

一个具有超级多稳定性的忆阻混沌系统的分析与 FPGA 实现*

张贵重 全旭 刘嵩†

(湖北民族大学智能科学与工程学院, 恩施 445000)

(2022 年 7 月 15 日收到; 2022 年 8 月 9 日收到修改稿)

为了进一步提高混沌系统的复杂性, 用磁控忆阻器代替基于 Sprott-B 的四维混沌系统中的耦合参数, 构建了一个五维忆阻混沌系统. 通过分岔图、李雅普诺夫指数谱、相轨图、庞加莱映射等常规手段分析了系统的动力学行为. 分析表明新系统具有丰富的动力学行为: 不仅存在依赖于系统参数变化的周期极限环和混沌吸引子, 还存在依赖于忆阻初始条件变化的无限多共存吸引子的超级多稳定现象. 最后, 基于现场可编程门阵列 (FPGA) 技术实现了忆阻混沌系统的数字电路, 在示波器上捕捉到的相图与数值仿真一致, 验证了忆阻系统的正确性与可实现性.

关键词: 共存吸引子, 超级多稳态, 现场可编程门阵列, 忆阻混沌系统

PACS: 05.45.Jn

DOI: 10.7498/aps.71.20221423

1 引言

忆阻器是用来描述磁通与电荷之间关系的非线性二端子元件^[1], 具备尺寸小、速度快、低功耗等优点, 在保密通信^[2-4]、人工神经网络^[5-7]、电子工程^[8,9]、混沌电路^[10-12]等领域具有广泛的工程应用. 由于忆阻器具有天然的非线性和可塑性的特点, 将其引入至混沌系统或代替电路中的非线性元件后, 能够构建出具有多稳定性或超级多稳定性的忆阻混沌系统或电路, 可以观察到多吸引子或无限多吸引子的共存现象. 因此, 忆阻器和基于忆阻器构造更复杂的忆阻混沌系统和电路有着极其重要的研究价值.

近年来, 多稳定性和超级多稳定性成为混沌相关领域中的重要研究方向. 多稳定性是指当系统参数不变时, 改变系统的初始条件, 系统呈现出点吸

引子、周期、准周期、混沌、超混沌等不同的稳定状态^[13,14]. 特别地, 当系统存在无穷多吸引子共存的现象称为超级多稳定性. 目前, 利用忆阻器产生多稳定性现象主要有两个途径: 一是将忆阻器代替已有电路中的元件或直接利用忆阻器设计新的忆阻电路; 二是将忆阻器代替原系统的耦合参数或将其作为反馈项引入至原系统.

最近几年, 大量文献基于以上两种方法构造多稳定性或超级多稳定性混沌系统. Xu 等^[15] 在一种非理想的有源压控忆阻蔡氏电路中进行实验, 发现了不同初始状态下的多个吸引子, 并在归一化参数后通过调节参数区域, 发现系统呈现多稳定性. Bao 等^[16] 将有源带通滤波器与一个并联忆阻-电容滤波器线性耦合构建了一个新的忆阻电路, 发现该电路的平衡点在空间呈线状分布, 即存在线平衡点和依赖忆阻初始条件的超级多稳定性. 随后, Bao 等^[17] 又将两个不同的忆阻器代替蔡氏电路中的

* 湖北省教育厅优秀青年科技创新团队 (批准号: T2016011) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liusong@hbmzu.edu.cn

线性和非线性电阻, 新的忆阻电路具有面平衡点, 并导致超级多稳定性现象. 闵富红等^[18]设计了一个含有两个双曲余弦忆阻的混沌电路, 实验发现该电路具有多隐藏吸引子的共存现象. 可见, 将一个或多个忆阻代替电路中线性或非线性元件已成为构造多稳定性电路的重要手段. 秦铭宏等^[19]将磁控忆阻器引入至一个三维混沌系统, 构造了一个形式简单且具有无穷多吸引子共存的忆阻系统. Lai等^[20]将原四维系统中的一个状态变量改为正弦函数形式, 新系统存在无平衡点的无限多共存隐藏吸引子的超级多稳定现象. 可见, 三角函数^[21]、绝对值函数^[22]、乘积项^[23]等也可产生多吸引子的共存现象. Huang等^[24]将忆阻器引入至一个三维混沌系统, 所构建的忆阻混沌系统不仅具有异构多稳定性, 同时还存在齐次多稳定性. 综上, 利用忆阻器构建具有丰富动力学行为的混沌系统有着极其重要的研究意义.

尽管五维或更高维的混沌系统已有文献报道, 但基于忆阻器构建高维混沌系统的研究尚少, 尤其是可以同时表现出多参数演化的动力学行为和依赖于初始条件变化的偏移增强现象, 以及大初值调节范围内的无穷多共存吸引子, 即超级多稳定性现象. 因此, 本文构建了一个五维忆阻混沌系统. 通过数值仿真方法, 研究了系统的动力学行为. 当系统参数变化时, 系统可以产生大量不同拓扑结构的混沌吸引子和不同周期数的周期极限环; 当固定系统参数时, 系统表现出极强的初始值敏感性, 能够产生无穷多混沌与周期吸引子的共存现象. 最后基于现场可编程门阵列 (FPGA) 实现了系统的数字电路, 得到的结果与数值仿真一致, 为实际工程应用领域奠定了基础.

2 五维忆阻混沌系统模型

采用文献^[25]提出的磁控忆阻器, 其数学模型为

$$\begin{cases} i = W(\varphi)v, \\ W(\varphi) = m + n\varphi^2, \\ \dot{\varphi} = v, \end{cases} \quad (1)$$

式中, $W(\varphi)$ 为忆导函数; m 和 n 均为正常数; i 和 v 表示流经忆阻器的端电流和两端的端电压; φ 表示忆阻的内部磁通.

2019年, 文献^[26]基于 Sprott-B 系统构建了一个四维混沌系统, 模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = xz + w, \\ \dot{z} = b - xy, \\ \dot{w} = yz - cw, \end{cases} \quad (2)$$

式中, x, y, z, w 为状态变量; a, b, c 为系统参数.

在系统 (2) 的基础上, 将忆阻 $W(\varphi)$ 替换第 4 个方程中状态变量 w 的耦合系数, 选择状态变量 w 作为控制电压, 构建出了一个新的五维忆阻混沌系统, 其数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = xz + w, \\ \dot{z} = b - xy, \\ \dot{w} = yz - kW(u)w, \\ \dot{u} = w, \end{cases} \quad (3)$$

式中, x, y, z, w, u 为系统 (3) 的状态变量; a, b 为系统的控制参数; k 为正值参数, 表示忆阻强度. 选择系统参数 $a = 7, b = 10, k = 40, m = 1, n = 0.01$, 初始条件 $(10, 10, 0, 0, 0)$ 时, 通过数值仿真得到吸引子的相图如图 1 所示.

