基于 Fokker-Planck-Landau 碰撞模型的非均匀 尘埃等离子体目标散射特性^{*}

陈伟1)2) 黄海1) 杨利霞1)† 薄勇1) 黄志祥1)

(安徽大学电子信息工程学院,合肥 230601)
 (先进激光技术安徽省实验室,合肥 230037)
 (2022年11月3日收到; 2022年12月10日收到修改稿)

从玻尔兹曼方程出发,推导了全电离非均匀尘埃等离子体的 Fokker-Planck-Landau 碰撞模型下时域有 限差分的迭代表达式.结合尘埃等离子体的碰撞效应和充电效应,得到了 Fokker-Planck-Landau 碰撞模型下 全电离尘埃等离子体的电导率表达式.利用 Z 变换时域有限差分 (Z-FDTD) 法计算了二维情况下尘埃等离子 体涂覆金属钝头锥的雷达散射截面.分析了尘埃粒子密度、尘埃粒子半径、电子密度与尘埃粒子密度比值、 尘埃粒子充电频率以及电磁波的入射角对钝头锥散射特性的影响.结果表明,在全电离空间非均匀尘埃等离 子体中,随着尘埃粒子半径的增大会削弱德拜屏蔽效应,导致雷达散射截面增大;此外,受到尘埃等离子体的 碰撞效应和充电效应产生影响,会对目标的雷达散射截面有较大的影响.这些结果对研究空间非均匀尘埃等 离子体的电磁波散射特性以及近地空间的通信问题提供了理论依据.

关键词: 玻尔兹曼方程, 尘埃等离子体, Z 变换时域有限差分法, 雷达散射截面 PACS: 02.70.Bf, 52.25.Os, 52.27.Lw, 52.40.Kh DOI: 10.7498/aps.72.20222113

1 引 言

尘埃等离子体是尘埃颗粒悬浮于等离子体中 的多粒子体系,一般由自由电子、离子以及尘埃粒 子组成^[1-3].其广泛存在于自然空间和航空航天设 备中,如地球电离层、火箭尾焰以及超高声速飞行 器鞘套等环境中.尘埃粒子会与等离子体中的自由 电子、离子相互作用,使尘埃粒子带电,并显著改 变尘埃等离子体的特性,表现出一些与普通等离子 体不一样的现象,如尘埃声孤波^[4]、尘埃空洞^[5]等. 电磁波会与尘埃等离子体相互作用从而产生电磁 波信号的衰减和相位的变化等严重的影响,出现通 信"黑障"现象⁽⁶⁾,这对飞行器的制导和测控系统非 常不利.通信"黑障"现象的产生涉及到尘埃等离子 体动力学问题和电磁特性的分析与研究,所以研究 尘埃等离子体的散射特性具有重要的意义.

由于尘埃等离子体对电磁波的传播、折射以及 散射有一定的影响,所以研究人员针对尘埃等离子 体的特殊性已经展开了很多研究.Tsytovich^[7] 采 用非线性屏蔽模型证明了当波长小于非线性筛选 的特征筛选长度时,相干性损失就会发生,而非线 性筛选的特征筛选长度通常大于线性德拜筛选长 度,并分析了散射截面对屏蔽非线性参数的依赖关 系.Sotnikov 等^[8] 对飞行器周围湍流存在下的非 均匀等离子体的散射特性进行了研究.Motie 和

© 2023 中国物理学会 Chinese Physical Society

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: U21A20457, 61901004, 61871457, 62071003, 62071353)、先进激光技术安徽省实验室 (批准号: AHL2021KF04)、目标探测与特征提取安徽省重点实验室 (批准号: TRFE2021A001) 和安徽省高校协同创新项目 (批准号: GXXT-2020-050, GXXT-2021-028) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: lixiayang@yeah.net

Bokaeeyan^[9]借助 Krook 模型总结出了射频放电 下尘埃等离子体的扰动分布函数,并且对低压射频 放电和全电离尘埃等离子体在强、弱电场作用下的 尘埃充电过程进行了详细的分析.金铭等^[10]利用 JF10高焓激波风洞开展等离子体包覆目标的电磁 散射测量实验,分析了等离子体鞘套对 C 波段目 标电磁散射特性的影响.郭立新等^[11]通过时域有 限差分 (FDTD)方法研究了弱电离尘埃等离子体 鞘套包覆目标的电磁散射特性.淡荔等^[12,13]结合 玻尔兹曼近似方程对全电离尘埃等离子体模型进 行修正,计算了电磁波在不同等离子体参数下的衰 减系数.国内外对尘埃等离子体的相关特性已经进 行了大量的研究,然而对于非均匀全电离尘埃等离 子体的双站散射特性的研究比较少,因此本文针对 尘埃等离子体的双站散射特性进行了研究.

