



声学蜂窝结构中的拓扑角态

胡军容 孔鹏 毕仁贵 邓科 赵鹤平

Topological corner states in acoustic honeycomb structure

Hu Jun-Rong Kong Peng Bi Ren-Gui Deng Ke Zhao He-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 054301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211848

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211848>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于复合蜂窝结构的宽带周期与非周期声拓扑绝缘体

Broadband periodic and aperiodic acoustic topological insulator based on composite honeycomb structure

物理学报. 2020, 69(2): 024302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191454>

基于蜂窝晶格声子晶体的双频带声拓扑绝缘体

Dual-band acoustic topological insulator based on honeycomb lattice sonic crystal

物理学报. 2019, 68(22): 224301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190951>

强三维拓扑绝缘体与磁性拓扑绝缘体的角分辨光电子能谱学研究进展

Angle resolved photoemission spectroscopy studies on three dimensional strong topological insulators and magnetic topological insulators

物理学报. 2019, 68(22): 227901 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191450>

高阶拓扑绝缘体和高阶拓扑超导体简介

Higher-order topological insulators and superconductors

物理学报. 2019, 68(22): 226101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191101>

基于结构反转二维光子晶体的拓扑相变及拓扑边界态的构建

Topological phase transition based on structure reversal of two-dimensional photonic crystals and construction of topological edge states

物理学报. 2020, 69(18): 184101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200415>

二维有机拓扑绝缘体的研究进展

Research progress of two-dimensional organic topological insulators

物理学报. 2018, 67(23): 238101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181711>

声学蜂窝结构中的拓扑角态*

胡军容¹⁾ 孔鹏^{1)†} 毕仁贵¹⁾ 邓科^{1)‡} 赵鹤平¹⁾²⁾

1) (吉首大学物理系, 吉首 416000)

2) (湖南财政经济学院, 长沙 410205)

(2021年10月5日收到; 2021年11月15日收到修改稿)

高阶拓扑绝缘体是近年来发现的一类具有特殊拓扑相的新型拓扑绝缘体, 目前已在光学、声学等多种经典波系统中实现. 本文采用数值模拟方法研究了一种二维声学蜂窝结构, 通过调节胞内和胞间耦合波导管, 使体能带发生反转诱导拓扑相变, 进而利用拓扑相构建出声学二阶拓扑绝缘体. 蜂窝结构的拓扑性质可以用量子化的四极矩 Q_{ij} 表征, 当 $Q_{ij} = 0$ 时, 系统是平庸的; 而当 $Q_{ij} = 1/2$ 时, 系统是拓扑的. 基于该蜂窝结构, 分别研究了六边形和三角形结构的声学高阶态, 在两种构型的蜂窝结构中均观测到了孤立的零维角态, 研究结果表明只有存在钝角的六边形结构对缺陷具有鲁棒性, 受拓扑保护. 本文的拓扑角态丰富了高阶拓扑绝缘体的研究, 同时可为紧凑声学系统中的鲁棒限制声提供一条新途径.

关键词: 声学蜂窝结构, 二阶拓扑绝缘体, 角态

PACS: 43.35.+d, 03.65.Vf

DOI: 10.7498/aps.71.20211848

1 引言

拓扑绝缘体的特性是体内绝缘, 但其边界上存在传播或局域的边界态. 这种边界态受体拓扑的保护, 具有抗无序、抑制背向散射等特性, 在信号的无损传输方面有潜在的应用价值, 因此受到了研究者的广泛关注^[1-5]. 根据不同的体-边对应, 可以将拓扑绝缘体分为传统拓扑绝缘体和高阶拓扑绝缘体. 传统拓扑绝缘体又称为一阶拓扑绝缘体, 其具有比体结构低一个维度的边界态, 即 d 维结构具有 $(d-1)$ 维无能隙的边界态; 高阶拓扑绝缘体主要包括二阶和三阶拓扑绝缘体, 二阶拓扑绝缘体的边界态比体结构低 2 个维度, 三阶拓扑绝缘体的边界态比体结构低 3 个维度, 即 d 维结构具有 $(d-n)$ 维的边界态, 其中 $1 < n \leq d$. 二阶拓扑绝缘体可以是二

维和三维结构, 三阶拓扑绝缘体可以在三维结构中找到^[6-10].