相应的 5 个李雅普诺夫指数分别为 $LE_1 = 0.3794, LE_2 = 0, LE_3 = -0.0564, LE_4 = -7.3470, LE_5 = -40.8700$. 由 Wolf 算法^[27] 计算的李雅普诺夫指数维数 D_L 为

$$\begin{aligned} D_L &= j + \frac{1}{|\text{LE}_{j+1}|} \sum_{i=1}^j \text{LE}_i \\ &= 4 + \frac{\text{LE}_1 + \text{LE}_2 + \text{LE}_3 + \text{LE}_4}{|\text{LE}_5|} = 3.8281. \end{aligned} \quad (4)$$

系统 (3) 在 $x = y$ 截面上 $z-w$ 平面内的庞加莱映射如图 2(a) 所示, 系统的状态变量 x, y, z, w, u 的时域波形图如图 2(b) 所示. 由于李雅普诺夫指数维数 D_L 为分数维、庞加莱映射呈分形的几何特征以及时域波形图为非周期性的, 所以系统 (3) 是混沌的并且蕴含着丰富的动力学行为.

3 基本动力学特性

3.1 对称性

新构建的系统 (3) 是关于 z 轴对称的, 即在 $(x, y, z, w, u) \rightarrow (-x, -y, z, -w, -u)$ 后系统保持不变.

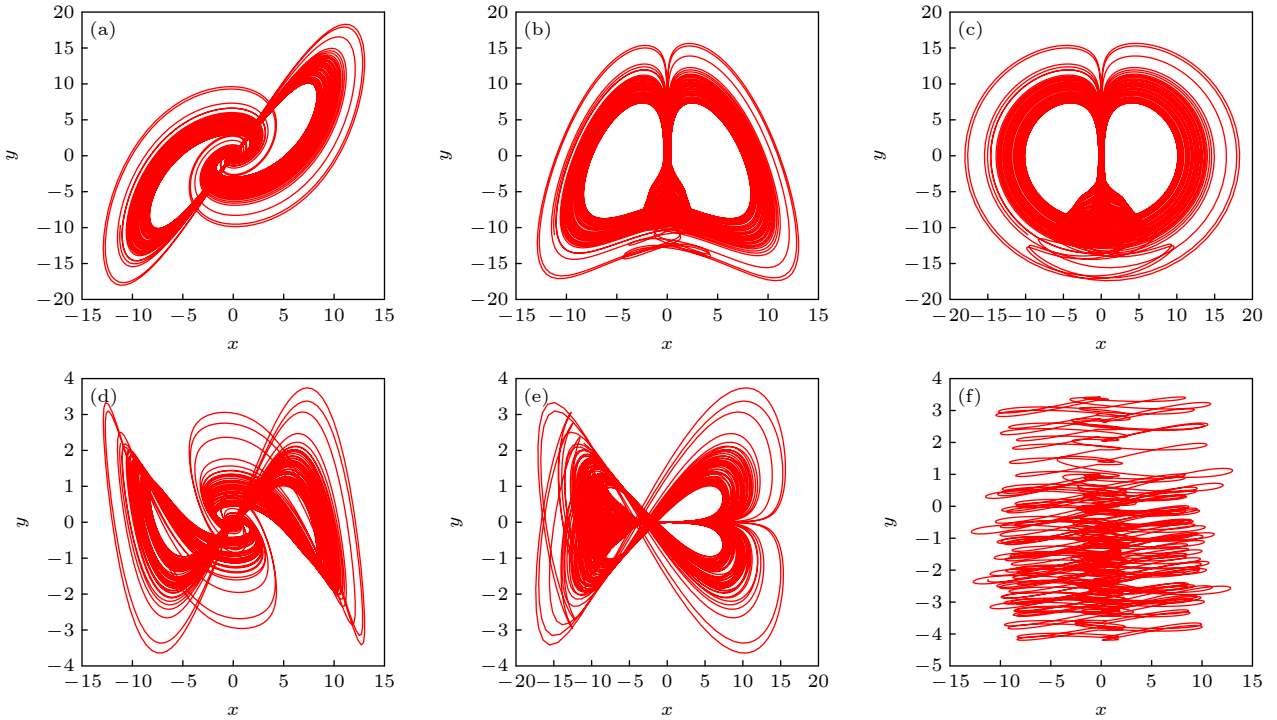


图 1 混沌吸引子相图 (a) x - y 平面; (b) x - z 平面; (c) y - z 平面; (d) x - w 平面; (e) z - w 平面; (f) x - u 平面

Fig. 1. Phase portraits of chaotic attractor: (a) x - y plane; (b) x - z plane; (c) y - z plane; (d) x - w plane; (e) z - w plane; (f) x - u plane.

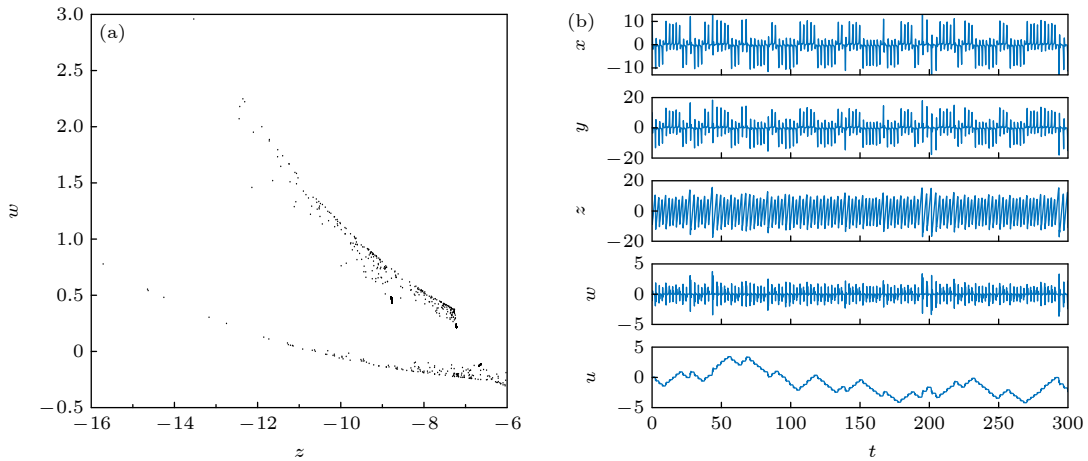


图 2 混沌系统的庞加莱映射和时域波形 (a) 在 $x = y$ 截面上的庞加莱映射; (b) 时域波形

Fig. 2. Poincaré map and the time domain waveform of the chaotic system: (a) Poincaré map on $x = y$ plane; (b) the time domain waveform.

