物 理 学 报 *Acta Phys. Sin.* Vol. 72, No. 1 (2023) 010401

SL (n, R)户田黑洞的隧穿效应*

杨维†

(桂林理工大学理学院, 桂林 541004)

(2022 年 7 月 15 日收到; 2022 年 8 月 14 日收到修改稿)

由于 SL (n, R)户田黑洞具有很好的数学结构, 是研究黑洞物理较为理想的场所. 本文主要研究其黑洞的霍金辐射, 以及相关信息丢失问题. 为了简单, 只考虑在四维静态球对称 SL (n, R)户田黑洞下, 通过计算静止质量为零的粒子在事件视界附近隧穿效应来研究霍金辐射. 在粒子的隧穿过程中, 利用能量守恒并考虑了隧穿粒子对背景时空的反作用. 获得粒子通过事件视界的隧穿概率取决于粒子出射前后黑洞熵的变化, 并在此基础上讨论了其信息丢失问题, 在满足一定条件下, 我们的结果与 RN 黑洞和施瓦茨黑洞的结果一致.

关键词: 霍金辐射, 隧穿效应, 事件视界

PACS: 04.70.Dy, 03.65.Nk, 03.65.Sq **DOI:** 10.7498/aps.72.20221415

1 引 言

20 世纪 70 年代, 自从史蒂芬·霍金[1] 发现黑洞具有热辐射以来, 霍金辐射就一直备受理论物理学家的关注. 在此基础上, 建立了起来的黑洞信息丢失问题[2–4] 更是当今研究的热点. Parikh 和 Wilczek 曾经提出了一种研究霍金辐射的半经典方法[5–9], 该方法满足量子力学幺正性和信息守恒, 对黑洞信息丢失问题具有一定的解释. 尽管这一解释受到一些质疑[7], 但对我们理解霍金辐射提供了一些新思路. 该半经典方法将黑洞事件视界视为一个势垒, 霍金辐射源于事件视界附近粒子的量子隧穿效应. 为了消除事件视界上奇异性而使用 Painleve 坐标[10], 是该方法的关键. 随后文献 [11, 12] 从半经典的 Hamilton-Jacobi 方程出发, 也简化了黑洞辐射的研究. 进一步有大量的文献研究了 Dirac 粒子的隧穿辐射[13–20], 也得到了很多有趣的结果.

在文献 [21] 中计算了一系列的 SL (n, R) 户田黑洞的精确解, 并给出了相应的热力学性质. 该理论由爱因斯坦理论耦合 $(n-1)$个 $U(1)$场和 $(n-2)$个标量场组成, 最一般的解包括 $2(n-1)$个非平凡的积分常数, 消除 $(n-2)$个导致裸奇点和破坏渐进平直的标量荷, 可获得带 $(n-1)$个独立电荷和质量的黑洞解. 黑洞在近视界极限下的极端几何为 $AdS_2 \times S^{D-2}$, 这类黑洞的热力量能够普遍的获得, 并满足热力学第一定律. 户田方程也出现在 p-膜超引力, 像四维的 Kaluza-Klein dyonic 黑洞如[22] 属于一系列 SL $(3, R)$ 户田方程. 引力约化下 SL (n, R) 户田瞬子或 $(D-3)$-膜携带的轴子荷被构造[23] 等.

本文中, 将通过量子隧穿效应来重新研究 SL (n, R) 户田黑洞的霍金辐射, 考虑无质量的粒子隧穿黑洞视界, 结果表明隧穿概率与隧穿前后霍金熵的变化有关, 并在此基础上简单分析了此黑洞的信息丢失问题. 第 2 节, 先对 SL $(3, R)$ 户田黑洞的情况做相应的研究. 第 3 节, 利用 SL (n, R) 户田黑洞的通解获得半经典隧穿辐射率. 第 4 节, 给出 SL (n, R) 户田黑洞的信息丢失问题的一个具体分析. 最后给出本文的总结.

