高斯波束对手征分层球形粒子的辐射俘获力推导

在光镊系统中会聚到微米量级的激光波束携带着很高的能量和动量, 经物镜会聚后的椭圆高斯波束照射到粒子上时, 由于光子与粒子的相互作用, 使得光束将一部分动量和能量转移到粒子上, 在一段时间内, 以粒子受到的辐射俘获力 (梯度力与散射力的合力) 表现出来. 根据经典电动力学中的电磁场动量守恒定理, 波束对被照射粒子的俘获力等于单位时间内从波束传递给粒子的动量, 数学上表示为 [53]

$$\mathbf{F} = \left\langle \oint_s \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{T} dS \right\rangle, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{T} \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \varepsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mu \mathbf{H} \mathbf{H}^* \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \varepsilon |E|^2 \mathbf{I} - \frac{1}{2} \mu |H|^2 \mathbf{I} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $\varepsilon$  和  $\mu$  分别为周围均匀媒质的介电常数和磁导率; 符号  $\langle \rangle$  代表时间平均;  $\mathbf{I}$  表示麦克斯韦张量;  $dS$  为包围散射粒子的闭合球面上的面元;  $\hat{\mathbf{n}}$  为垂直于面元的外向单位矢量; (29) 式中的电场  $\mathbf{E}$  和磁场  $\mathbf{H}$  均指粒子外部的总场, 包括入射场和散射场, 即:  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{ip} + \mathbf{E}^s, \mathbf{H} = \mathbf{H}^{ip} + \mathbf{H}^s$ .

将 (29) 式代入 (28) 式, 并在大宗量时利用矢量球谐函数的递推关系和正交关系 [54], 可以得到手征多层球形粒子在椭圆高斯波束照射下的横向俘获力及轴向俘获力表达式:

$$\begin{aligned} F_x + iF_y &= \frac{nP_0}{\pi ck^2 w_{0x} w_{0y}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \sqrt{(n-m)(n+m+1)} N_{mn}^{-1} N_{m+1n}^{-1} (A_{mn}^{ip} B_{m+1n}^s \right. \\ &\quad \left. + B_{mn}^{ip} A_{m+1n}^{s*} + A_{mn}^s A_{m+1n}^{ip*} + A_{mn}^{s,j} B_{m+1n}^{ip,j*} + 2A_{mn}^s B_{m+1n}^{s*} + 2B_{mn}^s A_{m+1n}^{s*}) \right. \\ &\quad \left. - i \sqrt{\frac{(n-m-1)(n-m)}{(2n-1)(2n+1)}} (n-1)(n+1) N_{mn}^{-1} N_{m+1n-1}^{-1} (A_{mn}^{ip} A_{m+1n-1}^{s*} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + B_{mn}^{ip} B_{m+1n-1}^{s*} + A_{mn}^s A_{m+1n-1}^{ip*} + B_{mn}^s B_{m+1n-1}^{ip*} + 2A_{mn}^s A_{m+1n-1}^{s*} + 2B_{mn}^s B_{m+1n-1}^{s*} \\
 & - i \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}} n(n+2) N_{mn}^{-1} N_{m+1n+1}^{-1} (A_{mn}^{ip} A_{m+1n+1}^{s*} \\
 & + B_{mn}^{ip} B_{m+1n+1}^{s*} + A_{mn}^s A_{m+1n+1}^{ip*} + B_{mn}^s B_{m+1n+1}^{ip*} + 2A_{mn}^s A_{m+1n+1}^{s*} + 2B_{mn}^s B_{m+1n+1}^{s*}) \Big], \quad (30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_z = & \frac{2nP_0}{\pi c k^2 w_{0x} w_{0y}} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ in(n+2) \sqrt{\frac{(n-m+1)(n+m+1)}{(2n+1)(2n+3)}} N_{mn}^{-1} N_{m+1}^{-1} \right. \\
 & \times (A_{mn+1}^{ip} A_{mn}^{s*} + B_{mn+1}^s A_{mn}^{ip*} + B_{mn+1}^{ip} B_{mn}^{s*} + B_{mn+1}^s B_{mn}^{ip*} + 2A_{mn+1}^s A_{mn}^{s*} \\
 & \left. + 2B_{mn+1}^s B_{mn}^{s*}) - m N_{mn}^{-2} (A_{mn}^{ip} B_{mn}^{s*} + B_{mn}^{ip} A_{mn}^{s*} + 2A_{mn}^s B_{mn}^{s*}) \right] \quad (31)
 \end{aligned}$$

其中  $N_{mn} = \sqrt{(2n+1)(n-m)!/[4\pi(n+m)!]}$ ;  $c$  代表自由空间中的光速;  $P_0 = k\pi w_{0x} w_{0y} E_0^2 / (4\omega\mu)$  为入射波束的功率. 利用归一化方法<sup>[55]</sup>, 可以得到手征多层球形粒子在椭圆高斯波束照射下的俘获力截面表达式:

$$C_{\text{pri}} = \frac{c}{n_g I_0} F_i, \quad (32)$$

其中  $I_0 = 2P_0 / (\pi w_{0x} w_{0y})$  是入射波束强度;  $F_i$  表示椭圆高斯波束对手征多层球形粒子的辐射俘获力, 其下标  $i$  分别对应  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三个分量, 依次表示横向俘获力  $F_x$ ,  $F_y$  以及轴向俘获力  $F_z$ .

