

专题: 量子计算新进展: 硬件、算法和软件

面向量子计算的拓扑超导体材料、 物理和器件研究*

姜达¹⁾ 余东洋¹⁾ 郑沾¹⁾ 曹晓超¹⁾ 林强^{1)†} 刘伍明^{1)2)‡}

1) (浙江工业大学理学院&前沿交叉科学研究院, 杭州 310014)

2) (中国科学院物理研究所, 北京 100190)

(2022年3月31日收到; 2022年4月26日收到修改稿)

鉴于“摩尔定律”已经逼近极限, 众多替代传统计算的方法被提出, 其中量子计算是最受关注和研究最广泛的一种. 由于量子体系的不可封闭性, 外界大量不可控的因素会导致量子耗散和退相干, 为了尽可能避免量子叠加态的退相干, 制备具有鲁棒性的量子比特成为了关键环节之一. 马约拉纳零能模是拓扑和超导复合体系中涌现的准粒子, 具有非阿贝尔统计性质, 它的时空编织受到非局域的拓扑性质保护, 因此, 以马约拉纳零能模构造的拓扑量子比特对量子退相干具有天然的鲁棒性. 虽然经过全球范围内各个实验组艰苦卓绝的探求, 目前关于马约拉纳零能模的实验验证仍然扑朔迷离. 本文回顾了量子计算的发展历程和主要的技术手段, 重点介绍了拓扑超导态/体的理论、可观测的实验现象、以及最新的实验研究进展, 并对此做出了分析和评述. 最后对拓扑超导态/体在量子计算领域的应用前景进行了展望.

关键词: 量子计算, 拓扑超导体**PACS:** 03.65.-w, 03.67.Lx**DOI:** 10.7498/aps.71.20220596

1 引言

1.1 何为量子计算

信息是现代科学的一个核心基本概念, 它已影响到生活的各个方面. 在经典信息论中, 信息的内容和形式以二进制方式加载在一连串的确切状态 0 或 1 上. 由于内容和形式可以有不同的表达, 现代科学更关心信息的度量, 而非信息本身的价值. 信息量的基本单位是比特 (bit). 计算 (compute) 在拉丁语里由 “com” 和 “putare” 构成, 指的是处理信息并将其简化为数据. 量子计算, 相对于经典计算而言, 是指计算的物理实现遵循的是量子物理的

规律, 而非经典物理的规律. 因此, 在计算过程中量子计算会用到量子物理的非经典性质, 如态的叠加、纠缠、非局域性等. 一般情况下, 量子态不可进行克隆, 测量也将导致量子态坍缩. 这两个事实使得量子计算过程中往往无法进行复制和反馈, 这也意味着量子计算和经典计算必然存在巨大的差异.

对照经典计算, 量子计算也可分为软件和硬件两大部分: 软件部分包括算法分析和设计、量子编程语言、软件等; 硬件包括量子芯片、量子存储器等. 从处理信息的形式来分, 量子计算又可分为离散变量型和连续变量型. 量子计算也可从计算模型角度来区分. 在众多的计算模型中, 当下最受学界重视的方案有量子门阵列、单向量子计算、绝热量

* 国家自然科学基金 (批准号: 61727821, U20A20219, 61835013) 和国家重点研发计划 (批准号: 2021YFA1400900, 2021YFA0718300, 2021YFA1400243) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qlin@zjut.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: wmliu@aphy.iphy.ac.cn

子计算和拓扑量子计算等四种。

尽管量子计算领域发展快速,但受限于量子计算的理论研究,人们尚不知道量子计算机的最终设计方案。需指出的是:目前所谈论的量子计算机往往指的是对特定问题能达到指数级别加速的处理器,而非一个独立完成计算任务的装置设备;相应地,目前所谈的量子计算其实是一种异构运算,它将需要加速的代码在量子芯片上执行并返还给经典计算机协同完成计算任务。

1.2 量子计算的意义

由于对数据处理量和计算速度要求的不断提高,芯片的集成度不断提高,运算产生的热已限制元件的性能和寿命。尽管多处理器和分布式计算能部分缓解该方面的压力,但无法从本质上克服困难,也无法降低计算的能耗。目前智能手机 3 nm 芯片即将进入使用,在该尺度及更小的尺度下,经典物理的规律将不再准确,必须考虑量子效应。因此,基于量子规律的量子芯片、量子存储器设计方案,以及相匹配的计算方案自然地成为了普遍关注的科学问题。

由于用于计算的量子态可以和电位的高低没有关系,量子比特位诸如翻转等演化没有产生焦耳热的机制,原则上讲,量子计算元件密集程度(性能和寿命)应不受散热条件的限制。

经典计算使用确定的宏观状态 0 和 1 进行运算。量子计算,以离散变量型为例,则以复 Hilbert 空间的微观量子比特 (qubit) 计算基矢 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 进行处理。与经典物理不同的是,量子态一般处在这两个基矢的叠加态上。一个位上的量子态,以 Bloch 球来表示,其分布可布满整个球面,而 $|0\rangle$ 或 $|1\rangle$ 则为球面的两个极点。由此可知,一个 qubit 可以有无穷多种存在方式,这意味着量子计算具有高度的并行性和几乎无限的信息承载能力。具体地说,由于一个经典的二进制存储器只能存储 0 或 1 中的一个数, n 个经典的二进制存储器只能存储 2 的 n 次方个排列中的一个数,而由于量子叠加原理, n 个量子二进制存储器可以存储 2^n 个排列的所有的数。可见,量子存储器的容载量是呈指数增长的。当 n 很大时,比如 $n = 275$,量子存储器可存储的数据量比宇宙中的原子总数(上限约为 10^{82} 个)还要多。由此可知,基于经典物理原理设计的存储器无法胜任很大规模下的信息处理。此外,由于哈密顿

算符是线性算子,量子叠加态的演化是并行的,且相互间不需要进行通信。同样地,由于态叠加原理,在各个量子比特位上可以同时多个数据的写入,或者同时进行多个数据的读出。因此,量子计算的高并行性特点原则上可展现出更快的计算速度。再考虑到量子比特间的纠缠等特性,一些特殊制备的量子源在特定问题上,有着超越经典计算机方案的处理速度和能力。

量子计算未来有十分巨大的应用前景,尤其在大数据量相关的一些研究和应用上,比如:

1) 大数据科学。使用量子计算可以更全面、快速、准确地找到需要的海量数据检索,用于检索商业信息,方案的优化,信息的整合和预测,比如便捷的线上贸易、私人定制的(健康、金融等)信息服务、投资组合优化和风险预测、犯罪分子的快速发现和追踪。

2) 量子模拟。工业生产前期往往需要利用行业软件进行大规模高精度的模拟,当前的模拟对软硬件要求很高,但仍无法得到很高的精度。使用量子计算有望在更大的规模、更长的演化时间上来研究相关的工业过程,得到更精确的结果,因而能带来巨大的经济效益。比如,应用量子计算改善催化剂,用于实现高效无害高质量的生产方式来生产氯乙烯和氨肥(或对应替代物),则分别对绿色环保和粮食增产起到重要作用。从科学和新技术角度来看,量子计算在化学合成、高分子新型药物的研制、生命现象等领域将发挥巨大的作用。比如,医学技术水平有望进入到原子、亚原子级别;意识和生死,作为涌现现象,有望通过大规模的模拟来进行初步地研究。

3) 人工智能。量子计算有助于提高机器学习的广度、速度和复杂度,提高视觉识别、语音识别、模式识别等来模仿和实现更复杂的人类智能行为,进而执行更为复杂的任务,比如地道的语言翻译、准确的医学诊断、严格的数学证明、有效的危险识别和规避等。得益于更快的计算速度,人工智能有望对一些微观物理化学过程进行“实时”反馈和调控,提升人类对微观粒子的操控能力。

4) 数字主权及安全。数据在现代社会中起着重要作用,数据的安全性是大家十分关心的问题。比如密码学的基本工作原理是大数分解成两位大质数的乘积,由于高的计算复杂度,经典计算要找出结果需很长的时间,而量子计算的高度并行性使

得计算在极短的时间内就可以完成,因此,量子计算的成熟应用必然要求彻底改变现代密码系统,尤其是涉及敏感信息的国防系统和金融系统.同样地,数字货币也可能需用更安全的量子数字货币代替.基于量子计算的安全协议变得十分重要.考虑到通信的绝对安全性,结合量子计算的高度并行性,量子计算用于网络时,可能使得网络攻击呈现范围大,攻击密集,实时性强等特点.无论是进行网络攻击和防御的手段,对国家安全而言都是重要的.

1.3 量子计算的发展历程

20世纪初,随着对微观世界的探索发现,量子物理在争议声中快速发展,人们认识到微观世界的规律,可以完全不同于经典的经验;同一期间,Gödel, Church 和 Turing 提出三种计算模型,带动了数字电子计算机的高速发展.通过对非传统计算方法开展研究,后来人们认识到:这三个模型都包含了与计算量相关的不合理的物理假设,即某些物理过程并不能通过计算模拟出.1970年, Park^[1]提出量子态不可克隆定理,该定理在1982年被 Wootters 和 Zurek^[2]重新发现.1973年, Bennett^[3]提出了可逆图灵机的方案.

1980年到1999年期间,科学家主要在理论方面开展研究,侧重点是量子逻辑门(CNOT门, Fredkin门),量子图灵机和一些算法的方案.其中比较著名的有:1980年, Benioff^[4]基于可逆图灵机提出了量子图灵机模型, Manin^[5]也提出了量子计算机的想法. Feynman 在1981年建议建造量子计算机,在1982年指出所有经典计算机模拟量子系统都存在指数变慢的现象,而基于量子原理的模拟器则可能无此变慢.1985年, Deutsch 提出了第一个通用量子计算机模型.1992年, Deutsch 和 Jozsa^[6]提出了指数加速的 Deutsch-Jozsa 算法.1993年, Bennett 等^[7]提出了量子隐形传态方案.1994年, Shor^[8]提出了 Shor 算法,在量子计算机上该算法对于大数分解的计算速度远远快于表现最好的经典算法.1995年, Monroe 等^[9]用俘获的离子首次实现 CNOT 门.1996年, DiVincenzo^[10]提出了构建量子计算机的若干判据; Grover^[11]提出了一种以平方幂次加速的量子搜索算法.1997年, Kitaev^[12]提出拓扑量子计算的方案,该方案可有效地对抗退相干.1998年,第一个量子计算机(2比特 NMR 量子计算机)诞生,并在其上成功实现了 Deutsch 算法^[13];

Omer 提出了量子计算编程语言.

2000年以后,量子计算在理论和实验方面都开始有了突破.2000年, Pati 和 Braunstein^[14]证明了量子不可删除定理,它表明量子信息既不能被制造也不能被销毁.2001年,基于单光子的光学量子计算模型^[15]和基于测量的量子计算模型^[16]出现.2003年, Pittman^[17]和 O'Brien^[18]两个组独立地演示了基于线性光学元件的量子 CNOT 门.2004年,科学家实现了量子隐形传态^[19].2005年, Chaneilère 等^[20]演示了两个量子存储器间信息交换.2007年,单原子单光子服务器出现^[21].2008年,基于量子光学频率梳的大规模量子计算方案出现^[22].2009年, Lloyd 等^[23]提出 HHL 量子算法,对于求解线性系统能达到指数加速效果; Schoelkopf 等^[24]制造了第一个固态量子处理器; O'Brien 等^[25]制造了光子芯片,并演示了 $15 = 3 \times 5$ 的 Shor 算法;首个面向原子光学开发的拓扑簇态量子架构出现^[26].

自2010年开始,量子计算从软、硬件两方面都得到了快速的发展,众多芯片方案均在实验上得到了验证,商用的量子计算机也被制造出来.2010年出现了双光子芯片^[27].2011年,14比特的量子注册机^[28]制造了出来; Aaronson 等^[29]提出了玻色采样理论方案; D-wave 制造并售出了量子淬灭机.2012年,世界第一家量子计算软件公司 1 QB 量子技术成立.2013年,量子态可达到小时级别的相干时间^[30,31].2014年,基于钻石的大规模量子计算架构方案^[32]出现;基于隐形传态技术,科学家实现了高保真、米级的数据传输^[33].2016年,在基于离子阱的量子计算机上实现了 Shor 算法^[34], IBM 开放了量子云计算平台 Quantum Experience^[35], Google 利用9个超导比特对氢气分子进行了量子模拟^[36].2017年,科学家在微芯片上产生了两个纠缠的比特,共含100个态分量(每个比特上有10个态分量)^[37];微软发布量子编程语言 Q Sharp;第一个用于商业量子计算机的用户交互式操作系统出现;反事实量子通信方案通过实验验证^[38],量子信息交换有望不通过携带者或隐形传态方式直接完成.2018年,三光子态用于加速量子计算^[39];硅基双比特量子处理器通过测试^[40];用于连续变量量子信息处理的集成光子平台出现^[41]; IonQ 公司制造了基于离子陷阱的首台商用量子计算机.2019年, IBM 制造了它的第一台商用量子计算机,奥地利科学家在量子计算机上模拟了晶格模型^[42];谷歌声称量

子计算机实现了量子优越性; IBM 研制出了 53 个 qubit 构成的量子计算机; 潘建伟团队实现了多光子玻色采样^[43]. 2020 年, 科学家提出并给出了一个量子布线问题的解决方案^[44], 对纠缠声子对进行测量后实现了测量信息的量子擦除^[45], 利用谷歌公司的量子求解器研究了氢链的结合能和二氮烯的异构机制^[46], 在城际级别实现了 8 用户量子通信网络^[47]. 潘建伟团队使用 (峰值为 76 个光子比特) 九章玻色采样机实现了量子优越性^[48]. 2021 年, 中国科学家建立了世界最大的综合量子通信网络, 实现了地面和卫星的连接^[49]; 在无人机间成功传输了纠缠的光子, 标志着量子网络的研究进入可移动的阶段^[50]; 制造出了目前世界上最强的量子计算机祖冲之 2, 它是一台 66 比特可编程超导量子计算机. 国外研究人员展示了用于分布式量子计算机的第一个量子逻辑门的原型^[51]; 奥地利、德国和瑞士的研究人员展示了两台 19 英寸机架的量子计算演示器^[52]. 在量子比特数目方面, 研究也取得了较大突破: 可编程的量子模拟器可操作的量子比特数达到 256 个^[53], 基于 Rydberg 原子的量子模拟器的原子数也达到 196 个^[54]. 另外, 滑铁卢大学利用量子计算机对重子进行了模拟^[55]. 到目前, 量子计算的各个方面都在蓬勃发展.

2 量子计算的理论基础

2.1 量子比特

比特是计算的基本单位, 在传统计算机中, 一般用低电平 0 和高电平 1 编码二进制数据位. 类似地, 在量子计算中, 其物理对应可以是任意的一个二能级比特体系, 比如把低能级标记为 $|0\rangle$ 态, 高能级标记为 $|1\rangle$ 态. 一个量子比特, 即量子双态系统组成的态矢空间, 就是一个二维 Hilbert 空间. 理论上一次量子操作可以同时实现 2^n 个叠加的数据进行并行运算, 这相当于电子计算机进行 2^n 次操作. 基于量子力学的量子计算提供了一种从根本上实现并行计算的模式, 具备远超过经典计算机运算能力的前景.

值得指出的是, 传统图灵机的架构同样适用于量子计算, 可以对量子比特执行可编程的逻辑操作, 实现通用的量子运算, 从而获得计算能力的指数级加速提升. 作为比较, 每秒运算万亿次的电子

计算机对一个 300 位的大数质因数分解需要 10 万年以上, 而利用同样运算速率、采用数学家 Shor 提出的量子分解算法的量子计算机只需要 1 s^[8], 这对经典信息安全体系将带来深远的影响.

2.2 叠加态

经典计算机中每个比特只能表示 0 或者 1 中的一种状态, 经过逻辑门运算之后得到的结果也是如此. 对于量子比特而言, 遵循量子力学的定律, 不仅可以是 $|0\rangle$ 态或 $|1\rangle$ 态, 也可以是 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的任意线性叠加态: $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, 其中 α, β 都是复数, 且满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. 一个量子比特可以同时包含 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的信息, 这体现了量子力学中特有的相干性. 目前单量子比特可以用 Bloch 球表示, 如图 1 所示, 多量子比特则用张量乘积来描述. 根据 Feynman 关于态叠加原理解释, 如果一个系统处在叠加态, 在不破坏这个态的前提下, 原则上没有任何物理手段可以确定或区分在这个态中系统究竟处于 $|0\rangle$ 态还是 $|1\rangle$ 态. 量子体系与外界环境的作用会导致叠加态的分布和相位信息丢失, 使编码量子态退化为经典态, 即量子退相干现象, 这是目前量子计算遇到的关键难题.

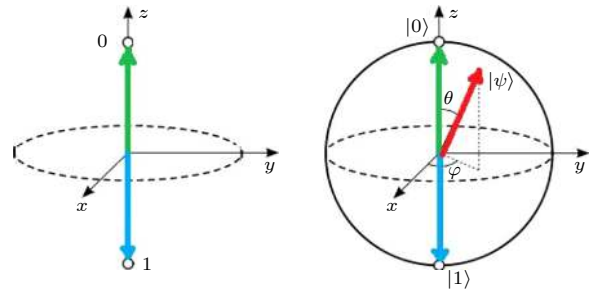


图 1 经典比特(左)和量子比特(右)图示. 量子比特可以代表 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的叠加态

Fig. 1. Classic bit (left) and qubit (right). Qubit presents the superposition of $|0\rangle$ and $|1\rangle$.

作为态叠加原理应用在多体量子系统时的特有性质, 量子纠缠代表不同体系之间的非局域、非经典关联^[56], 在数学上表现为复合系统的量子态无法写成子系统之间的直积. 目前光子纠缠源的产生有两个主要方法: 基于自发参量下转换技术^[57]和单个原子自发辐射产生的确定性单光子^[58], 纠缠光子在量子通信及量子计算中有着重要的应用价值^[59,60].

3 实现量子计算的主要技术路线

3.1 超导体

超导体是实现量子计算的又一条有效技术路线, 是通过超导系统的量子态来实现量子计算^[61]. 超导量子计算的一个重要优势是与现有的半导体工业技术兼容, 可以在技术上很顺利的从传统计算过渡到量子计算, 而它的劣势则是需要在低温下才能工作.

在超导电路中实现量子比特的基本元器件是具有非线性特性的约瑟夫森结 (Josephson junction), 它是两个超导体之间夹一个绝缘体薄层的三明治结构 (如图 2 所示). 在超导态时, 库珀对可以隧穿绝缘层造成的势垒形成超导电流, 这就是约瑟夫森效应, 这里的超导电流满足以下两个方程:

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (1)$$

$$I = I_c \sin \varphi, \quad (2)$$

其中 I 是流经约瑟夫森结的电流; I_c 是临界电流; φ 是绝缘层两侧超导体的相位差; V 是两侧超导体的电势差; $\Phi_0 = h/2e$ 是磁通量子. 这就是约瑟夫森效应方程. 由约瑟夫森效应方程 (1) 和方程 (2) 可以推导出约瑟夫森结本身存储的能量:

$$E = \int IV dt = \int I_c \sin \varphi \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = E_j (1 - \cos \varphi), \quad (3)$$

其中 $E_j = I_c \frac{\Phi_0}{2\pi}$ 是约瑟夫森结能量. 受限于现有工艺制备技术, 实际的约瑟夫森结可以等效为理想约瑟夫森结、电容和电感组成的并联电路, 因此可得出约瑟夫森结的哈密顿量为

$$\begin{aligned} \hat{H} &= 4E_c \hat{n}^2 + \frac{1}{2} E_L \hat{\varphi}^2 - E_j (\cos \hat{\varphi}_1 + \cos \hat{\varphi}_2), \\ &= 4E_c \hat{n}^2 + \frac{1}{2} E_L \hat{\varphi}^2 - 2E_j \cos \frac{\pi \hat{\Phi}_c}{\Phi_0} \cos \hat{\varphi} \\ &= 4E_c \hat{n}^2 + \frac{1}{2} E_L \hat{\varphi}^2 - E_j \cos \hat{\varphi}, \end{aligned} \quad (4)$$

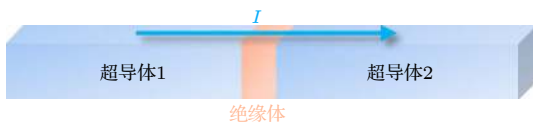


图 2 约瑟夫森结示意图.

