

二维湍流热对流最大速度 Re 数特性及流态突变特征 Re 数*

何建超¹⁾²⁾ 方明卫²⁾ 包芸^{2)†}

1) (北京航空航天大学, 航空科学与工程学院, 北京 100191)

2) (中山大学, 航空航天学院, 深圳 518107)

(2022年2月28日收到; 2022年6月9日收到修改稿)

本文计算系列二维湍流热对流, Prandtl(Pr) 数和 Rayleigh(Ra) 数范围分别为 $0.25-100$ 和 $1 \times 10^7-1 \times 10^{12}$, 研究 Reynolds(Re) 数的变化规律. 以最大速度计算的 Re 数与 Ra 数存在标度律关系, 但中间出现间断. 研究表明, 大尺度环流形态由椭圆形到圆形的突变引起流动失稳, 导致最大速度值间断下降, 影响 Re 数变化趋势的连续性. 所有 Pr 数对应的流态突变特征 Re 数为常值, Re_c 约为 1.4×10^4 , 即当 Re 数达到特征 Re_c 时, 大尺度环流形态会发生从椭圆形到圆形的突变. 间断点对应的 Ra_c 与 Pr 数之间存在标度关系 $Ra_c \sim Pr^{1.5}$. 对 Ra 数进行补偿平移, 所有 Pr 数的 Re 与 $RaPr^{-1.5}$ 的变化曲线重合, 不同 Pr 数有相同的间断临界点位置, $Ra_c Pr^{-1.5} = 10^9$.

关键词: 热对流, Reynolds 数, 流态, Prandtl 数

PACS: 47.27.te

DOI: 10.7498/aps.71.20220352

1 引言

热对流现象广泛存在于自然界和工业设计中, 研究热对流特性有重要的意义. Rayleigh-Bénard (RB) 热对流是从众多热对流过程中抽象出来的典型物理模型之一, 是在一个封闭的空间内下底板加热上底板冷却产生热对流运动和热运输的系统^[1]. RB 热对流系统存在丰富而复杂的流动和热运输现象, 一直受到国内外学者的关注和研究.

在 RB 热对流系统中, Rayleigh 数 (Ra)、Prandtl 数 (Pr) 和宽高比 (Γ) 是控制系统的 3 个重要无量纲参数, 而 Nusselt 数 (Nu) 和 Reynolds 数 (Re) 分别是反映系统传热效率以及湍流强度的无量纲参数. 多年来, 两个响应参数与控制参数之间的关系是 RB 热对流的研究重点^[1-3], 而其中影响最广

泛的是 Grossmann 和 Lohse 提出的 GL 理论^[4-8]. GL 理论在较大范围内预测了 $Nu(Ra, Pr)$ 和 $Re(Ra, Pr)$ 的变化趋势, 至今也得到了比较多数据的验证^[8-10]. 在 GL 理论中, $Ra-Pr$ 相图被分为多个区域^[4,8], 在不同区域中耗散率与 Ra, Pr 的关系有所差异. 也即, 在同一 Pr 数下, 随着 Ra 数增大, 耗散率的发展趋势会出现变化, 其他相关的物理量的行为也会有所变化^[11]. 早期关于 RB 热对流的研究中, 发现到达临界 Ra 数 Ra_c (1707) 之后, 流体运动会从一种定常 (time-independent) 状态转换为随时间变化的非定常状态^[11-15], 而这个转变的 Ra 数与 Pr 数存在依赖关系^[12]. “芝加哥对流实验”^[16-18] 发现随着 Ra 数的增大, 系统的流态会从对流状态变为湍流状态, 同时系统的 Nu 数和 Ra 数关系也发生了转变. 其中, 当 RB 系统转变为湍流状态后, 系统中的主要结构, 包括羽流、大尺度

* 国家自然科学基金 (批准号: 11772362) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: stsbymail.sysu.edu.cn

环流等, 会随着 Ra 增大而发生突变^[19–20]. 当大尺度环流由椭圆形转变为圆形时, 系统的 Nu 数也会偏离 GL 理论预测曲线^[10], 但在更大的 Ra 后, Nu 数的变化趋势再次与 GL 理论预测的一致^[19–20].

有数值模拟研究^[21]表明不同 Pr 数下, Re 与 Pr 的标度律会出现变化, 而 Re 与 Ra 的标度律均为 0.53, 与之前^[18,22]获得的 0.46 不同. 最近, 在准二维的实验中 Li 等^[23]在 $Pr = 11.7–145.7$ 的范围内发现 Re 的标度律在 0.53–0.60 之间, 与 Chen 等^[24]在 $Pr = 4–7$ 之间发现的 0.55 十分接近. 在二维 DNS 中, Xu 等^[25]发现在 $Pr = 0.025$ 时 Re 与 Ra 的标度律为 0.50, 而 Werne 等^[26]在 $Pr = 7$ 时的标度律为 0.54. 这些研究表明, $Re(Ra)$ 的关系也会随 Pr 数变化而略有变化, 这变化值得去进一步深入研究.

