

基于混合场积分方程的半空间上方金属目标电磁散射特性高效分析

袁倩 周培阳 何姿 陈学文 丁大志

**High-efficient analysis of metal target electromagnetics above the half-space based on mixed field integral equation**

Yuan Qian Zhou Pei-Yang He Zi Chen Xue-Wen Ding Da-Zhi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 114101 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212152

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212152>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

三维地形频率域井筒电磁场区域积分方程法模拟

Domain decomposition based integral equation modeling of 3-dimensional topography in frequency domain for well electromagnetic field

物理学报. 2019, 68(14): 140202 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190330>

场方法的改进及其在积分Riemann–Cartan空间运动方程中的应用

Improvement of field method and its application to integrating motion equation in Riemann–Cartan space

物理学报. 2018, 67(3): 034501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171583>

流体/准饱和和多孔介质中伪Scholte波的传播特性

Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space

物理学报. 2018, 67(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180853>

复动量格林函数方法对 $n-\alpha$ 散射研究

Investigation of  $n-\alpha$  scattering by combining complex momentum representation and Green's function

物理学报. 2019, 68(9): 092101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182197>

高超声速类HTV2模型全目标电磁散射特性实验研究

Experimental investigation on all-target electromagnetic scattering characteristics of hypervelocity HTV2-like flight model

物理学报. 2022, 71(8): 084101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211901>

旋涡声散射的空间尺度特性数值研究

Numerical study on spatial scale characteristics of sound scattering by a static isentropic vortex

物理学报. 2021, 70(19): 194302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202232>

# 基于混合场积分方程的半空间上方金属目标电磁散射特性高效分析\*

袁倩<sup>1)</sup> 周培阳<sup>1)</sup> 何姿<sup>1)†</sup> 陈学文<sup>2)</sup> 丁大志<sup>1)</sup>

1) (南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

2) (华中科技大学物理学院, 武汉光电国家研究中心, 武汉 430074)

(2021年11月23日收到; 2022年3月15日收到修改稿)

研究一种可以高效求解半空间金属目标电磁散射积分方程方法, 电场积分方程适用于任意结构电磁问题分析, 但是生成的矩阵条件数大, 迭代求解收敛性差; 而磁场积分方程生成的矩阵条件数小, 迭代收敛性好, 但是仅能分析闭合结构问题, 本文采用了混合场积分方程方法, 同时具备电场积分方程的普适性与磁场积分方程的收敛性. 由于混合场积分方程中涉及格林函数的梯度项, 为了进一步加快计算效率, 本文引入了一种针对半空间格林函数的高效四维空间插值方法, 对组成半空间格林函数的索末菲积分进行列表和 Lagrange 插值, 以实现高效的迭代求解, 效率在传统混合场积分方程的基础上提高 12.6 倍. 数值结果表明, 该方法在保证精度的同时, 可以显著降低求解问题的时间.

**关键词:** 电磁散射, 混合场积分方程, 半空间格林函数, 空间插值, 索末菲积分

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 07.05.Kf, 02.30.Uu

**DOI:** 10.7498/aps.71.20212152

## 1 引言

半空间环境如地/空、海/空等是研究复杂环境下目标电磁散射特性的基础<sup>[1]</sup>. 工业界和学术领域通过大量的研究, 如在地、海背景中的目标探测与识别<sup>[2]</sup>、雷达目标的电磁隐身设计<sup>[3,4]</sup>、复杂环境下的通信系统研究及天线设计<sup>[5]</sup>、地球物理探测与遥感遥测<sup>[6,7]</sup>, 对复杂环境中目标的电磁特性进行了理论研究和数值分析, 为后期提供可靠高效的分析和改进方法<sup>[8]</sup>.

在科学计算的快速推动下, 平面分层结构越来越被人们所关注, 因此提出了微分方法和积分方法来处理平面分层结构问题. 以时域有限差分法 (finite difference time domain method, FDTD)、

有限元法 (finite element method, FEM)<sup>[9-12]</sup> 为代表的微分类方法用来处理开放问题的电磁仿真. 离散网格必须覆盖研究目标及其周围的空域, 并且必须在距离目标一定距离处用适当的边界条件截断, 因为其求解区域包含所有目标, 导致其计算效率低下. 以矩量法 (method of moment, MoM)<sup>[13]</sup> 为代表的积分类方法, 目标的网格离散时, 其未知量相比微分类方法大幅减小. 电场积分方程 (electric field integral equation, EFIE) 因具有良好的普适性可以来处理任意目标, 但因其算子条件数不好, 迭代收敛慢; 尽管磁场积分方程 (magnetic field integral equation, MFIE) 条件数有所改善, 但依然无法处理开放体等非常规目标, 且两者的内谐振问题均无法消除. 为了解决上述问题, 通常选择混合场积分方程 (combined field integral equation,

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62071231, 61931021, 61890541)、江苏省自然科学基金 (批准号: BK20211571) 和南京理工大学自主科研专项计划 (批准号: 30921011207) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [zihe@njust.edu.cn](mailto:zihe@njust.edu.cn)