从玻尔兹曼近似方程出发, 推导出了全电离尘 埃等离子体的 Fokker-Planck-Landau (FPL) 碰撞 模型下 FDTD 的迭代表达式. 结合尘埃等离子体 的碰撞效应和充电效应,得到了 FPL 碰撞模型下 全电离尘埃等离子体的电导率.利用 Z-FDTD 方 法分析了尘埃等离子体涂覆金属钝头锥飞行器的 电磁散射特性, 计算了不同参数下尘埃等离子体涂 覆金属钝头锥的双站雷达散射截面 (RCS), 参数包 括尘埃粒子密度nd、尘埃粒子半径rd、电子密度和 尘埃粒子密度的比值 ne/nd、尘埃粒子的充电频率 $v_{\rm ch}$ 以及电磁波的入射角度 θ .结合数值结果分析了 全电离空间非均匀尘埃等离子体鞘套对电磁波散 射特性的影响,结果表明: nd, rd以及 vch 的增加会 削弱充电效应, θ 的增大会使碰撞效应减弱,充电 效应与碰撞效应减弱都将减少电磁波被尘埃等离 子体吸收的能量,导致 RCS 值增大,同时等离子 体频率会随着电子在尘埃等离子体中的占比减小 而减小,进而减弱尘埃等离子体对电磁波的吸收作 用. 这些研究结果为解决高超声速飞行器与地面之 间的通信问题提供了理论依据.

- 2 FPL 碰撞模型下全电离尘埃等离子体 中性原子模型
- 2.1 碰撞效应对电导率的影响

FPL 碰撞模型下的动理论方程为^[14,15]

$$\frac{\partial f^{(e)}}{\partial t} + \frac{e}{m_{e}} E \cdot \frac{\partial f^{(e)}}{\partial v} = \left(\frac{\partial f^{(e)}}{\partial t}\right)_{\text{FPL}}.$$
 (1)

碰撞项为[16,17]

$$\left(\frac{\partial f^{(e)}}{\partial t}\right)_{\rm FPL} = \frac{n_{\rm i} z_{\rm i} e^4 \ln \Lambda}{8\pi\varepsilon_0 m_{\rm e}^2} \frac{\partial}{\partial \upsilon} \cdot \left\{\frac{\upsilon^2 \boldsymbol{I} - \upsilon \upsilon}{\upsilon^3} \cdot \frac{\partial f^{(e)}(\upsilon)}{\partial \upsilon}\right\} + C_{\rm ee}(f^{(e)}), \tag{2}$$

其中, ε_0 是真空中的介电常数, I是单位张量, $f^{(e)}$ 是电子分布函数, m_e 是电子的质量, E是电场强 度, $v \pi v$ 分别是电子的速率和速度, n_i 是离子密 度, z_i 是离子的带电量, e是电子所带的电荷量, $\ln \Lambda$ 是典型等离子体常数 (其数值在 10—20 内), $C_{ee}(f^{(e)})$ 是电子之间的碰撞因子. 在微扰下, $f^{(e)}$ 可以分解成平衡项 f_0 与扰动项 f_1 之和, 即

$$f^{(e)}(v,t) = f_0(v,t) + f_1(v,t),$$
(3)

其中,

$$f_0(v,t) = n_{\rm e} \left(\frac{m_{\rm e}}{2\pi k_{\rm B} T_{\rm e}}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{\rm e} v^2}{2k_{\rm B} T_{\rm e}}\right).$$
(4)

其中, T_e 是电子温度, n_e 是电子密度, k_B 是玻尔兹 曼常数.由于 $f_0(v,t)$ 远大于 $f_1(v,t)$,同时忽略二 小量阶 Ef_1 ,求得球坐标系下的电子扰动分布函 数为^[16,17]

$$f_1(v) = -\frac{eE_0}{\omega^2 v^3} \frac{2A - i\omega v^3}{m_e} \frac{\partial f_0(v,t)}{\partial v}.$$
 (5)

其中, ω 是角频率, E_0 是电场振幅, $A = \frac{n_i z_i e^4 \ln \Lambda}{8\pi \varepsilon_0 m_e^2}$. 等离子体中电子与离子多次小角度碰撞后产生的 入射电流为

$$j_{\rm e} = e \int_0^\infty v f_1 \mathrm{d}v$$
$$= \frac{\omega_{\rm p}^2 \varepsilon_0 E}{j\omega} + \frac{\sqrt{2} z_{\rm i}^2 \omega_{\rm p}^2 e^4 n_{\rm i} \ln \Lambda E}{12\pi^{3/2} \sqrt{m_{\rm e}} (k_{\rm B} T_{\rm e})^{3/2} \varepsilon_0}, \qquad (6)$$

这里, $\omega_p = (e^2 n_e / \varepsilon_0 m_e)^{1/2}$ 是等离子体频率. 结合 欧姆定理: $j_e = \sigma_e E$, 求得 FPL 碰撞模型下, 无尘 埃全电离等离子体的复电导率为

$$\sigma_{\rm e} = \frac{\omega_{\rm p}^2 \varepsilon_0}{\rm j} - \frac{\sigma_{\rm el}}{\rm (j\omega)^2},\tag{7}$$

其中,

$$\sigma_{\rm e1} = \frac{\sqrt{2}z_{\rm i}^2 \omega_{\rm p}^2 e^4 n_{\rm i} \ln \Lambda}{12\pi^{3/2} \sqrt{m_{\rm e}} (k_{\rm B} T_{\rm e})^{3/2} \varepsilon_0}.$$
 (8)

2.2 充电效应对电导率的影响

基于有限轨道原理,可以得到电子与尘埃粒子 发生碰撞时的碰撞截面为

060201-2

$$\sigma_{\rm e}^{\rm d} = \pi r_{\rm d}^2 \left(1 + \frac{2e\varphi_{\rm d0}}{m_{\rm e}v^2} \right),\tag{9}$$