3.2 耗散性

系统 (3) 的耗散度由指数收缩率表示为

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} = -a - kW(u) \\ &= -[a + k(m + nu^2)]. \end{aligned} \quad (5)$$

由磁控忆阻器的定义可知 $m > 0, n > 0$, 忆阻强度 $k > 0$, 所以对任意正实数 a 都满足 $\nabla V < 0$, 表示系统 (3) 是耗散的, 且以指数 $dV/dt = e^{-[a+k(m+nu^2)]}$

的形式收敛, 最终所有轨迹收缩在一个体积为 0 的子集中, 并附着在一个吸引子上.

3.3 平衡点稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = \dot{u} = 0$ 得到系统 (3) 的平衡点 \bar{S} 为

$$\begin{aligned} S_1 &= (\sqrt{b}, \sqrt{b}, 0, 0, \eta), \\ S_2 &= (-\sqrt{b}, -\sqrt{b}, 0, 0, \eta), \end{aligned} \quad (6)$$

式中, η 为任意实常数. 因此, 系统 (3) 具有 2 根平行于 u 轴的线平衡点, 且 2 根线平衡点到 u 轴的距离相等.

在平衡点 $\bar{S} = (\pm\sqrt{b}, \pm\sqrt{b}, 0, 0, \eta)$ 处线性化系统 (3), 得到系统的雅可比矩阵为

$$J_{\bar{S}} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm\sqrt{b} & 1 & 0 \\ \mp\sqrt{b} & \mp\sqrt{b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm\sqrt{b} & -kW(\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中 $W(\eta) = m + n\eta^2$.

平衡点 \bar{S} 的特征多项式方程为

$$P(\lambda) = \lambda(\lambda^4 + p_1\lambda^3 + p_2\lambda^2 + p_3\lambda + p_4) = 0. \quad (8)$$

四次多项式的系数为

$$\begin{cases} p_1 = a + kW(\eta), \\ p_2 = akW(\eta) + b, \\ p_3 = 2ab + bkW(\eta) + b, \\ p_4 = 2ab + 2abkW(\eta). \end{cases} \quad (9)$$

(8) 式表明雅可比矩阵 $J_{\bar{S}}$ 有 1 个零特征根和 4 个非零特征根. 对于非零根, 四次多项式的 Routh-Hurwitz 稳定条件为

$$\begin{cases} \Delta_1 = p_1 > 0, p_4 > 0, \\ \Delta_2 = p_1p_2 - p_3 > 0, \\ \Delta_3 = p_1(p_2p_3 - p_1p_4) - p_3^2 > 0, \end{cases} \quad (10)$$

当 (10) 式的 3 个条件同时满足, 则平衡点 \bar{S} 是稳定的, 此时系统会生成点吸引子; 如果 (10) 式中任意一个条件不满足, 则平衡点 \bar{S} 是不稳定的, 此时系统表现出周期或混沌等状态.

4 系统动力学行为分析

4.1 依赖于参数的动力学行为

系统参数的改变会导致混沌系统产生不同的动力学行为, 依次选择 a, b 作为可变参数, 通过绘制分岔图、李雅普诺夫指数谱、相轨迹图等分析忆阻系统 (3) 的动力学特性.

首先, 选择 a 作为可变控制参数. 固定参数 $b = 10, k = 40, m = 1, n = 0.01$, 初始条件选为 $(10, 10, 0, 0, 0)$, 系统状态变量 z 在参数 $a \in [1, 8.7]$ 内演化的分岔图和李雅普诺夫指数谱如图 3 所示. 通过分析, 随着参数 a 的增大, 系统出现了倍周期分岔、切分岔、反向倍周期分岔等现象. 由此可见, 当 a 取不同值时系统的状态也会随之改变. 在参数 $a \in [1, 1.41]$ 时系统呈现了周期行为, 然后系统经过倍周期分岔进入混沌状态, 在 $a = 1.96$ 处发生了切分岔, 混沌状态突然向周期状态转变, 引发了阵发混沌现象, 即在此后的混沌区域内出现了大小不同并且周期数不等的周期窗口; 在 $a = 5.65$ 处, 系统经过反向倍周期分岔进入到周期状态; 随后系统又迅速进入混沌态, 但吸引子的形态发生了改变. 这里选取若干参数 a 值如表 1 所列, 通过相图更清晰地展示了系统随参数 a 变化时吸引子的运动状态, 其相图如图 4 所示. 其中, 图 4 中吸引子在 $x-y$ 平面的相图与表 1 依次对应.

其次, 选择 b 作为可变参数. 固定参数 $a = 7, k = 40, m = 1, n = 0.01$, 初始条件为 $(10, 10, 0, 0, 0)$, 系统状态变量 z 在参数 $b \in [6, 25]$ 内演化的分岔图和李雅普诺夫指数谱如图 5 所示. 通过分析, 当参数 b 逐渐增大时系统先由周期状态经过倍周期分岔

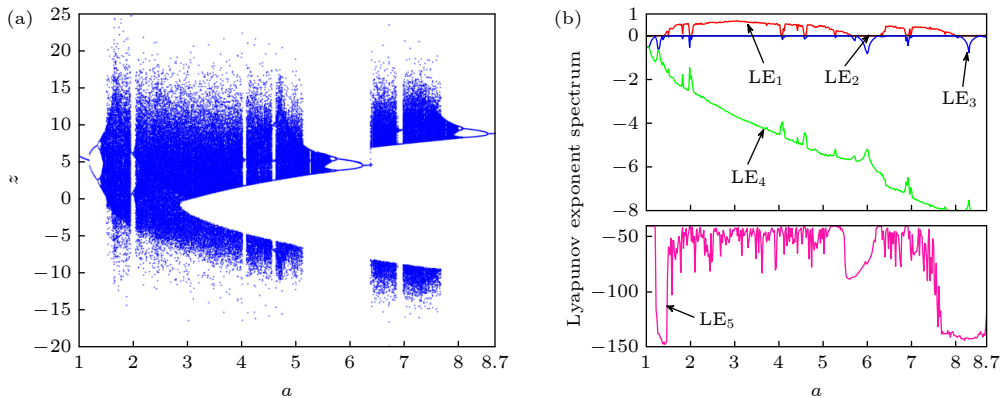


图 3 随系统参数 a 变化的分岔图和李雅普诺夫指数谱 (a) 分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

Fig. 3. Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with a : (a) Bifurcation diagram; (b) Lyapunov exponent spectra.