本文采用高效并行直接求解方法 PDM-DNS^[27], 在“天河二号”超级计算机上进行了多组 Pr 数和 Ra 数的二维湍流热对流 DNS 模拟, Pr 数从 0.25 到 100, Ra 数范围为 $1 \times 10^7–1 \times 10^{12}$, 跨度为 5 个量级, 总共 133 个计算算例. 本文对多组 Pr 数和 Ra 数的二维湍流热对流中反映湍流特性的 Re 数变化规律进行研究, 并探讨热对流流态突变时对应的典型特征 Ra 数和 Re 数的特性及其变化规律.

2 二维湍流热对流 DNS 的并行直接求解

在 RB 热对流的数值模拟中, 通常引入 Oberbeck-Boussinesq(OB) 近似, 对方程进行简化. 在 OB 近似下, 无量纲化的热对流方程为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} &= -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Ra/Pr}} \nabla^2 \mathbf{u} + \theta \mathbf{k}, \\ \frac{D\theta}{Dt} &= \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \theta, \end{aligned}$$

其中, \mathbf{u} 为无量纲速度矢量, θ 为无量纲温度, p 为压力, \mathbf{k} 为单位垂向矢量, 方向与重力方向相反. 数值计算中边界条件为壁面速度均采用无滑移条件, 温度为侧壁采用绝热条件, 上下底板采用恒温条件, 上底板恒温冷却 $\theta_{\text{top}} = -0.5$, 下底板恒温加热 $\theta_{\text{bot}} = 0.5$.

大规模湍流热对流的 DNS 计算由于计算量巨

大必须通过并行计算进行, 其中压力泊松方程的并行求解是实现高效并行计算的关键. 利用高效并行直接求解压力泊松方程的 PDD 算法^[28], 建立了热对流 DNS 的并行直接求解方法 (parallel direct method of DNS, PDM-DNS), 并展现了很好的并行效率^[27]. 在数值求解过程中, 采用投影法进行计算, 时间和空间均是二阶精度; 压力泊松方程采用快速傅立叶变换 (FFT) 进行解耦, 然后直接求解三对角方程组, 而动量方程和温度方程采用显式格式推进.

本文使用高效的 PDM-DNS 方法, 在“天河二号”超级计算机上进行了多组 Pr 数和 Ra 数的 2D 湍流热对流 DNS 模拟. 图 1 给出了计算算例的 $Ra-Pr$ 相图. 本文中研究的 Pr 数从 0.25 到 100, Ra 数从 1×10^7 到 1×10^{12} , 跨度为 5 个量级, 总共 133 个计算算例. 本文的二维湍流热对流计算数据丰富, 相图中呈现的结果是目前二维 RB 系统较完整的数据.

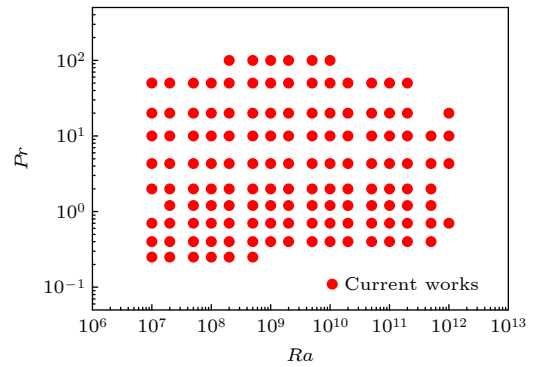


图 1 二维热对流计算算例 $Ra-Pr$ 相图

Fig. 1. The $Ra-Pr$ Phase diagram explored in the present study.

为了充分识别系统的流动, 本文采用了上下边界加密的网格进行数值模拟, 计算网格大小满足 Kolmogorov 尺度和 Batchelor 尺度, 即 $\eta_K = HPr^{1/2}/[Ra(Nu-1)]^{1/4}$ 和 $\eta_B = \eta_K Pr^{1/2}$. 并且, 边界附近的网格满足 Shishkina 等^[29]提出的要求, 即:

$$\begin{aligned} N_{\theta, \text{BL}} &\geq \sqrt{2} Nu Pr^{-0.5355+0.033 \log Pr}, \\ N_{v, \text{BL}} &\geq \sqrt{2} Nu^{1/2} Pr^{-0.1785+0.011 \log Pr}, \end{aligned}$$

其中, $a \approx 0.482$, $N_{\theta, \text{BL}}$ 和 $N_{v, \text{BL}}$ 分别表示温度边界层和速度边界层内的最少网格数. 时间步长 Δt 小于 Kolmogorov 时间尺度 $\tau_K = \sqrt{Pr/(Nu-1)}$ 的 1/1000. 本文所有算例均在流场充分发展后进

行统计, 统计时间均大于 200 个无量纲时间, 并且在不同统计时间段求出的 Nu 数误差约为 1%^[20].

