

非保守力作用下二维耦合布朗粒子的定向运输*

刘艳艳¹⁾ 孙佳明¹⁾ 范黎明¹⁾ 高天附^{1)†} 郑志刚^{2)‡}

1) (沈阳师范大学物理科学与技术学院, 沈阳 110034)

2) (华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

(2022年9月5日收到; 2022年11月17日收到修改稿)

本文主要研究二维耦合布朗粒子在非保守外力作用下的定向运输问题. 研究发现, 非保守外力有促进二维耦合棘轮定向运输的效果. 同时, 在保守力(弹簧弹力)和非保守外力的相互协作与竞争中耦合布朗粒子的反向运输能够获得增强. 特别地, 随着弹簧原长或弹性系数的改变, 二维耦合布朗粒子的定向运动都能够产生反向, 这意味着耦合作用能够诱导二维布朗棘轮流反转的产生. 实验上, 通过选取不同种类的外力(保守力及非保守力), 能够对二维耦合布朗粒子的分离技术提供新的方案.

关键词: 布朗粒子, 非保守力, 平均速度, 流反转**PACS:** 05.40.-a, 02.50.-r, 05.60.-k**DOI:** 10.7498/aps.72.20221741

1 引言

近年来, 生物分子马达得到了广泛关注. 生物分子马达是将化学能转化为机械能的生物大分子, 其尺寸只有几纳米或数十个纳米, 是人类长期梦寐以求的生物纳米机器^[1]. 研究表明, 生物体内所有的基本过程分子马达都有参与, 例如基因的复制、转录、翻译、分裂与合成等都与分子马达的定向运动密不可分^[2]. 目前, 研究还发现很多已知蛋白酶的本质也是分子马达, 例如 RNA 聚合酶^[3]. 在生物体内, 分子马达能够利用 ATP 水解释放的能量实现自身的定向运动^[4,5]. 常见的细胞运动、肌肉收缩和信号传导等都是通过马达蛋白沿细丝上的定向运动来完成^[6]. 由于分子马达十分灵活且工作时所需的空間很小, 因此马达可以自由地在血浆中做定向运动. 医学上还能做到不开刀便能实现排除体内肿瘤的目标^[7]. 在人造纳米器件方面, 分子马达

的能量转化效率非常高, 野生型驱动马达的能量利用率高达 70% 左右, 旋转 ATP 合酶更是接近 100%^[8]. 因此, 生物分子马达的研究在众多领域都有着广泛的应用前景.

为了深入研究生物分子马达的定向运动, 人们根据布朗运动理论构建了不同类型的布朗棘轮模型, 如闪烁棘轮、闭环控制棘轮等^[9-14]. 然而, 近年来大量理论研究主要集中在保守力对布朗粒子定向运动的影响. 例如吴魏霞和郑志刚^[15]建立了保守力作用下的弹性耦合棘轮, 得到了定向流对保守力的驱动频率具有选择性且随驱动频率的增大而减小; 吴魏霞等^[16]通过研究保守力作用下耦合粒子的定向运动, 得到了棘轮平均速度对正弦形式保守力的驱动强度具有较强的依赖性; 谢天婷等^[17]讨论了非对称周期中布朗粒子的定向运输问题, 发现粒子的速度随保守力变化周期的改变呈现广义共振现象, 且进一步得到了保守力频率的变化能使棘轮的运输达到最强. 值得指出的是, 上述讨论的

* 国家自然科学基金(批准号:11875135, 11347003)、辽宁省高等学校基本科研基金项目(批准号: LJKMZ20221478)、沈阳师范大学高层次人才支持计划和沈阳师范大学研究生教育教学改革研究一般项目(批准号: YJSJG320210100)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tianfugao@synu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: zgzheng@hqu.edu.cn

布朗棘轮都是不同形式保守力对棘轮定向运输的影响,也就是说大部分讨论的都是类似于恒力、弹力或者简谐力等保守力对布朗粒子定向运输的影响^[18].然而,在非保守力作用下棘轮系统能否产生定向运动,其运输结果如何,目前仍少有研究.物理上,非保守力是沿闭合路径做功不为零的力,或者说做功依赖于路径^[19],例如摩擦力就是一种非保守力.在生物体内,分子马达由于受到复杂溶液环境的影响,由此马达受到环境非保守力的作用将不可忽视.特别地,生物分子在不同的环境中从有机高分子物质组成的多分子体系,再到细胞的形成,非保守力都参与了马达的物质运输过程.因此,非保守力对生物分子马达的定向运动也会造成影响^[20].早期, Tomé^[21]从理论上研究了保守力和非保守力共同作用下过阻尼布朗粒子的定向运动,发现系统内部的熵产生全部来自于非保守力部分.同时,研究还发现布朗粒子的耗散功率也来源于非保守力部分.随后在 2013 年, Ai 等^[22]进一步研究了非保守力作用下布朗粒子的定向运动,发现非保守力不仅会影响布朗粒子的运动速度,还会影响布朗粒子的运动方向.因此,对非保守力作用下布朗棘轮定向运输的研究更具实际意义.