变为混沌状态; 在经过一个周期 2 窗口后, 当 $b = 11.28$ 处系统 (3) 立刻由混沌状态变为周期状态; 随后系统以倍周期分岔的方式进入到混沌状态, 然后先后经过一个较窄的周期窗、一个周期 3 窗口和一

个较大的周期 6 窗口, 最终稳定在混沌状态. 相比参数 a , 参数 b 有着更大的可调范围和长期的不可预测性. 相对其他混沌系统, 系统 (3) 更适用于图像加密的应用.

表 1 不同系统参数 a 值对应的吸引子类别及编号

Table 1. Attractor types and number corresponding to different values of system with parameter a .

系统参数 a 值	吸引子类别	对应编号	系统参数 a 值	吸引子类别	对应编号
1	周期1极限环	图4(a)	1.38	周期4极限环	图4(b)
1.45	混沌	图4(c)	1.97	周期2极限环	图4(d)
3.2	混沌	图4(e)	4.6	周期6极限环	图4(f)
5.2	混沌	图4(g)	5.27	周期3极限环	图4(h)
5.76	周期2极限环	图4(i)	6.3	周期1极限环	图4(j)
7.96	混沌	图4(k)	8	周期4极限环	图4(l)
8.4	周期2极限环	图4(m)	8.6	周期1极限环	图4(n)

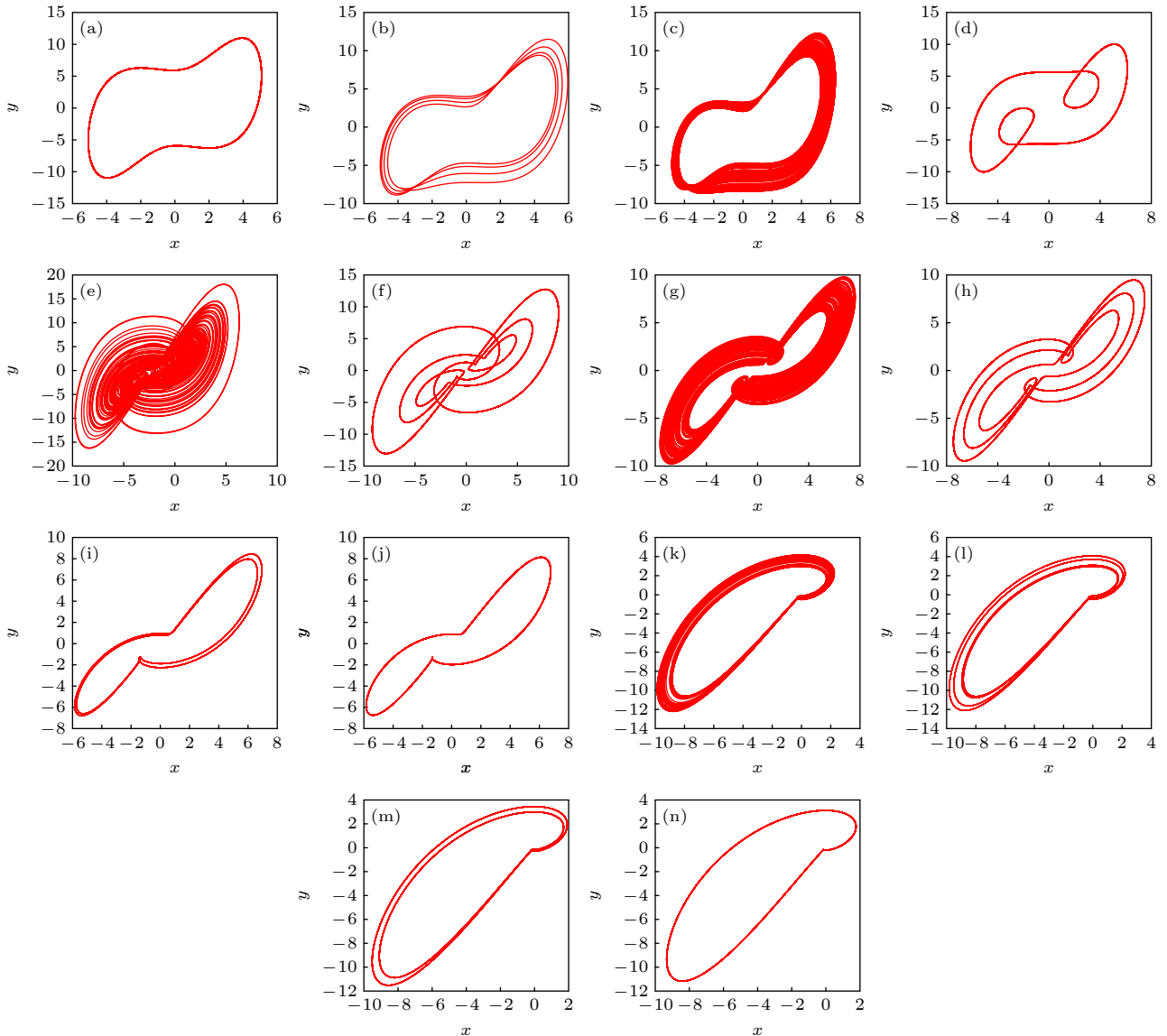


图 4 不同参数 a 值 (表 1) 条件下, 系统在 $x-y$ 平面内的相图

Fig. 4. Phase portraits of the system with different parameter a (Table 1) on $x-y$ plane.

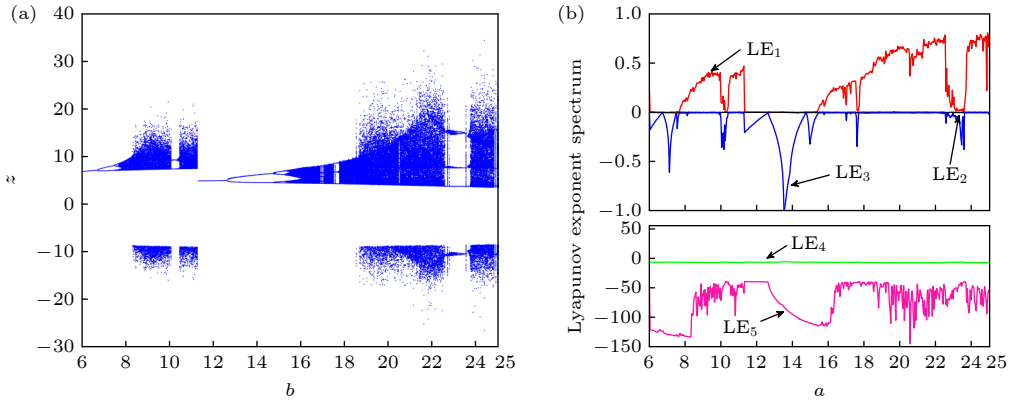


图 5 随系统参数 b 变化的分岔图和李雅普诺夫指数谱 (a) 分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

Fig. 5. Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with b : (a) Bifurcation diagram; (b) Lyapunov exponent spectra.