二维二阶拓扑绝缘体是比较典型的高阶拓扑绝缘体, 与传统二维拓扑绝缘体具有无能隙的一维拓扑边界态不同, 二维二阶拓扑绝缘体具有受拓扑保护的零维角态. 2017年, Benalcazar 等^[11] 将电偶极矩推广到了电多极矩, 提出了四极矩拓扑绝缘体的概念. 该拓扑绝缘体具有量子化的四极矩, 其边界上存在受拓扑保护的零维角态. 随后, 四极矩拓扑绝缘体在多种经典波系统被实现, 如光学^[12]、声学^[13]、电路^[14] 系统等. 继四极矩拓扑绝缘体之后, 又有很多二阶拓扑绝缘体被发现, 其中最常见的是 Wannier 类型的二阶拓扑绝缘体, 它的拓扑不变量由与偶极矩相关的 Wannier 中心来描述, 如 Kagome 模型^[15-18] 和二维 SSH 模型^[19-21] 就是典型的 Wannier 类型二阶拓扑绝缘体. 最近, 研究

* 国家自然科学基金 (批准号: 11964011, 11764016)、湖南省教育厅科研基金 (批准号: 20C1530) 和吉首大学基金 (批准号: Jdy20026) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: kongpeng@jsu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: dengke@jsu.edu.cn

发现在类石墨烯(蜂窝)结构中也存在角态^[22-24],并且具有量子化的四极矩^[23],这与四极矩拓扑绝缘体类似.不同的是,四极矩拓扑绝缘体需要正负耦合同时作用,而蜂窝结构只需要正/负耦合,这在声学系统中容易实现. Zhang等^[25]在声学系统中实现了蜂窝结构的二阶拓扑绝缘体,但其研究的是畴壁诱导的拓扑角态,属于界面态(存在于拓扑相和平庸相形成的界面),对非界面态的角态还有待研究.

本文构建了一种新型的声学蜂窝结构,通过调节胞内耦合(l_{intra})和胞间耦合(l_{inter})的强度可以产生拓扑相变:相变点为 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 1$;当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} < 1$ 时,系统是平庸的;当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} > 1$ 时,系统转变为二阶拓扑绝缘体.随后基于六边形和三角形结构,研究了两种系统中的拓扑特性.发现只有处于拓扑相的六边形蜂窝结构在体带隙中才存在受拓扑保护的角态,可以免疫一定程度的缺陷,具有鲁棒性.

2 研究内容

2.1 声学模型介绍

二维声学蜂窝结构如图1(a)所示,模型建立在 x - y 平面内(z 方向无限),其中蓝色六边形表示该蜂窝结构的单胞,其放大图呈现在图1(c)中,单胞的等效三维结构如图1(b)所示.单胞内包含六根正三角形的空气柱,边长均为 $L = 6$ cm,相邻柱子之间的距离为 $r = 8\sqrt{3}/3$ cm.所有三角形的朝向都与晶格点阵的高对称方向重合,使得整个系统具有 C_{6v} 对称性,晶格常数则为 $a = 3r$.三角形柱子之间通过耦合波导管连接,胞内柱子之间耦合波导管的宽度为 l_{intra} ,其大小控制着胞内耦合强度,为了方便描述,称 l_{intra} 为胞内耦合;同理, l_{inter} (胞内与胞外柱子之间波导管的宽度)为胞间耦合.通过调节胞内和胞间耦合的大小,可以改变声学蜂窝结构的能带以及物理性质.图1(d)表示单胞的第一布里渊区.本文所有的数值模拟均通过有限元求解器 COMSOL MULTIPHYSICS 来完成.

2.2 体能带与拓扑相变

在早期拓扑态的研究中,蜂窝结构往往用来实现量子自旋霍尔绝缘体(属于传统拓扑绝缘体),

通过打开狄拉克点来实现能带反转、产生拓扑相变^[4,26].本文设计的蜂窝结构亦是如此,通过改变胞内和胞间的耦合强度来控制狄拉克点的打开和关闭.图2(a)中展示了不同耦合强度下声子晶体的能带结构.当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 1$ 时,在布里渊区的 Γ 点出现一个四重简并点,形成了双狄拉克锥,其形成机理可通过能带折叠原理来解释^[22,26,27];当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} \neq 1$ 时,四重简并点分裂成两个双重简并点,这些简并态的本征模式如图2(b)所示.当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 0.4$ 时,d态的频率比p态的频率高,两者之间的带隙范围为1408.2—1749.7 Hz,此时带隙上方是一对赝自旋四极态,类似于 d_{xy} 型轨道,关于 x/y 轴奇对称或者类似于 $d_{x^2-y^2}$ 型轨道,关于 x/y 轴偶对称;另一方面,在带隙下方出现一对赝自旋偶极态,类似于 p_x/p_y 型轨道,关于 x/y 轴偶对称或者奇对称.而当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 2$ 时,d态的频率比p态的低,两者之间带隙范围为1425.4—1738.5 Hz,赝自旋四极态 $d_{xy}/d_{x^2-y^2}$ 和赝自旋偶极态 p_x/p_y 分别位于带隙的下方和上方.可以看出在这两种情况下,d态和p态的位置发生了交换,即发生了能带反转.