#### 4 数值模拟与结果讨论

基于俘获力的理论表达式, 对椭圆高斯波束离轴入射手征多层球粒子时的轴向及横向俘获力进行了数值模拟. 为验证本文理论及程序的正确性, 取椭圆高斯波束的束腰中心与粒子坐标系  $Oxyz$  的原点重合, 将离轴入射椭圆高斯波束退化为圆高斯波束, 将多层手征介质球 ( $\kappa = 0$ ) 退化为非手征各向同性介质球, 分别计算其作用在单层球 (图 2(a))、双层球 (图 2(b)) 上的轴向俘获力及其作用在五层球上的横向俘获力截面 (图 2(c)) 随粒子离轴位置  $d$  的变化并与实验结果及文献结果进行比较. 对于单层球情况, 如图 2(a) 所示, 黑线是本文理论计算轴向俘获力的结果, “S”和“D”分别为 Schut 等<sup>[56]</sup>给出的静态和动态实验测量结果. “Optics”表示文献<sup>[56–58]</sup>中有关射线光学的理论结果. 其中, 椭圆高斯波束的功率  $P_0 = 100$  mW, 下面的计算中均取此值. 从图 2(a) 可以看出, 相比于射线光学理

论, 本文推导的严格解析解可以更好地接近实验结果, 特别是轴向俘获力的峰值与实验结果非常地吻合. 对于双层球情况, 以红细胞为例, 图 2(b) 中线表示本文理论计算轴向俘获力的结果, 点是文献<sup>[9]</sup>有关广义 Mie 理论计算的结果. 其中, 细胞核与细胞质的半径、折射率分别为:  $r_1 = 3$   $\mu\text{m}$ ,  $r_2 = 3.5$   $\mu\text{m}$ ,  $n_1 = (1.3965, 0)$ ,  $n_2 = (1.3699, 0)$ . 从图 2(b) 可以看出, 当椭圆高斯波束两个束腰半径取值相同时, 本文退化的结果与文献结果非常吻合. 考虑五层球情况, 以淋巴细胞为例, 图 2(c) 中实线是本文计算横向俘获力截面的结果, “Debye”表示文献<sup>[34]</sup>有关德拜势函数的理论结果. 其中, 淋巴细胞的半径及折射率参数为  $r_1 = 1.615$   $\mu\text{m}$ ,  $r_2 = 2.145$   $\mu\text{m}$ ,  $r_3 = 2.5$   $\mu\text{m}$ ,  $r_4 = 3.085$   $\mu\text{m}$ ,  $r_5 = 3.855$   $\mu\text{m}$ ;  $n_1 = 1.463$ ,  $n_2 = 1.437$ ,  $n_3 = 1.386$ ,  $n_4 = 1.356$ ,  $n_5 = 1.345$ . 从图 2(c) 可以看出, 层数发生改变时, 本文退化的结果与文献结果重合地很好, 这也进一步验证了本文理论推导及数值计算的正确性. 考虑粒子与光波作用后受到的俘获力分为两种: 一种是梯度力, 是由电磁场对粒子的洛伦兹力引起的, 使粒子沿着光场强度的梯度方向运动; 另一种是散射力, 使粒子沿着光波入射方向运动. 利用广义米理论计算波束作用在粒子上的轴向俘获力是基于边界条件进行的, 因此是二者的合力. 如图 2(b) 所示, 当椭圆高斯波束  $w_{0x} = w_{0y} = 0.6$   $\mu\text{m}$  时, 粒子在光轴上束腰中心前方沿光传播方向运动时, 有负的俘获力出现, 此时梯度力大于散射力的作用, 粒子将被拉回束腰中心. 这是由于小束腰半径可以形成强聚焦波束, 从而实现对光场中粒子的稳定俘获. 随着



束腰半径的增大, 负的俘获力消失, 光束逐渐失去对粒子的俘获能力. 这种现象和均匀介质球被俘获的现象类似 [18].

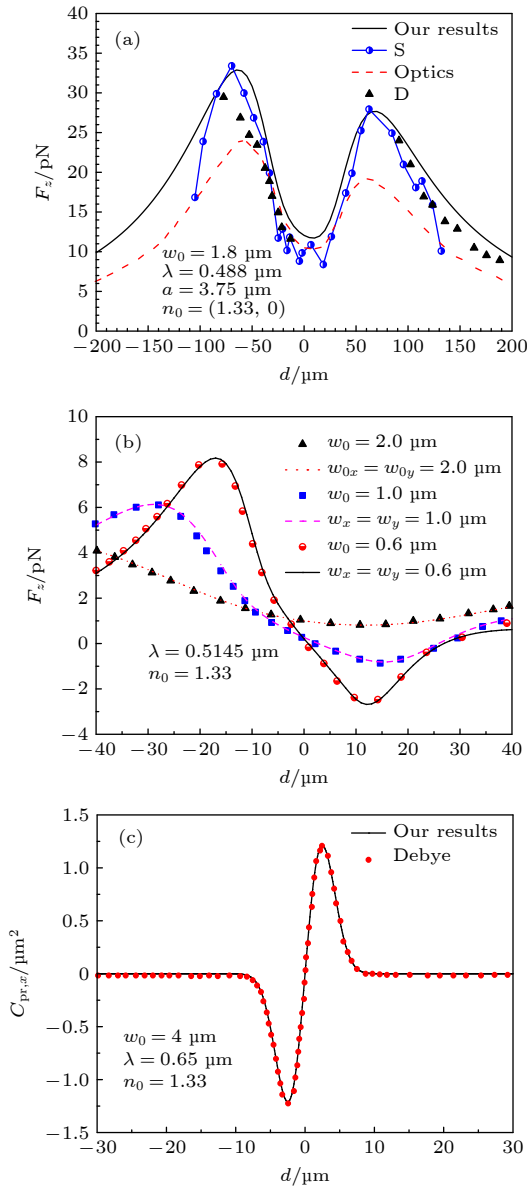


图 2 手征多层球退化为各向同性多层球的辐射俘获力与实验及文献结果进行对比 (a) 单层球对比轴向俘获力  $F_z$ ; (b) 双层球对比轴向俘获力  $F_z$ ; (c) 五层球对比横向俘获力截面  $C_{pr,x}$