为了直观地描述参数 a 和 b 的变化对系统动态特性的影响, 绘制出在 b - a 平面的动力学地图如图 6 所示. 图 6 中不同颜色代表着系统不同状态的动力学行为, 其中蓝色表示周期 1 极限环、绿色表示周期 2 极限环、黄色表示周期 3 极限环、橙色表示周期 4 极限环、粉色表示周期 6 极限环而黑色表示混沌区域. 值得注意的是, 在整个变化区域内, 由于系统参数 a 和 b 的取值不同, 系统的周期极限环和混沌吸引子也会呈现出不同的结构和涡卷数, 这也说明系统能表现出更丰富的动力学行为.

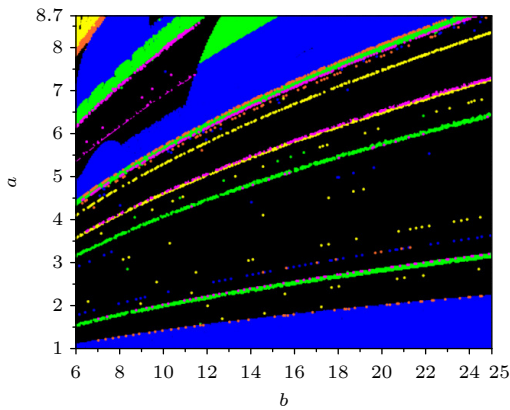


图 6 关于参数 b 和 a 的动力学地图

Fig. 6. Dynamical map with respect to parameters b and a .

4.2 依赖于初始值的超级多稳定性

在系统参数固定的条件下, 由于初始状态的变化, 系统具有多共存吸引子的现象称为混沌系统的多稳定性, 特殊地, 系统存在无穷多吸引子共存的现象即为混沌系统的超级多稳定性.

固定系统参数 $a = 7, b = 10, k = 40, m = 1, n = 0.01$ 并且固定系统的 4 个初始条件 $x(0) = 10,$

$y(0) = 10, z(0) = 0, w(0) = 0,$ 绘制忆阻初始条件 $u(0) \in [-26, 26]$ 时状态变量 z 的分岔图以及李雅普诺夫指数谱, 如图 7 所示. 分析表明: 随着初值的改变, 系统呈现周期、多周期、准周期、混沌等不同的状态. 并且随 $u(0)$ 变化的分岔图具有近似对称性, 为了方便观察和分析, 对 $u(0) \in [10, 26]$ 区间的分岔图进行区域性放大, 如图 8(a) 所示. 当选取 $u(0) = -23.8, -9, 0, 10.5, 24.1$ 时, 多共存吸引子在 z - u - x 空间上的相图如图 8(b) 所示. 其中, 吸引子的类型分别为准周期 (粉色)、周期 2 (黑色)、混沌 (红色)、周期 3 (蓝色) 以及多周期 (绿色).

当固定系统参数 $a = 10, b = 17, k = 40, m = 1, n = 0.01$ 并且固定系统的 4 个初始条件 $y(0) = 10, z(0) = 0, w(0) = 10, u(0) = 0$ 时, 选取 $x(0) \in [-45, 45]$ 时状态变量 z 的分岔图如图 9(a) 所示, 可以清晰地看出: 系统 (3) 经历了混沌、周期、混沌、周期的变化过程, 在 $x(0) = -11.5$ 和 39.5 两处发生了混沌危机, 系统由混沌态直接变为周期态. 值得注意的是, 在混沌区域内, 吸引子的涡卷数也会随初值的改变而变化, 设置 $x(0)$ 分别为 $-45, 0, 33$ 时, 其在三维空间 z - u - x 内共存吸引子的相图如图 9(b) 所示, 对应的吸引子类型分别为双涡卷混沌 (红色)、周期 1 极限环 (蓝色)、以及单涡卷混沌 (黑色).

特别地, 固定系统参数 $a = 7, b = 10, k = 40, m = 1, n = 0.01,$ 当选取初始值为 $Y_1 = (10, 0, 0, 0, p),$ 其中 $p = -4, -2, 0, 2, 4$ 时, 系统 (3) 具有 5 个共存周期 1 吸引子, 其在 z - u - x 空间上的三维相图见图 10(a). 系统参数不变, 当选取初始值为 $Y_2 = (10, 1, 0, 0, q),$ 其中 $q = -6, -3, 0, 3, 6$ 时, 系统 (3) 具有 5 个共存混沌吸引子, 其在 z - u - x 空间上的三

维相图如图 10(b) 所示. 需要说明的是: 为了观察方便, 这里仅选取了几个特别的初值; 然而, 每当系统的初始值做一微小变化时, 系统都会产生一个新的吸引子, 为了验证这一现象, 图 11 展示了初始值 Y_1 和 Y_2 中 $p, q \in [-6, 6]$ 变化时状态变量 x 的分

岔图, 其中红色表示周期 1 极限环, 蓝色表示混沌状态, 表明系统存在依赖于初始条件的偏移增强现象, 这也证明了系统 (3) 具有极强的初始值敏感性, 进而验证了系统确实具有无限多共存吸引子, 即超级多稳定性现象.

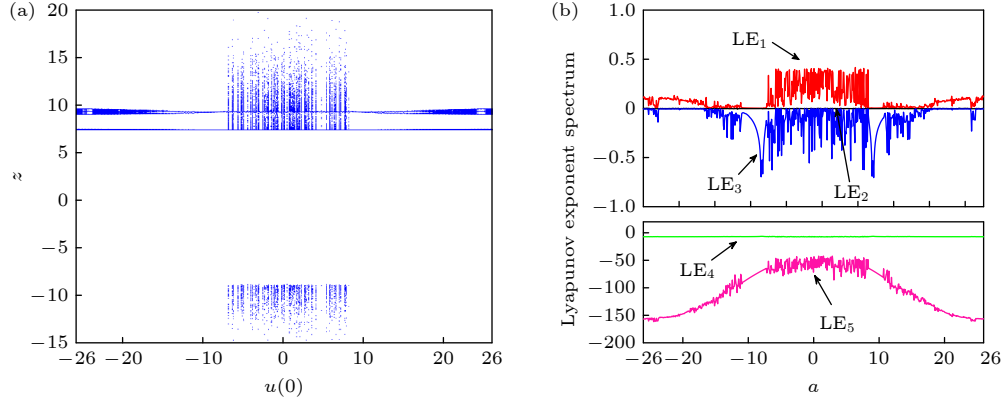


图 7 当 $u(0) \in [-26, 26]$ 变化时的分岔图和李雅普诺夫指数谱 (a) 分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

Fig. 7. Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with $u(0) \in [-26, 26]$: (a) Bifurcation diagram; (b) Lyapunov exponent spectra.