* 广西科学计划基金 (批准号: 2020AC20014) 和桂林理工大学校级科研基金 (批准号: GUTQDJJ2019206) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: weiyang@glut.edu.cn

© 2023 中国物理学会 Chinese Physical Society http://wulixb.iphy.ac.cn

2 SL(3,R) 户田黑洞

为了简单让我们先考虑爱因斯坦引力理论耦合两个$U(1)$场和一个伸缩子场ϕ, 其拉格朗日量表述为

$$L=\sqrt{-g}\left[R-\frac{1}{2}(\partial\phi)^2-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{\sqrt{3}\phi}{F_1}^2-\frac{1}{4}e^{-\sqrt{3}\phi}{F_2}^2\right]. \tag{1}$$

这里F_i电磁场强, 其运动方程满足SL$(3,R)$户田方程, 可以得到在四维情况下有解:

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2=&-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}f\mathrm{d}t_s^2+\sqrt{H_1H_2}[f^{-1}\mathrm{d}r^2\\&+r^2\left(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2\right)],\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}&H_1=\left(1-2\beta_1 f+\beta_1\beta_2 f^2\right)/\gamma_1,\\&H_2=\left(1-2\beta_2 f+\beta_1\beta_2 f^2\right)/\gamma_2,\\&\gamma_1=1-2\beta_1+\beta_1\beta_2,\\&\gamma_2=1-2\beta_2+\beta_1\beta_2,\quad f=1-2M/r.\end{aligned} \tag{3}$$

两个$U(1)$电磁场和一个伸缩子场分别给出:

$$\begin{aligned}&A_1=\sqrt{2}\frac{1-\beta_1 f}{\sqrt{\beta_1\gamma_2}H_1}\mathrm{d}t,\\&A_2=\sqrt{2}\frac{1-\beta_2 f}{\sqrt{\beta_2\gamma_1}H_2}\mathrm{d}t,\\&\phi=\frac{\sqrt{3}}{2}\ln\left(\frac{H_1}{H_2}\right).\end{aligned} \tag{4}$$

由 (4) 式可以看出, 当β_1,β_2中有一个为零时, 将约化为单电荷黑洞 (当$\beta_i=0$时, A_i发散是一个纯规范奇异, 可以通过坐标变换来消除); 当$\beta_1=\beta_2$时对应于 Reissner-Nordstrom(RN) 黑洞; 而当$\beta_1=\beta_2=0$时对应于施瓦茨黑洞. 为了描述黑洞的隧穿过程, 需要消除事件视界处的坐标奇异性. 利用 Painleve 类型 [5,10] 的坐标变换 $\mathrm{d}t_s=\mathrm{d}t-\sqrt{H_1H_2f^{-2}-\sqrt{H_1H_2}f^{-1}}\mathrm{d}r$, 可以将度规化为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2=&-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}f\mathrm{d}t^2+2\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}f}\mathrm{d}t\mathrm{d}r\\&+\mathrm{d}r^2+\sqrt{H_1H_2}r^2\left(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2\right)].\end{aligned} \tag{5}$$

现在对自由下落的观测者穿过事件视界是非奇异的, 于是径向零超曲面方程:

$$-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}f\mathrm{d}t^2+2\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}f}\mathrm{d}t\mathrm{d}r+\mathrm{d}r^2=0. \tag{6}$$

通过简单的计算可得

$$\dot{r}=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\pm1-\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}\left(1-\frac{2M}{r}\right)}. \tag{7}$$

这里正负号分别对应沿测地线方向的出射和入射. 不失一般性, 假设时间方向是朝未来增加的, 这意味着我们取正号. 讨论粒子穿过事件视界, 当考虑粒子自引力时, 方程 (7) 将修改为

$$\dot{r}=1-\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{H_1H_2}}\left[1-\frac{2(M-\omega)}{r}\right]}, \tag{8}$$

其中ω是辐射粒子能量. 如果将粒子辐射理解为隧穿效应, 可以应用半经典 WKB 公式, 有粒子的辐射率$\varGamma$与经典作用量的虚部ImS的关系为$\varGamma\propto\mathrm{e}^{-2\mathrm{Im}S}$, 从$r_i$到$r_f$穿过事件视界输出正能量粒子的作用量虚部可以表示为

$$\mathrm{Im}S=\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}p_r\mathrm{d}r=\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_0^{p_r}\mathrm{d}p_r'\mathrm{d}r. \tag{9}$$

这里p_r为径向动量. 根据哈密顿方程 $\dot{r}=\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}p_r}$, 可以将作用量化简为

$$\mathrm{Im}S=\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_M^{M-\omega}\frac{\mathrm{d}r}{\dot{r}}\mathrm{d}H=-\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_0^{\omega}\frac{\mathrm{d}r}{\dot{r}}\mathrm{d}\omega', \tag{10}$$