其中, $\varphi_{d0} = -z_d e / (4\pi \varepsilon_0 r_d)$ 是无扰动下尘埃粒子表面相对背景粒子的电势差, z_d 是尘埃粒子所带电荷数, r_d 是尘埃粒子半径.为了方便计算, 令 $u = [m_e / (2k_B T_e)]^{1/2} v$. 尘埃等离子体中电子与尘埃粒子碰撞后被吸附而产生的充电电流为^[18]

$$\begin{split} I_{\rm e1} &= -e \int_{\upsilon_{\rm min}}^{\infty} \upsilon \cdot f_1\left(\upsilon\right) \sigma_{\rm e}^{\rm d} {\rm d}\upsilon \\ &= \left\{ -\frac{\sigma_{\rm e} \pi r_{\rm d}^2}{\omega^2} {\rm e}^{\frac{e\varphi_{\rm d0}}{k_{\rm B} T_{\rm e}}} - \sigma_{\rm e} \pi r_{\rm d}^2 \frac{2e\varphi_{\rm d0}}{\omega^2 k_{\rm B} T_{\rm e}} \varPhi_3(u_{\rm min}) \right. \\ &\left. + {\rm j} \frac{8e^2 n_{\rm e} \pi r_{\rm d}^2}{3\pi^{1/2} \omega m_{\rm e}} \left[\varPhi_1(u_{\rm min}) + \frac{e\varphi_{\rm d0}}{k_{\rm B} T_{\rm e}} \varPhi_2(u_{\rm min}) \right] \right\} E, \end{split}$$

其中, $v_{\min} = (-2\pi\varphi_{d0}/m_e)^{1/2}$ 为电子可接近尘埃粒 子表面的最小速率. 此外,

$$\Phi_{1}(u_{\min}) = \int_{u_{\min}}^{\infty} u^{4} e^{-u^{2}} du$$

$$= \frac{1}{2}u^{4} e^{-u^{2}} + \frac{3}{4}u^{4} e^{-u^{2}} + \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \left[1 - \operatorname{erf}(u_{\min})\right], \quad (11)$$

$$\Phi_{2}(u_{\min}) = \int_{u_{\min}}^{\infty} u^{2} e^{-u^{2}} du$$

$$= \frac{1}{2}u e^{-u^{2}} + \frac{\sqrt{\pi}}{8} \left[1 - \operatorname{erf}(u_{\min})\right], \quad (12)$$

$$= \frac{1}{2}ue^{-u^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left[1 - \text{erf}(u_{\min})\right], \quad (12)$$

$$\Phi_3(u_{\min}) = \int_{u_{\min}}^{\infty} u^{-1} \mathrm{e}^{-u^2} \mathrm{d}u = \frac{1}{2} E_\mathrm{i}(1, \ u_{\min}^2), \quad (13)$$

$$u_{\min} = \sqrt{-\frac{e\varphi_{d0}}{k_{\rm B}T_{\rm e}}}.$$
 (14)

在 (13) 式中, E_i 是指数积分函数. 令 $I_{e1} = (\sigma_{d1}/\omega^2 + j\chi_{e1}/\omega) E$, 并结合电流连续性定理, 可以得到

$$j_{\rm d} = \frac{\omega}{k} n_{\rm d} \frac{I_{\rm el}}{j\omega + v_{\rm ch}} = \frac{\omega}{k} n_{\rm d} \frac{\sigma_{\rm d1} + j\omega\chi_{\rm el}}{\omega^2(j\omega + v_{\rm ch})} E, \qquad (15)$$

式中, n_d表示尘埃粒子密度, v_{ch}表示尘埃粒子的 充电频率.结合欧姆定律,得到充电效应下的复电 导率为

$$\sigma_{\rm d} = \frac{\omega}{k} n_{\rm d} \left[\frac{\sigma_{\rm d1} + \chi_{\rm e1} j\omega}{\omega^2 (j\omega + v_{\rm ch})} \right], \tag{16}$$

其中,

$$\sigma_{d1} = -\sigma_{e1}\pi r_d^2 e^{\frac{e\varphi_{d0}}{k_B T_e}} - \sigma_{e1}\pi r_d^2 \frac{2e\varphi_{d0}}{k_B T_e} \Phi_3(u_{\min}), \quad (17)$$

$$\chi_{\rm e1} = \frac{8e^2 n_{\rm e} \pi r_{\rm d}^2}{3\pi^{1/2} m_{\rm e}} \left[\Phi_1(u_{\rm min}) + \frac{e\varphi_{\rm d0}}{k_{\rm B} T_{\rm e}} \Phi_2(u_{\rm min}) \right].$$
(18)

结合碰撞效应和充电效应,二者复电导率相加 就是全电离尘埃等离子体总的电导率,即

$$\sigma = \frac{\omega_{\rm p}^2 \varepsilon_0}{j\omega} - \frac{\sigma_{\rm el}}{\left(j\omega\right)^2} + \frac{\omega}{k} n_{\rm d} \left[\frac{\sigma_{\rm d1} + \chi_{\rm e1} j\omega}{\omega^2 (j\omega + v_{\rm ch})} \right].$$
(19)

3 二维尘埃等离子体 Z-FDTD 迭代式 推导

设时域函数 *x*(*t*)的等间隔离散函数序列为 *x*(*n*), 即

$$x(t) = x(n\Delta t). \tag{20}$$

序列x(n)的Z变换定义为

$$Z[x(n)] = X(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}.$$
 (21)

设X(z)和H(z)分别是x(n)和h(n)的Z变换,表示 为 $x(n) \Leftrightarrow X(z), h(n) \Leftrightarrow H(z)$.由Z变换的卷积定 理可知,两个数列积的Z变换等于两个数列各自 Z变换的乘积,再乘以系数 Δt ,即