Fig. 2. The schematic of Josephson Junction.

其中 $E_c = \frac{e^2}{2C}$ 是电容器上的能量; $E_L = \frac{\hbar/2e}{L}$ 表示电感的能量, $E_j = 2E_j \cos \frac{\pi \hat{\Phi}_c}{\Phi_0}$, $\hat{\varphi} = \frac{\hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2}{2}$, $\hat{\Phi}_c = (\hbar/2e)(\hat{\varphi}_1 - \hat{\varphi}_2)$.

从约瑟夫森结的哈密顿量出发, 基于约瑟夫森结的电路可以设计出三种量子比特结构: 电荷量子比特 (charge qubit)、磁通量子比特 (flux qubit) 及相位量子比特 (phase qubit).

电荷量子比特 当 $E_c \geq E_j$ 时, 电荷能量占据优势, 电感可以忽略, 超导体中的库珀对数目可以作为量子比特的量子态, 这种类型的量子比特称为电荷量子比特, 也称为 Cooper-pair box^[62].

磁通量子比特 当 $E_j > E_c$ 时, 电容可以忽略, 电路由电感和约瑟夫森结组成, 通过磁场调节约瑟夫森结的中间势垒高度, 改变约瑟夫森结两边势阱的最低能级跃迁, 产生两个超导电流方向, 分别对应着量子比特中的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 量子态, 这种类型的量子比特称为磁通量子比特.

相位量子比特 当 $E_j \gg E_c$ 时, 与磁通量子比特类似. 通过外加直流偏置电流, 使得势阱中只存在几个有限的能级, 将最低两个能级作为量子比特的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 量子态, 这种类型的量子比特称为相位量子比特.

超导量子计算中所用到的超导体分为两大类, 一类是以铝为代表的传统超导体; 另一类是存在马约拉纳准粒子的拓扑超导体.

3.1.1 传统超导体

谷歌、IBM、英特尔、本源量子、浙江大学、南京大学、北京量子信息科学研究院等国内外企业和科研机构采用的是传统超导体来实现量子计算的技术路径. 2019 年美国谷歌公司研制的 53 个量子比特的 Sycamore 处理器首次实现了“量子优越性”^[63], 制备该处理器的材料是生长在硅片上的常规超导体铝膜, 通过紫外曝光和电子束曝光进行 14 次光刻过程完成, 该研究成果具有里程碑式的意义; 2021 年, 中国科技大学潘建伟院士团队推出了 62 个量子比特的超导处理器“祖冲之号”^[64], 该处理器同样也是利用传统超导铝膜制备, 通过 $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$ 结构来制备约瑟夫森结, 从而实现量子比特; 同年, 浙江大学也发布了利用传统超导体铝膜制备的“莫干 1 号”和“天目 1 号”超导量子芯片学术成果^[65]. 传统超导量子计算已经逐渐成为实现量子计算的主

要技术路径之一. 但是传统超导量子计算存在一些无法忽视的问题, 除了需要在低温下工作外, 由于量子体系的不可封闭性, 外界大量不可控的因素会导致量子耗散和退相干, 即量子叠加态的坍塌, 因此传统超导量子计算机的相干时间较短, 远短于用光学方法制备的量子计算机.

3.1.2 拓扑超导体

为了尽可能避免量子叠加态的坍塌, 制备稳定的量子比特成为关键环节之一. 解决这个问题一个有效方法就是使用马约拉纳零能模构造的拓扑量子比特. 马约拉纳零能模只在具有非平庸拓扑的超导体中可能出现, 然而, 目前关于拓扑超导体的研究面临理论不完善、材料工艺要求奇高、制备复杂、探测手段匮乏等困境. 微软、荷兰代尔夫特大学、清华大学、北京大学、中国科学院物理研究所等国内外企业和研究机构都在拓扑超导体中尝试基于拓扑量子比特的量子计算路径. 目前, 关于拓扑超导态和拓扑超导体的理论研究已经非常丰富, 在超导体和拓扑超导体等体系都观察到了马约拉纳零能模的间接信号, 新的拓扑超导材料研发及其器件的制备等仍然有待进一步提高. 在后面的第 4、第 5 章节将详细介绍面向量子计算的拓扑超导体理论和实验上可观测的现象; 第六章将详细介绍目前面向量子计算的拓扑超导体材料的实验研究进展.

3.2 半导体

硅基半导体集成电路技术是现代工业文明的基石, 据此发展起来的技术和工艺丰富多样, 因而与现代硅基半导体集成电路技术兼容的半导体量子点量子计算方案始终受到广泛的关注. 根据研究, 为了实现能够容错的量子计算, 单比特和双比特的相干时间 (退相干时间) 要尽可能的长, 而操控时间要尽可能的短, 它们成为衡量一个量子计算平台的两个重要物理指标 [66]. 早期的半导体量子计算研究利用电子的自旋作为量子比特, 主要材料是 III/V 主族材料体系 [67], 如 GaAs 量子点, InSb 纳米线等. 由于受到材料核自旋的超精细相互作用的随机影响, 这些异质结中的电子自旋量子比特退相干时间都较短, 使得在半导体工艺中构造高保真度量子比特困难重重. 近年来, 基于 VI 族的 Si 和 Ge 材料得到了迅速的发展, 尤其是同位素纯化技术使

得人们能够制备出无核自旋 ^{28}Si 和 ^{72}Ge 的量子点, 配合诸如动力学解耦脉冲 (dynamical decoupling pulse) 等技术, 人们大幅提高了半导体中的量子比特的相干时间. 类比于经典计算机, 量子计算机的任意程序也可以分解为有限次的逻辑量子比特的连续操作, 比如三个单量子比特 Hadamard 门, Pauli-Z 门和 T 门, 以及一个让两个量子比特纠缠的双比特门, 如 CNOT 门或 $\sqrt{\text{SWAP}}$ 门或 CZ 门等 [68]. 但是, 由于不可避免的耗散和环境相互作用, 半导体量子点平台的量子比特始终具有有限的保真度 (fidelity), 微弱的错误会在后续的计算中叠加和累计直到量子比特完全被损坏. 一种基于纠错码的容错量子比特方案即 Surface 码在 2012 年提出, 该方案指出只有单比特门和双比特门的保真度均超过 99% 时才能够构造一个大规模的量子计算平台 [69].

单量子比特是两个能级 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的线性叠加, $|\psi\rangle = \cos\theta/2|0\rangle + e^{i\varphi/2}\sin\theta/2|1\rangle$, 它可以表达为布洛赫球面的一点. 单量子比特的基本逻辑门操作都可以分解为沿着 Bloch 球两个独立坐标轴的转动, 因此半导体量子点计算平台都在围绕着如何以尽可能高的保真度沿 Bloch 球表面转动, 如 Rabi 振荡. $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 可以是任意的两个能够控制的能级, 比如电子, 原子核或者空穴的自旋, 此时 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别对应自旋朝下和朝上, 在外加一个较大的沿 z 轴静态磁场 B_0 , 一个较小的与 B_0 垂直的振荡磁场 B_1 , 以及一个用于控制的微波场, 在旋转坐标系下该体系的哈密顿量写为 [70]

$$H \approx (-\omega_0 + \omega) \sigma_z/2 - \omega_R/2 [\cos(\phi) \sigma_x - \sin(\phi) \sigma_y], \quad (5)$$

其中 ω , $\omega_0 = \gamma B_0$ 和 $\omega_R = \gamma B_1$ 分别是微波脉冲、拉莫尔和拉比频率. 基于自旋的量子比特读取需要通过自旋/能量依赖隧穿或者自旋阻塞实现自旋-电荷转换, 从而读取自旋量子比特. 比如通过自旋/能量依赖隧穿技术, 人们实现了对硅附近束缚电子自旋的单次读取 [71]. 自旋阻塞效应需要辅助量子比特协助以实现量子比特的读取, Harvey-Collard 等 [72] 借助 charge-state latching 技术实现了 99.86% 的受控测量保真度. 半导体材料如 ^{29}Si 的超精细相互作用的随机涨落会导致其中的量子比特相干时间很短, 通过使用同位素纯化 (^{28}Si) 以及电偶极自旋共振等技术, 2017 年 Yoneda 等 [73] 实现了退相干时间 20 μs , 操控时间 17 ns, 受控保真度达到了 99.6% 的良好成绩. 而自 Kane 提出 Si: ^{31}P

系统核自旋可以用作量子比特以来, Si:³¹P 系统得到了深入的研究, 2014 年 Muhonen 等 [74] 实现了 99.99% 的受控保真度以及达 600 ms 的退相干时间. 除了使用自旋量子比特以外, 人们也使用电荷, 自旋-电荷杂化系统作为量子比特, 相关的研究都取得了很好的进展.

双比特量子比特门主要依靠三种方式耦合两个单量子比特而实现, 包括交换相互作用 (近邻, 次近邻等)、库伦相互作用以及腔量子电动力学, 特别地, 交换相互作用因为控制简单而研究最多. 近年来, 一种新的双比特门——“CROT 门”——得到了深入的研究, 它结合了 CNOT 门和一个单比特门, 而且它不需要操控交换相互作用的强度便能实现一次 CROT 门操作, 有效减少了环境噪声的影响. 在 2018 年, Huang 等 [75] 实现了 CNOT 门高达 98% 的保真度. Gate-set tomography 技术能够将 Hamiltonian error 和随机错误分离, 因而使得人们能够纠正控制错误、门依赖错误等, 从而提高保真度 [76]. 2022 年初, 三个小组同时报道了单比特门和双比特门均超过 99% 临界保真度的小规模量子点量子计算系统, 包括在磷 ³¹P 掺杂的 ²⁸Si 材料中实现的 1 个电子 2 个核自旋量子比特系统 [77]、同位素纯化的硅基半导体量子点 [78] 和同位素纯化的 ²⁸Si/SiGe 异质结 [79], 此三项工作标志着半导体量子计算迈上了新的台阶. 继续优化和发展制备、操控和测量等工艺和技术, 进一步实现可扩展的更大尺度的量子点量子计算系统便成为下一步最为紧迫的方向.

3.3 光学

近 20 余年来, 基于量子光学的量子计算方向获得了很多有意义的进展, 涉及的物理系统主要包括离子阱 [80]、腔 QED 系统 [81]、极性分子系统 [82]、光晶格 [83] 等. 离子阱的特点是与外部环境耦合较弱, 相干时间长, 并且在量子比特的光学读取上具有很大优势. 光学腔 QED 利用原子与腔场的相互作用控制原子内部状态, 以光子作为飞行量子位进行量子计算. 极性分子体系则集合了中性原子与离子的特点, 它通过微波控制量子位翻转, 不影响双光子拉曼过程中激发态的布居, 由于分子间偶极相互作用远小于离子间的库仑力, 更容易俘获操控. 在光晶格系统里, 通过调节激光场可以操控占据同一格点的玻色子之间的相互作用强度及其在不同格点之间的隧穿概率. 2002 年, 慕尼黑大学的 Greiner 等 [84] 利用光晶格体系模拟了从超流态到 Mott 绝缘态的相变, 成果被量子物理专家 Cirac 和 Zoller [85] 认定为量子计算的首次实际应用. 2021 年, 清华大学的段路明研究组 [86] 通过精确调控施加在一维光晶格中的超冷原子所在位置的磁场, 首次在实验上实现了量子中继协议中的两个中继模块间的高效纠缠连接 (见图 3). 2022 年初, 麻省理工学院物理系的 Hartke 等 [87] 利用激光干涉形成二维网状势阱, 捕获了大约 400 对冷原子, 并成功在每个钾原子对中观测到了两种不同量子振荡行为的叠加态, 这是一种全新的量子比特. 芝加哥大学的 Bernien 团队 [88] 设计了一个由中性铷原子和铯原子构成的原子阵列, 实现了首个由 512 个量子位组成的中性原子

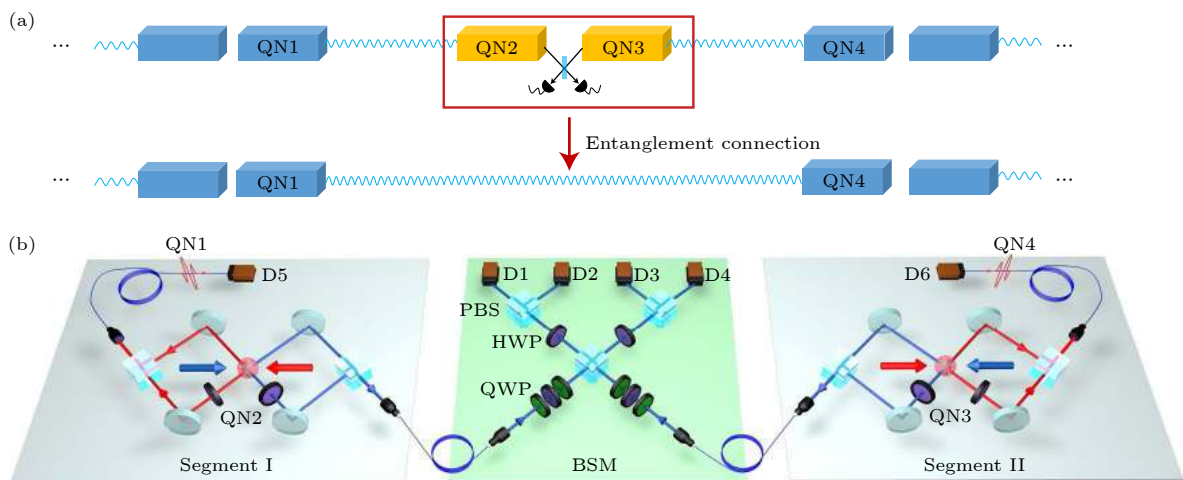
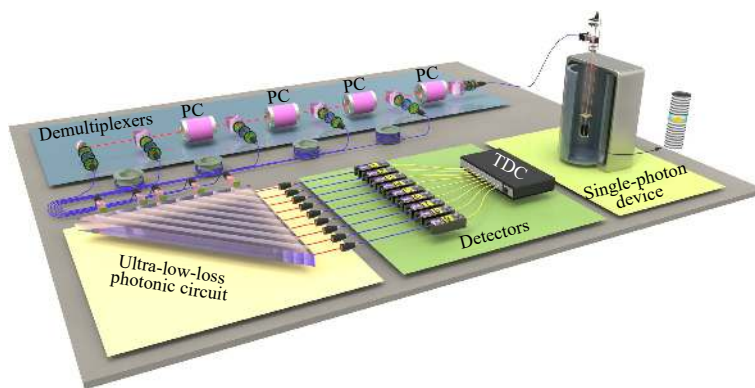


图 3 (a) 量子中继协议中的纠缠连接示意图 [86]; (b) 量子中继模块之间的纠缠连接的实验系统示意图 [86]

Fig. 3. (a) A sketch of entanglement connection (swapping) in the quantum repeater protocol [86]; (b) the whole experimental set-up [86].

图 4 多光子玻色采样实验装置图^[97]Fig. 4. Experimental set-up for multiphoton boson-sampling^[97].

体系. 两种元素可以分别用作量子存储器和量子计算, 扮演计算机中的 RAM(随机存取存储器) 及 CPU(中央处理器) 角色, 对新的量子协议具有重要启发意义.

光子是传递电磁相互作用的玻色子, 该“飞行比特”作为量子处理单元的物理载体和“链接”多个量子系统的桥梁, 优点是抗环境噪声干扰能力强, 是实现长距离量子网络和分布式量子计算的最佳载体, 缺点是调控手段相对复杂. 目前, 科学家们已经成功利用光子的偏振^[57]、路径(透射路和反射路)^[89]、轨道角动量^[90]、频率^[91]等自由度作为量子比特编码. 基于现有的光量子比特的制备和操控技术^[92], 国内外学者们先后展示了特定功能的量子计算平台. 2013年, 意大利、英国、奥地利、澳大利亚等四个国家的研究团队分别采用单光子源和集成光学芯片展示了 3 光子玻色采样^[93–96]. 2017年, 中国科学技术大学的潘建伟研究组^[97]利用一种共振激发的量子点单光子源产生的高品质光子, 首次在国际上实现 5 光子玻色采样(见图 4). 2018年, 上海交通大学的金贤敏团队^[98]利用“飞秒激光直写”技术制备出节点数达 49×49 的光量子计算芯片, 创造了当时的世界纪录. 2021年, 日本科学家 Kashiwazaki 等^[99]研制出新型光纤耦合量子压缩光源, 标志着人类向通用计算机的目标迈出了坚实的一步.

目前光量子计算机在解决特定问题时的计算速度已经远超经典计算机, 在相关实用前景还需要进一步验证. 光量子计算的优势是信息存储相对容易, 另一方面, 它面临的关键技术难点是高品质纠缠光学的制备和光子多自由度调控技术, 光量子比特和其他系统之间的相互耦合也存在一些挑战. 此

外, 光子数解析探测器及光学芯片制造技术也决定着光量子计算机的应用前景.

4 面向量子计算的拓扑超导体理论

4.1 粒子-空穴对称

凝聚态物质的主要组分是电子, 电子是自旋为 $1/2$ 的费米子, 并满足狄拉克-费米统计, 即每一个量子态只能最多占据一个电子, 因此, 自由电子气的基态将是电子从低能到高能依次填满的费米海. 在传统的 Bardin-Cooper-Schrieffer(BCS) 超导理论中, 晶格的声子元激发能够在电子之间间接诱导微弱的吸引相互作用, 该吸引相互作用导致费米海表面附近(费米面)的电子失去稳定性, 形成无数的 Cooper 对, 从而形成超导现象. 超导体的单粒子激发需要破坏 Cooper 对束缚态, 将电子从费米海内“踢出”去, 即一个“空穴型”元激发和“粒子”元激发同时产生, 粒子型元激发带正电, 空穴型元激发带负电, 因此, 超导体的单粒子激发是粒子型元激发和空穴型元激发的相干叠加并呈电中性, 超导体一般具有粒子-空穴对称性(PHS). 粒子-空穴对称性显著地改变了凝聚态物质的拓扑性质, 使得在一、二和三维都能够存在拓扑非平庸的拓扑超导体. 特别需要指出的是, 开放非厄密系统成为近年来的研究热点^[100], 北京师范大学 Zhao 等^[101,102]和 Jing 等^[103]研究了非厄密 Kitaev 链, 他们发现非厄密特性会破坏粒子-空穴对称性, 从而导致非厄密系统的马约拉纳零能模显著区别于厄密系统, 比如不完全马约拉纳零能模等. 下面我们简单介绍单带常规超导体(厄密系统)中的粒子-空穴对称性.