在本文的算例中, 有少数算例会出现大尺度环流翻转的情况, 具体包括 $Pr = 1.2, Ra = 2 \times 10^7$, $Pr = 2.0, Ra = 1 \times 10^7 - 1 \times 10^8$, $Pr = 4.3, Ra = 5 \times 10^7 - 2 \times 10^8$, $Pr = 100, Ra = 2 \times 10^8$, 共 9 个算例. 当仅统计顺时针旋转或逆时针旋转的 Re 数和 Nu 数时, 两者的结果是一致的. 因此, 可以将顺时针旋转的数据进行水平翻转, 叠加到逆时针的旋转的数据上, 得到时间更长的时间平均场. 如果统计数据包括大尺度环流的翻转过程, 并且不作方向统一的处理, 那么将对数据统计造成一定的影响, 比如 Re 数会减小约 50%, Nu 数波动约为 3%^[30]. 因此, 关于翻转算例的统计, 仅统计顺时针和逆时针的流动, 并作方向统一处理, 不考虑发生大尺度环流翻转的过程.

3 二维湍流热对流 Re 数特性

Re 数是反映热对流系统的湍流流动特性的特征参数. 本文研究系列 Pr 数及 Ra 数下的二维 RB 系统湍流 Re 数与 Ra 数和 Pr 数之间的变化规律及特性.

图 2 给出了一个典型流态的平均速度场云图. 图 2 可见, 该速度分布成圆环状, 方腔四个角落中的速度都较小, 速度分布在中心速度很小, 随着半径的变化速度快速增大, 到接近一半的位置速度达到最大, 而后速度随半径的增大速度减小.

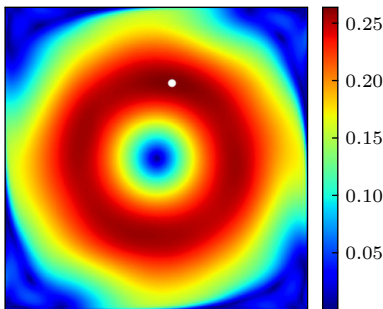


图 2 平均速度分布及最大速度点

Fig. 2. The time-averaged velocity field and the maximum velocity point.

经过计算全场的速度大小, 找到绝对速度的最大值, 即图 2 中白点处的速度, 作为计算湍流热对流 Re 数的特征速度, 其无量纲的计算公式如下:

$$Re = \sqrt{Ra/Pr} \cdot \left(\sqrt{u^2 + v^2} \right)_{\max}$$

3.1 二维湍流热对流 Re 数变化规律及其间断特征

首先, 以 $Pr = 0.7$ 的系列 Ra 数热对流为典型计算结果, 探讨热对流的 Re 数随 Ra 数的变化规律.

图 3 给出了 $Pr = 0.7$ 的系列 Ra 数热对流的 Re 数随 Ra 数的变化情况, 图中为双对数坐标. 可以看到, Re 数随 Ra 数的增加逐渐增大, 表明系统的湍流强度随 Ra 数增加逐渐变强. 特别地, Re 数的变化在 $Ra = 10^9$ 处出现了间断平移, 分成了较明显的两段.

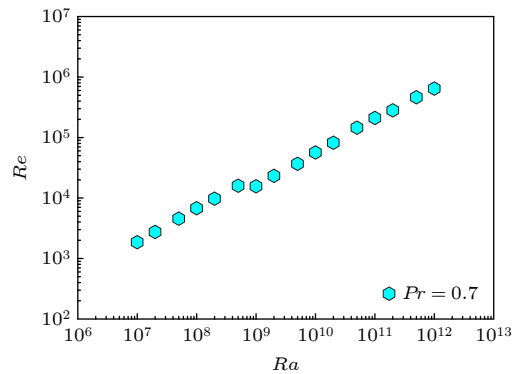


图 3 Re 数与 Ra 数关系

Fig. 3. Re as a function of Ra .