 $y(n) = x(n) \cdot h(n) \Leftrightarrow Y(z) = \Delta t X(z) \cdot H(z). \quad (22)$

由 Z 变换的移位定理可知,如果移位数列是 由原来的数列经过 m 位移动后形成,则移位数列 的 Z 变换等于原数列的 Z 变换和 z^{-m}的乘积.移 位定理可以表示为

$$z^{-1}X(z) \Leftrightarrow x(n-1), \ \cdots, \ z^{-m}X(z) \Leftrightarrow x(n-m).$$
(23)

采用 FDTD 符号表示, (23) 式可以写为

$$E(z) \Leftrightarrow E^n, z^{-1}E(z) \Leftrightarrow E^{n-1}, z^{-m}E(z) \Leftrightarrow E^{n-m}.$$
(24)

由傅里叶变换可以得到时域导数算子和频域算子 的对应关系, 即 $\partial/\partial t \Rightarrow j\omega$. 在离散时域, 时域函数 的导数采用后向差分近似, 可得

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \simeq \frac{f(n\Delta t) - f[(n-1)\Delta t]}{\Delta t}.$$
 (25)

将 (25) 式右端数列作 Z 变换, 并利用移位定理得

$$Z\left[\frac{f(n) - f(n-1)}{\Delta t}\right] = \frac{F(z) - z^{-1}F(z)}{\Delta t}$$
$$= \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t}F(z), \qquad (26)$$

所以, 时域导数算子、频域算子以及 z 域算子之间 的对应关系为

$$\frac{\partial}{\partial t} \Leftrightarrow \mathbf{j}\omega \Leftrightarrow \frac{1-z^{-1}}{\Delta t}.$$
 (27)

Maxwell 方程和本构关系式为^[19,20]

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{J}, \qquad (28)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t},\tag{29}$$

$$\boldsymbol{J}(\omega) = \sigma \boldsymbol{E}(\omega), \tag{30}$$

其中, E是电场强度, H是磁场强度, J是电流密度, $\varepsilon_0 \pi \mu_0 \beta$ 别是真空中的介电常数和磁导率. 将 σ 代入 (30) 式中得

$$J_{z} = \left\{ \frac{\omega_{p}^{2} \varepsilon_{0}}{j\omega} - \frac{\sigma_{e1}}{(j\omega)^{2}} + \frac{\omega}{k} n_{d} \left[\frac{\sigma_{d1} + \chi_{e1} j\omega}{\omega^{2} (j\omega + v_{ch})} \right] \right\} E_{z}.$$
(31)

根据 *z*域和频域对应关系 (27) 式,可以得到 (31) 式对应的 *z*域表达式:

$$J_{z} = \left[\frac{\omega_{p}^{2}\varepsilon_{0} - A}{1 - z^{-1}} - \frac{(\sigma_{e1} + B)z^{-1}\Delta t}{(1 - z^{-1})^{2}} + \frac{A}{1 - z^{-1}e^{-v_{ch}\Delta t}}\right]E_{z}\Delta t,$$
 (32)

整理可得

$$J_{z}(1-z^{-1})^{2}(1-z^{-1}e^{-v_{ch}\Delta t})$$

$$= \left[(\omega_{p}^{2}\varepsilon_{0}-A)(1-z^{-1})(1-z^{-1}e^{-v_{ch}\Delta t})\right]$$

$$- (\sigma_{e1}+B)(1-z^{-1}e^{-v_{ch}\Delta t})z^{-1}\Delta t$$

$$+ A(1-z^{-1})^{2}E_{z}\Delta t, \qquad (33)$$

其中, $A = cn_d (\chi_{e1}v_{ch} - \sigma_{d1})/v_{ch}^2$, $B = cn_d\sigma_{d1}/v_{ch}$, Δt 是时间步长. 根据 z域和离散时域对应关系和 移位定理 (24) 式,可以将 (33) 式中各项分别进行 替换,于是得到 (33) 式对应的离散时域形式:

$$J_{z}^{n+1/2} = (2 + e^{-v_{ch}\Delta t})J_{z}^{n-1/2} - (1 + 2e^{-v_{ch}\Delta t})J_{z}^{n-3/2} + e^{-v_{ch}\Delta t}J_{z}^{n-5/2} + \varepsilon_{0}\omega_{p}^{2}\Delta t\frac{E_{z}^{n+1} + E_{z}^{n}}{2} - (\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} - A)e^{-v_{ch}\Delta t}\Delta t\frac{E_{z}^{n} + E_{z}^{n-1}}{2} - [\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} + A + (B + \sigma_{e1})\Delta t]\Delta t\frac{E_{z}^{n} + E_{z}^{n-1}}{2} + A\Delta t\frac{E_{z}^{n-1} + E_{z}^{n-2}}{2} + [\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} - A + (B + \sigma_{e1})\Delta t]e^{-v_{ch}\Delta t}\Delta t\frac{E_{z}^{n} + E_{z}^{n-1}}{2}.$$
(34)