众多电子构成的多体系统可以由以下哈密顿量描述:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_{\mathbf{k}, s_1, s_2} \hat{c}_{\mathbf{k}s_1}^\dagger (\varepsilon_{\mathbf{k}} \sigma_0 + \mathbf{g}_{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mu_B \mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\sigma})_{s_1, s_2} \hat{c}_{\mathbf{k}s_2} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} V_{s_1 s_2, s_3 s_4} \\ & \times (\mathbf{k}, \mathbf{k}') \hat{c}_{-\mathbf{k}s_1}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}s_2}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}'s_3} \hat{c}_{-\mathbf{k}'s_4}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中第一项是电子的单粒子性质, 包括动能 $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ (如二次抛物型 $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / 2m^*$, m^* 为电子有效质量)、自旋轨道耦合效应 $\mathbf{g}_{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ (spin-Orbit coupling, 如二维体系中的 Rashba 型 $\mathbf{k}_x \sigma_y + \mathbf{k}_y \sigma_x$), 以及磁场 \mathbf{h} 诱导的塞曼能等; 第二项描述了电子之间的有效的相互作用, 它们包括电子之间的库仑相互作用、由晶格振动以及反铁磁涨落等引起的有效吸引相互作用等. 在 BCS 理论中, 假设对关联效应较弱, 平均场近似依然较为准确, 得到 Nambu 表象下的平均场哈密顿量:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\psi}_{\mathbf{k}}^\dagger \mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) \hat{\psi}_{\mathbf{k}}, \quad (7)$$

这里 $\hat{\psi}_{\mathbf{k}} = [\hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger, \hat{c}_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger, \hat{c}_{-\mathbf{k}\uparrow}, \hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow}]$, BdG 哈密顿量 $\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k})$ 是 Nambu 表象下的 4×4 矩阵^[100],

$$\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \varepsilon(\mathbf{k}) & \Delta(\mathbf{k}) \\ \Delta^\dagger(\mathbf{k}) & -\varepsilon(-\mathbf{k}) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$\varepsilon_{\mathbf{k}}$ 和 $\Delta_{\mathbf{k}}$ 都是 2×2 的矩阵. 由于费米子算符的反对易关系, 有 $\Delta_{\mathbf{k}} = -\Delta_{-\mathbf{k}}^\dagger$,

$$\Delta_{s_1 s_2}(\mathbf{k}) = - \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{s_3, s_4} V_{s_1 s_2, s_3 s_4}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \langle \hat{c}_{\mathbf{k}'s_3} \hat{c}_{-\mathbf{k}'s_4} \rangle, \quad (9)$$

上述哈密顿量能够被波戈留波夫变换 $\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) [u_j(\mathbf{k}), v_j(-\mathbf{k})]^\dagger = E_j(\mathbf{k}) [u_j(\mathbf{k}), v_j(-\mathbf{k})]^\dagger$ 所对角化, 其本征谱为 $E_j(\mathbf{k})$. 定义粒子-空穴变换,

$$\hat{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{2 \times 2} \\ \mathbf{1}_{2 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathcal{K}}, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{1}_{2 \times 2}$ 是 2×2 的单位矩阵, $\hat{\mathcal{K}}$ 是厄密共轭算符. $\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k})$ 在该粒子-空穴变换下有如下关系,

$$\hat{\mathcal{C}} \mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) \hat{\mathcal{C}}^{-1} = -\mathcal{H}_{\text{BdG}}(-\mathbf{k}). \quad (11)$$

因此, $\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) \hat{\mathcal{C}} [u_j(-\mathbf{k}), v_j(\mathbf{k})]^\dagger = -E_j(-\mathbf{k}) \hat{\mathcal{C}} [u_j(\mathbf{k}), v_j(-\mathbf{k})]^\dagger$, 即是说, BdG 哈密顿量的单粒子能谱是正能谱和负能谱成对出现的, 此即粒子-空穴对称性 (PHS). 新的准粒子 $\hat{\alpha}_{E_j(\mathbf{k})} = \sum_s u_s^{(j)*}(\mathbf{k}) \hat{c}_{\mathbf{k}s} +$

$v_s^{(j)*}(-\mathbf{k}) \hat{c}_{-\mathbf{k}s}^\dagger$ 依然是费米子, 满足 $\hat{\alpha}_{E_j(\mathbf{k})} = \hat{\alpha}_{-E_j(-\mathbf{k})}^\dagger$, 它是原费米子的粒子元激发与空穴元激发的相干叠加. 该模型推广到多带模型是直接的, 即把自旋指标 s_j 换成自旋与能带的复合指标, 即 $s_j \rightarrow (n, s_j)$. 超导体特殊的基态导致互为“反”粒子的粒子型元激发和空穴型元激发相干叠加, 该机制使得人们有可能在“低能”的超导体物理中模拟“高能”的马约拉纳费米子, 该研究范式在凝聚态物理中具有典型性和普遍性.

4.2 拓扑超导与马约拉纳准粒子

根据一般的拓扑理论, 在没有特殊对称性 (如时间反演对称性、中心反演对称性等) 的情况下, 一维和三维是不能够支持拓扑非平庸的拓扑物态的^[104]. 但是, 正是粒子-空穴对称性的出现, 它显著改变了拓扑物态的性质, 使得在一、二和三维都能够定义拓扑非平庸的物态. 比如, 在一维情形下, Kitaev 于 2001 年提出了一个最简单的无自旋 p 波超导模型. 当参数合适时, 体系处于拓扑非平庸状态, 该拓扑状态由缠绕数 Z_2 描述, 此时在纳米线两端涌现两个空间分立的马约拉纳零能模, 它受到体系的体态的拓扑性质保护, 不受局域的杂质等影响^[105].

由于超导体具有粒子-空穴对称性, 它的负能级均被填满, 而正能级往往是空的, 与绝缘体相似, 正因如此, 绝缘体的拓扑分类理论也能类似地应用到对传统超导体的拓扑分类, 该理论指导人们构造和发现了为数众多的拓扑超导体. 拓扑超导体近年来得到广泛的研究, 一个重要的原因是它能够产生具有非阿贝尔统计的任意子, 任意子 (anyon) 的拓扑保护特性使得它能够运用于抗退相干的拓扑量子计算. 根据拓扑物态的体-边对应关系, 拓扑非平庸的超导体具有无能隙的元激发, 该元激发的色散关系在能带交叉点附近往往是线性的; 同时, 在布里渊区的一些高对称点上, 如 Γ , K 点等, 该元激发能量为零, 此时粒子元激发的波函数与空穴元激发的波函数相同: $u_s^{(j)} = v_s^{(j)*}$ 则 $\hat{\alpha}_j = \hat{\alpha}_j^\dagger$, 即该零能准粒子的反粒子是其自身, 该零能模被称为马约拉纳零能模 (Majorana zero mode, MZM), 是一种特殊的马约拉纳费米子 (Majorana Fermion). 在基本粒子物理中, 马约拉纳费米子是 Dirac 方程的实数解, 由意大利物理学家马约拉纳二十世纪三十年代提出, 至今仍然没有找到哪种基本粒子是马约拉

纳费米子. 但是, 正如前面所述, 在凝聚态物理中, 拓扑超导体的元激发有可能具有马约拉纳零能模, 它由体系的体态拓扑性质保护, 能够抵抗局域微扰, 因此能够用于抗退相干的拓扑量子计算^[106,107].

目前, 实现拓扑超导的主要机制有两种方案: 一, 自旋三重态配对机制^[108]; 二, 自旋轨道耦合^[109–111]. 从实现拓扑超导的材料而言, 有本征拓扑超导体和人造超导异质结两种材料, 特别地, 人造超导异质结为人们构造、探测和操控马约拉纳零能模提供了非常好的理论和实验平台, 吸引了全世界众多研究小组的注意力和大量投入. 2001年, Kitaev 提出一维无自旋的 p 波超导体链能够在两端产生马约拉纳零能模, 该马约拉纳零能模受到体态非平庸拓扑保护因而对微弱的局域扰动免疫, 该模型在众多文章中均已详尽描述, 因此这里就不再赘述. 1999年, Read 和 Green 提出在 $p_x + ip_y$ 无自旋二维超导体的涡旋中心能够产生 MZM^[112], 在之后的长时间里, 研究人员一直为找到一个具体物理模型实现 $p_x + ip_y$ 无自旋超导而苦苦寻找而不得, 直到 2008 年傅亮和 Kane 才首次提出超导/拓扑绝缘体异质结能够实现该模型^[113]. 紧接着, Sato 等^[114] 甚至提出一个具有强的 Rashba 自旋轨道耦合的体系也能等价于 $p_x + ip_y$ 无自旋超导体模型 (见图 5), 其 BdG 哈密顿量如下,

$$\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \varepsilon_k - h\sigma_z + \mathbf{g}_k \cdot \boldsymbol{\sigma} & i\psi_s \sigma_y \\ -i\psi_s \sigma_y & -\varepsilon_k + h\sigma_z + \mathbf{g}_k \cdot \boldsymbol{\sigma}^* \end{pmatrix}. \quad (12)$$

这里, $\mathbf{g}_k = 2\lambda(\sin(k_y d), -\sin(k_x d))$ 描述 Rashba 自旋轨道耦合的强度, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ 是泡利矩阵, h 为沿着 z 轴的塞曼场强度, ε_k 是单粒子的色散关系. Sato 等人观察到上述哈密顿量能够通过一个幺正变换 U 变换为另一个哈密顿量 $\mathcal{H}'_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) = U\mathcal{H}_{\text{BdG}}(\mathbf{k})U^\dagger$,

$$\mathcal{H}'_{\text{BdG}}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \psi_s - h\sigma_z & -i\varepsilon_k \sigma_y - i\mathbf{g}_k \cdot \boldsymbol{\sigma} \sigma_y \\ i\varepsilon_k \sigma_y + i\mathbf{g}_k \cdot \boldsymbol{\sigma} \sigma_y & -\psi_s + h\sigma_z \end{pmatrix}. \quad (13)$$

这里

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i\sigma_y \\ i\sigma_y & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

它等价于 s 波和 p 波超导配对混合模型, 新的 s 波“序参量”为 $-\varepsilon_k$ 和 p 波“序参量” \mathbf{d}_k 矢量为 \mathbf{g}_k , 因

此当 \mathbf{g}_k 足够强时, 该模型就等价于 $p_x + ip_y$ 无自旋超导体模型, 具体的计算表明: 当 $\psi_s^2 + \varepsilon(0, 0)^2 < h^2 < \psi_s^2 + \varepsilon(0, \pi)^2$ 时, 此时拓扑不变量陈数等于 1, 体边对应关系要求出现两个无能隙的边带模, 如下图所示. 此时, $\mathcal{H}'_{\text{BdG}}(k)$ 有一个零能解, $\gamma^\dagger = \int d\mathbf{r} u_0 \psi_+^\dagger + v_0 \psi_+$, $u_0 = v_0^* = i(re^{i\theta})^{-1/2} e^{-(h-\psi_s)r/2\lambda}$, 满足 $\gamma^\dagger = \gamma$, 即马约拉纳零能模. 虽然, 由于轨道的去配对效应, Sato 等的模型还不能应用到凝聚态物理而更适合应用到超冷原子气体量子模拟等领域. 但是, 傅亮和 Kane、以及 Sato 等的工作启发了寻找马约拉纳零能模的一个非常重要的方向, 即通过强自旋轨道耦合效应诱导超导体产生自旋三重态配对.

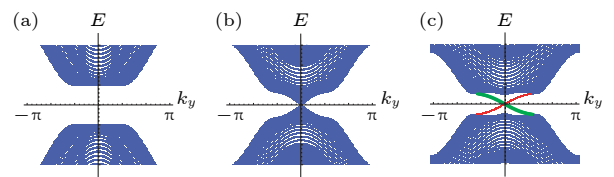


图 5 (a), (b), (c) 展示了在 x 方向为有限边界而 y 方向为周期性边界时的能级结构, 从 (a) 到 (c) 缓慢增加磁场 h 的大小, 当满足 $\psi_s^2 + (0, 0)^2 < h^2 < \psi_s^2 + (0, \pi)^2$ 时, 即 (c), 边界涌现了两个无能隙的边界模, 表明发生了拓扑相变^[114] Fig. 5. (a), (b), and (c) The band energy of the lattice Hamiltonian with edges at x direction. The magnetic field increases from Figure (a) to Figure (c). The red thin line indicates a gapless chiral edge mode localized on the one side and green thick line a gapless chiral edge mode on the other side. They appear for $\psi_s^2 + (0, 0)^2 < h^2 < \psi_s^2 + (0, \pi)^2$ at Figure (c), which indicates the occurrence of topological phase transition^[114].

4.3 马约拉纳准粒子的非阿贝尔统计

拓扑物态的体态具有非平庸拓扑性质, 在不同拓扑物态的交界处波函数必然出现奇点, 该奇点表现为无能隙的边界模, d 维拓扑非平庸的体态与 $(d-1)$ 维边界态之间的这种对应关系被称为体-边对应关系. 当超导序参量出现后, 由于粒子空穴对称性, 无能隙的边界态往往表现为马约拉纳零能模, 比如, 在二维无自旋 p 波超导体的涡旋中心就有马约拉纳零能模, 因为涡旋是拓扑超导态与正常态的边界. 近年来, 前述的一阶拓扑绝缘体概念被推广到高阶拓扑绝缘体, 即 d 维的拓扑非平庸体态拥有 $(d-n)$ 维的边界态 ($n > 1$). 在 2016 年到 2017 年间, 先后有四个小组通过不同的方案提出了高阶拓扑物态的概念, 比如, 三维拓扑绝缘体拥有一维的或者零维的无能隙边界模^[115–118]. 高阶拓扑绝缘体

概念很快被推广到高阶拓扑金属和高阶拓扑超导体. 利用混合超导, 如 $s+id$ 超导配对, 便能够在具有 Rashba 自旋轨道耦合的铁基超导体/半导体/高温超导体异质结中诱导出高阶拓扑超导体^[119]; 利用高阶拓扑绝缘体/ s 波超导体异质结, 在无外加磁场情形下便能够实现高阶拓扑超导, 形成马约拉纳零能模^[120,121]. 虽然, 目前关于高阶拓扑超导体的实验研究还处于初级阶段^[122], 但是, 关于高阶拓扑超导体的理论和实验研究为模拟马约拉纳零能模开辟了新的方向.

由于马约拉纳零能模的存在, 拓扑超导体的基态具有 2^N 重简并度 ($2N$ 为马约拉纳零能模的个数), 并且与激发态具有有限大小的能隙. 由于费米子 (电子) 粒子数守恒 (Fermion number parity), 每一个空间局域的马约拉纳准粒子 (马约拉纳准粒子之间相距足够远以至于它们之间完全没有耦合) 都能够绝热地被移动, 比如绕某一个马约拉纳准粒子绕一圈. 该绝热演化将会导致马约拉纳准粒子的世界线 (worldline, 即时空中的轨迹) 在时空中发生缠绕, 数学表示为: $\psi_f(T) = U_{fi}\psi_i$, U_{fi} 为定义在拓扑超导体的简并基态子空间的幺正矩阵, $U_{fi}(T) = \mathcal{T}e^{-i\int_0^T d\tau H(\tau)}$, \mathcal{T} 为编时算子, 为了保证绝热演化, 要求操作时间 $T \gg h/|\Delta_{\text{gap}}|$, U_{fi} 也是辫子群 \mathcal{B}_{2N} 的群元, 一般地, 不同的群元是不对易的, 故马约拉纳准粒子满足非阿贝尔统计^[106,107,123], 下面我们以一维马约拉纳准粒子详细说明.

假设有 $2N$ 个马约拉纳准粒子, 并从左到右依次编号为: $\hat{\gamma}_j = \hat{\gamma}_j^\dagger$ ($j = 1, 2, 3, \dots, 2N$), 每相邻两个马约拉纳准粒子定义一个复费米子: $\hat{c}_k^\dagger = (\hat{\gamma}_{2k-1} - i\hat{\gamma}_{2k})/2$, $\hat{c}_k = (\hat{\gamma}_{2k-1} + i\hat{\gamma}_{2k})/2$. 通过绝热演化 $U_k(T)$, 新的马约拉纳费米子 $\hat{\gamma}'_k = U_k^\dagger(T)\hat{\gamma}_k U_k(T)$. 为了具体化, 设 $U_k(T)$ 只交换编号近邻的两个马约拉纳准粒子并规定为顺时针方向 (反时针方向为 $U_k^\dagger(T)$), 即 $\hat{\gamma}_k$ 和 $\hat{\gamma}_{k+1}$, 所以, $\hat{\gamma}'_k = \alpha_{k+1}\hat{\gamma}_{k+1}$ 和 $\hat{\gamma}'_{k+1} = \alpha_{k+1}\hat{\gamma}_k$ (α_k 和 α_{k+1} 等于 ± 1). 因为费米子数守恒的限制, $\hat{\gamma}'_k\hat{\gamma}'_{k+1} = \hat{\gamma}_k\hat{\gamma}_{k+1}$, 所以, $\alpha_k\alpha_{k+1} = 1$, 不失一般性, 我们取 $\alpha_k = 1$ 和 $\alpha_{k+1} = -1$, 这时我们有 $\hat{\gamma}'_k = -\hat{\gamma}_{k+1}$ 和 $\hat{\gamma}'_{k+1} = \hat{\gamma}_k$, 即左边马约拉纳费米子获得了一个负号而右边的马约拉纳准粒子不变. 一个具体的表示可以写成:

$$U_k = e^{\frac{\pi}{4}\hat{\gamma}_k\hat{\gamma}_{k+1}} = \frac{1 + \hat{\gamma}_k\hat{\gamma}_{k+1}}{\sqrt{2}} \equiv B_{k,k+1}. \quad (15)$$

当交换两对不同的近邻马约拉纳准粒子时, 与交换顺序无关, 如果 $|k-l| \geq 2$ 时, $B_{k,k+1}B_{l,l+1} = B_{l,l+1}B_{k,k+1}$; 而当两次交换涉及同一个马约拉纳准粒子时, 两次交换不对易, 详细的代数计算表明:

$$B_{k-1,k}B_{k,k+1} - B_{k,k+1}B_{k-1,k} = \hat{\gamma}_{k-1}\hat{\gamma}_{k+1} \neq 0. \quad (16)$$

这就是马约拉纳准粒子的非阿贝尔统计性质. 如果相邻的三个马约拉纳准粒子交换三次 ($|k-l|=1$), 有 Yang-Baxter 方程:

$$B_{k,k+1}B_{l,l+1}B_{k,k+1} = B_{l,l+1}B_{k,k+1}B_{l,l+1}. \quad (17)$$

方程左右两边的拓扑等价. 马约拉纳准粒子的世界线编织受到哈密顿量的拓扑性质保护, 因此, 任意局域的微弱退相干机制都不能够破坏马约拉纳准粒子, 从而实现具有高度鲁棒性的拓扑量子比特, 这是拓扑量子比特和拓扑量子计算区别于所有其他量子计算平台的最大不同点和最大优势. 一旦实现了可扩展的拓扑超导量子比特, 实现相同逻辑量子比特数所需要的物理量子比特数将显著少于其他非拓扑保护的量子计算平台, 如半导体量子计算平台. 因此, 拓扑超导量子计算一直是量子计算领域非常前沿的和具有革命性突破的研究方向.

5 面向量子计算的拓扑超导体在实验上可观测的现象

根据上述对拓扑超导体理论的研究, 可以预言一些面向量子计算的拓扑超导体在实验上可观测的现象, 通过在实验上探索这些现象又可以反过来表征拓扑超导体.