对于 Re 数与 Ra 数的变化关系中出现的间断平移, 是由二维湍流热对流的流态突变造成的, 将在下节内容中详细讨论.

3.2 二维湍流热对流流态突变及最大速度变化特性

在低 Ra 数时, 二维湍流热对流的流态是倾斜的椭圆大尺度环流加两个角涡的流态. 随 Ra 数增高, 角涡会发生脱离导致流动失稳, 系统的流态突变成圆形的大尺度环流流态^[19].

图 4 给出了 $Pr = 0.7$ 时流态从椭圆突变成圆形前后典型流态的平均速度场云图, 图中明显可见两种完全不同的速度分布. 由于不同 Ra 数时速度值得变化范围较大, 为了清楚地反映速度分布情况, 每个 Ra 数对应的速度云图色标范围是不一致的, 均设置为各个算例的最小速度到最大速度. 在 Ra 数较低的图 4(a) 和 (b) 中, 速度分布形态基本一致, 均为倾斜的椭圆形和两个角涡, 图中白点为

最大速度点, 都出现在椭圆和角涡的相切处. 大尺度环流与角涡相切的位置速度都会比较大, 而接近另外两个角落的速度较小. 随着 Ra 数增高, $Ra = 1 \times 10^9$ 时流态发生突变, 大尺度环流形态突变为圆形, 如图 4(c) 和 (d) 所示. 突变后高速区域呈圆环状, 整体速度相近, 最大速度随机产生在圆环上, 并且最大速度相较突变前略有减小, 这一点在图 4 的色标范围上可以看出.

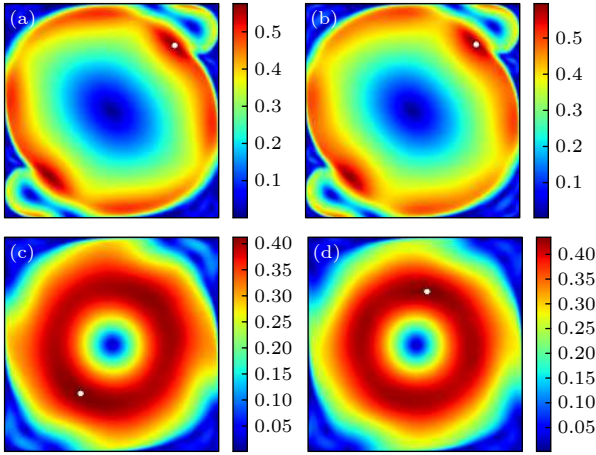


图 4 平均速度场变化及流态突变 ($Pr = 0.7$) (a) $Ra = 2 \times 10^8$; (b) $Ra = 5 \times 10^8$; (c) $Ra = 1 \times 10^9$; (d) $Ra = 2 \times 10^9$
 Fig. 4. The time-averaged velocity fields and the sudden change of flow pattern ($Pr = 0.7$): (a) $Ra = 2 \times 10^8$; (b) $Ra = 5 \times 10^8$; (c) $Ra = 1 \times 10^9$; (d) $Ra = 2 \times 10^9$.

计算 $Pr = 0.7$ 时所有 Ra 数情况下的最大速度值, 探讨最大速度值随 Ra 数的变化规律.

图 5 给出了 $Pr = 0.7$ 时不同 Ra 数的平均速度场中最大速度值 U_{\max} 随 Ra 数的变化情况. 可以看到, 最大速度的变化明显分为两段. 当 $Ra \leq 5 \times 10^8$, 大尺度环流流态为椭圆, 随着 Ra 数的提高平均速度场中的最大值 U_{\max} 逐渐变大. 在 $Ra = 1 \times 10^9$ 时, 大尺度环流流态突变为圆形, 最大速度 U_{\max} 间断式突然下降. 之后随着 Ra 数增大, 平均速度场中的最大值 U_{\max} 再次逐渐变大. 当 $Ra \geq 5 \times 10^{10}$ 后, 最大速度 U_{\max} 出现波动, 但速度值变化不大.

二维湍流热对流在较低 Ra 数时呈椭圆形大尺度环流形态, 由于羽流基本沿椭圆路径运动, 流动相对集中稳定, 使平均场速度较大. 随着 Ra 数的提高, 速度增大, 带动角涡脱落造成流态失稳混乱, 导致流态从椭圆到圆形的突变^[31]. 当流态失稳突变后, 羽流运动呈现较为混乱的绕行, 会使平均后的速度场整体减小, 所以导致图 5 中最大速度间

断式减小.

热对流在流态突变时平均场最大速度 U_{\max} 的间断式减小, 是造成图 3 中 Re 数随 Ra 数的变化规律出现间断的原因.