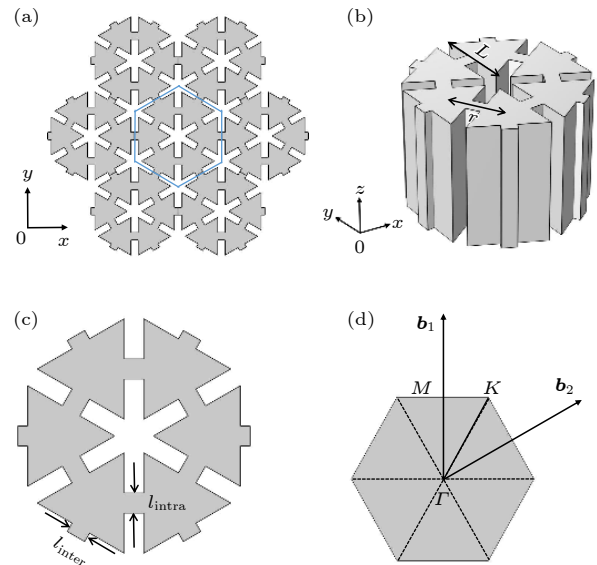


图1 (a) 声学蜂窝结构,蓝色区域表示单胞;(b) 单胞三维结构图;(c) 单胞二维结构放大图;(d) 单胞对应的第一布里渊区, \mathbf{b}_1 和 \mathbf{b}_2 为倒格子基矢,其中 $\mathbf{b}_1 = 2\pi/a(0, 2\sqrt{3}/3)$, $\mathbf{b}_2 = 2\pi/a(1, \sqrt{3}/3)$

Fig. 1. (a) Acoustic honeycomb structure, the unit cell depicted in blue areas; (b) three-dimensional structure diagram of a unit cell; (c) enlarged image of two-dimensional structure a unit cell; (d) the first Brillouin zone (BZ) of the unit cell, where the reciprocal lattice vectors are $\mathbf{b}_1 = 2\pi/a(0, 2\sqrt{3}/3)$ and $\mathbf{b}_2 = 2\pi/a(1, \sqrt{3}/3)$.