对于横磁波 (TM 波), $E_x = E_y = H_z = 0$, 根据二维 TM 波的 Yee 网格分布, 电场分量 **E** 在整数时间 步上, 电流密度 **J** 以及磁场分量 **H** 在半整数时间步上. 则电场 E_z , 磁场 H_x 和 H_y 的 FDTD迭代公式可以表 示为^[21,22]

$$E_z^{n+1} = E_z^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_y^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n+1/2}}{\partial y} \right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} J_z^{n+1/2}, \tag{35}$$

$$H_x^{n+1/2} = H_x^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_z^n}{\partial y},\tag{36}$$

$$H_y^{n+1/2} = H_y^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_z^n}{\partial x}.$$
(37)

将 (35) 式代入 (34) 式, 可以得到 Jz 最终迭代式:

$$J_{z}^{n+1/2} = \frac{(2 + e^{-v_{ch}\Delta t}) J_{z}|_{i,j}^{n-1/2}}{C_{0}} - \frac{(1 + 2e^{-v_{ch}\Delta t}) J_{z}|_{i,j}^{n-3/2}}{C_{0}} + \frac{e^{-v_{ch}\Delta t} J_{z}|_{i,j}^{n-5/2}}{C_{0}} + \varepsilon_{0}\omega_{p}^{2}\Delta t \frac{E_{z}|_{i,j}^{n}}{C_{0}} + \frac{\omega_{p}^{2}\Delta t^{2}}{2C_{0}} \frac{\partial H_{y}}{\partial x}\Big|_{i,j}^{n+1/2} - \frac{\omega_{p}^{2}\Delta t^{2}}{2C_{0}} \frac{\partial H_{x}}{\partial y}\Big|_{i,j}^{n+1/2} - (\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} - A)e^{-v_{ch}\Delta t}\Delta t \frac{E_{z}|_{i,j}^{n} + E_{z}|_{i,j}^{n-1}}{2C_{0}} - [\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} + A + (B + \sigma_{e1})\Delta t]\Delta t \frac{E_{z}|_{i,j}^{n} + E_{z}|_{i,j}^{n-1}}{2C_{0}} + A\Delta t \frac{E_{z}|_{i,j}^{n-1} + E_{z}|_{i,j}^{n-2}}{2C_{0}} + [\varepsilon_{0}\omega_{p}^{2} - A + (B + \sigma_{e1})\Delta t]e^{-v_{ch}\Delta t}\Delta t \frac{E_{z}|_{i,j}^{n-1} + E_{z}|_{i,j}^{n-2}}{2C_{0}},$$

$$(38)$$

其中, $C_0 = 1 + \omega_p^2 \Delta t^2 / 2$.

利用 FDTD 法中近场与远场的外推公式可得 到计算目标在某一方向上的远区散射场 *E*_s(*t*)^[23,24], 通过傅里叶变换,可以得到其对应的频域场 *E*_s(*f*):

$$E_{\rm s}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\rm s}(t) \exp(-j2\pi f t) dt.$$
 (39)

同样,对于入射波 E_i(t)也可以经过傅里叶变换得 到其频域场 E_i(f).因此,二维雷达散射截面的频 域场为

$$\operatorname{RCS}(f) = 10 \lg \left(2\pi r \left| \frac{E_{\rm s}(f)}{E_{\rm i}(f)} \right|^2 \right).$$
(40)

4 金属钝头锥飞行器模型及仿真结果

对 RAM-C 钝头锥飞行器 ^[25,26] 表面包覆空间 非均匀尘埃等离子体进行仿真模拟, 入射波频率 f = 1 GHz, FDTD 计算网格大小 $\delta = 0.015$ m, 计 算时间步长 $\Delta t = \delta/(2c)$. 该飞行器几何外形为球 锥, 头部半径 R = 0.15 m, 半锥角为 10°, 整体长 度为 1.29 m. 电磁波为正弦波, 电磁波入射为迎头 入射, 飞行器模型如图 1 所示. 空间中电子密度分 布如图 2 所示, 将尘埃等离子体分为 10 层, 每层 的电子密度不同.







图 2 空间中电子密度分布



4.1 尘埃等离子体与普通等离子体对比

表1整理了尘埃等离子体与普通等离子体的

计算参数,等离子体共分为10层.为了分析尘埃 等离子体对电磁波散射特性的影响,分别计算了无 等离子体涂覆、等离子体涂覆以及尘埃等离子体涂 覆金属钝头锥飞行器的RCS值.

表 1 等离子体与尘埃等离子体相关参数

Table 1.	Related	parameters	of	plasma	and	dusty
plasma.						

参数	等离子体	尘埃等离子体
$n_{\rm d}/(10^{12}~{\rm m}^{-3})$	0	1
$r_{ m d}/\mu{ m m}$	0	5
$T_{\rm e}/(10^4~{ m K})$	1	1
$\varphi/(^{\circ})$	0	0

图 3 是尘埃等离子体涂覆、等离子体涂覆以及 未涂覆等离子体时, 金属钝头锥的 RCS 随散射角 的变化曲线图.可以看出, 在未涂覆等离子体时的 RCS 值最大, 普通等离子体涂覆钝头锥飞行器的 RCS 值最小. 这是因为无论是等离子体还是尘埃 等离子体, 都会对电磁波能量具有一定的吸收作 用, 从而使 RCS 值减小. 尘埃粒子会反射电磁波, 随着尘埃粒子的加入, 更多的电磁波被反射, 从而 使后向散射增强. 对于前向散射, 环绕在钝头锥飞 行器周围的尘埃等离子体层是一个很好的导波结 构, 入射波容易以行波的形式传播, 使得前向散射 作用不明显.



图 3 未涂覆等离子体、等离子体涂覆以及尘埃等离子体 涂覆的 RCS

Fig. 3. RCS for without the plasma, coated with the plasma, and coated with the dusty plasma.