Fig. 2. Comparisons of trapping force (TF) from the theory when multi-layered chiral sphere is degenerated into stratified isotropic sphere with the results from existing references and experiments: (a) Comparisons of axial TF  $F_z$  on a single-layered sphere; (b) comparisons of axial TF  $F_z$  on a double-layered sphere; (c) comparisons of transverse TF cross section  $C_{pr,x}$  on a five-layered sphere.

图 3 给出不同手征参数下, 离轴椭圆高斯波束对双层手征细胞的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置

$d$  变化的曲线, 参照文献 [59] 选取双层手征细胞各部分参数为:  $r_1 = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $r_2 = 3.5 \mu\text{m}$ ,  $n_1 = 1.39$  ( $\epsilon_1 = 1.39^2 \epsilon_0$ ,  $\mu_1 = \mu_0$ ),  $n_2 = 1.36$  ( $\epsilon_2 = 1.36^2 \epsilon_0$ ,  $\mu_2 = \mu_0$ ). 背景介质折射率取 1.33. 激光为  $x$  极化椭圆高斯波束, 真空中波长取  $632.8 \text{ nm}$ , 束腰宽度为  $w_{0x} = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $w_{0y} = 2 \mu\text{m}$ . 双层球手征参数分四种情况: 内核与外层均为非手征介质 ( $\kappa_1 = 0$ ,  $\kappa_2 = 0$ )、内核与外层分别为手征介质与非手征 ( $\kappa_1 = 0.5$ ,  $\kappa_2 = 0$ )、内核与外层分别为非手征介质与手征介质 ( $\kappa_1 = 0$ ,  $\kappa_2 = 0.5$ )、内核与外层均为手征介质 ( $\kappa_1 = 0.5$ ,  $\kappa_2 = 0.5$ ). 入射椭圆高斯波束为  $x$  极化波. 从图 3 可以发现, 四种情况中, 内核与外核均为非手征介质球时受到的轴向辐射力最小. 此外, 内核与外核材质相同时, 即均为非手征介质 ( $\kappa_1 = 0$ ,  $\kappa_2 = 0$ ) 或手征介质 ( $\kappa_1 = 0.5$ ,  $\kappa_2 = 0.5$ ) 时, 轴向辐射力能够在波束中心附近某一位置范围内达到负值, 即椭圆波束能在此处对手征双层球实现轴向俘获. 对于另外两种情况, 轴向俘获力在任何位置都无法实现负值. 这说明对于线偏振入射椭圆高斯波束, 分层手征参数的引入会减弱波束对手征双层球的轴向俘获力特性, 使得椭圆波束对非均匀手征粒子的俘获更加困难.

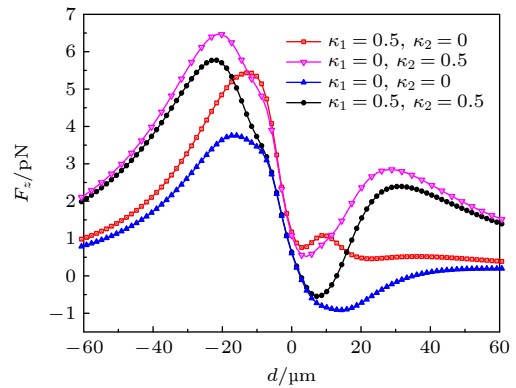


图 3 不同手征参数对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响

Fig. 3. Effects of chirality parameter on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis.

图 4 给出不同极化状态下, 离轴椭圆高斯波束对双层手征细胞的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的曲线, 球以及波束参数同图 3. 图中双层手征细胞分两种情况: 内核与外层分别为非手征介质与手征介质 ( $\kappa_1 = 0$ ,  $\kappa_2 = 0.5$ )、内核与外层分别为手征与非手征介质 ( $\kappa_1 = 0.5$ ,  $\kappa_2 = 0$ ). 入射椭圆高斯波束分别为左旋圆极化 (LCP) 和右旋圆极化

(RCP). 从图 4 可以发现, 内核为非手征介质, 外层为手征介质的时, 右旋圆极化的椭圆波束对手征双层细胞的轴向辐射力远远大于左旋圆极化椭圆波束产生的辐射力, 并更向束腰中心靠近, 使得手征细胞被更快更稳地俘获在波束中心轴上. 因此利用椭圆波束对分层手征细胞球进行轴向俘获 (即实现负轴向辐射力) 时, 合理地根据粒子的手征参数选择合适的圆极化入射波, 可能更容易实现对非均匀手征介质粒子的轴向俘获.