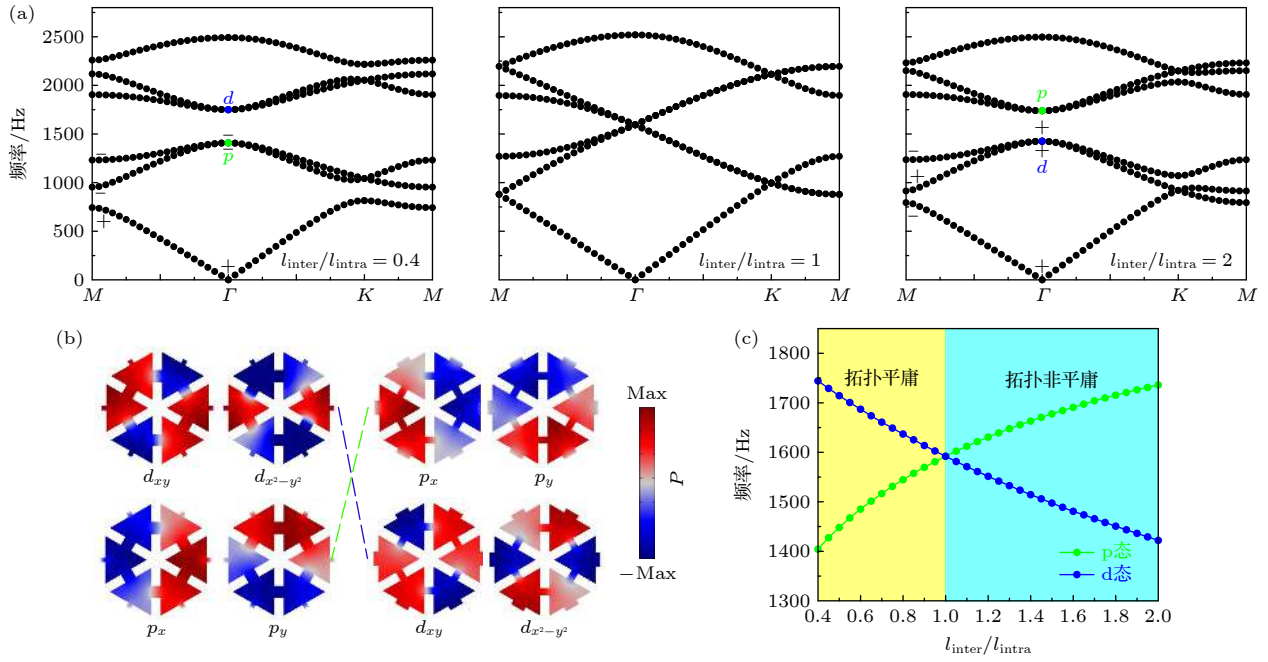


图 2 (a) 当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 0.4, 1.0, 2.0$ 时, 蜂窝结构的体能带, $+$ ($-$) 号表示偶 (奇) 宇称; (b) Γ 点的本征模式; p_x 和 p_y 表示赝自旋偶极模式, d_{xy} 和 $d_{x^2-y^2}$ 表示赝自旋四极模式; (c) 拓扑相与能带反转; 蜂窝结构具有平庸相 ($l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} < 1$) 和拓扑相 ($l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} > 1$); 从图中也可以清楚地看出能带反转伴随着拓扑相变

Fig. 2. (a) The bulk band of the honeycomb lattice when $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 0.4, 1.0, 2.0$; $+$ and $-$, for even and odd parities, respectively; (b) the corresponding acoustic eigenmodes at the Γ point; p_x and p_y display pseudospin dipole modes, while d_{xy} and $d_{x^2-y^2}$ mark pseudospin quadrupole modes; (c) topological phase and band inversion; The honeycomb structure has trivial phase ($l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} < 1$) and topological phase ($l_{\text{inter}}/l_{text{intra}} > 1$); it can also be clearly seen from the figure that the band inversion is accompanied by a topological phase transition.

通常情况下, 能带反转伴随着拓扑相变, 接下来对该体系的拓扑相进行详细地分析. 蜂窝结构二阶拓扑绝缘体的拓扑性质可以用四极矩 $Q_{ij} = \sum_1^n P_i^n P_j^n$ 描述^[23], 其中 $P_{i,j}^n = \frac{1}{2} (q_{i,j}^n \text{ modulo } 2)$ 表示第 n 条能带沿 \mathbf{b}_i 和 \mathbf{b}_j ($i, j = 1, 2$) 方向的偶极矩, $q_{i,j}^n$ 与能带在高对称点 (Γ 和 M) 的宇称 η_n 相关^[28], 写为 $(-1)^{q_{i,j}^n} = \frac{\eta_n(M_{i,j})}{\eta_n(\Gamma)}$, 宇称 η_n 为算符 $\hat{C}_2 = \sigma_x \otimes \mathbf{I}_3$ (绕 z 轴旋转 180°) 的特征值, σ_x 和 \mathbf{I}_3 分别为泡利矩阵和 3×3 的单位矩阵. 蜂窝结构具有 C_{6v} 点群对称性, 因此 $\eta_n(M_1) = \eta_n(M_2) = \eta_n(M)$, 可得 $P_1^n = P_2^n$. 研究表明: 当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} < 1$ 时, 带隙下方三条能带的偶极矩均为零, 使得 $Q_{ij} = 0$, 即系统是平庸的; 而当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} > 1$ 时, 带隙下方三条能带的偶极矩分别为 $1/2, 0$ 和 $1/2$, 可得到非零的四极矩 $Q_{ij} = 1/2$, 此时系统是拓扑的. 图 2(c) 给出了该系统的拓扑相以及 Γ 点的能带反转, 可以清晰看到能带反转伴随着拓扑相变. 在调节耦合项大小时, 为保持单胞的填充率不变, 要求胞内和胞间耦合满足 $2l_{\text{intra}} + l_{\text{inter}} = 3.6 \text{ cm}$.

根据体-边对应原理可知, 在有限大小蜂窝结构的边角会出现受拓扑保护的零维角态^[22,29]. 但是, 并非任意角都会存在拓扑角态. 接下来将设计六边形和三角形构型的有限结构, 它们分别具有不同的角构型, 即钝角和锐角. 研究这两种构型的角是否会产生拓扑角态, 以及分析拓扑角态的鲁棒性. 在设计有限结构的边界时, 应尽量保持单胞的完整性, 以免破坏系统的对称性, 从而更好地体现体-边对应.