CFIE)<sup>[14]</sup>, 在 CFIE 的基础上, 针对半空间金属目标依然有计算效率低的问题, 1909 年, 德国物理学家 Sommerfeld 使用赫兹势方法系统研究了有损介质上的水平极化和垂直极化电偶极子<sup>[15]</sup>, 提出了索末菲积分. 索末菲积分高振荡, 慢收敛, 所以计算极其复杂且耗时极长, 早期学者主要以渐近近似方法研究索末菲积分, 但该方法参数逼近较大, 所以应用范围有限<sup>[16]</sup>. 数值计算方法因计算机水平的发展而成为主流方法. 早期的研究主要针对简单的辐射和散射问题而提出公式方法, 故系统性理论欠缺. 70 年代, King 等<sup>[17]</sup> 就已经分析了有关半空间天线的辐射特性; 后来 Xu 等<sup>[18]</sup> 人又对半空间二维柱体的散射问题进行了系统研究, 对半空间任意形状物体散射问题和建模的关键问题推导出与之相对应的并矢格林函数<sup>[19]</sup>, 该问题从 Sommerfeld 做出开创性工作以来, 相关研究一直得到国内外电磁学学者的深入研究. 学者把半空间垂直偶极子源推导到任意极化和任意位置, 还把半空间背景扩展成多层介质, 然后建立了相关的格林函数表达式. 到了 90 年代初, Michalski 等<sup>[20]</sup> 在前人的基础上使用传输线模型推导出适用于任意分层介质中导体目标的混合位积分方程, 还有相关格林函数的谱域形式, 因为此方法兼容了自由空间中的混合位方法, 所以该方法得到了广泛的使用. 之后 Carin 等<sup>[21]</sup> 将此方法应用到埋地目标的电磁建模中, 最终得到了很好的效果. 随着半空间目标剖分未知量的增加, Geng 等<sup>[22]</sup> 将多层快速多极子方法引入到分析地面上方或下方目标的电磁散射中. 在国内, 关于半空间及多层媒质背景下目标电磁散射建模也取得了较大的进展. 1991 年, 国内南京理工大学的 Yang、Chow 和 Fang 教授使用 Prony 方法和指数方程, 推导出了新的离散复镜像方法 (discrete complex image method, DCIM)<sup>[23]</sup>. 之后又经过众多学者对离散复镜像采样路径进行优化, 使 DCIM 得到广泛应用, 其中包括 Aksun<sup>[24]</sup> 提出优化路径的二阶 DCIM、Yuan 等<sup>[25]</sup> 提出的直接离散复镜像法、武汉大学朱国强教授<sup>[26]</sup> 为了避免准静态项和表面波的提取改进了 DCIM 方法, 一系列关于 DCIM 的工作促进了该方法的发展和运用. 还有众多学者对索末菲积分的研究做了很多显著工作, 诸如电子科技大学潘锦教授等<sup>[27]</sup> 提出的截断技术、胡俊教授<sup>[28]</sup> 基于快速汉克尔变化提出的加速方法、东南大学洪

伟教授等<sup>[29]</sup> 为了增加远场精度提出的全模式方法、北京理工大学盛新庆教授、吴比翼博士等<sup>[30]</sup> 使用基因遗传优化算法来提高 DCIM 的计算效率等. 基于对格林函数特性 (柱对称性、平移不变性和相对缓慢的空间变化特性) 的认识, 研究学者意识到可以利用插值方法来计算半空间格林函数. 文献<sup>[31]</sup> 就曾将插值方法用于透地天线的仿真, Ling 等<sup>[32]</sup> 讨论了用于微带天线仿真的格林函数插值方法, Chen 等<sup>[33]</sup> 也将插值方法用于混合位积分方程 (mixed potential integral equation, MPIE) 对微带耦合介质谐振腔的分析.

本文使用 CFIE 处理半空间上方金属目标电磁散射问题, 并给出一些有效的方法来克服数值计算上存在的困难. 首先给出分析半空间大尺度金属目标的 CFIE, 分析了半空间金属目标散射特性, 但是还存在计算效率过低的问题. 为了加快求解速度, 本文使用了半空间格林函数的列表与空间插值方法对阻抗矩阵生成过程进行优化, 从而提高阻抗矩阵的生成速度. 该方法在保证精度的同时, 能显著降低求解问题的时间.

## 2 半空间 CFIE

如图 1 所示, 半空间环境下任意形状的金属目标电磁散射问题, 金属目标在有耗半空间上方. 上下半空间的介质参数分别是  $(\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1)$  和  $(\epsilon_h, \mu_h, \sigma_h)$ , 金属目标上某点处指向金属体外部的单位法向量用  $\mathbf{n}_1$  表示, 初始入射场用  $(\mathbf{E}^{\text{inc}}, \mathbf{H}^{\text{inc}})$  表示, 半空间分界面产生的反射场用  $(\mathbf{E}^{\text{ref}}, \mathbf{H}^{\text{ref}})$  表示. 利用惠更斯等效原理建立  $S$  面外部空间区域中场源的等效问题, 如图 2 所示, 金属体外等效为外表面  $S$  上的等效电流  $\mathbf{J}_1$  在半空间环境中产生的场,  $\mathbf{J}_1 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{H}_1$ , 其中  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  表示外表面  $S$  上的总场.

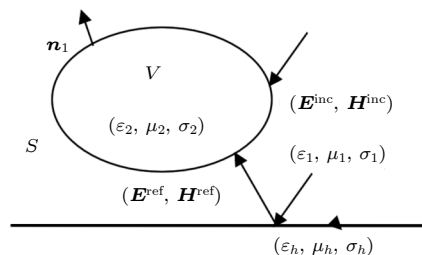


图 1 半空间上方金属目标示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the metal target above the half space.

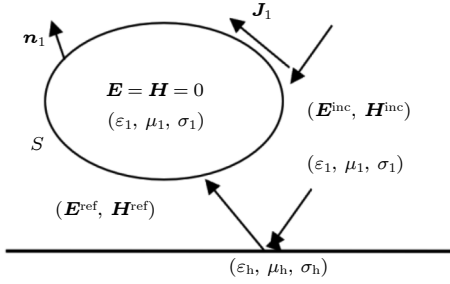


图 2 外部等效模型示意图

Fig. 2. Schematic diagram of external equivalent model.

下面引入的微积分算子  $\mathbf{A}_h^e(J_1)$  和  $\mathbf{A}_h^m(J_1)$  分别表示等效电流  $\mathbf{J}_1$  在  $S$  面外区域产生的散射电场和散射磁场 [8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_h^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = & -\mathbf{A}_h^e(\mathbf{J}_1) = -j\omega\mu_0 \int_{T'} \overline{\mathbf{K}}^A \cdot \mathbf{J}_1 dS' \\ & + \frac{\nabla}{j\omega\epsilon_0} \int_{T'} \mathbf{K}^{\phi e} \nabla_{s'} \cdot \mathbf{J}_1 dS', \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_h^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = & \mathbf{A}_h^m(\mathbf{J}_1) = \int_{T'} \nabla \times \overline{\mathbf{G}}^A \cdot \mathbf{J}_1 dS' \\ = & \int_{T'} \overline{\mathbf{G}}^{HJ} \cdot \mathbf{J}_1 dS'. \end{aligned} \quad (2)$$

外表面  $S$  上的总场  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  [34] 为

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}^{\text{sca}} + \mathbf{E}^{\text{ref}} + \mathbf{E}^{\text{inc}}, \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}^{\text{sca}} + \mathbf{H}^{\text{ref}} + \mathbf{H}^{\text{inc}}. \quad (4)$$