此外,需要说明的是,早期关于布朗棘轮模型的研究考虑的外势大都是一维情况.例如 Li 等^[23]建立了非对称周期势中的双温棘轮,研究得到外势的不对称系数能够引起粒子流的反转. Romanczuk 等^[24]通过建立一维耦合布朗马达模型,得到了一维常力可以促进布朗粒子的平均速度. Wang 等^[25]通过建立一维耦合摇摆棘轮,得到耦合强度对布朗粒子速度的影响总是非单调的.由于生物体内的复杂环境,生物分子马达受到环境的影响并不总是恒定的,进而生物体内的物质输送过程将会通过不同方向的不同种外力的相互协作来实现^[26–28].这些事实说明只考虑一维情况对分子马达定向运动的影响还不够完善.随着理论研究的深入,近年来多维问题尤其是二维问题越来越被关注.因此,研究二维棘轮中布朗粒子的定向运输问题更具实际意义.特别地,对于二维问题,如粒子运动的两个方向分别受到不同种类的外力作用,耦合粒子如何做定向运动,其定向运输结果如何这是本文讨论的重点.

本文主要研究了不同种类外力,如保守力以及非保守外力作用下二维布朗粒子的定向运输问题.

分析了非保守外力、弹性系数、弹簧原长等参量作用下耦合布朗棘轮的定向运输情况.研究发现,一定条件下非保守外力参量 a 有促进耦合棘轮定向运输的作用,这也意味着合适的非保守外力能使耦合布朗粒子的速度达到极大值.随着弹簧原长 L 的增大,耦合粒子的定向运动能够产生反转.因此,通过对弹簧形状的改变能够控制二维棘轮的运输方向.本文所得结论可以为实验上非保守力的选择与应用提供新的思路,特别地通过选取不同种类的外力(保守力及非保守力),可对粒子的分离技术提供新的启发与方案.

2 二维耦合布朗棘轮模型

本文通过构建二维耦合布朗棘轮模型,主要研究不同种类外力如保守力以及非保守力作用下过阻尼布朗粒子的定向运输问题.耦合布朗粒子主要受外势 $V(x_i, y_i)$ 、相互作用势 $U(x_i, y_i)$ 、非保守外力 $F(x_i, y_i)$ 以及热噪声的共同作用.由此,二维耦合朗之万方程可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = -\frac{\partial V(x_i, y_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial x_i} \\ \quad + F_x(x_i, y_i) + \sqrt{2D}\xi_{xi}(t), \\ \dot{y}_i = -\frac{\partial V(x_i, y_i)}{\partial y_i} - \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial y_i} \\ \quad + F_y(x_i, y_i) + \sqrt{2D}\xi_{yi}(t). \end{cases} \quad (1)$$

在 t 时刻,第 i 个粒子的位置为 $\mathbf{r}_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$.此外, $\xi_i(t)$ 是高斯白噪声, D 为噪声强度,满足关系 $D = k_B T$. k_B 是玻尔兹曼常量, T 为环境温度.同时,每个方向上的噪声还满足以下形式的统计关系:

$$\begin{aligned} \langle \xi_i(t) \rangle &= 0, \\ \langle \xi_i(t)\xi_j(t') \rangle &= \delta_{ij}\delta(t-t')(i, j = x, y). \end{aligned} \quad (2)$$

(1) 式中,等式右边第一项 $-\frac{\partial V(x_i, y_i)}{\partial x_i}$ 和 $-\frac{\partial V(x_i, y_i)}{\partial y_i}$ 分别表示第 i 个布朗粒子受到不同方向的外势作用.本研究中,布朗粒子被限制在二维周期势中运动,并且外势结构具有空间不对称的特点.在二维势场 $V(x_i, y_i)$ 中,耦合粒子受到变化的外势可由下式描述^[29]:

$$V(x_i, y_i) = \frac{1}{2}y_i^2 - \frac{1}{2}\sin(x_i)y_i^2. \quad (3)$$

在二维势场 $V(x_i, y_i)$ 中, 由 (3) 式描述的外势结构示意图如图 1 所示. 从图 1 中可以看到, 外势 V 在 x 方向上是周期的, 在 y 方向上是抛物型的. 由此, 通过调整两个方向的势垒高度便可对耦合布朗粒子的定向运动产生影响. 通过数值计算还可以得到外势 V 在 x 方向和 y 方向的周期长度都等于 2π .

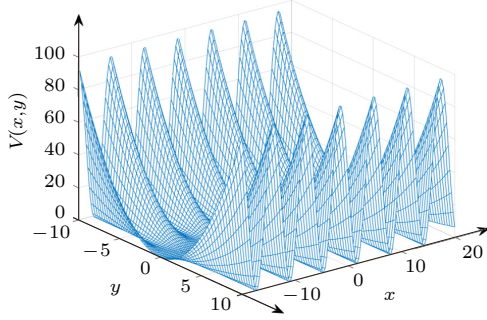


图 1 二维棘轮外势 $V(x, y)$ 的结构示意图

Fig. 1. The schematic diagram of two-dimensional ratchet potential $V(x, y)$.