2.3 六边形构型中的拓扑角态

如图 3(a) 所示, 六边形蜂窝结构由 37 个单胞构成. 该结构的本征频谱计算结果表明: 当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 2$ (拓扑相) 时, 体带隙中出现了角态 (红色) 和边界态 (蓝色), 如图 3(b) 所示; 当 $l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 0.4$ (平庸相) 时, 体带隙中并未出现任何边界态. 图 3(d)–(f) 分别给出了体态 (1327.5 Hz)、边界态 (1543.4 Hz) 和角态 (1566.1 Hz) 的本征场分布. 可以看出, 角态的能量被限制在六边形的 6 个钝角, 几乎没有能量泄漏到边界和体结构中.

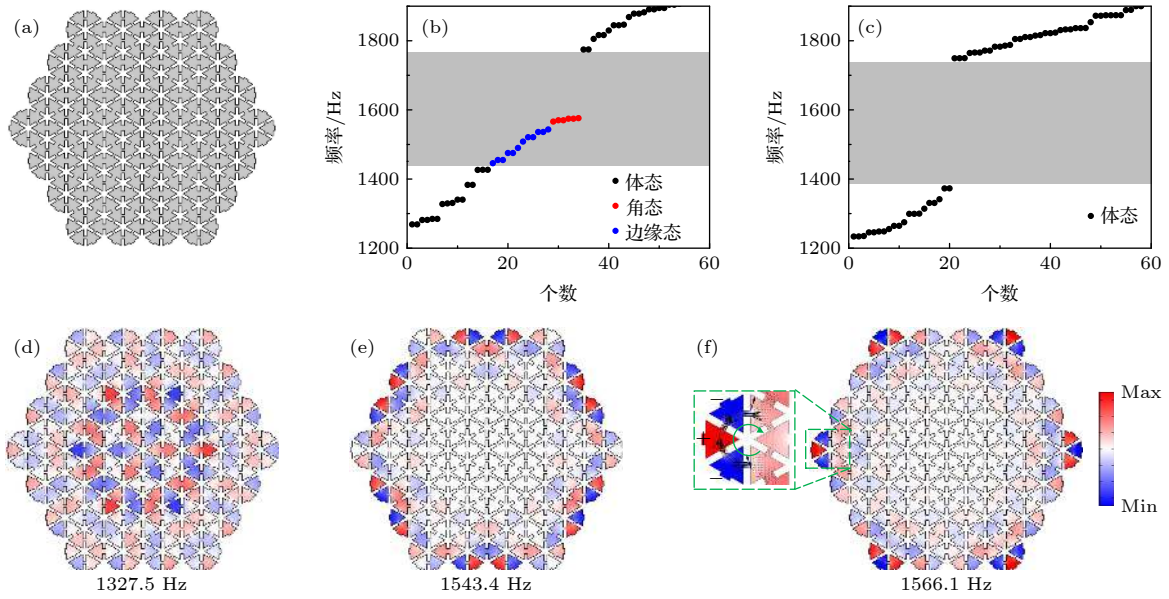


图 3 (a) 六边形蜂窝结构; (b) 和 (c) 分别为拓扑和平庸六边形蜂窝结构的本征频谱; 黑色、蓝色和红色的点分别表示体态、边界态和角态. (d)–(f) 分别为体态 (1327.5 Hz)、边界态 (1543.4 Hz) 和角态 (1566.1 Hz) 的本征场分布. 在 (f) 的插图中给出了角态的顺时针箭头表示赝自旋向下, 符号“ \pm ”类似于拓扑荷

Fig. 3. (a) Hexagonal honeycomb structure; (b) and (c) are the frequency spectrum of the topological and trivial hexagonal honeycomb structure; the black, blue and red dots represent the bulk, edge and corner states, respectively. (d)–(f) The eigen fields distribution of bulk state (1327.5 Hz), edge state (1543.4 Hz) and corner state (1566.1 Hz). The inserted clockwise arrow represents the spin-down pseudospin. The “ \pm ” signs are similar to the topological charge on the corners.

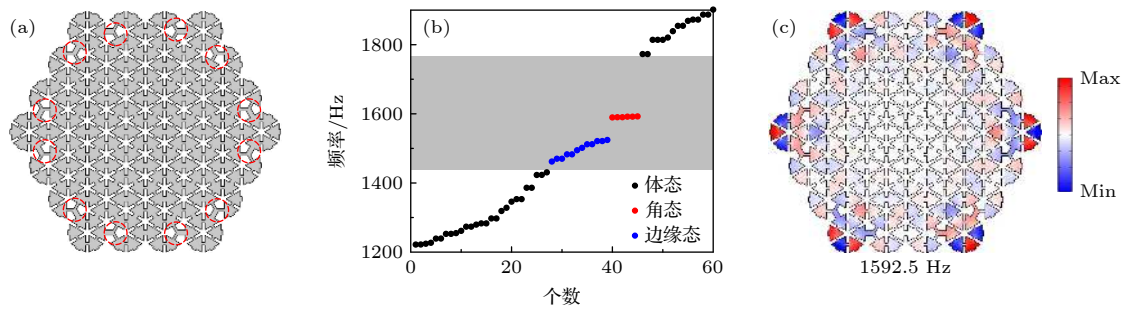


图 4 (a) 引入缺陷后的六边形蜂窝结构; (b) 频谱; (c) 角态 (1592.5 Hz) 的本征场分布

Fig. 4. (a) Hexagonal honeycomb structure with defects introduced; (b) frequency spectrum; (c) the eigenfield distribution of corner state (1592.5 Hz).