结合外表面  $S$  上的边界条件, 可以建立外部等效问

题的电场积分方程 EFIE 和磁场积分方程 MFIE 为 [34]

$$\text{EFIE} : [\mathbf{A}_h^e]_{|\text{tan}} = [\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{ref}}]_{|\text{tan}},$$

$$\begin{aligned} \text{MFIE} : [-\mathbf{n}_1 \times \mathbf{A}_h^m]_{|\text{tan}} + \mathbf{J}_1 \\ = [\mathbf{n}_1 \times (\mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}^{\text{ref}})]_{|\text{tan}}. \end{aligned} \quad (5)$$

CFIE 能有效避免内谐振现象, 并且具有矩阵性态好的优势, 所以本文引入了 CFIE, CFIE 的选取在实际中有 TENE, NENH, NETH 及 TENH 四种类型 [35]. 采用的是 TENH 型的 CFIE, 因为其形成的矩阵性态好, 并能真正消除内谐振现象. CFIE 可以表示为

$$\text{CFIE} = \frac{\alpha}{\eta} \text{EFIE} + (1 - \alpha) \text{MFIE}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\alpha}{\eta} (\mathbf{A}_h^e) \right]_{|\text{tan}} + (1 - \alpha) \left( [-\mathbf{n}_1 \times \mathbf{A}_h^m]_{|\text{tan}} + \frac{1}{2} \mathbf{J}_1 \right) \\ = \frac{\alpha}{\eta} ([\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{ref}}]_{|\text{tan}}) + (1 - \alpha) \mathbf{n}_1 \\ \times ([\mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}^{\text{ref}}]_{|\text{tan}}). \end{aligned} \quad (7)$$

离散相邻三角形公共边上的 RWG 基函数, 得到如下矩阵方程:

$$[\mathbf{Z}_{mn}][I_n] = [\mathbf{V}_m], \quad (8)$$

其中  $I_n$  为未知电流向量,  $m, n = 1, 2, \dots, N$  对应于公共边编号,  $\mathbf{Z}_{mn}$  和  $\mathbf{V}_m$  分别为阻抗矩阵和激励向量, 其元素分别为

$$\begin{aligned} Z_{mn} = & \frac{\alpha}{\eta} \left( j\omega\mu_0 \int_{T_m} \int_{T_n} \overline{\mathbf{K}}^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) dS' dS + \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_{T_m} \int_{T_n} \mathbf{K}^{\phi e}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla_{s'} \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \nabla_s \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) dS' dS \right) \\ & + (1 - \alpha) \left( \int_{T_m} \int_{T_n} \overline{\mathbf{G}}^{HJ} \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \times \mathbf{n}_1 dS' dS + \frac{1}{2} \int_{T_m} \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) dS \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_m = \int_{T_m} \left[ \frac{\alpha}{\eta} (\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{ref}}) + (1 - \alpha) \mathbf{n}_1 \times (\mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}^{\text{ref}}) \right] \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) dS, \quad (10)$$

其中,  $\overline{\mathbf{K}}^A$ ,  $\mathbf{K}^{\phi e}$ ,  $\overline{\mathbf{G}}^{HJ}$  是半空间环境下空域格林函数, 通过详细推导,  $\overline{\mathbf{K}}^A$ ,  $\mathbf{K}^{\phi e}$ ,  $\overline{\mathbf{G}}^{HJ}$  由如下索末菲积分构成 [34]:

$$S_n [\tilde{\mathbf{G}}(k_\rho)] \cong \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N a_i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-jk_z b_i}}{2jk_z} J_n(k_\rho \rho) k_\rho^{n+1} dk_\rho = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N a_i S_n \left( \frac{e^{-jk_z b_i}}{2jk_z} \right), \quad (11)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{G}}(k_\rho)$  代表谱域格林函数,  $n = 0, 1, 2$  时  $S_n$  表示为 0 阶、1 阶和 2 阶索末菲积分 (Sommerfeld integrals, SI) 的形式, SI 由于其高振荡和慢衰减特性, 只有采用有效的数值积分方法才能解决直接数值积分耗时巨大的问题. 常用的数值积分方法有最陡下降路径法 (steepest descent path, SDP) 和离散复镜像法 (DCIM); 其他方法包括快速汉克尔变

换技术和窗口函数方法. 本文采用 DCIM 对索末菲积分进行快速计算. DCIM 很好地避免了索末菲积分的直接数值计算, 利用一组复镜像来近似谱域格林函数, 之后通过广义函数束法 (generalized pencil of function, GPof) 或者矩阵束方法 (matrix pencil, MP) 得到复镜像的各参数, 最后通过索末菲恒等式得到 SI 的解析表达式 [36]:

$$G(\rho, z, z') \cong \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N a_i \frac{e^{-jk_0 r_i}}{r_i}, & 0\text{阶SI,} \\ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N a_i \frac{\rho(1 + jk_0 r_i)e^{-jk_0 r_i}}{r_i^3}, & 1\text{阶SI,} \\ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N a_i \frac{\rho^2(3 + 3jk_0 r_i - k_0^2 r_i^2)e^{-jk_0 r_i}}{r_i^5}, & 2\text{阶SI,} \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $a_i, b_i$  为复镜像系数,  $r_i = \sqrt{\rho^2 + [(z + z') - jb_i]^2}$ ,  $N$  为复镜像的数目, 所以空域格林函数  $\overline{\mathbf{K}}^A, \mathbf{K}^{\phi e}, \overline{\mathbf{G}}^{HJ}$  表示如下 [34]:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{G}}^{HJ} = & -1/2 \sin 2\zeta S_2 \left[ -\frac{(\mathbf{I}_i^h - \mathbf{I}_i^e)}{k_\rho^2} \right] (\hat{x}\hat{x} - \hat{y}\hat{y}) + \frac{1}{2} \left\{ \cos 2\zeta S_2 \left( -\frac{\mathbf{I}_i^h + \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) + S_0 \left[ k_\rho^2 \left( \frac{\mathbf{I}_i^h - \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) \right] \right\} \hat{x}\hat{y} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \cos 2\zeta S_2 \left( \frac{\mathbf{I}_i^e - \mathbf{I}_i^h}{k_\rho^2} \right) - S_0 \left[ k_\rho^2 \left( \frac{\mathbf{I}_i^h + \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) \right] \right\} \hat{y}\hat{x} + \sin \zeta S_1 \left( \frac{j}{\omega\mu} \mathbf{V}_i^h \right) \hat{x}\hat{z} \\ & - \cos \zeta S_1 \left( \frac{j}{\omega\mu} \mathbf{V}_i^h \right) \hat{z}\hat{y} + \sin \zeta S_1 \left( -\frac{j}{\omega\varepsilon'} \mathbf{I}_v^e \right) \hat{x}\hat{z} - \cos \zeta S_1 \left( -\frac{j}{\omega\varepsilon'} \mathbf{I}_v^e \right) \hat{y}\hat{z}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{K}}^A = & S_0 \left( \frac{\mathbf{V}_i^h}{j\omega} \right) (\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y}) + \cos \zeta S_1 \left[ \frac{\mu(\mathbf{V}_v^h - \mathbf{V}_v^e)}{k_\rho^2} \right] \hat{x}\hat{z} + \sin \zeta S_1 \left[ \frac{\mu(\mathbf{V}_v^h - \mathbf{V}_v^e)}{k_\rho^2} \right] \hat{y}\hat{z} \\ & + \cos \zeta S_1 \left[ \frac{\mu(\mathbf{I}_i^h - \mathbf{I}_i^e)}{k_\rho^2} \right] \hat{z}\hat{x} + \sin \zeta S_1 \left[ \frac{\mu(\mathbf{I}_i^h - \mathbf{I}_i^e)}{k_\rho^2} \right] \hat{z}\hat{y} + S_0 \left\{ \frac{\mu}{j\omega\varepsilon} \left[ \frac{k_n^2}{k_\rho^2} \mathbf{I}_v^h + \left( 1 - \frac{k_n^2 k_{zm}^2}{k_m^2 k_\rho^2} \right) \mathbf{I}_v^e \right] \right\} \hat{z}\hat{z}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}^{\phi e} = S_0 \left[ \frac{j\omega(\mathbf{V}_i^e - \mathbf{V}_i^h)}{k_\rho} \right],$$