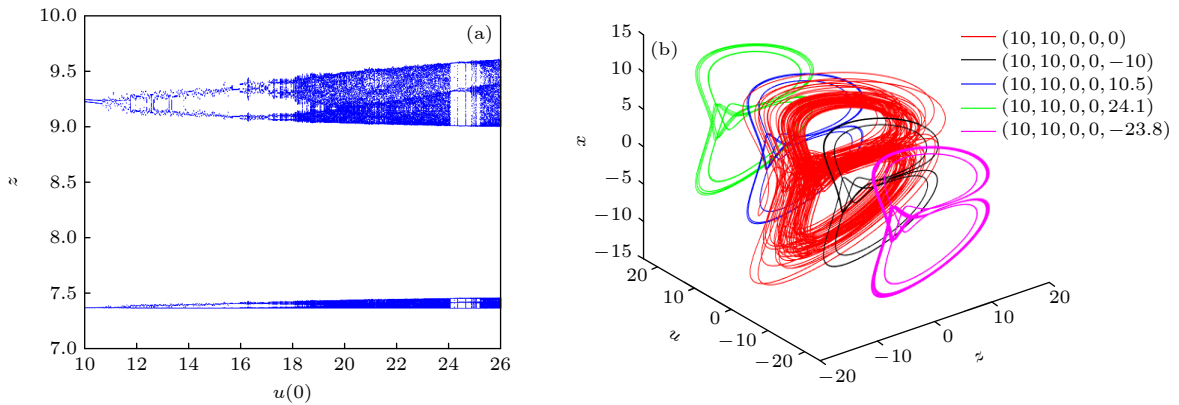


图 8 当 $u(0) \in [10, 26]$ 时的分岔图和共存吸引子在三维空间 $z-u-x$ 的相图 (a) 分岔图; (b) 共存吸引子相图

Fig. 8. Bifurcation diagram with $u(0) \in [10, 26]$ and phase portraits of coexisting attractors in three dimensional $z-u-x$ space: (a) Bifurcation diagram; (b) phase portraits of coexisting attractors.

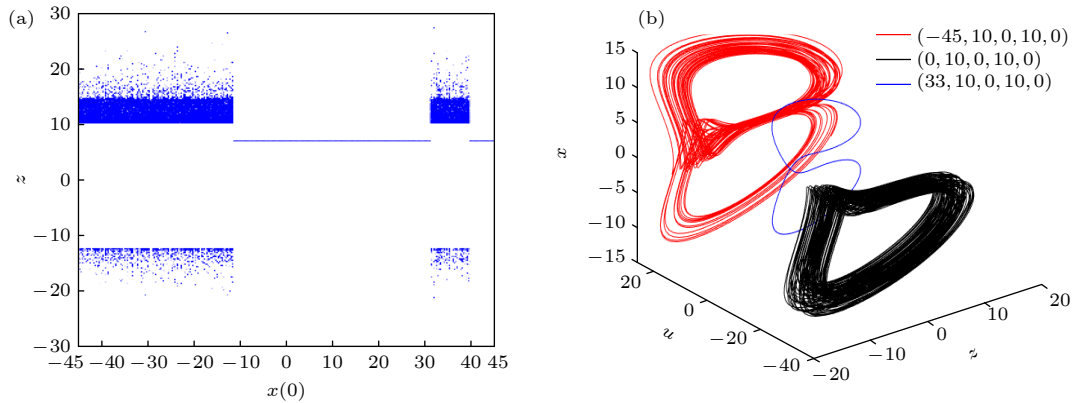


图 9 当 $x(0) \in [-45, 45]$ 时的分岔图和共存吸引子在三维空间 $z-u-x$ 的相图 (a) 分岔图; (b) 共存吸引子相图

Fig. 9. Bifurcation diagram with $x(0) \in [-45, 45]$ and phase portraits of coexisting attractors in three dimensional $z-u-x$ space: (a) Bifurcation diagram; (b) phase portraits of coexisting attractors.

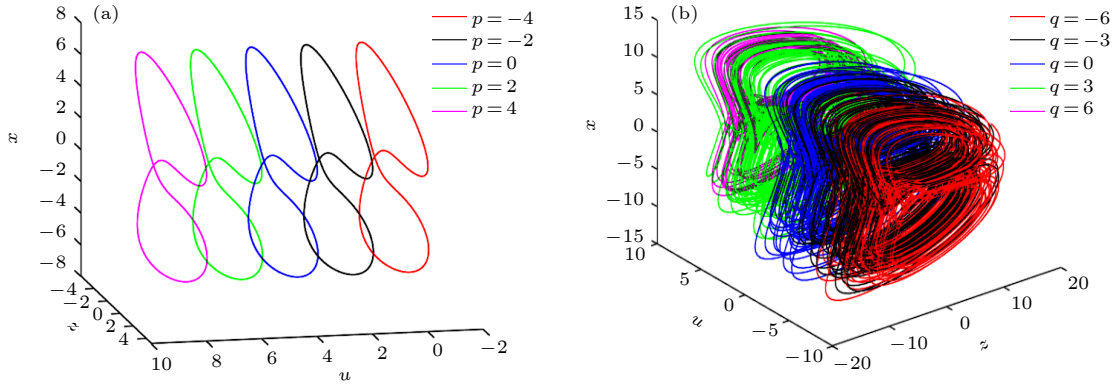


图 10 不同忆阻初始值下的多共存吸引子在三维空间 $z-u-x$ 的相图 (a) 共存周期吸引子; (b) 共存混沌吸引子

Fig. 10. Phase portraits of coexisting many attractors in $z-u-x$ space: (a) Coexisting periodic attractors; (b) coexisting chaotic attractors.

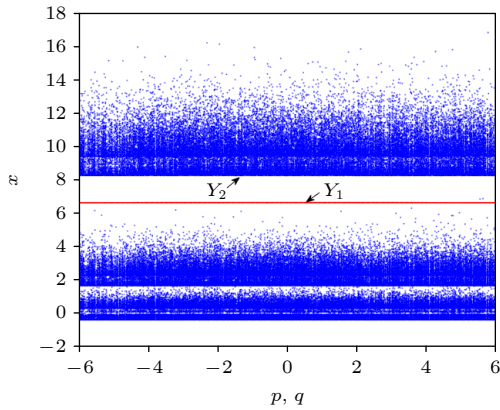


图 11 当 $p, q \in [-6, 6]$ 时 Y_1 和 Y_2 的分岔图

Fig. 11. Bifurcation diagram of Y_1 and Y_2 with $p, q \in [-6, 6]$.