4.2 不同尘埃等离子体参数对电磁波散射 特性的影响

为了进一步研究 FPL 碰撞模型下全电离空间 非均匀尘埃等离子体与电磁波的相互作用机理, 这 里计算了不同尘埃等离子体参数下钝头锥飞行器的 RCS 值,参数包括尘埃粒子密度 nd,尘埃粒子 半径 rd,电子密度与尘埃粒子密度的比值 ne/nd 和 尘埃粒子的充电频率 vch.表 2 列出了尘埃等离子 体的参数,计算结果如图 4—图 7 所示.

表 2 全电离尘埃等离子体的计算参数 Table 2. Calculated parameters of fully ionized

d	usty plasma.			
	$n_{ m d}/(10^{12}~{ m m}^{-3})$	$r_{\rm d}/\mu{ m m}$	$n_{ m e} \cdot n_{ m d}^{-1}/10^4$	$v_{ m ch}/(10^9~{ m rad}{\cdot}{ m s}^{-1})$
图4	1, 2, 3	5	10	5
图5	1	3, 4, 5	10	5
图6	1	5	5.0, 7.5, 10.0	5
图7	1	5	10	5,10,15

图 4 是不同尘埃粒子密度下 RCS 随散射角的 变化趋势, 尘埃粒子密度分别为 1×10¹², 2×10¹² 和 1×10¹² m⁻³. 不难看出, RCS 值与尘埃粒子密度 成正比, 尘埃粒子密度越大, RCS 值越大. 这是因 为随着尘埃粒子密度的增加,尘埃等离子体对电磁 波的反射作用增强,使尘埃等离子体中自由电子与 其他粒子的碰撞更加剧烈. 剧烈的碰撞阻碍了自由 电子快速形成德拜屏蔽,减弱了尘埃等离子体中的 德拜屏蔽效应, 使尘埃等离子体吸收的电磁波能量 减少,导致后向 RCS 值增大. 对于前向 RCS, 电磁 波的反射作用增加,使得前向散射减弱,同时由于 德拜屏蔽的减弱,使得尘埃等离子体吸收的电磁波 能量减少,两者作用相互抵消,使得前向 RCS 值 的减小效果不明显. 由于尘埃粒子的密度相对于电 子密度非常小, 所以 RCS 随着尘埃粒子密度的变 化不明显.



图 4 不同尘埃粒子密度下的 RCS

Fig. 4. RCS at different dust particle densities.

图 5 是不同尘埃粒子半径下 RCS 随着散射角 的变化曲线图,尘埃粒子半径分别为 3,4 和 5 μm. 可以看出, RCS 值随着尘埃等粒子半径的增加而 增加.这是因为随着尘埃粒子半径的增加,尘埃粒 子的体积增大,从而增加了尘埃等离子体对电磁波 的反射作用.同时增大了电子与尘埃粒子的碰撞概 率,减弱了德拜屏蔽效应,使得尘埃等离子体吸收 的电磁波能量减少,从而使得 RCS 值随着尘埃粒 子半径的增大而增大.

图 6 是不同电子密度与尘埃粒子密度比值下 RCS 随散射角变化的曲线图,比值分别为5.0× 10⁴,7.5×10⁴以及10.0×10⁴.图 6 表明随着电子 密度与尘埃粒子密度比值的减小,RCS 值随之增 加.两者比值的增大,相当于减小了尘埃粒子密度, 增大了电子密度.随着尘埃粒子密度的减小,RCS 随之减小,这与前文描述一致.随着电子密度的增 加,尘埃等离子体的等离子体频率增加,使得更多 的电磁波能量被吸收,降低了散射场的能量,故而 使得 RCS 值减小.



图 5 不同尘埃粒子半径下的 RCS

Fig. 5. RCS at different dust particle radii.



图 6 不同电子密度与尘埃粒子密度比值下的 RCS Fig. 6. RCS at different ratios of electron density to dust particle density.

图 7 是不同充电频率下 RCS 随散射角的变化 曲线图,充电频率分别为 5×10⁹,10×10⁹ 和 15× 10⁹ rad/s, RCS 随着充电频率的增加而增加.充电 频率 v_{ch}是用来描述尘埃粒子受到扰动之后带电量 恢复到其平衡状态快慢的物理量.随着充电频率的 增加,尘埃粒子受到扰动后带电量恢复到平衡状态 的速度越快,即所用的时间越少,因此尘埃粒子的 充电效应所消耗的电磁波能量减少,从而导致 RCS 值增大.



图 7 不同充电频率的 RCS Fig. 7. RCS at different charging frequencies.

4.3 不同入射角度对尘埃等离子体散射特 性的影响

电磁波入射角度分别为 0°, 10°和 20°, RCS 计 算结果如图 8 所示, 计算时选取尘埃等离子体参数 为 $n_d = 1 \times 10^{12}/m^3$, $r_d = 5 \mu m$, $v_{ch} = 5 \times 10^9 rad/s$. 可以看出, 随着入射角度的改变, RCS 发生了偏 移, 同时随着入射角度的增加, RCS 值随之增加, 这是由于钝头锥飞行器的特殊结构所造成. 钝头锥





Fig. 8. RCS at different incidence angles of EM waves.

飞行器头部的压力和温度都是最高,因此头部是电子最密集的区域.随着电磁波入射角的增加,电磁波入射时避开了电子分布最密集的头部区域,被尘埃等离子体吸收的电磁波能量减少, RCS 值便会随之增加.