5.1 马约拉纳零能模和零偏置电导峰 (zero-bias conductance peak)

马约拉纳准粒子是拓扑超导体中涌现的非局域准粒子, 它的反粒子是其自身. 在粒子物理中, 马约拉纳准粒子对应于马约拉纳费米子, 它由意大利物理学家埃托雷·马约拉纳于 1937 年提出. 自理论提出之后, 科学家们试图在现实材料中寻找到这种准粒子, 因为马约拉纳准粒子无论是在基础研究还是应用研究都有深远的意义, 它满足非阿贝尔统计, 可用来实现容错的拓扑量子计算. 2008 年, 傅亮和 Charles Kane 通过理论计算, 预言在拓扑绝缘体和超导体的界面上可能会出现马约拉纳准粒子^[113], 拓扑超导体由此走入科学家们的视线. 由于马约拉

纳准粒子的空间非局域性, 实验探测变得特别困难, 一个间接探测其存在的简易工具是观测其零偏置电导峰. 如第 4 章所述, 在固体材料中, 马约拉纳准粒子在拓扑缺陷上的产生湮灭算符满足自共轭关系, 这就是马约拉纳零能模, 对多个马约拉纳准粒子进行交换编织操作能够形成量子比特.

以一维的拓扑超导纳米线为例, 在纳米线的两端各有一个马约拉纳准粒子, 它引起的隧穿电导为

$$\frac{dI}{dV} = \frac{2e^2}{h} \frac{1}{1 + (eV/2\Gamma)^2}, \quad (18)$$

其中 I 是隧穿电流; V 是偏置电压; Γ 是谱的宽度. 由此公式可见, 在偏置电压为零的时候, 有一个电导峰, 如果用扫描隧道显微镜 (STM) 研究它, 会在电子隧道谱上观测到在零能时有个电导峰, 即零偏置电导峰, 在 0 K 温度时, 马约拉纳零偏置电导峰的高度为量子化电导值 $(2e^2/h)^{[124]}$. 因此通过实验直接观测马约拉纳零偏置电导峰高度接近 $2e^2/h$ 是证实马约拉纳零模存在的关键证据之一. 最近几年多个材料体系在实验上观测到了高度为量子化电导值的零偏置电导峰 (详见第 6 章节). 需要指出的是, 对于三维拓扑超导体, 在理论上, 隧穿极限下的零偏置电导是零^[125], 在实验上观测到的在零偏置时的电导峰并非真正的零偏置电导峰, 往往是由以下一个或几个原因导致^[126]: 1) 隧穿势垒较低; 2) 马约拉纳准粒子与正常态存在于表面的狄拉克费米子的能量色散纠缠; 3) 体材料的超导能隙中有节点或者节线; 4) 在绝对零度以上, 热致宽效应导致零偏置时的凹陷被抹平.

5.2 热导和量子化热霍尔效应 (quantized thermal Hall conductivity)

除了 STM 外, 输运测量同样可以为马约拉纳准粒子或拓扑超导体的存在提供实验证据. 由于在超导态电阻为零, 电输运无法用来研究超导态的准粒子, 而热输运可以. 在超导态时, 导电的库珀对无法进行热传导, 系统中只有马约拉纳费米子具有热导能力, 因此在超导态时测量系统边界的热导就能很好的证实马约拉纳准粒子的存在.

前文中提到, 在三维拓扑超导体系统中, 无法观测到零偏置电导峰, 因此证实三维的拓扑超导体必须要有其他的实验证据. 由马约拉纳准粒子的热导出发, 科学家们预言在三维拓扑超导体中存在量

子化的热霍尔效应^[126,127].

科学家们设计出了如图 6 所示的材料体系, 在三维拓扑超导体的表面覆盖传统 s 波超导体. 由于近邻效应, 三维拓扑超导体表面具有了 s 波配对和相位为 π 的约瑟夫森结, 由此可以在马约拉纳准粒子的狄拉克点处打开能隙.

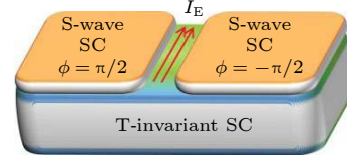


图 6 三维拓扑超导体测量量子热霍尔效应的实验示意图^[127]
Fig. 6. Illustration of the experimental setting for the measurement of quantum thermal Hall effect in the 3D topological superconductor^[127].

图 6 中红色箭头方向为手性马约拉纳准粒子沿着结的方向扩散产生的量子化热流, 它的理论大小为

$$I_E = N \frac{\pi k_B^2 T^2}{24\hbar}, \quad (19)$$

其中 N 为三维体材料的拓扑量子数, 它和手性马约拉纳准粒子的数量有关, T 是趋近于 0 K 的温度. 从方程 (19) 可以推算出霍尔热导率为

$$\kappa_{xy} = \frac{I_E}{T} = N \frac{\pi k_B^2 T}{24\hbar}, \quad (20)$$

因此当实验上观测到这样的量子化热霍尔效应同样可以证实在三维拓扑超导体中存在马约拉纳准粒子. 目前从这个角度研究拓扑超导体尚不多见.

5.3 反常约瑟夫森效应

不同于常规超导体, 拓扑超导体的相位改变既不会破坏对称性, 也不会出现临界行为, 只会改变相应的拓扑不变量和连续系统的边界特性^[128], 由此可以设计基于拓扑超导体的约瑟夫森结来观测它的反常约瑟夫森效应. 理论上认为, 将时间反演不变的拓扑超导体和常规 s 波超导体组成约瑟夫森结会出现不同寻常的约瑟夫森效应: 由于配对对称性不同, 结上常规的约瑟夫森耦合会非常的弱, 但马约拉纳表面态会产生一个非平庸的约瑟夫森耦合^[129], 这种耦合会出现反常的电流-相位关系^[126,129]. 在拓扑超导体和常规 s 波超导体的相位差 φ 为 0 或者 π 的时候, 受时间反演对称保护, 马约拉纳表面态保持无能隙; 在相位差 φ 不为 0 或者 π 的

时候, 马约拉纳表面态的能隙打开从而降低能量^[129]. 一般约瑟夫森结上电流 J 和相位差 φ 之间的关系可以描述为^[126,130]

$$J(\varphi) = \sum_{n=1} (J_n \sin n\varphi + I_n \cos n\varphi), \quad (21)$$

其中 J_n 和 I_n 随着 n 的增大而减小. 由于时间反演对称, $J(\varphi) = -J(-\varphi)$, 因此 $I_n = 0$, 在此情况下,

$$J(\varphi) \sim \sin\varphi. \quad (22)$$

考虑到镜像对称, 会出现新的约束条件: $J(\varphi) = J(\pi + \varphi)$, 由此可以推出 $J_{2n+1} = I_{2n+1} = 0$. 在这种情况下, $J(\varphi) \sim \sin\varphi$ 消失了, 出现了异常电流-相位关系:

$$J(\varphi) \sim \sin 2\varphi. \quad (23)$$

同时, 约瑟夫森结的电流-相位关系也可以确定配对势的宇称^[130–132]. 如果配对势的宇称为奇, 则系统具有拓扑性; 反之, 如果配对势的宇称为偶, 则系统不具备拓扑性.

因此反常的电流-相位关系可用于确定拓扑超导体的配对对称性, 是实验上可以观测到的拓扑超导体的一个重要特征.

5.4 奇频库珀对 (odd-frequency Cooper pairs)

奇频库珀对的概念由 Berezinskii^[133] 于 1974 年提出, 用于更好的理解非常规超导和超流. 在拓扑超导体中, 奇频库珀对引发的异常邻近效应导致了基于马约拉纳准粒子的各种奇异现象^[134], 尤其是零偏置电导峰.

马约拉纳准粒子与奇频库珀对的关系可以通过基于 p_x 波超导体的约瑟夫森结的格林函数来分析. 当 $|E| \ll \Delta$ (配对势), 格林函数可以写作:

$$g(E; x, x') \approx \frac{u_0(x) u_0^*(x') + v_0^*(x) v_0(x')}{E + i\delta_\varepsilon}, \quad (24)$$

$$f(E; x, x') \approx \frac{u_0(x) v_0^*(x') + v_0^*(x) u_0(x')}{E + i\delta_\varepsilon}, \quad (25)$$

其中 $u_0(x) = C(x)\chi$, $v_0(x) = C(x)\chi^*$, $C(x) = \sqrt{2/\xi_0} e^{-x/2\xi_0} \sin(kx)$, $\chi = e^{i\pi/4} e^{i\varphi/2}$, ξ_0 是相干长度. 对于马约拉纳准粒子来说, 它的反粒子是其自身, 所以 $v_0(x) = u_0^*(x)$, 由此可以得出两个格林函数的关系为

$$g(E; x, x') = (\chi^*)^2 f(E; x, x') = I(E; x, x'). \quad (26)$$

马约拉纳准粒子和奇频库珀对通过这个关系式联

系起来. $(\chi^*)^2 f(E; x, x')$ 的实部是关于 E 的奇函数, 代表了库珀对的奇频对称; $(\chi^*)^2 f(E; x, x')$ 虚部是关于 E 的偶函数, 代表了马约拉纳准粒子局域态密度.

根据上述理论分析, 以基于纳米线的拓扑超导结构为例, 将具有强自旋-轨道耦合的纳米线置于 NS 结和 SNS 结上 (如图 7 所示), 由于近邻效应, 纳米线上有一部分是正常态, 一部分是超导态, 在纳米线上形成 NS 结或者 SNS 结.

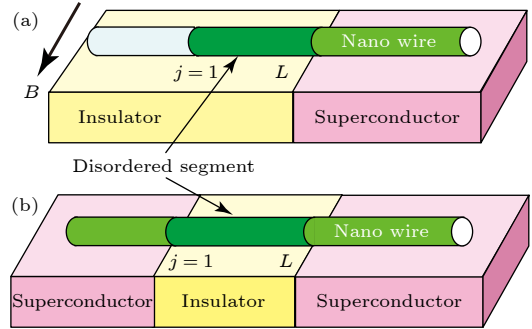


图 7 (a) 纳米线在普通金属/超导体结 (NS) 上示意图^[134]; (b) 纳米线在超导体/普通金属/超导体约瑟夫森结 (SNS) 上示意图^[134]

Fig. 7. Schematic pictures of NS (a) and SNS (b) junctions^[134].

对于 NS 结, 它的微分电导可以用如下方程描述:

$$G_{\text{NS}} = \frac{e^2}{h} \sum_{\alpha, \beta} \left[\delta_{\alpha, \beta} - |r_{\alpha, \beta}^{\text{ee}}|^2 + |r_{\alpha, \beta}^{\text{he}}|^2 \right]_{E=eV}, \quad (27)$$

其中 $r_{\alpha, \beta}^{\text{ee}}$ 和 $r_{\alpha, \beta}^{\text{he}}$ 是结上正常态系数和安德列夫反射系数. 由此在理论上可以画出微分电导 G_{NS} 随偏置电压 eV 的变化曲线 (如图 8 所示). 图 8(a) 是不具有拓扑性的纳米线的 $G_{\text{NS}}-eV$ 曲线, 图 8(b) 是具有拓扑性的纳米线的 $G_{\text{NS}}-eV$ 曲线, 可以看出, 具有拓扑性的纳米线在零偏压的时候, 有明显的微分电导峰, 高度为量子化电导值 $\frac{2e^2}{h}$.

对于 SNS 结, 具有拓扑性的纳米线在物理机制上和 p_x 波超导体一样^[134], 因此在低温下, 拓扑纳米线的 SNS 结的约瑟夫森电流表现出了分数的电流-相位关系 (如图 9 所示): $J \propto \sin(\Delta\varphi/2)$, 其中 $-\pi \leq \Delta\varphi \leq \pi$.

拓扑纳米线的 NS 结和 SNS 结的异常运输现象都是和奇频库珀对密切相关, 由此可见奇频库珀对是实现马约拉纳准粒子不可或缺的, 也可以作为表征马约拉纳准粒子的一个重要手段.

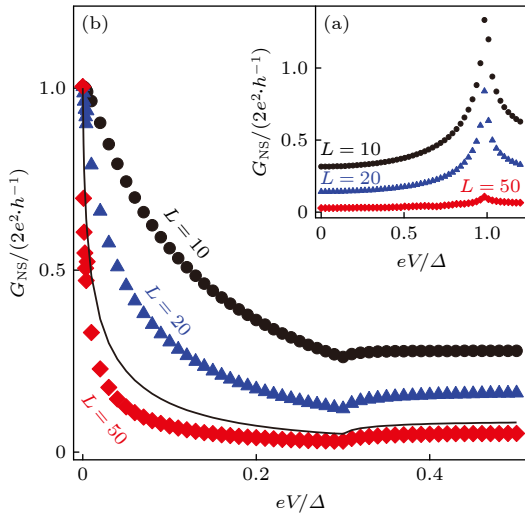


图 8 微分电导 G_{NS} 随偏置电压 eV 的变化曲线 (a) 不具有拓扑性的纳米线的曲线^[134]; (b) 具有拓扑性的纳米线的曲线^[134]
 Fig. 8. The differential conductance of NS nanowires is plotted as a function of the bias voltage for nontopological nanowire in (a) and for the topological nanowire in (b)^[134].

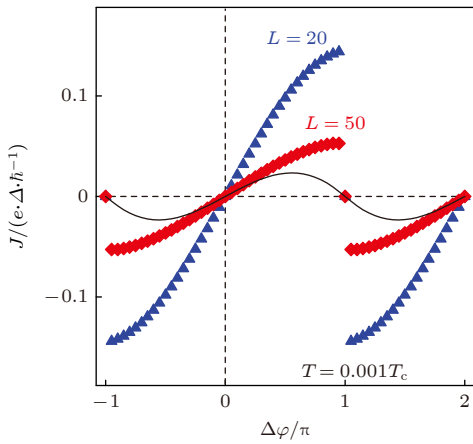


图 9 拓扑纳米线的 SNS 结的电流-相位关系, 作为对比, 黑色实线是非拓扑纳米线的电流-相位关系^[134]
 Fig. 9. Current-phase relationship in SNS junctions of topological wire. For comparison, the results for nontopological wire is plotted with a solid line^[134].

6 面向量子计算的拓扑超导体的实验研究进展

目前拓扑超导体的实验研究主要集中在对材料本身的探索上, 大体上分为两大类: 本征拓扑超导体和人工构建的拓扑超导体. 一些具有非平庸的拓扑能隙函数的超导体、具有奇频库珀对的超导体、以及具有较强自旋三重态特征的非中心对称超导体一般被认为有很大可能是本征拓扑超导体; 除此之外, 科学家们还将超导体和一些金属、半导

体、拓朴绝缘体等材料进行复合, 人工构建了一些潜在的拓朴超导体.

6.1 本征拓扑超导体

随着理论和实验的不断推进, 越来越多的材料被发现具有本征拓扑超导性. 本征拓扑超导体的优势在于可以排除平庸态信号和复杂界面效应的干扰, 直接观测到干净的马约拉纳束缚态.

6.1.1 $Cu_xBi_2Se_3$

$Cu_xBi_2Se_3$ 是最早被发现的拓朴超导材料. 2010 年, 美国普林斯顿大学 R. J. Cava 课题组^[135] 在 Bi_2Se_3 中进行 Cu 掺杂形成 $Cu_xBi_2Se_3$, 并在其中发现了 $T_c = 3.8$ K 超导性 (如图 10 所示), 从而引发学术界对 $Cu_xBi_2Se_3$ 拓朴超导性的研究. 角分辨光电子能谱 (ARPES) 的研究证实, 当 Cu 的掺杂量达到超导出现的程度时, $Cu_xBi_2Se_3$ 在动量空间的拓朴表面态依然存在^[136]; 点接触的电输运方式测量到了 $Cu_xBi_2Se_3$ 的零偏置电导峰^[137]; 用核磁共振测量奈特位移发现 $Cu_xBi_2Se_3$ 在超导态的时候, 它的自旋旋转对称性自发破缺, 由此可以推论出 $Cu_xBi_2Se_3$ 的超导是由赝自旋三重态的奇频配对引起的, 它的自旋角动量被钉扎在某个晶向,

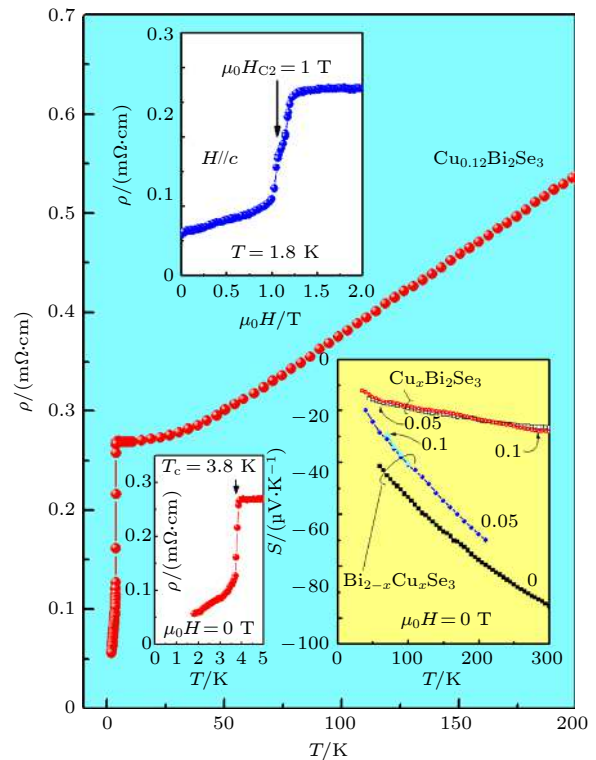


图 10 在 $Cu_xBi_2Se_3$ 中发现了 $T_c = 3.8$ K 的超导性^[135]
 Fig. 10. Superconductivity at 3.8 K in $Cu_xBi_2Se_3$ ^[135].

因此核磁共振测量给出了 $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 是拓扑超导体的直接证据^[138]; 比热的测量也和核磁共振的测量相互印证^[139].

受到 $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 晶体的启发, 华中科技大学强磁场科学中心的张裕恒、张昌锦课题组利用高温熔融法, 将碱土金属元素 Sr 替代 Cu 插入到拓扑绝缘体 Bi_2Se_3 中, 获得了高质量的 $\text{Sr}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 单晶体^[140], 在 10 到 35 T 磁场区间 $\text{Sr}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 出现了周期性的量子振荡信号, 证明 $\text{Sr}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 存在拓扑保护表面态.

Asaba 等^[141] 在 Nb 掺杂的 Bi_2Se_3 中测量出了超导电性, 同时通过磁矩测量还观测到旋转对称性自发破缺, 表明在 $\text{Nb}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 的超导基态具有向列序.

从上述几例中可以看出, 对拓扑绝缘体 Bi_2Se_3 进行掺杂, 掺杂后的材料一旦出现超导, 则有望实现本征拓扑超导体. 对 Bi_2Se_3 掺杂形成的拓扑超导体是目前较为庞大的一个拓扑超导体系, 也是研究较为全面和深入的材料体系.

6.1.2 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$

$\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 是典型的铁基非常规超导体, 中国科学院物理研究所的丁洪研究员团队和高鸿钧院士团队对 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 的拓扑性质进行了系统

的谱学实验研究. 要证实 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 的本征拓扑性需要在谱学上观测到三个现象^[142]: 1) 狄拉克锥表面态; 2) 表面态处有螺旋自旋极化, 使得自旋方向垂直于动量方向; 3) 在超导态时, 表面态有 s 波超导能隙.