(1) 式中, U 表示耦合布朗粒子的相互作用势, 其表述如下:

$$U = \frac{1}{2}k[\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\| - L]^2. \quad (4)$$

其中, k 为弹簧的弹性系数, 通常称为耦合强度, 耦合自由长度由 L 表示. 由此, $-\frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial x_i}$ 和 $-\frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial y_i}$ 表示耦合粒子间的相互作用.

特别地, 在 (1) 式中 F_x 和 F_y 分别代表第 i 个布朗粒子受到的不同方向的非保守外力. 在生物体内, 分子马达由于受到不同种类、不同方向的外力及噪声的影响, 因而能够产生定向运动. 本文采用 Zhou 模型^[30] 中的非保守外力对二维耦合布朗粒子进行深入研究, 其形式为

$$\begin{cases} F_x(x_i, y_i) = a \sin(ax_i + by_i), \\ F_y(x_i, y_i) = b \sin(ax_i + by_i). \end{cases} \quad (5)$$

其中, a 和 b 是非保守力参数, 根据 Zhou 的模型知二者的关系为 $b = \sqrt{1 - a^2}$. 物理上, 要使参量 b 有意义, 则 a 的取值范围是 $0-1$. 根据 (5) 式, 非保守外力 $F(x_i, y_i)$ 的结构示意图如图 2 所示. 可以发现, 在 x 方向和 y 方向上非保守外力 F_x 和 F_y 都具有周期性.

将 (4) 式和 (5) 式分别代入方程 (1) 中并进行简单的整理, 则二维朗之万方程可进一步化简为

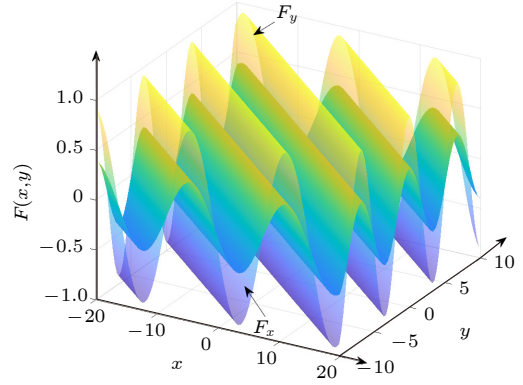


图 2 非保守外力 F_x 和 F_y 的结构示意图, 非保守力参量 $a = 0.4$

Fig. 2. The schematic diagram of non-conservative forces F_x and F_y , where non-conservative force parameter $a = 0.4$.

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = \frac{1}{2}y_i^2 \cos(x_i) - \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial x_i} \\ \quad + a \sin(ax_i + by_i) + \sqrt{2D}\xi_{x_i}(t), \\ \frac{dy_i}{dt} = -y_i + y_i \sin(x_i) - \frac{\partial U(x_i, y_i)}{\partial y_i} \\ \quad + b \sin(ax_i + by_i) + \sqrt{2D}\xi_{y_i}(t). \end{cases} \quad (6)$$

为了深入研究非保守外力对二维棘轮中过阻尼布朗粒子定向运动的影响, 本文采用耦合粒子的平均速度来研究棘轮的定向输运问题. 由于 x 方向粒子的速度 V_x 将会导致棘轮整体运动方向的改变, 即粒子流的正负问题. 因此, 布朗粒子的定向运动问题文中采用二维耦合粒子在 x 方向的投影, 即 x 方向的速度 V_x 进行研究. 在长时间的统计平均下, V_x 的统计平均值 $\langle V_x \rangle$ 可由如下公式得到:

$$\langle v_x \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{Nt} \sum_{i=1}^N \int_0^t \dot{x}_i(t) dt, \quad (7)$$

式中, $\langle \cdot \rangle$ 代表系综平均, t 为耦合粒子的演化时间^[31].

本文采用二阶龙格-库塔算法进行数值计算. 为了得到稳定的系综平均值, 数值计算步长取 $h = 1 \times 10^{-3}$, 并模拟了 8×10^3 个轨道, 取粒子数 $N = 2$. 本文所有物理量已采用无量纲化处理.