5 结 论

从玻尔兹曼近似方程出发,同时结合 FPL 碰 撞模型以及尘埃等离子体的碰撞效应和充电效应, 得到了全电离 FPL 碰撞模型的尘埃等离子体总的 复电导率表达式.采用 Z-FDTD 法计算了不同尘 埃等离子体参数下尘埃等离子体涂覆金属钝头锥 的双站 RCS, 分析了二维空间非均匀尘埃等离子 体鞘套中电磁波的散射特性.结果表明,随着尘埃 粒子半径和密度的增加 RCS 值会增加, 尘埃粒子 对电磁波具有反射作用, 增大尘埃粒子半径和密度 都会使更多的电磁波被反射.另一方面,尘埃粒子 半径和密度的增加都会增加尘埃粒子与其他粒子 的碰撞频率,削弱德拜屏蔽效应,进而影响电磁波 在尘埃等离子体中的散射特性. 其次, 随着电子在 尘埃等离子体中的占比增加 RCS 值会减小, 电子 在尘埃等离子体中的占比增加, 电子密度以及等离 子体频率增加,吸收的电磁波能量增加.此外,由 于尘埃粒子充电频率的增加,使电磁波因充电效应 而消耗的能量减少, 所以 RCS 值会随着尘埃粒子 充电频率的增加而增加.最后,电磁波的入射角度 增加会使电磁波入射时避开电子密度最密集的地 方,因此RCS值会随电磁波入射角度的增加而增 加. 本文为研究尘埃等离子体的散射特性, 以及解 决高超声速飞行器和再入飞行器与地面之间的通 信问题提供了理论依据.

参考文献

- Sun J G, Zhang Z G, Dong H H, Yang H W 2019 Acta Phys. Sin. 68 210201 (in Chinese) [孙俊国, 张宗国, 董焕河, 杨红卫 2019 物理学报 68 210201]
- [2] Wang Z Y, Guo L X, Li J T 2021 Chin. Phys. B 30 045203
- [3] Yan J, Feng F, Liu F C, Dong L F, He Y F 2016 Chin. Phys. B 25 095202
- [4] Lin M M, Fu Y J, Song Q Y, Yu T X, Wen H S, Jiang L 2022 Acta Phys. Sin. 71 095203 (in Chinese) [林麦麦, 付颖捷, 宋秋影, 于腾菅, 文惠珊, 蒋蕾 2022 物理学报 71 095203]
- [5] Huang F, Ye M F, Wang L 2004 Chin. Sci. Bull. 49 2150 (in Chinese) [黄峰, 叶茂福, 王龙 2004 科学通报 49 2150]
- [6] Cui P Y, Dou Q, Gao A 2014 J. Astr. 35 1 (in Chinese) [崔平

远, 窦强, 高艾 2014 宇航学报 35 1]

- [7] Tsytovich V N 2015 Contrib. Plasma Phys. 55 664
- [8] Sotnikov V I, Leboeuf J N, Mudaliar S 2010 IEEE Trans. Plasma Sci. 38 2208
- [9] Motie I, Bokaeeyan M 2015 Phys. Plasmas 22 023707
- [10] Jin M, Wei X, Wu Y, Zhang Y H, Yu X L 2015 Acta Phys. Sin. 64 205205 (in Chinese) [金铭, 韦笑, 吴洋, 张羽淮, 余西龙 2015 物理学报 64 205205]
- [11] Guo L X, Chen W, LI J T, Ren Y, Liu S H 2018 Phys. Plasmas 25 053707
- [12] Dan L, Guo L X, Li J T 2018 Phys. Plasmas 25 013707
- [13] Dan L, Gou L X, Li J T, Chen W, Yan X, Huang Q Q 2017 *Phys. Plasmas* 24 093703
- [14] Mousseau V A, Knoll D A 1997 J. Comput. Phys. 136 308
- [15] Li H, Wu J, Zhou Z, Yuan C 2016 Phys. Plasmas 23 073702
- [16] Bendib A, Bendib-Kalache K, Cros B, Maynard G 2016 *Phys. Rev. E* 93 043208
- [17] Bendib A, Bendib K, Sid A 1997 Phys. Rev. E 55 7522
- [18]~ Jia J S, Yuan C X, Liu S, Yue F, Gao R L, Wang Y, Zhou Z

X, Wu J, Li H 2016 Phys. Plasmas 23 043302

- [19] Ge D B, Yan Y B 2011 Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetic Waves (3rd Ed.) (Xi'an: Xidian University Press) p259 (in Chinese) [葛德彪, 闫玉波 2011 电 磁波时域有限差分方法 (第三版) (西安: 西安电子科技大学出 版社) 第259页]
- [20] Wei B, Ge D B, Wang F 2008 Acta Phys. Sin. 57 6290 (in Chinese) [魏兵, 葛德彪, 王飞 2008 物理学报 57 6290]
- [21] Ren Y, Guo L X, Chen W, Liu S H 2018 Phys. Plasmas 25 093515
- [22] Wang F, Wei B 2013 Acta Phys. Sin. 62 084106 (in Chinese)
 [王飞,魏兵 2013 物理学报 62 084106]
- [23] Demarest K, Huang Z B, Plumb R 1996 IEEE Trans. Antennas Propag. 44 1150
- [24] Britt C L 1989 IEEE Trans. Antennas Propag. 37 1181
- [25] Zhang H F, Li J T, Bian Z, Guo L X 2022 IEEE Trans. Plasma Sci. 50 3200
- [26] Liu S H, Zhu C K, Guo L X, Li J T, Dan L, Wang Z Y 2020 Phys. Plasmas 27 023701