其中,  $\mathbf{V}_i^p, \mathbf{V}_v^p, \mathbf{I}_i^p, \mathbf{I}_v^p$  ( $p = e, h$ ) 为传输线格林函数 [34],  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ ,  $\zeta = \arctan[(y - y')/(x - x')]$ ,  $\sin \zeta = (y - y')/\rho$ ,  $\cos \zeta = (x - x')/\rho$ ,  $k_\rho = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ,  $\alpha = \arctan(k_y/k_x)$ .

以  $\overline{\mathbf{G}}^{HJ}$  的  $\hat{x}\hat{y}$  和  $\hat{y}\hat{x}$  项为例, 通过矩阵束方法和索末菲恒等式得到的 SI 解析表达式如下:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{G}}^{HJ} \hat{x}\hat{y} = & \frac{1}{2} \left\{ \cos 2\zeta S_2 \left( -\frac{\mathbf{I}_i^h + \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) + S_0 \left[ k_\rho^2 \left( \frac{\mathbf{I}_i^h - \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) \right] \right\} \hat{x}\hat{y} \\ = & \frac{1}{4\pi} \left[ \sum_{i=1}^N -a_i \frac{e^{-jk_0 r_i} [(1 + jk_0 r_i)r_i^2 + (k_0^2 r_i^2 - 3 - 3jk_0 r_i)(y - y')^2]}{r_i^5} \right. \\ & \left. + \left( \sum_{i=1}^N a_i \frac{e^{-jkr_i} (z + z' - jb_i) (jk_0 r_i + 1)}{r_i^3} - \frac{(jk_0 R + 1) e^{-jkR} (z - z')}{R^3} \right) \right] \hat{x}\hat{y}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{G}}^{HJ} \hat{y}\hat{x} = & \frac{1}{2} \left\{ \cos 2\zeta S_2 \left[ \frac{\mathbf{I}_i^e - \mathbf{I}_i^h}{k_\rho^2} \right] - S_0 \left[ k_\rho^2 \left( \frac{\mathbf{I}_i^h + \mathbf{I}_i^e}{k_\rho^2} \right) \right] \right\} \hat{y}\hat{x} \\ = & \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^N -a_i \frac{e^{-jkr_i} (z + z' - jb_i) (jk_0 r_i + 1)}{r_i^3} + \frac{(jk_0 R + 1) e^{-jkR} (z - z')}{R^3} \right] \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^N a_i \frac{e^{-jk_0 r_i} [(1 + jk_0 r_i)r_i^2 + (k_0^2 r_i^2 - 3 - 3jk_0 r_i)(x - x')^2]}{r_i^5} \right\} \hat{y}\hat{x}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $R = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$ ,  $r_i = \sqrt{\rho^2 + [(z + z') - jb_i]^2}$ ,  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ .

### 3 半空间格林函数的空间插值算法

本文半空间环境下金属目标采用 DCIM 计算格林函数的索末菲积分, 但对于大尺度半空间金属目标, 逐点式计算格林函数 (在计算面积分的过程中通过场源坐标逐个计算索末菲积分) 的方法使得 CFIE 的阻抗矩阵填充时间依旧很长, 且计算量巨大, 显然仅使用 DCIM 并不能解决索末菲积分计算次数多, 时间消耗长的问题. 考虑到由于半空间环境下格林函数的对称性和平移不变性 (场源相对位置相同, 索末菲积分也会相同) 的性质, 本文给出了一种格林函数高效计算方法——四维空间插值. 其基本思路是: 首先在一些离散的空间点上进行采样, 用 DCIM 方法计算出这些采样点处的索末菲积分值并建立四维插值表, 在阻抗矩阵填充过程中, 找到插值表中该点场源相对位置附近的插值节点处的值, 进行线性的 Lagrange 插值. 可以看出, 插值方法计算格林函数至少具有以下特点:

- 1) 降低调用索末菲积分的次数, 达到调用次数的最小化;
- 2) 空间插值有效利用半空间格林函数的柱对称性和平移不变性, 以避免重复多次计算相同位置索末菲积分;
- 3) 可以通过精确的积分方法与的插值方法相结合来保证格林函数计算精度.

#### 3.1 插值表的建立

对于任何半空间环境下金属目标, 插值表采样范围需要目标的空间位置来决定, 接着在该范围离散的坐标点上对索末菲积分进行采样, 建立插值表. 对于大尺度半空间金属目标问题, 要建立 1 个二维插值表<sup>[4]</sup>用于  $\overline{\mathbf{K}}^A$  和  $\mathbf{K}^{\phi e}$ ; 1 个二维插值表和 1 个四维插值表用于  $\overline{\mathbf{G}}^{HJ}$ . 一般用等间隔采样方式建立插值表, 为了保证插值精度, 要求对索末菲积分进行采样的间隔要足够小, 本文使用 0.09 个波长的采样间隔.