3 结果与讨论

本文主要讨论二维耦合布朗粒子的定向输运

随非保守外力等参量的变化行为. 如前文所述, 要使非保守力参量 $b = \sqrt{1 - a^2}$ 有意义, 参量 a 的变化范围只能取 $0 - 1$. 由此, 图 3 给出了不同弹簧原长 L 下过阻尼布朗粒子的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随非保守力参量 a 的变化曲线. 从图 3 可以看到, 当非保守力参量 $a < 0.8$ 时, 不同 L 下耦合粒子的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 在非保守力参量较大的变化范围内变化都不大, 也就是说非保守力参数对布朗粒子平均速度的影响较小. 产生上述现象的原因可通过定性的数学分析进行解释. 根据非保守外力表达式 (6), 图 4 给出在一定条件下, F_x 随参数 a 的变化关系. 从图 4 可以看到, 在 $a < 0.8$ 范围内, 非保守力 F_x 的变化相对缓慢且其值也相对较小, 这一现象表明耦合粒子受到 x 方向非保守外力的影响较小, 进而导致耦合布朗粒子平均速度 $\langle V_x \rangle$ 的变化也相对较小. 然而, 当 $a > 0.8$ 后, 从图 4 可以发现耦合粒子所受的非保守外力 F_x 快速增大. 此时, 当弹簧原长 $L = 1, 2$ 时, 由于耦合作用相对较小, 棘轮的非保守力 F_x 将占主导因素, 因此如图 3 所示耦合粒子的 $\langle V_x \rangle$ 随 a 的变化能够快速增大且其输运能够达到最强. 然而, 随着弹簧原长 L 的继续增大, 如当弹簧原长 $L = 2.2, 3, 4$ 时, 布朗粒子平均速度的变化相对较小. 根据 (5) 式不难发现, 随着 L 的增大粒子间的耦合作用相对变强, 进而导致非保守力的影响逐渐减小, 因此如图 3 所示, 当 $a > 0.8$ 后, $L = 2.2, 3, 4$ 时二维耦合棘轮的输运效果相对减弱. 研究还发现, 对于一定的非保守外力参量 a , 随着弹簧原长 L 的增大, 耦合布朗棘轮的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 逐渐减小. 更有趣的是, 当 $L > 2$ 后, 二维耦合布朗粒子的平均速度大体呈现 $\langle V_x \rangle < 0$, 这一结果表明弹簧原长能够诱导耦合棘轮的流反转. 关于弹簧原长 L 对耦合粒子的影响, 下文还有更详细的讨论. 由此可见, 非保守外力参量 a 有促进耦合棘轮定向输运的效果.

为进一步分析弹簧原长对耦合布朗粒子定向运动的影响, 图 5 给出了不同热噪声强度 D 下过阻尼布朗粒子的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随弹簧原长 L 的变化关系. 从图 5 可以发现, 不同噪声强度下二维耦合粒子的平均速度随 L 的改变都能产生一个峰值. 这一结果表明在相对较小的弹簧原长范围内, 合适的弹簧原长能够促进二维耦合布朗粒子的定向运动. 产生上述现象的原因可以把二维耦合布朗粒子看作具有两个“脚”的弹性马达进行分析. 随着弹簧原长的增大, 生物分子马达的运动步长相应变大,

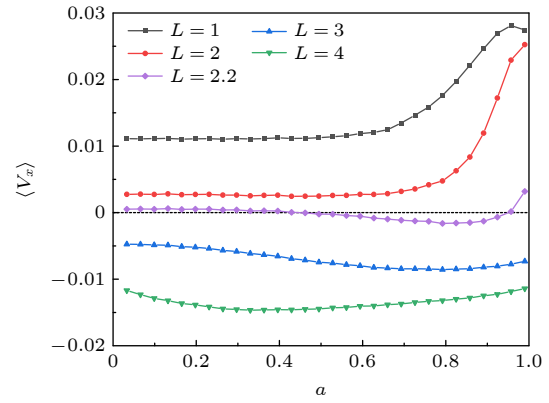


图 3 不同弹簧原长 L 下平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随非保守力参数 a 的变化曲线, 其中 $D = 0.1, k = 2$

Fig. 3. The curves of the mean velocity $\langle V_x \rangle$ varying with the non-conservative force parameter a under different original length of the spring L , where $D = 0.1, k = 2$.

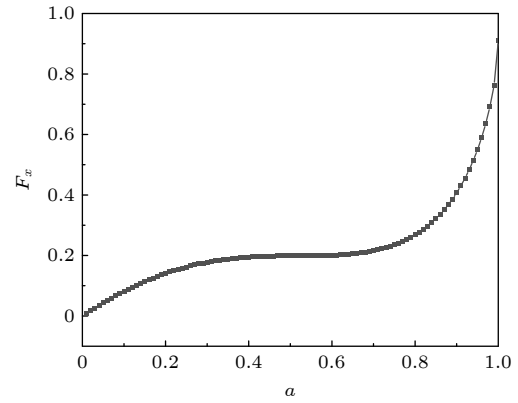


图 4 非保守力 F_x 随参数 a 的变化曲线

Fig. 4. The curve of the non-conservative force F_x varying with the parameter a .

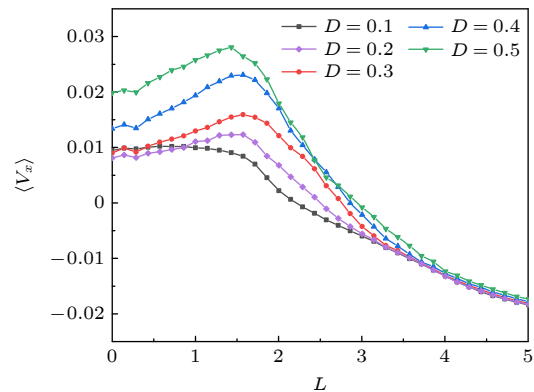


图 5 不同噪声强度 D 下平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随弹簧原长 L 的变化曲线, 其中 $a = 0.4, k = 2$

Fig. 5. The curves of the mean velocity $\langle V_x \rangle$ varying with the original length of the spring L under different noise intensity D , where $a = 0.4, k = 2$.