其中用到了$H=M-\omega'$, 为了计算这个积分定义变量$z=\sqrt{r-\dfrac{r-2\left(M-\omega'\right)}{\sqrt{H_1H_2}}}$, 代入 (10) 式有

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}S=&-\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_{\sqrt{r-\frac{r-2M}{\sqrt{H_1H_2}}}}^{\sqrt{r-\frac{r-2(M-\omega')}{\sqrt{H_1H_2}}}}\frac{\sqrt{r}\mathrm{d}r}{z-\sqrt{r}}\sqrt{H_1H_2}z\mathrm{d}z\\&=-\int_{r_i}^{r_f}\frac{\pi}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}r\mathrm{d}r=\frac{\pi}{2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}({r_i}^2-{r_f}^2).\end{aligned} \tag{11}$$

第一个积分利用留数定理, 由于变量$z\propto\sqrt{\omega'}$, 所以积分中少了一个两倍. 同时在极点$z=\sqrt{r}$时, 有$f\approx0$, 即在视件事界附近$r=r_0=2M$处, 可取$r_i=2M, r_f=2(M-\omega)$, 略去高阶项有

$$\mathrm{Im}S=\frac{4\pi}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}\left(M\omega-\frac{\omega^2}{2}\right). \tag{12}$$

黑洞视界处的隧穿辐射率:

$$\varGamma\propto\mathrm{e}^{-2\mathrm{Im}S}=\mathrm{e}^{-\frac{4\pi}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}\left(2M\omega-\omega^2\right)}=\mathrm{e}^{\Delta S}. \tag{13}$$

根据文献 [21] 知道 SL$(3,R)$户田黑洞的熵等于$S=\dfrac{1}{4}A_0=\dfrac{\pi}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{r_0}^2=\dfrac{4\pi}{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}M^2$. 这表示我们结果与黑洞的霍金熵的变化成指数关系. 忽略

(13) 式中 ω^2 项, 可以看出霍金温度表示为 $T=\dfrac{\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{8\pi Mk}$. 当 $\beta_1=\beta_2=0$ 时 $\gamma_1=\gamma_2=1$ 对应施瓦茨黑洞霍金温度. 当 β_1,β_2 中有一个为零或 $\beta_1=\beta_2$ 时, 做适当的坐标变换也可以得到相应的霍金温度

3 SL(n,R) 户田黑洞

现在考虑爱因斯坦理论耦合 $(n-1)$ 个 $U(1)$ 场和 $(n-2)$ 个伸缩子场 ϕ, 其拉格朗日量表述为[21]

$$L=R*1-\frac{1}{2}*d\phi\cdot d\phi-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\boldsymbol{a}_i\cdot\phi}*F_i\wedge F_i. \tag{14}$$

这里 $F_i=\mathrm{d}A_i$ 是二形式场强, $\boldsymbol{a}_i$ 是耦合常矢量, 并满足下面关系:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{a}_i&=\frac{1}{6}(n-2)\left(n^2+2n+3\right),\\ \boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{a}_{i+1}&=-\frac{1}{12}\left(n^3-n+12\right),\\ \boldsymbol{a}_i\cdot\boldsymbol{a}_j&=-1,\quad(i\neq j-1,j,j+1).\end{aligned} \tag{15}$$

其运动方程满足 SL(n,R) 户田方程, 可以得在四维情况下有解:

$$\mathrm{d}s^2=-\frac{1}{U}f\mathrm{d}{t_s}^2+U\left[f^{-1}\mathrm{d}r^2+r^2\left(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2\right)\right], \tag{16}$$

$$U=(H_1\cdots H_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}},\quad f=1-\frac{2M}{r}, \tag{17}$$

其中 H_i 表示为

$$\begin{aligned}&H_i=\mathcal{H}_i(f)/\gamma_i,\gamma_i=\mathcal{H}_i(f=1),\\ &\mathcal{H}_i=\sum_{k_1<\cdots<k_i}^{n}\frac{d_{k_1\cdots k_i}}{d_{12\cdots i}}f^{k_1+\cdots+k_i-\frac{i(i+1)}{2}},\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}&d_{k_1\cdots k_i}=2M^ic_{k_1}\cdots c_{k_i}\prod_{k_1<\cdots<k_i}(k_i-k_j)^2,\\ &c_{i+1}=-\frac{n-i}{i}\beta_ic_i,\ i=1,\cdots,(n-1),c_1=1.\end{aligned} \tag{19}$$