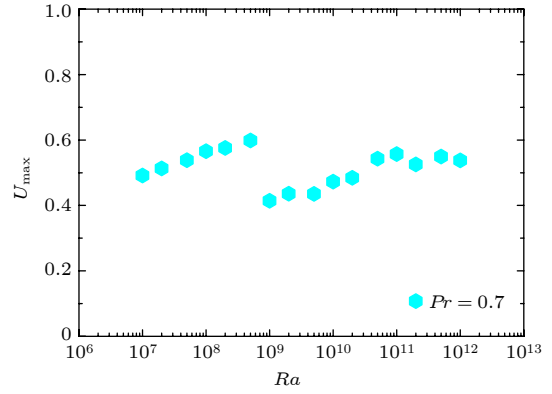


图 5 最大速度随 Ra 数变化

Fig. 5. The maximum velocity as a function of Ra .

4 不同 Pr 数的 Re 数规律及临界 Re 数

本文计算了 10 个不同的 Pr 数系列的算例, 数据较多. 为清晰展示结果, 在讨论二维湍流热对流 Re 数特性的 Pr 数影响时, 首先选取 3 个典型的 Pr 数 0.7, 4.3 和 10 进行分析.

图 6 给出了 3 个 Pr 数系列的 Re 数的变化特性, 蓝色六边形、红色方形和绿色实心圆点分别为 $Pr = 0.7, 4.3$ 和 10, 黑色线表示 1.4×10^4 . 由图 6 中可见, 3 个 Pr 数系列的 Re 数都分别随 Ra 数的增大而增大, 同时 Re 数随 Ra 数分布有两个阶段, 阶段之间存在明显的间断. 将间断处的 Re 数定义为流态突变特征 Re 数 Re_c , Ra 数定义为流态突变特征 Ra 数 Ra_c . 有意思的是, 不同 Pr 数时流态突变对应的特征 Re 数 Re_c 的值基本一致 ($Re_c \approx 1.4 \times 10^4$). 也即, 无论 Pr 数为多少, 当 Re 数达到 Re_c 时, 平均场的大尺度环流形态一定会从椭圆形突变为圆形.

这一现象的原因与上文讨论的 $Pr = 0.7$ 的一样, 是由于最大速度值在流态突变处出现骤减, 导致 Re 数变化出现间断平移. 另外, 随着 Pr 增大, 发生间断平移的位置会向右移, 表明随 Pr 增大, Ra_c 会逐步增大.

计算所有 Pr 数下二维湍流热对流的 Re 数, Pr 数范围为 0.25—100, 讨论这个范围内不同 Pr 数情况下, 热对流的 Re 数与 Ra_c 的变化规律.

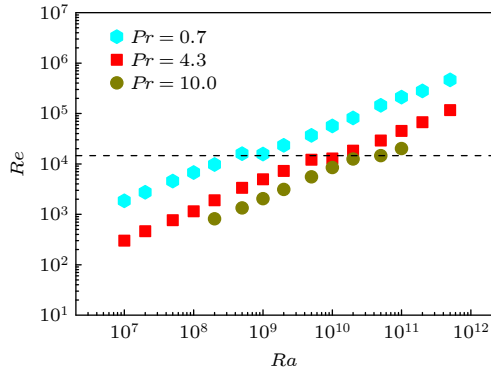


图 6 Re 数与 Ra 的关系图
Fig. 6. Re as a function of Ra .

图 7 给出相应的 Pr 从 0.25 到 100 的系列 Ra 数下 Re 数分布. 图中发现不同 Pr 数下湍流 Re 数分布特征与之前 3 个典型 Pr 数情况相似. Re 数从一百左右到几十万, 跨度 4 个量级. 除了 $Pr = 50$ 和 100 时 Re 数数值不够大, 其他的结果都在流态突变特征 Re 数处存在间断, 间断点对应的 Ra 数依次往后移动. 然而间断处的 Re 数, 也就是流态突变特征 Re 数的值基本相同, 是一个常数, $Re_c \approx 1.4 \times 10^4$. 也即, 对于不同系列 Pr 数和 Ra 数, 当由最大速度定义的 Re 数达到特征 Re_c 时, 流态就会发生由椭圆型大尺度环流到圆形大尺度环流的流态突变, 流体突变特征 Re 数 Re_c 与 Pr 数和 Ra 数变化无关.