在蜂窝结构二阶拓扑绝缘体中, 可以通过计算角态的拓扑指数 $N = |N_+ - N_-|$ 来判断其拓扑性质 [22,30], $N_{\pm} = \pm 1$ 表示本征场对应的拓扑荷: 当 $N = 1$ 时, 角态是拓扑的; 当 $N = 0$ 时, 角态是平庸的. 图 3(f) 中给出了角态的拓扑指数 (插图), 可得六边形构型中的拓扑指数 $N = 1$, 说明该角态是拓扑的, 即拓扑角态. 拓扑态往往对结构参数的平缓变化不敏感, 具有鲁棒性. 接下来给六边形蜂窝结构引入缺陷, 探究角态的鲁棒性. 如图 4(a) 所示, 红色圆环标记的地方为缺陷, 缺陷处的三角形柱子

变小, 与波导重合. 该缺陷可以近似地认为是由结构参数平缓变化导致的. 图 4(b) 中给出了相应的本征频谱, 此时角态的频率为 1592.5 Hz. 相比于无缺陷时系统产生的角态, 引入缺陷后系统角态的频率移动了 26 Hz 左右. 角态的本征场分布如图 4(c) 所示, 能量还是局域在角的 3 个空气柱中, 与无缺陷时的角态高度相似. 虽然缺陷使角态的频率产生了较小程度的变化, 但是几乎没有改变其本征场的分布. 因此, 该角态对缺陷具有一定的鲁棒性. 表明六边形构型中的角态是受拓扑保护的.

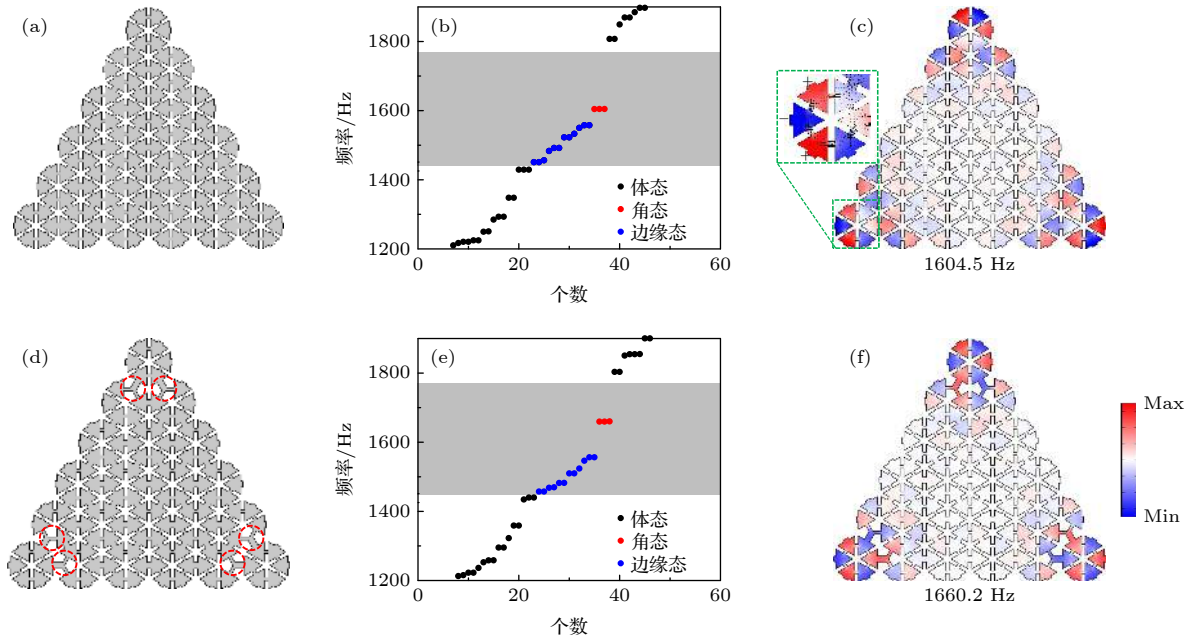


图 5 (a) 三角形蜂窝结构; (b) 三角形蜂窝结构的本征频谱; (c) 角态 (1604.5 Hz) 的本征场分布; (d)–(f) 分别为引入缺陷后的三角形蜂窝结构、本征频谱和角态 (1660.2 Hz) 的本征场分布

Fig. 5. (a) Triangular honeycomb structure; (b) the frequency spectrum of triangular honeycomb structure; (c) the eigenfield distribution of corner state (1604.5 Hz); (d)–(f) triangular honeycomb structure with defects introduced, frequency spectrum and the eigenfield distribution of corner state (1660.2 Hz).