2014 年, 丁洪课题组^[143] 在尝试调控 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 费米能级的时候发现了狄拉克锥表面态的初步迹象^[144], 理论计算表明这一能带反转具有拓扑非平庸的性质, 即使 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 单晶薄至单层依然可以通过 ARPES 观测到拓扑非平庸能带反转^[145,146]; 2018 年, 该课题组利用超高分辨 ARPES 证实了 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 在费米能级处有狄拉克锥式的自旋螺旋表面态, 且在超导态展现出 s 波超导能隙^[142]; 同年, 利用 He-3 极低温强磁场 STM 系统对 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 的测量验证了它的狄拉克锥拓扑表面态, 并在磁通涡旋处观察到尖锐的零偏置电导峰, 这也是首次清晰的观测到了纯净的马约拉纳束缚态^[147], 它的零偏置电导峰在低温下表现出量子化的电导, 即可以观测到马约拉纳零能模的近量子化电导平台特征 (如图 11 所示), 以往导致平台电导值小于量子化电导 $2e^2/h$ 的因素可能和系统能量展宽和准粒子中毒效应有关^[148]; 进一步的 STM 研究表明, 有两类超导涡旋共存于 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$

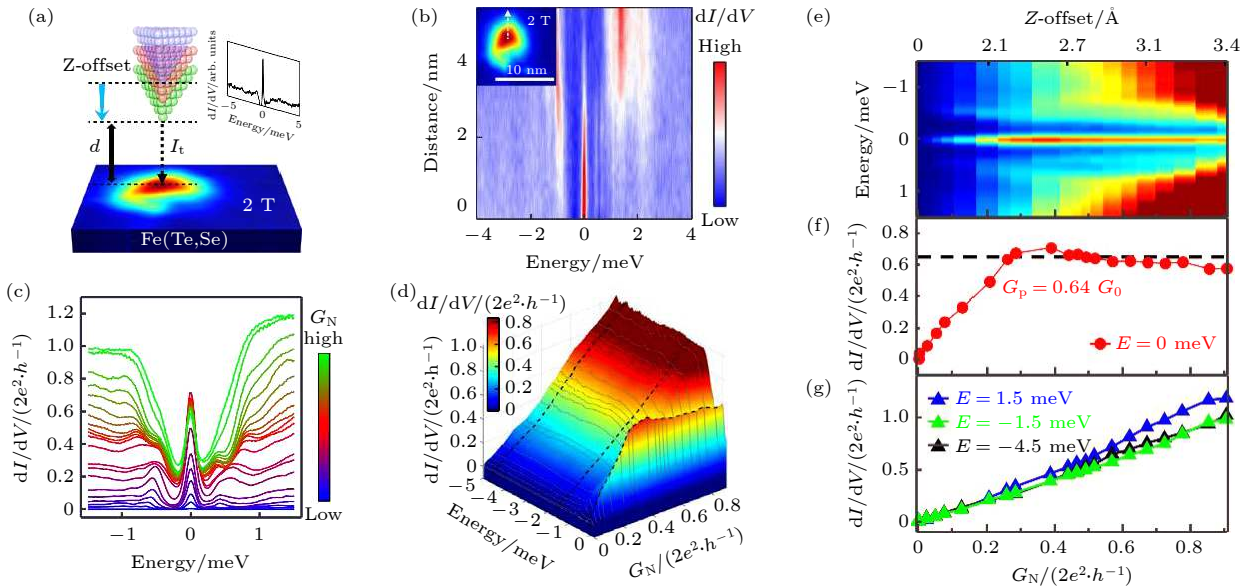


图 11 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 上马约拉纳零能模的近量子化电导平台特征 (a) 扫描隧道显微镜示意图^[148]; (b) 小图中涡旋的线界面图^[148]; (c) 微分电导谱^[148]; (d) 三维微分电导谱^[148]; (e) 图 (c) 的彩色图^[148]; (f) 图 (e) 在零偏置时的水平切线^[148]; (g) 图 (e) 在高偏置时的水平切线^[148]

Fig. 11. Zero-bias conductance plateau observed on $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$: (a) Schematic of variable tunnel coupling STM/S method^[148]; (b) a line-cut intensity plot along the dashed white arrow in the inset^[148]; (c) an overlapping plot of dI/dV spectra^[148]; (d) 3D plot of tunnel coupling dependent measurement, $dI/dV(E, G_N)$ ^[148]; (e) color-scale plot of Figure (c)^[148]; (f) horizontal line-cut at the zero-bias from Figure (e)^[148]; (g) horizontal line-cuts at high-bias from Figure (e)^[148].

表面: 拓扑涡旋和平庸涡旋, 马约拉纳零能模存在于拓扑涡旋中, 同时伴有整数量子化能级序列的涡旋束缚态 ($E_n = n\Delta^2/E_F$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 其中 $n = 0$ 是马约拉纳零能模), 而平庸涡旋中没有马约拉纳零能模, 且其涡旋束缚态能级序列呈现半整数行为 ($E_n = n\Delta^2/E_F$, $n = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots$)^[149].

除了谱学研究, $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 的电磁学研究为其拓扑性提供了一些佐证. 在对过量铁的 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 薄片的电磁输运和扫描超导量子干涉仪 (sSQUID) 的研究中发现, 虽然铁杂质的存在大大压制了块材的超导性, 材料的边缘却显现出稳固的超导性 (如图 12 所示), 这种在热与磁性干扰下保持稳固的本征性质暗示这一边缘超导很可能有拓扑性的根源^[150].

$\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 是目前研究得较为深入和全面的拓扑超导体, 具有向 qubit 原型器件进一步推进的可能.

6.1.3 $\text{Li}(\text{Fe}, \text{Co})\text{As}$

$\text{Li}(\text{Fe}, \text{Co})\text{As}$ 是铁基超导体中又一个可能存在于拓扑超导性质的材料. 在 LiFeAs 的能带结构测量中并没有发现其具有拓扑性, 但当利用高分辨的激光 ARPES 和具有自旋分辨的 ARPES 对 Co 掺杂的 LiFeAs 进行能带结构研究时, 发现 $\text{Li}(\text{Fe}, \text{Co})\text{As}$ 具有拓扑非平庸性的能带反转 (如图 13 所示), 确认了在费米能级附近同时具有拓扑绝缘态和狄拉克半金属态, 通过改变载流子的掺杂可以将拓扑非平庸能带调控到费米能级, 从而可以在同一个材料中得到多个不同的拓扑超导态^[152].

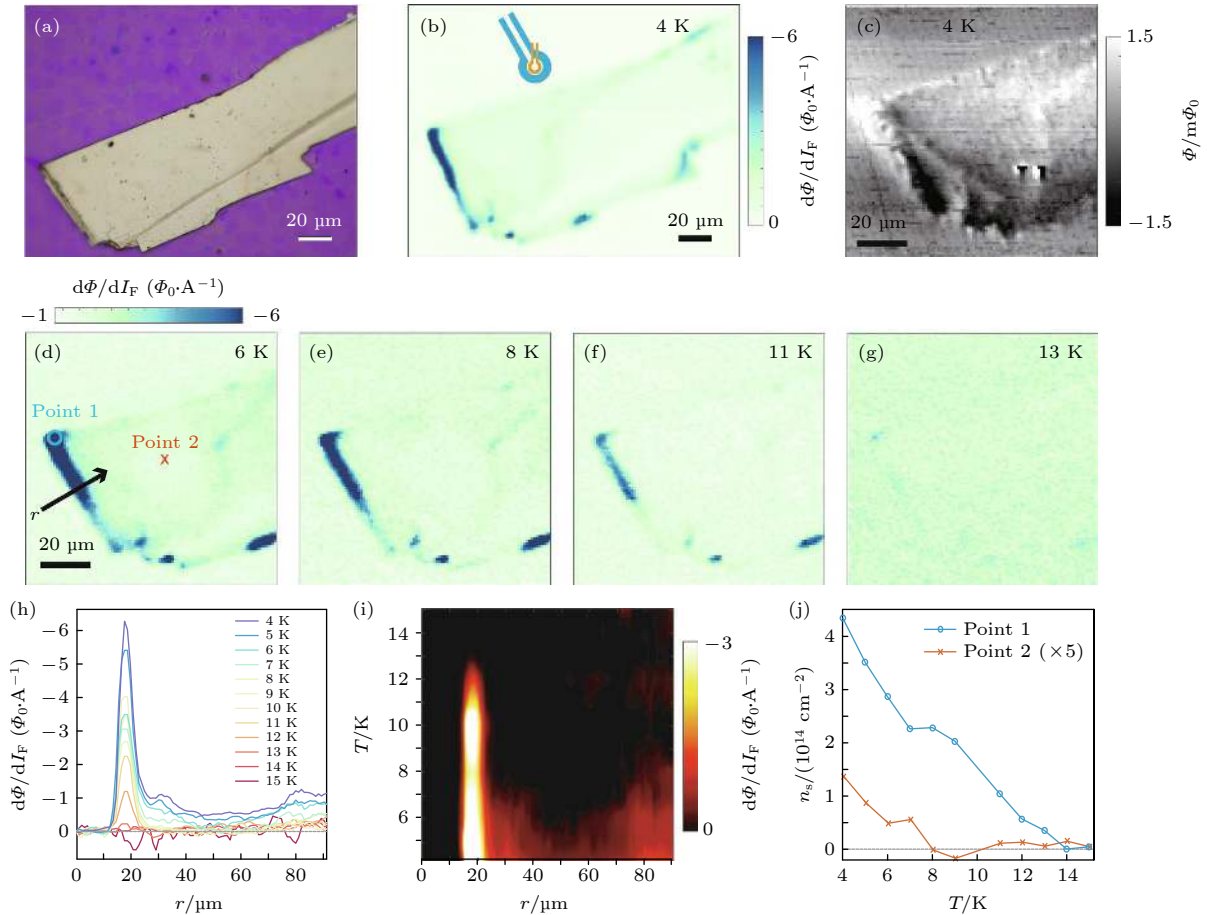


图 12 超导抗磁性在 $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ 薄片中的分布 (a) 样品光学显微镜照片^[150]; (b), (c) 样品的抗磁和磁化强度 sSQUID 扫描图^[150]; (d)–(g) 随温度变化的抗磁 sSQUID 扫描图^[150]; (h) 图 (d) 中 r 箭头指向的不同温度抗磁曲线^[150]; (i) 根据图 (h) 做出的彩图^[150]; (j) 在图 (d) 中 1 和 2 两点处提取的随温度变化的超流密度^[150]

Fig. 12. Distinctive edge features in susceptometry of $\text{Fe}_{1+y}\text{Se}_x\text{Te}_{1-x}$ flake: (a) Optical image of the sample^[150]; (b), (c) the susceptometry and magnetometry images of the sample, respectively^[150]; (d)–(g) susceptometry images of the sample at various T ^[150]; (h) line cuts of the susceptometry images at various T along the vector direction (r) as labeled by the arrow in Figure (d)^[150]; (i) interpolated image from the line cuts in Figure (h)^[150]; (j) superfluid densities as a function of T extracted from point 1 and 2 in Figure (d)^[151].

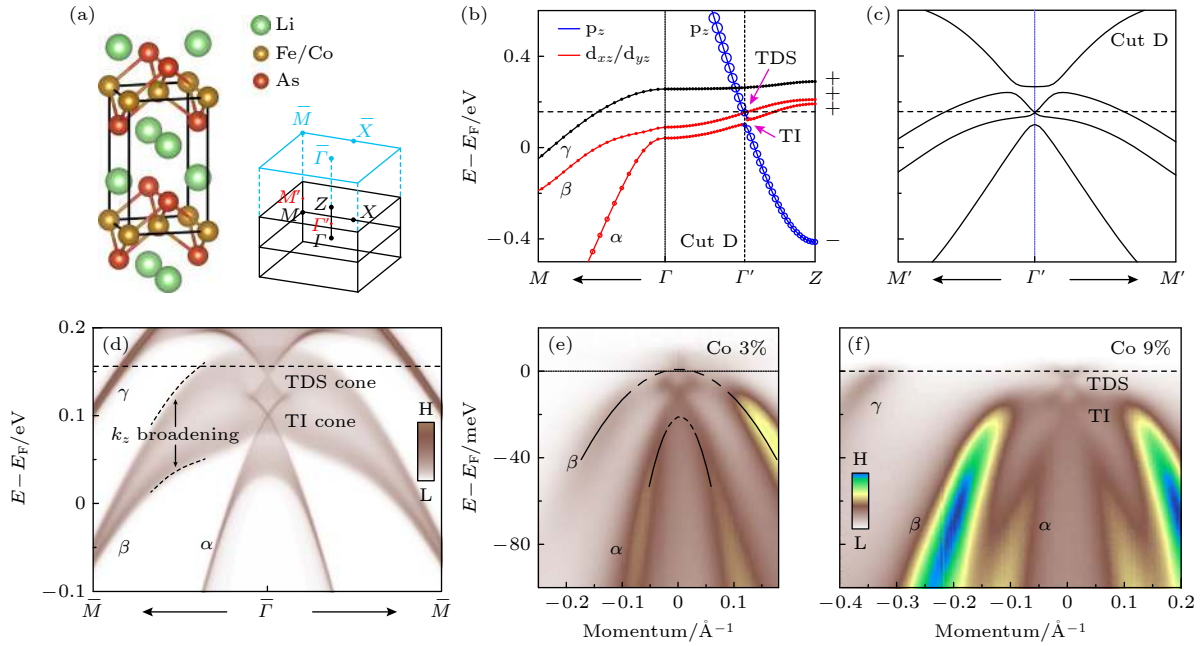


图 13 Li(Fe, Co)As 的电子结构 (a) Li(Fe, Co)As 的晶体结构^[151]; (b) LiFeAs 随 ΓM 和 ΓZ 的能带色散^[151]; (c), (b) Cut D 处的面内能带结构^[151]; (d) LiFeAs (001) 面的表面谱^[151]; (e) 15 K 时 $\text{LiFe}_{1-x}\text{Co}_x\text{As}$ ($x = 3\%$) 的 ARPES 谱^[151]; (f) 10 K 时 $\text{LiFe}_{1-x}\text{Co}_x\text{As}$ ($x = 9\%$) 的 ARPES 谱^[151]

Fig. 13. Electronic structure of Li(Fe, Co)As: (a) Crystal structure of Li(Fe, Co)As^[151]; (b) zoomed-in view of the LiFeAs band dispersion along ΓM and ΓZ ^[151]; (c) in-plane band structure at Cut D in Figure(b)^[151]; (d) (001) surface spectrum of LiFeAs^[151]; (e) ARPES intensity plot of $\text{LiFe}_{1-x}\text{Co}_x\text{As}$ ($x = 3\%$) at 15 K^[151]; (f) ARPES intensity plot of $\text{LiFe}_{1-x}\text{Co}_x\text{As}$ ($x = 9\%$) at 10 K^[151].

6.1.4 (Li, Fe)OHFeSe

(Li, Fe)OHFeSe 同样也是铁基超导体中具有拓扑超导性质的一种材料, 它的 T_c 高达 42 K. 中国科学技术大学的封东来院士课题组^[152] 对该材料进行了系统的研究. 首先在 ARPES 的测量中观测到了狄拉克锥表面态, 能带计算也确认其拓扑性质; 在无缺陷的 (Li, Fe)OHFeSe 样品区域用 STM 发现了涡旋处的零偏置电导峰^[152]; 通过使用极高能量分辨率的 STM 对 (Li, Fe)OHFeSe 进一步的研究, 发现了马约拉纳零能模诱导的共振 Andreev 反射现象及量子化的零偏置电导峰^[153] (如图 14 所示); 具有高空间分辨的低温 STM 测量发现非零能态展现出清晰的空间振荡, 而零能模则没有发现振荡^[154], 这一发现与理论上 (Li, Fe)OHFeSe 体材料的 s_{++} 波配对和表面的拓扑超导态相一致.

6.1.5 $\text{Sn}_{1-x}\text{In}_x\text{Te}$

SnTe 和 Bi_2Se_3 类似, 也是一种拓扑绝缘体, 对其中 2% 或以上的 Sn 进行 In 替换会使其成为超导体^[155]. 在不同掺杂量的 $\text{Sn}_{1-x}\text{In}_x\text{Te}$ 晶体中, 当 $x \approx 0.04$ ($T_c \approx 1.2$ K) 时, 零偏置电导峰也能被观测到^[156] (如图 15 所示), 同时, ARPES 的测量

表明 In 掺杂后拓扑表面态保持完整^[157], $\text{Sn}_{1-x}\text{In}_x\text{Te}$ 的拓扑超导性得到进一步验证. 需要指出的是, 目前只在 $x \approx 0.04$ 组分中看到了零偏置电导峰.

6.1.6 TaSe_3

2018 年有理论学家通过第一性原理计算预言 TaSe_3 有可能是拓扑超导体^[158], 从而引起了学术界的广泛关注. 科学家们利用 ARPES, STM、电输运测量等实验手段对这一新型准一维超导材料

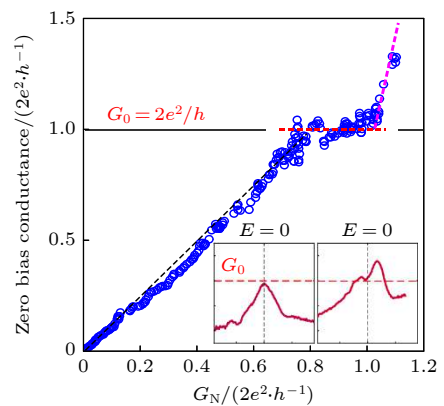


图 14 (Li, Fe)OHFeSe 中量子化的零偏置电导峰^[153]

Fig. 14. Quantized zero-bias conductance peak in (Li, Fe)OHFeSe^[153].

TaSe₃ 的电子结构进行了系统的研究, 成功观测到该材料的拓扑表面态 (如图 16 所示), 从而确认了该材料的拓扑属性, 并通过 STM 测得了它的超导能隙约为 0.25 meV, 证明了 TaSe₃ 是潜在的拓扑超导材料 [159,160]; 在台阶式的边缘附近还观测到更多的边界态, 这很可能有拓扑性的根源 [160].

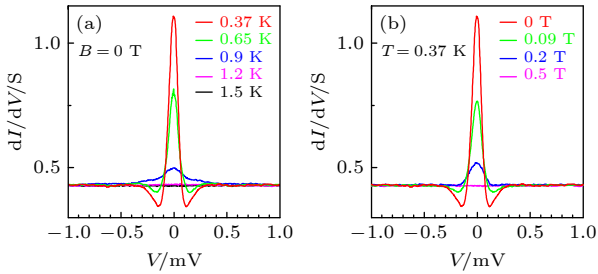


图 15 Sn_{1-x}In_xTe 的零偏置电导峰 (a) 固定磁场改变温度 [156]; (b) 固定温度改变磁场 [156]
Fig. 15. Zero-bias conductance peak in Sn_{1-x}In_xTe: (a) Different temperatures at $B = 0$ T [156]; (b) different magnetic fields at $T = 0.37$ K [156].

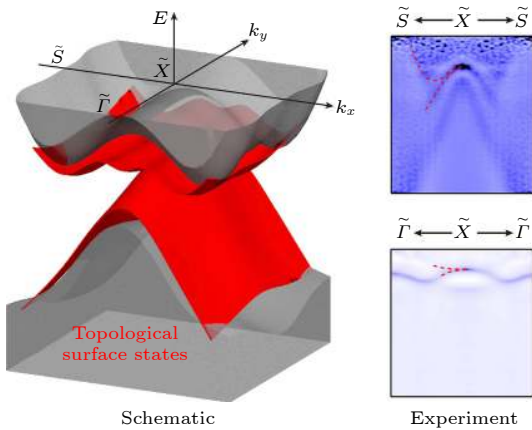


图 16 TaSe₃ 的电子结构 [159]
Fig. 16. Electronic structure of TaSe₃ [159].