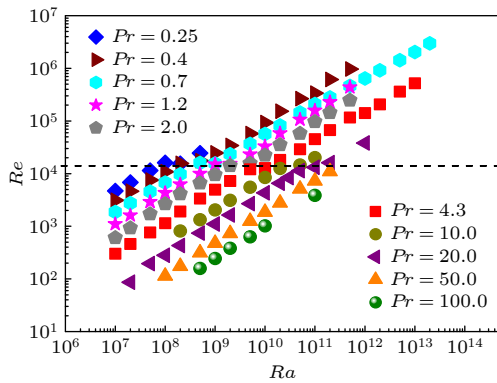


图 7 不同 Pr 数下 Re 数与 Ra 数的关系
Fig. 7. Re as a function of Ra at different Pr .

在不同 Pr 数下, Ra_c 的位置逐渐右移, 表明 Ra_c 随 Pr 增大而增大. 在二维 RB 热对流中, 流态突变 Ra 数与 Pr 数有 $Ra-Pr^{1.5}$ 的标度律关系^[30]. 为了探讨不同 Pr 数下 Re 数的转变共同特征, 对横坐标 Ra 数进行补偿平移, 研究 Re 与 $RaPr^{-1.5}$ 的关系.

图 8 给出 Re 数随 $RaPr^{-1.5}$ 的分布. 图中可

见, 10 个 Pr 数的 $Re(RaPr^{-1.5})$ 分布完全重合在一起, 表明在不同 Pr 数下, Re 数的变化规律基本一致, 呈现很好的自似性.

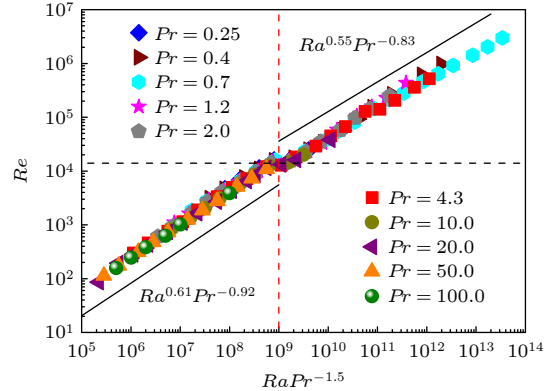


图 8 不同 Pr 数下 Re 数与 $RaPr^{-1.5}$ 的关系
Fig. 8. Re as a function of $RaPr^{-1.5}$ at different Pr .

图 8 中黑色虚线表示 $Re_c \approx 1.4 \times 10^4$, 红色虚线表示 $Ra_cPr^{-1.5} = 10^9$. 两条虚线的交点对应不同 Pr 数下的流态突变. 这表明不同 Pr 数都有基本相同的流态突变特征点位置, $Ra_cPr^{-1.5} = 10^9$, 同时 $Re = Re_c \approx 1.4 \times 10^4$. 这是两个常数, 可以用于预测不同 Pr 数和 Ra 数下流态发生突变的时机以及系统 Re 数的变化趋势, 对区分不同参数下的流态以及流态突变特性的探讨有重要意义. 当 $RaPr^{-1.5} < 10^9$ 时, 系统的流态为椭圆形; 当 $RaPr^{-1.5} = 10^9$ 时, 系统的流态会发生突变, 系统的 Re 数达到 $Re_c \approx 1.4 \times 10^4$; 随后 $RaPr^{-1.5} > 10^9$, 系统的流态为圆形.

另外, 对图 8 中所有数据进行 $Re-(RaPr^{-1.5})^\gamma$ 的拟合, 得出: 流态突变前, Re 数的标度律为 $Re-Ra^{0.61}Pr^{-0.92}$, 流态突变后为 $Re-Ra^{0.55}Pr^{-0.83}$.

流态突变的临界 Re 数为常数, 反映出二维湍流热对流特殊的流动形态变化特征, 也将为二维湍流热对流的流动特性研究以及对应的传热特性变化特征等问题的研究提供新的思路. 更多的价值还需要进一步深入的研究.

5 结 论

本文采用高效并行直接求解计算方法 PDM-DNS 完成了系列 Pr 数和 Ra 数的二维湍流热对流的 DNS 模拟, Pr 数从 0.25 到 100, Ra 数从 1×10^7 到 1×10^{12} , 跨度为 5 个量级, 总共 133 个计算算例, 所呈现的结果是目前二维湍流热对流系统相当

完整的数据. 本文研究以平均场最大速度为特征速度的 Re 数特性以及最大速度的变化规律, 发现大尺度环流形态由椭圆形变为圆形的突变对 Re 数特性的影响. 研究结论如下:

1) 典型算例 $Pr = 0.7$ 时的 Re 数特性结果表明, Re 随 Ra 数的变化存在标度律关系, 但中间出现明显的间断现象. 从基本流态特征出发进行研究发现, 大尺度环流形态由椭圆形突变为圆形会引起最大速度值的间断式突然下降, 导致 Re 数特性的间断现象出现.