因此马达移动的速度也会增大. 然而, 二维耦合马达的定向运动速度并不会随 L 的增大无限的增大. 如肌球蛋白马达, 当运动步长增大到一定程度后, 马达的速度开始逐渐减小^[16]. 这意味着在弹簧原长 L 和热噪声强度 D 这两个因子相互协作和竞争作用下, 耦合布朗粒子的定向运动将被促进或抑制, 进而速度能够产生极大值. 此外, 随着热噪声的改变, 一定条件下耦合布朗粒子的平均速度也会随之变大. 值得关注的是, 当弹簧原长 L 在小于 3 的范围内, 布朗粒子的平均速度大都呈现 $\langle V_x \rangle > 0$; 当 $L > 3$ 后, 布朗粒子的平均速度呈现 $\langle V_x \rangle < 0$, 表明二维耦合棘轮产生了流反转现象. 因此, 通过增加弹簧原长 L 还能够促进二维耦合布朗粒子的流反转. 产生上述流反转现象的原因可通过如图 6 的耦合粒子位置随时间的演化图像进行分析. 从图 6 可以看到, 如当 $L = 3.5$ 时, 粒子 2 是朝 x 的负方向运动的, 并且其位移 (t_2 时刻与 t_1 时刻位置之差) 在长时间的演化范围内大体呈现小于零的情形. 同理, 对于粒子 1, 在较长时间的演化范围内其位移也大体为负值. 因此, 耦合粒子的平均速度能够呈现 $\langle V_x \rangle < 0$ 的情况. 这一结果更进一步验证了图 3 流反转的结论. 综上所述, 在合适的弹簧原长 L 与热噪声 D 的共同作用下, 二维耦合布朗棘轮的定向输运能够获得增强.

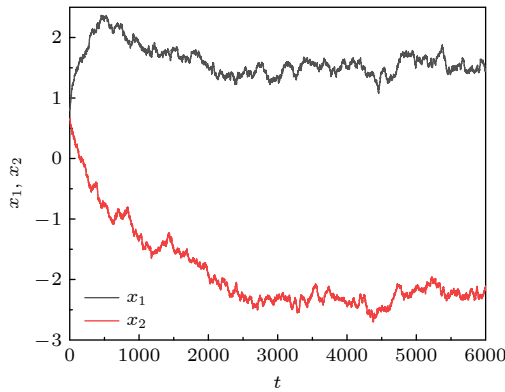


图 6 耦合粒子的位置随时间演化图像, 其中 $a = 0.4$, $k = 2$, $L = 3.5$, $D = 0.1$
 Fig. 6. Trajectories for the coupled particles as a function of time, where $a = 0.4$, $k = 2$, $L = 3.5$, $D = 0.1$.

图 5 的研究结果已表明, 噪声强度对耦合棘轮的定向输运也能产生影响, 为进一步分析热噪声的作用, 图 7 给出了不同耦合强度下平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随噪声强度 D 的变化关系. 研究发现, 平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随噪声强度 D 的变化先增大后减小, 也就是说二维

耦合布朗棘轮的输运有峰值的产生. 如图 7 所示, 当 $D < 0.75$ 时, 平均速度随噪声强度的增大而增大, 此时说明合适的噪声强度 (外界的随机扰动) 能够促进二维耦合布朗粒子的定向运动. 然而, 当热噪声强度较大时 ($D > 0.75$), 由于外界的随机涨落相对较大, 二维耦合布朗粒子很难继续产生定向运动, 因此棘轮定向输运的效果开始逐渐减弱直至零. 特别地, 图 7 还清楚地显示出对于不同的耦合强度平均速度 $\langle V_x \rangle$ 的极大值几乎都出现在相同噪声强度 $D = 0.75$ 附近. 这一现象表明二维耦合布朗粒子的平均速度随噪声强度的变化能够产生随机共振行为, 该结论与文献 [15] 所得结果一致. 由此可见, 合适的热噪声强度也能增强二维耦合布朗棘轮的定向输运效果.

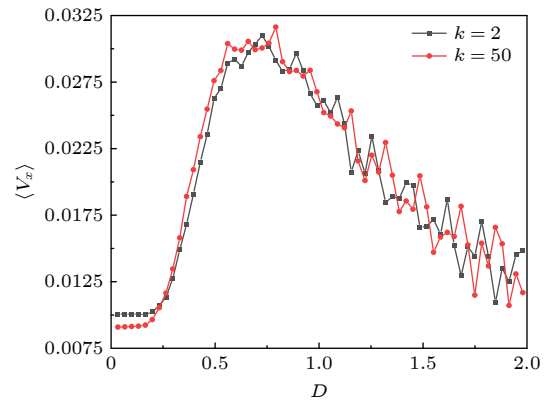


图 7 不同耦合强度下平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随热噪声 D 的变化曲线, 其中 $a = 0.4$, $L = 1$
 Fig. 7. The curves of the mean velocity $\langle V_x \rangle$ varying with the noise D under different coupling strength, where $a = 0.4$, $L = 1$.