2.4 三角形构型中的局域角态

三角形蜂窝结构由 21 个单胞组成 (图 5(a)), 当结构位于拓扑相时, 体带隙中也会出现角态和边界态, 如图 5(b) 所示 ($l_{\text{inter}}/l_{\text{intra}} = 2$). 角态本征场分布如图 5(c) 所示, 此时角态的能量局域在三角形的 3 个锐角. 角态的拓扑指数 $N = 0$, 这意味着该角态是拓扑平庸的. 为了证明该角态不受拓扑保护, 引入与六边形类似的缺陷, 如图 5(d) 所示. 相应的本征频谱和角态的本征场分别呈现在图 5(e), (f) 中. 相比于无缺陷时系统产生的角态, 该角态频率移动了 55 Hz 左右; 此外, 本征场也发生了较大的变化, 角态能量不再仅限于角上的 4 根空气柱, 而是均匀地分布到 6 根空气柱中. 可见, 缺陷不仅使得该角态的频率产生较大的变化, 还破坏了其本征场的分布, 与六边形拓扑角态形成了鲜明的对比 (图 3 和图 4). 说明三角形结构中的角态并不具备鲁棒性, 是平庸的.

值得注意的是, 在六边形构型中, 角落处是一个钝角, 角晶格有 3 根胞间耦合与体连接, 此时产生的角态属于螺旋高阶拓扑态, 如图 3(f) 插图所示, 意味着此时角态携带赝自旋 [22]. 在三角形构型中, 角落处是一个锐角, 角晶格只有 2 根胞间耦合

与体连接, 这时产生的角态纯粹是由晶格的局域性质导致的普通共振模式, 如图 5(c) 插图所示; 这两种角态产生的机制不同, 在这两种情况下, 虽然晶格内跃迁起作用, 但对称性的改变将会导致本征态的能级分裂和杂化. 因此, 在同样的体单元构建的三角形与六边形有限结构中, 它们的角态会出现在不同的频率.

3 结 论

本文设计了一种声学蜂窝结构, 通过调节胞内和胞间耦合波导管的宽度, 使体能带反转, 产生拓扑相变. 结构的拓扑性质可以用量子化的四极矩 Q_{ij} 表示, 当 $Q_{ij} = 0$ 时, 系统是平庸的; 当 $Q_{ij} = 1/2$ 时, 系统是拓扑的. 并且在处于拓扑相时, 六边形和三角形构型中均存在角态, 角态的能量被局域在相应的角点. 研究表明, 六边形构型中的角态受拓扑保护, 对缺陷具有一定的鲁棒性; 而三角形构型中的角态并不受拓扑保护, 容易受缺陷的影响. 该蜂窝结构二阶拓扑绝缘体只需改变耦合波导管的尺寸就可以实现, 在声信号的滤波、整流方面具有潜在的应用价值.

感谢华南理工大学物理与光电学院的邓伟胤教授、黄学勤教授、陆久阳教授、吴吉恩博士在拓扑不变量的计算方面给予的帮助,感谢武汉大学物理与科学技术学院何海龙副研究员在理论与仿真计算方面给予的指导.