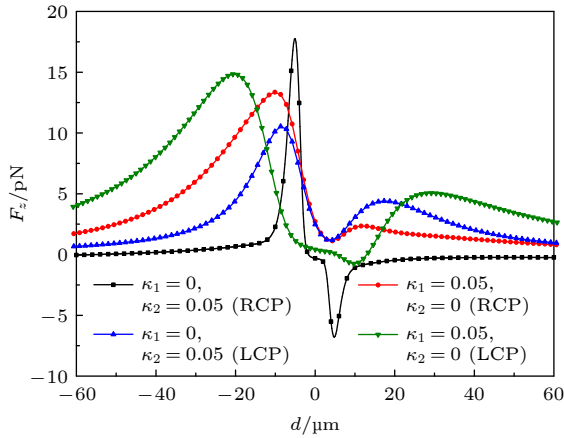


图 4 不同极化状态对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响  
Fig. 4. Effects of polarization states on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis.

图 5 所示为不同束腰半径的离轴椭圆/圆高斯波束对双层手征细胞的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的对比曲线, 图中波束为右旋圆极化偏振, 双层手征细胞内核与外层分别为非手征介质与手征介质 ( $\kappa_1 = 0, \kappa_2 = 0.5$ ), 其他参数选取同图 3. 从图 5 可知, 当圆高斯波束的束腰半径取值为  $2.0 \mu\text{m}$  时, 粒子在光轴上所受的俘获力恒为正, 此时波束在正向光轴上对粒子产生的梯度力小于散射力作用, 粒子将远离束腰中心运动. 当入射高斯波束的横截面由圆形逐渐向椭圆形变化时 (即固定圆波束的一个束腰半径取值不变, 改变另一个束腰半径取值时), 由于椭圆高斯波束在空间上具有旋转对称性, 交换束腰半径  $w_{0x}$  和  $w_{0y}$  的取值并不影响在轴椭圆波束对手征细胞的轴向俘获力, 故这里选取  $w_{0y}$  不变只讨论  $w_{0x}$  变化的影响. 对于较强会聚的椭圆高斯波束, 当  $w_{0x} \leq 0.8 \mu\text{m}$  时, 粒子在光束正半轴上将出现负的俘获力, 此时粒子偏离束腰中心时, 将受到指向束腰中心的俘获力被拉回波束中心. 这是由于强会聚程度使得波束的能量更集

中, 从而形成了更大的强度梯度, 对粒子产生了更强的轴向俘获力. 随着束腰半径的增大, 波束会聚程度减弱, 轴向俘获力的最小值在不停的增加. 当负的俘获力消失时, 粒子的重力将与正的俘获力平衡实现粒子的悬浮. 此外, 可以发现当强会聚的圆高斯波束转变为椭圆高斯波束入射后, 作用在粒子上的轴向俘获力幅值将出现大幅度的增加. 特别是当粒子位于光轴负半轴时, 椭圆高斯波束对粒子产生的正向俘获力将较圆高斯波束有显著的提高. 这是由于椭圆高斯波束在  $x, y$  两个方向上对粒子产生了相对不同的动量改变, 当两侧束腰半径差距越大时, 粒子的动量改变越明显, 而物理上波束对粒子照射前后的动量改变决定了波束对其的俘获力, 故椭圆高斯波束产生的轴向俘获力更强. 此时, 粒子更容易被椭圆高斯波束俘获在束腰中心附近.

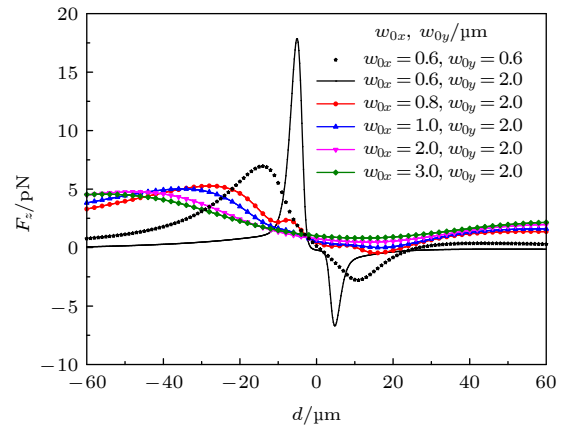


图 5 不同束腰半径对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响  
Fig. 5. Effects of beam waist widths on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis.

图 6 所示为离轴椭圆/圆高斯波束对不同内层损耗的双层手征细胞的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的对比曲线. 其中手征细胞参数为  $Re(n_1) = 1.39, n_2 = (1.36, 0)$ , 图中波束为右旋圆极化偏振, 其余参数同图 3. 由图 6 可知, 当粒子内层损耗比较小时, 有负的俘获力出现, 粒子将被拉回波束中心. 随着内层损耗增强, 粒子在光束正半轴上负的俘获力开始消失, 波束将失去对粒子的束缚, 这是由于内层损耗增强, 粒子吸收的能量增加, 引起散射力远大于梯度力的影响. 对比椭圆高斯波束与圆高斯波束的轴向受力, 可以发现当粒子内层损耗相同时, 椭圆高斯波束在正向光轴上产生负的俘获力将更大, 且俘获力取得极值的位置更向束腰

中心靠近. 这说明相同内层损耗影响下, 椭圆高斯波束可以在短时间内产生比圆高斯波束更强的轴向粒子俘获力, 使得粒子更快更稳地俘获在波束中心轴上.