为了进一步研究不同种类外力 (保守力与非保守力) 对二维相互作用布朗粒子定向运动的影响, 本文又研究了不同非保守外力下过阻尼布朗粒子的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随弹性系数 k 的变化关系, 如图 8 所示. 从图 8 可以发现, 在耦合作用下布朗粒子的平均速度大体呈现 $\langle V_x \rangle < 0$. 产生速度小于零的原因可通过如图 9 的耦合粒子位置随时间的演化图像进行分析. 根据图 6 类似的分析方法, 粒子 2 的位移在长时间的演化范围内大体呈现小于零的情形, 且其位移变化的绝对值相对较大. 对于粒子 1, 虽然出现位移大于零的情形, 但其位移变化的绝对值相对较小. 因此, 两个耦合粒子的平均速度仍然呈现 $\langle V_x \rangle < 0$ 现象. 同时, 从图 8 还可以发现, 在 k 的变化过程中二维耦合棘轮的速度还会产生一个

波谷. 速度产生极小值的原因可以理解为: 在小耦合强度下, 两个布朗粒子近似独立, 此时, 由于弹性系数 k 较小, 布朗粒子的耦合强度相对较弱, 因此 $\langle V_x \rangle$ 较小. 然而, 当弹性系数 k 增大时, 耦合作用变强, 两个耦合粒子可近似看作一个硬杆, 进而速度的绝对值也会相对较小. 所以只有合适的耦合强度才能够促进二维耦合布朗粒子的反向输运. 特别地, 随着弹性系数 k 的继续增大, 耦合布朗粒子的平均速度 $\langle V_x \rangle$ 继续反向减小且最终达到的稳定值都能够实现大于零 (部分未显示). 这一结果表明耦合作用能够诱导二维棘轮流反转的产生, 该结果与图 5 的流反转现象类似. 从图 8 还可以发现, 二维棘流的平均速度整体上随非保守力参量 a 的增大而上移 (反向减小), 并且非保守外力参量越大, 平均

速度 $\langle V_x \rangle$ 小于 0 的区域越小. 因此可以得到, 在非保守力 (F) 与保守力 (弹簧弹力) 的相互协作与竞争中能够促进二维棘轮的反向输运, 且二维棘轮流耦合强度 (保守力) 的变化还能够产生两次流反转现象.

4 结 论

本文研究了二维不对称棘轮中非保守力以及耦合作用下过阻尼布朗粒子的定向输运问题, 并详细讨论了非保守力参量、弹性系数、弹簧原长以及噪声强度等因素对二维耦合布朗粒子定向输运的影响. 结果表明, 非保守外力参量 a 有促进耦合棘轮定向输运的作用, 这意味着合适的非保守外力能使二维耦合布朗粒子的平均速度达到极大值. 同时, 随着弹簧原长 L 的改变, 耦合布朗粒子的定向运动能够产生反向. 因此, 通过对弹簧形状的改变能控制二维耦合棘轮的输运方向. 此外, 合适的噪声强度 (随机涨落) 能使耦合棘轮的定向输运达到最强. 在最新的理论研究中, Luo 等对强混沌引起的负迁移率 (negative mobility) 进行了系统研究, 得到噪声强度还可以诱导负迁移率的产生. 特别地, 在适当的条件下通过增强或减弱噪声强度, 还可以导致负迁移率的消失 [32]. 同时, 在保守力 (弹簧弹力) 和非保守外力 (F) 的共同作用下也能够增强耦合布朗粒子的反向输运. 特别地, 随着弹性系数的变化, 耦合布朗粒子的平均速度也能够产生反向, 该结论进一步表明耦合作用能够诱导二维布朗棘轮流反转的产生. 近年来, 关于反向输运最新的实验研究中, 如 He 研究的尘埃等离子体系统取得了重要进展. 他们通过设计不对称棘轮结构, 实现了等离子体环境中尘埃颗粒的可控性整流, 从而实现尘埃等离子体体系中颗粒的操控与反转 [33]. 本文所得结论不仅可为生物分子马达的定向输运提供理论参考, 同时也可为非保守力的实验应用提供新的启发. 实验上通过选取不同类型的外力 (保守力及非保守力), 能对二维耦合布朗粒子的分离技术提供新的方案. 在实际应用中, 可将非保守力系统的理论结果应用于微、纳米量级粒子的分离技术上. 例如通过非保守力大小或维数的选择, 可对微、纳米量级粒子进行分离. 同时, 也可对微纳粒子进行有选择性地筛选.