6.1.7 2M-WS₂

WS₂ 作为过渡金属硫族化合物 (TMDCs) 中的一员, 是二维材料领域研究的热点之一. 以往对 WS₂ 的研究主要集中在 1T' 相, 因为该相的制备工艺比较成熟. 2019 年中国科学院上海硅酸盐研究所的黄富强团队通过拓扑化学的方法成功制备出 2M 相的 WS₂ 单晶, 该单晶表现出 8.8 K 的超导转变温度, 是本征 TMDCs 材料中最高的, 理论计算表明该材料的能带中存在受拓扑保护的狄拉克锥拓扑表面态 [161] (如图 17 所示); 之后科学家们利用低温强磁场 STM 观测 2M-WS₂ 磁通内态密度随空间的演化, 发现了空间各向异性的马约拉纳束缚

态, 这可能是各向异性的超导序参量和拓扑表面态共同导致的 [162], 进一步证实 2M-WS₂ 是拓扑超导体.

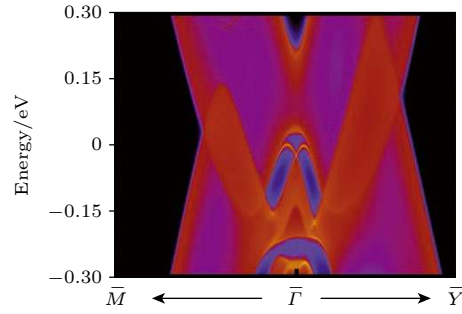


图 17 2M-WS₂ 的拓扑表面态 [161]
Fig. 17. Topological surface states of 2M-WS₂ [161].

6.1.8 PbTaSe₂

在非中心对称的材料中, 由于反转对称性破缺, 可以使得 s 波和 p 波并存, 如果 p 波的能隙大于 s 波的能隙, 那么这个超导体就是拓扑的 [163]. PbTaSe₂ 是非中心对称的 TMDC 材料, 有很强的自旋-轨道耦合, 同时还具有转变温度为 1.8 K 的超导电性, 有理论计算表明 PbTaSe₂ 有拓扑的能带结构 [164]. ARPES 的研究发现 PbTaSe₂ 拥有拓扑节线态, 是整数拓扑不变量, 被反射对称保护 [165]; 利用准粒子散射干涉成像可以观测到 PbTaSe₂ 中有两个拓扑表面态 (如图 18 所示), 内部拓扑表面态在费米能级处与附近的体态完全分离, 而外部拓扑表面态在费米能级处融入附近的体态 [166]; 研究人员还在 PbTaSe₂ 观测到点接触谱中具有一直持续到表面超导上临界场的二重对称性, 暗示其可能是一种“仅存在于表面”的向列性超导 [167].

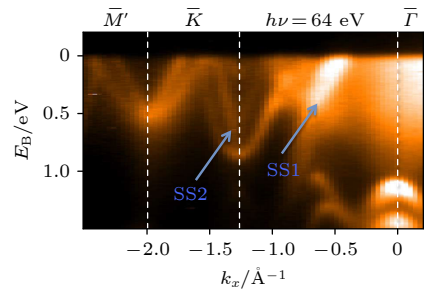


图 18 PbTaSe₂ 中有两个拓扑表面态 [165]
Fig. 18. Two topological surface states in PbTaSe₂ [165].

6.1.9 β -Bi₂Pd

除了上述非中心对称超导体具有成为拓扑超导体的可能性, 中心对称的超导体同样也会有机会

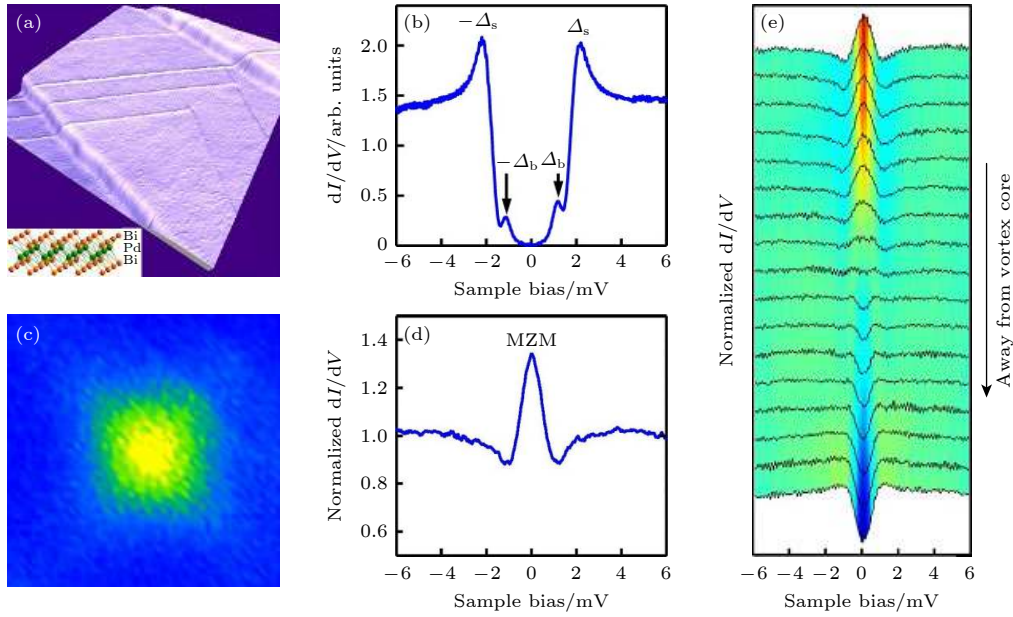


图 19 分子束外延 β -Bi₂Pd 薄膜的拓扑超导电性和马约拉纳零能模 (a) 扫描隧道显微镜的扫描图^[169]; (b) β -Bi₂Pd 的微分电导谱^[169]; (c) 归一化的零偏置电导峰分布图^[169]; (d) 隧穿电导谱^[169]; (e) 涡旋核心附近的归一化微分电导谱^[169]

Fig. 19. Topological superconductivity and MZM in β -Bi₂Pd film grown by MBE: (a) STM topography^[169]; (b) Differential conductance dI/dV spectrum^[169]; (c) normalized zero-bias conductance map^[169]; (d) tunneling conductance dI/dV spectrum^[169]; (e) normalized dI/dV spectra measured at location with radial distance r from the vortex center^[169].

成为拓扑超导体, 比如 β -Bi₂Pd. 自旋分辨 ARPES 观测到了 β -Bi₂Pd 正常态费米能级处有拓扑表面态^[168]; 尽管 β -Bi₂Pd 单晶并未在实验上观测到零能束缚态, 但是在分子束外延制备的 β -Bi₂Pd 薄膜中可以用 ARPES 观测到拓扑表面态在低温下打开一个受时间反演对称性保护的超导能隙, 该超导能隙大于体态的超导能隙, 同时, 在磁通涡旋中心附近观察到了马约拉纳零能模引发的零偏置电导峰^[169,170](如图 19 所示), 这些都为确认 β -Bi₂Pd 是拓扑超导体提供了实验上的证据。

6.1.10 WTe₂

WTe₂ 晶体是“第二类外尔半金属”, 具有拓扑不闭合表面态、量子自旋霍尔效应^[171]、巨磁阻^[172]等特性. 由于其是层状材料, 易于解理, 当解理到单个晶胞厚度时, WTe₂ 由外尔半金属态变成了二维拓扑绝缘体态, 并在实验上观测到了一维导电边界态^[173], 证实单个晶胞厚的 WTe₂ 是拓扑非平庸体系. 在此基础上, 科学家们对此体系进行门电压调控载流子浓度, 获得了超导电性^[174,175](如图 20 所示), 并且发现边界态也是超导的。

除了对单个晶胞厚的 WTe₂ 进行电场调控产生超导外, 科学家们还通过对 WTe₂ 晶体进行加

压^[176,177]和 K 掺杂^[178]等手段获得了超导电性. 种种迹象表明, WTe₂ 中可能存在马约拉纳零能模。

在上述的多个拓扑超导材料体系中, 如 Li(Fe, Co)As, (Li, Fe)OHFeSe, PbTaSe₂ 和 β -Bi₂Pd 等, 目前仅有谱学研究的实验证据, 尚缺少输运方面的实验研究, 后期的研究工作重点可以放在输运研究, 以取得更多的实验证据。

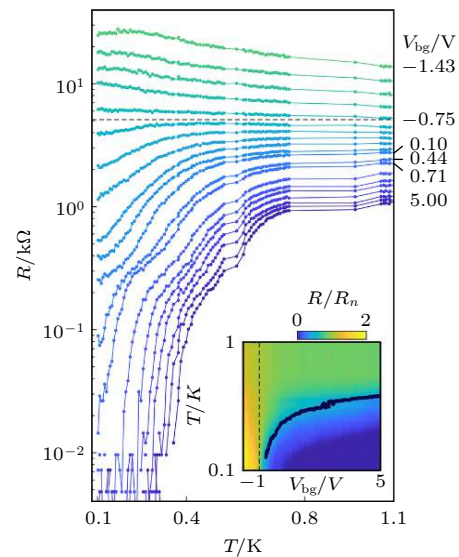


图 20 单个晶胞厚的 WTe₂ 通过门电压调控出超导电性^[174]

Fig. 20. Gate-tuned superconductivity in monolayer WTe₂^[174].

6.2 人工构建的拓扑超导体

人工构建的拓扑超导体主要是由两部分组成: 自旋非简并金属和 s 波超导电性. 2008 年, 傅亮和 Kane^[113] 最早在理论上提出了人工构建拓扑超导体的可行性, 他们设想将 s 波超导体和具有拓扑表面态的拓扑绝缘体堆垛在一起, 就会得到一个等效的二维 p 波超导体, 在涡旋处会出现马约拉纳零能模.

6.2.1 拓扑绝缘体/s 波超导体异质结

2012 年, 上海交通大学贾金锋院士课题组^[179] 在 NbSe₂ 单晶表面通过分子束外延方式生长出原子级清晰的拓扑绝缘体 Bi₂Se₃, 这种异质结构中的 s 波超导体 NbSe₂ 通过邻近效应将超导电性注入到拓扑绝缘体 Bi₂Se₃ 中, ARPES 和 STM 的测量证实 Bi₂Se₃ 的表面具有超导能隙, 成功实现了超导态和拓扑态的共存; 2014 年, 该课题组成功生长出质量更好的拓扑超导异质结构 Bi₂Te₃/NbSe₂, 通过极低温强磁场 STM 在拓扑绝缘体 Bi₂Te₃ 的表面观测到 Abrikosov 涡旋和 Andreev 低能束缚态, 表明 Bi₂Te₃ 薄膜表面的超导是拓扑超导^[180]; 对 Bi₂Te₃ 表面量子磁通涡旋处的束缚态空间分布进行系统研究, 发现当 Bi₂Te₃ 大于三层后, 拓扑表面态形成, Bi₂Te₃ 上零偏置电导峰在远离涡旋中心 20 nm 处劈裂 (如图 21 所示), 这种行为可能源自

马约拉纳零能模, 为进一步实现对马约拉纳准粒子的调控奠定了基础^[181].

该材料体系非常适合用来研究马约拉纳费米子的新奇特性.

6.2.2 半导体-超导体异质纳米线

半导体-超导体异质纳米线因其制备门槛低并可用门电压调控, 成为拓扑超导体研究的热点材料体系. 理论上预言将强自旋-轨道耦合的半导体纳米线与 s 波超导体进行耦合, 在外加磁场的作用下, 可以在纳米线两端出现马约拉纳准粒子^[182,183]. 该材料体系要求半导体纳米线具有较强的自旋-轨道耦合、较大的朗道 g 因子、较高的迁移率且与超导体容易耦合. 科学家们先后在超导体 NbTiN 与 InSb 纳米线的耦合系统 (NbTiN/InSb)^[184]、超导体 Nb 与 InSb 纳米线的耦合系统 (Nb/InSb)^[185]、超导体 Al 与 InAs 纳米线的耦合系统 (Al/InAs)^[186] 中观测到了零偏置电导峰. 由于早期工艺原因, 器件的杂质和缺陷较多, 无法观测到量子化的零偏置电导峰. 分子束外延技术的引入, 使得器件质量大幅度提高, 纯净能隙中的零偏置电导峰能被观察到^[187,188] (如图 22 所示).

由于半导体-超导体异质纳米线的材料和器件制备与目前的半导体工艺相兼容, 成为了拓扑超导体的主流研究方向之一, 也是研究推进得最快的方向之一, 是最有可能实现实际应用的材料体系.

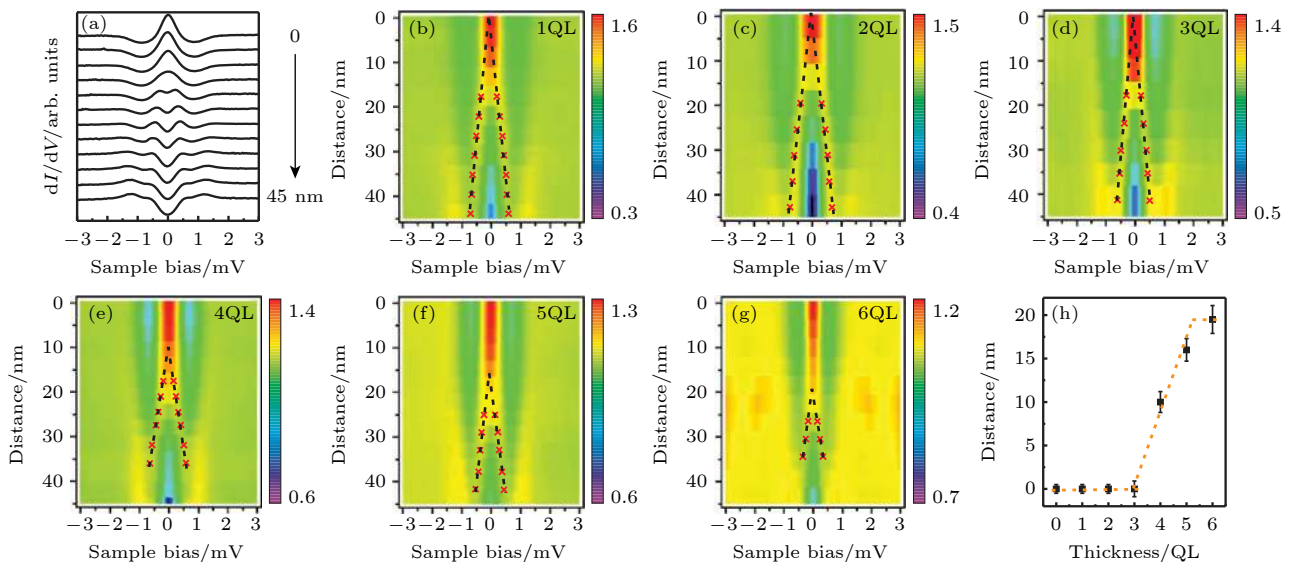


图 21 Bi₂Te₃/NbSe₂ 上的零偏置电导峰劈裂 (a) 电导曲线^[181]; (b) 通过图 (a) 做出的彩色图^[181]; (c)–(g) 2–6 层的电导彩色图^[181]; (h) 劈裂点随层数变化曲线^[181]

Fig. 21. (a) A series of dI/dV curves^[181]; (b) the color image of Figure (a)^[181]; (c)–(g) the experimental results for 2-6QL samples, following the similar data process of Figure (b)^[181]; (h) summary of the start points of the peak split^[181].

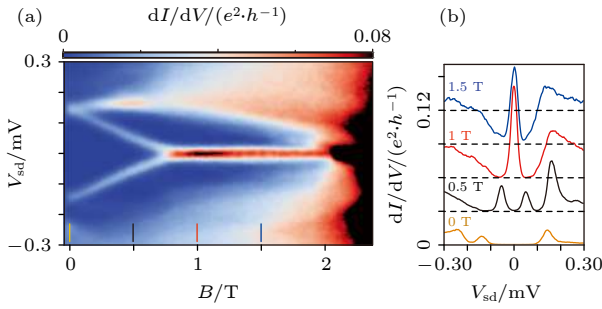


图 22 分子束外生长的 Al/InAs 结构中测得的量子化零偏置电导峰 (a) B - V_{sd} 扫描谱^[187]; (b) 从图 (a) 中提取的不同磁场下的微分电导曲线^[187]

Fig. 22. Quantum zero-bias conductance peak in Al/InAs grown by MBE: (a) B - V_{sd} sweep^[187]; (b) differential conductance line-cut plots taken from Figure (a) at various B values^[187].

6.2.3 量子阱与超导薄膜耦合形成约瑟夫森结

2017 年有理论指出将具有强自旋-轨道耦合的二维电子气置于两层超导铝电极之间, 形成面内约瑟夫森结可以实现拓扑超导电性^[189]. 2019 年, 有科学家根据这个设想设计出一种约瑟夫森结, 它是 HgTe 量子阱与薄膜 Al 耦合形成的. 可以通过控制结上的相位差和改变面内磁场的大小来实现从传统超导态到拓扑超导态的转变^[190], 通过测量结边缘的隧穿谱来确定拓扑超导态: 在弱磁场下, 整个器件处于常规超导状态, 并未观测到零偏置电导峰; 随着磁场的增加, 在一定相位差范围内观测到了零偏置电导峰, 意味着此时整个器件进入了拓扑超导态 (如图 23 所示), 这些研究结果和之前的理论计算结果保持一致.

7 拓扑超导体用于量子计算的展望

基于传统超导体、半导体或者光学的量子计算

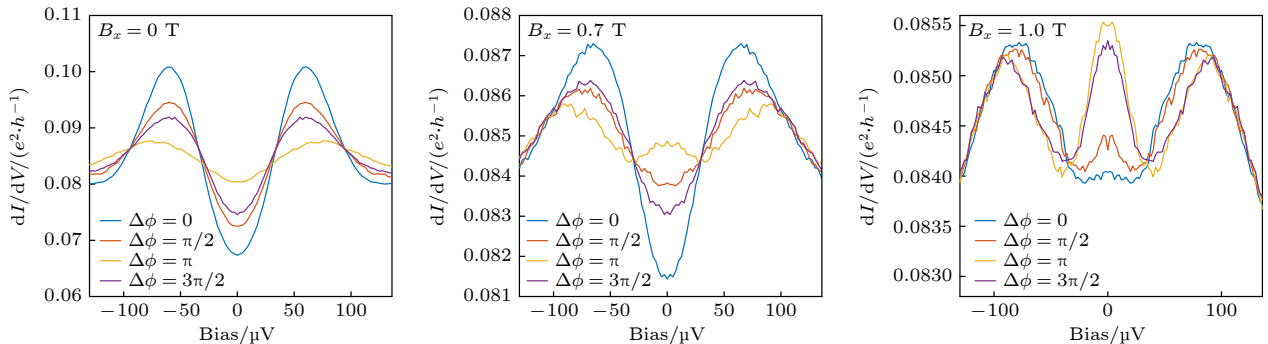


图 23 不同磁场下隧穿电导峰^[190]

Fig. 23. The differential conductance curves as a function of the bias voltage at different magnetic fields^[190].

机已经显示出远强于普通计算机的计算能力^[95–97], 实现了“量子优越性”. 然而它们各自都有一些缺陷, 尤其是在相干时间上, 退相干是无法避免的, 因此制备稳定的量子比特模块是量子计算发展过程中必须要去面对和解决的问题, 基于拓扑超导的拓扑量子计算便是能够克服这个难题的技术路线之一.