利用 Painleve 类型[5,10]的坐标变换 $\mathrm{d}t_s=\mathrm{d}t-\sqrt{U^2f^{-2}-Uf^{-1}}\mathrm{d}r$ 消除事件视界处的坐标奇异性, 可以将度规化为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2=&-U^{-1}f\mathrm{d}t^2+2\sqrt{1-U^{-1}f}\mathrm{d}t\mathrm{d}r\\ &+\mathrm{d}r^2+Ur^2\left(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2\right).\end{aligned} \tag{20}$$

考虑静止质量为零的粒子, 它的运动方程为径向类光测地线方程, 考虑粒子自引力时有

$$\dot{r}=1-\sqrt{1-U^{-1}\left[1-\frac{2(M-\omega)}{r}\right]}, \tag{21}$$

其中 ω 是辐射粒子能量. 同样有粒子的辐射率 $\varGamma$ 与经典作用量的虚部 $\mathrm{Im}S$ 的关系 $\varGamma\propto\mathrm{e}^{-2\mathrm{Im}S}$, 从 r_i 到 r_f 穿过事件视界作用虚部可以表示为

$$\mathrm{Im}S=-\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_0^{\omega}\frac{\mathrm{d}r}{\dot{r}}\mathrm{d}\omega'. \tag{22}$$

为计算积分, 定义变量 $z=\sqrt{r-\dfrac{r-2(M-\omega')}{U}}$, 代入 (22) 式有

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}S=&-\mathrm{Im}\int_{r_i}^{r_f}\int_{\sqrt{r-\frac{r-2M}{U}}}^{\sqrt{r-\frac{r-2(M-\omega')}{U}}}\frac{\sqrt{r}\mathrm{d}r}{z-\sqrt{r}}Uz\mathrm{d}z\\ =&\frac{\pi}{2(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}({r_i}^2-{r_f}^2)\\ =&\frac{4\pi}{(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}(M\omega-\omega^2/2).\end{aligned} \tag{23}$$

这里取 $r_i=2M,r_f=2(M-\omega)$. 即黑洞视界处的隧穿辐射率:

$$\varGamma\propto\mathrm{e}^{-2\mathrm{Im}S}=\mathrm{e}^{-\frac{4\pi}{(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}(2M\omega-\omega^2)}=\mathrm{e}^{\Delta S}. \tag{24}$$

同样由文献 [21] 可知 SL(n,R) 户田黑洞的熵 $S=\dfrac{\pi}{(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}r_0^2=\dfrac{4\pi}{(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}M^2$, 相应的霍金温度表示为 $T=\dfrac{(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1})^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}{8\pi Mk}$. 这表示与我们前面的结果一致. 我们也可以从文献 [21] 获得标量场和矢量场的表达式中看出, 将任意一个 β_i 设置为零, 可以减少一个来电荷; 当所有的 β_i 都相等时, 解可以简化为 RN 黑洞; 当所有的 β_i 都等于零时, 解可以简化为施瓦茨黑洞.

4 黑洞信息悖论的讨论

本节我们来讨论 SL(n,R) 户田黑洞的信息丢失问题. 从上两节的计算我们可以看出利用 Parikh 和 Wilczek 提出的隧穿模型计算的黑洞辐射谱并非纯热谱, 而是有一个小的偏离. Zhang 等[24]曾证明非热谱之间存在关联过程, 在此基础上我们对户田黑洞的信息丢失问题做一个简短的说明. 考虑相继辐射两个能量为 ω_1 和 ω_2 中性粒子的概率为

$$\begin{aligned}\Gamma\left(\omega_1,\omega_2\right) &= \Gamma\left(\omega_1\right)\Gamma\left(\omega_2|\omega_1\right) \\ &= \mathrm{e}^{-\Delta\left(\omega_1+\omega_2\right)\left(M-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)} = \Gamma\left(\omega_1+\omega_2\right).\end{aligned} \tag{25}$$