5 系统的 FPGA 实现

系统的总体硬件框图如图 12 所示, 其中主要包含 FPGA 以及 D/A 转换器两部分. 忆阻混沌系统的物理实现选用 Intel 公司的 EP4CE10F17 芯片, 以 Quartus II 17.1 为开发环境构建硬件系统,

系统的外设通过 Avalon 总线连接. 然后分配 FPGA 引脚, 将生成的配置文件下载至目标板.

忆阻混沌系统是连续的, 而 FPGA 只能对离散化信号进行处理, 所以在系统编程前需要对系统 (3) 进行离散化处理, 令采样时间 ΔT 为 10^{-3} s 并采用 Euler 法离散化后的系统为

$$\begin{cases} x(n+1) = \Delta T[a(y(n) - x(n))] + x(n), \\ y(n+1) = \Delta T[x(n)z(n) + w(n)] + y(n), \\ z(n+1) = \Delta T[b - x(n)y(n)] + z(n), \\ w(n+1) = \Delta T[y(n)z(n) - k(m + nu^2(n))w(n)] + w(n), \\ u(n+1) = \Delta Tw(n) + u(n). \end{cases} \quad (11)$$

由于 DAC 芯片为 14 位, 需要按 (12) 式对混沌数据做量化处理:

$$\gamma' = \frac{\gamma - \gamma_{\min}}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}} \times 2^{14}, \quad (12)$$

式中, γ 和 γ' 分别为量化前后的数据, γ_{\max} 为最大值, γ_{\min} 为最小值.

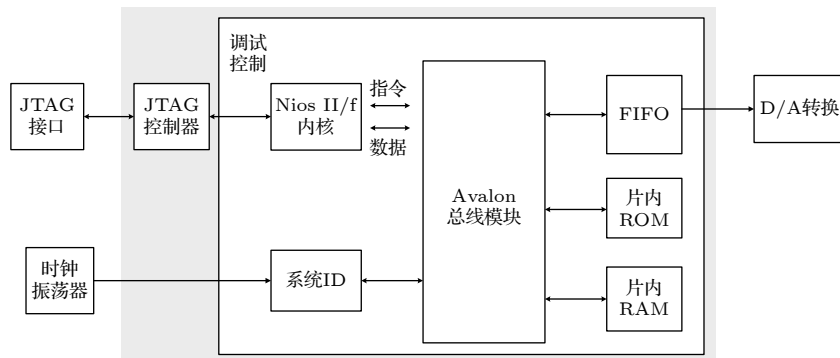


图 12 系统硬件框图

Fig. 12. Hardware structure chart of the system.

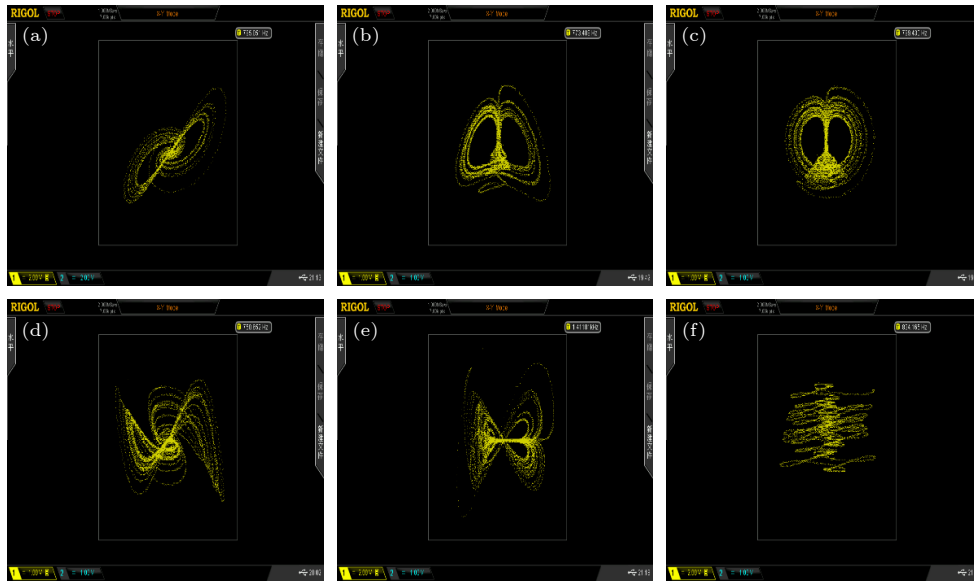


图 13 FPGA 电路实验结果 (a) $x-y$ 平面; (b) $x-z$ 平面; (c) $y-z$ 平面; (d) $x-w$ 平面; (e) $z-w$ 平面; (f) $x-u$ 平面

Fig. 13. Circuit experiment results on FPGA: (a) $x-y$ plane; (b) $x-z$ plane; (c) $y-z$ plane; (d) $x-w$ plane; (e) $z-w$ plane; (f) $x-u$ plane.

最后通过示波器得到的相图如图 13 所示, 实验结果与图 1 的数值仿真结果基本一致, 验证了系统的正确性与可行性.

6 结 论

本文利用忆阻器构建了一个新的具有丰富动力学行为的五维忆阻混沌系统. 相比原系统, 新系统具有两根平行于 u 轴的线平衡点集, 存在依赖初始条件的无穷多共存吸引子的超级多稳定现象. 同时, 利用相图清晰地描绘了由参数和初值变化对系统动力学行为的影响, 发现系统存在周期、多周期、准周期、混沌等不同状态和不同拓扑结构的吸引子. 最后, 采用 FPGA 实现了五维忆阻混沌系统的数字电路, 实验结果和数值仿真结果一致, 验证了系统的正确性和可行性, 下一步将研究此忆阻系统在图像加密中的应用.

参考文献

[1] Chua L O 1971 *IEEE Trans. Circuits Theor.* **18** 507
 [2] Wen S P, Zeng Z G, Huang T W 2012 *Phys. Lett. A* **376** 2775
 [3] Yang F F, Mou J, Sun K H, Cao Y H, Jin J Y 2019 *IEEE Access* **7** 58751
 [4] Liu S, Wei Y P, Liu J Y, Zhang G P 2020 *J. Cent. Chin. Normal Univ. (Nat. Sci.)* **54** 36 (in Chinese) [刘嵩, 韦亚萍, 刘静漪, 张国平 2020 华中师范大学学报(自然科学版) **54** 36]
 [5] Zhao L, Hong Q H, Wang X P 2018 *Neurocomputing* **314** 207
 [6] Xu Q, Song Z, Bao H, Chen M, Bao B C 2018 *Int. J. Electron. Commun.* **96** 66
 [7] Hong Q H, Zhao L, Wang X P 2019 *Neurocomputing* **330** 11