参考文献

- [1] Zangeneh-Nejad F, Alu A, Fleury R 2020 *CR. Phys.* **21** 467
- [2] Klitzing K v, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [3] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, Soljacic M 2009 *Nature* **461** 772
- [4] He C, Ni X, Ge H, Sun X C, Chen Y B, Lu M H, Liu X P, Chen Y F 2016 *Nat. Phys.* **12** 1124
- [5] Lu J, Qiu C, Ke M, Liu Z 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 093901
- [6] Yan Z B 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 226101 (in Chinese) [严忠波 2019 *物理学报* **68** 226101]
- [7] Bao J, Zou D, Zhang W, He W, Sun H, Zhang X 2019 *Phys. Rev. B* **100** 201406(R)
- [8] Zheng S, Xia B, Man X, Tong L, Jiao J, Duan G, Yu D 2020 *Phys. Rev. B* **102** 104113
- [9] El Hassan A, Kunst F K, Moritz A, Andler G, Bergholtz E J, Bourenmane M 2019 *Nat. Photon.* **13** 697
- [10] Xie B Y, Su G X, Wang H F, Su H, Shen X P, Zhan P, Lu M H, Wang Z L, Chen Y F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 233903
- [11] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L 2017 *Science* **357** 61
- [12] Mittal S, Orre V V, Zhu G, Gorlach M A, Poddubny A, Hafezi M 2019 *Nat. Photon.* **13** 692
- [13] Qi Y, Qiu C, Xiao M, He H, Ke M, Liu Z 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 206601
- [14] Imhof S, Berger C, Bayer F, Brehm J, Molenkamp L W, Kiessling T, Schindler F, Lee C H, Greiter M, Neupert T, Thomale R 2018 *Nat. Phys.* **14** 925
- [15] Ezawa M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 026801
- [16] Xue H, Yang Y, Gao F, Chong Y, Zhang B 2019 *Nat. Mater.* **18** 108
- [17] Ni X, Weiner M, Alu A, Khanikaev A B 2019 *Nat. Mater.* **18** 113
- [18] Wu J, Huang X, Lu J, Wu Y, Deng W, Li F, Liu Z 2020 *Phys. Rev. B* **102** 104109
- [19] Liu F, Wakabayashi K 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 076803
- [20] Zhang Z, Rosendo López M, Cheng Y, Liu X, Christensen J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 195501
- [21] Chen Z-G, Xu C, Al Jahdali R, Mei J, Wu Y 2019 *Phys. Rev. B* **100** 075120
- [22] Fan H, Xia B, Tong L, Zheng S, Yu D 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 204301
- [23] Liu F, Deng H Y, Wakabayashi K 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 086804
- [24] Yang Y, Jia Z, Wu Y, Xiao R-C, Hang Z H, Jiang H, Xie X C 2020 *Sci. Bull.* **65** 531
- [25] Zhang Z, Hu B, Liu F, Cheng Y, Liu X, Christensen J 2020 *Phys. Rev. B* **101** 220102(R)
- [26] Zhang Z, Wei Q, Cheng Y, Zhang T, Wu D, Liu X 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 084303
- [27] Wu L H, Hu X 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 223901
- [28] Liu F, Yamamoto M, Wakabayashi K 2017 *J. Phys. Soc. Jpn.* **86** 123707
- [29] Yang Z Z, Li X, Peng Y Y, Zou X Y, Cheng J C 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 255502
- [30] Jiho N, Hassan A, Benalcazar W A, Huang S, Collins M J, Chen K P, Hughes T L 2018 *Nat. Photon.* **12** 408

Topological corner states in acoustic honeycomb structure*

Hu Jun-Rong¹⁾ Kong Peng^{1)†} Bi Ren-Gui¹⁾ Deng Ke^{1)‡} Zhao He-Ping¹⁾²⁾

¹⁾ (*Department of Physics, Jishou University, Jishou 416000, China*)

²⁾ (*Hunan University of Finance and Economics, Changsha 410205, China*)

(Received 5 October 2021; revised manuscript received 15 November 2021)

Abstract

In recent years, a new type of topological insulator, termed higher-order topological insulator, has attracted tremendous research interest. Such exotic lower-dimensional topological boundary states have been extended and reproduced in classical systems, such as optics and acoustics. In this paper, a two-dimensional acoustic honeycomb structure with a triangle resonant cavity is numerically studied. Topological phase transition is induced by gradually adjusting the intracell and intercell coupling, and then the topological phase is used to construct a second-order topological insulator. The topological properties of second-order topological insulators can be characterized by using the quantized quadrupole moments. When quantized quadrupole $Q_{ij} = 0$, the system is trivial, while $Q_{ij} = 1/2$, the system is topologically nontrivial. We investigate the acoustical higher-order states of triangular and hexagonal structures, respectively. The gapped zero-dimensional corner states are observed in both structures, but the robustness properties of the corner states emerge only in the hexagonal structures but not in the triangular-shaped ones. The topological corner modes will offer a new way to robustly confine the sound in a compact acoustic system.

Keywords: acoustic honeycomb structures, second-order topological insulators, corner states

PACS: 43.35.+d, 03.65.Vf

DOI: [10.7498/aps.71.20211848](https://doi.org/10.7498/aps.71.20211848)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11964011, 11764016), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 20C1530), and the Jishou University Foundation, China (Grant No. Jdy20026).

† Corresponding author. E-mail: kongpeng@jsu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: dengke@jsu.edu.cn