如图 3 所示, 表示雷达散射截面 (radar cross section, RCS) 计算误差和使用空间插值方法的运行时间随插值间隔的变化. 从图 3 可以看出, 当间隔为 0.05 个波长时, 误差最小, 但运行时间长; 随着插值间隔的增大, 误差变大, 时间减少. 因此本文选取 0.09 个波长的插值间隔, 在保证精度的同时也缩短了运行时间.

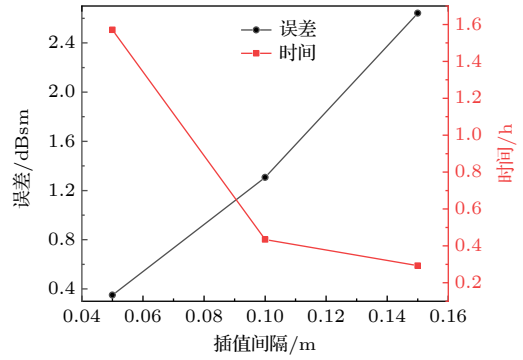


图 3 RCS 计算误差和运行时间随插值间隔变化的折线图 Fig. 3. Line chart of RCS calculation error and running time for different interpolation intervals.

如图 4 所示, 对于  $\overline{\mathbf{K}}^A$  和  $\mathbf{K}^{\phi e}$  半空间格林函数, 插值点在离散的空间点  $\rho, z$  上进行采样, 并计算这些格点的索末菲积分值, 建立二维插值表  $(\rho, z)$ .

根据 (14) 式和 (15) 式,  $\overline{\mathbf{G}}^{HJ}$  的  $\hat{x}\hat{y}$  和  $\hat{y}\hat{x}$  项的 SI 解析表达式用到了  $x - x', y - y', \rho, z - z', z + z'$ , 所以至少建立 1 个四维插值表  $(x - x', y - y', z - z', z + z')$ . 如图 5 所示, 其插值点在离散的空间点

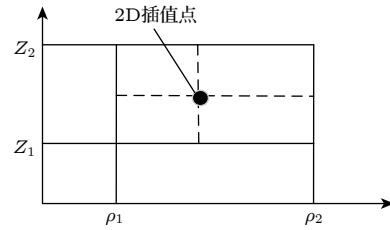


图 4 二维插值表示意图, 图中插值点在二维插值表  $(\rho, z)$  中取值

Fig. 4. Schematic diagram of two-dimensional interpolation table, the interpolation points in the figure are taken in the two-dimensional interpolation table  $(\rho, z)$ .

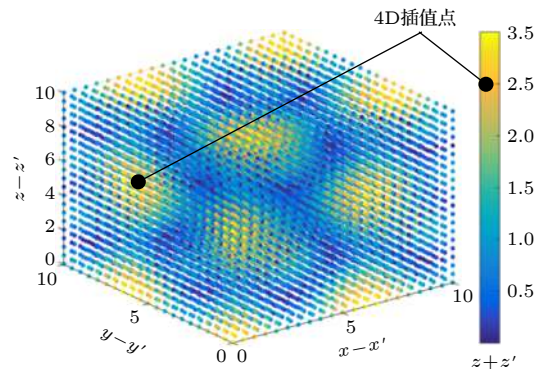


图 5 四维插值表示意图, 图中插值点在四维插值表  $(x - x', y - y', z - z', z + z')$  中取值

Fig. 5. Schematic diagram of the 4D interpolation table, the interpolation points in the figure are taken in the four-dimensional interpolation table  $(x - x', y - y', z - z', z + z')$ .

$x - x', y - y', z - z', z + z'$  上进行采样, 取出插值点处索末菲积分值, 将其填入插值表 ( $x - x', y - y', z - z', z + z'$ ) 中, 其余项与  $\bar{\mathbf{K}}^A$  和  $\mathbf{K}^{\phi e}$  建表方式相同.

### 3.2 格林函数插值计算

在阻抗矩阵生成过程中, 利用 Lagrange 插值公式, 可以得到插值表中任意场源点组合对应的索末菲积分值, 进一步计算出格林函数. 对于  $\bar{\mathbf{K}}^A$  和  $\mathbf{K}^{\phi e}$  所对应的索末菲积分值  $S_n$ , 要通过二维插值得到; 对于  $\bar{\mathbf{G}}^{H,J}$  所对应的索末菲积分值  $S_n$ , 则要进行二维和四维插值. Lagrange 插值方法由于其只需要区间端点的信息并使用线性插值公式, 不需要对索末菲积分进行逐次计算, 可以获得最快的计算速度; 另外, 由于是对场、源点的相对位置进行插值, 实际上充分利用了半空间格林函数的柱对称性

和平移性, 从而进一步降低计算量.

假设场点和源点分别位于立方体  $l$  和  $k$  中 (这两个立方体之间至少相隔一个立方体长度), 所有立方体内取一些插值点, 然后采用插值近似的方法计算场点  $r$  和源点  $r'$  之间积分核的相互作用, 则可以表示为如下形式:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{i=1}^{K_i} \sum_{j=1}^{K_j} \omega_{l_i}(\mathbf{r}) \omega_{k_j}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}_{l_i}, \mathbf{r}'_{k_j}), \quad (16)$$

式中  $\mathbf{r}_{l_i}$  表示场立方体  $l$  中的第  $i$  个插值点;  $\mathbf{r}'_{k_j}$  表示源立方体  $k$  中的第  $j$  个插值点;  $\omega_{l_i}(\mathbf{r})$ ,  $\omega_{k_j}(\mathbf{r}')$  分别表示第  $i$  个插值基函数和第  $j$  个插值基函数 (与插值节点有关的  $P$  次多项式);  $K_i$  表示插值点数;  $\mathbf{G}(\mathbf{r}_{l_i}, \mathbf{r}'_{k_j})$  插值函数在结点处的函数值.