这里定义 $\Delta = \dfrac{8\pi}{\left(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1}\right)^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}$, 其中条件概率 $\Gamma\left(\omega_2|\omega_1\right) = \mathrm{e}^{-\Delta\omega_2\left(M-\omega_1-\frac{\omega_2}{2}\right)}$, 表示当第一个粒子辐射出后, 再测第二个粒子的概率. 很明显

$$\Gamma\left(\omega_1+\omega_2\right) \neq \Gamma\left(\omega_1\right)\Gamma\left(\omega_2\right). \tag{26}$$

这说明黑洞辐射粒子之间不是相互独立的, 而是存在相互关联. 根据香农熵的定义:

$$S\left(\omega_i\right) = -\ln\Gamma\left(\omega_i\right). \tag{27}$$

利用信息论中互信息 $I\left(A:B\right) = S\left(A\right) + S\left(B\right) - S\left(A,B\right)$ 的概念, 可以精确定义 A,B 两个系统之间的关联. 于是可以定义辐射粒子 ω_1,ω_2 之间的关联为

$$I\left(\omega_1:\omega_2\right) = S\left(\omega_1\right) + S\left(\omega_2\right) - S\left(\omega_1,\omega_2\right) = \Delta\omega_1\omega_2. \tag{28}$$

能量为 ω_1 粒子从质量为 M 的黑洞中带走熵为 $S\left(\omega_1\right) = \Delta\omega_1\left(M-\dfrac{\omega_1}{2}\right)$, 当第一个粒子辐射完成后, 第二个能量为 ω_2 粒子带走熵为 $S\left(\omega_2|\omega_1\right) = \Delta\omega_2\left(M-\omega_1-\dfrac{\omega_2}{2}\right)$, 类似的当辐射第 i 个时带走的熵为

$$S\left(\omega_i|\omega_1,\cdots,\omega_{i-1}\right) = \Delta\omega_i\left(M-\sum_{n=1}^{i-1}\omega_n-\frac{\omega_i}{2}\right). \tag{29}$$

假设当黑洞蒸发完是共有 N 个辐射粒子, 即 $\sum_{i=1}^{N}\omega_i = M$, 这些粒子带走的总熵为

$$\begin{aligned}S\left(\omega_1,\cdots,\omega_N\right) &= \sum_{i=1}^{N} S\left(\omega_i|\omega_1,\cdots,\omega_{i-1}\right) \\ &= \Delta\left[\left(\sum_{i=1}^{N}\omega_i\right)M - \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N}\omega_i\right)^2\right] = \frac{\Delta M^2}{2}.\end{aligned} \tag{30}$$

正好等于 $\mathrm{SL}\left(n,R\right)$ 户田黑洞的熵 $S = \dfrac{4\pi}{\left(\gamma_1\cdots\gamma_{n-1}\right)^{\frac{12}{n(n^2-1)}}}M^2$, 这表明黑洞在辐射过程中熵是保持守恒的, 也即信息是守恒的. 而引起这个熵守恒的原因正是由于黑洞辐射之间的关联, 其的产生机制, 以及关联的方式如何尚存在问题. 或许当前研究的 Page 曲线和量子纠缠能给出具体回答[25,26].

5 结 论

本文研究了 $\mathrm{SL}\left(n,R\right)$ 户田黑洞的霍金辐射可以作为一种量子隧穿效应. 当粒子穿过黑洞时, 由于能量守恒, 黑洞将改变其质量, 并导致尺寸收缩. 因此, 背景度量是动态的, 势垒是由粒子的自引力作用产生的. 计算表明, 在 $\mathrm{SL}\left(n,R\right)$ 户田黑洞时空中, 粒子通过事件视界的隧穿概率取决于粒子出射前后黑洞熵的变化, 我们计算结果也再一次支持 Parikh 和 Wilczek 提出的隧穿模型. 我们在这种半经典图像的基础上, 利用香农熵定义对 $\mathrm{SL}\left(n,R\right)$ 户田黑洞信息悖论作了具体的计算, 发现由黑洞辐射粒子之间的关联能够携带信息并维持黑洞信息的守恒. 这种关联的具体来源, 以及产生机制还有待进一步的研究.