[8] Shin S, Kim K, Kang S M 2012 *Electron. Lett.* **48** 78
 [9] Banerjee S, Parui S, Gupta A 2004 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **51** 649
 [10] Min X T, Wang X Y, Zhou P F, Yu S M, Lu H H 2019 *IEEE Access* **7** 124641
 [11] Jin P P, Wang G Y, Lu H H, Fernando T 2017 *IEEE Trans. Circuits Syst. II* **65** 246
 [12] Hong Q H, Zeng Y C, Li Z J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 230502 (in Chinese) [洪庆辉, 曾以成, 李志军 2013 物理学报 **62** 230502]
 [13] Feudel U 2008 *Int. J. Bifurcation Chaos* **18** 1607
 [14] Bao B C, Bao H, Wang N, Chen M, Xu Q 2017 *Chaos, Solitons Fractals* **94** 102
 [15] Xu Q, Lin Y, Bao B C, Chen M 2016 *Chaos, Solitons Fractals* **83** 186
 [16] Bao B C, Jiang T, Xu Q, Chen M, Wu H G, Hu Y H 2016 *Nonlinear Dyn.* **86** 1711
 [17] Bao B C, Jiang T, Wang G Y, Jin P P, Bao H, Chen M 2017 *Nonlinear Dyn.* **89** 1157
 [18] Min F H, Wang Z L, Cao G, Wang E R 2018 *Acta Electron. Sin.* **46** 486 (in Chinese) [闵富红, 王珠林, 曹戈, 王恩荣 2018 电子学报 **46** 486]
 [19] Qin M H, Lai Q, Wu Y H 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 160502 (in Chinese) [秦铭宏, 赖强, 吴永红 2022 物理学报 **71** 160502]
 [20] Lai Q, Kuate P, Pei H, Fostin H 2020 *Complexity* **86** 1711
 [21] Lai Q 2021 *Int. J. Bifurcation Chaos* **31** 2150013
 [22] Li Q D, Zeng H Z, Yang X S 2014 *Nonlinear Dyn.* **77** 255
 [23] Xu Q, Yang X Y, Luo J Y, Xu Q 2019 *J. Cent. Chin. Normal Univ. (Nat. Sci.)* **53** 38 (in Chinese) [徐强, 杨晓云, 罗姣燕, 徐权 2019 华中师范大学学报(自然科学版) **53** 38]
 [24] Huang L L, Yao W J, Xiang J H, Zhang Z F 2020 *Complexity* **2020** 1
 [25] Bao B C, Hu W, Xu J P, Liu Z, Zou L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 120502 (in Chinese) [包伯成, 胡文, 许建平, 刘中, 邹凌 2011 物理学报 **60** 120502]
 [26] Huang L L, Zhang Z F, Xiang J H, Wang S M 2019 *Complexity* **2019** 1
 [27] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285

Analysis and FPGA implementation of memristor chaotic system with extreme multistability*

Zhang Gui-Zhong Quan Xu Liu Song[†]

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Hubei Minzu University, Enshi 445000, China)

(Received 15 July 2022; revised manuscript received 9 August 2022)

Abstract

The memristor is a kind of nonlinear element with nanometer size, which can enhance the complexity of a chaotic system. With the further research of chaos, several novel nonlinear phenomena have been found by scholars, such as hidden attractors, coexisting attractors and multi-stability. Meanwhile, the extremely multi-stability representation system coexists with the infinite attractors, which has become a hot spot in the field of memristor chaos research in recent years. A general method to construct a chaotic systems of multiple coexistence is to increase the number of equilibrium points of chaotic system by means of control. The introduction of memristor results in the linear distribution of the equilibrium points of chaotic system in space, which are the linear equilibrium points. The existing researches show that chaotic system with extremely multi-stability can produce better chaotic sequence, which can be used in engineering fields such as secure communication. Therefore, it is of great significance to construct chaotic systems with rich dynamic behaviors by using memristors.

In order to further improve the complexity of the chaotic system, a five-dimensional memristor chaotic system is constructed by replacing the coupling parameters in the four-dimensional chaotic system based on Sprott-B with a magnetically controlled memristor. The dynamic behavior of the system is analyzed by bifurcation diagram, Lyapunov exponent spectrum, phase portrait, Poincaré map, dynamic map and other conventional means. The analysis shows that the new system has rich dynamic behaviors: when the system parameters change, the system can produce a large number of chaotic attractors with different topological structures and periodic limit cycles with different periods. When different parameters change, the dynamic characteristics of the system also change; when the system parameters are fixed, the system not only has an offset enhancement phenomenon that depends on the change of the initial conditions, but also shows a very strong sensitivity to the initial values and a great adjustment range of the initial values, which leads the infinite chaos and periodic attractors to coexist, namely extremely multi-stability appears. Finally, the digital circuit of the memristor chaotic system is implemented based on the field programmable gate array (FPGA) technology. The phase portrait captured on the oscilloscope is consistent with that from the numerical simulation, which verifies the correctness and realizability of the memristor system.

Keywords: coexisting attractor, extremely multistability, field programmable gate array, memristive chaotic system

PACS: 05.45.Jn

DOI: 10.7498/aps.71.20221423

* Project supported by the Outstanding Young Science and Technology Innovation Team of Education Department of Hubei Province, China (Grant No. T2016011).

† Corresponding author. E-mail: liusong@hbmzu.edu.cn



一个具有超级多稳定性的忆阻混沌系统的分析与FPGA实现

张贵重 全旭 刘嵩

Analysis and FPGA implementation of memristor chaotic system with extreme multistability

Zhang Gui-Zhong Quan Xu Liu Song

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 240502 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221423

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221423>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有无穷共存吸引子的简单忆阻混沌系统的分析与实现

Analysis and implementation of simple four-dimensional memristive chaotic system with infinite coexisting attractors

物理学报. 2022, 71(16): 160502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220593>

基于现场可编程逻辑门阵列的磁控忆阻电路对称动力学行为分析

Dynamic analysis of symmetric behavior in flux-controlled memristor circuit based on field programmable gate array

物理学报. 2019, 68(13): 130502 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190453>

基于Julia分形的多涡卷忆阻混沌系统

Julia fractal based multi-scroll memristive chaotic system

物理学报. 2018, 67(9): 090502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172761>

基于忆阻器的多涡卷混沌系统及其脉冲同步控制

Memristor-based multi-scroll chaotic system and its pulse synchronization control

物理学报. 2018, 67(11): 110502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180025>

离散忆阻混沌系统的Simulink建模及其动力学特性分析

Simulink modeling and dynamic characteristics of discrete memristor chaotic system

物理学报. 2022, 71(3): 030501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211549>

五阶压控忆阻蔡氏混沌电路的双稳定性

Bi-stability in a fifth-order voltage-controlled memristor-based Chua's chaotic circuit

物理学报. 2018, 67(23): 230502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181283>