每一维上的插值基函数<sup>[32]</sup> 表示为

$$\omega_{l_i}(\zeta) = \frac{(\zeta - \zeta_0)(\zeta - \zeta_1)(\zeta - \zeta_2) \cdots (\zeta - \zeta_{i-1})(\zeta - \zeta_{i+1}) \cdots (\zeta - \zeta_p)}{(\zeta_i - \zeta_0)(\zeta_i - \zeta_1)(\zeta_i - \zeta_2) \cdots (\zeta_i - \zeta_{i-1})(\zeta_i - \zeta_{i+1}) \cdots (\zeta_i - \zeta_p)}. \quad (17)$$

以  $(x - x')$  方向上的插值基函数为例, 在  $(x - x')$  方向上有四个插值基函数:

$$\omega_{n-1}(x - x') = \frac{[(x - x') - (x - x')_n] [(x - x') - (x - x')_{n+1}]}{[(x - x')_{n-1} - (x - x')_n] [(x - x')_{n-1} - (x - x')_{n+1}]} \cdot \frac{[(x - x') - (x - x')_{n+2}]}{[(x - x')_{n-1} - (x - x')_{n+2}]}, \quad (18)$$

$$\omega_n(x - x') = \frac{[(x - x') - (x - x')_{n-1}] [(x - x') - (x - x')_{n+1}]}{[(x - x')_n - (x - x')_{n-1}] [(x - x')_n - (x - x')_{n+1}]} \cdot \frac{[(x - x') - (x - x')_{n+2}]}{[(x - x')_n - (x - x')_{n+2}]}, \quad (19)$$

$$\omega_{n+1}(x - x') = \frac{[(x - x') - (x - x')_{n-1}] [(x - x') - (x - x')_n]}{[(x - x')_{n+1} - (x - x')_{n-1}] [(x - x')_{n+1} - (x - x')_n]} \cdot \frac{[(x - x') - (x - x')_{n+2}]}{[(x - x')_{n+1} - (x - x')_{n+2}]}, \quad (20)$$

$$\omega_{n+2}(x - x') = \frac{[(x - x') - (x - x')_{n-1}] [(x - x') - (x - x')_n]}{[(x - x')_{n+2} - (x - x')_{n-1}] [(x - x')_{n+2} - (x - x')_n]} \cdot \frac{[(x - x') - (x - x')_{n+1}]}{[(x - x')_{n+2} - (x - x')_{n+1}]}. \quad (21)$$

同样在  $(y - y')$ ,  $(z - z')$  和  $(z + z')$  方向上各有 4 个插值基函数, 可以得到此时在插值点  $(n - 1, j - 1, s - 1, d - 1)$  处四维张量积为

$$\begin{aligned} & \omega_{n-1, j-1, s-1, d-1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ &= \omega_{n-1}(x - x') \cdot \omega_{j-1}(y - y') \cdot \omega_{s-1}(z - z') \cdot \omega_{d-1}(z + z') \\ & \times \frac{[(x - x') - (x - x')_n] [(x - x') - (x - x')_{n+1}] [(x - x') - (x - x')_{n+2}]}{[(x - x')_{n-1} - (x - x')_n] [(x - x')_{n-1} - (x - x')_{n+1}] [(x - x')_{n-1} - (x - x')_{n+2}]} \\ & \times \frac{[(y - y') - (y - y')_j] [(y - y') - (y - y')_{j+1}] [(y - y') - (y - y')_{j+2}]}{[(y - y')_{j-1} - (y - y')_j] [(y - y')_{j-1} - (y - y')_{j+1}] [(y - y')_{j-1} - (y - y')_{j+2}]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{[(z-z')-(z-z')_s][(z-z')-(z-z')_{s+1}][(z-z')-(z-z')_{s+2}]}{[(z-z')_{s-1}-(z-z')_s][(z-z')_{s-1}-(z-z')_{s+1}][(z-z')_{s-1}-(z-z')_{s+2}]} \\ & \times \frac{[(z+z')-(z+z')_d][(z+z')-(z+z')_{d+1}][(z+z')-(z+z')_{d+2}]}{[(z+z')_{d-1}-(z+z')_d][(z+z')_{d-1}-(z+z')_{d+1}][(z+z')_{d-1}-(z+z')_{d+2}]} \end{aligned} \quad (22)$$

取出插值表中插值点处响应的函数值, 利用 Lagrange 插值公式, 进一步计算出格林函数值:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{N=n-1}^{N=n+2} \sum_{J=j-1}^{J=j+2} \sum_{S=s-1}^{S=s+2} \sum_{D=d-1}^{D=d+2} \omega_{N,J,S,D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{G}_{N,J,S,D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (23)$$

#### 4 数值仿真和分析

为了验证本文方法, 本节数值算例运行的平台为 Intel(R) Core(TM) i5-7200U CPU @ 2.50 GHz, 内存为 12 GB.

**算例 1** 首先, 如图 6 所示, 考虑半空间上方一个金属立方体. 上半空间是空气, 下半空间的相对介电常数为  $\epsilon_r = 6.38 - j0.663$ , 金属立方体的边长为 1 m, 金属立方体到下平面距离 0.2 m, 入射平面波为 600 MHz, 入射角  $\theta = 60^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ , 散射角  $\theta = 60^\circ$ ,  $\phi = -180^\circ \sim 180^\circ$ . 分别采用了本文提出的插值加速方法、传统的 CFIE 方法 (未插值)、以及商业软件 FEKO 计算了该模型的雷达散射截面.

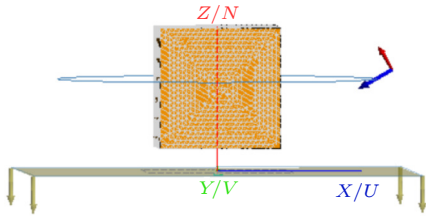


图 6 金属立方体模型示意图

Fig. 6. Schematic diagram for the metal cube model.

图 7 仿真结果表明, 本文提出的加速方法与传统 CFIE 方法以及 FEKO 仿真结果均吻合, 证明了本文方法的正确性.

**算例 2** 如图 8 所示, 下图为半空间上方一个金属 slicy. 上半空间是空气, 下半空间的相对介电常数为  $\epsilon_r = 5.0 - j0.2$ , 金属 slicy 的长为 2 m, 宽为 2 m, 高为 1.5 m, 金属 slicy 到下平面距离 0.2 m, 入射平面波为 300 MHz, 入射角  $\theta = 60^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ , 散射角  $\theta = 60^\circ$ ,  $\phi = -180^\circ \sim 180^\circ$ . 分别采用了本文提出的插值加速方法与传统的 CFIE 方法 (未插值) 计算了该模型的雷达散射截面.

图 9 仿真结果表明, 本文提出的加速方法与传统 CFIE 方法 (未插值) 计算结果相吻合.