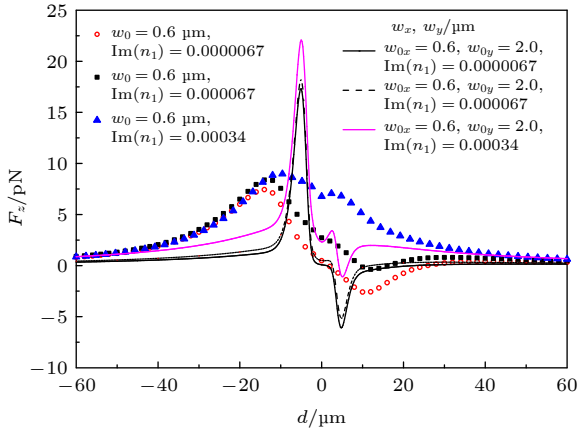


图 6 内层损耗变化对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响

Fig. 6. Effects of inner material loss on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis.

图 7 所示为粒子内层折射率小于外层折射率时, 一个三层手征介质球最外层厚度对椭圆/圆高斯波束的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化曲线的影响. 其中, 粒子内核半径  $r_1 = 1.5 \mu\text{m}$ , 折射率为 1.39, 最外层半径  $r_2 = 3.5 \mu\text{m}$ , 折射率为 1.41, 中间层折射率为 1.36, 中间层半径分别取 3.5, 3.45 和 3.4  $\mu\text{m}$ , 即最外层厚度分别为 0, 0.05 和 0.1  $\mu\text{m}$ ; 激光为右旋圆偏振波束, 真空中波长取 632.8 nm, 其中圆高斯波束束腰半径  $w_0 = 0.6 \mu\text{m}$ , 椭圆高斯波束束腰半径  $w_{0x} = 0.6 \mu\text{m}$ ,  $w_{0y} = 2.0 \mu\text{m}$ , 背景介质折射率为 1.33. 手征介质球内核与最外层为手征介质, 次外层为非手征介质 ( $\kappa_1 = 0.05$ ,  $\kappa_2 = 0$ ,  $\kappa_3 = 0.05$ ). 由图可知, 在最外层厚度  $t = 0$  时, 椭圆高斯波束的轴向俘获力在束腰中心附近变化较平坦, 但由于周围液体的外部扰动, 粒子不能在这个区域实现固定悬浮. 当手征介质球最外层的介质折射率大于内核与次外层折射率时, 随着粒子最外层厚度的不断减小, 俘获力的极值在不断地增大, 且椭圆高斯波束取得俘获力的极值一直大于圆高斯波束, 并更向束腰中心靠近. 特别是当  $t < 0.1 \mu\text{m}$  时, 椭圆高斯波束可以在短时间内更有效地产生比圆高斯波束更强的轴向粒子俘获力. 此外, 可以发现当最外层厚度不断增大时, 圆高斯波束在光轴上  $-10 \mu\text{m} < d < 10 \mu\text{m}$  范围出现过平衡点的

正斜率, 此时散射力大于梯度力影响, 粒子朝远离束腰中心的方向移动. 由于俘获力的总体变化呈现负斜率, 此时梯度力大于散射力, 粒子可以在任一个过零点且斜率为负的位置被俘获.

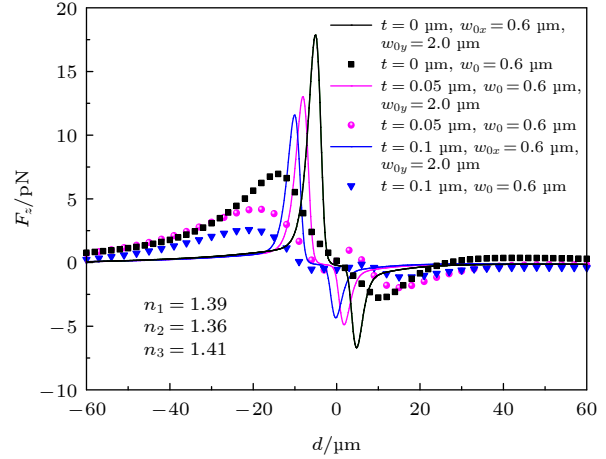


图 7 最外层厚度变化对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响 (内层及次外层折射率小于最外层时)

Fig. 7. Effects of outermost particle size on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis (the inner refractive index is less than the outermost refractive index case).

如图 8 所示为粒子内层折射率大于外层折射率时, 最外层厚度变化对椭圆/圆高斯波束的轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化曲线的影响, 其中, 粒子的内层、次外层及最外层折射率分别为  $n_1 = 1.39$ ,  $n_2 = 1.36$ ,  $n_3 = 1.34$ , 其余参数与图 7 一致. 由图 8 可知, 当内层与次外层折射率大于最外层时, 随着粒子最外层厚度的不断增加, 椭圆/圆高斯波束的轴向俘获力极值不断变大, 这与内层及次外层折射率小于外层折射率的情况相反. 当粒子在  $0 \mu\text{m} \leq d \leq 10 \mu\text{m}$  范围内偏离束腰中心时, 都将受到指向波束中心的俘获力, 且力的幅值要大于内层折射率小的情况. 可以发现, 椭圆高斯波束的轴向俘获力在过平衡位置时有较大的负斜率, 且俘获力极值大于圆高斯波束, 并更向束腰中心靠近, 特别是当最外层厚度  $t > 0$  时, 粒子在短时间内更容易被椭圆高斯波束俘获在正向光轴上.