2) 不同 Pr 数的 Re 数特性研究表明, Re 数随 Ra 数的变化特性有明显的自相似性. 并且发现, 流态突变对应的特征 Re 数 Re_c 为常数, 与 Pr 数和 Ra 数变化无关, $Re_c \approx 1.4 \times 10^4$. 当 Re 数达到特征 Re_c 时, 大尺度环流形态会发生突变, 从椭圆形变为圆形. 这为 RB 热对流的流态区分提供新的方法, 并且进一步根据 Re 数的自相似性进一步预测 Re 数的变化规律.

3) 流态突变特征 Ra 数 Ra_c 与 Pr 数之间存在标度关系 $Ra_c - Pr^{1.5}$. 对横坐标 Ra 数进行补偿平移, Re 与 $RaPr^{-1.5}$ 的变化曲线完全重合, 表明不同 Pr 数时 Re 数随 Ra 数的变化规律基本一致, 流态突变前后分别有 $Re - Ra^{0.61} Pr^{-0.92}$ 和 $Re - Ra^{0.55} Pr^{-0.83}$ 的标度律关系. 不同 Pr 数有基本相同的间断特征点位置, $Ra_c Pr^{-1.5} = 10^9$.

参考文献

- [1] Malkus W V R 1954 *Proc. R. Soc. Lond. A* **225** 196
- [2] Globe S, Dropkin D 1959 *J. Heat Transfer* **81** 24
- [3] Shraiman B I, Siggia E D 1990 *Phys. Rev. A* **42** 3650
- [4] Grossmann S, Lohse D 2000 *J. Fluid Mech.* **407** 27
- [5] Grossmann S, Lohse D 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3316
- [6] Grossmann S, Lohse D 2002 *Phys. Rev. E* **66** 016305
- [7] Grossmann S, Lohse D 2004 *Phys. Fluids* **16** 4462
- [8] Stevens R J A M, Van Der Poel E P, Grossmann S, Lohse D 2013 *J. Fluid Mech.* **730** 295
- [9] Xia K Q, Lam S, Zhou S Q 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 064501
- [10] van der Poel E P, Stevens R J A M, Lohse D 2013 *J. Fluid Mech.* **736** 177
- [11] Khurana A 1988 *Phys. Today* **41** 17
- [12] Willis G E, Deardorff J W 1970 *J. Fluid Mech.* **44** 661
- [13] Krishnamurti R 1970 *J. Fluid Mech.* **42** 309
- [14] Ahlers G 1974 *Phys. Rev. Lett.* **33** 1185
- [15] McLaughlin J B, Martin P C 1974 *Phys. Rev. Lett.* **33** 1189
- [16] Heslot F, Castaing B, Libchaber A 1987 *Phys. Rev. A* **36** 5870
- [17] Castaing B, Gunaratne G, Heslot F, Kadanoff L, Libchaber A, Thomae S, Wu X Z, Zaleski S, Zanetti G 1989 *J. Fluid Mech.* **204** 1
- [18] Sano M, Wu X Z, Libchaber A 1989 *Phys. Rev. A* **40** 6421
- [19] Bao Y, He J C, Gao Z Y 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 164701 (in Chinese) [包芸, 何建超, 高振源 2019 物理学报 **68** 164701]
- [20] Gao Z Y, Luo J H, Bao Y 2018 *Chin. Phys. B* **27** 104702
- [21] Verzicco R, Camussi I R 1999 *J. Fluid Mech.* **383** 55
- [22] Kerr R M 1996 *J. Fluid Mech.* **310** 139
- [23] Li X M, He J D, Tian Y, Hao P, Huang S D 2021 *J. Fluid Mech.* **915** A60
- [24] Chen X, Huang S D, Xia K Q, Xi H D 2019 *J. Fluid Mech.* **877** R1
- [25] Xu A, Chen X, Xi H D 2021 *Phys. Fluids* **910** A33
- [26] Werne J, Deluca EE, Rosner R, Cattaneo F 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3919
- [27] Bao Y, Luo J H, Ye M X 2017 *J. Mech.* **34** 159
- [28] Sun X H 1995 *Parallel Comput.* **21** 1241
- [29] Shishkina O, Stevens R J A M, Grossmann S, Lohse D 2010 *New J. Phys.* **12** 075022
- [30] He J C, Fang M W, Gao Z Y, Huang S D, Bao Y 2021 *Chin. Phys. B* **30** 094701
- [31] Gao Z Y, Bao Y, Huang S D 2019 72nd Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics Seattle, Washington, November 23–26, G14.00003