目前已经证实多个材料体系具有拓扑超导电性, 其中半导体-超导体异质纳米线最为接近实际应用, 因为其在材料制备和器件加工方面与现有的技术相兼容, 工艺相对成熟, 并已经有明确可行的理论路线图来实现非阿贝尔任意子编织和拓扑量子计算^[191], 是国际上的一个主流方向, 对于这个材料体系, 下一步除了深入理解马约拉纳费米子更多的物理特性外, 还需大力推进器件和系统设计, 最终构建稳定的量子比特模块, 实现量子计算.

拓扑绝缘体/ s 波超导体异质结体系是研究多个马约拉纳零能模相互作用的理想平台, 对这类体系可以使用电场调控拓扑超导涡旋从而实现拓扑编织. 因此, 对于此类材料体系, 一方面需要研究马约拉纳准粒子的新奇特性, 另一方面要将研究推进到马约拉纳零能模的调控、编织等方面, 为制备稳定的量子比特做好技术上的储备.

本征拓扑超导体, 尤其是拓扑非平庸的铁基超导材料, 是能在单一材料中实现纯净马约拉纳零能模的理想材料. 对该材料体系中马约拉纳涡旋态宏观调控已经有一定的实验积累, 下一步将会探索在实验上观测非阿贝尔统计, 实现拓扑量子计算.

在理论和实验方面, 拓扑超导体在量子计算中取得了一系列重要的进展和成果, 相比于其他量子计算技术路线, 由于材料受拓扑保护, 基于拓扑超导体的量子计算有望解决量子比特退相干与容错

量子计算的关键问题;但利用拓扑超导体完全实现量子计算还面临巨大挑战,尚未在实验上直接验证非阿贝尔统计,目前该领域正处于研究的关键阶段,围绕二维拓扑超导体的探索可能为马约拉纳零能模的探测与编织提供更优平台,有望在不远的将来实现质的飞跃。

参考文献

- [1] Park J 1970 *Found. Phys.* **1** 23
- [2] Wootters W, Zurek W 1982 *Nature* **299** 802
- [3] Bennett C 1973 *IBM J. Res. Dev.* **17** 525
- [4] Benioff P 1980 *J. Stat. Phys.* **22** 563
- [5] Manin Y I 1980 *Sov. Radio* 13
- [6] Deutsch D, Jozsa R 1992 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **439** 553
- [7] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [8] Shor P W 1994 *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* Santa Fe, NM, USA, November 20–22, 1994 pp124–134
- [9] Monroe C, Meekhof D M, King B E, Itano W M, Wineland D J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4714
- [10] Divincenzo D P 1997 *Mesoscopic Electron Transport NATO ASI Series* p345 (Dordrecht: Springer)
- [11] Grover L K 1996 *In Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of Computing, Association for Computing Machinery* New York, NY, USA, May 22–24, 1996 p212
- [12] Kitaev A Y 2003 *Ann. Phys.* **303** 2
- [13] Chuang I L, Gershenfeld N, Kubinec M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3408
- [14] Pati A K, Braunstein S L 2000 *Nature* **404** 164
- [15] Knill E, Laflamme R, Milburn G J 2001 *Nature* **409** 46
- [16] Raussendorf R, Briegel H J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5188
- [17] Pittman T B, Fitch M J, Jacobs B C, Franson J D 2003 *Phys. Rev. A* **68** 032316
- [18] O'Brien J L, Pryde G J, White A G, Ralph T C, Branning D 2003 *Nature* **426** 264
- [19] Riebe M, Häffner H, Roos C F, Hänsel W, Benhelm J, Lancaster G P T, Körber T W, Becher C, Schmidt-Kaler F, James D F V, Blatt R 2004 *Nature* **429** 734
- [20] Chanelière T, Matsukevich D N, Jenkins S D, Lan S Y, Kennedy T A B, Kuzmich A 2005 *Nature* **438** 833
- [21] Hijlkema M, Weber B, Specht H P, Webster S C, Kuhn A, Rempe G 2007 *Nat. Phys.* **3** 253
- [22] Menicucci N C, Flammia S T, Pfister O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 130501
- [23] Harrow A W, Hassidim A, Lloyd S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 150502
- [24] DiCarlo L, Chow J M, Gambetta J M, Bishop L S, Johnson B R, Schuster D I, Majer J, Blais A, Frunzio L, Girvin S M, Schoelkopf R J 2009 *Nature* **460** 240
- [25] Politi A, Matthews J C F, O'Brien J L 2009 *Science* **325** 1221
- [26] Devitt S J, Fowler A G, Stephens A M, Greentree A D, Hollenberg L C L, Munro W J, Nemoto K 2009 *New J. Phys.* **11** 1221
- [27] Schneider C, Enderlein M, Huber T, Schaetz T 2010 *Nat. Photonics* **4** 772
- [28] Monz T, Schindler P, Barreiro J T, Chwalla M, Nigg D, Coish W A, Harlander M, Hänsel W, Hennrich M, Blatt R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 130506
- [29] Aaronson S, Arkhipov A 2011 *The Computational Complexity of Linear Optics* (New York: ACM Press) p333
- [30] Saeedi K, Simmons S, Salvail J Z, Dluhy P, Riemann H, Abrosimov N V, Becker P, Pohl H, Lorton J J L, Thewalt M W 2013 *Science* **342** 830
- [31] Devitt S, Stephens A M, Munro W J, Nemoto K 2013 *Nat. Commun.* **4** 2524
- [32] Nemoto K, Trupke M, Devitt S J, Stephens A M, Scharfenberger M, Buczak K, Nöbauer T, Everitt M S, Schmiedmayer J, Munro W J 2014 *Phys. Rev. X* **4** 031022
- [33] Pfaff W, Jensen B H, Bernien H, Van Dam S B, Blok M S, Tamimiau T H, Tiggelman M J, Schouten R N, Markham M, Twitchen D J, Hanson R 2014 *Science* **345** 532
- [34] Monz T, Nigg D, Martinez E A, Brandl M F, Schindler P, Rines R, Wang S X, Chuang I L, Blatt R 2016 *Science* **351** 1068
- [35] Devitt S J 2016 *Phys. Rev. A* **94** 032329
- [36] O'Malley P J J 2016 *Phys. Rev. X* **6** 031007
- [37] Kues M, Reimer C, Roztocki P, Cortés L R, Sciara S, Wetzel B, Zhang Y, Cino A, Chu S T, Little B E, Moss D J, Caspani L, Azaña J, Morandotti R 2017 *Nature* **546** 622
- [38] Cao Y, Li Y, Cao Z, Yin J, Chen Y, Yin H, Chen T, Ma X, Peng C, Pan J 2017 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **114** 4920
- [39] Liang Q Y, Venkatramani A V, Cantu S H, Nicholson T L, Hullans M J, Gorshkov A V, Thompson J D, Chin C, Lukin M D, Vuletic V 2018 *Science* **359** 783
- [40] Watson T F, Philips S G J, Kawakami E, Ward D R, Scarlino P, Veldhorst M, Savage D E, Lagally M G, Friesen M, Coppersmith S N, Eriksson M A, Vandersypen L M K 2018 *Nature* **555** 633
- [41] Lenzini F, Janousek J, Thearle O, Villa M, Haylock B, Kasture S, Cui L, Phan H P, Dao D V, Yonezawa H, Lam P K, Huntington E H, Lobino M 2018 *Sci. Adv.* **4** eaat9331
- [42] Kokail C, Maier C, van Bijnen R, Brydges T, Joshi M K, Jurcevic P, Muschik C A, Silvi P, Blatt R, Roos C F, Zoller P 2019 *Nature* **569** 355
- [43] Wang H, Qin J, Ding X, Chen M, Chen S, You X, He Y, Jiang X, You L, Wang Z, Schneider C, Renema J J, Höfling S, Lu C, Pan J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 250503
- [44] Mukai H, Sakata K, Devitt S J, Wang R, Zhou Y, Nakajima Y, Tsai J S 2020 *New J. Phys.* **22** 043013
- [45] Bienfait A, Zhong Y P, Chang H S, Chou M H, Conner C R, Dumur E, Grebel J, Peairs G A, Povey R G, Satzinger K J, Cleland A N 2020 *Phys. Rev. X* **10** 021055
- [46] Google AI Quantum Collaborators, Arute F, Arya K, Babbush R, Bacon D, Bardin J C, Barends R, Boixo S, Broughton M, Buckley B B, Buell D A, Burkett B, Bushnell N, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Collins R, Courtney W, Demura S, Dunsworth A, Eppens D, Farhi E, Fowler A, Foxen B, Gidney C, Giustina M, Graff R, Habegger S, Harrigan M P, Ho A, Hong S, Huang T, Huggins W J, Ioffe L, Isakov S V, Jeffrey E, Jiang Z, Jones C, Kafri D, Kechedzhi K, Kelly J, Kim S, Klimov P V, Korotkov A, Kostritsa F, Landhuis D, Laptev P, Lindmark M, Lucero E, Martin E, Martinis J M, McClean J R, McEwen M, Megrant A, Mi X, Mohseni M, Mruczkiewicz W, Mutus J, Naaman O, Neeley M, Neill C, Neven H, Niu M, O'Brien T E, Ostby E, Petukhov A, Putterman H, Quintana C, Roushan P, Rubin N C, Sank D, Satzinger K J, Smelyanskiy V, Strain

- D, Sung K J, Szalay M, Takeshita T Y, Vainsencher A, White T, Wiebe N, Yao Z, Yeh P, Zalcman A 2020 *Science* **369** 1084
- [47] Joshi S K, Aktas D, Wengerowsky S, Loncaric M, Neumann S P, Liu B, Scheidl T, Lorenzo G C, Samec Z, Kling L, Qiu A, Razavi M, Stipcevic M, Rarity J, Ursin R 2020 *Sci. Adv.* **6** eaba0959
- [48] Zhong H, Wang H, Deng Y, Chen M, Peng L, Luo Y, Qin J, Wu D, Ding X, Hu Y, Hu P, Yang X, Zhang W, Li H, Li Y, Jiang X, Gan L, Yang G, You L, Wang Z, Li L, Liu N, Lu C, Pan J 2020 *Science* **370** 1460
- [49] Chen Y, Zhang Q, Chen T, Cai W, Liao S, Zhang J, Chen K, Yin J, Ren J, Chen Z, Han S, Yu Q, Liang K, Zhou F, Yuan X, Zhao M, Wang T, Jiang X, Zhang L, Liu W, Li Y, Shen Q, Cao Y, Lu C, Shu R, Wang J, Li L, Liu N, Xu F, Wang X, Peng C, Pan J 2021 *Nature* **589** 214
- [50] Liu H, Tian X, Gu C, Fan P, Ni X, Yang R, Zhang J, Hu M, Guo J, Cao X, Hu X, Zhao G, Lu Y, Gong Y, Xie Z, Zhu S 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 020503
- [51] Daiss S, Langenfeld S, Welte S, Distanto E, Thomas P, Hartung L, Morin O, Rempe G 2021 *Science* **371** 614
- [52] Pogorelov I, Feldker T, Marciniak C D, Postler L, Jacob G, Krieglsteiner O, Podlesnic V, Meth M, Negnevitsky V, Stadler M, Höfer B, Wächter C, Lakhmanskiy K, Blatt R, Schindler P, Monz T 2021 *PRX Quantum* **2** 020343
- [53] Ebadi S, Wang T T, Levine H, Keesling A, Semeghini G, Omran A, Bluvstein D, Samajdar R, Pichler H, Ho W, Choi S, Sachdev S, Greiner M, Vuletić V, Lukin M D 2021 *Nature* **595** 227
- [54] Scholl P, Schuler M, Williams H J, Eberharter A A, Barredo D, Schymik K, Lienhard V, Henry L, Lang T C, Lahaye T, Läuchli A M, Browaeys A 2021 *Nature* **595** 233
- [55] Atas Y Y, Zhang J, Lewis R, Jahanpour A, Haase J F, Muschik C A 2021 *Nat. Commun.* **12** 6499
- [56] Schrödinger E 1936 *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **32** 446
- [57] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A, Sergienko A V, Shih Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337
- [58] Aharonovich I, Englund D, Toth M 2016 *Nat. Photonics* **10** 631
- [59] Bouwmeester D, Pan J, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [60] Takeda S, Mizuta T, Fuwa M, van Loock P, Furusawa A 2013 *Nature* **500** 315
- [61] Wang J, Liu J, Chen P 2009 *Micronanoelectron. Technol.* **46** 321 (in Chinese) [王吉林, 刘建设, 陈培毅 2009 微纳电子技术 **46** 321]
- [62] Nakamura Y, Pashkin Y A, Tsai J S 1999 *Nature* **398** 786
- [63] Arute F, Arya K, Babbush R, Bacon D, Bardin J C, Barends R, Biswas R, Boixo S, Fernando G. S. L. Brandao F G S L, Buell D A, Burkett B, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Collins R, Courtney W, Dunsworth A, Farhi E, Foxen B, Fowler A, Gidney C, Giustina M, Graff R, Guerin K, Habegger S, Harrigan M P, Hartmann M J, Ho A, Hoffmann M, Huang T, Humble T S, Isakov S V, Jeffrey E, Jiang Z, Kafri D, Kechedzhi K, Kelly J, Klimov P V, Knysh S, Korotkov A, Kostrița F, Landhuis D, Lindmark M, Lucero E, Lyakh D, Mandrà S, McClean J R, McEwen M, Megrant A, Mi X, Michielsen K, Mohseni M, Mutus J, Naaman O, Neeley M, Neill C, Niu M, Ostby E, Petukhov A, Platt J C, Quintana C, Rieffel E G, Roushan P, Rubin N C, Sank D, Satzinger K J, Smelyanskiy V, Sung K J, Trevithick M D, Vainsencher A, Villalonga B, White T, Yao Z, Yeh P, Zalcman A, Neven H, Martinis J M 2019 *Nature* **574** 505
- [64] Gong M, Wang S, Zha C, Chen M C, Huang H L, Wu Y, Zhu Q, Zhao Y, Li S, Guo S, Qian H, Ye Y, Chen F, Ying C, Yu J, Fan D, Wu D, Su H, Deng H, Rong H, Zhang K, Cao S, Lin J, Xu Y, Sun L, Guo C, Li N, Liang F, Bastidas V M, Nemoto K, Munro W J, Huo Y H, Lu C Y, Peng C Z, Zhu X, Pan J W 2021 *Science* **372** 948
- [65] Guo Q, Cheng C, Li H, Xu S, Zhang P, Wang Z, Song C, Liu W, Ren W, Dong H, Mondaini R, Wang H 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 240502
- [66] Zhang X, Li H, Cao G, Xiao M, Guo G C, Guo G P 2019 *National Sci. Rev.* **6** 32
- [67] Petta J R, Johnson A C, Taylor J M, Laird E A, Yacoby A, Lukin M D, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2005 *Science* **309** 2180
- [68] Wang Z 2010 *Topological Quantum Computation* (Rhode Island: American Mathematical Soc) p112
- [69] Fowler A G, Mariantoni M, Martinis J M, Cleland A N 2012 *Phys. Rev. A* **86** 032324
- [70] Hile S J, Fricke L, House M G, Peretz E, Chen C Y, Wang Y, Broome M, Gorman S K, Keizer J G, Rahman R, Simmons M Y 2018 *Sci. Adv.* **4** 1459
- [71] Morello A, Pla J J, Zwanenburg F A, Chan K W, Tan K Y, Huebl H, Möttönen M, Nugroho C D, Yang C, van Donkelaar J A, Alves A D C, Jamieson D N, Escott C C, Hollenberg L C L, Clark R G, Dzurak A S 2010 *Nature* **467** 687
- [72] Harvey-Collard P, D'Anjou B, Rudolph M, Jacobson N T, Dominguez J, Eyck G A T, Wendt J R, Phuy M, Lilly M P, Coish W A, Pioro-Ladrière M, Carroll M S 2018 *Phys. Rev. X* **8** 021046
- [73] Yoneda J, Takeda K, Otsuka T, Nakajima T, Delbecq M R, Allison G, Honda T, Kodera T, Oda S, Hoshi Y, Usami N, Itoh K M, Tarucha S 2018 *Nat. Nanotechnol.* **13** 102
- [74] Muhonen J T, Dehollain J P, Laucht A, Hudson F E, Kalra R, Sekiguchi T, Itoh K M, Jamieson D N, McCallum J C, Dzurak A S, Morello A 2014 *Nat. Nanotechnol.* **9** 986
- [75] Huang W, Yang C H, Chan K W, Tanttu T, Hensen B, Leon R C C, Fogarty M A, Hwang J C C, Hudson F E, Itoh K M, Morello A, Laucht A, Dzurak A S 2019 *Nature* **569** 532
- [76] Blume-Kohout R, Gamble J K, Nielsen E, Rudinger K, Mizrahi J, Fortier K, Maunz P 2017 *Nat. Commun.* **8** 1
- [77] Mądzik M T, Asaad S, Youssry A, Joecker B, Rudinger K M, Nielsen E, Young K C, Proctor T J, Baczewski A D, Laucht A, Schmitt V, Hudson F E, Itoh K M, Jakob A M, Johnson B C, Jamieson D N, Dzurak A S, Ferrie C, Blume-Kohout R, Morello A 2022 *Nature* **601** 348
- [78] Noiri A, Takeda K, Nakajima T, Kobayashi T, Sammak A, Scappucci G, Tarucha S 2022 *Nature* **601** 338
- [79] Xue X, Russ M, Samkharadze N, Undseth B, Sammak A, Scappucci G, Vandersypen L M K 2022 *Nature* **601** 343
- [80] Monz T, Kim K, Villar A S, Schindler P, Chwalla M, Riebe M, Roos C F, Haffner H, Hansel W, Hennrich M, Blatt R 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 200503
- [81] Wilk T, Webster S C, Kuhn A, Rempe G 2007 *Science* **317** 488
- [82] DeMille D 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 067901
- [83] Jaksch D, Bruder C, Cirac J I, Gardiner C W, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3108
- [84] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, Hänsch T W, Bloch I 2002 *Nature* **415** 39
- [85] Cirac J I, Zoller P 2004 *Phys. Today* **57** 38
- [86] Pu Y F, Zhang S, Wu Y K, Jiang N, Chang W, Li C, Duan