以上讨论都是围绕轴向俘获力的研究, 图 9 给出了单侧束腰半径变化时, 离轴椭圆高斯波束对水中手征双层细胞的横向俘获力随粒子离轴位置  $d$  变化的曲线. 其中, 手征细胞参数取同图 3, 当波束中心和球心不重合时, 随着束腰宽度的增加, 横向俘获力  $F_x$  的峰值先增大后减小 (如图 9(a) 所示),

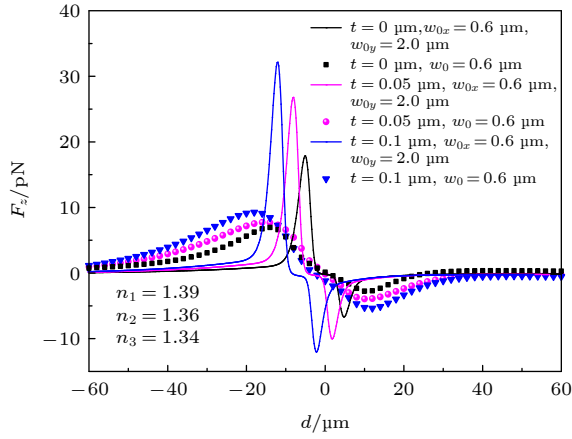


图 8 最外层厚度变化对轴向俘获力  $F_z$  随粒子离轴位置  $d$  变化的影响 (内层及次外层折射率大于最外层时)

Fig. 8. Effects of the outmost particle size on axial TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis (the inner refractive index is greater than the outmost refractive index case).

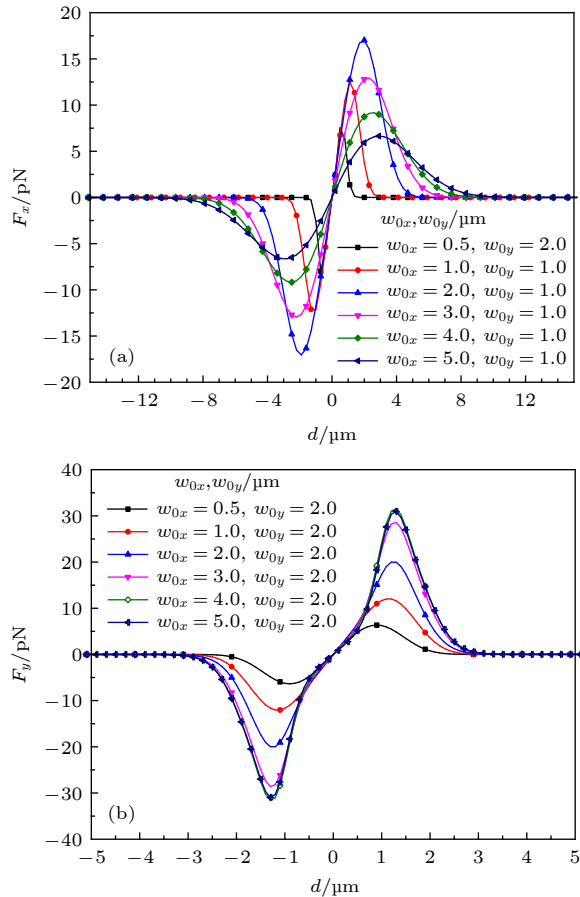


图 9 不同束腰半径对横向俘获力随粒子离轴位置  $d$  变化的影响 (a)  $F_x$  随粒子离轴位置  $d$  变化; (b)  $F_y$  随粒子离轴位置  $d$  变化

Fig. 9. Effects of beam waist width on transverse TF with the varying position  $d$  of the chiral cell off axis: (a)  $F_x$  changes with the varying position  $d$  off axis; (b)  $F_y$  changes with the varying position  $d$  off axis.

而横向俘获力  $F_y$  的峰值逐渐增大后保持不变 (如图 9(b) 所示). 这是因为束腰宽度  $w_{0x}$  相比于粒子半径很小时, 随着  $w_{0x}$  增加, 椭圆高斯波束携带的光子数增多, 散射会变大, 表现为  $F_x$  的峰值增加; 但当  $w_{0x}$  增大到和粒子半径相比拟时, 椭圆高斯波束在  $x$  轴的会聚程度减弱, 梯度力变小, 表现为  $F_x$  的峰值不断减小. 由于束腰宽度  $w_{0y}$  固定, 椭圆高斯波束在  $y$  轴的会聚程度将保持不变. 随着  $w_{0x}$  增加, 椭圆高斯波束聚集的光子数增多, 散射力逐渐变大,  $F_y$  的峰值增加. 当  $w_{0x}$  增大到与粒子半径接近时, 光子数量的增加将失去对  $y$  轴散射力的影响,  $F_y$  的变化趋势保持不变. 可以发现, 尽管椭圆高斯波束的束腰宽度取值不同, 手征细胞最终均能在横向方向被束缚在波束中心上.