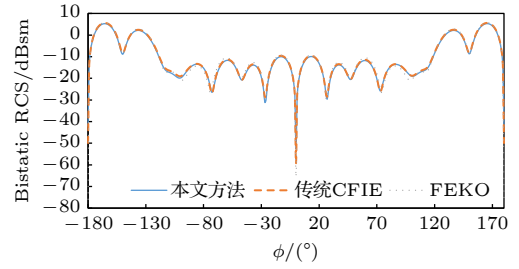


图 7 金属立方体双站 RCS 仿真结果对比图

Fig. 7. RCS comparison among the proposed method, the traditional CFIE method and the FEKO for the PEC block model.

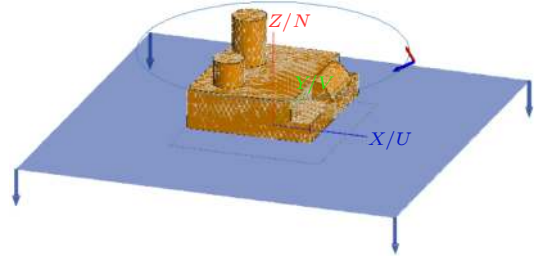


图 8 金属 slicy 模型示意图

Fig. 8. Schematic diagram for the metal slicy model.

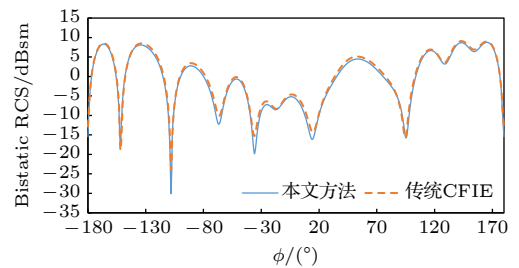


图 9 金属 slicy 模型双站 RCS 仿真结果对比图

Fig. 9. RCS comparison between the proposed method and the traditional CFIE method for the PEC slicy model.

**算例 3** 如图 10 所示, 下图为半空间上方一个金属船. 上半空间是空气, 下半空间的相对介电常数为  $\epsilon_r = 5.0 - j0.2$ , 金属船的长为 7 m, 宽为 1 m, 高为 1.7 m, 金属船到下平面距离 0.2 m, 入射平面波



表 1 本文方法与 FEKO、传统 CFIE 的计算资源比较  
Table 1. Computational comparison among the proposed method, FEKO and the traditional CFIE.

模型	未知量	计算时间/s			计算内存/MB		
		FEKO	传统CFIE	本文方法	FEKO	传统CFIE	本文方法
立方体	11682	1731	7560	1008	1229.0	1120.1	1251.9
slicy	7518	709	3204	432	533.6	545.8	557.0
船	14013	2541	18684	1476	1721.3	1613.6	1715.9

为 300 MHz, 入射角  $\theta = 60^\circ, \phi = 0^\circ$ , 散射角  $\theta = 60^\circ, \phi = -180^\circ - 180^\circ$ . 分别采用了本文提出的插值加速方法与传统的 CFIE 方法 (未插值) 计算了该模型的雷达散射截面.

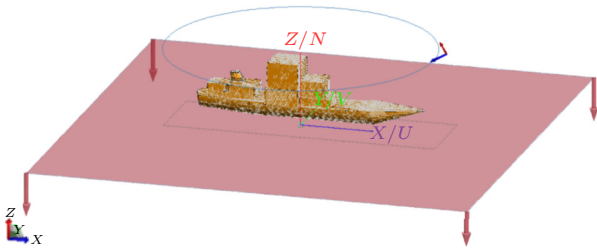


图 10 金属船模型示意图  
Fig. 10. Schematic diagram for the metal ship model.

图 11 仿真结果表明, 本文提出的加速方法与传统 CFIE 方法 (未插值) 计算结果吻合. 并且, 由于激励、背景和结构的对称性, 所得的 RCS 也具有较好的对称性.

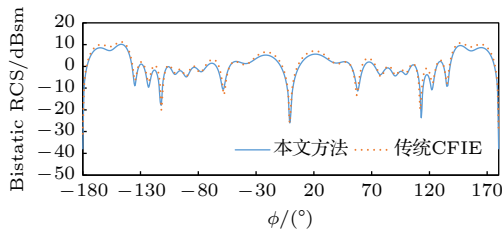


图 11 金属船双站 RCS 仿真结果对比图  
Fig. 11. RCS comparison between the proposed method and the traditional CFIE method for the PEC ship model.

表 1 所示为本文方法与 FEKO、传统 CFIE 的计算资源比较. 从表 1 可以看出, 在计算半空间上方金属船时, 本文方法在传统 CFIE 基础上提高了  $18684/1476 \approx 12.6$  倍, 本文提出的插值加速方法, 保证了计算精度的基础上, 比 FEKO(CFIE) 和传统 CFIE 方法明显节省了计算时间. 与传统 CFIE 方法相比, 插值表存储需要一定的计算内存; 另外, FEKO(CFIE) 也运用了插值方法和本文插值方法计算内存基本一致. 因此, 可以通过精确的

积分方法与插值方法相结合来保证格林函数的计算精度和效率. 随着金属目标电尺寸的增大, 与传统 CFIE 方法相比, 插值加速方法在格林函数计算时间上的减少将越发显著, 对于提高计算效率具有重要意义.

## 5 结 论

本文讨论了半空间环境下大尺度金属目标电磁散射快速分析方法, 在 CFIE 的基础上, 利用半空间格林函数的性质, 在阻抗矩阵生成过程中, 通过二维和四维空间插值方法, 避免了索末菲积分的大量重复计算. 本文提出的插值加速方法可节省积分的次数, 同时, 插值加速方法可以建立通用的插值表, 从而达到与自由空间问题接近的计算效率.