Scaling of Reynolds number based on maximum velocity and characteristic Reynolds number in two-dimensional thermal turbulence convection*

He Jian-Chao¹⁾²⁾ Fang Ming-Wei²⁾ Bao Yun^{2)†}

1) (*School of Aeronautics Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China*)

2) (*School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Shenzhen 518107, China*)

(Received 28 February 2022; revised manuscript received 9 June 2022)

Abstract

Rayleigh number (Ra) dependence in Rayleigh-Bénard (RB) convection has been studied by many investigators, but the reported power-law scaling expressions are different in these researches. Previous studies have found that when Ra reaches a critical value, the flow patterns change and a transition appears in the scaling of $Nu(Ra)$ (where Nu represents Nusselt number) and $Re(Ra)$ (where Re denotes Reynold number). The Grossmann-Lohse (GL) model divides the $Ra-Pr$ (where Pr refers to Prandtl number) phase into several regions to predict the scaling expressions of $Nu(Ra, Pr)$ and $Re(Ra, Pr)$, indicating that the thermal dissipation behavior and kinetic dissipation behaviors are diverse in the different regions. Moreover, some physical quantities also show a transition and some structures in the flow fields, such as large scale circulation and boundary layer, change when Ra increases. In this work, we conduct a series of numerical simulations in two-dimensional RB convection with Ra ranging from 10^7 to 10^{12} and Pr ranging from 0.25 to 100, which is unprecedentedly wide. The relationship between the maximum velocity and Ra is investigated, and an unexpected drop happens when Ra reaches a critical value Ra_c , and Ra_c increases with Pr increasing. The Re number, which is defined as a maximum velocity, also shows a plateau at Ra_c . Before and after Ra_c , the Ra scaling exponent of Re remains 0.55, which gets smaller at very high Ra . Specially, under different Pr values, the plateau appears at $Re_c \approx 1.4 \times 10^4$. In addition, a scaling $Ra_c \sim Pr^{1.5}$ is found and the Ra is compensated for by $Pr^{-1.5}$ to discuss the relationship between Re and $RaPr^{-1.5}$. It is interesting that the $Re(RaPr^{-1.5})$ expressions at different Pr values well coincide, indicating a self-similarity of $Re(RaPr^{-1.5})$. The plateau appears at $RaPr^{-1.5} = 1 \times 10^9$, meaning that Re_c would reach 1.4×10^4 at any Pr value when $RaPr^{-1.5} = 1 \times 10^9$. To further investigate the plateau of Re , the flow patterns are compared with time-averaged velocity fields and we find that the large scale circulation (LSC) changes from ellipse to circle at Ra_c . In other words, the flow pattern will change into circular LSC at Re_c at different Pr values, and Re_c is a constant as mentioned above. This finding can help us to distinguish the two flow patterns with given Ra and Pr , and to predict the Re scaling in an appropriate range of Ra with different Pr values.

Keywords: thermal convection, Reynolds number, flow pattern, Prandtl number

PACS: 47.27.te

DOI: 10.7498/aps.71.20220352

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11772362).

† Corresponding author. E-mail: stsby@mail.sysu.edu.cn



二维湍流热对流最大速度 Re 数特性及流态突变特征 Re 数

何建超 方明卫 包芸

Scaling of Reynolds number based on maximum velocity and characteristic Reynolds number in two-dimensional thermal turbulence convection

He Jian-Chao Fang Ming-Wei Bao Yun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 194702 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220352

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220352>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

湍流热对流Prandtl数效应的数值研究

Numerical study of Prandtl number effects in turbulent thermal convection

物理学报. 2018, 67(1): 014701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171518>

倾角对方腔内热对流非线性演化与分岔的影响

Effect of inclination on nonlinear evolution and bifurcation of thermal convection in a square cavity

物理学报. 2021, 70(11): 114401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201513>

二维湍流热对流羽流运动路径对传热特性的影响

Effect of plume motion path on heat transfer characteristics in two-dimensional turbulent thermal convection

物理学报. 2019, 68(16): 164701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190323>

高雷诺数双螺旋涡尾迹演化特性分析

Evolution characteristic analysis of double-helical vortex wake of high Reynolds number flow

物理学报. 2018, 67(5): 054701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171291>

低雷诺数下钝体三维尾迹中的涡量符号律

Vorticity sign law in three-dimensional wake of bluff body at low Reynolds number

物理学报. 2020, 69(3): 034701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191011>

湍流热对流温度剖面双参数拟合及其变化特性

Two-parameter fitting of temperature profile and its characteristics in turbulent convection

物理学报. 2020, 69(17): 174701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200073>