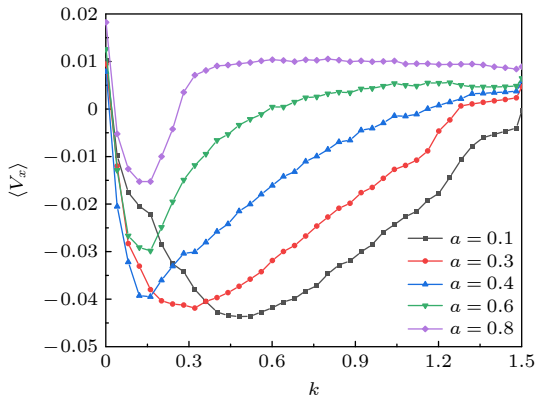


图 8 不同非保守外力参量 a 下平均速度 $\langle V_x \rangle$ 随弹性系数 k 的变化曲线, 其中 $D = 0.1, L = 1$

Fig. 8. The curves of the mean velocity $\langle V_x \rangle$ varying with the spring coefficient k under different non-conservative force parameter a , where $D = 0.1, L = 1$.

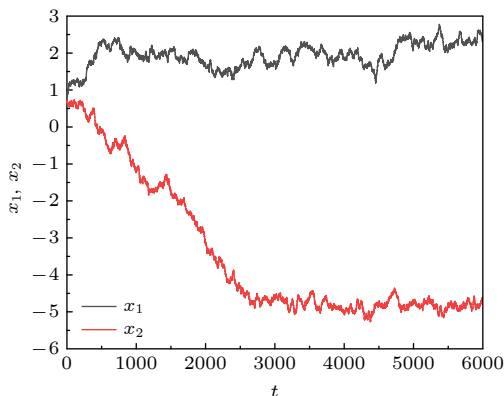


图 9 耦合粒子的位置随时间演化图像, 其中 $a = 0.3, k = 0.3, L = 1, D = 0.1$

Fig. 9. Trajectories for the coupled particles as a function of time, where $a = 0.3, k = 0.3, L = 1, D = 0.1$.

参考文献

- [1] Shu Y G, Ouyang Z C 2007 *Chin. J. Nat.* **5** 249 (in Chinese) [舒咬根, 欧阳钟灿 2007 自然杂志 **5** 249]
- [2] Shu Y G, Ouyang Z C 2007 *Physics* **10** 735 (in Chinese) [舒咬根, 欧阳钟灿 2007 物理 **10** 735]
- [3] National Natural Science Foundation of China, Chinese Academy of Sciences 2020 *Chinese Subject Development Strategy · Soft Condensed Matter Physics* (Part 2) (Beijing: Science Press) p1037 (in Chinese) [国家自然科学基金委员会, 中国科学院 2020 中国学科发展战略·软凝聚态物理学(下) (北京: 科学出版社) 第1037页]
- [4] Wu J, Zhou J, Ai B 2016 *Physica A* **462** 864
- [5] Geng Y Z, Yan S W 2016 *Prog. Phys.* **36** 157 (in Chinese) [耿轶钊, 晏世伟 2016 物理学进展 **36** 157]
- [6] Zhuo Y Z, Zhao T J, Zhan Y 2000 *Physics* **12** 712 (in Chinese) [卓益忠, 赵同军, 展永 2000 物理 **12** 712]
- [7] Shu Y G 2004 *Ph. D. Dissertation* (Xiamen: Xiamen University) (in Chinese) [舒咬根 2004 博士学位论文 (厦门: 厦门大学)]
- [8] Liu F 2011 *M. S. Thesis* (Qinhuangdao: Yanshan University) (in Chinese) [刘芳 2011 硕士学位论文 (秦皇岛: 燕山大学)]
- [9] Van den Heuvel M G L, Dekker C 2007 *Science* **317** 333
- [10] Bartussek R, Hänggi P, Kissner J G 1994 *Eur. Phys. Lett.* **28** 459
- [11] Zhang H W, Wen S T, Zhang H T, Li Y X, Chen G R 2012 *Chin. Phys. B* **21** 078701
- [12] Bao J D, Zhuo Y Z 1998 *Phys. Lett. A* **239** 228
- [13] Doering C R 1995 *Il Nuovo Cimento D* **17** 685
- [14] Bartussek R, Reimann P, Hänggi P 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1166
- [15] Gao T F, Chen J C 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 065002
- [16] Wu W X, Zheng Z G 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 135 (in Chinese) [吴魏霞, 郑志刚 2013 物理学报 **62** 135]
- [17] Wu W X, Song Y L, Han Y R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 17 (in Chinese) [吴魏霞, 宋艳丽, 韩英荣 2015 物理学报 **64** 17]
- [18] Xie T T, Deng K, Luo M K 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 7 (in Chinese) [谢天婷, 邓科, 罗懋康. 2016 物理学报 **65** 7]
- [19] 刘红梅, 汪瑜 2014 物理通报 **10** 129
- [20] 马文蔚 2008 物理学(上册) 第五版 (北京: 高等教育出版社) 第75页
- [21] Tomé T 2010 *Phys. Rev. E* **82** 021120
- [22] Tomé T 2006 *Braz. J. Phys.* **36** 1285
- [23] Ai B Q, Chen Q Y, He Y F, Li F G, Zhong W R 2013 *Phys. Rev. E* **88** 062129
- [24] Li C P, Chen H B, Zheng Z G 2017 *Front. Phys.* **12** 1
- [25] Romanczuk P, Müller F, Schimansky-Geier L 2010 *Phys. Rev. E* **81** 061120
- [26] Wang H Y, Bao J D 2007 *Physica A* **374** 33
- [27] Shubeita G T, Tran S L, Xu J, Vershmin M, Cermelli S, Cotton S L, Welte M A, Gross S P 2008 *Cell* **135** 1098
- [28] Hill D B, Plaza M J, Bonin K, Holzwarth G 2004 *Eur. Biophys. J* **33** 623
- [29] Mallik R, Petrov D, Lex S A, King S J, Gross S P 2005 *Curr. Biol.* **15** 2075
- [30] Bao J D 2001 *Phys. Rev. E* **63** 061112
- [31] Ai B 2017 *Phys. Rev. E* **96** 012131
- [32] Luo Y H, Zeng C H, Ai B Q 2020 *Phys. Rev. E* **102** 042114
- [33] He Y F, Ai B Q, Dai C X 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 075001