## 5 结 论

在光镊技术中经过透镜高度会聚的激光波束, 光场梯度被极大地增强, 一定范围内横向俘获力都将把粒子约束在光轴上, 实现椭圆高斯波束对粒子的三维操控关键在于轴向上对粒子的捕获; 本文从广义米理论出发, 以非均匀分层手征细胞为模型, 讨论了手征参数、极化状态、束腰宽度、损耗及最外层厚度对俘获情况的影响. 通过对椭圆波束入射时, 轴向俘获力的数值模拟表明: 手征参数的引入会降低非均匀手征粒子的轴向俘获特性, 因此操控非均匀手征粒子要比一般各向同性粒子更加困难. 但是不同极化态入射时, 非均匀手征粒子的轴向俘获特性有明显区别, 因此要实现非均匀手征粒子的稳定俘获, 要考虑选择合适的入射波极化状态. 此外, 对粒子的几何性质及波束参数的数值模拟, 可以发现: 通过减小椭圆波束的单侧束腰宽度将更容易实现对微粒的捕获和操控. 此外减小粒子内层损耗时, 椭圆波束对粒子的轴向俘获能力增强. 对于粒子内层及次外层折射率小于最外层折射率时, 粒子的轴向束缚随最外层厚度的减少而变强; 反之, 对于内层及次外层折射率大于最外层折射率时, 粒子的轴向束缚随着最外层厚度的减少而变弱. 在相同数值条件下, 椭圆高斯波束可以在短时间内产生比圆高斯波束更强的轴向粒子俘获力, 本文的结论为光镊技术的改进和实验测量提供了参考, 对多层手征生物细胞的无损检测研究提供了指导作用.

## 参考文献

- [1] Ashkin A 1970 *Phys. Rev. Lett.* **24** 156
- [2] Ashkin A 1980 *Science* **210** 1081
- [3] Jiang Y F, Lu X H, Zhao C L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3959 (in Chinese) [蒋云峰, 陆璇辉, 赵承良 2010 物理学报 **59** 3959]
- [4] Wu P, Han Y P, Liu D F 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2676 (in Chinese) [吴鹏, 韩一平, 刘德芳 2005 物理学报 **54** 2676]
- [5] Ren K F, Gréha G, Gouesbet G 1994 *Opt. Commun.* **108** 343
- [6] Lock J A 2004 *Endocrinology* **43** 2532
- [7] Gouesbet G, Lock J A 1994 *J. Opt. Soc. Am. A*: **11** 2503
- [8] Ren K F, Gouesbet G, Gréha G 1998 *Appl. Opt.* **37** 4218
- [9] Han Y P, Du Y G, Zhang H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4557 (in Chinese) [韩一平, 杜云刚, 张华永 2006 物理学报 **55** 4557]
- [10] Han G X, Han Y P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6167 (in Chinese) [韩国霞, 韩一平 2009 物理学报 **58** 6167]
- [11] Onofri F, Gréha G, Gouesbet G 1995 *Appl. Opt.* **34** 7113
- [12] Li H Y, Wu Z S, Li Z J 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 104203
- [13] Ladutenko K, Pal U, Rivera A, Rodríguez O 2007 *Comput. Phys. Commun.* **214** 225
- [14] Pei S, Pan Q, Cui F, Xu S S, Cao Z L 2018 *Optik* **180** 379
- [15] Bohren G F, Huffman D R 1983 *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (New York: Wiley)
- [16] Kerker M 1969 *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation* (New York: Academic)
- [17] Wu Z S, Wang Y P 1991 *Radio Sci.* **26** 1393
- [18] Li H Y, Wu Z S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 833 (in Chinese) [李海英, 吴振森 2008 物理学报 **57** 833]
- [19] Chen Z Y, Han Y P, Cui Z W, Shi X W 2015 *Opt. Commun.* **340** 5
- [20] Yu M P, Han Y P, Cui Z W, Sun H Y 2018 *J. Opt. Soc. Am. A* **35** 1504
- [21] Shore R A 2015 *IEEE Antennas Propag. Mag.* **57** 69
- [22] Wang H B, Liu X Z, Gao S, Cui J, Liu H J, He A J, Zhang G T 2018 *Chin. Phys. B* **27** 034302
- [23] Schut T C B, Hesselink G, de Groot B G, Greve J 1991 *Cytometry* **12** 479
- [24] Rohrbach A, Stelzer E 2001 *J. Opt. Soc. Am. A*: **18** 839
- [25] Ermutlu M E, Sihvola A H 1994 *Prog. Electromagnet. Res.* **9** 87
- [26] Ren W 1994 *Prog. Electromagnet. Res.* **9** 103
- [27] Simpson S H, Hanna S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 053808
- [28] Cooray M F R, Ciric I R 1993 *J. Opt. Soc. Am. A*: **10** 1197
- [29] Jaggard D L, Liu J C 1999 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **47** 1201
- [30] Yan B, Liu C H, Zhang H Y, Shi Y 2015 *Opt. Commun.* **338** 261
- [31] Wang W J, Sun Y F, Zhang H Y 2017 *Opt. Commun.* **385** 54
- [32] Gao X, Zhang H 2017 *Optik* **129** 43
- [33] Zheng M, Zhang H Y, Sun Y F, Wang Z G 2015 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **151** 192
- [34] Li L W, Dan Y, Leong M, et al. 1999 *Prog. Electromagnet. Res.* **23** 1203
- [35] Shang Q, Wu Z, Qu T, Li Z, Bai L 2016 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **173** 72
- [36] Ren K F, Grehan G, Gouesbet G 1994 *J. Opt.* **25** 165
- [37] Ren K F, Gérard G 1993 *Part. Part. Syst. Char.* **10** 146
- [38] Naqwi A A, Liu X Z, Durst F 1992 *Part. Part. Syst. Char.* **9** 44
- [39] Naqwi A A, Liu X Z, Franz D 1990 *Part. Part. Syst. Char.* **7** 45
- [40] Rockwell D, Magness C, Towfighi J, Akin O, Corcoran T 1993 *Exp. Fluids* **14** 181
- [41] Adrian R J 1984 *Appl. Opt.* **23** 1690
- [42] Gréhan D G, Gouesbet G, Naqwi D A, Durst F 1993 *Part. Part. Syst. Char.* **10** 332
- [43] Doicu D I A, Ebert D I F, Schabel D I S 1996 *Part. Part. Syst. Char.* **13** 79
- [44] Guo H L, Cao Q H, Ren D T, Liu G Q, Duan J F, Li Z L, Zhang D Z, Han X M 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 6 (in Chinese) [郭红莲, 曹勤红, 任东涛, 刘国琴, 段建发, 李兆霖, 张道中, 韩学海 2003 科学通报 **48** 6]
- [45] Wang W, Shen J Q 2018 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **212** 139
- [46] Shen J Q, Liu X, Wang W, Yu H T 2018 *J. Opt. Soc. Am. A* **35** 8
- [47] Li Y L, Li Q, Wang M J, Dong Q F 2014 *Sci. Chin. -Phys. Mech. Astron.* **5** 7 (in Chinese) [李应乐, 李瑾, 王明军, 董群峰 2014 中国科学: 物理学 力学 天文学 **5** 7]
- [48] Li Y L, Li Q, Wang M J, Dong Q F 2013 *Laser Optoelectron. Prog.* **50** 6 (in Chinese) [李应乐, 李瑾, 王明军, 董群峰 2013 激光与光电子学进展 **50** 6]
- [49] Ma N Z, Li R X 2010 *International Symposium on Antennas Propagation & Em Theory* Guangzhou, November 29–December 2, 2010 p646
- [50] Li R X, Ren K F, Han X 2013 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **126** 69
- [51] Ren K F, Gréhan G, Gouesbet G 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2072
- [52] Gouesbet G, Grehan G, Maheu B 1988 *Appl. Opt.* **27** 4874
- [53] Barton J P, Alexander D R, Schaub S A 1989 *J. Appl. Phys.* **66** 4594
- [54] Rohrbach A, Stelzer E H K 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 839
- [55] Harada Y, Asakura T 1996 *Opt. Commun.* **124** 529
- [56] Schut T C, Hesselink G, Groot B G 1991 *Cytometry* **12** 479
- [57] Nemoto, Togo H 1998 *Appl. Opt.* **37** 6386
- [58] Nahmias Y K, Gao B Z, Odde D J 2004 *Appl. Opt.* **43** 3999
- [59] Drezek R, Dunn A, Richards-Kortum R 1999 *Appl. Opt.* **38** 3651