- L M 2021 *Nat. Photonics* **15** 374
- [87] Hartke T, Oreg B, Jia N, Zwierlein M 2022 *Nature* **601** 537
- [88] Singh K, Anand S, Pocklington A, Kemp J T, Bernien H 2022 *Phys. Rev. X* **12** 011040
- [89] Gao W B, Lu C Y, Yao X C, Xu P, Guhne O, Goebel A, Chen Y A, Peng C Z, Chen Z B, Pan J W 2010 *Nat. Phys.* **6** 331
- [90] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313
- [91] Prechtel J H, Kuhlmann A V, Houel J, Greuter L, Ludwig A, Reuter D, Wieck A D, Warburton R J 2013 *Phys. Rev. X* **3** 041006
- [92] Jayakumar H, Predojevic A, Huber T, Kauten T, Solomon G S, Weihs G 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 135505
- [93] Crespi A, Osellame R, Ramponi R, Brod D J, Galvão E F, Spagnolo N, Vitelli C, Maiorino E, Mataloni P, Sciarrino F 2013 *Nat. Photonics* **7** 545
- [94] Spring J B, Metcalf B J, Humphreys P C, Kolthammer W S, Jin X M, Barbieri M, Datta A, Thomas-Peter N, Langford N K, Kundys D, Gates J C, Smith B J, Smith P G R 2012 *Science* **339** 798
- [95] Tillmann M, Dakić B, Heilmann R, Nolte S, Szameit A, Walther P 2013 *Nat. Photonics* **7** 540
- [96] Broome M A, Fedrizzi A, Rahimi-Keshari S, Dove J, Aaronson S, Ralph T C, White A G 2013 *Science* **339** 794
- [97] Wang H, He Y, Li Y H, Su Z E, Li B, Huang H L, Ding X, Chen M C, Liu C, Qin J, Li J P, He Y M, Schneider C, Kamp M, Peng C Z, Hofling S, Lu C Y, Pan J W 2017 *Nat. Photonics* **11** 361
- [98] Tang H, Lin X F, Feng Z, Chen J Y, Gao J, Sun K, Wang C Y, Lai P C, Xu X Y, Wang Y, Qiao L F, Yang A L, Jin X M 2018 *Sci. Adv.* **4** 3174
- [99] Kashiwazaki T, Yamashita T, Takanashi N, Inoue A, Umeki T, Furusawa A 2021 *Appl. Phys. Lett.* **119** 251104
- [100] Ashida Y, Zongping G, Masahito U 2020 *Adv. Phys.* **69** 249
- [101] Zhao X M, Guo C X, Kou S P, Zhuang L, Liu W M 2021 *Phys. Rev. B* **104** 205131
- [102] Zhao X M, Guo C X, Yang M L, Wang H, Liu W M, Kou S P 2021 *Phys. Rev. B* **104** 214502
- [103] Jing D Y, Wang H Y, Liu W M 2022 *J. Phys. Condens. Matter* **34** 195401
- [104] De Gennes P G 1999 *Superconductivity of metals and alloys* (Boca Raton: CRC Press)
- [105] Avron J E, Seiler R, Simon B 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 51
- [106] Kitaev A Y 2001 *Phys. Usp.* **44** 131
- [107] Lahtinen V, Pachos J 2017 *SciPost Phys.* **3** 021
- [108] Sarma S D, Freedman M, Nayak C 2015 *NPJ Quantum Inf.* **1** 1
- [109] Read N, Green D 2000 *Phys. Rev. B* **61** 10267
- [110] Fu L, Berg E 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 097001
- [111] Cho G Y, Bardarson J H, Lu Y M, Moore J E 2012 *Phys. Rev. B* **86** 214514
- [112] Kobayashi S, Sato M 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 187001
- [113] Fu L, Kane C L 2008 *Phys. Rev. Lett.* **10** 096407
- [114] Sato M, Takahashi Y, Fujimoto S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 020401
- [115] Langbehn J, Peng Y, Trifunovic L, von Oppen F, Brouwer P W 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 246401
- [116] Song Z, Fang Z, Fang C 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 246402
- [117] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L 2017 *Phys. Rev. B* **96** 245115
- [118] Schindler F 2018 *Sci. Adv.* **4** 0346
- [119] Zhu X 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 236401
- [120] Yan Z 2019 *Phys. Rev. B* **100** 205406
- [121] Hsu C H, Stano P, Klinovaja J, Loss D 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 196801
- [122] Zhang P 2018 *Science* **360** 182
- [123] Hassler F 2014 *Majorana qubits* arXiv: 1404.0897
- [124] Law K T, Lee P A, Ng T K 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 237001
- [125] Yamakage A, Yada K, Sato M, Tanaka Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 180509
- [126] Sato M, Ando Y 2017 *Rep. Prog. Phys.* **80** 076501
- [127] Wang Z, Qi X, Zhang S 2011 *Phys. Rev. B* **84** 014527
- [128] Marra P, Citro R, Braggio A 2016 *Phys. Rev. B* **93** 220507
- [129] Chung S B, Horowitz J, Qi X L 2013 *Phys. Rev. B* **88** 214514
- [130] Yamakage A, Sato M, Yada K, Kashiwaya S, Tanaka Y 2013 *Phys. Rev. B* **87** 100510
- [131] Sato M 2010 *Phys. Rev. B* **81** 220504
- [132] Fu L, Berg E 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 097001
- [133] Berezinskii V L 1974 *JETP Lett.* **20** 287
- [134] Asano Y, Tanaka Y 2013 *Phys. Rev. B* **87** 104513
- [135] Hor Y S, Williams A J, Checkelsky J G, Roushan P, Seo J, Xu Q, Zandbergen H W, Yazdani A, Ong N P, Cava R J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 057001
- [136] Wray L A, Xu S, Xia Y, Hor Y S, Qian D, Fedorov A V, Lin H, Bansil A, Cava R J, Hasan M Z 2010 *Nat. Phys.* **6** 855
- [137] Sasaki S, Kriener M, Segawa K, Yada K, Tanaka Y, Sato M, Ando Y 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 217001
- [138] Matano K, Kriener M, Segawa K, Ando Y, Zheng G 2016 *Nat. Phys.* **12** 852
- [139] Yonezawa S, Tajiri K, Nakata S, Nagai Y, Wang Z, Segawa K, Ando Y, Maeno Y 2017 *Nat. Phys.* **13** 123
- [140] Liu Z, Yao X, Shao J, Zuo M, Pi L, Tan S, Zhang C, Zhang Y 2015 *J. Am. Chem. Soc.* **137** 10512
- [141] Asaba T, Lawson B J, Tinsman C, Chen L, Corbae P, Li G, Qiu Y, Hor Y S, Fu L, Li L 2017 *Phys. Rev. X* **7** 011009
- [142] Zhang P, Yaji K, Hashimoto T, Ota Y, Kondo T, Okazaki K, Wang Z, Wen J, Gu G D, Ding H, Shin S 2018 *Science* **360** 182
- [143] Zhang P, Richard P, Xu N, Xu Y M, Ma J, Qian T, Fedorov A V, Denlinger J D, Gu G D, Ding H 2014 *Appl. Phys. Lett.* **105** 172601
- [144] Wang Z, Zhang P, Xu G, Zeng L K, Miao H, Xu X, Qian T, Weng H, Richard P, Fedorov A V, Ding H, Dai X, Fang Z 2015 *Phys. Rev. B* **92** 115119
- [145] Wu X, Qin S, Liang Y, Fan H, Hu J 2016 *Phys. Rev. B* **93** 115129
- [146] Shi X, Han Z, Richard P, Wu X, Peng X, Qian T, Wang S, Hu J, Sun Y, Ding H 2017 *Sci. Bull.* **62** 503
- [147] Wang D, Kong L, Fan P, Chen H, Zhu S, Liu W, Cao L, Sun Y, Du S, Schneeloch J, Zhong R, Gu G, Fu L, Ding H, Gao H 2018 *Science* **362** 333
- [148] Zhu S, Kong L, Cao L, Chen H, Papaj M, Du S, Xing Y, Liu W, Wang D, Shen C, Yang F, Schneeloch J, Zhong R, Gu G, Fu L, Zhang Y, Ding H, Gao H 2020 *Science* **367** 189
- [149] Kong L, Zhu S, Papaj M, Chen H, Cao L, Isobe H, Xing Y, Liu W, Wang D, Fan P, Sun Y, Du S, Schneeloch J, Zhong R, Gu G, Fu L, Gao H, Ding H 2019 *Nat. Phys.* **15** 1181
- [150] Jiang D, Pan Y, Wang S, Lin Y, Holland C M, Kirtley J R, Chen X, Zhao J, Chen L, Yin S, Wang Y 2021 *Sci. Bull.* **66** 425
- [151] Zhang P, Wang Z, Wu X, Yaji K, Ishida Y, Kohama Y, Dai G, Sun Y, Bareille C, Kuroda K, Kondo T, Okazaki K, Kindo K, Wang X, Jin C, Hu J, Thomale R, Sumida K, Wu

- S, Miyamoto K, Okuda T, Ding H, Gu G D, Tamegai T, Kawakami T, Sato M, Shin S 2019 *Nat. Phys.* **15** 41
- [152] Liu Q, Chen C, Zhang T, Peng R, Yan Y, Wen C, Lou X, Huang Y, Tian J, Dong X, Wang G, Bao W, Wang Q, Yin Z, Zhao Z, Feng D 2018 *Phys. Rev. X* **8** 041056
- [153] Chen C, Liu Q, Zhang T Z, Li D, Shen P P, Dong X L, Zhao Z X, Zhang T, Feng D L 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 057403
- [154] Zhang T, Bao W, Chen C, Li D, Lu Z, Hu Y, Yang W, Zhao D, Yan Y, Dong X, Wang Q, Zhang T, Feng D 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 127001
- [155] Novak M, Sasaki S, Kriener M, Segawa K, Ando Y 2013 *Phys. Rev. B* **88** 140502
- [156] Sasaki S, Ren Z, Taskin A A, Segawa K, Fu L, Ando Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 217004
- [157] Sato T, Tanaka Y, Nakayama K, Souma S, Takahashi T, Sasaki S, Ren Z, Taskin A A, Segawa K, Ando Y 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 206804
- [158] Nie S, Xing L, Jin R, Xie W, Wang Z, Prinz F B 2018 *Phys. Rev. B* **98** 125143
- [159] Chen C, Liang A, Liu S, Nie S, Huang J, Wang M, Li Y, Pei D, Yang H, Zheng H, Zhang Y, Lu D, Hashimoto M, Barinov A, Jozwiak C, Bostwick A, Rotenberg E, Kou X, Yang L, Guo Y, Wang Z, Yuan H, Liu Z, Chen Y 2020 *Matter* **3** 2055
- [160] Liu S, Nie S, Qi Y, Guo Y, Yuan H, Yang L, Chen Y, Wang M, Liu Z 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 077302
- [161] Fang Y, Pan J, Zhang D, Wang D, Hirose H T, Terashima T, Uji S, Yuan Y, Li W, Tian Z, Xue J, Ma Y, Zhao W, Xue Q, Mu G, Zhang H, Huang F 2019 *Adv. Mater.* **31** 1901942
- [162] Yuan Y, Pan J, Wang X, Fang Y, Song C, Wang L, He K, Ma X, Zhang H, Huang F, Li W, Xue Q 2019 *Nat. Phys.* **15** 1046
- [163] Sato M, Fujimoto S 2009 *Phys. Rev. B* **79** 094504
- [164] Yang X, Bao J, Lou Z, Li P, Jiang C, Wang J, Sun T, Liu Y, Guo W, Ramakrishnan S, Kotla S R, Tolkiehn M, Paulmann C, Cao G, Nie Y, Li, Yang Liu W, van Smaalen S, Lin X, Xu Z 2022 *Adv. Mater.* **34** 2108550
- [165] Bian G, Chang T R, Sankar R, Xu S Y, Zheng H, Neupert T, Chiu C K, Huang S M, Chang G, Belopolski I, Sanchez D S, Neupane M, Alidoust N, Liu C, Wang B, Lee C C, Jeng H T, Zhang C, Yuan Z, Jia S, Bansil A, Chou F, Lin H, Hasan M Z 2016 *Nat. Commun.* **7** 10556
- [166] Guan S Y, Chen P J, Chu M W, Sankar R, Chou F, Jeng H T, Chang C S, Chuang T M 2016 *Sci. Adv.* **2** 1600894
- [167] Le T, Sun Y, Jin H, Che L, Yin L, Li J, Pang G M, Xu C Q, Zhao L X, Kittaka S, Sakakibara T, Machida K, Sankar R, Yuan H Q, Chen G F, Xu X, Li S, Zhou Y, Lu X 2020 *Sci. Bull.* **65** 1349
- [168] Sakano M, Okawa K, Kanou M, Sanjo H, Okuda T, Sasagawa T, Ishizaka K 2015 *Nat. Commun.* **6** 8595
- [169] Lv Y F, Wang W L, Zhang Y M, Ding H, Li W, Wang L, He K, Song C L, Ma X C, Xue Q K 2017 *Sci. Bull.* **62** 852
- [170] Guan J Y, Kong L, Zhou L Q, Zhong Y G, Li H, Liu H J, Tang C Y, Yan D Y, Yang F Z, Huang Y B, Shi Y G, Qian T, Weng H M, Sun Y J Ding H 2019 *Sci. Bull.* **64** 1215
- [171] Wu S, Fatemi V, Gibson Q D, Watanabe K, Taniguchi T, Cava R J, Jarillo-Herrero P 2018 *Science* **359** 76
- [172] Wang Y, Liu E, Liu H, Pan Y, Zhang L, Zeng J, Fu Y, Wang M, Xu K, Huang Z, Wang Z, Lu H, Xing D, Wang B, Wan X, Miao F 2016 *Nat. Commun.* **7** 13142
- [173] Peng L, Yuan Y, Li G, Yang X, Xian J, Yi C, Shi Y, Fu Y 2017 *Nat. Commun.* **8** 659
- [174] Fatemi V, Wu S, Cao Y, Bretheau L, Gibson Q D, Watanabe K, Taniguchi T, Cava R J, Jarillo-Herrero P 2018 *Science* **362** 926
- [175] Sajadi E, Palomaki T, Fei Z, Zhao W, Bement P, Olsen C, Luescher S, Xu X, Folk J A, Cobden D H 2018 *Science* **362** 922
- [176] Pan X, Chen X, Liu H, Feng Y, Wei Z, Zhou Y, Chi Z, Pi L, Yen F, Song F, Wan X, Yang Z, Wang B, Wang G, Zhang Y 2015 *Nat. Commun.* **6** 7805
- [177] Kang D, Zhou Y, Yi W, Yang C, Guo J, Shi Y, Zhang S, Wang Z, Zhang C, Jiang S, Li A, Yang K, Wu Q, Zhang G, Sun L, Zhao Z 2015 *Nat. Commun.* **6** 7804
- [178] Zhu L, Li Q Y, Lü Y Y, Li S, Zhu X Y, Jia Z Y, Chen Y B, Wen J, Li S C 2018 *Nano Lett.* **18** 6585
- [179] Wang M X, Liu C, Xu J P, Yang F, Miao L, Yao M Y, Gao C L, Shen C, Ma X, Chen X, Xu Z A, Liu Y, Zhang S C, Qian D, Jia J F, Xue Q K 2012 *Science* **336** 52
- [180] Xu J P, Liu C, Wang M X, Ge J, Liu Z L, Yang X, Chen Y, Liu Y, Xu Z A, Gao C L, Qian D, Zhang F C, Jia J F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 217001
- [181] Xu J P, Wang M X, Liu Z L, Ge J F, Yang X, Liu C, Xu Z A, Guan D, Gao C L, Qian D, Liu Y, Wang Q H, Zhang F C, Xue Q K, Jia J F 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 017001
- [182] Oreg Y, Refael G, von Oppen F 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 177002
- [183] Lutchyn R M, Sau J D, Das Sarma S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 077001
- [184] Mourik V, Zuo K, Frolov S M, Plissard S R, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2012 *Science* **336** 1003
- [185] Deng M T, Yu C L, Huang G Y, Larsson M, Caroff P, Xu H Q 2012 *Nano Lett.* **12** 6414
- [186] Das A, Ronen Y, Most Y, Oreg Y, Heiblum M, Shtrikman H 2012 *Nat. Phys.* **8** 887
- [187] Deng M T, Vaitiekenas S, Hansen E B, Danon J, Leijnse M, Flensberg K, Nygard J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Science* **354** 1557
- [188] Gazibegovic S, Car D, Zhang H, Balk S C, Logan J A, de Moor M W A, Cassidy M C, Schmits R, Xu D, Wang G, Krogstrup P, Op het Veld R L M, Zuo K, Vos Y, Shen J, Bouman D, Shojaei B, Pennachio D, Lee J S, van Veldhoven P J, Koelling S, Verheijen M A, Kouwenhoven L P, Palmström C J, Bakkers E P A M 2017 *Nature* **548** 434
- [189] Pientka F, Keselman A, Berg E, Yacoby A, Stern A, Halperin B I 2017 *Phys. Rev. X* **7** 021032
- [190] Ren H, Pientka F, Hart S, Pierce A T, Kosowsky M, Lunczer L, Schlereth R, Scharf B, Hankiewicz E M, Molenkamp L W, Halperin B I, Yacoby A 2019 *Nature* **569** 93
- [191] Alicea J, Oreg Y, Refael G, von Oppen F, Fisher M P A 2011 *Nat. Phys.* **7** 412

SPECIAL TOPIC—Recent advances in hardware, algorithms and software of quantum computers

Research progress of material, physics, and device of topological superconductors for quantum computing^{*}

Jiang Da¹⁾ Yu Dong-Yang¹⁾ Zheng Zhan¹⁾ Cao Xiao-Chao¹⁾
Lin Qiang^{1)†} Liu Wu-Ming^{1)2)‡}

1) (*School of Science & Institute for Frontiers and Interdisciplinary Sciences, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China*)

2) (*Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 31 March 2022; revised manuscript received 26 April 2022)

Abstract

Since the physical limit of Moore's law is being approached, many alternative computing methods have been proposed, among which quantum computing is the most concerned and widely studied. Owing to the non closeability of quantum system, the uncontrollable external factors will lead to quantum dissipation and decoherence. In order to avoid the decoherence of quantum superposition state, the fabrication of robust quantum bits has become one of the key factors. Majorana zero mode (MZM) is a quasi-particle emerging in the topological and superconducting hybrid system. It has non-Abelian statistical properties. Therefore, the topological qubit constructed by MZM has natural robustness to quantum decoherence. Despite the arduous exploration by various experimental groups, the experimental verification of MZM is still lacking. This paper reviews the history and main technical routes of quantum computing, focusing on the theory of topological superconductors, observable experimental phenomena, and the latest experimental progress. Furthermore we discuss and analyze the present status of the topological superconductor research. Finally, we prospect the future experiments and applications of topological superconductors in quantum computing.

Keywords: quantum computing, topological superconductor

PACS: 03.65.-w, 03.67.Lx

DOI: 10.7498/aps.71.20220596

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61727821, U20A20219, 61835013), and the National Key R&D Program of China (Grants Nos. 2021YFA1400900, 2021YFA0718300, 2021YFA1400243).

[†] Corresponding author. E-mail: qlin@zjut.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: wmliu@aphy.iphy.ac.cn



面向量子计算的拓扑超导材料、物理和器件研究

姜达 余东洋 郑沾 曹晓超 林强 刘伍明

Research progress of material, physics, and device of topological superconductors for quantum computing

Jiang Da Yu Dong-Yang Zheng Zhan Cao Xiao-Chao Lin Qiang Liu Wu-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 160302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220596

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220596>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

拓扑超导体 $\text{FeSe}_x\text{Te}_{1-x}$ 单晶超导性能与磁通钉扎

Superconducting and flux pinning properties of $\text{FeSe}_x\text{Te}_{1-x}$ topological superconductors

物理学报. 2020, 69(23): 237401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201125>

电子型FeSe基高温超导体的磁通束缚态与Majorana零能模

Vortex bound states and Majorana zero mode in electron-doped FeSe-based high-temperature superconductor

物理学报. 2021, 70(1): 017401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201673>

硅和锗量子计算材料研究进展

Research progress of silicon and germanium quantum computing materials

物理学报. 2021, 70(21): 217802 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211492>

核磁共振量子信息处理研究的新进展

New research progress of nuclear magnetic resonance quantum information processing

物理学报. 2018, 67(22): 220301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180754>

量子存储式量子计算机与无噪声光子回波

“Quantum memory” quantum computers and noiseless photon echoes

物理学报. 2022, 71(7): 070305 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212245>

铌基超导量子比特及辅助器件的制备

Fabrication of superconducting qubits and auxiliary devices with niobium base layer

物理学报. 2022, 71(5): 050303 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211865>