Directional transport of two-dimensional coupled Brownian particles subjected to nonconserved forces*

Liu Yan-Yan¹⁾ Sun Jia-Ming¹⁾ Fan Li-Ming¹⁾Gao Tian-Fu^{1)†} Zheng Zhi-Gang^{2)‡}1) (*College of Physical Science and Technology, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China*)2) (*College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China*)

(Received 5 September 2022; revised manuscript received 17 November 2022)

Abstract

In recent years, biomolecular motors have received widespread attention. Biomolecular motors are biological macromolecules that convert chemical energy into mechanical energy. The biomolecular motor is only a few tens of nanometers in size. According to Brownian theory of motion, people have constructed different types of Brownian ratchet models, such as rocking ratchets and closed-loop control ratchets. In previous studies, the directional transportation of Brownian ratchet is affected by conservative forces. These conservative forces include constant force, elastic force or harmonic force. However, whether the ratchet system can produce directional motion under the action of non-conservative forces is still rarely studied. Owing to the complex environment in the organism, for the studies of two-dimensional systems, the transport behavior of molecular motor has not been fully explained. Therefore, it is more practical to study the transport of Brownian particles in a two-dimensional ratchet potential.

The directional transport of two-dimensional Brownian particles subjected to conservative forces and non-conservative forces are studied in this work. It is found that the non-conservative external force has the effect of promoting the directional transport of coupling ratchets. With the change of the free length of the spring and spring coefficient, the average velocity of the coupled particles can be reversed. This means that the coupling effect can induce the inversion of two-dimensional Brownian ratchets. At the same time, the reverse transportation of coupled particles is enhanced under the interaction effect of conservative forces (spring elasticity) and non-conservative external forces. By choosing different kinds of external forces (conserved and non-conserved), in the experiment, it is possible to provide new method of separating two-dimensional coupled Brownian particles.

Keywords: Brownian particles, nonconserved forces, mean velocity, flow reversal

PACS: 05.40.-a, 02.50.-r, 05.60.-k

DOI: [10.7498/aps.72.20221741](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221741)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11875135, 11347003), Basic Scientific Research Project of Colleges in Liaoning Province, China (Grant No. LJKMZ20221478), the High-level Talent Support Program of Shenyang Normal University, China, and the Postgraduate Education Reform Project of Shenyang Normal University, China (Grant No. YJSJG320210100).

† Corresponding author. E-mail: tianfugao@synu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: zgzheng@hqu.edu.cn



非保守力作用下二维耦合布朗粒子的定向输运

刘艳艳 孙佳明 范黎明 高天附 郑志刚

Directional transport of two-dimensional coupled Brownian particles subjected to nonconserved forces

Liu Yan-Yan Sun Jia-Ming Fan Li-Ming Gao Tian-Fu Zheng Zhi-Gang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 040501 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221741

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221741>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

粗糙势中耦合布朗粒子的定向输运性能

Transport performance of coupled Brownian particles in rough ratchet

物理学报. 2019, 68(24): 240501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191203>

摩擦不对称耦合布朗马达的定向输运

Investigation on the directional transportation of coupled Brownian motors with asymmetric friction

物理学报. 2020, 69(10): 100503 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191961>

反馈脉冲棘轮的能量转化效率研究

Energy conversion efficiency of feedback pulsing ratchet

物理学报. 2018, 67(19): 190501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181066>

空间非均匀摩擦棘轮的输运性能

Transport performance of spatial non-uniform friction ratchets

物理学报. 2021, 70(23): 230201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210802>

外加电场作用下的壁面约束衰亡等离子体中带电粒子非平衡输运特性

Non-equilibrium transport of charged particles in a wall-confined decaying plasma under an externally applied electric field

物理学报. 2022, 71(23): 232801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221431>

二维湍流热对流最大速度 Re 数特性及流态突变特征 Re 数

Scaling of Reynolds number based on maximum velocity and characteristic Reynolds number in two-dimensional thermal turbulence convection

物理学报. 2022, 71(19): 194702 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220352>