Scattering characteristics of non-uniform dusty plasma targets based on Fokker-Planck-Landau collision model^{*}

 $\begin{array}{cccc} \text{Chen Wei}^{1)2)} & \text{Huang Hai}^{1)} & \text{Yang Li-Xia}^{1)\dagger} & \text{Bo Yong}^{1)} & \text{Huang Zhi-Xiang}^{1)} \end{array}$

1) (School of Electronic and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China)

2) (Advanced Laser Technology Laboratory of Anhui Province, Hefei 230037, China)

(Received 3 November 2022; revised manuscript received 10 December 2022)

Abstract

Dusty plasma is a multi-particle system of dust particles suspended in plasma, which is generally composed of free electrons, ions, and dust particles. It is widely found in natural space and aerospace equipment, such as the Earth's ionosphere, rocket tail flame, and sheath of the hypersonic vehicle. The dust particles will interact with free electrons and ions in the plasma so that the dust particles are charged. They also significantly change the characteristics of dusty plasma, showing some phenomena different from those in ordinary plasma, such as dust acoustic solitary waves and dust void. Electromagnetic (EM) waves will interact with dusty plasma, which results in the attenuation of EM wave signal and the change of phase and other serious effects, and the phenomenon of "blackout" appears. This is very unfavorable for the guidance and control system of the vehicle. The generation of "blackout" is related to the dynamics of dusty plasma and the analysis and research of EM characteristics, so studying the scattering characteristics of dusty plasma is of great significance. First, starting from the Boltzmann equation, the iterative expression of finite-difference time-domain under the Fokker-Planck-Landau (FPL) collision model of fully ionized non-uniform dusty plasma is derived. The expression of the conductivity of the fully ionized dusty plasma under the FPL collision model is obtained by combining the collision effect and charging effect of the dusty plasma. By using the Z-transform finite-difference time-domain method, the radar cross section (RCS) of the dusty plasma coated metal blunt cone in two dimensions is calculated. The effects of dust particle density, dust particle radius, ratio of electron density to dust particle density, dust particle charging frequency, and EM wave incident angle on the scattering characteristics of the mental blunt cone are analyzed. The results show that the Debye shielding effect is weakened and RCS is increased with the increase of the radius of dust particles in the fully ionized non-uniform dusty plasma. In addition, it is affected by the collision effect and charging effect of dusty plasma, which will have a great influence on the RCS of the target. These results provide a theoretical basis for studying the EM waves scattering problem of fully ionized non-uniform dusty plasma and the communication problems in near space.

Keywords: Boltzmann equation, dusty plasma, Z-transform finite-difference time-domain method, radar cross section

PACS: 02.70.Bf, 52.25.Os, 52.27.Lw, 52.40.Kh

DOI: 10.7498/aps.72.20222113

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U21A20457, 61901004, 61871457, 62071003, 62071353), the Open Research Fund of Advanced Laser Technology Laboratory of Anhui Province, China (Grant No. AHL2021KF04), the Open Research Fund of Anhui Province Key Laboratory of Target Recognition and Feature Extraction, China (Grant No. TRFE2021A001), and the University Synergy Innovation of Program of Anhui Province, China (Grant Nos. GXXT-2020-050, GXXT-2021-028).

[†] Corresponding author. E-mail: lixiayang@yeah.net





Institute of Physics, CAS

基于Fokker-Planck-Landau碰撞模型的非均匀尘埃等离子体目标散射特性 陈伟 黄海 杨利霞 薄勇 黄志祥 Scattering characteristics of non-uniform dusty plasma targets based on Fokker-Planck-Landau collision model Chen Wei Huang Hai Yang Li-Xia Bo Yong Huang Zhi-Xiang 引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 72, 060201 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222113 在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.72.20222113 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

强碰撞磁化尘埃等离子体中的漂移波

Drift wave in strong collisional dusty magnetoplasma 物理学报. 2020, 69(17): 175201 https://doi.org/10.7498/aps.69.20200468

太赫兹雷达散射截面的仿真与时域光谱测量

Simulations and time-domain spectroscopy measurements for terahertz radar-cross section 物理学报. 2019, 68(16): 168701 https://doi.org/10.7498/aps.68.20190552

尘埃等离子体中的分数阶模型及其Lump解 Fractional order model and Lump solution in dusty plasma 物理学报. 2019, 68(21): 210201 https://doi.org/10.7498/aps.68.20191045

基于时域有限差分法的核壳双金属纳米颗粒光吸收率反转行为

Reversal behavior of optical absorption rate of bimetallic core-shell nanoparticles based on finite-difference time-domain method 物理学报. 2021, 70(20): 207801 https://doi.org/10.7498/aps.70.20210602

S/X双频带吸波实时可调的吸波器

S/X dual-band real-time modulated frequency selective surface based absorber 物理学报. 2020, 69(20): 204101 https://doi.org/10.7498/aps.69.20200606

热尘埃等离子体中(2+1)维尘埃声孤波的传播特征

Propagation characteristics of (2 + 1) dimensional dust acoustic solitary waves in hot dusty plasma 物理学报. 2022, 71(9): 095203 https://doi.org/10.7498/aps.71.20210902