# Analysis of trapping force exerted on multi-layered chiral sphere induced by laser sheet\*

Bai Jing<sup>1)†</sup> Ge Cheng-Xian<sup>2)</sup> He Lang<sup>1)</sup> Liu Xuan<sup>1)</sup> Wu Zhen-Sen<sup>3)</sup>

1) (*School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, China*)

2) (*The 39 th Research Institute of China Electronics Technology Corporation, Xi'an 710065, China*)

3) (*School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

( Received 10 December 2021; revised manuscript received 22 April 2022 )

## Abstract

Theoretical study on optical trapping of multi-layered chiral sphere has attracted more and more attention for its important applications in many frontier scientific fields such as chemical engineering, biomedicine, optical tweezers, micro/nano lithography etc. In order to trap and manipulate chiral multi-layered particles efficiently, the present paper aims at developing the theoretical research of trapping force (TF) exerted on a multi-layered chiral sphere induced by laser sheet which might have great potential to improve the light performance in optical trapping as well as capture, suspension, and high-precision delivery of chiral cells. Here, based on the Generalized Lorenz Mie theory and the completeness of spherical vector wave functions (SVWFs), the electromagnetic field of incident laser sheet are expanded in terms of SVWFs. Accordingly, by introducing the beam scattering theory and the conservation law of electromagnetic momentum (EM), the analysis of TF exerted on multi-layered chiral sphere can be analytically expressed in terms of the incident and scattering coefficients. Taking the chiral cell as an example, the TF induced by laser sheet is simulated numerically. Numerical effects of the varying chirality, polarization states, beam waist width, inner material loss and outmost size on the TF induced by laser sheet are analyzed and compared with those by circular Gaussian beam incidence in detail. It is found that the introduction of chirality parameter may reduce the axial TF exerted on chiral multi-layered cell. Thus, it is more difficult to trap and manipulate stratified chiral cells than to trap general isotropic cells. Also it is shown that the TF of chiral cells can be significantly discriminatory in nature, depending upon both the handedness of the interacting particles and the polarization of the incident light. Thus, an appropriately polarized beam should be considered in trapping chiral cells. For chiral multi-layered cells with small loss in the inner layer, when the inner refractive indices are less than the outmost refractive index, the TF of multi-layered chiral cell becomes stronger with the outmost radius decreasing. Conversely, for the inner refractive indices are greater than the outer refractive index, TF becomes weaker as the outmost radius decreases. Besides, compared with the traditional circular Gaussian beam, the strong convergence of elliptical Gaussian beam can be easier to achieve three-dimensional capture of stratified chiral cells, which may provide a recipe to understand the light interaction with more complex chiral cells with the aid of the analytical approach and could be a promising avenue for the design of optical trapping systems.

**Keywords:** trapping force, laser sheet, multi-layered chiral cell, optical tweezers

**PACS:** 42.50.Wk, 87.80.Cc, 42.55.Ah

**DOI:** 10.7498/aps.71.20212284

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62001377).

† Corresponding author. E-mail: [jbaiyoudian@163.com](mailto:jbaiyoudian@163.com)