## 参考文献

- [1] Man L, Wei X, Xiao Z H 2017 *International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium Suzhou, China*, August 1–4, 2017 p1
- [2] Li B, Ma M C, Lei M Z 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 050301 (in Chinese) [李冰, 马萌晨, 雷明珠 2017 物理学报 **66** 050301]
- [3] Xiang M, Niu L Q, Wu P Y, Xie Y J, Shi S H, Yan J 2019 *Appl. Electr. Tech.* **45** 1 (in Chinese) [向敏, 牛立强, 武沛羽, 谢拥军, 石宋华, 严杰 2019 电子技术应用 **45** 1]
- [4] Nie Z P, Chen Y P 2017 *Chin. Sci. (Informationis)* **47** 545 (in Chinese) [聂在平, 陈涌频 2017 中国科学: 信息科学 **47** 545]
- [5] Yuan H, Wang C, Li Y, Liu N, Cui G 2016 *International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory Guilin, China*, Oct. 18–21, 2016 p75
- [6] Wei Y W 2016 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [魏仪文 2016 博士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [7] Shao Y, Gong H Z, Tian W, Zhang Q J, Wang G J, Bian X L, Zhang T T, Zhang F L, Li K, Liu Z Q, Ni C 2021 *J. Remote. Sens.* **25** 323 (in Chinese) [邵芸, 宫华洋, 田维, 张庆君, 王国军, 卞小林, 张婷婷, 张风丽, 李坤, 刘致曲, 倪崇 2021 遥感学报 **25** 323]
- [8] Qi X 2019 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China) (in Chinese) [綦鑫 2019 博士学位论文 (成都: 电子科技大学)]
- [9] Zhang R, Jia P, Hu L 2018 *IEEE International Conference on Computational Electromagnetics Chendu, China*, March 26–28, 2018 p1

- [10] Li B C, Zhang Q Z, Liu H L 2021 *2020 15th Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves and Device Applications* Zhengzhou, China, April 16–19, 2021 p54
- [11] Wang Y, Wang J, Yao L 2020 *IEEE J. Multiscale and Multiphys. Comput. Techn.* **5** 273
- [12] Zhang Y, Wang P, Li W, Yang S 2019 *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications* Granada, Spain, Sept 9–13, 2019 p0780
- [13] Xu R W, Guo L X, Fan T Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 170301 (in Chinese) [徐润汶, 郭立新, 范天奇 2013 物理学报 **62** 170301]
- [14] Chen Y P, Nie Z P, Hu J 2008 *Acta Electron. Sin.* **3** 562 (in Chinese) [陈涌频, 聂在平, 胡俊 2008 电子学报 **3** 562]
- [15] Sommerfeld A 1909 *Ann. Phys.* **28** 665
- [16] Weyl H 1919 *Ann. Phys.* **365** 481
- [17] Siegel M, King R 1971 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **19** 477
- [18] Xu X B, Butler C 1986 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **34** 880
- [19] Stratton I A 1941 *Electromagnetic Theory* (New York: Mc Graw-Hill Book Company)
- [20] Michalski K A, Zheng D 1990 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **38** 335
- [21] Vitebskiy S, Carin L 1995 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **43** 1303
- [22] Geng N, Sullivan A, Carin L 2000 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **38** 1561
- [23] Yang J J, Chow Y L, Fang D G 1991 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **39** 319
- [24] Aksun M I 1996 *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* **44** 651
- [25] Yuan M T, Sarkar T K, Salazar-Palma M 2006 *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* **5** 1025
- [26] Zhuang L, Zhu G Q, Zhang Y H 2007 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **49** 1337
- [27] Pan J, Wen X L 1996 *Chin. J. Geophys.* **s1** 400 (in Chinese) [潘锦, 文希理 1996 地球物理学报 **s1** 400]
- [28] Hu J, Nie Z P 1998 *Acta Electron. Sin.* **3** 126 (in Chinese) [胡俊, 聂在平 1998 电子学报 **3** 126]
- [29] Song Z, Zhou H, Zheng K, Hu J, Li W, Hong W 2013 *IEEE Antennas. Propag. Mag.* **55** 92
- [30] Wu B, Sheng X A 2015 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **63** 3727
- [31] Burke G, Miller E 1984 *IEEE Trans. Antennas. Propag.* **32** 1040
- [32] Eskelinen P 2002 *IEEE Aerosp. Electr. Syst. Mag.* **17** 41
- [33] Chen J Y, Kishk A A, Glisson A W 2000 *Electromagnetics* **20** 1
- [34] Luo W 2016 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China) (in Chinese) [罗万 2016 博士学位论文 (成都: 电子科技大学)]
- [35] Hu Y Q 2012 *Ph. D. Dissertation* (Nanjing: Nanjing University of Science and Technology) (in Chinese) [胡云琴 2012 博士学位论文 (南京: 南京理工大学)]
- [36] Zhang M, Li L W, Li L C, Wu Z S 2008 *Chin. Sci.* **2** 298 (in Chinese) [张民, 李乐伟, 李良超, 吴振森 2008 中国科学 **2** 298]

# High-efficient analysis of metal target electromagnetics above the half-space based on mixed field integral equation\*

Yuan Qian<sup>1)</sup> Zhou Pei-Yang<sup>1)</sup> He Zi<sup>1)†</sup> Chen Xue-Wen<sup>2)</sup> Ding Da-Zhi<sup>1)</sup>

1) (*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China*)

2) (*Wuhan National Research Center for Optoelectronics, School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

( Received 23 November 2021; revised manuscript received 15 March 2022 )

## Abstract

A new acceleration method is proposed for efficiently solving the problem of electromagnetic scattering from metal targets in half-space. The analysis of electromagnetic problems in any structure can be settled by the electric field integral equation. But the generated matrix condition number is large and the iterative solution has poor convergence. The number of the matrix condition generated by the magnetic field integral equation is small and iterative convergence is good. But only the closed structure problems can be worked out. The combined field integral equation is adopted because of the universality of the electric field integral equation and the convergence of the magnetic field integral equation. The gradient term of Green's function is involved in the integral equation of the mixed field. In order to further enhance the calculation efficiency, an efficient four-dimensional spatial interpolation method is introduced for half-space Green's function. Tabulation and lagrange interpolations are performed in the Sommerfeld integrals for the half-space Green's function. The improved efficiency can be 7.5 times higher than that of the traditional combined field integral equation(CFIE). Numerical results show that the computational time can be reduced significantly by the proposed method with encouraging accuracy.

**Keywords:** electromagnetic scattering, combined field integral equation, half-space Green's function, spatial interpolation, sommerfeld integral

**PACS:** 41.20.-q, 41.20.Jb, 07.05.Kf, 02.30.Uu

**DOI:** [10.7498/aps.71.20212152](https://doi.org/10.7498/aps.71.20212152)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62071231, 61931021, 61890541), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20211571), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 30921011207).

† Corresponding author. E-mail: [zihe@njust.edu.cn](mailto:zihe@njust.edu.cn)