参考文献

[1] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199

[2] Hawking S W 1976 *Phys. Rev. D* **14** 2460

[3] Almheiri A, Marolf D, Polchinski J, Sully J 2013 *J. High Energy Phys.* **2013** 062

[4] Unruh W G, Wald R M 2017 *Rep. Prog. Phys.* **80** 092002

[5] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042

[6] Parikh M K 2004 *Int. J. Mod. Phys. D* **13** 2355

[7] Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Phys. Lett. B* **638** 110

[8] Hemming S, Keski-Vakkuri E 2001 *Phys. Rev. D* **64** 044006

[9] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2007 *Phys. Rev. D* **75** 064029

[10] Painlevé P 1921 *C. R. Acad. Sci. Paris* **173** 677

[11] Shankaranarayanan S, Padmanabhan T, Srinivasan K 2002 *Classical Quantum Gravity* **19** 2671

[12] Srinivasan K, Padmanabhan T 1999 *Phys. Rev. D* **60** 24007

[13] Kerner R, Mann R B 2008 *Classical Quantum Gravity* **25** 095014

[14] Kerner R, Mann R B 2008 *Phys. Lett. B* **665** 277

[15] Li R, Ren J R, Wei S W 2008 *Classical Quantum Gravity* **25** 125016

[16] Criscienzo R D, Vanzo L 2008 *Europhys. Lett.* **82** 60001

[17] Lin K, Yang S Z 2009 *Int. J. Theor. Phys.* **48** 2061

[18] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Rev. D* **79** 064035

[19] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Lett. B* **674** 127

[20] Lin K, Yang S Z 2011 *Chin. Phys. B* **20** 110403

[21] Lu H, Yang W 2013 *Classical Quantum Gravity* **30** 3187

[22] Gibbons G W, Wiltshire D L 1987 *Annals Phys.* **167** 201

[23] Lu H, Pope C N 1997 *Int. J. Mod. Phys.* **12** 2061

[24] Zhang B, Cai Q Y, You L, Zhan M S 2012 *Phys. Lett. B* **675** 98

[25] Peng C, Yang A 2021 *Phys. Rev. D* **103** 126020

[26] Harlow D 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 15002

Tunneling effect of SL (n, R) Toda black hole*

Yang Wei †

(*College of Science, Guilin University of Technology, Guilin* 541004, *China*)

(Received 15 July 2022; revised manuscript received 14 August 2022)

Abstract

The SL(n,R) Toda black hole is an ideal field for us to study black hole physics because of its excellent mathematical structure and high symmetry. This work is mainly to study the Hawking radiation of SL(n,R) Toda black hole and and the problem about its related black hole information loss . For simplicity, we only consider the Hawking radiation by calculating the tunneling effect of particles with zero rest mass near the event horizon under the four-dimensional static spherical symmetric SL(n,R) Toda black hole. In the process of particle tunneling through the event horizon of the black hole, due to the conservation of energy, the mass of black hole will be changed, which will cause the event horizon to shrink. Therefore, the reaction of tunneling particles to the background space-time leads to the dynamic change of spacetime metric, that is, the self-gravitational action of the particles generates the tunneling barrier. The tunneling probability of the particle passing through the event horizon depends on the change of the black hole entropy before and after the particle exits. Under certain conditions, our results are consistent with those of RN black holes and Schwartz black holes, and the calculation results once again support the tunneling model proposed by Parikh and Wilczek. This semi-classical image shows that the new black hole radiation spectrum is not a pure heat spectrum, but there is a small deviation from the pure thermal spectrum. From the knowledge of probability theory, it can be proved that there is a correlation process between non-thermal spectra. According to the Shannon entropy definition, the black hole entropy is analogous to Shannon information entropy. We calculate the SL(n,R) Toda black hole information paradox, and find that the correlation between the particles emitted from black hole can carry information and keep the information of black hole unchanged. The specific source of this correlation, as well as the generation mechanism, remains to be further studied. The research on the problem about black hole information loss reveals that information conservation remains true when gravitational correlations among Hawking radiations are properly taken into account. Information conservation principle thus states that the Hawking radiation is unitary, which shows that the dynamics of a black hole obeys the laws of quantum mechanics. Since a black hole is a result of general relativity, the unitarity of a black hole definitely indicates the possibility of a unified gravity and quantum mechanics.

Keywords: Hawking radiation, tunneling effect, event horizon

PACS: 04.70.Dy, 03.65.Nk, 03.65.Sq **DOI:** 10.7498/aps.72.20221415

* Project supported by the Guangxi Scientific Program Foundation, China (Grant No. 2020AC20014), and the Scientific Research Foundation of Guilin University of Technology, China (Grant No. GUTQDJJ2019206).

† Corresponding author. E-mail: weiyang@glut.edu.cn

物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS