

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应专题

编者按

DOI: [10.7498/aps.72.070101](https://doi.org/10.7498/aps.72.070101)

自旋效应在近代物理学发展中发挥着极其重要的作用,自 20 世纪 90 年代起,随着实验上“质子自旋之谜”以及在高能反应中一系列意外的自旋效应的发现,强相互作用自旋物理就一直是粒子物理研究的热点前沿之一.但对高能重离子碰撞过程,人们一度认为自旋效应不可能有重要作用.主要原因不仅是实验上将原子核极化是极其困难的,而且即使原子核是极化的,原子核内核子的极化度也很小,所以在实验中测量到原子核的极化效应几乎是不可能的.这样的观念随着重离子碰撞过程整体极化效应的提出并得到实验验证被彻底打破.在高能重离子碰撞过程中碰撞系统具有巨大的沿着反应面法线方向的轨道角动量,实验上可以确定重离子碰撞的反应面的法线方向,从而研究此轨道角动量引起的各种效应.理论上预言,强相互作用中的自旋轨道耦合可以使轨道角动量部分地转化为末态粒子的自旋极化,从而导致所谓的整体极化效应.这一理论预言已连续被实验证实,首先是 2017 年,美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机上 STAR 实验组在《自然》杂志发表封面论文,首次证实超子整体极化效应的存在.随后欧洲核子研究中心、德国重离子研究中心等也在不同能量给出了他们测量的结果,特别是 2023 年初,STAR 实验组再次在《自然》杂志发表矢量介子的测量结果,不仅证实矢量介子的整体极化现象,而且还揭示出了整体极化效应的新特征.这些理论与实验的进展,使重离子碰撞过程自旋与手征效应成为当前相对论重离子碰撞领域的热点前沿之一,研究内容不仅包括了整体极化效应,还涵盖了相关的其它效应以及超边缘核核碰撞过程中极化光子导致的物理效应等.

在这些自旋效应的研究中,我国的物理学工作者基本上保持在国际前沿,发挥了重要作用,不仅整体极化效应理论上最早由我国学者提出,而且实验研究上许多方面也是我国学者主导.在此背景下,受《物理学报》编辑部委托,我们邀请了国内外部分华人青年学者,为中文读者总结已有成果和目前研究现状,并展望未来的发展趋势,期望能够为青年学者的研究工作提供参考.

(客座编辑: 梁作堂 山东大学; 王群 中国科学技术大学; 马余刚 复旦大学)

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Preface to the special topic: Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

DOI: [10.7498/aps.72.070101](https://doi.org/10.7498/aps.72.070101)



高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应专题编者按

Preface to the special topic: Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 070101 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.070101

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.070101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向类脑计算的物理电子学专题编者按

Preface to the special topic: Physical electronics for brain-inspired computing

物理学报. 2022, 71(14): 140101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.140101>

太赫兹自旋光电子专题编者按

Preface to the special topic: Terahertz spintronic optoelectronics

物理学报. 2020, 69(20): 200101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.200101>

柔性电子专题编者按

Preface to the special topic: Flexible electronics

物理学报. 2020, 69(17): 170101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.170101>

机器学习与物理专题编者按

Preface to the special topic: Machine learning and physics

物理学报. 2021, 70(14): 140101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.140101>

光学超构材料专题编者按

Preface to the special topic: Optical metamaterials

物理学报. 2020, 69(15): 150101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.150101>

电介质材料和物理专题编者按

Preface to the special topic: Dielectric materials and physics

物理学报. 2020, 69(12): 120101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.120101>



夸克物质中的超子整体极化与矢量介子自旋排列

阮丽娟 许长补 杨驰

Global polarization of hyperons and spin alignment of vector mesons in quark matters

Ruan Li-Juan Xu Zhang-Bu Yang Chi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 112401 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230496

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230496>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁性硅烯超晶格中电场调制的谷极化和自旋极化

Valley and spin polarization manipulated by electric field in magnetic silicene superlattice

物理学报. 2018, 67(8): 086801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180080>

坐标空间中构造的Breit夸克势与介子和夸克偶素的质量劈裂

Construction of Breit quark potential in coordinate space and mass splits of meson and quarkonium

物理学报. 2018, 67(9): 091201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172155>

中子星对自旋相关轴矢量新相互作用的约束

Constraints of neutron star on new interaction of spin-dependent axial-vector coupling

物理学报. 2019, 68(18): 181102 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190477>

夸克介子模型的相图和表面张力

Phase structure and surface tension in quark meson model

物理学报. 2019, 68(18): 181101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798>

共振线极化光实现原子矢量磁力仪的理论研究

Theory of atomic vector magnetometer using linearly polarized resonant light

物理学报. 2018, 67(6): 060701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172108>

锶原子光晶格钟自旋极化谱线的探测

Interrogation of spin polarized clock transition in strontium optical lattice clock

物理学报. 2018, 67(7): 070601 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172759>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

夸克物质中的超子整体极化与矢量介子自旋排列*

阮丽娟¹⁾ 许长补^{1)†} 杨驰^{2)‡}

1) (美国布鲁克海文国家实验室, 物理系, 厄普顿 11973, 美国)

2) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 粒子物理与粒子辐照教育部重点实验室, 青岛 266237)

(2023 年 3 月 31 日收到; 2023 年 5 月 1 日收到修改稿)

相对论重离子对撞机 RHIC 上超子整体极化和矢量介子自旋排列的实验发现证实了近 20 年前提出的理论. 该理论预言和实验测量开辟了一种从自旋这个新的自由度来研究高能重离子碰撞中产生的高温高密核物质特性的新途径. 本文简略回顾了整体极化理论提出和实验发现, 总结了现有大科学装置上的相关测量进展, 以及国际上现有的多种理论解释. 同时, 简要介绍了 STAR 探测器近期升级所带来的物理机遇.

关键词: 相对论重离子对撞机, 螺线管径迹谱仪, 超子整体极化, 矢量介子自旋排列

PACS: 24.70.+s, 25.75.-q, 24.85.+p

DOI: 10.7498/aps.72.20230496

1 引言

相对论重离子对撞机 (relativistic heavy ion collider, RHIC) 是世界上第 1 台高能重离子对撞机, 也是目前世界上唯一一台能够实现极化质子-质子对撞的装置. 作为高能核物理领域的大科学装置, RHIC 取得了一系列重大的物理发现. 2023 年是 RHIC 上的 STAR 国际合作组成立 30 周年, 也是 RHIC-STAR 探测器运行和数据采集 23 周年. STAR 国际合作组由来自 13 个国家 67 个单位的 700 多位科研人员组成. 在过去的 20 年间, STAR 采集了多种不同的实验数据, 展现了 RHIC 装置在科学研究上强大的功能性与灵活性. 图 1 是 RHIC 上从 Run-1 到 Run-22 的运行期内采集的粒子对撞数据的统计. 图中展示了丰富的对撞粒子种类、大跨度的束流能量覆盖范围以及极高的对撞亮度, 这些都说明了 20 年来 RHIC 为 QCD 物质研究提供了良好的实验环境. 可以看到, RHIC 第 1 年采

集的好的事例总数少于 100 万个, 而近期采集的每种数据大约有 10 亿个事例.

同时, STAR 探测器在过去 20 年中经历了多个阶段的重大升级, 以提升粒子识别能力和顶点重建精度. 近期, STAR 完成了前向快度区的径迹探测器和量能器升级, 将探测器的接收度扩展到了前向快度区. 如表 1 所示, 在这些升级中, STAR 中国组在飞行时间谱仪 (TOF)、高阶触发系统 (HLT)、缪子望远镜 (MTD)、事例平面探测器 (EPD)、时间投影室内扇区 (iTPC) 和前向径迹探测器 (FTS) 这些重要的子探测器升级研制中均发挥了重要的作用.

2 超子整体极化现象和矢量介子自旋排列的预言

超子整体极化于 2004 年由理论物理学家梁作堂与王新年^[1] 共同提出, 他们指出, 在相对论重离子非对心碰撞中, 对撞产生的夸克物质存在一个显著的轨道角动量. 该轨道角动量将通过自旋-轨道

* 国家自然科学基金 (批准号: 11890713, 12075139)、山东省自然科学基金 (批准号: ZR2022JQ03) 和美国能源部科学办公室基金 (批准号: DE-SC0012704, DE-FG02-10ER41666, DE-AC02-98CH10886) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xzb@bnl.gov

‡ 通信作者. E-mail: chiyang@sdu.edu.cn

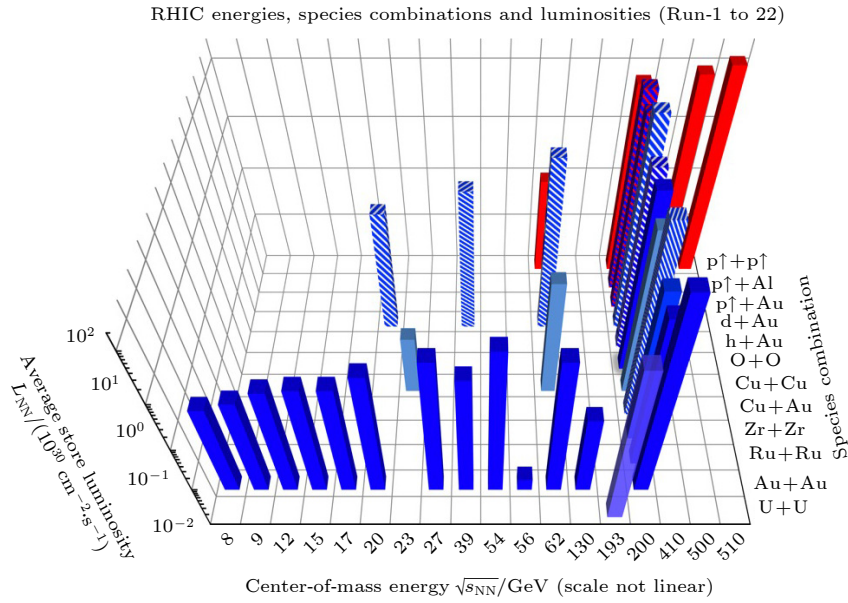


图 1 RHIC 运行的对撞粒子种类、束流能量和亮度的统计 (由 RHIC 对撞机加速器部门提供)

Fig. 1. RHIC operation collision species, beam energy and luminosity (courtesy of RHIC CAD).

表 1 1999—2020 年以后 STAR 探测器子系统以及升级的信息, 包括了除美国能源部外主要贡献的经费来源信息
Table 1. List of STAR detector subsystems and upgrades from 1999 to 2020+ with major contributions from funding sources other than DOE.

Detector	Primary functions	DOE+(in-kind)	Year
TPC+Trigger	$ \eta < 1$ tracking		1999—
Barrel EMC	$ \eta < 1$ jets $/\gamma/\pi^0/e$		2004—
FTPC	Forward tracking	(Germany)	2002—2012
L3	Online display	(Germany)	2000—2012
SVT/SSD	V0/charm	(France)	2004—2007
PMD	Forward photons	(India)	2003—2011
EEMC	$1 < \eta < 2$ jets $/\pi^0/e$	(NSF)	2005—
Roman Pots	Diffraction		2009—
TOF	PID	(China)	2009—
FMS/Preshower	$2.5 < \eta < 4.2$	(Russia)	2008—2017
DAQ1000	x10 DAQ rate		2008—
HLT	Online tracking	(China/Germany)	2012—
FGT	$1 < \eta < 2$ W^\pm		2012—2013
GMT	TPC calibration		2012—
HFT/SSD	Open charm	(France/UIC)	2014—2016
MTD	Muon ID	(China/India)	2014—
EPD	Event plane	(China)	2018—
RHICf	$\eta > 5$ π^0	(Japan)	2017
iTPC	$ \eta < 1.5$ tracking	(China)	2019—
eTOF	$-2 < \eta < -1$ PID	(Germany/China)	2019—
FCS	$2.5 < \eta < 4$ calorimeter	(NSF)	2021—
FTS	$2.5 < \eta < 4$ tracking	(NCKU/SDU)	2021—

耦合导致超子自旋极化和矢量介子自旋排列^[2]. 这个预言打开了夸克胶子等离子体 (QGP) 中自旋自由度研究的大门, 为 QGP 特性研究提供了新途径.

这一发现, 使实验上不需要复杂的初态核子极化, 就可以直接通过测量末态强子极化, 研究自旋自由度下 QGP 性质和 QCD 相变特性^[2]. 因此, 无

论对理论还是实验,都具有极强的启示性、开拓性和吸引力. 梁作堂与王新年^[1]的论文提交仅3天后,国际同行就把他们的思想推广到了强子-强子碰撞过程中.

3 整体极化现象和矢量介子自旋排列现象在重离子对撞实验的测量

与其他高能物理实验不同,因为在单次对撞中有更多的末态粒子产生,相对论重离子对撞实验可以通过前向快速区的探测器确定对撞事例的反应面. 该特点使得在相对论重离子对撞实验中探索超子整体极化成为可能. 梁作堂与王新年的“整体极化”理论一经提出,立刻直接推动了STAR国际合作组从RHIC的早期数据中寻找这种超子整体极化现象.

理论预言的论文发表仅1年后,STAR合作组就于2006年在上海举办的夸克物质大会上报告了实验测量结果,并随后发表^[3-5]. 如图2所示,在RHIC 200 GeV和62 GeV的金核-金核对撞中,在较大的测量误差下,没有找到 $\bar{\Lambda}$ 超子整体极化现象存在. 同时,如图3所示,在RHIC 200 GeV金核-金核对撞数据中,也没有发现矢量介子 K^{*0} (892)和 ϕ (1020)存在自旋排列的现象. 值得一提的是,STAR合作组在论文中指出,实验观测到的超子整体极化效应的上限小于梁作堂与王新年^[1]的最初理论预期,但是落在了梁作堂在2006年夸克物质大会上展示的更精确的理论预期范围之内.

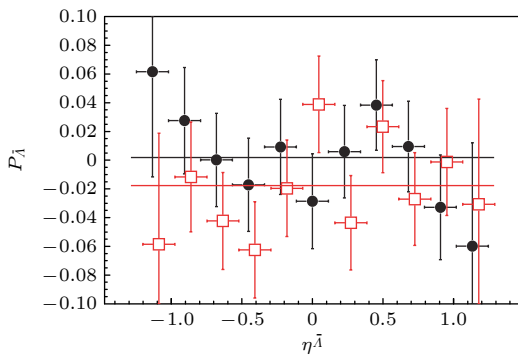


图2 RHIC-STAR通过早期实验数据测量的超子整体极化的结果^[3]. 实心点和空心点分别来自200 GeV和62.4 GeV金核-金核对撞数据的测量结果

Fig. 2. Global polarization measurements from RHIC-STAR based on the data collected in early period of RHIC operation^[3]. The filled and open markers represent the measurements from 200 GeV and 62.4 GeV Au+Au collisions, respectively.

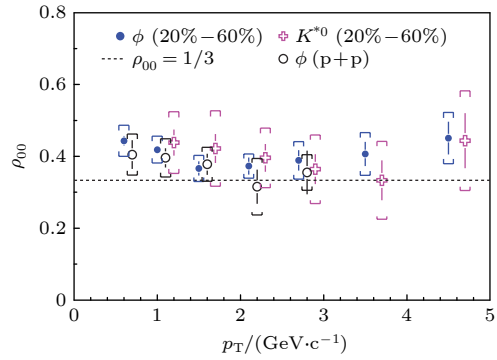


图3 RHIC-STAR通过早期实验数据测量的矢量介子自旋排列的结果^[5]

Fig. 3. Spin alignment measurements of vector mesons from RHIC-STAR based on the data collected in early period of RHIC operation^[5].

由于超子整体极化和矢量介子自旋排列测量对夸克物质特性研究的重要意义,在此后的10年中,实验物理学家们一直在继续进行这项探索. 但是,由于统计量以及测量精度的制约,实验上没有观察到确切的信号.

再后来的10年中,这种困难的实验测量得到了改善. 得益于更高的计数率以及TOF探测器研制升级完成,随着RHIC束流能量扫描一期计划(Beam Energy Scan Phase I)的数据采集完成,STAR合作组于2017年在实验上发现了超子整体极化(如图4所示). 实验结果作为封面文章发表在《自然》杂志上^[6]. 结果显示,在更低的对撞能量下超子整体极化的信号更显著.

近期,STAR合作组最激动人心的成果是2023年1月发表在《自然》杂志的矢量介子自旋排列测量^[9]. 从图5可以看出,在 ϕ 介子中观测到了大于1/3的正信号. STAR中国组在该发现中做出了重要贡献. 作为矢量介子自旋排列现象最早的提出者之一,王新年^[10]对这项发现的意义进行了详细的解读. 同时,2018年STAR中国组参与完成的事例平面探测器(EPD)升级覆盖了 $2.1 < |\eta| < 5.1$ 的赝快度范围,在27 GeV金核-金核对撞数据的高精度测量中发挥了重要作用.

测量到超子整体极化后,研究的重点集中在理解极化的起源,并研究其中心度、速度和束流能量的依赖性上. 高统计量的27, 54.4和200 GeV金核-金核对撞数据结果显示,超子整体极化随着束流能量的提高呈现下降的趋势. 同时,RHIC和

LHC 实验均发现了沿着束流方向的极化^[7,8], 称为局域极化. 这种局域极化被认为与整体极化有着类

似的产生机制. 不同的是, 它来自于更小坐标尺度下的局域角动量与剪切黏滯.

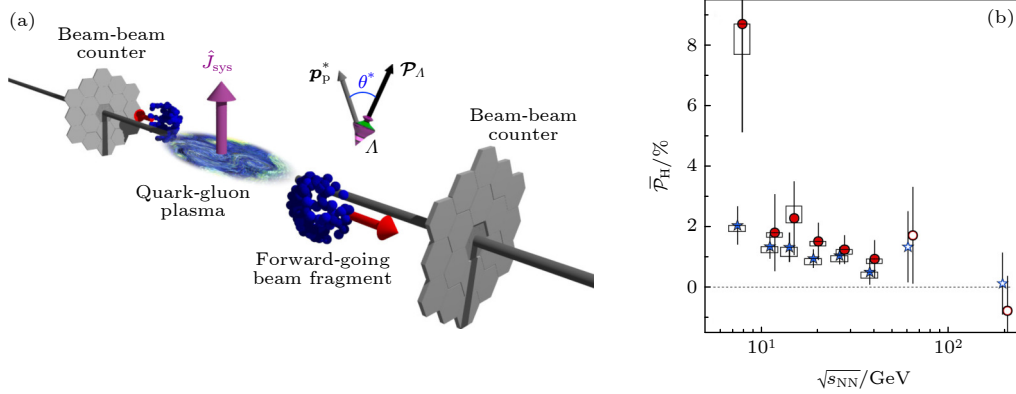


图 4 RHIC-STAR 上发现超子整体极化的测量结果^[6]. 右边红色与蓝色的实心点分别代表 $\bar{\Lambda}$ 与 Λ , 空心点是 STAR 早期的测量结果
Fig. 4. Discovery of global polarization of hyperons from RHIC-STAR^[6]. The red and blue filled markers in right panel represent the results from $\bar{\Lambda}$ and Λ , respectively. The open circles are from the early measurements.

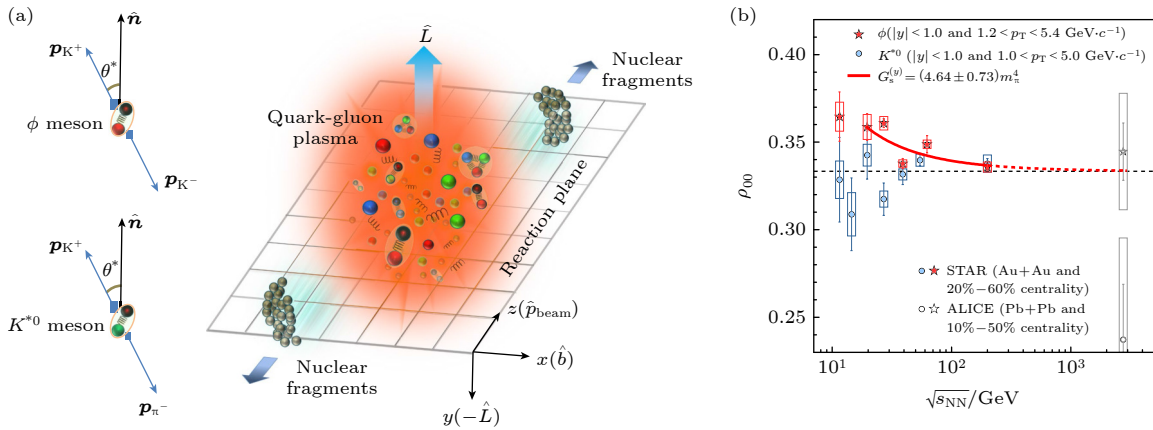


图 5 RHIC-STAR 上发现矢量介子自旋排列的测量结果^[9]

Fig. 5. Discovery of spin alignment of vector mesons from RHIC-STAR^[9].

表 2 现有实验装置的相关测量结果以及除了 2004 年最初提出的理论外更多的理论解释

Table 2. Summary of the measurements at the existing facilities and what the theory explanations additional to the original proposal in 2004.

现象	实验	特点	理论解释	解释实验
超子整体极化(GHP)的能量依赖性	RHIC ^[6] SIS ^[11]	信号强度~1% 随能量减弱	自旋与角动量耦合 ^[1,2,17] , 涡旋 ^[15,16]	理论和实验 符合较好
GHP的对撞中心度依赖性	RHIC LHC	信号向偏心碰撞增强	没有很好的理论解释	
GHP的横动量依赖性	RHIC	似乎随动量上升趋势		
超子局域极化	RHIC ^[7] LHC ^[8]	正的正弦振荡信号	切向涡旋性 ^[18,19]	解释信号 的正负值
GHP的二三阶椭圆流向依赖性	RHIC ^[13]	信号向偏心碰撞增强		
矢量介子自旋排列	RHIC ^[9]	K^* 介子零信号 φ 介子正信号	强作用场 ^[20]	理论与实验 定性符合
矢量介子自旋排列	LHC ^[12]	K^* 介子负信号 φ 介子零信号		
J/ψ 矢量介子自旋排列	LHC ^[14]	~5%		
GHP的快度依赖性	没有实验结果		角动量的几何形状依赖性 ^[21]	

4 国际上的相关理论与实验研究

表 2 尝试总结了现有实验装置的相关测量结果以及除了 2004 年最初提出的理论外更多的理论与解释. 对于该现象的基本理解以及梁作堂和王新年^[1]最初的理论预言是有效且基础的, 即对撞系统的角动量可以转化为实验上可观测的自旋效应. 然而, 越来越多的实验测量和理论研究表明, 似乎需要一个新模型来解释各种新的实验观察结果. 要统一解释所有这些与自旋有关的现象, 需要一个更基本和更基础的理论.

5 未来展望

在过去的 5 年里, STAR 成功的安装了 3 个新的子探测器^[22,23]. 这些新拓展的粒子探测能力正在被运用到物理分析中, 获得更多的物理结果. 依赖系列成功的探测器升级, 不断增加的新的科学研究计划使得 STAR 探测器在运行 20 多年后仍然可以获得丰富的物理成果. 下一步的重要工作将依托前向快度区的探测器升级^[23], 包括径迹探测系统 (3 层硅径迹探测器 FST 和 4 层微条窄隙室径迹探测器 FTT) 和量能器系统 (电磁量能器和强子量能器). 除了对 RHIC 上使用极化质子束流研究质子的自旋结构作用, 这些升级也为在金核-金核对撞

中研究超子整体极化的快度依赖以及快度 (退) 关联的起源提供了独有的能力和独特的机遇.

参考文献

- [1] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301
- [2] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [3] STAR Collaboration 2007 *Phys. Rev. C* **76** 024915
- [4] Chen J H (STAR Collaboration) 2007 *J. Phys. G* **34** S331
- [5] STAR Collaboration 2008 *Phys. Rev. C* **77** 061902 (R)
- [6] STAR Collaboration 2017 *Nature* **548** 62
- [7] STAR Collaboration 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 132301
- [8] ALICE Collaboration 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 172005
- [9] STAR Collaboration 2023 *Nature* **614** 244
- [10] Wang X N 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 15
- [11] HADES Collaboration 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137506
- [12] ALICE Collaboration 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 012301
- [13] STAR Collaboration 2023 arXiv: 2303.09074 [nucl-ex]
- [14] ALICE Collaboration 2022 arXiv: 2204.10171 [nucl-ex]
- [15] Becattini F, Piccinini F, Rizzo J 2008 *Phys. Rev. C* **77** 024906
- [16] Becattini F, Karpenko I, Lisa M A, Upszal I, Voloshin S A 2017 *Phys. Rev. C* **95** 054902
- [17] Pang L G, Petersen H, Wang Q, Wang X N 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 192301
- [18] Fu B C, Liu S Y F, Pang L G, Song H C, Yin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 142301
- [19] Becattini F, Buzzegoli M, Palermo A, Inghirami G, Karpenko I 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 272302
- [20] Sheng X L, Wang Q, Wang X N 2020 *Phys. Rev. D* **102** 056013
- [21] Liang Z T, Song J, Upszal I, Wang Q, Xu Z B 2021 *Chin. Phys. C* **45** 014102
- [22] Yang C, Chen J H, Ma Y G, Xu Q H 2019 *Sci. Sin. Phys. Mech. & As.* **49** 102008 (in Chinese) [杨驰, 陈金辉, 马余刚, 徐庆华 2019 *中国科学: 物理学 力学 天文学* **49** 102008]
- [23] Yang C, Yang Q (STAR Collaboration) 2020 *JINST* **15** C07040

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Global polarization of hyperons and spin alignment of vector mesons in quark matters*

Ruan Li-Juan¹⁾ Xu Zhang-Bu^{1)†} Yang Chi^{2)‡}

1) (*Department of Physics, Brookhaven National Laboratory, Upton 11973, USA*)

2) (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation (MOE), Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

(Received 31 March 2023; revised manuscript received 1 May 2023)

Abstract

Relativistic heavy ion collider (RHIC) as a dedicated nuclear facility has made a few major discoveries in physics. This year marks the 30th year STAR Collaboration formation and the 23th year of STAR detector operation and data collection at RHIC. In the last two decades, STAR has collected many datasets, exhibiting scientific versatility and flexibility of the RHIC facility. The total dataset in the first year is less than 1 million good events, and currently there are about 1 billion events per dataset.

The Global Hyperon Polarization was proposed in 2004. This immediately prompted the STAR Collaboration to search for this phenomenon from the early datasets. The null results were presented at Quark Matter Conference in Shanghai in 2006 and subsequently published. Although there were peripheral and continuous efforts in the following decade, no positive result has been observed experimentally. This situation changed in the following decade with the upgrade of high data rate and time-of-flight (TOF) detector and the progress of the Beam Energy Scan Phase I (BES-I). The experimental discoveries of the global polarization of hyperons in 2017 and the spin alignment of vector mesons in 2023 at RHIC-STAR confirm the theory which was established nearly twenty years ago. The theory and these measurements open the way to studying the properties of the hot and dense nuclear matter created in high-energy heavy ion collisions from a new degree of freedom, spin.

We briefly review these discoveries from the proposals of theory to the experimental measurements, and summarize the related measurements at the existing facilities and the theoretical explanations to the original proposal. The basic understanding and the original proposal are still valid and fundamental, that is, the angular momentum of system can transform into a spin effect observable in experiment. However, it appears that in each case a new model is needed to explain the new experimental observation. We need a more basic theory to help us unify all these spin related phenomena.

Over the past five years, STAR has successfully installed 3 new detectors and we have begun to see the physical analysis results from datasets with those new functions. What makes the STAR detector viable after 20 years of operation is its continuous evolution through successful upgrades, with new scientific programs added year by year. The next big thing is to forward upgrade a tracking system (3 layers of silicon strips and 4 layers of sTGC chambers) and a calorimetry system (electromagnetic and hadronic calorimeters). In addition to studying the spin structure of protons by using the polarized proton beams at RHIC, the upgrades also provide a unique ability to investigate the origin of Λ Global Polarization as a function of rapidity and rapidity (de-)correlations in Au+Au collisions.

Keywords: relativistic heavy ion collider, STAR, global hyperon polarization, spin alignment of vector mesons

PACS: 24.70.+s, 25.75.-q, 24.85.+p

DOI: 10.7498/aps.72.20230496

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11890713, 12075139), the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2022JQ03), and the U.S. DOE Office of Science (Grant Nos. DE-SC0012704, DE-FG02-10ER41666, DE-AC02-98CH10886).

† Corresponding author. E-mail: xzb@bnl.gov

‡ Corresponding author. E-mail: chiyang@sdu.edu.cn

强相互作用物质中的自旋与运动关联

尹伊

Quantum correlation between spin and motion in quantum chromodynamics matter

Yin Yi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 111201 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222458

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222458>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

表面单分子量子态的探测和调控研究进展

Advances in detection and regulation of surface-supported molecular quantum states

物理学报. 2022, 71(6): 060701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212324>

拓扑自旋光子晶体中螺旋边界态单向传输调控研究

Unidirectional propagation control of helical edge states in topological spin photonic crystals

物理学报. 2022, 71(19): 194101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220353>

外磁场中的粲偶素

Charmonia in an external magnetic field

物理学报. 2021, 70(17): 170302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210262>

基本费米子质量和代问题

Mass distribution and generation of elementary fermions

物理学报. 2021, 70(23): 231201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210854>

颗粒物质内自旋小球运动行为的数值模拟研究

Numerical simulation of a spinning sphere moving in granular matter

物理学报. 2018, 67(1): 014702 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171459>

原子核电荷半径的研究

Study of nuclear charge radius

物理学报. 2020, 69(16): 162101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191643>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

强相互作用物质中的自旋与运动关联*

尹伊†

(中国科学院近代物理研究所, 夸克物质中心, 兰州 730000)

(2022 年 12 月 30 日收到; 2023 年 3 月 12 日收到修改稿)

介绍了相对论重离子碰撞实验中自旋相关观测量的最新研究进展, 重点是流体力学梯度引发的费米子自旋与其运动的量子关联, 比如最新发现的剪切力引发的自旋效应 (shear-induced polarization, SIP), 以及场论线性响应理论在自旋研究中的应用. 本文讨论了 SIP 效应以及其他自旋运动关联效应在重离子碰撞实验中的可能信号, 并对未来发展做了展望.

关键词: 量子色动力学相图, 自旋**PACS:** 12.38.Mh**DOI:** 10.7498/aps.72.20222458

1 引言

研究极端高温高密核物质性质是高能核物理的重要前沿. 量子色动力学 (quantum chromodynamics, QCD) 相图总结了极端条件下物态的性质与温度以及重子密度的关系^[1](更新的综述参看文献^[2]). 过去 20 年, 我们对 QCD 相图, 尤其是对相对论重离子碰撞实验所覆盖相图区域的认知, 取得了一系列重大的进展^[3]. 比如通过比较实验产生的强子动量分布和流体力学模拟结果, 研究者发现夸克胶子等离子体 (quark-gluon plasma, QGP) 是一个有着极低剪切黏滞系数 (shear viscosity) 的近理想流体. 理论上一个代表性的进展就是第一性原理的格点计算可以高精度获取在低重子密度区的 QCD 物质状态方程.

然而, 此前对相图研究的侧重点是“非量子”的物理量. 比如上一段提到的剪切黏滞系数, 是流体力学参数, 并不直接表征流体量子性质. 状态方程描述的是经典物理量压强和温度的关系. 按照现代多体理论的观点, 量子效应对刻画媒介性质, 区分不

同的物态, 有着极其重要的作用, 2016 年的诺贝尔奖就授予了三位研究量子拓扑相变的科学家. 因此, 重离子碰撞实验研究一个重要的新进展就是成功测量了和末态强子自旋相关的物理量, 进而开辟了从量子效应出发, 刻画 QCD 物质性质的新前沿.

早在 2005 年, 山东大学梁作堂教授和美国劳伦斯伯克利国家实验室的王新年教授^[4]就预言, 由于非对心碰撞中产生的火球有着可观的角动量, 这些角动量将引发末态产生的 Λ 超子自旋会倾向于指向火球角动量的方向. 2013 年开始, 佛罗伦萨大学的 Becattini 教授和他的合作者^[5]发表了一系列工作, 基于平衡态密度矩阵, 预言了角动量产生的涡旋 (vorticity) 将引发 Λ 超子自旋极化. 2017 年, STAR 合作组发表结果, 验证了理论的预期^[6]. 此后, 相对论重离子对撞机 (relativistic heavy ion collider, RHIC) 和大型强子对撞机 (large hadron collider, LHC) 还观察到了一系列矢量介子 (如 Kaon, ϕ , J/Ψ) 自旋矩阵的非平庸表现^[7,8].

在理论上, 发展费米子的量子动力学理论 (quantum kinetic theory) 一直是学科热点. 最初发展该理论的动机是为了描述手征磁效应 (chiral

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175282) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yiyin@impcas.ac.cn

magnetic effect)^[9,10]等和量子手征反常相关的效应^[11,12]. 近几年实验对自旋观察量的测量, 进一步推动了量子动力学理论的发展(参看文献^[13, 14]的综述). 另一个广受关注的问题是自旋流体力学. 如果自旋自由度的弛豫时间很长, 它们需要被看作独立于流体力学自由度的新自由度. 自旋流体力学的目标是描述自旋与通常流体力学自由度的耦合演化^[15–21]. 值得强调的是, 上述理论发展在凝聚态物理的相关领域也有广阔的应用前景. 比如描述手征费米子的量子动力学、手征动力学(chiral kinetic theory), 已被广泛应用于 Weyl 半金属的性质研究.

在 2020 年之前的大多数研究中, 旋转以及与之相关的涡旋被认为是重离子碰撞条件下产生极化的主要机理. 最近两年里, 一系列曾被长期忽视却可以引发自旋极化的新效应被发现. 本文将这一类现象统称为“自旋与运动的量子关联”效应, 包括下面将详述的剪切流极化效应(shear-induced polarization), 它们可以看作是自旋霍尔效应的“近亲”. 这类效应不仅可以通过不同的理论手段推导出, 而且有越来越多的证据表明, 它们会对观测量产生重要影响, 有潜力被实验验证. 向读者介绍这一新进展, 是本文的两个主题之一.

本文的另一个主题是介绍线性响应理论在研究自旋效应中的应用. 笔者认为, 这个方法有很多优点, 比如基于该框架, 可以把有限温度场论的成熟方法用于系统的分析自旋效应. 此前对于自旋效应的研究, 似乎没有充分认识到线性响应理论的重要性. 因此本文也将着重介绍相关的发展.

本文大纲如下: 第 2 节先介绍“自旋与运动关联”的物理图像; 第 3 节是线性响应理论在自旋效应中的应用, 包括如何推导计算“自旋-运动关联”; 第 4 节介绍相关实验结果; 第 5 节是总结和展望.

2 物理图像

考虑一个由自旋为 1/2 的费米子组成的多体系统, 我们关心将会引起这些费米子自旋极化的效应. 一个熟知引发自旋极化的机理是对系统施加旋转. 费米子如果自旋 \mathbf{s} 沿着角速度方向, 其能量会降低, 因此整体而言, 平均自旋会顺着角动量 $\mathbf{\Omega}$ 的方向:

$$\langle \mathbf{s} \rangle \propto \mathbf{\Omega}, \quad (1)$$

这里 $\langle \dots \rangle$ 表示对系综求平均.

但是旋转并不是引发自旋极化的唯一途径. 在

凝聚态系统中, 一个著名效应是自旋霍尔效应 (spin Hall effect, SHE)^[22]. 如图 1 所示, 对于自旋霍尔材料, 如果沿着 y 方向作用一个电场 \mathbf{E} , 会发现沿着 x 方向运动的费米子自旋将沿着 z 方向. 自旋霍尔效应与费米子运动速度 \mathbf{v} 可以被如下公式总结:

$$\hat{\mathbf{s}} \propto \mathbf{v} \times \mathbf{E}. \quad (2)$$

在一些特定的情形, 自旋霍尔效应的输运系数正比于多体系统的拓扑量子数, 因此可以用来区分不同的拓扑相^[23].

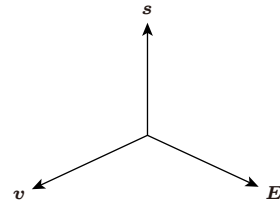


图 1 自旋霍尔效应示意. 对于自旋霍尔材料(如某些半导体, 见文献^[22]的总结), 在施加了电场的条件下, 费米子的速度 \mathbf{v} 与其自旋方向 \mathbf{s} 将产生关联, 见正文和方程(2)
Fig. 1. An illustration of spin Hall effect (SHE). For SHE material (such as semi-conductor as listed in Ref. ^[22]), the velocity of a fermion \mathbf{v} will be correlated with its spin direction \mathbf{s} , see text and Eq. (2).

如果比较自旋霍尔效应(2)式和转动引发的自旋(1)式, 不难发现二者在定性上的显著差别. 对于转动引发的自旋, 自旋方向不依赖于费米子的动量或者速度. 与之相反, 在自旋霍尔效应中, 自旋方向与运动速度垂直. 也就是说, 在该效应中, 自旋和运动关联在了一起. 因此自旋霍尔效应是一个将自旋与费米子运动关联起来的量子效应.

对于相对论重离子碰撞实验产生的强相互作用物质, 是否也会存在自旋与运动的关联? 从物理图像的角度, 如果把(2)式中的电场换成其他的作用力, 我们也期待产生自旋-运动关联. 这意味着, 对于一个多体系统, 包括强相互作用物质, 热力学力, 如温度梯度、化学势梯度, 也潜在可以引发自旋效应. 下一节将用严格的理论方法验证这一期待.

3 理论

3.1 线性响应理论

线性响应理论是研究多体系统性质的重要理论手段. 考虑一个处在稳态(如热平衡态)的多体系统, 我们可以扰动该系统, 然后研究感兴趣的观

测量在扰动下发生的响应(变化). 如果扰动的振幅很小, 可以做线性近似, 将响应和相关的关联函数定量联系起来, 后者可用系统的场论方法计算获得.

这里先举一个熟知的应用线性响应理论的例子. 考虑能动张量 $T^{\mu\nu}$ 的对长波长(小梯度)扰动的响应. 可以对 $T^{\mu\nu}$ 用流体力学场, 即能量密度 ϵ 或者温度 T , 流体速度 u^μ 以及它们的梯度进行展开. 在这个过程中, 所有满足对称性和 Lorentz 协变性的项都需要写下来. 比如对于偏离于平衡态部分的能动张量 $\Delta T^{\mu\nu}$, 它在梯度为零时消失, 因此它的展开始于第一阶, 即

$$\Delta T^{\mu\nu} = \eta \sigma^{\mu\nu} + \zeta \Delta^{\mu\nu} \theta, \quad (3)$$

这里 $\Delta^{\mu\nu} = (u^\mu u^\nu + g^{\mu\nu})$, $g^{\mu\nu}$ 是度规. 第二项中 $\theta = \partial_\mu u^\mu$ 刻画的是系统膨胀率, 其对应的展开系数(输运系数)是 bulk viscosity, 反映了能动张量对膨胀的响应强度. 在(3)式的第一项中, 剪切张量的定义是

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(\partial^\mu u^\nu + \partial^\nu u^\mu - \frac{2}{3} \Delta^{\mu\nu} \theta \right). \quad (4)$$

比如, 如果流体沿着 x 方向的速度 $u_x(y)$ 依赖于 y 坐标, 对应的剪切张量就不为零. 剪切张量会引发阻碍流体流动的摩擦力, 正因为此, 黏滞系数 η 表征了流体的流动性好坏.

利用 Kubo 关系, 通过计算关联函数 $\langle T^{\mu\nu} T^{\alpha\beta} \rangle$ 来提取输运系数. 推导 Kubo 关系的基本思想是, 可以通过假想把一个非平直对时间空间有依赖的度规作用在需要研究的系统上, 这些度规的效果是产生流体力学场 ϵ, u^μ 的不均匀分布以及随时间的演化. 因为度规和能动张量是对偶的物理量, 因此关联函数 $\langle T^{\mu\nu} T^{\alpha\beta} \rangle$ 包含了描述能动张量对流体力学场梯度响应的全部信息, 进而可以从中提取输运系数. 正是基于 Kubo 关系, 可以通过系统的微扰计算或者非微扰的格点方法, 得到 QCD 物质在不同条件下的输运系数以及它们随温度的关系.

上述方法也可以推广到更一般的算符 \hat{O} 以及它所对应的观测量 $O = \langle \hat{O} \rangle$. 当扰动对应的的波长或周期远大于系统微观尺度(比如平均自由长度或德拜长度)时, 可以对观察量展开成流体力学场及其梯度的线性组合. 接下来, 可以把展开系数和关联函数 $\langle \hat{O} T^{\mu\nu} \rangle$ 联系起来. 最后, 基于微观理论, 计算这些系数.

下面把这个方法用于研究流体力学梯度所引

发的自旋现象. 描述费米场 ψ 的自旋以及动量空间分布信息的物理量是 Wigner 函数:

$$A^\mu(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) \propto$$

$$\int_{\mathbf{y}} e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{y}} \left\langle \bar{\psi} \left(t, \mathbf{x} - \frac{\mathbf{y}}{2} \right) \gamma^\mu \gamma^5 \psi \left(t, \mathbf{x} + \frac{\mathbf{y}}{2} \right) \right\rangle, \quad (5)$$

这里, γ^μ, γ^5 是标准的狄拉克矩阵; \mathbf{p} 可以理解为费米子的三动量. 可以把 A^μ 分解成平行于流体速度 u^μ 的分量 $f_A = \mathcal{A} \cdot u$ 和垂直于流体速度的分量 A^μ_\perp , 并进行梯度展开. 本文用下标 \perp 表示和 u^μ 垂直的分量. 下面将写下 A^μ_\perp 的结果, 这个物理量告诉我们, 在流体的静止系 $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$, 费米子自旋矢量对空间和动量的依赖关系, f_A 的表达式相对简单, 可以参看文献 [24]. 可以注意到, 对一个均匀处在平衡态, 没有外场作用的系统, 自旋分布不应该存在倾向性, 因此 A^μ 在梯度展开的第零阶为零. 对于一个中性的流体, 第一阶的结果可以表示如下 [24]:

$$A^\mu_\perp = c_\omega \omega^\mu + c_T \epsilon^{\mu\nu\lambda\alpha} u_\nu v_\alpha \beta^{-1} (\partial_\lambda^\perp \beta) + g_\sigma \epsilon^{\mu\nu\lambda\alpha} u_\nu Q_\lambda^\sigma \sigma_{\rho\alpha} + g_w Q^{\mu\nu} \omega_\nu, \quad (6)$$

这里 $Q^{\mu\nu} = -\frac{p^\mu_\perp p^\nu_\perp}{p_\perp^2} + \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu}$ 描述的是费米子动量空间的四极矩 (quadrupole moment), $\beta = 1/T$. (6) 式中, 第一项对应的是引言里就已经提到过的涡旋 $\omega^\mu = (1/2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu \partial_\alpha u_\beta$ 引发的自旋极化. 与涡旋效应不同, 后面的三项都依赖于费米子的速度 $v_\mu = p^\mu_\perp / (p \cdot u)$, 因此反映了运动和自旋的关联效应. 下面将进一步阐述这些项的物理意义.

(6) 式中, 正比于 c_T 的项反映了由于温度梯度引发的自旋和运动的关联. 如果在流体的静止系中考察其空间分量的形式, 它告诉我们 $\mathbf{s} \propto \mathbf{v} \times (\nabla T)$, 相当于把自旋霍尔效应表达式 (2) 中的电场换成温度梯度. 在此前的研究中, 通常认为 $c_\omega = c_T$. 在这样的条件下, c_ω, c_T 两项可以合并起来, 得到 A^μ 正比于热力学涡旋 $\Omega_{\text{eff}}^{\alpha\rho} = T[\partial^\alpha(\beta u^\rho) - \partial^\rho(\beta u^\alpha)]$. 但是需要强调的是, 对一般的微观系统, c_ω, c_T 应该是相互独立的.

在 2021 年之前, 被研究者广泛忽略的项是 (6) 式中正比于剪切张量 $\sigma^{\mu\nu}$ 的项和正比于 g_w 的项. 它们分别反映了剪切张量和涡旋与四极矩的耦合. 从时间反演和空间反演的对称性上说, 它们都是被允许出现的, 但是长期被遗漏. 这体现了梯度展开的优点, 即不会遗漏所有被对称性允许的项, 进而得到完整的结果. 自然而然, 可以把剪切张量 $\sigma^{\mu\nu}$ 的贡献称作 shear-induced polarization (SIP). 这

是新发现的效应. 我们注意到, 对于能动张量而言, 剪切张量产生耗散, 这可以从黏滞系数 η 的时间反演宇称 (T-parity) 看出. 黏滞系数 η 是 T-odd, 意味着它正比于弛豫时间, 所以它对应的物理过程是耗散的. 与之相反, 和 SIP 相对应的系数是 T-even, 意味着这个效应可能是非耗散的.

下一个目标是把相应梯度展开系数 c, g 和关联函数联系起来. 按照前面总结线性响应理论的一般方法, 这些系数可以从关联函数 $\langle \bar{\psi}(t, \mathbf{x} - \mathbf{y}/2) \gamma^\mu \gamma^5 \psi(t, \mathbf{x} + \mathbf{y}/2) T^{\mu\nu} \rangle$ 中抽取. 文献 [24] 对费米子系统做了一个一圈计算, 结果为

$$\begin{aligned} A^\mu(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) = & (-n'_{\text{FD}}) \left[\omega^\mu + \epsilon^{\mu\nu\alpha\lambda} u_\nu p_\alpha \partial_\lambda \log \beta \right. \\ & \left. + \frac{-p_\perp^2}{(p \cdot u)} \epsilon^{\mu\nu\alpha\lambda} u_\nu Q_{\alpha\rho} \sigma_\lambda^\rho \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

在上述一圈结果中, g_ω 为零. 和此前文献的公式一致, $c_\omega = c_T \propto (-n'_{\text{FD}})$. 这里 n'_{FD} 表示费米-狄拉克统计, n'_{FD} 对应的是对流体力学场梯度的存在产生响应的自由度. 重要的是, 这个计算进一步验证了 SIP 效应的存在. 上面的结果也和量子动力学以及基于密度矩阵的计算结果一致 [25]. 需要强调的是, 只要给定了一个微观的理论, 从原则上说, 可以把关联函数系统地计算出来. 上面的结果只是一圈微扰的结果, 未来一个有趣的方向是计算高圈修正, 或者用非微扰 (如格点方法) 进行计算.

关于流体场梯度引发的自旋效应, 还有很多开放性问题的需要解决, 具体可参见参考文献 [26]. 比如, SIP 引发自旋极化背后的物理图像是怎样的. 在一圈的计算中, 不同自旋效应的系数直接成正比关系, 这是偶然还是有必然的联系. 这些问题希望能在未来的研究中得到解决.

还可以把刚才的研究扩展到有限重子密度的系统中. 这时得到一个新的贡献, 也就是重子化学势 μ_B 梯度的贡献 [27]:

$$\hat{s} \propto \mathbf{v} \times \nabla (\mu_B/T). \quad (8)$$

该效应可以看作把自旋霍尔效应的电场 (2) 式替换为化学势梯度.

3.2 矢量介子

对于一个有质量, 自旋为 1 的玻色子, 根据其自旋在给定方向 \hat{n} 上的投影, 可以有 $s = 0, \pm 1$ 三个自旋态. 描述其自旋分布的密度矩阵 $\rho_{ss'}$ 偏离单

位矩阵 $\delta_{ss'}$ 的部分, 可以分解成反对称 $\rho_{ss'}^A$ 和对称 $\rho_{ss'}^S$ 两个部分:

$$\rho_{ss'}(\hat{n}) = \delta_{ss'} + \rho_{ss'}^A(\hat{n}) + \rho_{ss'}^S(\hat{n}). \quad (9)$$

反对称矩阵 ρ^A 有 3 个独立分量, 它们的线性组合可以和自旋为 1 的极化矢量 3 个分量对应起来. 与 ρ^A 不同, 有 5 个独立分量的 ρ^S 描述的是“张量极化”. 这是自旋为 1 的粒子和自旋为 1/2 的粒子相比独有的性质. 实验上一个受到广泛关注的观测量是自旋排列 (spin alignment) ρ_{00}^S . 如果 $\rho_{00}^S \neq 0$, 即 ρ_{00} 偏离 1/3, 意味着自旋沿着 \hat{n} 方向的自旋态密度和垂直于 \hat{n} 方向的密度不相等, 反映了自旋分布偏向某个特定的方向. 实验上正是通过观测 ρ_{00} 与 1/3 的差别来判断是否有自旋排列.

对于一个处在热平衡态的矢量介质, 也可以基于线性响应理论, 研究流体力学梯度对其自旋矩阵的效应. 主要步骤包括: 1) 通过矢量介子的极化矢量 (polarization), 将密度矩阵和矢量介子的 Wigner 函数联系起来; 2) 对 Wigner 函数梯度展开; 3) 通过计算关联函数确定相应的展开系数. 下面简单总结这个方法所获得的结果. 需要注意的是, 基于并合的模型, 大家此前普遍认为“spin alignment” ρ_{00}^S 正比于流体梯度的平方 [28]. 下面将看到这样的期待在定性上和梯度展开结果并不相同.

首先, 和自旋为 1/2 的粒子不同, 对于给定动量的自旋为 1 的粒子, “spin alignment” ρ_{00}^S 在梯度展开的第零阶并不为零. 这个可以从如下的直观图像中理解. 由于媒介效应, $s = 0$ 自旋态的有效质量可以和 $s = \pm 1$ 自旋质量不相等. 根据玻色-爱因斯坦分布, $s = 0$ 和 $s = \pm 1$ 态在媒介中的密度将不相等, 引进使得 ρ_{00}^S 不为零.

其次, 剪切流将直接引发自旋排列 ρ_{00}^S , 见文献 [29]. 和前面所说的 SIP 不同, 该效应在做完动量平均之后依然不为零. 从物理上说, 这并不奇怪. 因为如前所述, “spin alignment” 和 “spin polarization” 在概念上并不相同. 前者是自旋空间中的一个张量, 而后者是自旋空间的一个矢量. 由于剪切流对应的是一个坐标空间的张量, 通过自旋和轨道耦合的, 它将引发张量极化是一个比较自然的物理效应.

4 理论计算与实验测量

本节讨论理论预期和实验信号的比较, 侧重点

为自旋极化在动量空间中分布. 图 2 给出了 s 夸克沿着 beam 方向的极化 P_z 随着横向方位角 ϕ_p 的变化. 不同颜色的曲线分别对应来自涡旋、温度梯度和 SIP 的贡献, 参见 (7) 式. 正如文献 [30] 所详细描述的那样, 首先基于标准的流体力学动力学模拟, 求解出流体力学梯度. 然后把前面推导出的自旋与流体力学的梯度关系, 代入到相应的冻结公式, 从而得到了图 2 所示的曲线. 可以清楚地看到, 涡旋对 P_z 随动量角 ϕ_p 依赖关系的贡献可以忽略不

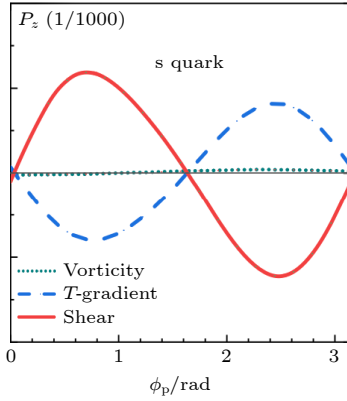


图 2 不同流体力学梯度效应引发的 s 夸克 longitudinal 方向自旋随 transverse 方向动量方位角 ϕ_p 的依赖关系, 图选自文献 [30]

Fig. 2. Polarization of s -quark projected along the longitudinal direction vs the transverse azimuthal angle ϕ_p , see Ref. [30].

计. 该依赖主要是由于温度梯度和 SIP 效应. 同时也发现, 温度梯度的贡献可以粗略地用 $-\sin(2\phi_p)$ 来描述. 但是实验观测到的信号是 $\sin(2\phi_p)$ [31], 一直困扰着研究者, 被称作所谓“符号谜题”. 与此形成鲜明对比的是, SIP 的贡献是 $\sin(2\phi)$. 因此温度梯度的贡献和 SIP 形成了一个竞争关系. 如果去研究沿角度动量方向的极化 P_y , 也会发现对于动量角 ϕ_p 的依赖关系主要来自这两个效应的竞争. 从定性上说, 温度梯度给出的符号和实验观察量相反, SIP 与之相同, 详见文献 [30].

实验观测的极化是所有效应的总和. 对于与动量角的依赖关系来说, 其符号取决于到底是温度梯度的效应还是 SIP 的效应处在主导地位. 如果仔细观察前面的公式就会发现, 自旋载体的质量越小, SIP 的相对贡献将被加强. 如果 Λ 超子的自旋主要来自于其对 s 夸克的自旋, 研究发现 SIP 决定了极化对 ϕ_p 依赖关系的符号, 进而可以在定性上解释实验数据, 就像图 3 展示的那样. 除此之外, 文献 [32] 提出一种可能性, 即冻结面 (freezeout surface) 上, 温度梯度比火球其他的地方要低. 因此 SIP 在冻结面上起主导作用, 进而可以解释实验数据. 文献 [30] 和文献 [32] 的主要差别来自于对自旋自由度量子化的唯象处理, 二者都有需要完善的地方. 在实验

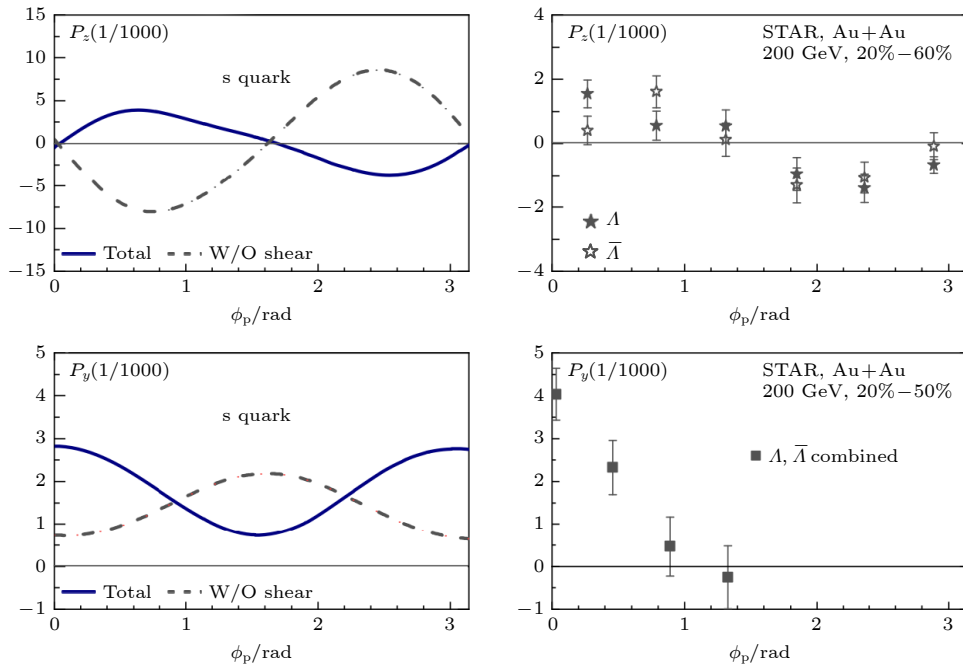


图 3 由流体力学梯度引发的自旋极化随动量角的变化和实验结果的定性比较. 作为比较, 虚线表示没有考虑 SIP 效应的结果, 图取自文献 [30]

Fig. 3. The qualitative comparison between the effects of hydrodynamic gradient and experiment data, see Ref. [30].

上, 高统计量的 RHIC 第二期能量扫描实验刚刚结束取数, 结果将陆续发布. 这些结果将有助于建立更符合实际的自旋强化模型.

LHC 的实验也观测到了 P_z 对动量角的依赖^[33]. 对实验结果进行分析, 结论同样是信号的符号和 SIP 的贡献相符. 因此 RHIC 和 LHC 的结果都支持 SIP 在实验上的存在. 按照推导, SIP 效应适用于各种流体, 重离子碰撞实验有潜力验证其在 QGP 流体的存在.

需要强调的是, 如果希望定量将理论预期与实验数据比较, 还需要在下面两个方面取得进展. 一个是自旋自由度的强化. 对于这样一个非微扰的问题, 现在的认知还非常有限. 另一个就是强子气体阶段自旋的演化, 还需要做进一步的定量研究. 除此之外, 现在对流体力学梯度引发的效应的计算还主要基于一圈的结果, 这个结果是否能在实验条件下使用, 还有待未来进一步的研究.

前面讨论的都是能量较高的重离子碰撞, 他们对应的是重子密度比较低的系统. 随着能量的降低, 碰撞产生的强相互作用物质将有较大的重子密度, 由于火球的不均匀性, 它们也将产生较强的重子化学势梯度. 在这样的背景下, 就需要考虑重子密度梯度产生的极化效应, 见第 3 节的讨论. 和 SIP 等效应不同, 重子和反重子对于重子密度梯度的响应的符号是相反的. 因此可以通过重子、反重子极化的二阶傅里叶系数的差别来探测这样一个效应. 计算发现, 在该效应的作用下, 观察量随着 beam 能量有着特定的依赖关系. 计算的结果还对状态方程、重子弥散系数及初始状态的重子密度分布敏感. 因此这样一个效应, 有潜力用来探索中高密度 QCD 物质的性质, 是一个有意思的未来方向.

在结束本节讨论之前, 再简单评点一下对于矢量介质的密度矩阵, 尤其是自旋排列的实验测量及相关的唯象研究. 在实验上, RHIC 观察到了 ϕ 介子在不同碰撞能量下的自旋排列^[8]. LHC 上的实验也观察到 K^* 和 J/ψ 介子自旋矩阵的非平庸表现^[7]. 如何从理论上理解这些有趣的实验结果, 是当前研究的热点. 文献 [34–36] 的模型计算表明来自涡旋的贡献远低于实验观测值. 按照文献 [37] 的结果, 局域有效矢量介子场的涨落可以解释 STAR 实验组观测到的 ϕ 介子自旋极化^[8]. 类似地, 文献 [38] 认为胶子场涨落也可以引发自旋排列. 笔者看来, 对于核物质或者夸克胶子, 其矢量介子场以及胶子

场的涨落在原则上可以通过格点量子色动力学或者 QCD 求和规则估算, 因此这些理论输入可以推动对强相互作用场的涨落和自旋排列关系的理解.

迄今为止, 上述理论研究大都依赖于并合模型^[39]. 该模型假设矢量介子的自旋矩阵完全来自于其组分夸克的自旋, 忽略了介子在生成后和媒介的相互作用. 前面已经提到对于矢量介子, 线性响应理论可以给出体系达到热平衡时所具有的密度矩阵与流体力学梯度的关系. 因此未来如果将线性响应理论的结果应用到相关唯象研究上, 将是对已有基于并合模型结果的重要补充, 推动对矢量介子实验结果的理解.

5 展 望

本文介绍了重离子碰撞实验中对于自旋相关效应的新进展. 对自旋观测量的研究为揭示高温高密物质相图的性质提供了新的角度, 正在成为学科的新前沿. 本文讨论的重点是由于流体力学梯度引发的自旋和费米子运动的量子关联, 并介绍了如何将有限温度场论的方法系统地应用于相关研究.

站在更加广阔的视角, 笔者期待重离子碰撞实验背景下的自旋研究可以和强子结构背景下的相关研究呼应起来. 强子内部的夸克和胶子处在禁闭的状态, 但有着不同寻常的动量分布. 现在已经知道, 核子内部的部分子运动与其自旋方向也有着不同寻常的量子关联, 研究夸克胶子的运动自旋关联, 被认为是深刻理解 QCD 禁闭的重要视角. 而本文花了大量篇幅讨论了处在解禁闭态下的部分子自旋与运动关联现象. 未来一个值得深思的问题是, 当夸克胶子从禁闭态转变成解禁闭态势, 运动和自旋关联会产生怎样的变化, 是否可以通过该变化更深刻地理解 QCD 理论, 以及色禁闭的本质.

参考文献

- [1] Bzdak A, Esumi S, Koch V, Liao J, Stephanov M, Xu N 2020 *Phys. Rep.* **853** 1
- [2] Luo X, Wang Q, Xu N, Zhuang P 2022 *Properties of QCD Matter at High Baryon Density* (Berlin: Springer)
- [3] Busza W, Rajagopal K, van der Schee W 2018 *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **68** 339
- [4] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301 [Erratum: 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 039901]
- [5] Becattini F, Chandra V, Del Zanna L, Grossi E 2013 *Annals Phys.* **338** 32
- [6] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2017 *Nature*

548 62

- [7] Acharya S, Adamová D, Adler A, et al. 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 012301
- [8] Abdallah M S, Aboona B E, Adam J, et al. 2023 *Nature* **614** 244
- [9] Kharzeev D E, Liao J, Voloshin S A, Wang G 2016 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **88** 1
- [10] Wang F Q, Zhao J 2018 *Nucl. Sci. Tech.* **29** 179
- [11] Hattori K, Huang X G 2017 *Nucl. Sci. Tech.* **28** 26
- [12] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 56
- [13] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [14] Hidaka Y, Pu S, Wang Q, Yang D L 2022 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **127** 103989
- [15] Florkowski W, Friman B, Jaiswal A, Speranza E 2018 *Phys. Rev. C* **97** 041901
- [16] Hattori K, Hongo M, Huang X G, Matsuo M, Taya H 2019 *Phys. Lett. B* **795** 100
- [17] Weickgenannt N, Speranza E, Sheng X L, Wang Q, Rischke D H 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 052301
- [18] Bhadury S, Florkowski W, Jaiswal A, Kumar A, Ryblewski R 2021 *Phys. Lett. B* **814** 136096
- [19] Peng H H, Zhang J J, Sheng X L, Wang Q 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 116701
- [20] Hongo M, Huang X G, Kaminski M, Stephanov M, Yee H U 2021 *JHEP* **11** 150
- [21] Weickgenannt N, Wagner D, Speranza E, Rischke D H 2022 *Phys. Rev. D* **106** 096014
- [22] Sinova J, Valenzuela S O, Wunderlich J, Back C H, Jungwirth T 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 1213
- [23] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 226801
- [24] Liu S Y F, Yin Y 2021 *JHEP* **07** 188
- [25] Becattini F, Buzzegoli M, Palermo A 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136519
- [26] Lin S, Wang Z 2022 *JHEP* **12** 030
- [27] Liu S Y F, Yin Y 2021 *Phys. Rev. D* **104** 054043
- [28] Becattini F 2022 *Rep. Prog. Phys.* **85** 122301
- [29] Wagner D, Weickgenannt N, Speranza E 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 013187
- [30] Fu B, Liu S Y F, Pang L, Song H, Yin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 142301
- [31] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 132301
- [32] Becattini F, Buzzegoli M, Inghirami G, Karpenko I, Palermo A 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 272302
- [33] Acharya S, Adamová D, Adler A, et al. 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 172005
- [34] Becattini F, Karpenko I, Lisa M, Upszal I, Voloshin S 2017 *Phys. Rev. C* **95** 054902
- [35] Yang Y G, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2018 *Phys. Rev. C* **97** 034917
- [36] Xia X L, Li H, Huang X G, Zhong H H 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136325
- [37] Sheng X L, Oliva L, Wang Q 2020 *Phys. Rev. D* **101** 096005
- [38] Müller B, Müller B, Yang D L, Yang D L 2022 *Phys. Rev. D* **105** L011901 [Erratum: 2022 *Phys. Rev. D* **106** 039904]
- [39] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Quantum correlation between spin and motion in quantum chromodynamics matter*

Yin Yi[†]

(*Quark Matter Research Center, Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*)

(Received 30 December 2022; revised manuscript received 12 March 2023)

Abstract

Recently, the Λ polarization has been observed at relativistic heavy-ion collider (RHIC) and large hadron collider (LHC). This observation has inspired many studies on spin dynamics of quantum chromodynamics (QCD) many-body physics, thus opening a new avenue to studying the hot and dense nuclear matter. This paper reviews the recent progress of spin effects in relativistic heavy-ion collisions, with an emphasis on the quantum correlation between spin and motion in QCD matter, including newly discovered shear-induced polarization (SIP), a novel effect that fluid shear polarizes the spin. The linear response theory's applications to studying those effects are also systematically reviewed. Finally, their observational signatures in experiments are discussed.

Keywords: quantum chromodynamics phase diagram, spin

PACS: 12.38.Mh

DOI: [10.7498/aps.72.20222458](https://doi.org/10.7498/aps.72.20222458)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12175282).

[†] Corresponding author. E-mail: yiyin@impcas.ac.cn



费米子的相对论自旋输运理论

高建华 盛欣力 王群 庄鹏飞

Relativistic spin transport theory for spin-1/2 fermions

Gao Jian-Hua Sheng Xin-Li Wang Qun Zhuang Peng-Fei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 112501 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222470

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222470>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

硅纳米结构晶体管中与杂质量子点相关的量子输运

Quantum transport relating to impurity quantum dots in silicon nanostructure transistor

物理学报. 2019, 68(8): 087301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190095>

双层硼烯纳米带的量子输运研究

Quantum transport properties of bilayer borophene nanoribbons

物理学报. 2022, 71(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221304>

HgTe/CdTe量子阱中自旋拓扑态的退相干效应

Dephasing effect of quantum spin topological states in HgTe/CdTe quantum well

物理学报. 2019, 68(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191072>

马约拉纳费米子与杂质自旋相互作用的热偏压输运

Interplay between Majorana fermion and impurity in thermal-driven transport model

物理学报. 2021, 70(11): 117401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202241>

石墨烯p-n结在磁场中的电输运热耗散

Thermal dissipation of electric transport in graphene p-n junctions in magnetic field

物理学报. 2022, 71(12): 127203 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220029>

导线非共线的分子器件输运性质的第一性原理研究

First-principles study on transport property of molecular device with non-collinear electrodes

物理学报. 2018, 67(9): 097301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172221>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

费米子的相对论自旋输运理论*

高建华^{1)†} 盛欣力²⁾ 王群³⁾ 庄鹏飞⁴⁾

1) (山东大学空间科学与物理学院, 山东省光学天文与日地空间环境重点实验室, 威海 264209)

2) (INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy)

3) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

4) (清华大学物理系, 北京 100084)

(2022年12月31日收到; 2023年3月25日收到修改稿)

在重离子碰撞中, 自旋轨道耦合可以导致整体极化现象. 自从2017年, STAR工作中发现超子 Λ 在Au+Au碰撞中的整体极化, 整体极化效应引起了学术界的广泛关注. 整体极化效应的微观产生机制可以利用粒子之间非定域的散射过程来描述: 在重离子碰撞中产生了热密物质, 热密物质中的粒子之间通过非定域的碰撞过程实现了轨道角动量向自旋角动量的转换, 从而导致散射后的粒子自旋极化. 为了描述这一微观过程, 在相空间描述自旋轨道耦合更加方便, 而自旋轨道耦合又是一种量子效应, 所以基于协变维格纳函数的量子动力学理论将是描述整体极化现象的有力工具. 本文介绍了基于维格纳函数的量子动力学理论以及自旋输运理论. 近期自旋输运理论的发展为以后数值模拟自旋极化现象的时空演化提供了理论基础.

关键词: 维格纳函数, 量子输运, 自旋输运理论

PACS: 25.75.Nq, 12.38.Mh

DOI: 10.7498/aps.72.20222470

1 引言

在相对论重离子非对心碰撞中, 两个原子核在碰撞平面的法向存在巨大的初始轨道角动量, 在碰撞形成的热密物质中初始轨道角动量通过物质粒子的自旋轨道相互作用转变为末态粒子的自旋角动量, 这种自旋极化效应被称为整体极化效应^[1], 它是相对于碰撞平面的, 因此有别于在质子质子碰撞中的自旋极化效应. 2017年STAR (solenoidal tracker at RHIC) 合作组在重离子碰撞实验中观察到了 Λ 超子的整体极化效应^[2]. 自从STAR实验观测发表之后, 整体极化效应引起了学术界的广泛关注. 描述整体极化效应的理论和现象学模型有很多, 在理论方面, 有粒子碰撞自旋轨道耦合理论^[3-6]、量子统计理论^[7-10]、基于量子动力学的自旋输运理

论^[11-21]、自旋流体力学理论^[22-26]等; 在现象学模型方面, 主要有输运模型和流体力学模型等 (见综述文献^[27-30]). 本文将介绍自旋为1/2的有质量费米子的自旋输运理论及其最新进展, 它基于以维格纳函数为基本构造单元的量子动力学 (见综述文献^[31-33]).

本文首先介绍无碰撞项的量子动力学方程, 包括协变维格纳函数方法和等时维格纳函数方法, 然后介绍有碰撞项的自旋动力学方程, 包括基于Kadanoff-Baym方程的自旋动力学、基于量子场论方法的自旋动力学以及其他方法.

2 无碰撞项的量子动力学方程

近年来, 为了描述相对论重离子碰撞中可能存在的各种手征效应, 比如手征磁效应、手征涡旋效

* 国家自然科学基金 (批准号: 11890710, 11890713, 12175123, 12135011) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn

应、手征分离效应等,人们建立并发展了手征动理学理论^[34-45]并逐步实现了数值模拟计算^[46-53],这一理论被证明是可以描述手征量子效应的成功理论.

但是手征动理学理论只适用于无质量的费米子,相对论重离子碰撞中夸克的质量其实并不是零,只有在高能情形下可以近似为零.尤其最近几年在 RHIC (relativistic heavy ion collider) 实验中发现在较低能量情形下超子的整体极化现象更明显^[2].在当前情形下,超越手征极限,发展一个有限质量情形下的量子动理学理论成为必要,成为了近年来这一方向的热点理论问题,并取得了很大的发展,这一点在综述文章^[29-33]已有介绍和总结.本文将总结一下最近几年在这方面的理论进展,但主要集中在维格纳函数方法推导动理学方程的工作,并且都采取了背景场近似而忽略了碰撞项^[12-16].希望通过这些总结,读者能够很清晰地看出维格纳函数方法的独特性、以及各种不同结果的相似性和差异性,从而可以对这一方向有一个大致的了解.

2.1 协变维格纳函数方法

维格纳函数是维格纳首先在 1932 年基于量子力学引入的、用于描述微观粒子相空间运动的分布函数^[54].它与经典相空间分布函数的差别是维格纳函数不是正定的,对于单粒子运动,它由波函数的两点关联函数确定,是与波函数等效的量子力学描述.自从 20 世纪八十年代,为了描述相对论重离子碰撞产生的多粒子系统的量子输运过程,人们开始发展基于量子场论的协变维格纳函数方法^[55-57].在量子场论中首先定义协变的维格纳算符,对于狄拉克费米子体系,它是双线性狄拉克场,在旋量空间是 4×4 的矩阵算符:

$$\widehat{W}_{\alpha\beta}(x,p) = \int \frac{d^4y}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot y} \bar{\psi}_\beta(x_+) \times U(x_+, x_-) \psi_\alpha(x_-), \quad (1)$$

其中 U 代表连接两点 $x_- \equiv x - y/2$ 和 $x_+ \equiv x + y/2$ 的直线规范链,它与施加给费米子系统的外电磁场有关.在上面的维格纳算符的定义式中,可以改变 y 的符号,即 $y \rightarrow -y$, 则 $x_+ \leftrightarrow x_-$, 这样即可得到完全等价的维格纳函数.另外, (1) 式中的因子 $(2\pi)^4$ 也是一种约定,在有的文献中是没有这个因子的^[21], 见第 3.1 节中的维格纳函数定义式 (28). 维格纳函数就定义为维格纳算符在密度矩阵 ρ 下的

系综平均值:

$$W(x,p) = \text{Tr} [\rho \widehat{W}(x,p)], \quad (2)$$

本节将要介绍的工作^[12,13,15,16]都是基于这些定义开展的.取系综平均后,维格纳函数就只是在旋量空间 4×4 的普通矩阵了,可以把它在 Clifford 代数下进行展开:

$$W(x,p) = \frac{1}{4} \left[\mathcal{F} + i\gamma^5 \mathcal{P} + \gamma^\mu \mathcal{V}_\mu + \gamma^5 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu + \frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \mathcal{S}_{\mu\nu} \right], \quad (3)$$

其中 \mathcal{F} 代表标量分量, \mathcal{P} 代表赝标量分量, \mathcal{V}_μ 代表矢量分量, \mathcal{A}_μ 代表轴矢量(即自旋矢量)分量,而 $\mathcal{S}_{\mu\nu}$ 代表反对称(极化)张量分量,它们都是相空间的分布函数.这些分量不全是独立的,根据研究的物理问题,可以选择不同的分量作为独立变量.

文献^[12]中选择 \mathcal{F} 和 \mathcal{A}_μ 作为独立分量,在按照 \hbar 的半经典展开的一阶近似下, \mathcal{F} 和 \mathcal{A}_μ 可以表示为

$$\mathcal{F} = \delta(p^2 - m^2) \mathcal{F} + \frac{\hbar}{m} \tilde{F}_{\mu\nu} p^\mu \mathcal{A}^\nu \delta'(p^2 - m^2), \quad (4)$$

$$\mathcal{A}_\mu = \delta(p^2 - m^2) \mathcal{A}_\mu + \frac{\hbar}{m} p^\nu \tilde{F}_{\mu\nu} \mathcal{F} \delta'(p^2 - m^2), \quad (5)$$

其中 $\tilde{F}_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$ 是电磁场场强张量 $F^{\alpha\beta}$ 的对偶张量,新引入的分布函数 \mathcal{F} 和 \mathcal{A}_μ 已经把奇异在壳 δ 函数扣除掉剩下的正常分布函数了.这些分布函数满足协变的维格纳方程:

$$p \cdot \nabla \left[\mathcal{F} \delta(p^2 - m^2) + \frac{\hbar}{m} \tilde{F}_{\mu\nu} p^\mu \mathcal{A}^\nu \delta'(p^2 - m^2) \right] = \frac{\hbar}{2m} (\partial_\lambda^x \tilde{F}_{\mu\nu}) \partial_p^\lambda [p^\mu \mathcal{A}^\nu \delta(p^2 - m^2)], \quad (6)$$

$$p \cdot \nabla \left[\mathcal{A}_\mu \delta(p^2 - m^2) + \frac{\hbar}{m} p^\nu \tilde{F}_{\mu\nu} \mathcal{F} \delta'(p^2 - m^2) \right] = F_{\mu\nu} \left[\mathcal{A}^\nu \delta(p^2 - m^2) + \frac{\hbar}{m} p_\lambda \tilde{F}^{\nu\lambda} \mathcal{F} \delta'(p^2 - m^2) \right] + \frac{\hbar}{2m} (\partial_\lambda^x \tilde{F}_{\mu\nu}) \partial_p^\lambda [p^\nu \mathcal{F} \delta(p^2 - m^2)]. \quad (7)$$

除此之外, \mathcal{A}_μ 还需要满足一个限制方程 $p^\mu \mathcal{A}_\mu \delta(p^2 - m^2) = 0$. 在上面的公式中定义了算符 $\nabla^\mu \equiv \partial_x^\mu - F^{\mu\nu} \partial_p^\nu$. 这些方程中包含奇异的狄拉克 δ 函数,为了去除这些奇异性,把方程对动量的 $p_0 = (0, \infty)$ 分量积分,得到正能部分的三维动量方程:

$$\begin{aligned}
 & (\nabla_t + \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathcal{F} \\
 = & -\frac{\hbar}{2mE_p} \left[(\mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \nabla + E_p \overleftarrow{\nabla}_x \cdot \nabla_p) \right. \\
 & \left. - (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \nabla + E_p \overleftarrow{\nabla}_x \cdot \nabla_p) \mathbf{v} \right] \cdot \mathcal{A}, \quad (8) \\
 & (\nabla_t + \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathcal{A} \\
 = & \mathbf{B} \times \mathcal{A} - \mathbf{E}(\mathbf{v} \cdot \mathcal{A}) - \frac{\hbar}{2mE_p} \\
 & \times (\mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \nabla + E_p \overleftarrow{\nabla}_x \cdot \nabla_p) \mathcal{F}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中定义速度矢量 $\mathbf{v} = \mathbf{p}/E_p$, 能量 $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ 以及算符 $\nabla_t = \partial_t + \mathbf{E} \cdot \nabla_p$ 和 $\nabla = \nabla_x + \mathbf{B} \times \nabla_p$. 在算符 ∇_x 上的左向箭头代表算符只作用在左方的电磁场上. 三维动量的动理学方程更适合数值计算.

文献 [13] 也是从有质量费米子的协变维格纳方程出发推导出维格纳函数各分量满足的量子动理学方程, 他们选择了标量分布函数 V 和反对称(极化)张量分布函数 $\bar{\Sigma}_{\mu\nu}$ 作为独立变量:

$$\mathcal{F} = \delta(p^2 - m^2) mV - \frac{\hbar}{2} F_{\mu\nu} \bar{\Sigma}^{\mu\nu} \delta'(p^2 - m^2), \quad (10)$$

$$\mathcal{S}_{\mu\nu} = \delta(p^2 - m^2) m\bar{\Sigma}_{\mu\nu} - \hbar F_{\mu\nu} V \delta'(p^2 - m^2), \quad (11)$$

这些分布函数满足演化方程:

$$\begin{aligned}
 0 = & \delta(p^2 - m^2) \left[p \cdot \nabla V + \frac{\hbar}{4} (\partial_x^\alpha F^{\mu\nu}) \partial_\alpha^p \bar{\Sigma}_{\mu\nu} \right] \\
 & - \frac{\hbar}{2} \delta'(p^2 - m^2) F^{\alpha\beta} p \cdot \nabla \bar{\Sigma}_{\alpha\beta}, \\
 0 = & \delta(p^2 - m^2) \left[p \cdot \nabla \bar{\Sigma}_{\mu\nu} - F_{[\mu}^\alpha \bar{\Sigma}_{\nu]\alpha} + \frac{\hbar}{2} (\partial_x^\alpha F_{\mu\nu}) \partial_p^\alpha V \right] \\
 & - \hbar \delta'(p^2 - m^2) F_{\mu\nu} p \cdot \nabla V, \quad (12)
 \end{aligned}$$

以及关于 $\bar{\Sigma}_{\mu\nu}$ 的约束方程

$$p^\nu \bar{\Sigma}_{\mu\nu} \delta(p^2 - m^2) = \frac{1}{2} \hbar \delta(p^2 - m^2) \nabla_\mu^{(0)} V. \quad (13)$$

文献 [13] 只给出了未积分的协变动理学方程, 但是特色之处是发现了这些方程在如下变化下是保持不变的:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Sigma}_{\mu\nu} & \rightarrow \hat{\bar{\Sigma}}_{\mu\nu} = \bar{\Sigma}_{\mu\nu} + (p^2 - m^2) \delta \bar{\Sigma}_{\mu\nu}, \\
 V & \rightarrow \hat{V} = V - \frac{\hbar}{2} F^{\mu\nu} \delta \bar{\Sigma}_{\mu\nu}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

利用这些变换, 方程中的 δ 函数的导数项可以省略, 从而大大简化了动理学方程的最后结果.

文献 [15] 从 \mathcal{V}^μ 和 \mathcal{A}^μ 出发, 利用维格纳方程和自由量子场论的结果, 可以得到 \mathcal{V}^μ 和 \mathcal{A}^μ 的一般形式:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{V}^\mu = & 2\pi p^\mu f_V \delta(p^2 - m^2) + 2\pi \tilde{F}^{\mu\nu} a_\nu \delta'(p^2 - m^2) f_A \\
 & + 2\pi \delta(p^2 - m^2) G^\mu, \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}^\mu = & 2\pi \alpha^\mu f_A \delta(p^2 - m^2) + 2\pi \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu \delta'(p^2 - m^2) f_V \\
 & + 2\pi \delta(p^2 - m^2) H^\mu, \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中 G^μ , H^μ , $S_{m(n)}^{\mu\nu}$ 定义为

$$\begin{aligned}
 G^\mu = & \frac{\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} n_\nu}{2p \cdot n} [\nabla_\rho (a_\sigma f_A) + F_{\rho\sigma} f_A], \\
 H^\mu = & S_{m(n)}^{\mu\nu} \nabla_\nu f_V, \quad S_{m(n)}^{\mu\nu} = \frac{\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha n_\beta}{2a \cdot n} \nabla_\nu f_V. \quad (17)
 \end{aligned}$$

在这里四矢量 n^μ 对应于在一个局域参考系的四维速度矢量, 也可认为是自旋量子化的方向. 最后文献 [15] 得到一个标量方程:

$$\begin{aligned}
 0 = & \delta(p^2 - m^2) \left[p \cdot \nabla f_V + \hbar \left(\frac{E_\mu S_{a(n)}^{\mu\nu}}{p \cdot n} \Delta_\nu \right. \right. \\
 & \left. \left. + S_{a(n)}^{\mu\nu} (\partial_\mu F_{\rho\nu}) \partial_p^\rho + (\partial_\mu S_{a(n)}^{\mu\nu}) \nabla_\nu \right) f_A \right] \\
 & - \frac{\delta'(p^2 - m^2)}{p \cdot n} B^\mu \square_{\mu\nu} \tilde{a}^\nu + \frac{\hbar}{2} \delta(p^2 - m^2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \\
 & \times \left[\nabla_\mu \left(\frac{n_\beta}{p \cdot n} \right) [(\Delta_\nu a_\alpha) + F_{\nu\alpha}] + \frac{n_\beta}{p \cdot n} ((\partial_\mu F_{\rho\nu}) \right. \\
 & \left. \times (\partial_p^\rho a_\alpha) + [(\nabla_\nu a_\alpha) - F_{\rho\nu} (\partial_p^\rho a_\alpha)] \nabla_\mu \right] f_A, \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中, $E_\mu = n^\nu F_{\mu\nu}$, $B^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} n_\nu F_{\alpha\beta}$, $S_{a(n)}^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} a_\alpha n_\beta / (2p \cdot n)$ 是自旋张量. 文献 [15] 得到的另一个方程是轴矢量方程:

$$\begin{aligned}
 0 = & \delta(p^2 - m^2) (p \cdot \Delta (a^\mu f_A) + F^{\nu\mu} a_\nu f_A) + \hbar p^\mu \\
 & \times \left\{ \delta(p^2 - m^2) \left[(\partial_\alpha S_{m(n)}^{\alpha\nu}) \nabla_\nu + \frac{S_{m(n)}^{\alpha\nu} E_\alpha \Delta_\nu}{p \cdot n + m} \right. \right. \\
 & \left. \left. + S_{m(n)}^{\rho\nu} (\partial_\rho F_{\beta\nu}) \partial_p^\beta \right] - \delta'(p^2 - m^2) \frac{p \cdot B}{p \cdot n + m} p \cdot \nabla \right\} \\
 & \times f_V + \hbar m \left\{ \frac{\delta(p^2 - m^2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}}{2(p \cdot n + m)} \left[m (\partial_\alpha n_\beta) \nabla_\nu \right. \right. \\
 & \left. \left. + (mn_\beta + p_\beta) \left(\frac{E_\alpha - \partial_\alpha (p \cdot n)}{p \cdot n + m} \nabla_\nu - (\partial_\nu F_{\rho\alpha}) \partial_p^\rho \right) \right] \right. \\
 & \left. + \delta'(p^2 - m^2) \frac{(mn_\beta + p_\beta) \tilde{F}^{\mu\beta}}{p \cdot n + m} p \cdot \nabla \right\} f_V. \quad (19)
 \end{aligned}$$

文献 [15] 的工作中分析了如何从有限质量到零质

量的平滑过渡问题.

文献 [16] 发展了弯曲时空中的有质量费米子的量子动力学方程, 这些量子动力学方程保证了在 $U(1)$ 规范变换、定域洛伦兹变换和一般微分同胚映射下都是协变的, 从而保证了与广义相对论基本原理相一致. 在此情形下, 文献 [16] 给出 \mathcal{V}^μ 和 \mathcal{A}^μ 的具体形式:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}^\mu &= 4\pi \left[\delta(p^2 - m^2) \left(p^\mu f + \frac{\hbar}{2p \cdot n} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} n_\nu \Delta_\rho \bar{A}_\sigma \right) \right. \\ &\quad \left. + \hbar \delta'(p^2 - m^2) \tilde{F}^{\mu\nu} \left(\bar{A} - \frac{p \cdot \bar{A}}{p \cdot n} n_\nu \right) \right], \\ \mathcal{A}^\mu &= 4\pi \left[\delta(p^2 - m^2) m \theta^\mu f_A + \hbar \delta'(p^2 - m^2) \tilde{F}^{\mu\nu} p_\nu f \right].\end{aligned}\quad (20)$$

而最终的量子动力学方程由四个独立的演化方程组成:

$$\begin{aligned}0 &= \delta(p^2 - m^2 \mp \Sigma_S^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}) \\ &\quad \times \left\{ \left[p^\mu \Delta_\mu \pm \frac{\hbar}{2} \Sigma_S^{\mu\nu} (\mathcal{D}_\rho F_{\mu\nu} - p_\lambda R^\lambda{}_{\rho\mu\nu}) \partial_p^\rho \right] f_\pm \right. \\ &\quad \left. + \frac{\hbar}{2} f_A (\mathcal{D}_\rho F_{\mu\nu} - p_\lambda R^\lambda{}_{\rho\mu\nu}) \partial_p^\rho \Sigma_S^{\mu\nu} \right\},\end{aligned}\quad (21)$$

$$\begin{aligned}0 &= \delta(p^2 - m^2) \left[f_{AP} \cdot \Delta \theta^\mu - f_A F^{\mu\nu} \theta_\nu + \theta^\mu p \cdot \Delta f_A \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hbar}{4m} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} p_\alpha (\mathcal{D}_\sigma F_{\nu\rho} - p_\lambda R^\lambda{}_{\sigma\nu\rho}) \partial_p^\sigma f \right].\end{aligned}\quad (22)$$

在上面的公式中 $\Delta_\mu = \mathcal{D}_\mu + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda p_\lambda \partial_p^\nu - F_{\mu\nu} \partial_p^\nu$, 其中 \mathcal{D}_μ 是表征一般坐标变换下的协变导数; n^μ 是类时矢量, 满足归一化条件 $n^2 = 1$ 和横向条件 $p \cdot n \neq 0$; θ^μ 是类光横向矢量, 满足 $\theta^\mu \theta_\mu = 0$ 和 $p^\mu \theta_\mu = 0$; 分布函数 $f_\pm = (f \pm f_A)/2$ 以及 $\Sigma_S^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \theta_\rho p_\sigma / 2m$; 公式中的 $R^\rho{}_{\sigma\mu\nu}$ 是黎曼张量. 文献 [16] 也讨论了如何从有质量动力学方程过渡到无质量情形下的手征动力学方程.

2.2 等时维格纳函数方法

等时维格纳函数 [58,59] 是把协变维格纳函数的 p_0 积分掉得到的:

$$W(x, \mathbf{p}) = \int dp_0 W(x, p) \gamma^0. \quad (23)$$

相应地也可以得到等时维格纳函数的量子动力学方程. 把 p_0 积分掉的主要优点是使动理论方程变成

可以求解的初始问题, 且不论粒子是否处于质壳上. 等时维格纳函数可以分解为 [14]

$$\begin{aligned}\mathcal{W} &= \frac{1}{4} [f_0 + \gamma_5 f_1 - i\gamma_0 \gamma_5 f_2 + \gamma_0 f_3 + \gamma_5 \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{g}_0 \\ &\quad + \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{g}_1 - i\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{g}_2 - \gamma_5 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{g}_3].\end{aligned}\quad (24)$$

如果选择费米子数密度 f_0 和自旋流 \mathbf{g}_0 作为独立变量, 则它们满足的动力学方程为

$$\begin{aligned}&\left(\nabla_t \pm \frac{\mathbf{p}}{E_p} \cdot \nabla \right) f_0^\pm \\ &= \frac{\hbar \mathbf{E}}{2E_p^2} \cdot \nabla \times \mathbf{g}_0^\pm \mp \frac{\hbar}{2E_p^3} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{p} \cdot \nabla) \mathbf{g}_0^\pm \\ &\quad + \frac{\hbar \mathbf{B} \times \mathbf{p}}{E_p^4} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{g}_0^\pm,\end{aligned}\quad (25)$$

$$\begin{aligned}&\left(\nabla_t \pm \frac{\mathbf{p}}{E_p} \cdot \nabla \right) \mathbf{g}_0^\pm \\ &= \frac{1}{E_p^2} [\mathbf{p} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{g}_0^\pm) \mp E_p \mathbf{B} \times \mathbf{g}_0^\pm] \\ &\quad \mp \hbar \left(\frac{\mathbf{B}}{2E_p^3} \pm \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{p}}{2E_p^4} \right) \mathbf{p} \cdot \nabla f_0^\pm \\ &\quad \mp \hbar \left(\frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E})(\mathbf{E} \times \mathbf{p})}{E_p^5} \pm \frac{\mathbf{p} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{E})}{2E_p^4} \right) f_0^\pm,\end{aligned}\quad (26)$$

其中上标“+”和“-”分别代表粒子和反粒子. 作者还选择了另一个独立的磁矩分布函数 \mathbf{g}_3 来代替自旋分布函数 \mathbf{g}_0 , 其满足的演化方程为

$$\begin{aligned}&\mathbf{p} \cdot \left(\nabla_t \pm \frac{\mathbf{p}}{E_p} \cdot \nabla \right) \mathbf{g}_3^\pm \\ &= -\frac{\mathbf{p}^2}{E_p^2} \left(\mathbf{E} \pm \frac{\mathbf{p}}{E_p} \times \mathbf{B} \right) \cdot \mathbf{g}_3^\pm \mp \frac{m^2}{E_p^3} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{g}_3^\pm) \\ &\quad + \frac{m}{2E_p^4} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{B})(\mathbf{p} \cdot \nabla) f_0^\pm \mp \frac{m}{2E_p^3} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{E} \times \nabla) f_0^\pm \\ &\quad \pm \frac{3m}{2E_p^5} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{B})(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}) f_0^\pm \pm \frac{m \mathbf{p}^2}{2E_p^5} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{E}) f_0^\pm.\end{aligned}\quad (27)$$

文献 [14] 还分析了质量效应对手征动力学方程的修正, 发现在质量展开的一阶项, 质量修正更像附加的碰撞项, 对手征动力学方程的结构并没有影响.

近来还有一些工作研究了从有限质量量子动力学方程到手征动力学方程的平滑过渡问题 [17,60,61], 在最近的工作 [61] 中, 研究者利用维格纳函数方法推导出了推广的手征动力学方程, 实现了量子动力学方程从有质量到无质量的平滑过渡.

3 有碰撞项的自旋动力学方程

在相对论重离子非对心碰撞中, 两个原子核在碰撞平面的法向存在巨大的初始轨道角动量, 在碰撞形成的热密物质中初始轨道角动量通过物质粒子的自旋轨道相互作用转变为末态粒子的自旋角动量, 从微观上看, 这一过程是通过粒子间的非定域碰撞实现的 [1,19–21,62]. 本节将简要介绍关于自旋为 1/2 的费米子系统的带碰撞项的自旋动力学的理论进展.

3.1 基于 Kadanoff-Baym 方程的自旋动力学

为了研究自旋为 1/2 的费米子系统, 考虑其定义在闭时路径上的格林函数 [63,64]:

$$G_{\alpha\beta}(x, p) \equiv \int d^4y e^{ip \cdot y} \langle T_C \psi_\alpha \left(x + \frac{y}{2} \right) \bar{\psi}_\beta \left(x - \frac{y}{2} \right) \rangle \equiv \begin{pmatrix} G_{\alpha\beta}^F(x, p) G_{\alpha\beta}^<(x, p) \\ G_{\alpha\beta}^>(x, p) G_{\alpha\beta}^{\bar{F}}(x, p) \end{pmatrix}, \quad (28)$$

其中 T_C 表示按照算符在闭时路径上的顺序进行排序. 该路径从某初始时刻 t_0 开始, 沿时间方向到达 $t \rightarrow +\infty$, 然后返回 t_0 时刻. 该路径的上半分支的方向与时间方向一致, 下半分支的方向则相反. 因此根据 $x \pm y/2$ 在路径上的位置, 可以将上述格林函数表示为 2×2 的矩阵形式, 其中第一行和第二行分别对应于 $x + y/2$ 处于路径的顺时和逆时部分, 第一列和第二列分别对应于 $x - y/2$ 处于路径的顺时和逆时部分. 对算符 ψ 和 $\bar{\psi}$ 之间的相对位置做傅里叶变换, 即得到相空间中的两点格林函数, 也叫作维格纳函数. 从闭时路径上的戴森-施温格方程出发, 可以得到格林函数满足的 Kadanoff-Baym 方程, 其中 $G^<(x, p)$ 满足以下方程:

$$\begin{aligned} & \left[\gamma \cdot \left(p + \frac{i\hbar}{2} \partial \right) - m \right] G^<(x, p) \\ &= -\frac{i\hbar}{2} \left[\Sigma^<(x, p) G^>(x, p) - \Sigma^>(x, p) G^<(x, p) \right] \\ & \quad - \frac{\hbar^2}{4} \left[\left\{ \Sigma^<(x, p), G^>(x, p) \right\}_{\text{PB}} \right. \\ & \quad \left. - \left\{ \Sigma^>(x, p), G^<(x, p) \right\}_{\text{PB}} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

式中, Σ 表示由于相互作用导致的自能修正, $\{A, B\}_{\text{PB}} \equiv (\partial_x A) \cdot (\partial_p B) - (\partial_p A) \cdot (\partial_x B)$ 为泊松括

号. 对方程 (30) 右边的碰撞项进行关于普朗克常数 \hbar 的准经典展开, 并保留 \hbar 的领头阶与次领头阶项. 方程 (30) 的共轭方程为

$$\begin{aligned} & G^<(x, p) \left[\gamma \cdot \left(p - \frac{i\hbar}{2} \overleftarrow{\partial} \right) - m \right] \\ &= -\frac{i\hbar}{2} \left[G^<(x, p) \Sigma^>(x, p) - G^>(x, p) \Sigma^<(x, p) \right] \\ & \quad - \frac{\hbar^2}{4} \left[\left\{ G^<(x, p), \Sigma^>(x, p) \right\}_{\text{PB}} \right. \\ & \quad \left. - \left\{ G^>(x, p), \Sigma^<(x, p) \right\}_{\text{PB}} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

其中的相互作用项可以通过交换方程 (30) 中的 G 和 Σ 得到.

由于维格纳函数满足 $G^{<\dagger} = \gamma^0 G^<\gamma^0$, 因此可以用 Clifford 代数的 16 个生成元:

$$\Gamma_a \in \left\{ 1, i\gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5 \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \right\}, \quad (31)$$

展开为如下形式:

$$G^<(x, p) = \frac{1}{4} \left(\mathcal{F} + i\gamma^5 \mathcal{P} + \gamma^\mu \mathcal{V}_\mu + \gamma^5 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu + \frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \mathcal{S}_{\mu\nu} \right), \quad (32)$$

展开系数 \mathcal{F} , \mathcal{P} , \mathcal{V}_μ , \mathcal{A}_μ , 以及 $\mathcal{S}_{\mu\nu}$ 都是定义在相空间中的实函数, 它们分别是维格纳函数的标量、赝标量、矢量、轴矢量和张量分量, 可以通过 $\text{Tr}(\Gamma_a G^<)$ 得到. 这些维格纳函数分量都具有明显的物理含义, 例如矢量分量 \mathcal{V}_μ 表示相空间中的粒子数 (守恒荷) 流密度, 轴矢量分量 \mathcal{A}_μ 表示相空间中的自旋流密度, 等等. 文献 [21] 通过将方程 (30) 左乘 $\gamma \cdot (p + i\hbar\partial/2) + m$, 然后向 Clifford 代数的生成元 Γ_a 上投影, 并分离实部与虚部, 得到了上述分量满足的质壳条件以及玻尔兹曼方程:

$$\begin{aligned} & \left(p^2 - \frac{\hbar^2}{4} \partial_x^2 - m^2 \right) \text{Tr}(\Gamma_a G^<) \\ &= \text{Re Tr} \left\{ \Gamma_a \left[\gamma \cdot \left(p + \frac{i\hbar}{2} \partial_x \right) + m \right] I_{\text{coll}} \right\} \\ & \quad \hbar p \cdot \partial_x \text{Tr}(\Gamma_a G^<) \\ &= \text{Im Tr} \left\{ \Gamma_a \left[\gamma \cdot \left(p + \frac{i\hbar}{2} \partial_x \right) + m \right] I_{\text{coll}} \right\}, \end{aligned} \quad (33)$$

其中 I_{coll} 代表方程 (30) 右边的碰撞项. 文献 [21] 通过分析碰撞项 I_{coll} 满足的约束, 发现在玻尔兹曼方程中, 维格纳函数与 I_{coll} 的离壳部分在相互作用的领头阶恰好抵消, 这大大简化了玻尔兹曼方程. 他们还引入了粒子的矩阵形式的自旋分布函数

$f_{sr}^{(+)}$ ($r, s = +, -$), 其定义如下:

$$f_{sr}^{(+)}(x, p) \equiv \int \frac{d^4q}{2(2\pi)^3} \delta(p \cdot q) e^{-iq \cdot x} \times \left\langle a_s^\dagger \left(\mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right) a_r \left(\mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right) \right\rangle. \quad (34)$$

将粒子的产生与湮灭算符 a^\dagger 和 a 替换为反粒子的相应算符 b^\dagger 和 b , 即得到反粒子的自旋分布函数 $f_{sr}^{(-)}$. 文献 [21] 还进一步假设了维格纳函数的在壳部分完全由上述分布函数给出, 其中标量及轴矢量分量为

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x, p) &= -2\pi\hbar \frac{m}{E_p} \left\{ \delta(p_0 - E_p) \text{tr} \left[f^{(+)}(x, p) \right] \right. \\ &\quad \left. + \delta(p_0 + E_p) \text{tr} \left[f^{(-)}(x, \bar{p}) - 1 \right] \right\}, \\ \mathcal{A}^\mu(x, p) &= -2\pi\hbar \frac{m}{E_p} \left\{ \delta(p_0 - E_p) n_j^\mu(p) \right. \\ &\quad \times \text{tr} \left[\boldsymbol{\tau}_j^T f^{(+)}(x, p) \right] + \delta(p_0 + E_p) n_j^\mu(\bar{p}) \\ &\quad \left. \times \text{tr} \left[\boldsymbol{\tau}_j^T f^{(-)}(x, \bar{p}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (35)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}_j$ ($j = 1, 2, 3$) 是自旋指标 rs 空间中的泡利矩阵, $j = 1, 2, 3$ 标记在费米子静止系中的三个基矢方向, 其中一个基矢方向被选为自旋量子化方向, $n_j^\mu(p)$ 是沿着 j 方向的极化矢量:

$$n_j^\mu(p) = \left(\frac{\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{p}}{m}, \mathbf{n}_j + \frac{\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{p}}{m(E_p + m)} \mathbf{p} \right), \quad (36)$$

这里的 \mathbf{n}_j 是费米子或反费米子静止系中的三维基矢量, 构成右手直角坐标系, 其中 \mathbf{n}_3 的方向设定为自旋量子化的方向. 依据维格纳函数的物理意义, 可以将 $\text{tr} [f^{(\pm)}(x, p)]$ 解释为相空间中的粒子 (守恒荷) 数密度, 将 $\text{tr} [\boldsymbol{\tau}_j^T f^{(\pm)}(x, p)]$ 解释为相空间中的沿着 j 方向的自旋密度. 将方程 (33) 与方程 (35) 结合, 并通过 $p_0 > 0$ 积分分离粒子部分, 即得到粒子数密度和自旋密度的玻尔兹曼方程:

$$\begin{aligned} &\frac{\hbar}{E_p} p \cdot \partial_x \text{tr} \left[f^{(+)}(x, p) \right] \\ &= -2 \int \frac{dp_0}{2\pi\hbar} \text{ImTr} (I_{\text{coll}}^{\text{on}}) - \frac{\hbar}{m} \int \frac{dp_0}{2\pi\hbar} \text{ReTr} (\boldsymbol{\gamma} \cdot \partial_x I_{\text{coll}}^{\text{on}}), \\ &\frac{\hbar}{E_p} p \cdot \partial_x \text{tr} \left[n_j^\mu(p) \boldsymbol{\tau}_j^T f^{(+)}(x, p) \right] \\ &= \frac{1}{m} \int \frac{dp_0}{2\pi\hbar} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu \text{ImTr} (\sigma_{\alpha\beta} I_{\text{coll}}^{\text{on}}) \\ &\quad + \frac{\hbar}{m} \int \frac{dp_0}{2\pi\hbar} \text{ReTr} (\boldsymbol{\gamma}^5 \partial_x^\mu I_{\text{coll}}^{\text{on}}). \end{aligned} \quad (37)$$

文献 [21] 以 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型的四费米子相互作用为例, 对 2-2 散射过程带来的自能修正 Σ 进行了计算, 并给出了 (37) 式中的碰撞项在 \hbar 的零阶与一阶的具体形式. 在 \hbar 的一阶, 碰撞项依赖于分布函数的梯度, 因此可以导致轨道角动量与自旋之间的相互转化.

文献 [18] 对维格纳函数以及自能 Σ 均采取了 (32) 式的分解, 并假设各分量的阶数如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &\sim \mathcal{O}(\hbar^0), \quad \mathcal{V}^\mu \sim \mathcal{O}(\hbar^0), \quad \mathcal{A}^\mu \sim \mathcal{O}(\hbar), \\ \mathcal{S}^{\mu\nu} &\sim \mathcal{O}(\hbar), \quad \mathcal{P} \sim \mathcal{O}(\hbar^2), \\ \Sigma_F &\sim \mathcal{O}(\hbar^0), \quad \Sigma_V^\mu \sim \mathcal{O}(\hbar^0), \quad \Sigma_A^\mu \sim \mathcal{O}(\hbar), \\ \Sigma_T^{\mu\nu} &\sim \mathcal{O}(\hbar), \quad \Sigma_P \sim \mathcal{O}(\hbar^0). \end{aligned} \quad (38)$$

精确到 \hbar 阶, 文献 [18] 得到了如下方程:

$$\begin{aligned} &\delta(p^2 - m^2) \left\{ p \cdot \partial (a^\mu f_A) + a^\mu p_\nu \widehat{\Sigma_V^\nu} f_A + m^2 \widehat{\Sigma_A^\mu} f_V \right. \\ &\quad \left. - p^\mu p_\nu \widehat{\Sigma_A^\nu} f_V + m \left(a^\mu \widehat{\Sigma_S} f_A - \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu \widehat{\Sigma_{T\rho\sigma}} f_V \right) \right. \\ &\quad \left. + \hbar \left[p^\mu S_{m(n)}^{\rho\nu} (\partial_\rho \widehat{\Sigma_{V\nu}}) f_V - m \left(S_{m(n)}^{\mu\nu} (\partial_\nu \widehat{\Sigma_S}) f_V \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (p_\rho + m n_\rho)}{2(q \cdot n + m)} (\partial_\sigma \widehat{\Sigma_{V\nu}}) f_V \right) \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $S_{m(n)}^{\mu\nu} \equiv \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha n_\beta / [2(q \cdot n + m)]$, n^μ 为任意的类时单位矢量, 即满足 $n^2 = 1$, f_V 为粒子数分布函数, f_A 为轴荷分布函数, a^μ 为局域极化矢量. 文献 [18] 还给出了有电磁场时的自旋演化方程, 并且确认了其理论与手征动力学的一致性. 作为该理论在夸克胶子等离子体 (quark-gluon plasma, QGP) 中的应用, 他们还计算了领头对数阶的自旋扩散效应及其非相对论极限. 文献 [65] 采用了类似的方法, 研究了无质量电子穿过介质时, 由于量子电动力学 (quantum electrodynamics, QED) 相互作用导致的极化效应.

文献 [66] 同样对自能项采用了 (32) 式所示的分解, 与文献 [18] 不同的是, 文献 [66] 在 \hbar 的任意阶均保留了展开式的所有项, 这使得自旋密度的动力学方程更加复杂. 文献 [66] 还考虑了 NJL 模型的标量耦合, 计算了自能项, 并推导出了动力学方程的精细平衡条件导致的局域热平衡的自旋密度.

3.2 基于量子场论方法的自旋动力学

文献 [19,20] 采用与 Kadanoff-Baym 方程不同的基于量子场论第一性原理的方法, 推导出了自

旋动力学方程. 其出发点为含有相互作用修正的狄拉克方程:

$$(i\hbar\gamma \cdot \partial - m)\psi(x) = \hbar\rho(x), \quad (40)$$

其中 $\rho \equiv -(1/\hbar)\partial\mathcal{L}_I/\partial\bar{\psi}$, \mathcal{L}_I 为拉氏量的相互作用部分. 从上述狄拉克方程, 可以得到维格纳函数的运动方程:

$$\begin{aligned} & \left[\gamma \cdot \left(p + \frac{i\hbar}{2}\partial \right) - m \right] W_{\alpha\beta}(x, p) \\ &= \int \frac{d^4y}{(2\pi\hbar)^4} e^{-\frac{i}{\hbar}p \cdot y} \left\langle : \rho_\alpha \left(x - \frac{y}{2} \right) \bar{\psi}_\beta \left(x + \frac{y}{2} \right) : \right\rangle. \end{aligned} \quad (41)$$

将算符 $\gamma \cdot [p + (i\hbar/2)\partial] + m$ 作用在该方程的左边, 并分离实部与虚部, 即得到维格纳函数的玻尔兹曼方程:

$$\begin{aligned} & p \cdot \partial W_{\alpha\beta}(x, p) = \\ & \frac{i}{2} \int \frac{d^4y}{(2\pi\hbar)^4} e^{-\frac{i}{\hbar}p \cdot y} \left\langle : \left[\bar{\rho} \left(x + \frac{y}{2} \right) \right. \right. \\ & \quad \times (-i\hbar\gamma \cdot \overleftarrow{\partial} + m) \Big]_\beta \psi_\alpha \left(x - \frac{y}{2} \right) \\ & \quad \left. \left. - \bar{\psi}_\beta \left(x + \frac{y}{2} \right) \left[(i\hbar\gamma \cdot \partial + m)\rho \left(x + \frac{y}{2} \right) \right]_\alpha : \right\rangle. \end{aligned} \quad (42)$$

若只考虑粒子间的 2-2 散射过程, 则 (42) 式右边的碰撞项 (简记为 $C_{\alpha\beta}$) 可以用 2-2 过程的散射矩阵元表示为

$$\begin{aligned} C_{\alpha\beta} &= \frac{(2\pi\hbar)^6}{(2m)^4} \sum_{r_1, r_2, s_1, s_2} \int d^4p_1 d^4p_2 d^4q_1 d^4q_2 \\ & \times \text{in} \left\langle p_1 - \frac{q_1}{2}, p_2 - \frac{q_2}{2}; r_1, r_2 \mid \Phi_{\alpha\beta}(p) \mid p_1 \right. \\ & \left. + \frac{q_1}{2}, p_2 + \frac{q_2}{2}; s_1, s_2 \right\rangle \text{in} \\ & \times \prod_{j=1}^2 \bar{u}_{s_j} \left(p_j + \frac{q_j}{2} \right) \left\{ W(x, p_j) \delta^{(4)}(q_j) \right. \\ & \left. - i\hbar \left[\partial_{q_j}^\mu \delta^{(4)}(q_j) \right] \partial_\mu W(x, p_j) \right\} u_{r_j} \left(p_j - \frac{q_j}{2} \right), \end{aligned} \quad (43)$$

其中 $\Phi_{\alpha\beta}(p)$ 可以进一步用相互作用的 t -矩阵表示^[20]. 文献 [19, 20] 通过扩展相空间, 引入了自旋依赖的标量分布函数 $f(x, p, \mathbf{s})$:

$$\begin{aligned} f(x, p, \mathbf{s}) &\equiv \frac{1}{2} [\bar{\mathcal{F}}(x, p) - \mathbf{s} \cdot \mathcal{A}(x, p)] \\ &\equiv m\delta(p^2 - m^2 - \hbar\delta m^2) f(x, p, \mathbf{s}), \end{aligned} \quad (44)$$

其中 \mathbf{s}^μ 为归一的、与动量垂直的自旋方向, \mathcal{F} 为扣除掉相互作用修正的维格纳函数的标量部分, $\hbar\delta m^2$ 为质壳修正. 将算符 $p \cdot \partial$ 作用在 $f(x, p, \mathbf{s})$ 上, 结合方程 (42), 即可得到 $f(x, p, \mathbf{s})$ 满足的玻尔兹曼方程:

$$\delta(p^2 - m^2) p \cdot \partial f(x, p, \mathbf{s}) = \delta(p^2 - m^2) \tilde{\mathcal{C}}_{\text{on-shell}}[f]. \quad (45)$$

该方程中的动量 p^μ 都是在壳的, 因为离壳的部分自然抵消. 方程中的碰撞项由以下表达式给出:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{C}}_{\text{on-shell}}[f] &= \\ & \int d\Gamma_1 d\Gamma_2 d\Gamma' \tilde{\mathcal{W}} [f(x + \Delta_1, p_1, \mathbf{s}_1) \\ & \quad - f(x + \Delta_2, p_2, \mathbf{s}_2) - f(x + \Delta, p, \mathbf{s}) f(x + \Delta', p', \mathbf{s}')] \\ & \quad + \int d\Gamma_2 dS_1(p) \mathfrak{W} f(x + \Delta_1, p, \mathbf{s}_1) f(x + \Delta_2, p_2, \mathbf{s}_2), \end{aligned} \quad (46)$$

其中, 相空间积分 $dS(p) \equiv \frac{\delta(\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} + 3)\delta(p \cdot \mathbf{s})}{\sqrt{3\pi}/\sqrt{p^2}}$, $d\Gamma \equiv d^4p\delta(p^2 - m^2)dS(p)$, 而方程中的空间位移 Δ^μ 为

$$\Delta^\mu \equiv -\frac{\hbar}{2m(p \cdot \hat{t} + m)} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu \hat{t}_\alpha \mathbf{s}_\beta, \quad (47)$$

其中 $\hat{t}^\mu = (1, 0, 0, 0)$ 为时间方向的单位矢量. (46) 式的第一项代表的碰撞过程既改变粒子的动量, 也改变粒子的自旋; 而第二项代表的过程不改变粒子的动量, 仅改变粒子的自旋, 是第一项在动量转移为零时的特殊情况. 方程中的 $\tilde{\mathcal{W}}$ 与 \mathfrak{W} 分别为两个过程对应的散射振幅, 由 (43) 式中的 $\Phi_{\alpha\beta}(p)$ 在两粒子态上的期望值计算得到. 在这个计算过程中, 采用了玻尔兹曼近似, 忽略了动量为 p^μ 和 p'^μ 的末态粒子的泡利阻塞 (Pauli blocking) 项. 轨道角动量与自旋之间的转换来自于方程 (46) 中的非定域效应, 即其中的位移项 Δ^μ . 文献 [19, 20] 还讨论了精细平衡条件导出的含有自旋的局域热平衡分布, 以及由玻尔兹曼方程得到的流体力学方程.

3.3 其他方法

文献 [67] 考虑了洛伦兹协变性的要求, 发现由 (34) 式定义的矩阵分布在洛伦兹变换下, 不仅有自旋空间中的转动 (维格纳转动), 还有非平庸的时空平移. 作者定义了矩阵分布

$$\begin{aligned} F(x, p) &\equiv f(x, p) + \frac{\hbar}{4(u_0 \cdot p)(u_0 \cdot p + m)} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_{0,\mu} p_\nu \\ & \quad \times \{ n_\beta(p)_j \tau_j^T, \partial_\alpha f(x, p) \}, \end{aligned} \quad (48)$$

其中 $u_0^\mu = (1, 0, 0, 0)$ 为时间方向的单位矢量, $n^\mu(p)$ 由 (36) 式给出. 该分布的迹 $\text{tr}(F)$ 为相空间中的粒子数密度, 而 $\text{tr}[n^\mu(p)_j \tau_j^T F]$ 为相空间中的自旋密度. 在相对于当前参考系以速度 u^μ 运动的另一参考系中, 矩阵分布 F' 为

$$F' = D(R_{u,p}) \left[F + \frac{\hbar}{2} \{ \Delta_{u_0 u}^\mu, \partial_\mu F \} \right] D^\dagger(R_{u,p}), \quad (49)$$

其中 $D(R_{u,p})$ 为上述参考系变换对应的维格纳转动在自旋空间中的表示, 位移项 $\Delta_{u_0 u}^\mu$ 的定义为

$$\Delta_{u_0 u}^\mu = \Delta_{u_0}^\mu - \Delta_u^\mu, \\ \Delta_u^\mu \equiv -\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} n_{j\nu}(p) p_{\alpha u \beta} \tau_j^T / (2m u_0 \cdot p), \quad (50)$$

其中 Δ_u^μ 为自旋空间中的矩阵. 上述非平庸位移项的出现, 说明带自旋的微观粒子, 其能量密度的中心位置并不是洛伦兹矢量. 因此在粒子碰撞的过程中, 在某个参考系中的对心碰撞, 在另一个参考系中则是非对心碰撞. 假设存在某一个参考系 \bar{u} , 使碰撞过程中轨道角动量和自旋分别守恒, 那么在这个参考系中可以合理地忽略非定域的碰撞项, 假设分布函数 \bar{F} 在这个参考系中满足玻尔兹曼方程 $\bar{p} \cdot \partial \bar{F}(\bar{x}, \bar{p}) = \bar{C}[\bar{F}]$, 那么在实验室系中, 玻尔兹曼方程的形式为

$$p \cdot \partial \tilde{F}_{rs} = \frac{1}{4(2\pi\hbar)^9} \sum_{r_i, s_i} \int \frac{d^3 p_1}{2E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{2E_{p_2}} \frac{d^3 p_3}{2E_{p_3}} (2\pi\hbar)^4 \\ \times \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p - p_3) \\ \times \mathcal{M}(p_1, p_2; s_1, s_2 \rightarrow p, p_3; r_0, r_3) \\ \times \mathcal{M}^*(p_1, p_2; r_1, r_2 \rightarrow p, p_3; r, s_3) \\ \times \left\{ \tilde{F}_{r_1, s_1}(p_1) \tilde{F}_{r_2, s_2}(p_2) \left[\delta_{r_0 s} - \tilde{F}_{r_0 s}(p) \right] \right. \\ \times \left[\delta_{r_3 s_3} - \tilde{F}_{r_3 s_3}(p_3) \right] \\ \left. - \tilde{F}_{r_0 s}(p) \tilde{F}_{r_3 s_3}(p_3) \left[\delta_{r_1 s_1} - \tilde{F}_{r_1, s_1}(p_1) \right] \right. \\ \left. \times \left[\delta_{r_2 s_2} - \tilde{F}_{r_2, s_2}(p_2) \right] \right\} + \text{h.c.}, \quad (51)$$

其中的 h.c. 表示前面项的复共轭并交换 r, s 指标, $\tilde{F} = F + \frac{\hbar}{2} \{ \Delta_{u_0 \bar{u}}^\mu, \partial_\mu F \}$, F 为实验室系中的矩阵分布, \mathcal{M} 为带自旋的粒子之间的 2-2 散射过程的散射振幅. 这一结果同样与无质量费米子的手征动力学相符合.

如果不在意相互作用的细节, 那么文献 [68] 提出的维格纳函数的弛豫时间近似不失为一种简单而有效的方案, 其中维格纳函数满足的方程为

$$\left[\gamma \cdot \left(p + \frac{i\hbar}{2} \partial \right) - m \right] W(x, p) \\ = -\frac{i\hbar}{2} \gamma \cdot u \frac{W(x, p) - W_{\text{eq}}(x, p)}{\tau}, \quad (52)$$

其中 $W_{\text{eq}}(x, p)$ 为热平衡的维格纳函数, u^μ 为局域

的流速, τ 为弛豫时间. 由此得到的自旋密度的动力学方程为

$$p \cdot \partial \mathcal{A}^\mu = -\frac{u \cdot p}{\tau} \delta \mathcal{A}_\mu + \frac{\hbar}{2\tau T} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\nu \omega_T^{\alpha\beta} \delta f_V, \quad (53)$$

其中 $\omega_T^{\alpha\beta} \equiv [\partial^\alpha(Tu^\beta) - \partial^\beta(Tu^\alpha)]/2$ 是温度涡旋场 [69,70], $\delta \mathcal{A}_\mu$ 与 δf_V 是自旋密度与粒子数密度相对平衡态的偏离. 文献 [68] 讨论了如何对 Kadanoff-Baym 方程做弛豫时间近似, 并且在 NJL 模型标量相互作用的框架下, 对粒子数演化以及自旋演化的阻尼率进行了计算.

除了上述工作以外, 最近几年还有其他未在此详细描述的工作, 例如文献 [71] 从维格纳函数的 Kadanoff-Baym 方程出发, 系统地研究了量子电动力学中的费米子与光子的自旋动力学; 文献 [72] 研究了夸克在色电磁场背景中的动力学, 等等. 目前, 有质量粒子的含相互作用的动力学仍处于刚起步的阶段, 不同的理论框架给出的结果有相同之处也有不同之处, 同时也存在怎样得到局域热平衡解、如何从动力学方程得到自旋流体力学方程等问题, 仍有待进一步深入研究.

4 总结

整体极化效应是重离子碰撞中反映自旋轨道耦合效应的重要物理现象, 自从 STAR 合作组于 2017 年在 Au+Au 碰撞实验中观测到 Λ 超子的整体极化效应之后, 该效应引起了学术界的广泛关注. 在重离子碰撞产生的热密物质中, 自旋轨道耦合来自于粒子之间的非局域碰撞, 而碰撞过程的轨道角动量涉及碰撞粒子的空间和动量信息, 所以需要在相空间中描述有自旋轨道耦合效应的粒子碰撞. 另外自旋轨道耦合是一种量子效应, 需要量子理论. 基于维格纳函数的量子动力学就成为描述整体极化效应的一个有力工具. 本文介绍了自旋为 1/2 的费米子系统的基于维格纳函数的量子动力学, 以及在此基础上发展起来的自旋输运理论. 在自旋输运理论方面的最新进展为模拟重离子碰撞中的自旋极化效应的时空演化提供了坚实的理论基础.

参考文献

- [1] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301 (Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **96** 039901)
- [2] Adamczyk L, et al. [STAR Collaboration]. 2017 *Nature* **548**

- [3] Gao J H, Chen S W, Deng W T, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2008 *Phys. Rev. C* **77** 044902
- [4] Huang X G, Huovinen P, Wang X N 2011 *Phys. Rev. C* **84** 054910
- [5] Zhang J J, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064904
- [6] Liang Z T, Song J, Upsal I, Wang Q, Xu Z B 2021 *Chin. Phys. C* **45** 014102
- [7] Becattini F, Piccinini F, Rizzo J 2008 *Phys. Rev. C* **77** 024906
- [8] Becattini F, Chandra V, Del Zanna L, Grossi E 2013 *Annals Phys.* **338** 32
- [9] Becattini F, Florkowski W, Speranza E 2019 *Phys. Lett. B* **789** 419
- [10] Becattini F, Buzzegoli M, Grossi E 2019 *Particles* **2** 197
- [11] Fang R H, Pang L G, Wang Q, Wang X N 2016 *Phys. Rev. C* **94** 024904
- [12] Gao J H, Liang Z T 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056021
- [13] Weickgenannt N, Sheng X L, Speranza E, Wang Q, Rischke D H 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056018
- [14] Wang Z, Guo X, Shi S, Zhuang P 2019 *Phys. Rev. D* **100** 014015
- [15] Hattori K, Hidaka Y, Yang D L 2019 *Phys. Rev. D* **100** 096011
- [16] Liu Y C, Mameda K, Huang X G 2020 *Chin. Phys. C* **44** 094101 [Erratum: 2021 *Chin. Phys. C* **45** 089001]
- [17] Sheng X L, Wang Q, Huang X G 2020 *Phys. Rev. D* **102** 025019
- [18] Yang D L, Hattori K, Hidaka Y 2020 *JHEP* **07** 070
- [19] Weickgenannt N, Speranza E, Sheng X L, Wang Q, Rischke D H 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 052301
- [20] Weickgenannt N, Speranza E, Sheng X L, Wang Q, Rischke D H 2021 *Phys. Rev. D* **104** 016022
- [21] Sheng X L, Weickgenannt N, Speranza E, Rischke D H, Wang Q 2021 *Phys. Rev. D* **104** 016029
- [22] Florkowski W, Friman B, Jaiswal A, Speranza E 2018 *Phys. Rev. C* **97** 041901
- [23] Florkowski W, Friman B, Jaiswal A, Ryblewski R, Speranza E 2018 *Phys. Rev. D* **97** 116017
- [24] Hattori K, Hongo M, Huang X G, Matsuo M, Taya H 2019 *Phys. Lett. B* **795** 100
- [25] Hongo M, Huang X G, Kaminski M, Stephanov M, Yee H Y 2021 *JHEP* **11** 150
- [26] Weickgenannt N, Wagner D, Speranza E, Rischke D H 2022 *Phys. Rev. D* **106** 096014
- [27] Huang X G, Liao J, Wang Q, Xia X L 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 281
- [28] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 195
- [29] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 56
- [30] Jiang Y, Guo X, Zhuang P 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 167
- [31] Gao J H, Liang Z T, Wang Q 2021 *Int. J. Mod. Phys. A* **36** 2130001
- [32] Hidaka Y, Pu P, Wang Q, Yang D L 2022 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **127** 103989
- [33] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [34] Stephanov M A, Yin Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 162001
- [35] Son D T, Yamamoto N 2013 *Phys. Rev. D* **87** 085016
- [36] Chen J W, Pu S, Wang Q, Wang X N 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 262301
- [37] Manuel C, Torres-Rincon J M 2014 *Phys. Rev. D* **89** 096002
- [38] Manuel C, Torres-Rincon J M 2014 *Phys. Rev. D* **90** 076007
- [39] Chen J Y, Son D T, Stephanov M A, Yee H U, Yin Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 182302
- [40] Chen J Y, Son D T, Stephanov M A 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 021601
- [41] Hidaka Y, Pu S, Yang D L 2017 *Phys. Rev. D* **95** 091901
- [42] Mueller N, Venugopalan R 2018 *Phys. Rev. D* **97** 051901
- [43] Huang A, Shi S, Jiang Y, Liao J, Zhuang P 2018 *Phys. Rev. D* **98** 036010
- [44] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2018 *Phys. Rev. D* **98** 036019
- [45] Liu Y C, Gao L L, Mameda K, Huang X G 2019 *Phys. Rev. D* **99** 085014
- [46] Sun Y, Ko C M, Li F 2016 *Phys. Rev. C* **94** 045204
- [47] Sun Y, Ko C M 2017 *Phys. Rev. C* **95** 034909
- [48] Sun Y, Ko C M 2017 *Phys. Rev. C* **96** 024906
- [49] Sun Y, Ko C M 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014911
- [50] Sun Y, Ko C M 2019 *Phys. Rev. C* **99** 011903
- [51] Zhou W H, Xu J 2018 *Phys. Rev. C* **98** 044904
- [52] Zhou W H, Xu J 2019 *Phys. Lett. B* **798** 134932
- [53] Liu S Y F, Sun Y, Ko C M 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 062301
- [54] Wigner E P 1932 *Phys. Rev.* **40** 749
- [55] Heinz U W 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 351
- [56] Elze H T, Gyulassy M, Vasak D 1986 *Nucl. Phys. B* **276** 706
- [57] Elze H T, Gyulassy M, Vasak D 1987 *Annals Phys.* **173** 462
- [58] Bialynicki-Birula I, Davis E D, Rafelski J 1993 *Phys. Lett. B* **311** 329
- [59] Zhuang P F, Heinz U W 1998 *Phys. Rev. D* **57** 6525
- [60] Guo X 2020 *Chin. Phys. C* **44** 104106
- [61] Ma S X, Gao J H 2022 arXiv: 2209.10737[hep-ph]
- [62] Zhang J J, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064904
- [63] Martin P C, Schwinger J S 1959 *Phys. Rev.* **115** 1342
- [64] Keldysh L V 1964 *Zh. Eksp. Thero. Fiz.* **47** 1515
- [65] Fang S, Pu S, Yang D L 2022 *Phys. Rev. D* **106** 016002
- [66] Wang Z, Guo X, Zhuang P 2021 *Eur. Phys. J. C* **81** 799
- [67] Sheng X L, Wang Q, Rischke D H 2022 *Phys. Rev. D* **106** L111901
- [68] Wang Z, Zhuang P 2021 arXiv: 2105.00915
- [69] Gao J H, Qi B, Wang S Y 2014 *Phys. Rev. D* **90** 083001
- [70] Wu H Z, Pang L G, Huang X G, Wang Q 2019 *Phys. Rev. Res.* **1** 033058
- [71] Lin S 2022 *Phys. Rev. D* **105** 076017
- [72] Yang D L 2022 *JHEP* **06** 140

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Relativistic spin transport theory for spin-1/2 fermions*

Gao Jian-Hua^{1)†} Sheng Xin-Li²⁾ Wang Qun³⁾ Zhuang Peng-Fei⁴⁾

1) (*Shandong Provincial Key Laboratory of Optical Astronomy and Solar-Terrestrial Environment,
School of Space Science and Physics, Shandong University, Weihai 264209, China*)

2) (*INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy*)

3) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

4) (*Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(Received 31 December 2022; revised manuscript received 25 March 2023)

Abstract

Global polarization effect is an important physical phenomenon reflecting spin-orbit couplings in heavy ion collisions. Since STAR's observation of the global polarization of Λ hyperons in Au+Au collisions in 2017, this effect has attracted a lot of interests in the field. In the hot and dense matter produced in heavy ion collisions, the spin-orbit couplings come from non-local collisions between particles, in which the orbital angular momentum involves the space and momentum information of the colliding particles, so it is necessary to describe the particle collisions with spin-orbit couplings in phase space. In addition, the spin-orbit coupling is a quantum effect, which requires quantum theory. In combination of two aspects, the quantum kinetic theory based on covariant Wigner functions has become a powerful tool to describe the global polarization effect. In this paper, we introduce the quantum kinetic theory for spin-1/2 Fermion system based on Wigner functions as well as the spin transport theory developed on this basis. The recent research progress of spin transport theory provides a solid theoretical foundation for simulating the space-time evolution of spin polarization effects in heavy ion collisions.

Keywords: Wigner function, quantum kinetic theory, spin transport theory

PACS: 25.75.Nq, 12.38.Mh

DOI: 10.7498/aps.72.20222470

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11890710, 11890713, 12175123, 12135011).

† Corresponding author. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn

中高能重离子碰撞中的电磁场效应和手征反常现象

赵新丽 马国亮 马余刚

Electromagnetic field effects and anomalous chiral phenomena in heavy-ion collisions at intermediate and high energy

Zhao Xin-Li Ma Guo-Liang Ma Yu-Gang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 112502 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230245

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230245>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁场对激光驱动Kelvin-Helmholtz不稳定性影响的二维数值研究

Two-dimensional numerical study of effect of magnetic field on laser-driven Kelvin-Helmholtz instability

物理学报. 2020, 69(24): 244701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201167>

电流连续的细导体段模型的磁场及电感

Magnetic field and inductance of filament conductor segment model with current continuity

物理学报. 2020, 69(3): 034101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191212>

手征马约拉纳费米子

Chiral Majorana fermion

物理学报. 2020, 69(11): 117302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534>

磁场对激光驱动Rayleigh-Taylor不稳定性影响的数值研究

Numerical study of effect of magnetic field on laser-driven Rayleigh-Taylor instability

物理学报. 2022, 71(15): 154701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220362>

不同外加磁场中Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony相互作用对量子失协非马尔科夫演化的影响

Effects of Kaplan-Shekhtman-Entin-Wohlman-Aharony interaction on quantum discord of non-markovian dynamics under different magnetic fields

物理学报. 2021, 70(22): 223401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211277>

高温等离子体中太赫兹波的传输特性

Transmission characteristics of terahertz wave in high temperature plasma

物理学报. 2018, 67(17): 174101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180647>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

中高能重离子碰撞中的电磁场效应 和手征反常现象*

赵新丽¹⁾²⁾ 马国亮^{1)2)†} 马余刚^{1)2)‡}

1) (复旦大学现代物理研究所, 核物理与离子束应用教育部重点实验室, 上海 200433)

2) (复旦大学, 理论物理专款上海核物理理论研究中心, 上海 200438)

(2023年2月20日收到; 2023年3月31日收到修改稿)

重离子碰撞可以产生极强的电磁场和高温高密量子色动力学 (QCD) 物质, 诱导很多重要手征反常现象, 例如手征磁效应和手征磁波. 本文围绕手征反常现象中的诸多物理要素, 详细介绍包括相对论重离子碰撞中不同碰撞系统和能量下的电磁场特性、同位素碰撞中寻找手征磁效应、手征磁波特性、中低能重离子碰撞中磁场效应等一系列与电磁场和手征反常现象相关的理论研究成果. 相关研究有助于实验中寻找强相互作用中的电荷宇称 (CP) 破缺的证据, 加深对 QCD 真空涨落和宇宙中正反物质不对称问题的理解.

关键词: 磁场, 形变核, 手征磁效应, 手征磁波**PACS:** 25.75.-q, 25.70.-z**DOI:** 10.7498/aps.72.20230245

1 引言

夸克和胶子作为标准模型中基本粒子的成员之一, 它们之间的强相互作用规律一直是高能核物理研究的重点. 同时, 宇宙大爆炸理论认为, 婴儿时期的宇宙存在由夸克和胶子为主的时期. 由于强相互作用特有的色禁闭和渐近自由的特性, 实验中很难直接观测到自由状态的夸克. 夸克是自旋为 $1/2$ 的费米子, 它们之间的强相互作用力通过自旋为 1 的玻色子-胶子进行传递, 夸克和胶子之间的这种强相互作用由规范场论——量子色动力学 (quantum chromodynamics, QCD) 描述^[1,2]. 高能重离子碰撞的主要科学目标就是探索和研究夸克和胶子在极度高温高密下的新物质相——夸克胶子等

离子体 (quark gluon plasma, QGP) 的性质^[3-8]. 在相对论重离子碰撞中, 夸克胶子等离子体状态被认为产生于碰撞的早期阶段, 但实验上只能探测到末态粒子的信息, 因此目前对 QGP 的研究, 只能通过与 QGP 相关的末态实验观测量来间接开展.

在整个重离子碰撞过程中, 核物质先后处于压缩、膨胀的阶段, 经历非平衡和热平衡的过程. 由于还未达到完全热平衡的粒子系统会出现某些特定的集体运动倾向, 但达到完全热平衡的粒子系统会出现无规则的无序热运动, 这样的粒子系统的无规则运动叠加特定的集体运动使得粒子系统具有集体的定向运动, 人们称之为“流”^[9-16]. 目前在重离子碰撞中已经发现了这样的集体流现象, 这种集体行为一般通过末态粒子在动量空间中的各向异性参数 v_n 表示, 它可以用傅里叶函数展开^[17]:

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1604900)、国家自然科学基金 (批准号: 12147101, 11890714, 11835002, 11961131011, 11421505, 12105054)、中国科学院战略优先研究计划 (批准号: XDB34030000) 和广东省基础与应用基础研究重大项目 (批准号: 2020B0301030008) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: glma@fudan.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: mayugang@fudan.edu.cn

$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2 \sum_{n=1} v_n \cos[n(\phi - \Psi_n)]$, 其中 v_1 是定向流, 描述了碰撞产生的粒子在 $x-z$ 平面上的方位角分布, 它隐含了碰撞最早阶段的信息; v_2 是椭圆流, 描述碰撞系统在初始几何空间由于椭圆状的各向异性产生的压力梯度的效果, 它直接和碰撞早期的动力学相关; 此外还有三角流 v_3 , 以及其他更高阶的集体流, 它们与初态涨落相关^[18-21].

一个物体或一个系统若能与其镜像区分, 可称其具有“手性”特征, 比如我们的双手, 左手是右手不可重叠的镜像; 无论两只手的方向如何, 都不可能使两只手的所有主要特征在所有轴上重合, 如果一个人试图用左手和另一个人的右手握手, 或者把左手手套戴在右手上, 这种对称性的差异就会变得很明显. 手性是一个不对称的性质, 在许多学科中都非常重要. 比如, 数学中手性是一个图形的性质, 如果一个图形不能仅通过旋转和平移映射到它的镜像, 那么它就是手性的. 在物理学中, 手性与粒子的自旋性质有关, 一个物体的手性由粒子的自旋方向决定. 与螺旋度的概念不同, 手性是一种内在的量子力学性质, 螺旋度是自旋沿粒子的线性动量的投影, 而手性较为复杂, 它由粒子以 Poincaré 基团的右向和左向表示变换决定. 一个粒子的手性与螺旋度只有在粒子无质量的情况下才是相同的. 夸克也是具有这样的手性特征的, 也称其为手征费米子. 例如, 根据手征的定义, 可以将强相互作用的夸克分为两类: 左手和右手. 微观世界中手征费米子在与规范场相互作用时, 会发生量子反常效应, 导致量子情形下费米子手征流的经典守恒律被破坏, 这称为手征反常现象. 在理论物理中, 手征反常是手征电流的反常不守恒, 例如在一个系统中左手和右手粒子应该相同, 但观察后发现左手比右手粒子数多. 根据经典守恒定律, 这样的情况应该是被禁止的, 但是我们知道一定有方法可以打破这种现象, 因为已经有电荷宇称破缺(CP 破缺)的证据. 其他的不平衡也有可能是由于打破了这种手征定律而引起的. 此外, 物理学家怀疑: 宇宙中可观测

到的物质比反物质多, 这可能也是由手征反常引起的. 目前, 对手征对称破缺规律的研究是目前微观世界的物理研究中的一个重要课题.

1956 年, 李政道和杨振宁^[22]发现了弱相互作用中空间镜像的宇称(P)破缺, 随后在 1964 年 Christenson 等^[23]在中性 K-介子混合中发现了弱相互作用中的 CP 破缺. CP 破缺是解释宇宙中物质-反物质不对称的必要条件之一, 然而已知的 CP 破缺尺度太小并不足以解释今天宇宙的正物质含量问题. 一种可能是在标准模型中的非阿贝尔规范场的强相互作用中也存在 CP 破缺, 但目前还未证实, 相对论重离子碰撞中手征反常现象的研究为寻找强相互作用中 CP 破缺现象提供了可能. 剥离了电子之后的带有正电荷的原子核以接近光速的运动速度发生相对论重离子碰撞, 据此理论计算表明在碰撞的早期阶段会产生极强磁场^[24-26]. 比如, 位于美国布鲁海文国家实验上的相对论重离子对撞机 (relativistic heavy ion collider, RHIC) 产生的磁场强度达 10^{18} G ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$), 约是目前地球上人工磁场强度的 10^{11} 倍, 这是目前人类已知的最强的磁场^[27,28], 如图 1 所示. 在此极强磁场环境中的 QGP 会产生一些新奇的手征反常现象, 比如手征磁效应 (chiral magnetic effect, CME)^[29-32]、手征分离效应 (chiral separation effect, CSE)^[33,34]、手征涡旋效应 (chiral vorticity effect, CVE)^[35], 以及由此引发的手征磁波 (chiral magnetic wave, CMW)^[36]和手征涡旋波 (chiral vorticity wave, CVW)^[35]等. 这些手征反常现象的研究既可以作为 QGP 存在的一个重要判据, 也为探测强相互作用中 CP 破缺提供了可能的实验手段^[37].

这篇综述文章总结了我们的课题组近年来研究的从 40 MeV 到 5.02 TeV 能量下从大系统铅核-铅核 (Pb + Pb) 碰撞到小系统质子-金核 (p + Au) 碰撞中, 与磁场、CME 和 CMW 相关的物理现象. 第 2 节主要介绍重离子碰撞中磁场的计算方法以及不同碰撞能量和碰撞系统下磁场性质的结果;

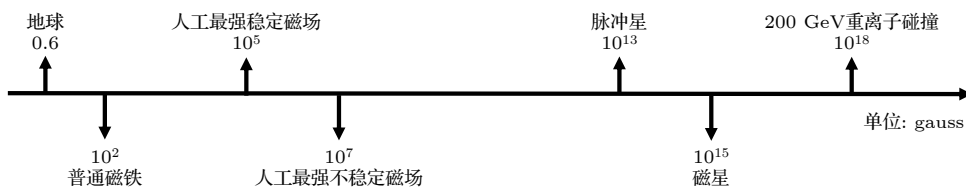


图 1 自然界中的磁场强度

Fig. 1. Magnetic field strengths in nature.

第 3 节详细介绍重离子碰撞中的 CME, 以及相关的研究方法和研究结果, 涉及大系统 A + A 碰撞、小系统 p + A 碰撞和同质异位素碰撞的结果; 第 4 节详细介绍重离子碰撞中的 CMW 以及相关的研究结果, 主要包括大系统 A + A 碰撞及新奇的 CMW 现象的结果; 第 5 节主要展示中低能重离子碰撞中与磁场相关现象的一些研究结果; 最后, 第 6 节是总结和展望.

2 磁 场

在相对论重离子碰撞中, 高速带电的离子 (例如 $\sqrt{s} = 200$ GeV 的 RHIC 能量下的金原子核, 其质子数 $Z = 79$) 几乎是接近光速运动, 因此可以产生极强的磁场. 磁场大小的粗略估算如下: $eB \sim \gamma\alpha_s Z/b^2$, 其中精细结构常数 $\alpha_s \approx 1/137$, b 是碰撞参数, 洛伦兹因子 $\gamma = (\sqrt{s}/2)/m_N$ ($\sqrt{s}/2$ 是碰撞中每个核子的能量, m_N 是核子质量). 在 RHIC 碰撞能量下, $eB \sim 1/(1 \text{ fm})^2 \sim (m_\pi^2)$, 这里 fm 是典型的强相互作用尺度. 在重离子碰撞中, 可以用逐事件的方法定量地计算重离子碰撞中电磁场大小, 下面将介绍计算方法和结果.

2.1 电磁场的计算方法

通过李纳-维谢尔 (Liénard-Wiechert) 势, 可以得到运动的带电粒子在不同时刻 (t) 不同场点 (\mathbf{r}) 产生的电磁场, 这里 (\mathbf{r}, t) 是场点的时空坐标, 产生磁场的源点的时空坐标是 (\mathbf{r}', t') . 由于电磁场的推迟势效应, 带电粒子在源点 t' 时刻产生的电磁场需要经过一段时间才能被 t 时刻的场点 \mathbf{r} 接收, 场点产生的磁场与源点产生磁场之间在自然单位制下存在 $t' = t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 的关系. 基于此, 可以得到沿着 z 方向碰撞的两个原子核产生的电磁场的计算公式:

$$e\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{e^2}{4\pi} \sum_n Z_n \frac{\mathbf{R}_n - R_n \mathbf{v}_n}{(R_n - \mathbf{R}_n \cdot \mathbf{v}_n)^3} (1 - v_n^2), \quad (1)$$

$$e\mathbf{B}(t, \mathbf{r}) = \frac{e^2}{4\pi} \sum_n Z_n \frac{\mathbf{v}_n \times \mathbf{R}_n}{(R_n - \mathbf{R}_n \cdot \mathbf{v}_n)^3} (1 - v_n^2), \quad (2)$$

式中, Z_n 表示第 n 个质子的电荷数, 并且在重离子碰撞中 $Z_n = 1$; \mathbf{v}_n 表示第 n 个质子在 t_n 时刻的速度. 对质心系下能量是 $\sqrt{s}/2$ 的质子, 碰撞方向上的速度 $v_z = \sqrt{1 - (2m_N/\sqrt{s})^2}$, $m_N = 0.938$ GeV 是

质子的质量; $\mathbf{R}_n = \mathbf{r} - \mathbf{r}_n$ 是带电粒子的源点相对于产生磁场的场点的位置; 然后对系统中所有带电的质子进行求和, 得到一次碰撞事件中总的电磁场. 上面的计算中, 把质子看作点电荷, 由公式 (2) 可以看出, 当源点与场点的相对距离太近时, 产生的电磁场接近发散. 为了避免这个问题, 在实际的计算中考虑源点与场点的距离 $R_n > 0.3 \text{ fm}$. 除此之外, 两个原子核在 z 方向接近光速运动, 因此在对磁场的计算中也要注意考虑运动方向上核子厚度的洛伦兹收缩效应. 同时, 不难发现, 在非相对论情况 ($v_n \ll c$) 下, 公式 (2) 即可回到静态库仑场的计算形式. 需要说明的是, 本文相关公式和单位的表达使用了自然单位制形式 ($\hbar = c = \epsilon_0 = 1$); 对于大系统碰撞, 除非特殊说明, 电磁场的场点一般是 $(\mathbf{r} = 0, t = 0)$; 对于小系统碰撞, 场点一般是 $(\mathbf{r} = \mathbf{r}_c, t = 0)$, 其中 \mathbf{r}_c 为碰撞中参与碰撞的核子的质心.

2.2 相对论重离子碰撞中的电磁场

研究重离子碰撞有两大类工具, 一是实验上的重离子对撞机, 二是理论模型. 常用的理论模型可以模拟不同能量的重离子碰撞, 比如输运模型、流体动力学模型以及热模型, 本文主要用到其中的输运模型: 中低能量下的 BUU (Boltzmann Uehling Ulenbeck) 模型 [38] 和 EQMD (extended quantum molecular dynamics) 模型 [39], 高能量下的 AMPT (a multi-phase transport) 模型 [40]. 在磁场的计算中, 首先用模型模拟初始核子分布, 它们的空间分布可以写成球坐标系的 Woods-Saxon 形式:

$$\rho(r, \theta) = \rho_0 / \{1 + \exp[(r - R(\theta, \phi))/a]\},$$

$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + \beta_2 Y_{2,0}(\theta, \phi) + \beta_3 Y_{3,0}(\theta, \phi)], \quad (3)$$

其中, ρ_0 是正常的核子密度, R_0 是原子核半径, a 是表面扩散参数, β_2 和 β_3 是核子的四极和八极形变参数. 对无形变的原子核 $\beta_2 = \beta_3 = 0$. 基于此, 可以计算重离子碰撞中产生的电磁场在空间任意场点的分布.

利用 (2) 式, 图 2 给出了欧洲核子中心大型强子对撞机 (large hadron collider, LHC) 能量下大系统 Pb + Pb 碰撞 (图 2(a)) 和小系统 p + Pb 碰撞 (图 2(b)) 产生的电磁场与碰撞参数 b 的关系 [41]. 从图 2(a) 可以看出, $\sqrt{s} = 2.76$ TeV 能量下 Pb + Pb 碰撞中磁场分量大小与碰撞参数 b 有非常明显

的依赖关系: 磁场大小随碰撞参数 b 的增加有非常明显的增大关系, 直到最周边碰撞时磁场才开始有轻微的减小, 并且在 $b \approx 13$ fm 时, 磁场达到最大 ($eB \sim 70m_\pi^2$, 远大于 RHIC 能量下产生的磁场), 这就是说磁场在非对心碰撞时有最大值. 因此可以预期, 在研究大系统碰撞中与磁场有关的 CME 和 CMW 现象或其他磁场效应时, 应该在非对心碰撞中寻找. 需要说明的是, 对心碰撞中 B_y 主要受质子位置涨落的影响; 非对心碰撞中 B_y 还受到旁观质子几何区域电荷分布的影响. 因此相对于非对心碰撞, 对心碰撞中 B_y 和 $|B_y|$ 差异较大. 图 2(b) 给出了更高能量 $\sqrt{s} = 5.02$ TeV 下的小系统碰撞中的电磁场与碰撞参数的关系. 相对于大系统碰撞, 小系统碰撞几何还存在另一个特殊性, 即碰撞事件的反应平面角是随机的, 因此事件平均后 $B_y = 0$, 这和预测的完全一致; 但电磁场分量的绝对值随碰撞参数的增加先增大后减小, 并且 $|B_x|$ 都是在 $b \approx 8$ fm 时达到最大, $|B_y|$ 都是在 $b \approx R_A$ 时有最大值, R_A 是

指 Pb 核半径. 对于小系统碰撞的结果, 说明了虽然事件平均后的电磁场分量为零, 但是由于电磁场的绝对值非零并且磁场的绝对值最大仍然可达 $eB \sim 70m_\pi^2$, 这说明仍然有可能在小系统中观测到手征反常现象.

除了对称的大系统 A+A 碰撞和小系统碰撞外, 我们还研究了同质异位素 $^{96}_{44}\text{Ru} + ^{96}_{44}\text{Ru}$ 和 $^{96}_{40}\text{Zr} + ^{96}_{40}\text{Zr}$ 碰撞中的电磁场与碰撞参数 b 的关系, 如图 3 所示 [42]. 最初选择这两个碰撞系统主要是因为二者具有相同的质量数和不同的质子数, 意味着它们会产生相同的背景效应和不同的磁场强度, 这对研究 CME 尤其重要. 本节着重介绍同质异位素中磁场的计算结果. 图 3(a) 和图 3(b) 中的两幅图分别展示了 $\sqrt{s} = 200$ GeV 能量下 Ru + Ru 碰撞和 Zr + Zr 碰撞中的电磁场与 b 的关系, 对比图 2(a) 可以发现, 对于大系统碰撞, 电磁场与碰撞参数的依赖关系是类似的, 但由于碰撞能量和碰撞系统的不同, 产生的磁场的最大强度也相应不同, 但最大磁

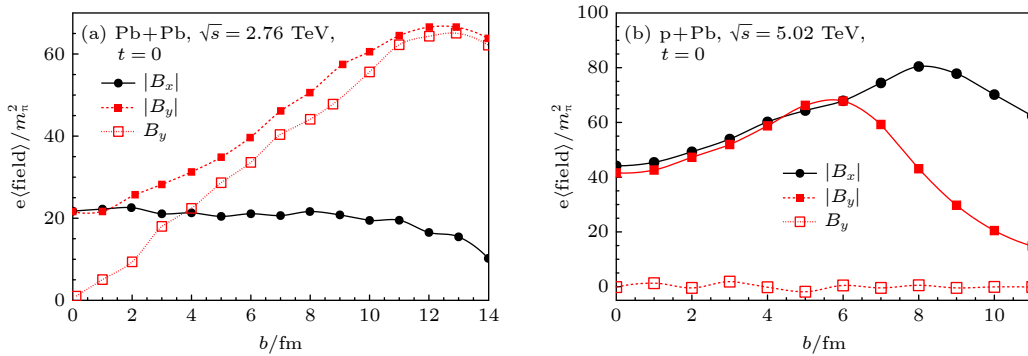


图 2 LHC 能量下 (a) Pb + Pb 碰撞和 (b) p + Pb 碰撞中的电磁场与碰撞参数 b 的关系

Fig. 2. Dependences of electromagnetic field on the impact parameter b for (a) Pb + Pb collisions and (b) p + Pb collisions at LHC energies.

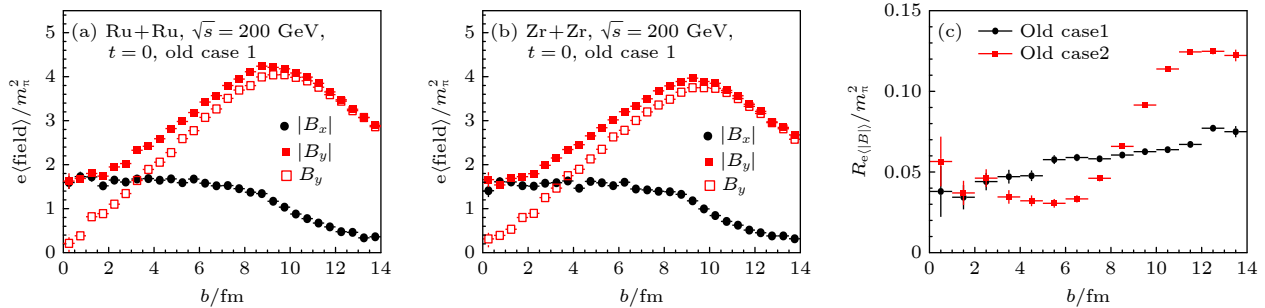


图 3 RHIC 能量下形变 old case1 情况下 (a) Ru + Ru 碰撞和 (b) Zr + Zr 碰撞中的电磁场与碰撞参数 b 的依赖关系; (c) 两个同质异位素碰撞中磁场的相对差异与碰撞参数 b 的依赖关系

Fig. 3. Dependences of electromagnetic fields on the impact parameter b for (a) Ru + Ru collisions and (b) Zr + Zr collisions at RHIC energy. (c) Dependence of the relative ratio between the magnetic fields in the two isobaric collisions on the impact parameter b .

场均是产生于非对心碰撞中. 这里只展示了一种形变参数 (old case1) 下两个同质异位素碰撞中的电磁场大小, 对于另一种形变参数设置 (old case2) 的结果由于篇幅原因不在这里展示. 但在图 3(c) 中给出了两种形变设置下产生的磁场强度的相对差异 $R_{e|B|}$, 其中 $R_Q \equiv 2(Q^{\text{Ru+Ru}} - Q^{\text{Zr+Zr}})/(Q^{\text{Ru+Ru}} + Q^{\text{Zr+Zr}})$, 它可以有效消除一些理论上的不确定性, 其中 Q 可以是任意的物理观测量, 这里是磁场的大小. 从图 3(c) 可以看出, 对 old case1, 从中心碰撞到周边碰撞, 二者磁场的相对差异由 4% 增加到 6%; 但对 old case2, 磁场的相对差异由中心碰撞时的 4% 逐渐减小到非对心碰撞时的 3%, 之后在周边碰撞中又增加到 11.5%. 需要说明的是, 这里 old case1 中 B 的相对差异与文献 [43] 的结果一致. 由此可以发现, 同质异位素碰撞中确实产生了足够大的磁场差异, 这有利于利用同质异位素碰撞研究 CME; 另外, 两种形变下磁场对碰撞参数的依赖关系是不同的, 这表明对于手征反常现象的研究需要准确地考虑原子核的形变效应.

前面展示了具有形变结构的原子核碰撞中的电磁场结果, 也确实观测到了磁场对原子核形变的依赖. 接下来将展示具有团簇结构的碳核与金核 (C + Au) 碰撞中的磁场与碰撞参数的关系. 图 4 所示 [44] 为非对称碰撞系统中的磁场大小, 由图可知, 磁场的最大值出现在非对心碰撞中. 特别是在周边碰撞中, 在碳核的链状构型中, 磁场的值是最大的, 其次是 Woods-Saxon 构型和三角构型. 这一结果表明, 可以通过研究磁场效应研究初始几何构型, 以深入了解其特殊的原子核结构.

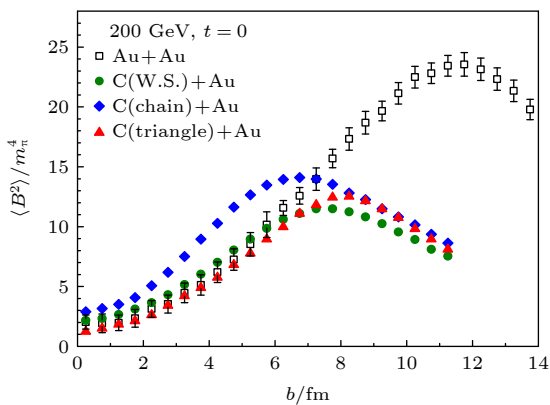


图 4 RHIC 能量下不对称碰撞系统中磁场对碰撞参数 b 的依赖性

Fig. 4. Dependences of the magnetic field on impact parameter b for the asymmetric collisions at RHIC energy.

以上结果展示的是电磁场对碰撞参数的依赖性, 由此我们知道了磁场的最大值产生条件, 但还有一个问题需要考虑. 相对论重离子碰撞发生的时间极其短暂, 在这极短的时间内, 磁场是不是一直存在呢? 图 5 给出了在纯真空中、纯导电介质中、混合情况中磁场强度的时间演化 [45]. 可以清楚地看到, 纯导电介质中的磁场强度在早期阶段上升, 在后期阶段缓慢下降. 因此, 在纯导电介质中, 在 $t \sim 0.05 \text{ fm}/c$ 左右的早期阶段, 明显表现出非单调性. 然而, 与这些纯介质的结果相比, 较接近真实的混合情况的结果显示出截然不同的行为, 即在早期阶段单调递减的行为, 和相应的纯真空结果之间的差异几乎无法区分, 而在后期阶段由于介质反馈效应的存在出现缓慢增强的行为. 除此之外, 不同碰撞能量对磁场的演化也有非常大的影响 [27,46], 总体上碰撞能量越高, 磁场衰减得越快. 总之, 一个较长的磁场寿命对于能否观测到手征磁效应至关重要, 然而需要指出的是, 目前学界对于磁场寿命的长短仍然存在争议.

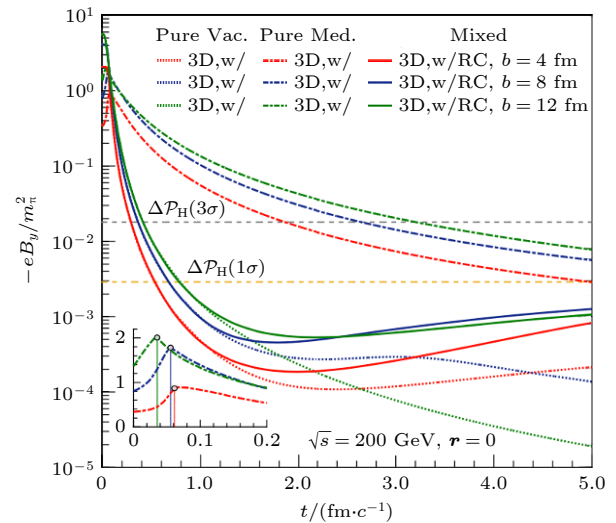


图 5 扩展的 KMW 模型给出的 Au + Au 碰撞中磁场强度随时间的演化

Fig. 5. Evolution of the magnetic fields in Au + Au collisions using the extended KMW model.

本节研究了磁场与碰撞能量、碰撞系统、碰撞参数、碰撞初始几何形状以及碰撞时间的关系. 从 (2) 式可以得到的结论是, 碰撞能量越大或者碰撞系统越大 (即质子数越多) 或者非对心碰撞, 磁场就越大. 但相对重离子碰撞过程, 磁场的寿命可能非常短暂, 这非常不利于在实验上直接探测到磁场

导致的物理效应. 因此, 需要借助敏感的实验观测量间接研究重离子碰撞中产生的磁场效应.

3 手征磁效应 (CME)

理论学家预测, QCD 真空中非平凡的胶子拓扑涨落会破坏强相互作用中的局部时空 \mathcal{P} 和 \mathcal{CP} 对称性. 这些真空涨落可以改变粒子的手征性, 即把左手费米子变成右手费米子, 反之亦然. 这种局部对称破缺可以引起手征不平衡, 即轴向手征化学势 μ_5 , 它表示左手费米子和右手费米子数目差异. 在重离子碰撞中手征对称恢复相 QGP 的产生为研究这种局部 \mathcal{P} 和 \mathcal{CP} 破缺的奇特现象提供了一个前所未有的机会.

类比欧姆定律中电流的产生, 相对论重离子碰撞产生的极强磁场, 在作为导电介质的 QGP 中应该可以产生电流. 这种情况下的矢量电流 \mathbf{J} 是时间反演 \mathcal{T} 奇宇称的, 然而磁场 \mathbf{B} 是偶宇称的轴矢量, 这种情况通常在理论上是禁戒的. 但是, 如果介质本身具有手征性, 那这种情况就有可能发生. 如图 6 所示, 具有手征性质的 QGP 在轴化学势 μ_5 非零时, 其宇称镜像有相反的 μ_5 , 这样可以产生一个矢量电流, 此即为 CME^[29–32]:

$$\mathbf{J}^{\text{CME}} = \sigma_5 \mathbf{B}, \quad (4)$$

其中 $\sigma_5 = \frac{Q}{2\pi^2} \mu_5$ 是手征磁导率, 输运系数 σ_5 是偶 \mathcal{T} 宇称, 但通常的电导率 σ 是奇 \mathcal{T} 宇称, 表示 \mathbf{J}^{CME} 可以作为平衡电流产生而且不产生熵, 而通常的导电电流是耗散的.

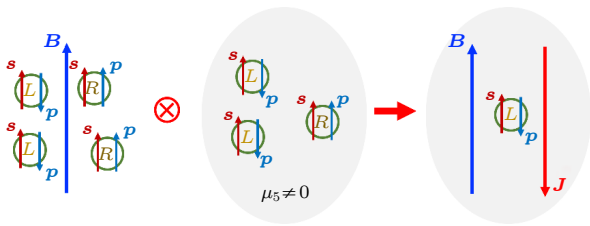


图 6 CME 示意图, 图片来自文献 [35]

Fig. 6. Schematic diagram of CME, which is taken from Ref. [35].

与手征磁效应互补的一种输运现象, 被称为手征分离效应 (CSE), 即在相应外场存在的某些情况下, 轴向电流也是可以产生的: $\mathbf{J}_5^{\text{CSE}} = \sigma_S \mathbf{B}$, 与 CME 电流的公式类似, 其中系数 $\sigma_S = \frac{Qe}{2\pi^2} \mu_5$ 称为 CSE

的电导率. 其实 CME 和 CSE 是同一个硬币的两面, 这就是为什么它们的电导率都是由手征反常系数决定的. 但要注意的是, 当相关的规范场动态变化时, 需要对 CME 和 CSE 的系数进行辐射修正. 类似电场和磁场可以诱导电磁波, 在相对论重离子碰撞中, CME 和 CSE 的耦合也会诱导手征磁波, 关于手征磁波的介绍, 将在第 4 节中详细说明. 本节将重点介绍 CME 相关的研究.

由以上介绍可知, 相对论重离子碰撞为研究强磁场环境下 QCD 真空的拓扑特性以及手征反常现象提供了一个绝佳的实验方法^[27,47–49]. 目前对 CME 的理论描述已经在诸如流体动力学、动力学理论等框架下开展, 这些理论框架中的大部分假定夸克是无质量的. 虽然有限的夸克质量不会改变 CME, 但我们确实期望夸克质量对轴向电荷的动力学有影响, 比如大的夸克质量将影响夸克和轴向电流的耦合. 考虑质量项后, 轴向流反常方程可以表达为

$$\partial_\mu J_5^\mu = 2im\bar{\psi}\gamma^5\psi - \frac{e^2}{16\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} - \frac{g^2}{16\pi^2}\text{tr}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}G_{\mu\nu}G_{\rho\sigma}, \quad (5)$$

式中, 右边第一项是手征对称破缺引起非零夸克质量的源, 第二项与 QED 的反常相关, 第三项与 QCD 的反常相关. 目前还未有实验或理论的结果可以说明 QED 和 QCD 各自引起的手征效应有何区别. 但严格来说, 两者引起的手征效应并没有本质区别, 最终都会引起相同的手征效应. 在下一节关于 CMW 的研究中将介绍该方程引起的一些效应.

由 (4) 式可知, 给定磁场 \mathbf{B} 和初始轴电荷 μ_5 , \mathbf{J}^{CME} 将沿着磁场 \mathbf{B} 方向被诱导, 符号取决于 μ_5 . 手征磁效应的结果是向着 QGP 火球的一端输运正电荷而另一端输运负电荷, 因此 QGP 中的电荷分布呈偶极矩. 在动量空间, 产生的粒子方位角分布表示如下:

$$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2 \sum_n \{v_n \cos[n(\phi - \Psi_{\text{RP}})] + a_n \sin[n(\phi - \Psi_{\text{RP}})]\}, \quad (6)$$

这里 v_n 指傅里叶展开项的偶 \mathcal{P} 宇称的系数, 即所谓的集体流系数; a_n 是傅里叶展开项的奇 \mathcal{P} 宇称系数, 与 $\mu_5|\mathbf{B}|$ 有关; ϕ 是粒子的方位角; Ψ_{RP} 是反应平面角. 然而, 由涨落引起的 μ_5 在逐事件中符号并不相同, 并且事件平均后该偶极子项消失, 因此

直接测量该奇 \mathcal{P} 宇称是不可能的. 确实 $a_{\pm} = a_1$ 的非零值表明全局的宇称破缺, 该破缺不应该在 QCD 中发生. 但逐事件的关联 a_{\pm} 是可以测量的, 即 $\langle a_{\alpha} a_{\beta} \rangle$, 其中 α 和 β 表示正电荷或负电荷粒子. 实验物理学家提出了抑制这些背景效应的一种方法, 即将期望的平面外关联和平面内关联相减:

$$\begin{aligned} \gamma &\equiv \langle \cos(\phi_{\alpha} + \phi_{\beta} - 2\psi_{RP}) \rangle \\ &= \langle \cos \Delta\phi_{\alpha} \cos \Delta\phi_{\beta} \rangle - \langle \sin \Delta\phi_{\alpha} \sin \Delta\phi_{\beta} \rangle \\ &= (\langle v_{1,\alpha} v_{1,\beta} \rangle + B_{in}) - (\langle a_{1,\alpha} a_{1,\beta} \rangle + B_{out}), \quad (7) \end{aligned}$$

此即为 CME 观测量-电荷方位角关联 γ ^[50]. γ 关联的展开式揭示了平面外和平面内关联的差异, (7) 式中的第三项 $\langle a_{1,\alpha} a_{1,\beta} \rangle$ 表示方差或涨落 $a_{1,\pm}$ 的一种测量, 这是寻找 CME 的主要目标, 其他三项与 CME 无关. 第一项 $\langle v_{1,\alpha} v_{1,\beta} \rangle$ 与定向流 v_1 有关, v_1 在对称的 A + A 系统中被认为与电荷和磁场无关. B_{in} 和 B_{out} 表示平面内和平面外的其他可能的背景关联. 通过异号电荷 (OS) 和同号电荷 (SS) 的 γ 关联相减, 即 $\Delta\gamma \equiv \gamma^{OS} - \gamma^{SS}$, 可以让 $\langle v_{1,\alpha} v_{1,\beta} \rangle$ 项消失, 与反应平面无关的很大一部分的背景项 (B_{in} 和 B_{out}) 也会同样消失. 但是, 在与椭圆流系数大小成正比的水平上, 仍然可能存在残余的与反应平面相关的背景. 这是 $\Delta\gamma$ 测量上主要的未知来源的背景. 在实验上, 反应平面近似为由测量粒子重构的事件平面, 然后根据有限事件的平面分辨率对测量值进行校正即可. γ 关联的主要优点在于它与系数 a_1 的直接相关. 此外, RHIC-STAR^[51–54] (Solenoidal Tracker at RHIC, STAR) 和 ALICE^[55] (A Large Ion Collider Experiment, ALICE) 合作组

首次测量的电荷依赖方位角关联的结果与 CME 期望一致, 因此本节介绍也主要研究与此关联有关的研究结果.

3.1 大系统碰撞中的 CME

在我们的工作中, 把 CME 引起的电荷分离效应引入到了 AMPT 模型的初始状态中. AMPT 模型是由多个子模型组合形成的模拟相对论重离子碰撞的事件产生器, 该模型包含相对论重离子碰撞 4 个重要演化阶段, 分别是初始状态、部分子级联散射、强子化、强子再散射. 关于 AMPT 模型的详细介绍请见参考文献 [40, 56]. CME 的强度对应于电荷分离百分比, 可以通过以下公式定义:

$$f = \frac{N_{\uparrow(\downarrow)}^{+(-)} - N_{\downarrow(\uparrow)}^{+(-)}}{N_{\uparrow(\downarrow)}^{+(-)} + N_{\downarrow(\uparrow)}^{+(-)}}, \quad (8)$$

这里 N 是给定类型夸克的数目, $+$ 和 $-$ 代表正电荷和负电荷, \uparrow 和 \downarrow 表示夸克沿着磁场方向同向和反向运动.

图 7(a) 是来自 AMPT 模拟的结果, 展示了电荷方位角关联与碰撞中心度的关系. 由于初始电荷分离可能依赖中心度, 因此为了寻找可能的中心度依赖性, 我们使用了不同强度的初始电荷分离, 同时还显示了 STAR 实验上的相关数据作为对比. 对于同号电荷的关联, 无初始电荷分离的 AMPT 模型的结果约为实验数据数值的一半. 随着初始电荷分离百分比的增加, 关联的大小也随之增加. 初始电荷分离强度的增加不是线性的. 对于 10% 的初始电荷分离可以很好地描述 STAR 测量结果.

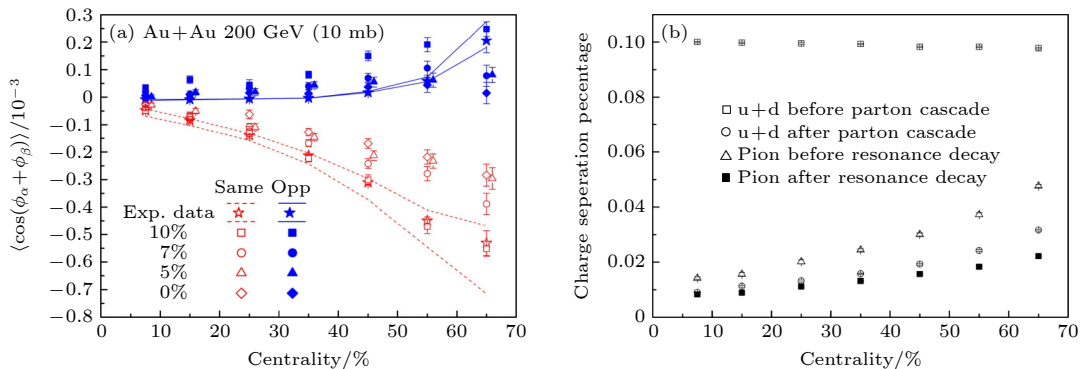


图 7 RHIC 能量下 Au + Au 碰撞中, (a) 不同初始电荷分离强度下电荷方位角关联与碰撞中心度的依赖关系, (b) 10% 的初始电荷分离强度下, AMPT 模型不同碰撞阶段的电荷分离百分比与碰撞中心度的依赖关系

Fig. 7. (a) Centrality dependence of $\cos(\phi_{\alpha} + \phi_{\beta})$ with the different fractions of charge separation in Au + Au collisions at 200 GeV; (b) centrality dependence of charge separation percentage for different evolution stages in Au + Au collisions at the RHIC energy, for 10% initial charge separation.

对于异号电荷的关联,除最周边的60%—70%外,似乎对所有的中心度都不需要初始电荷分离.对于60%—70%的中心度,确实需要10%的电荷分离强度才能匹配实验结果^[57].尽管10%的初始电荷分离可以描述60%—70%中心度的同号电荷和异号电荷的相关性,但仅用初始电荷分离很难描述同号和反号相关性的中心度依赖性.我们也注意到有5%初始电荷分离的结果与没有初始电荷分离的结果几乎相同.这表明,在末态相互作用存在的情况下,观察到5%或更低的初始电荷分离可能具有很大的挑战性.

为了理解重离子碰撞中电荷分离比例如何演变,图7(b)给出了AMPT模型中不同阶段电荷分离百分比的中心度依赖性.如果初始电荷分离百分比为10%,在强部分子级联后,由于部分子之间频繁碰撞,电荷分离百分比显著降低,尤其是在中心碰撞中.电荷分离百分比部分地从强子化中恢复,因为当夸克结合成强子时减少了粒子的数量.共振态衰变效果相反,造成在强子相末态的电荷分离百分比减少.最终的带电 π 介子的相关性与末态部分子的相关性相当,从开始时10%的电荷分离百分比,在碰撞末态最后只剩下1%—2%的电荷分离百分比.总之在相对论重离子碰撞中,末态相互作用对电荷分离起着重要作用.因此,在有关电荷分离的研究中,考虑末态相互作用是非常重要的.

为了直观展示末态相互作用对CME的影响,不考虑部分子相互作用,即在部分子碰撞截面 $\sigma = 0$ mb加入电荷分离效应后,研究部分子演化到15 fm/c时的部分子分布,如图8(a)所示.可以清晰地看到,带正电CME粒子在上半平面,带负电CME粒子在下半平面,二者呈非常明显的偶极

分布.而图8(b)表示考虑部分子相互作用且 $\sigma = 3$ mb时,正负带电粒子的分布,可以看到,由于部分子的相互作用,导致了一部分带正电粒子(带负电粒子)在下半平面(上半平面),整体的偶极分布差异明显减小,这直观展示了对电荷分离效应的减弱主要是来自部分子的相互作用.

进一步细化引入CME信号的方法,在低横动量的尺寸大小为 r 的众多局域范围内引入电荷分离.图8(c)给出了用AMPT模型得到的电荷方位角关联 $\gamma = \cos(\phi_\alpha + \phi_\beta)$ 的中心度依赖性^[58].对于同号电荷关联,当 $r < 0.3$ fm和 $r < 0.5$ fm时,方位角关联大小相似,当 $r < 1.0$ fm时,方位角关联大小相对大一些,并且这些结果都能描述实验结果.对于异号电荷关联,发现相比于 $r < 1.0$ fm, $r < 0.3$ fm和 $r < 0.5$ fm的结果能更好地描述实验结果,这里 r 指局域范围半径的上限.另一方面,在描述不同电荷关联上,对于 $r < 0.3$ fm和 $r < 0.5$ fm的涨落范围比之前不考虑涨落范围的计算更接近实验结果.这些结果表明碰撞火球中亚稳态结构局域范围的总体体积占整个体积的占比较小,说明在QGP早期亚稳态结构局域范围和数量都相对较小.

应用考虑了初始电荷分离的AMPT模型,研究2.76 TeV能量下Pb + Pb碰撞中的电荷方位角关联 $\gamma = \cos(\phi_\alpha + \phi_\beta - 2\Psi_2)$ 与中心度和 p_T 的依赖关系,如图9所示^[59].可以看到,正常AMPT模型基本可以描述0—30%中心度的实验数据,但其大小小于30%—70%中心度的实验数据,尤其是异号电荷关联的数据.这表明正常的AMPT模型可以作为研究CME的很好的背景模型,因为即使不引入任何初始电荷分离,它也可以给出 γ 可观测的

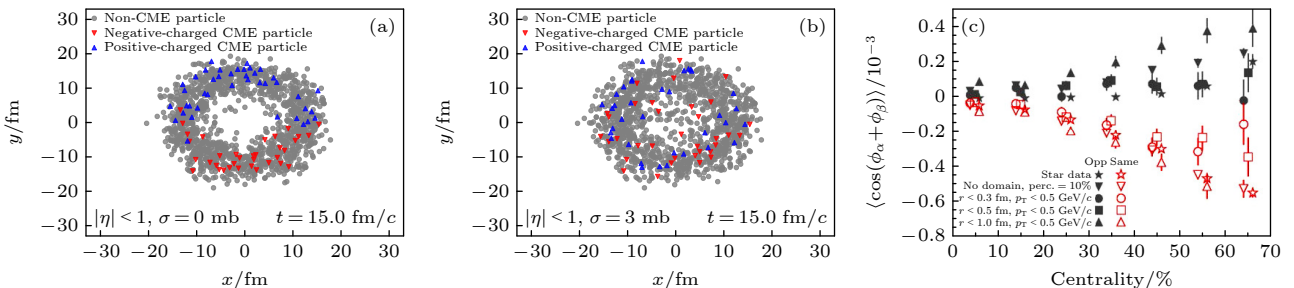


图8 在RHIC能量下Au + Au碰撞中部分子相末态中CME粒子的分布,其中(a) $\sigma = 0$ mb; (b) $\sigma = 10$ mb. (c) 10%的初始局域电荷分离强度下关联 $\cos(\phi_\alpha + \phi_\beta)$ 对碰撞中心度的依赖性

Fig. 8. Transverse spatial distribution of CME particles in the final partonic state in Au + Au collisions at the RHIC energy, (a) for 0 mb and (b) for 10 mb. (c) Centrality dependence of the azimuthal correlation $\cos(\phi_\alpha + \phi_\beta)$ with 10% of the initial local charge separation.

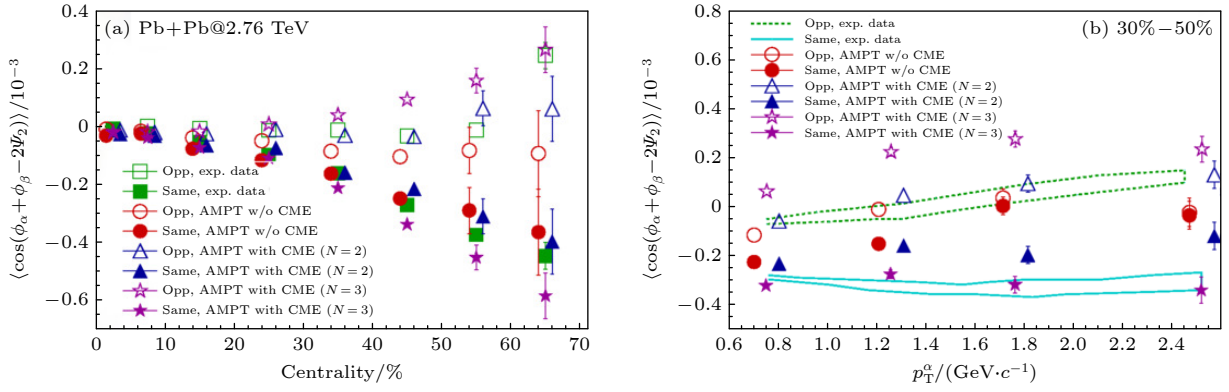


图9 LHC 能量下 Pb + Pb 碰撞中, (a) 电荷方位角关联 γ 与碰撞中心度的依赖关系, 以及 (b) 30%—50% 中心度下, 电荷方位角关联 γ 与横动量 p_T 的依赖关系

Fig. 9. (a) Centrality dependence of the charge azimuthal correlation γ in Pb + Pb collisions at LHC energy; (b) transverse momentum p_T dependence of the charge azimuthal correlation γ for 30%–50% centrality bin in Pb + Pb collisions at the LHC energy.

主要部分. 这主要是因为 AMPT 模型的优势在于它考虑了几个重要的背景源, 包括横向动量守恒、局部电荷守恒等. 三角形符号代表了 AMPT 模型中 u 夸克和 d 夸克的初始两味夸克电荷分离的结果. 对于 0—60% 的中心度, AMPT 结果与实验数据相似. 但对于 60%—70%, 可以重现同号电荷相关性, 但低估了异号电荷的关联. 另一方面, 星号代表了 u, d 和 s 夸克的初始三味夸克电荷分离的 AMPT 结果. 可以看到, 在 0—30% 的中心度下, 三味夸克情况下的结果与实验数据接近. 然而在 30%—70% 的中心度中, 我们高估了异号和同号电荷关联的实验数据. 总的来说, 这三种情况都能定性描述实验数据, 但没有一种情况能完美地描述所有中心度的异号电荷和同号电荷关联的实验数据. 为了观察两味夸克 CME 和三味夸克 CME 的区别, 计算了强子-强子和 kaon-强子关联. 图 9(b) 给出了在 30%—50% 的中心度中, 强子-强子电荷方位相关的 p_T 依赖关系. 可以看到, 没有初始电荷分离的正常 AMPT 结果可以重现实验的不同电荷关联的数据, 但无法描述同号电荷关联的数据. 初始两味夸克电荷分离的 AMPT 结果也可以描述异号电荷关联的数据, 但低估了同号电荷关联的数据. 初始三味夸克电荷分离的 AMPT 结果可以描述异号和同号电荷关联的数据, 但高估了同号电荷关联的数据. 因此, 无论是二味情况还是三味情况都不能很好地再现实验数据. 因此在目前的实验不确定度下很难得出结论.

为了研究 γ 和 $\Delta\gamma$ 对 CME 信号的敏感度, 进一步研究了它们如何依赖于初始电荷分离百分比, 如图 10 所示. 可以看出, γ 和 $\Delta\gamma$ 对初始电荷分离有

非线性响应^[60]. 带有 2.5% 初始电荷分离的 AMPT 模型计算的 γ 和 $\Delta\gamma$ 的结果与来自正常 AMPT 模型的结果几乎一样. 带有 5% 初始电荷分离的 AMPT 模型计算的 γ 和 $\Delta\gamma$ 与 0% 和 2.5% 时的结果相差很小, 这表明如果初始电荷分离很小, 用 γ 探测 CME 信号会很困难. 当初始电荷分离从 5% 增加到 10%, γ 和 $\Delta\gamma$ 开始随着初始电荷分离百分比的增加而增大. 这些结果表明, 由于强末态相互作用抑制了初始 CME 信号, 当初始电荷分离百分比足够大 (超过 5%) 时, γ 才对 CME 信号敏感.

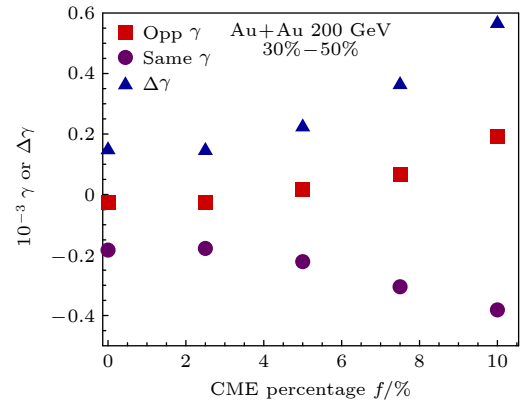


图 10 RHIC 能量下 Au + Au 碰撞 30%—50% 中心度中, 关联 γ 和 $\Delta\gamma$ 对初始电荷分离强度的依赖性

Fig. 10. Dependences of the correlations γ and $\Delta\gamma$ on the initial charge separation percentage in the 30%–50% centrality bin of Au + Au collisions at the RHIC energy.

3.2 小系统碰撞中的 CME

CMS 实验在 LHC 能量下的小系统 p + Pb 碰撞中发现了与 Pb + Pb 碰撞中相似的电荷方位角关联^[61], 如图 11(a) 所示, 这对 LHC 能量下手征磁效应的

存在提出了巨大挑战. 原因如下: 对于 A + A 碰撞, 椭圆流偏心率的主轴几乎沿着磁场方向, 这种特性使得三粒子关联 γ 能够最大程度地测量手征磁效应. 然而, 在 p + A 碰撞中发现, 偏心率的主轴相对于磁场是随机的. 这表明在 p + A 碰撞中, 磁场方向和事件平面几乎无关. 因此, A + A 和 p + A 碰撞中关于磁场的相关性和不相关性意味着由手征磁效应引起的关联在大系统和小系统之间应该是非常不同的. CMS 观察到的大小系统中三粒子关联的相似大小和多重数依赖性表明, 实验中关联 γ 的主要贡献可能与手征磁效应无关. 为了检验以上观点, 研究了小系统碰撞中的手征磁效应. 图 11(b) 给出了关联 $\langle \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 的 N_{track} 依赖性. 在 3 个小系统 p + Au, d + Au 和 p + Pb 碰撞中可以看到^[41], 对于 RHIC 能量下的 p + Au 和 d + Au 碰撞, 当 $N_{\text{track}} > 10$ 时, 关联 $\langle \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 几乎是零; 对 LHC 能量下的 p + Pb 碰撞, 当 $N_{\text{track}} > 50$ 时, 关联 $\langle \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 趋近于零. 这表明, 在高多重数时, 传统的手征磁效应观测量 $\Delta\gamma$ 在小系统中失效, 而 CMS 实验测量的区域为 $N_{\text{track}} > 100$. 因为在低多重数的小系统中, 磁场方向很可能平行于事件平面, 不像 A + A 碰撞中 Ψ_B 垂直于 Ψ_2 , 对于小系统的低多重数事件, 在手征磁效应存在时 $\Delta\gamma$ 应该变小甚至改变符号. 因此, 为了观测到这样的效应, 我们建议未来的实验应该在较低多重数事件 (周边碰撞) 中观测 $\Delta\gamma$. 然而, 我们强调在较低多重数事件中搜索手征磁效应的提议, 是在假设 QGP 是在这

些事件中产生的情况下才是有效的. 此外, 文献^[62]发现因为单炮弹质子可能是产生磁场的主要源头, 因此单炮弹的角分布对与磁场方向 Ψ_B 和参与平面角 Ψ_2 的角关联有主要影响.

3.3 同质异位素碰撞中的 CME

在第 2.2 节中已经了解到, 当前测量 CME 信号的主要困难仍然是存在一些背景效应, 如椭圆流^[63–66]、共振衰变、局域电荷守恒等, 这些背景效应的存在对寻找 CME 效应弱信号增加了难度. 最近 RHIC-STAR 合作组的测量结果严格限制了 Au + Au 碰撞中提取的 CME 信号, 不到 10%^[67–69]. 为了从主导的背景中识别出可能的 CME 信号, 人们提出了许多不同的方案^[70], 最重要的一个方案是同质异位素碰撞项目: $^{96}\text{Ru} + ^{96}\text{Ru}$ 和 $^{96}\text{Zr} + ^{96}\text{Zr}$ 碰撞. 正如第 2.2 节所说, 它们具有相同的核子数但质子数相差 10%^[71]. 相同的核子数表示它们应该具有相似的背景, 如集体流; 不同的质子数表示它们会产生不同的磁场, 因此会有不同的 CME 信号. 我们为此先于实验在理论上开展了一些研究工作.

如图 12(a) 所示^[72], 两个同质异位素碰撞系统的粒子多重数分布的比值几乎一样, 除了在 0–5% 的最中心碰撞中, 略大的 Ru 半径 ($R_{\text{Ru}} = 5.085$ fm) 产生的粒子多重数分布比较小的 Zr 半径 ($R_{\text{Zr}} = 5.02$ fm) 要少. 这里的中心度定义用相同的粒子数多重数分布得到, 对于 CME 分析, 关注 20%–60% 的中心度范围, 因此由于粒子多重数而产生的背景

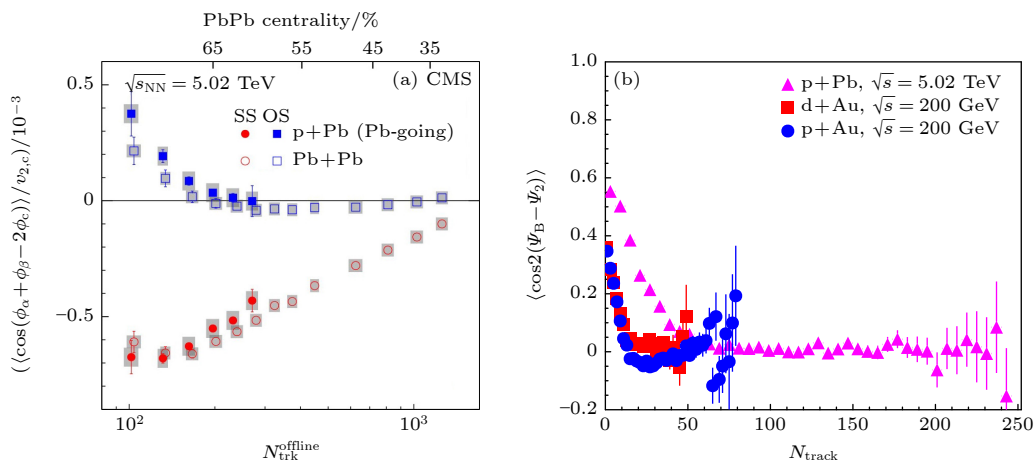


图 11 (a) CMS 合作组测量的在 LHC 能量下 p + Pb 和 Pb + Pb 碰撞中三粒子方位角关联对 N_{track} 的依赖性^[61]; (b) 不同能量和小系统碰撞下磁场方位角关联对 N_{track} 的依赖性

Fig. 11. (a) N_{track} dependences of the three-particle azimuthal correlations in p + Pb and Pb + Pb collisions at the LHC energy measured by the CMS Collaboration; (b) N_{track} dependences of correlation between the magnetic field and the event plane for small collisions at different energies.

贡献可忽略不计. 图 12(b) 中, 假设背景效应为 2/3, 发现了 S 有明显的相对差异. 图 12(c) 给出在 20%—60% 的中心度范围, 相对差异是非常平稳的, 与中心度无关. 这个研究表明, 同质异位素碰撞可以作为一个理想的工具, 从 v_2 驱动的背景效应中分离出 CME 信号.

我们利用 AMPT 模型开展了较为系统的模拟研究, 图 13(a) 展示了即使没有初始的 CME, AMPT 模型也可以产生一个相当量级的 $\Delta\gamma$, 这是因为 AMPT 模型内在地具有横向动量守恒和局域电荷守恒的效应, 这些背景效应同样对 $\Delta\gamma$ 有贡献. 在 AMPT 模型的模拟中, 可以通过是否有初始的电荷分离效应提取干净的 CME 的贡献, 即 $H = \gamma^{\text{CME}} - \gamma^{\text{no CME}}$. $\Delta H = H_{\text{opp}} - H_{\text{same}}$ 与中心度的依赖关系如图 13(b) 所示 [43]. ΔH 随碰撞中心度的增加而增加, 并且 Ru + Ru 碰撞的量值大于 Zr + Zr 碰撞的量值. ΔH 的相对差值与 $\Delta\gamma$ 的变化趋势相似, 但幅度更大. 这再次表明, 虽然末态相互作用强烈地稀释了真实的 CME 信号, 但 $\Delta\gamma$ 的相对

差异仍然可以清楚地反映 CME 的贡献. 由于末态相互作用可以显著降低初始 CME, 因此图 13(c) 研究了初始加入的电荷分离最终会有多少可以存活到末态, 可以看出电荷分离效应最终被末态相互作用抑制为原来的 1/3 左右. 但 Ru + Ru 的末态电荷分离仍高于 Zr + Zr. 图 13(a) 下半部分显示了 Ru + Ru 和 Zr + Zr 碰撞中电荷分离的相对差异, 初态和末态的相对差异是一致的, 这意味着末态相互作用可以保持两个碰撞系统之间的相对差异. 因此, 相对差异是反映同质异位素碰撞中 CME 信号的可靠观测量.

正如 2.2 节中展示的具有两种形变参数设置的同质异位素碰撞中的磁场结果, 这里图 14(a) 和图 14(b) 展示了同质异位素碰撞中磁场和方位角的关联与参与平面 Ψ_2^{pp} 和旁观平面 Ψ_2^{sp} 的依赖关系. 可以发现对 old case1, 关联 $\langle (eB/m_\pi^2)^2 \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 和 $\langle (eB/m_\pi^2)^2 \cos 2(\Psi_B - \Psi_2^{\text{sp}}) \rangle$ 的相对比值结果是相似的, 这是由于 old case1 中形变差异相对较小. 但是, 两种反应平面计算的关联在 old case2

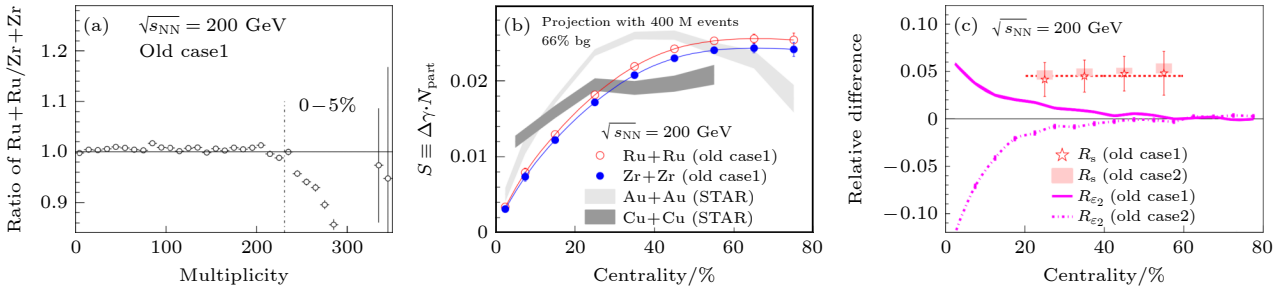


图 12 RHIC 能量的同质异位素碰撞中, (a) old case1 的同质异位素碰撞中粒子分布比; (b) $S = N_{\text{part}} \times \Delta\gamma$ 与中心度的依赖关系; (c) S 的相对比值与中心度的依赖关系

Fig. 12. (a) Ratio of multiplicity distribution between two isobar collisions for the deformation old case1; (b) centrality dependence of $S = N_{\text{part}} \times \Delta\gamma$; (c) centrality dependence of the relative ratio of S .

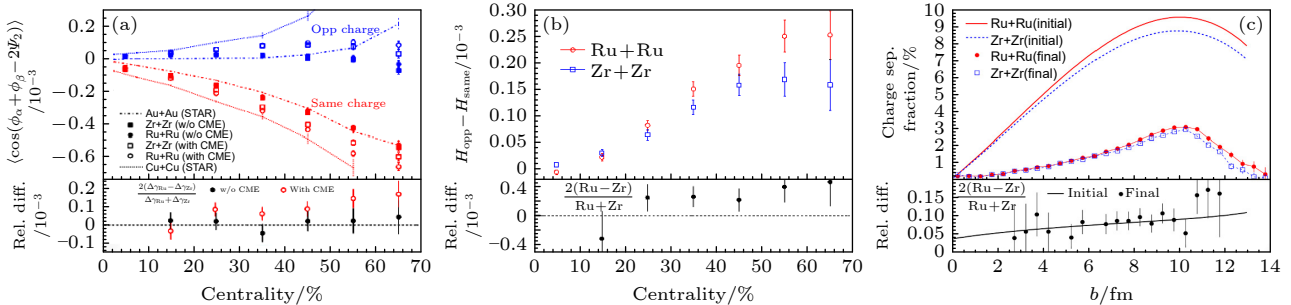


图 13 RHIC 能量的同质异位素碰撞中, (a) 方位角关联及其相对比值与中心度的依赖关系; (b) $H = \gamma^{\text{CME}} - \gamma^{\text{no CME}}$ 及其相对比值与中心度的依赖关系; (c) 初始电荷分离强度和末态电荷分离强度及其相对比值对碰撞参数 b 的依赖关系

Fig. 13. In isobar collisions at the RHIC energy: (a) The centrality dependence of azimuthal correlation and its relative ratio; (b) the centrality dependence of $H = \gamma^{\text{CME}} - \gamma^{\text{no CME}}$ and its relative ratio; (c) the impact parameter b dependence of initial charge separation strength and final state charge separation strength and its relative ratios.

中呈现出不同的结果, 即 Ψ_2^{PP} 的相对比值大于 Ψ_2^{SP} 的相对比值. 并且, 与 Ψ_2^{SP} 有关的关联要强于与 Ψ_2^{PP} 有关的关联. 这是因为 $\langle (eB/m_\pi^2)^2 \cos 2(\Psi_B - \Psi_2^{\text{PP}}) \rangle$ 主要受到磁场的影响, 但 $\langle (eB/m_\pi^2)^2 \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 受到磁场和 $\langle \cos 2(\Psi_B - \Psi_2) \rangle$ 的共同影响. 这些结果表明, 相对于 Ψ_2^{SP} , $\Delta\gamma$ 的关联能反映更干净 CME 信号 [42].

然而, 最近来自 RHIC-STAR 的 5 个合作组对同质异位素碰撞项目的双盲分析 [73] 结果显示, 两个同质异位素碰撞的比值小于 1 [74], 这意味着实验结果中没有观察到预测的 CME 信号. 并且 STAR 观测到两个同质异位素碰撞中带电粒子的多重性和集合流存在差异, 因此实际上它们的背景是不同的. 已有研究结果表明 [75–80], 需要考虑中子皮效应和 (或) 四极及八极形变来解释测量的差异, 如此得到的结果支持两个同质异位素碰撞中中子皮结构和核形变的存在. 为了解释这种差异的来源, 考虑

两个同质异位素的核变形或核结构效应. 对两个同质异位素碰撞或者考虑了原子核的四极和 (或) 八极形变或者考虑了中子皮效应等共 18 套参数设置, 相关的分析结果与 STAR 进行对比, 我们计算了每一套参数设置的相对平均 χ^2 , 最终发现带有中子皮效应的 halo-type 参数设置的 χ^2 最小. 这说明通过 3 个观测测量结果的对比 (如图 15 所示), halo-type 与实验结果最为接近. 接下来, 选用 halo-type 这套参数在 AMPT 模型中加入不同强度的 CME 电荷分离效应, 研究其中的 CME 信号, 并将相关结果与 STAR 实验结果进行比较.

图 16 所示为 AMPT 模型得到的考虑了不同强度电荷分离效应 ($f = 0, 2\%, 5\%, 7.5\%, 10\%$) 的 CME 观测 $\Delta\gamma$ 与中心度的依赖关系, 并且图 16(b) 中分别展示了两个同质异位素碰撞中相应观测的比值与实验结果的对比 [81]. 可以发现, $f = 7.5\%$

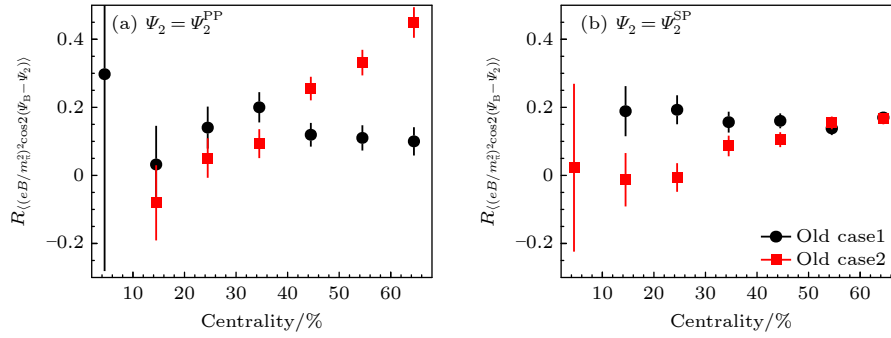


图 14 RHIC 能量的同质异位素碰撞中, (a) 与 Ψ_2^{PP} 有关的关联的相对比值与中心度的依赖关系; (b) 与 Ψ_2^{SP} 有关的关联的相对比值与中心度的依赖关系

Fig. 14. In isobar collisions at the RHIC energy, (a) centrality dependence of the relative ratios of the correlations related to Ψ_2^{PP} ; (b) centrality dependence of the relative ratios of the correlations related to Ψ_2^{SP} .

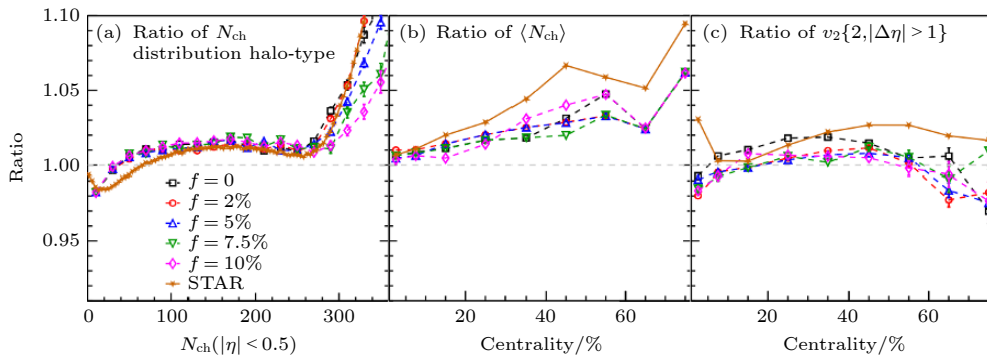


图 15 RHIC 能量的同质异位素碰撞中不同电荷分离强度下, (a) 带电粒子分布比值, (b) 平均带电粒子比值与中心度的依赖关系以及 (c) v_2 比值与中心度的依赖关系与实验结果的对比

Fig. 15. (a) The charged particle multiplicity distribution ratio, (b) the centrality dependence of average charged particle ratio, and (c) the centrality dependence of v_2 ratio in isotopic collisions for different charge separation strengths at the RHIC energy, in comparison with the STAR data.

和 $f = 10\%$ 的结果远远偏离实验结果, 尤其是在 20%—50% 的中心度碰撞中. 与实验数据相比, 不考虑 CME 或较小的 CME 强度可以描述实验数据. 然而, 因为在我们有限的统计中, $f = 0, 2\%$ 和 $f = 5\%$ 的结果是一致的, 所以没有 CME 和小强度的 CME 的结果很难区分. 这表明, 在同质异位素碰撞中, 初始 CME 信号是不存在的或较小的. 并且我们的发现与最近逐事件反常黏性流体动力学 (EBE-AVFD) 的模拟一致, 他们表明 STAR 的结果隐含了约 5% 的 CME 信号的贡献 [82]. 因此, 寻找同质异位素碰撞中可能出现的 CME 小信号需要更敏感的观测数据. 然而, 由于我们的事件数量有限, AMPT 模拟得到的统计误差较大. 与 STAR 数据的误差相比, 我们估计 AMPT 模拟至少需要约 1.8×10^9 事件数才能区分这样的弱 CME 信号. 由于计算成本较高, 我们将留待以后做进一步研究.

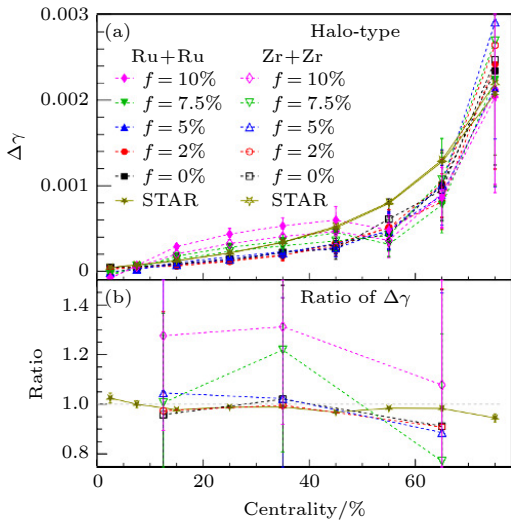


图 16 RHIC 能量的同质异位素碰撞中 $\Delta\gamma$ 及其比值与中心度的依赖关系
 Fig. 16. Centrality dependence of $\Delta\gamma$ and its ratio in isobar collisions at the RHIC energy.

除此之外, 我们还研究了不同初始核结构下集体流与碰撞能量的依赖关系. 图 17 给出了在 0—5% 和 20%—50% 中心度的两个同质异位素碰撞中 5 套形变参数设置的椭圆流 $v_2\{2\}$ 及其比值与能量的依赖关系 [83]. 整体来看, 两个中心度下, v_2 的大小明显依赖于能量, 即能量越大, v_2 越大, 这点毋庸置疑. 但对不同的原子核形变设置, 不同中心度下, v_2 的比值与能量的依赖关系也有所不同, 但大部分情况下该比值在低能量碰撞中更大. 这些说

明低能量的同质异位素碰撞中原子核形变对同质异位素碰撞中的集体流影响更大, 更大的背景效应将会影响 CME 的研究.

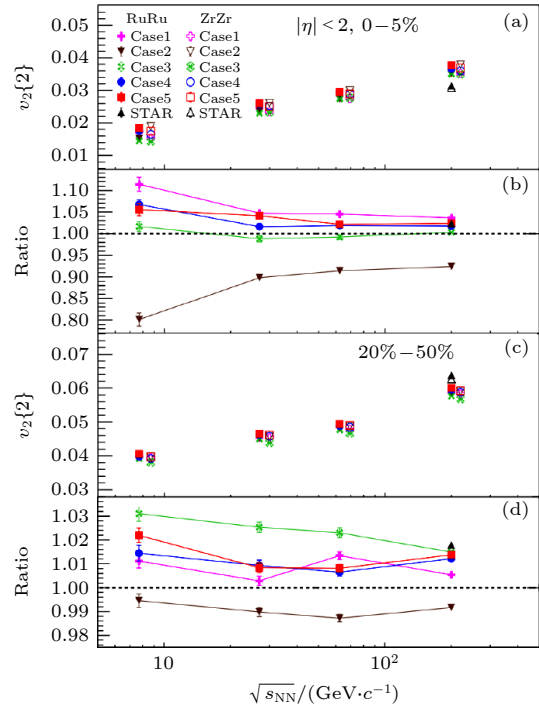


图 17 RHIC 能量的同质异位素碰撞中, 0—5% 中心度中 (a) $v_2\{2\}$ 及 (b) 其比值和 20%—50% 中心度中 (c) $v_2\{2\}$ 及 (d) 其比值与碰撞能量 \sqrt{s} 的依赖关系
 Fig. 17. Collision energy \sqrt{s} dependence of (a) $v_2\{2\}$ and (b) its ratio in 0–5% centrality bin, and collision energy \sqrt{s} dependence of (c) $v_2\{2\}$ and (d) its ratio in 20%–50% centrality bin (lower panel) in isobar collisions at the RHIC energy.

本节主要介绍了研究 CME 常用的观测量, 以及相关的一些研究结果. 借用引入 CME 效应的 AMPT 模型, 研究了 RHIC 能量和 LHC 能量下大系统的 A + A 碰撞、小系统碰撞、同质异位素碰撞中 CME 的一些观测量的研究结果. 除了本节介绍的 CME 观测量外, 还有很多其他的观测量, 比如与不变质量有关的 [84]、与参与平面和反应平面相关的关联 [84,85]、带符号的平衡函数等观测量 [86,87], 都被用来开展 CME 的研究工作. 也有一些研究工作研究了不同大小碰撞系统中的 CME 效应 [88], 发现虽然大系统碰撞中产生了更强的磁场和手征不平衡, 但由于存在更大的体积效应, 电荷不对称也因此被压低, 因此在同质异位素碰撞中带电粒子关联比 Au + Au 碰撞中还要大. 此外, 还有借用其他模型, 比如 KMW 模型, 研究了考虑 QGP 电导率以及不同碰撞能量的 CME 的研究结果 [89,90];

以及流体力学模型 AVFD, 定量理解流体动力阶段中 CME 诱导的电荷分离的产生和演变及其对其理论参数的依赖性等 [91].

4 手征磁波 (CMW)

如图 18 所示, CME 和 CSE 效应相互激发、循环反复, 由此产生电荷和手征荷的密度波. 类比于电磁波, 我们称它为手征磁波. 可以根据电荷分布理解 CMW, CMW 将引起 QGP 中的电四极矩现象, 即两极获得额外正电荷, 赤道处获得额外负电荷, 这样就形成了四极电荷, 提升了 π^+ 和 π^- 椭圆流之间的简并性, 导致分裂, 即 $\Delta v_2 = v_2^{\pi^-} - v_2^{\pi^+}$, 其随着电荷不对称 $A_{ch} = (N_+ - N_-)/(N_+ + N_-)$ 线性增长, N_{\pm} 指产生的正/负强子数量. 在这个基线 $v_{2,\pm}^{base}$ 上, CMW 将引入一个附加的贡献, 椭圆流的系数可以表示为 $v_2^{\pm} \approx v_{2,\pm}^{base} \mp r \times A_{ch}/2$, 其中 $v_{2,\pm}^{base}$ 是零电荷不对称 $\mu_0 = 0$ 的正/负强子的椭圆流, r 是代表 CMW 强度的斜率参数 [92–94]. 这样的流分离现象已经被实验观察到 [95,96], 但由于受背景效应的影响, 这样的分离现象与 CMW 的关系还需要进一步深入研究.

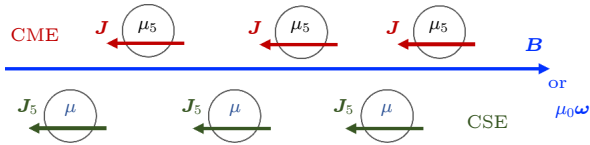


图 18 手征磁波 (CMW) 示意图, 图片来自文献 [35]

Fig. 18. Schematic diagram of chiral magnetic wave (CMW), which is taken from Ref. [35].

图 19(a) 所示为在 AMPT 模型中 200 GeV 能量下 30%—40% 中心度的 Au + Au 碰撞中引入的初始部分子态在 3% 初始四极子百分比在横平面的中心赧快度 ($|\eta| < 1$) 净电荷密度 $\rho_{\Delta Q} = d\Delta Q/dx dy$. 它呈现的电四极分布的特征是在赤道附近有额外的负电夸克和在两极附近有额外的正电夸克, 并且 3% 的初始四极百分比的电四极分布非常明显. 图 19(b) 给出了 200 GeV 能量下 Au + Au 碰撞中, 不同初始四极矩分布强度下斜率参数 r 与中心度的依赖关系. 斜率参数 r 对初始四极矩强度和中心度都非常敏感, 它随初始四极矩强度的增加而增加, 从中心到周边的碰撞减少 [97]. 将 AMPT 结果与实验的初步趋势进行比较, 可以估计出一个对初

始四极矩百分比的中心度依赖性有帮助的约束. 对于 0—10% 的最中心碰撞, 实验倾向于没有初始四极子百分数, 这与 CMW 的期望一致, 即在最中心的碰撞中, 由于旁观者核子数量较少, 所以电磁场强度相对较小. 初始四极矩百分比从中心到周边的碰撞增加, 除了最周边的 70%—80%, 这支持了从中心到周边的碰撞产生更多的四极矩变形. 然而由于从中心到周边碰撞的部分子相互作用强度降低, 初始四极矩百分比的增加并不能导致斜率参数 r 的增加. 在最周边的 70%—80% 的情况下, 初始四极矩的百分比是不确定的, 因为部分子相演化太短或太弱, 无法将任何有限的初始电四极矩转化为介子椭圆流的电荷不对称. 值得注意的是, 在本研究中初始电四极分布是在形成部分子的平均时间引入的, 然而由于磁场在 QGP 中的寿命至今仍不清楚, 所以相关效应有待深入研究.

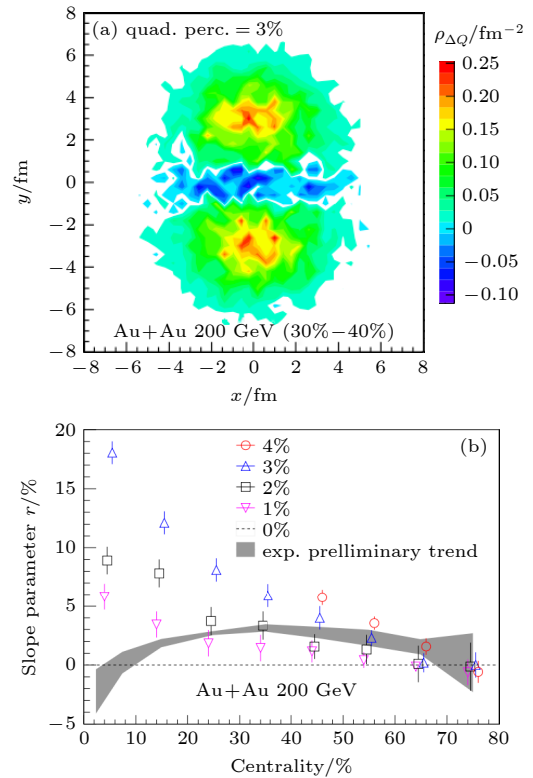


图 19 RHIC 能量 30%—40% 中心度 Au + Au 碰撞中, (a) 初态部分子态的 3% 初始四极矩强度在横平面的净电荷密度分布; (b) 不同初态部分子四极矩强度下斜率参数对中心度的依赖性

Fig. 19. (a) Net charge density distribution in the transverse plane for the 3% initial quadrupole charge separation for 30%–40% centrality bin in Au + Au collisions at the RHIC energy; (b) centrality dependence of the slope parameter for different strengths of initial quadrupole charge separation.

除了以上在模型中直接引入 CMW 的四极矩分布外, 我们的研究还发现了产生四极矩的一种新方式. 由 (5) 式可知, QED 反常是手征反常的重要来源之一, 它在一些手征反常效应中起着关键作用. 在相对论重离子碰撞中, (5) 式的第二项通常代表电磁场构型的第二洛伦兹不变量 $I_2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$. 例如, Kharzeev 认为平行的电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{B} 构型会使狄拉克海中费米表面的左右手费米子的平衡发生偏移. 根据 (5) 式可知, 由于 $\mu_5 \propto \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$, 手征磁效应会产生并且诱导一个矢量流 \mathbf{J}^{CME} . 因此我们研究了电场和磁场的耦合 $I_2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ ^[98]. 图 20(a) 给出了 $t = 0$ 时刻碰撞参数 $b = 10$ fm 时 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 在横平面上的空间分布. 这里可以清晰地看到, $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 的空间分布类似于一个偶极子, 即在上半平面 ($y > 0$ 平面) $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} < 0$; 但在下半平面 ($y < 0$ 平面), $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} > 0$. 因此, 周边碰撞中, 沿着 y 方向的磁场与电场和磁场耦合的偶极分布再次耦合, 会诱导一个 CME 电流 \mathbf{J}^{CME} , 它的存在会导致电荷的四极矩分布, 与 CMW 诱导的电四极矩类似. 总的来说, 电磁反常也同样可以诱导电四极矩, 可以引起末态正负电荷之间的椭圆流差异, 但并不会形成 CMW.

图 20(b) 给出了用 4 种不同的面积计算方法 M1, M2, M3 和 M4 计算的 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 区域的平均密度与 N_{part} 的依赖关系, 并与实验上的斜率参数 r 对比. 由于 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 的分布是偶极对称的, 因此可以只选择横平面的下半平面计算平均值. 另一方面, 我们认为 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 的密度能反映电四极矩的强度. 可以发现, 通过 4 种方法计算所得的 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 的密度与

N_{part} 的依赖关系与测量的斜率参数 r 的趋势相似. 这表明, 在一个很大磁场存在的情况下, 由于 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 的存在, 如此的手征反常的偶极构型可以诱导一个类似于手征磁波的效应. 值得注意的是, 这个新机制不需要一个有限的重子密度 (即 $\mu = \mu_B \neq 0$, μ_B 是重子化学势), 而这是手征磁波机制中驱动手征分离效应的必要条件. 我们期望我们的新机制可以导致不同于手征磁波驱动的斜率参数 r 的能量依赖性, 原则上可以在 RHIC 的束流能量扫描项目中检验.

此外, 与 CMW 相关的背景效应也需要一些研究结果. 图 21(a) 所示为斜率 A_{ch} 与 $\langle v_2 \rangle$ 的关系; 图 21(b) 给出积分的三粒子关联差与 $\langle v_2 \rangle$ 的关系^[99]. 在实验上, 后者在统计学上具有优势, 因为它不需要将数据样本分成不同的 A_{ch} . 用两种模型的结果比较两个可观察量, 四极矩的 AMPT 结果不显示任何 $\langle v_2 \rangle$ 依赖性. 即使 $\langle v_2 \rangle$ 减少一半, 可观测量仍然保持不变. 线性拟合在 $\langle v_2 \rangle = 0$ 时提供显著的正截距, 这表明了 CMW 信号的强度. 相比之下, LCC (local charge conservation) 的冲击波模型 (blast wave, BW) 结果被发现与 $\langle v_2 \rangle$ 是成正比的. 随着 $\langle v_2 \rangle$ 的减少, 可观测量线性减少, 并且对离散 ρ_2 方法, 在 $\langle v_2 \rangle = 0$ 时的截距是 0. 注意, 混合 ρ_2 方法的截距略接近于零, 这来自于采样数据的 ρ_2 初始分布的波动. 信号和背景对 ESE (event shape engineering) 的反应不同的原因在于它们不同的起源: 前者源于与 $\langle v_2 \rangle$ 无关的四极矩结构, 而后者, 纯粹是通过动力学 v_2 产生的效应. 这里呈现的是两个理想的

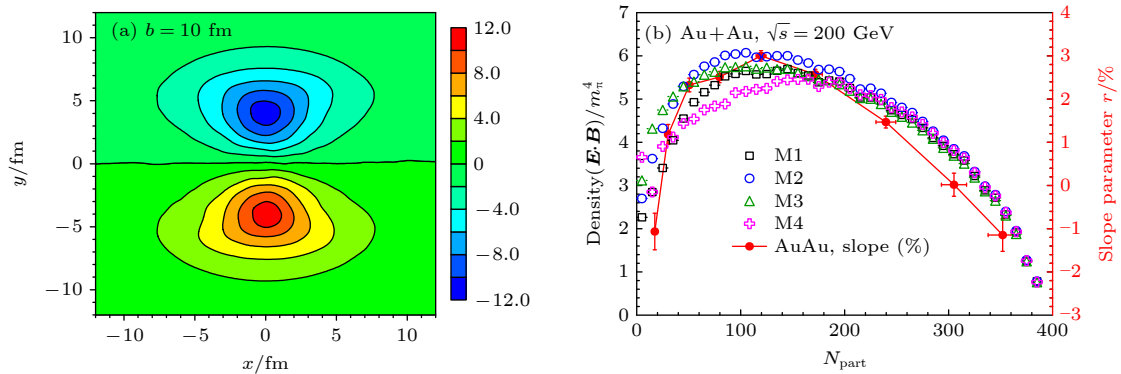


图 20 (a) RHIC 能量碰撞参数 $b = 10$ fm 下 Au + Au 碰撞中 $e^2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \rangle$ 在横平面上的分布; (b) 不同计算方法得出的 $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \rangle$ 在 $t = 0$ 时在 $y < 0$ fm 的横向平面内的分区平均密度和斜率参数的碰撞中心度依赖性

Fig. 20. (a) Spatial distributions of $e^2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \rangle$ in the transverse plane at $t = 0$ for $b = 10$ fm in Au + Au collisions at the RHIC energy, where the unit is m_π^4 ; (b) zone-averaged density of $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \rangle$ from different calculation methods (open symbols) at $t = 0$ in the transverse plane of $y < 0$ fm and the slope parameter (red filled symbol) as functions of N_{part} in Au + Au collisions at the RHIC energy.

极端: 模型单独包含 CMW 或 LCC. 实际上, 实验中测得的观测值很可能同时包含了信号和背景. 在这种情况下, 数据点可能形成一个正斜率和非零截距的关系. CMW 占比, 或者更准确地说, 上限值可以通过在 $v_2 = 0$ 和 v_2 非零情况下的观测值之间的比率来提取: $f_{\text{CMW}} = \frac{b}{a \langle v_2 \rangle + b}$, 其中 a 和 b 是线性拟合的斜率和截距. 类似方法已成功应用于限制 CME 占比, 因此我们认为将其扩展到 CMW 研究应该是高度可行的. 最近我们进一步提出了一个改进的 BW 模型, 它可以同时描述在 LHC 能量下的 CME 和 CMW 的实验结果, 表明 LHC 能量下 CME 和 CMW 的观测值可能主要是由局部电荷守恒背景所贡献^[100].

在引入了逐事件涨落的四极矩以后, 定义了新的观测量 W_n 关联函数来研究 CMW, 计算结果如图 22 所示^[101]. 从图 22(a) 可以看出, 在没有四极矩的情况下, W_2 呈现一个凸的形状, 这和用实验上

用 R 关联测量 CME 的方法非常类似. 这里凸的形状可以来自于共振态衰变或者电荷守恒, 此时正负电荷之间的椭圆流会因为这些物理过程产生关联, 表现在 v_2^+ 和 v_2^- 会有一个非零的协方差. 图 22(b) 给出了 10% 的夸克受四极矩影响时的结果, 此时 W_2 呈现凹形. 并且此时 W_2 的中心值关于 Δv_2 不对称, 这是因为金离子具有正的净电荷和重子数, 因此图 22(b) 的四极矩结构在事件中占多数. 图 22(c) 给出了两种不同的四极矩对 W_2 关联的影响, 对于不同的四极矩构型, W_2 有两种斜率不同的线性分布. 这是因为单看一种四极矩时, 受 W_2 影响的 Δv_2 不会逐事件涨落, 因此两种方法的分布宽度不变, 仅中心值平移. 对于 W_3 关联, 在所有情况下的分布都是一致的, 即 W_3 不会随四极矩的改变而改变, 这是三角流和磁场方向无关导致的.

本节主要借用了 AMPT 模型对 CMW 的一些研究结果, 除了直接引入 CMW 信号之外, 还发

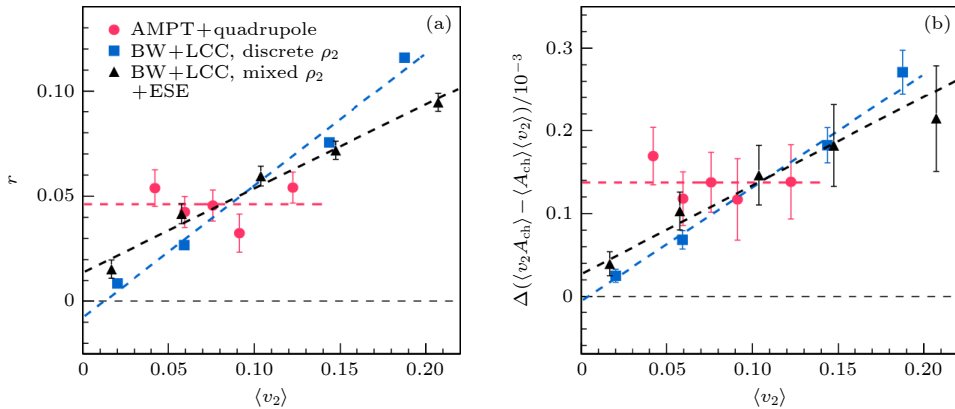


图 21 (a) $A_{\text{ch}} - \Delta v_2$ 的斜率与 $\langle v_2 \rangle$ 的依赖关系; (b) 积分的三粒子关联的差与 $\langle v_2 \rangle$ 的依赖关系

Fig. 21. (a) $\langle v_2 \rangle$ dependence of the slope of $A_{\text{ch}} - \Delta v_2$; (b) $\langle v_2 \rangle$ dependence of the difference of the integrated three-particle correlator.

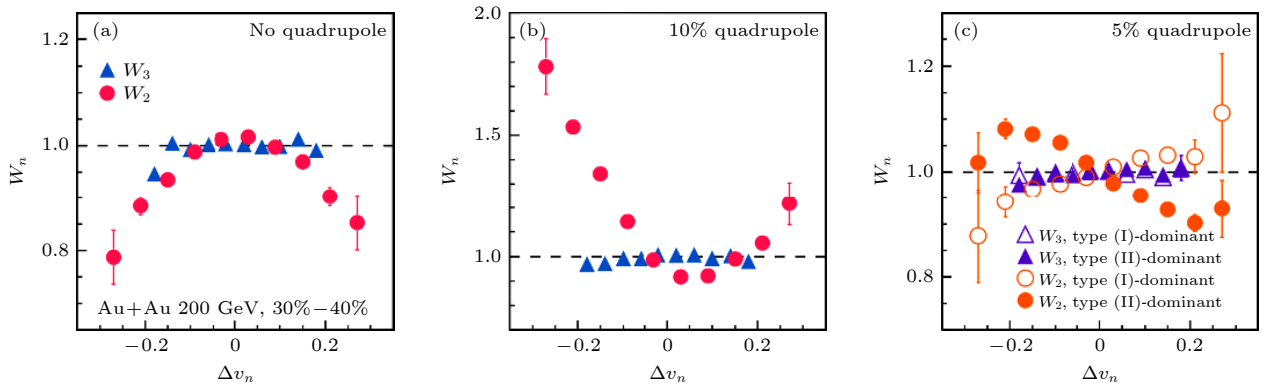


图 22 关联 $W_{2(3)}$ 与 Δv_2 的依赖关系, (a) 四极矩为零的情况; (b) 10% 的四极矩; (c) 不同类型的 5% 的四极矩

Fig. 22. Δv_2 dependence of the correlation $W_{2(3)}$, (a) the case of zero quadrupole; (b) the case of quadrupole of 10%; (c) different types of cases of quadrupole of 5%.

现了 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ 机制也会产生类似 CMW 信号的观察结果. 也利用模型模拟了分别存在 CMW 信号和背景的情况, 同时也提出了观测 CMW 的新观测量.

5 其他磁场效应

以上介绍的主要是高能重离子碰撞中磁场导致的与手征相关的一些新奇现象, 然而在中低能碰撞区域, 磁场同样可以产生很多有趣的物理现象.

考虑到光子与磁场关系的特殊性, 用 BUU 模型研究了二者的关系^[102]. 图 23 给出了 40 MeV 的 N + Pb 碰撞中光子的定向流 v_1 和椭圆流 v_2 与光子的横动量 p_T 的关系. 对于 v_1 , 在 $p_T \in (0, 25)$ 范围内无论有没有磁场, v_1 和 v_2 都随 p_T 的增加而减小, 即磁场对 v_1 和 v_2 没有影响; 当 $p_T > 25$ MeV 时, v_1 和 v_2 发生劈裂, 随着 p_T 的增加而增加, 并且有磁场情况下对 v_1 是压低的作用和对 v_2 是增强的作用, 这点与预测结果是一致的. 这里表明 v_1 和 v_2 都受到磁场的影响, p_T 大的光子对磁场更敏感, 即磁场使 v_1 和 v_2 对 p_T 的依赖性增强. 此外, 还研究了出射核子的 v_1 和 v_2 与 p_T 的依赖关系, 总体上, 磁场对出射核子产生的 v_1 和 v_2 均无影响, 但对光子产生的 v_1 和 v_2 有效应. 从质量的角度分析, 核子的质量约为 1 GeV, 光子无质量, 因此光子流更容易受到磁场的影响. 因此, 中低能重离子碰撞实验上可以用光子流作为探针研究磁场相关效应.

在中低能重离子碰撞领域, 原子核内的质子和中子构成的两个独立硬球在外界偶极激发下, 体系质心位置附近会发生相对偶极振荡, 此即为激发态原子核的巨偶极共振 (giant dipole resonance, GDR) 现象, 由于 GDR 产生的 γ 能谱的特征分布携带大量奇异原子核的结构信息, 因此 GDR 成为研究奇异原子核性质的有力探针. 这里用考虑了磁场的 EQMD 模型, 通过研究偶极矩的响应和强度分析 GDR 效应^[103]. 如图 24(a)—(c) 分别展示了 GDR 谱的峰值能量、峰值强度以及宽度与入射能量的依赖关系. 可以清晰地看到, 有磁场存在时, 随着入射能量的增加, 峰值能量和峰值强度也增加; 但宽度的结果有所不同, 在入射能量小于 200 MeV 时, 随入射能量的增加而减小, 当入射能量大于 200 MeV 时, 宽度保持不变. 这些不同, 可能来自磁场产生的不同.

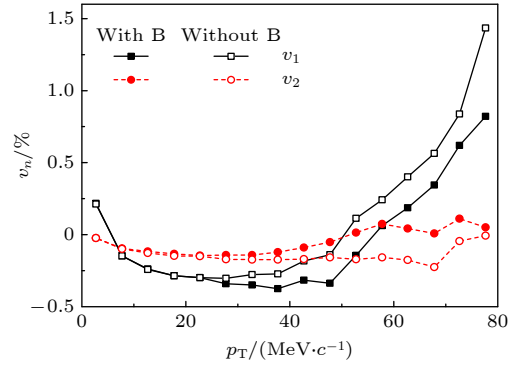


图 23 40 MeV 的 N + Pb 碰撞中光子的定向流 v_1 和椭圆流 v_2 与光子的横动量 p_T 的关系

Fig. 23. Direct flow v_1 and elliptical flow v_2 as functions of p_T of photons for N + Pb collisions at 40 MeV.

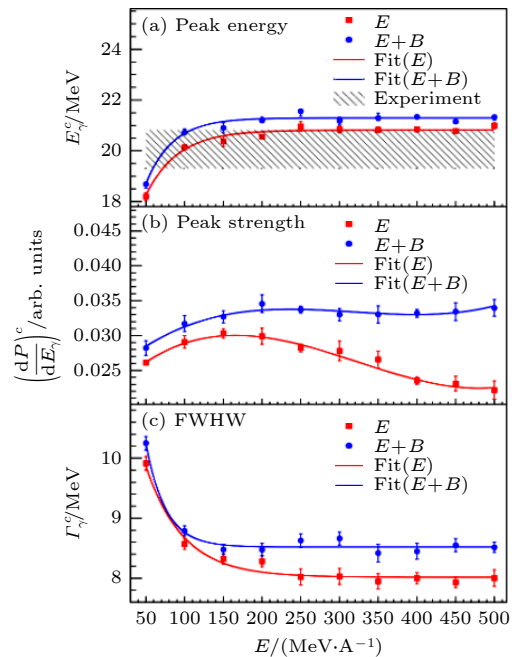


图 24 $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ 碰撞在无磁场和有磁场的情况下, GDR 光谱的 (a) 峰值能量, (b) 峰值强度和 (c) 光谱宽度与入射能量的关系

Fig. 24. (a) Peak energy, (b) peak intensity, and (c) spectral width of the GDR spectrum as functions of incident energy for $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ collisions in the absence and presence of the magnetic field.

考虑到 GDR 模式来自激发态, 接下来研究与激发能有关的温度与入射能量的依赖关系, 如图 25(a) 所示. 这里只研究了极其超周边碰撞, 因此入射能量越高, ^{16}O 和 ^{40}Ca 相互作用时间越短, ^{40}Ca 的激发能越低. 因此 ^{40}Ca 的温度也随入射能量的增加而减小, 这也是合理的. 但上面的结果中磁场对 GDR 宽度的影响与这里磁场对温度的影响并不相同, 这说明, 除温度外, 还存在某些受磁场

影响的因素, 比如已有的研究结果显示原子核旋转会受磁场的影响. 图 25(b) 所示为 ^{40}Ca 角动量分量 J_y 与入射能量的依赖关系. 可以看到, 存在磁场时 J_y 对入射能量的依赖明显高于无磁场的情况. 之前的研究表明, GDR 宽度随核子角动量的增加而增加, 因此这里角动量与磁场的依赖关系与上面宽度与磁场的依赖关系有关. 对比图 25 的两个结果可以发现, 入射能量低于 250 MeV 时, 磁场使温度降低但让 J_y 增加; 入射能量高于 250 MeV 时, 磁场使二者均增加. 这也是为什么有磁场存在时, 高入射能量下 GDR 宽度增加的原因. 这里也注意到, 对于低入射能量, 即便无磁场, 角动量也很大. 这表明在低能区, 可能不仅只有 GDR 的振动模式, GDR 的宽度可能由旋转引起的一种混合状态, 因此这种情况下, 很难提取干净的 GDR 振动模式. 但随着入射能量的增加, 角动量变小, 从而减小了旋转引起的混合状态. 这可能是因为较高入射能量区域, GDR 的能量位置接近实验结果的原因.

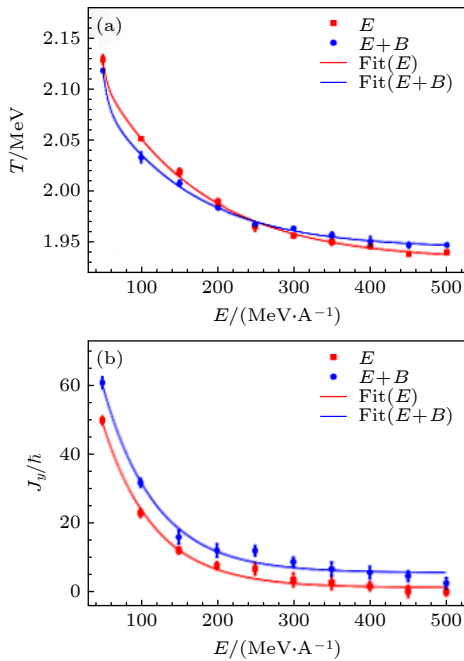


图 25 $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ 碰撞在无磁场和有磁场的情况下, (a) 温度和 (b) 角动量 J_y 与入射能量的关系

Fig. 25. (a) Temperature and (b) angular momentum J_y as functions of the incident energy for $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ collisions in the absence and presence of the magnetic field.

6 总结和展望

本文主要介绍了相对论重离子碰撞中的手征反常现象, 主要是手征磁效应和手征磁波, 由于 QCD

胶子场的存在, 会发生强相互作用下局域的 CP 破缺, 同时由于相对论重离子碰撞可以产生极强的磁场, 二者共同作用, 可以诱导如此的手征反常现象. 观测这些手征反常现象, 可以帮助寻找强相互作用中的 CP 破缺的证据, 从而帮助解决宇宙中正反物质不对称的问题.

本文首先介绍了相对论重离子碰撞中不同碰撞系统和不同碰撞能量下的电磁场大小. 可以发现, 对于 $A + A$ 碰撞, 磁场在周边碰撞中达到最大, 并且随着碰撞能量的增加, 磁场大小也相应增加; 对于小系统 $p + A$ 碰撞, 虽然事件平均后的磁场为零, 但逐事件的磁场并不为零; 同时磁场的大小也受原子核结构的影响, 比如 C 核, 分别有链状、三角构型和 Woods-Saxon 分布, 3 种核子构型的磁场有明显差异; 此外, 用扩展的 KMW 模型研究磁场的演化和寿命. 借用 AMPT 模型, 研究了大系统碰撞、小系统碰撞以及同质异位素碰撞中的手征磁效应, 发现大系统碰撞中的关联 γ 对低于 5% 强度的 CME 信号不够敏感, 这是源于末态相互作用对 CME 信号较大的消弱作用. 对于小系统碰撞, 可以发现在周边碰撞中有可能找到可能存在的 CME 信号, 但前提是同时需要 QGP 的产生. 在同质异位素碰撞的前期研究中, 首先分析了两个碰撞系统之间存在的差异, 以及可能存在的 CME 信号大小, 我们的研究表明, 同质异位素碰撞是寻找 CME 信号的不错选择, 并且预测了相当多的观测量能观测到足够强度的 CME. 即便是有形变存在, 与旁观平面有关的关联也能反映更干净的 CME 信号. STAR 合作组 5 个小组对不同的 CME 观测量分别展开了双盲分享研究, 目前的结果一致, 均是小于 1, 与 CME 预期比值不符, 不支持同质异位素碰撞中存在明显的手征磁效应. 我们最新的研究结果表明, 同质异位素碰撞中可能存在非常小的 CME 信号, 需要更加敏感的实验观测量和开展进一步的研究工作.

类似于 CME 的做法, 我们也在 AMPT 模型中直接加入了 CMW 的四极矩分布, 发现初始四极矩分布可以经过末态相互作用转化为 π 介子的椭圆流的电荷不对称. 同时还发现, 电磁场的耦合也能产生类似于 CMW 信号的四极矩分布, 这一新机制为 STAR 实验中观察到的 π 介子的电荷相关的椭圆流提供了新的可能解释. 此外, 还研究了与 CMW 背景相关的一些效应, 应用只考虑 CMW

机制的模型和只考虑 LCC 的模型进行对比, 可以发现仅考虑 CMW 的斜率参数 r 与 v_2 没有依赖关系; 但只考虑 LCC 的结果与 v_2 是成正比的, 基于此我们提出了提取 CMW 比例的办法. 我们应用了一个新的 CMW 观测量 W_n 关联函数, 可以通过其分布的形状反映是否存在 CMW 现象.

最后, 研究了磁场效应在中低能碰撞中的一些有趣结果. 发现光子在 $p_T < 25$ MeV 时, 它的 v_1 和 v_2 与磁场无关; 但 $p_T > 25$ MeV 时, 受磁场的影响, v_1 变小, v_2 变大, 进而提出用光子流作为探针研究磁场效应. 还研究了磁场对巨偶极共振的影响, 发现磁场会增强巨偶极共振分布的峰值能量、峰值强度和光谱宽度.

总之, 我们利用多种模型工具开展了一系列磁场和手征相关效应的研究, 发现无论是高能还是中低重离子碰撞过程中, 磁场都会引起很多非常有趣的物理现象, 这为研究核物理世界中的微观规律带来了前所未有的机遇^[104]. 然而其中还存在很多未解之谜, 有关其背后的物理作用机制, 值得我们未来继续在实验和理论上开展更加深入的研究工作^[105–107].

参考文献

- [1] Gross D J, Wilczek F 1973 *Phys. Rev. Lett.* **30** 1343
- [2] Politzer H D 1973 *Phys. Rev. Lett.* **30** 1346
- [3] Adams J, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2005 *Nucl. Phys. A* **757** 102
- [4] Adcox K, Adler S S, Afanasiev S, et al. (PHENIX Collaboration). 2005 *Nucl. Phys. A* **757** 184
- [5] Aamodt K, Quintana A A, Achenbach R, et al. (ALICE Collaboration). 2008 *JINST* **3** S08002
- [6] Bzdak A, Esumi S, Koch V, Liao J, Stephanov M, Xu N 2020 *Phys. Rep.* **853** 1
- [7] Luo X, Xu N 2017 *Nucl. Sci. Tech.* **28** 112
- [8] Xu J, Liao J, Gyulassy M 2015 *Chin. Phys. Lett.* **32** 092501
- [9] Siemens P J, Rasmussen J O 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 880
- [10] Kolb P F, Sollfrank J, Heinz U W 2000 *Phys. Rev. C* **62** 054909
- [11] Teaney D, Lauret J, Shuryak E V 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4783
- [12] Song H, Heinz U W 2008 *Phys. Rev. C* **77** 064901
- [13] Jeon S, Heinz U 2015 *Int. J. Mod. Phys. E* **24** 1530010
- [14] Shen C, Yan L 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 122
- [15] Lao H L, Liu F H, Li B C, Duan M Y, Lacey R A 2018 *Nucl. Sci. Tech.* **29** 164
- [16] Waqas M, Liu F H, Li L L, Alfanda H M 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 109
- [17] Poskanzer A M, Voloshin S A 1998 *Phys. Rev. C* **58** 1671
- [18] Gale C, Jeon S, Schenke B 2013 *Int. J. Mod. Phys. A* **28** 1340011
- [19] Alver B, Roland G 2010 *Phys. Rev. C* **81** 054905
- [20] Ma G L, Wang X N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 162301
- [21] Ma L, Ma G L, Ma Y G 2016 *Phys. Rev. C* **94** 044915
- [22] Lee T D, Yang C N 1956 *Phys. Rev.* **104** 254
- [23] Christenson J H, Cronin J W, Fitch V L, Turlay R 1964 *Phys. Rev. Lett.* **13** 138
- [24] Skokov V, Illarionov A Y, Toneev V 2009 *Int. J. Mod. Phys. A* **24** 5925
- [25] Bzdak A, Skokov V 2012 *Phys. Lett. B* **710** 171
- [26] Deng W T, Huang X G 2012 *Phys. Rev. C* **85** 044907
- [27] Hattori K, Huang X G 2017 *Nucl. Sci. Tech.* **28** 26
- [28] Rojas H P, Martinez A P, Cuesta H J M 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 2117
- [29] Kharzeev D 2006 *Phys. Lett. B* **633** 260
- [30] Kharzeev D, Zhitnitsky A 2007 *Nucl. Phys. A* **797** 67
- [31] Kharzeev D E, McLerran L D, Warringa H J 2008 *Nucl. Phys. A* **803** 227
- [32] Fukushima F, Kharzeev D E, Warringa H J 2008 *Phys. Rev. D* **78** 074033
- [33] Son D T, Zhitnitsky A R 2004 *Phys. Rev. D* **70** 074018
- [34] Metlitski M A, Zhitnitsky A R 2005 *Phys. Rev. D* **72** 045011
- [35] Kharzeev D E, Liao J F, Voloshin S A, Wang G 2016 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **88** 1
- [36] Kharzeev D E, Yee H U 2011 *Phys. Rev. D* **83** 085007
- [37] Luo X L, Gao J H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 112503 (in Chinese) [罗晓丽, 高建华 2023 物理学报 **72** 112503]
- [38] Bertsch G F, Gupta S D 1988 *Phys. Rep.* **160** 189
- [39] Maruyama T, Niita K, Iwamoto A 1996 *Phys. Rev. C* **53** 297
- [40] Lin Z W, Ko C M, Li B A, Zhang B, Pal S 2005 *Phys. Rev. C* **72** 064901
- [41] Zhao X L, Ma Y G, Ma G L 2018 *Phys. Rev. C* **97** 024910
- [42] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2019 *Phys. Rev. C* **99** 034903
- [43] Deng W T, Huang X G, Ma G L, Wang G 2018 *Phys. Rev. C* **97** 044901
- [44] Cheng Y L, Zhang S, Ma Y G, Chen J H, Zhong C 2019 *Phys. Rev. C* **99** 054906
- [45] Chen Y, Sheng X L, Ma G L 2021 *Nucl. Phys. A* **1011** 122199
- [46] Zhong Y, Yang C B, Cai X, Feng S Q 2015 *Chin. Phys. C* **39** 104105
- [47] Kharzeev D E, Liao J F 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 55
- [48] Huang X G 2016 *Rept. Prog. Phys.* **79** 076302
- [49] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [50] Voloshin S A 2004 *Phys. Rev. C* **70** 057901
- [51] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. [STAR]. 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 251601
- [52] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. 2010 *Phys. Rev. C* **81** 054908
- [53] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. [STAR]. 2013 *Phys. Rev. C* **88** 064911
- [54] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. [STAR]. 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 052302
- [55] Abelev B, Adam J, Adamova D, et al. [ALICE]. 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 012301
- [56] Lin Z W, Zheng L 2021 *Nucl. Sci. Tech.* **32** 113
- [57] Ma G L, Zhang B 2011 *Phys. Lett. B* **700** 39
- [58] Shou Q Y, Ma G L, Ma Y G 2014 *Phys. Rev. C* **90** 047901
- [59] Huang L, Ma C W, Ma G L 2018 *Phys. Rev. C* **97** 034909
- [60] Huang L, Nie M W, Ma G L 2020 *Phys. Rev. C* **101** 024916
- [61] Khachatryan V, Sirunyan A M, Tumasyan A, et al. [CMS]. 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 122301
- [62] Zhang Z W, Cen X Z, Deng W T 2022 *Chin. Phys. C* **46** 084103

- [63] Bzdak A, Koch V, Liao J 2011 *Phys. Rev. C* **83** 014905
- [64] Liao J, Koch V, Bzdak A 2010 *Phys. Rev. C* **82** 054902
- [65] Schlichting S, Pratt S 2011 *Phys. Rev. C* **83** 014913
- [66] Wang F 2010 *Phys. Rev. C* **81** 064902
- [67] Zhao J [STAR] 2021 *Nucl. Phys. A* **1005** 121766
- [68] Zhao J, Wang F 2019 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **107** 200
- [69] Wang F 2022 *Acta Phys. Polon. Supp.* **16** 15
- [70] Li W, Wang G 2020 *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **70** 293
- [71] Voloshin S A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 172301
- [72] Deng W T, Huang X G, Ma G L, Wang G 2016 *Phys. Rev. C* **94** 041901
- [73] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. [STAR]. 2021 *Nucl. Sci. Tech.* **32** 48
- [74] Abdallah M, Aboona B E, Adam J, et al. [STAR]. 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014901
- [75] Xu H J, Li H, Wang X, Shen C, Wang F 2021 *Phys. Lett. B* **819** 136453
- [76] Xu H J, Zhao W, Li H, Zhou Y, Chen L W, Wang F 2021 arXiv: 2111.14812 [nucl-th]
- [77] Zhang C, Jia J 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 022301
- [78] Jia J, Zhang C J 2023 *Phys. Rev. C* **107** L021901
- [79] Jia J 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014905
- [80] Jia J 2022 *Phys. Rev. C* **105** 044905
- [81] Zhao X L, Ma G L 2022 *Phys. Rev. C* **106** 034909
- [82] Kharzeev D E, Liao J, Shi S 2022 *Phys. Rev. C* **106** L051903
- [83] Li F, Ma Y G, Zhang S, Ma G L, Shou Q, Shou Q Y 2022 *Phys. Rev. C* **106** 014906
- [84] Wang F Q, Zhao J 2018 *Nucl. Sci. Tech.* **29** 179
- [85] Xu H J, Zhao J, Wang X, Li H, Lin Z W, Shen C, Wang F 2018 *Chin. Phys. C* **42** 084103
- [86] Choudhury S, Dong X, Drachenberg J, et al. 2022 *Chin. Phys. C* **46** 014101
- [87] Tang A H 2020 *Chin. Phys. C* **44** 054101
- [88] Liang G R, Liao H F, Lin S, Yan Li, Li M 2020 *Chin. Phys. C* **44** 094103
- [89] Chen B X, Feng S Q 2020 *Chin. Phys. C* **44** 024104
- [90] Feng S Q, Pei L, Sun F, Zhong Y, Yin Z B 2018 *Chin. Phys. C* **42** 054102
- [91] Jiang Y, Shi S, Yin Y, Liao J 2018 *Chin. Phys. C* **42** 011001
- [92] Yee H U, Yin Y 2014 *Phys. Rev. C* **89** 044909
- [93] Taghavi S F, Wiedemann U A 2015 *Phys. Rev. C* **91** 024902
- [94] Hongo M, Hirono Y, Hirano T 2017 *Phys. Lett. B* **775** 266
- [95] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. [STAR]. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 252302
- [96] Adam J, Adamova D, Aggarwal M M, et al. [ALICE]. 2016 *Phys. Rev. C* **93** 044903
- [97] Ma G L 2014 *Phys. Lett. B* **735** 383
- [98] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2019 *Phys. Lett. B* **792** 413
- [99] Wang C Z, Wu W Y, Shou Q Y, Ma G L, Ma Y G, Zhang S 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136580
- [100] Wu W Y, Shou Q Y, Christakoglou P, Das P, Haque M R, Ma G L, Ma Y G, Mohanty B, Wang C Z, Zhang S, Zhao J 2023 *Phys. Rev. C* **107** L031902
- [101] Shen D Y, Chen J H, Ma G L, Ma Y G, Shou Q Y, Zhang S, Zhong C 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064907
- [102] Deng X G, Ma Y G 2018 *Eur. Phys. J. A* **54** 204
- [103] Cao Y T, Deng X G, Ma Y G 2022 *Phys. Rev. C* **106** 014611
- [104] Ruan L J, Xu Z B, Yang C 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 112401 (in Chinese) [阮丽娟, 许长补, 杨驰 2023 物理学报 **72** 112401]
- [105] Shou Q Y, Zhao J, Xu H J, Li W, Wang G, Tang A H, Wang F Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 112504 (in Chinese) [寿齐焯, 赵杰, 徐浩洁, 李威, 王钢, 唐爱洪, 王福强 2023 物理学报 **72** 112504]
- [106] Gao J H, Sheng X L, Wang Q, Zhuang P F 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 112501 (in Chinese) [高建华, 盛欣力, 王群, 庄鹏飞 2023 物理学报 **72** 112501]
- [107] Pu S, Huang X G 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 071202 (in Chinese) [浦实, 黄旭光 2023 物理学报 **72** 071202]

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Electromagnetic field effects and anomalous chiral phenomena in heavy-ion collisions at intermediate and high energy*

Zhao Xin-Li¹⁾²⁾ Ma Guo-Liang^{1)2)†} Ma Yu-Gang^{1)2)‡}

1) (*Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application, Ministry of Education, Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

2) (*Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, National Natural Science Foundation of China, Fudan University, Shanghai 200438, China*)

(Received 20 February 2023; revised manuscript received 31 March 2023)

Abstract

Heavy-ion collisions can produce high-temperature and high-density quantum chromodynamics (QCD) matter under extremely strong electromagnetic fields, which triggers off many important anomalous chiral phenomena, such as the chiral magnetic effect and chiral magnetic wave. The anomalous chiral phenomena can help to find the evidence of \mathcal{CP} symmetry breaking in the strong interaction, deepen the understanding of the QCD vacuum fluctuations, and disclose the mystery of asymmetry of antimatter-matter in the universe.

In this paper, firstly, the magnetic fields are investigated for small and large colliding systems at relativistic heavy ion collider (RHIC) and large hadron collider (LHC). These studies indicate that collision energy and initial nucleon structure have significant effects on magnetic fields. And, the lifetimes of magnetic field in different media are very different in heavy-ion collisions. Then, in order to study the chiral magnetic effect, some experimental observables are studied by using a multi-phase transport model without or with different strengths of the chiral magnetic effect. For small systems, if QGP exists, the chiral magnetic effect could be observed in the peripheral collisions. For isobaric collisions, the correlators with respect to the spectator plane can imply a much cleaner signal of chiral magnetic effect than that with respect to the participant plane. Our results support that the strength of chiral magnetic effect may be absent or small in isobaric collisions. Next, some new strategies are applied to study the chiral magnetic wave. Moreover, a novel mechanism for the electric quadrupole moment can also explain the charge-dependent elliptic flow of pions generated by the chiral magnetic wave. In addition, some interesting phenomena also occur, owing to the magnetic field in heavy-ion collisions at intermediate energy. The directed flow and elliptic flow of photons have no effect on magnetic field at $p_T < 25$ GeV. However, because of the magnetic field, the directed flow of photons decreases and the elliptic flow of photons increases at $p_T > 25$ GeV. Besides, the magnetic field has a significant effect on giant dipole resonance, i.e. the magnetic field increases the angular momentum and enhances some observables of the giant dipole resonance spectrum. In conclusion, magnetic field plays a key role in heavy-ion collisions at both high energy and intermediate energy. It provides an unprecedented opportunity for studying the microscopic laws of nuclear physics. However, there are still many unsolved problems that need further studying in the future.

Keywords: magnetic field, deformed nuclei, chiral magnetic effect, chiral magnetic wave

PACS: 25.75.-q, 25.70.-z

DOI: 10.7498/aps.72.20230245

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2022YFA1604900), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12147101, 11890714, 11835002, 11961131011, 11421505, 12105054), the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDB34030000), and the Major Project of Basic and Applied Basic Research of Guangdong Province, China (Grant No. 2020B0301030008).

† Corresponding author. E-mail: glma@fudan.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: mayugang@fudan.edu.cn



相对论重离子碰撞中的手征效应实验研究

寿齐焯 赵杰 徐浩洁 李威 王钢 唐爱洪 王福强

Progress on the experimental search for the chiral magnetic effect, the chiral vortical effect, and the chiral magnetic wave

Shou Qi-Ye Zhao Jie Xu Hao-Jie Li Wei Wang Gang Tang Ai-Hong Wang Fu-Qiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 112504 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230109

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230109>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

强子夸克相变表面张力解析求解

Analytical solution of surface tension of quark-hadron phase transition

物理学报. 2022, 71(21): 211101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220659>

手征马约拉纳费米子

Chiral Majorana fermion

物理学报. 2020, 69(11): 117302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534>

声子角动量与手性声子

Phonon angular momentum and chiral phonons

物理学报. 2018, 67(7): 076302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172407>

椭圆波束对非均匀手征分层粒子的俘获特性研究

Analysis of trapping force exerted on multi-layered chiral sphere induced by laser sheet

物理学报. 2022, 71(10): 104208 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212284>

层状手性拓扑磁材料 $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$ 的磁学特性

Magnetic properties of layered chiral topological magnetic material $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$

物理学报. 2020, 69(11): 117501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200007>

不同抗磁行为量子点发光在波导中的手性传输

Chiral optical transport of quantum dots with different diamagnetic behaviors in a waveguide

物理学报. 2022, 71(6): 067801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211858>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

相对论重离子碰撞中的手征效应实验研究*

寿齐焯¹⁾²⁾ 赵杰^{1)2)†} 徐浩浩^{3)†} 李威^{4)†}王钢^{5)†} 唐爱洪^{6)†} 王福强^{7)3)†}

1) (复旦大学现代物理研究所, 核物理与离子束应用教育部重点实验室, 上海 200433)

2) (复旦大学, 国家自然科学基金委理论物理专款-上海核物理理论研究中心, 上海 200438)

3) (湖州师范学院理学院, 湖州 313000)

4) (莱斯大学物理与天文系, 休斯顿 77005, 美国)

5) (加州大学洛杉矶分校物理与天文系, 洛杉矶 90095, 美国)

6) (布鲁克海文国家实验室物理系, 纽约 11973, 美国)

7) (普渡大学物理与天文系, 西拉法叶 47907, 美国)

(2023年1月28日收到; 2023年4月3日收到修改稿)

量子色动力学中夸克和拓扑胶子场的相互作用可以产生局域宇称和电荷共轭宇称不守恒, 这为解释宇宙中物质-反物质的不对称性提供了一种可能. 在强磁场下, 宇称不守恒会导致粒子按正负电荷分离, 此现象称为手征磁效应 (CME). 相对论重离子碰撞中与 CME 类似的手征反常效应还有手征涡旋效应 (CVE), 以及手征磁波效应 (CMW) 等. 本文简要综述了当前相对论重离子碰撞实验中 CME, CVE, CMW 的研究进展.

关键词: 手征磁效应, 量子色动力学, 相对论重离子碰撞, 手征对称性**PACS:** 25.75.-q, 25.75.Gz, 25.75.Ld**DOI:** 10.7498/aps.72.20230109

1 简介

量子色动力学 (QCD) 是描述夸克胶子相互作用的基本理论, 其核心是非阿贝尔的规范场论. QCD 理论的两大基本特征是渐进自由和色荷禁闭, 但目前还不能清楚地从基本理论出发解释微扰 QCD 理论中的渐进自由态 (带色荷的夸克与胶

子) 是怎样形成实验中观测到的色荷禁闭的粒子 (色单态的强子). 色荷的禁闭超出了微扰理论的范畴, 必然源自非微扰动力学, 而后者被普遍认为源自 QCD 真空的拓扑结构. 微扰理论往往忽略掉 QCD 的一个重要特征, 即非阿贝尔规范群的紧致性, 以至于对系统的基态都难以描述. 紧致的 $SU(3)$ 规范群允许胶子场产生非平凡的拓扑形态, 从而改变真空结构, 例如 θ -真空理论描述了一个无穷多真

* 国家自然科学基金 (批准号: 12275053, 11975078, 12275082, 12035006, 12075085, 12147219)、上海市青年科技启明星 (批准号: 20QA1401500)、国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1604900) 和美国能源部 (批准号: DE-FG02-88ER40424, DE-AC02-98CH10886, DE-FG02-89ER40531, DE-SC0012910) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jie_zhao@fudan.edu.cn

† 通信作者. E-mail: haojiexu@zjhu.edu.cn

† 通信作者. E-mail: wl33@rice.edu

† 通信作者. E-mail: gwang@physics.ucla.edu

† 通信作者. E-mail: aihong@bnl.gov

† 通信作者. E-mail: fqwang@purdue.edu

空态的集合, 其中元素具有彼此不同的拓扑形态, 并通过量子隧道效应互相跃迁^[1-3]. 很有可能正是 QCD 的拓扑效应导致了手征对称性破缺^[4] 以及色荷的禁闭^[5].

QCD 真空态可以存在手征解, 即不同拓扑结构的胶子场具有不同的手征宇称 (P) 和电荷共轭宇称 (CP) 破缺属性, 这些属性通过手征反常机制^[6,7] 传递至夸克, 从而导致在局域内夸克的左右手螺旋不对称性. 由于夸克带有电荷、自旋和磁矩, 其手征性可以通过一个外部施加的超强磁场来探知, 称为“手征磁效应 (CME)” . 类似于 CME, 还有“手征涡旋效应 (CVE)” 和“手征磁波效应 (CMW)” 等.

从实验上探测验证上述手征效应, 从而回答自然界的最基本物理问题, 需要创造一个系统, 类似于初始宇宙状态并具有超强磁场. 现所知的唯一方法是相对论高能重离子碰撞. 高能重离子碰撞产生高温高密度的解禁闭夸克物质, 称作夸克-胶子等离子体 (QGP), 跟初始宇宙状态类似. 同时, 在非对心碰撞中, 不参加反应的高速带电旁观者 (质子) 能够产生瞬时强磁场, 其磁场强度量级达到 π 介子质量的平方, 近 10^{18} G ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$)^[8]. 因此高能重离子碰撞预期满足产生手征效应的所有条件.

在重离子碰撞中手征效应的发生及其实验证实具有重要的物理意义. 其一, QGP 的局域手征性可能来源于 QCD 真空态之间的跃迁, 人们普遍认为宇宙的组成 (如正反物质不对称性)、结构 (如大尺度星系)、演化 (如宇宙膨胀) 等都跟其初始时的真空涨落有关, 因此关于 QGP 的局域手征性的研究对于理解微观世界和宏观世界都具有重要指导意义. 其二, 手征效应对于近似无质量的费米子才能起到明显作用, 所以对手征效应的证实将为 QGP 中“手征对称性的恢复” 提供重要证据. 其三, 由此验证强磁场的产生及其在 QGP 中的时间演化, 进而可以探测 QGP 的电导率及夸克密度随时间的演化. 综上所述, 对重离子碰撞中手征效应的验证会同时促进以上三个方向的物理学发展.

这篇综述将主要关注在实验中被广泛研究的手征磁效应, 阐述其实验测量的难度和目前进展, 讨论其未来的发展方向. 同时也将综述手征涡旋效应和手征磁波效应的研究状态, 并指出未来可能的努力方向.

2 手征磁效应 (CME)

手征磁效应^[8,9] 是指具有手征性的费米子在强磁场的诱导下产生沿 (逆) 着磁场方向的电流: $J_e \propto \mu_5 \mathbf{B}$, 其中 μ_5 是轴矢量化学势, 用来量化系统中费米子的左右手螺旋不对称性. 强磁场使费米子极化, 带正 (负) 电的费米子其自旋沿 (逆) 着磁场方向. 如果左手螺旋的费米子多于右手螺旋的, 则电荷分离产生逆着磁场方向的电流; 反之, 如果存在更多右手螺旋的费米子, 则产生沿着磁场方向的电流. 因此夸克的手征不对称性可以通过外加强磁场来实验探测.

CME 的工作原理已经在凝聚态物理实验中得到证实. 例如, 狄拉克半金属 ZrTe_5 是一种人造手征性材料, 强磁场在其中引发的超导效应可以很好地被 CME 理论描述^[10]. 类似的效应在其他狄拉克半金属 Na_3Bi ^[11], Cd_3As_2 ^[12] 以及维尔半金属 TaAs ^[13] 等中都得到了印证. 本文将致力于讨论 QCD 中 CME 在高能重离子碰撞中发生的实验证据. 值得指出的是, 凝聚态材料中的手征不对称性是人为制造的, 而 QCD 中的手征不对称性是由真空态涨落产生的, 具有更重要的物理意义.

高能重离子碰撞产生高温高密度的解禁闭核物质, 即 QGP. QGP 的热力学属性除了温度以及矢量化学势等, 还包括用来量化手征性的轴矢量化学势 μ_5 . QGP 的局部区域可以通过各种机制获得手征性 (非零的 μ_5), 例如之前提到的胶子场拓扑涨落. 在非对心碰撞中, 不参加反应的高速带电旁观者 (质子) 能够产生瞬时强磁场^[8], QGP 中的近似无质量费米子 (夸克) 将沿 (逆) 着磁场方向运输电荷. 由于磁场方向垂直于碰撞的反应平面, 我们可以将垂直于反应平面的电荷分离当作观测 QCD 中 CME 的相关实验观测量.

近年来理论学家对 CME 理论进行了更广泛和细致的研究, 同时实验学家也进行了大量的实验研究工作, 如在美国布鲁克海文国家实验室 (BNL) 相对论重离子对撞机 (RHIC) 以及欧洲核子中心 (CERN) 大型强子对撞机 (LHC) 上进行了多项研究, 以寻找相对论重离子碰撞实验中的 CME 信号^[14-19]. 在对 CME 的实验观测中, 由于手征化学势 μ_5 取正值与取负值的概率相同, 如果直接对诱导电流取事例平均, 结果必然为零. 所以, 需要对诱导电流取

平方, 然后再进行事例平均, 才有可能通过观测量的涨落验证相关效应. 相对论重离子碰撞产生的粒子在动量空间按照方位角方向的分布可以按照傅里叶公式展开为

$$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2v_1 \cos(\phi - \psi_{RP}) + 2a_1 \sin(\phi - \psi_{RP}) + 2v_2 \cos 2(\phi - \psi_{RP}) + \dots, \quad (1)$$

其中 a_1 可以用来描述粒子沿磁场方向 (垂直于反应平面 ψ_{RP} 的方向) 的发射. 对于 CME 产生的正负电荷分离现象来说, 正反电荷粒子有相同大小的 $|a_1|$, 但是 $a_1^+ = -a_1^-$. 同时如前所述, μ_5 也是可正可负, 因此实验上不可能直接测量 a_1 . 为了寻找手征磁效应的电荷分离信号, 科学家提出了两粒子关联函数:

$$\gamma_{112} \equiv \langle \cos(\varphi_\alpha + \phi_\beta - 2\Psi) \rangle, \quad (2)$$

其中, ϕ_α, ϕ_β 是 α, β 粒子的方位角; α, β 粒子各自带有电荷; Ψ 是反应平面. $\langle \cdot \rangle$ 代表先对粒子对求平均, 然后对事件求平均. 在不考虑背景的情况下异号电荷 (α, β 粒子电荷相反, opposite-sign, OS) 的关联函数 $\gamma_{112}^{OS} = a_1^2$, 同号电荷 (α, β 粒子电荷相同, same-sign, SS) 的关联函数 $\gamma_{112}^{SS} = -a_1^2$. 2009 年 RHIC-STAR 实验组首次发表了此关联函数的测量结果 [20,21]. 图 1 给出了质心能量为 200 GeV 的 Au+Au (金金) 和 Cu+Cu (铜铜) 碰撞中 γ_{112} 关联函数随着碰撞系统中心度的变化, 发现异号电荷与同号电荷的关联函数有很大的区别 ($\Delta\gamma_{112} = \gamma_{112}^{OS} -$

γ_{112}^{SS}), 表现出了 CME 预期的电荷分离效果. 同时其中心度依赖性, 即 $\Delta\gamma_{112}$ 随中心度增加而减小, 与磁场强度随中心度变化的趋势也相符合.

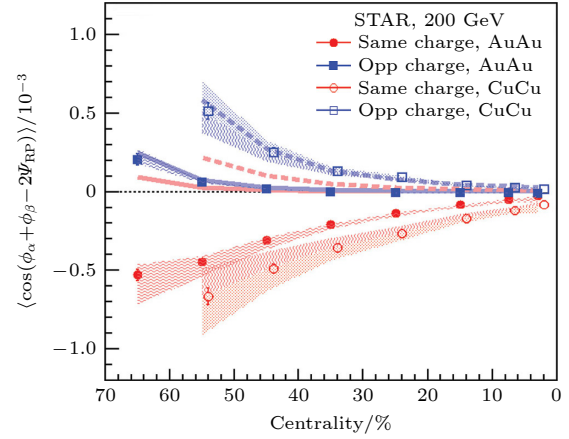


图 1 RHIC-STAR 合作组于 2009 年左右对 γ_{112} 关联函数的首次测量结果 [20,21]. 粗实线和虚线表示 HIJING 模型计算的三粒子关联背景贡献. 碰撞中心度从左到右增加; 0% 对应于中心碰撞

Fig. 1. First measurement of the γ_{112} correlator from RHIC-STAR experiment around 2009 [20,21]. The thick solid (Au+Au) and dashed (Cu+Cu) lines represent HIJING calculations of the contributions from three-particle correlations. Collision centrality increases from left to right. 0% corresponds to the most central collisions.

此外, RHIC-STAR 测量了 7.7—200 GeV 能量下 Au+Au 碰撞的 γ_{112} 关联函数 [20–22], 与此同时 LHC-ALICE 实验组在更高能量的 2.76 TeV Pb+Pb (铅铅) 碰撞中进行了相关测量 [23]. 如图 2 所示, 在不同的碰撞能量下, $\Delta\gamma_{112}$ 基本保持了正值. γ_{112}^{OS}

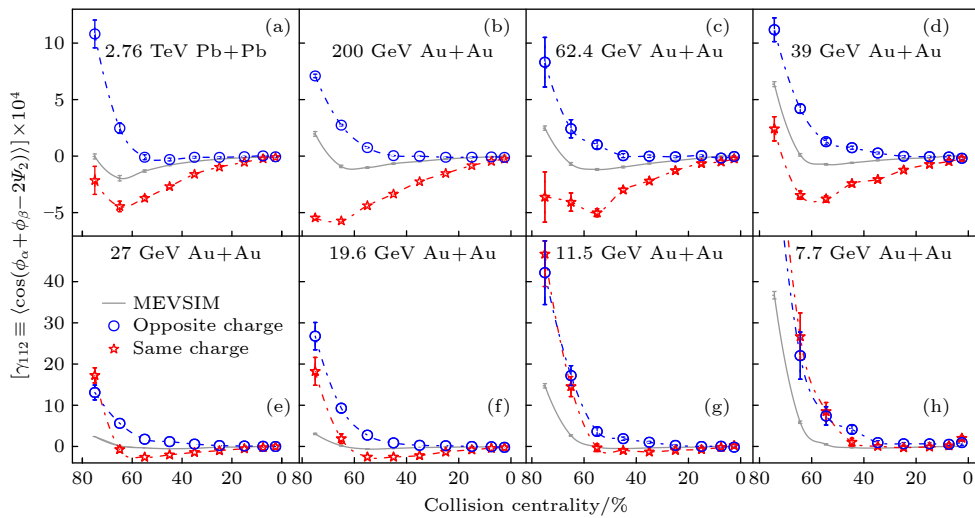


图 2 RHIC-STAR 7.7—200 GeV Au+Au 以及 LHC-ALICE 2.76 TeV Pb+Pb 碰撞中 γ_{112} 关联函数的中心度依赖性 [20–23]. 灰色曲线是 MEVSIM 模型估计的与电荷无关的背景贡献

Fig. 2. γ_{112} correlator as a function of centrality for Au+Au collisions at 7.7–200 GeV from RHIC-STAR, and for Pb+Pb collisions at 2.76 TeV from LHC-ALICE [20–23]. Gray curves are the charge-independent results from MEVSIM calculations.

和 γ_{112}^{SS} 分别显示出在边缘碰撞中上升的趋势, 并且随着碰撞能量降低而越发明显. 这种 γ_{112}^{OS} 和 γ_{112}^{SS} 共同拥有的特性符合椭圆流与横向动量守恒的耦合, 与电荷无关, 可以用 MEVSIM 模型定性地描述. 在 $\Delta\gamma_{112}$ 中, 这种物理机制可以抵消掉.

尽管实验已经收集的各种数据和理论估计的 CME 定性符合, 但目前仍然无法完全确定这种 QCD 效应在 QGP 中是否真实存在. 背景物理机制仍有可能占据观测量的大部分甚至全部. 针对 CME 的观测量, 其受到的本底污染主要来自椭圆流与其他物理机制的耦合, 例如衰变^[24]、横向动量守恒^[25,26] 以及局域电荷守恒^[27]. 为了方便实验数据与模型比较, 这里引入一个新的观测量, $\kappa_{112} \equiv \Delta\gamma_{112}/(v_2\Delta\delta)$, 这里 $\delta \equiv \langle \cos(\phi_\alpha - \phi_\beta) \rangle$ 代表了两粒子之间的关联. 图 3 给出了在不同的碰撞能量下 κ_{112} 随中心度的变化, 同时展示的 AMPT^[28–30] 模型可以提供来自背景机制贡献的一个参考. AMPT 模拟的背景大致上是一个常数, 而且对碰撞能量的依赖很弱. 在 7.7 GeV 以及 2.76 TeV 能量下, κ_{112} 的实验数据跟纯背景模型一致, 表明 CME 信号也许在此消失. 这可能是由于在很低的碰撞能量下, 强子作用相对占主导地位, QGP 无法形成, 手征对称性破缺^[31]; 而在很高的碰撞能量下, 磁场的寿命也许过短而导致 CME 无法产生. 在碰撞能量的中间区域 (11.5–200 GeV), 实验数据一般高于模型, 只有在中心度高的地方它们才相符合, 而那里也是

磁场消失的地方. 因此实验结果定性上与 CME 导致的电荷分离现象相符.

在小碰撞系统如 p+Pb, p+Au 及 d+Au 中, 磁场方向趋于随机, 不再与事件平面关联, 所以针对小系统的 γ_{112} 测量不再反映 CME 的强度, 而是完全来自背景贡献. 图 4(a) 比较了 LHC-CMS 合作组在 5.02 TeV p+Pb 和 Pb+Pb 碰撞中测量的 γ_{112} 关联函数随多重数的依赖性^[32]. 在相同的多重数下, p+Pb 和 Pb+Pb 的测量结果非常接近, 表明在非常高能量 (5.02 TeV) 的 Pb+Pb 碰撞中, γ_{112} 的测量值由背景主导. 这些背景贡献除了前面所述的椭圆流的贡献, 还包括 (尤其在小系统中的) 三粒子关联产生的背景信号. 这也符合来自磁场寿命的预期, 在碰撞系统还没有产生夸克的时候, 磁场已经过分衰减, 无法形成 CME. 图 4(b) 给出了 RHIC-STAR 合作组测量的 200 GeV 小系统 p+Au, d+Au 碰撞中 γ_{112} 关联函数与 Au+Au 碰撞结果的比较^[33,34]. 受到实验本身的限制, 小系统与大系统碰撞的多重数只有较少的重叠区域, 但小系统和大系统有明显相似的多重数依赖关系. 在小系统碰撞中, RHIC 能区的椭圆流即使存在也相对小于 LHC 能区的椭圆流, 所以 RHIC 能区小系统碰撞的 γ_{112} 实验测量包括相对多的三粒子关联的背景贡献. 无论背景贡献的物理机制是什么, 从小系统到大系统的连续变化的特征无异, 说明了在 RHIC 和 LHC 大系统中的实验结果主要都是由物理背景引起的.

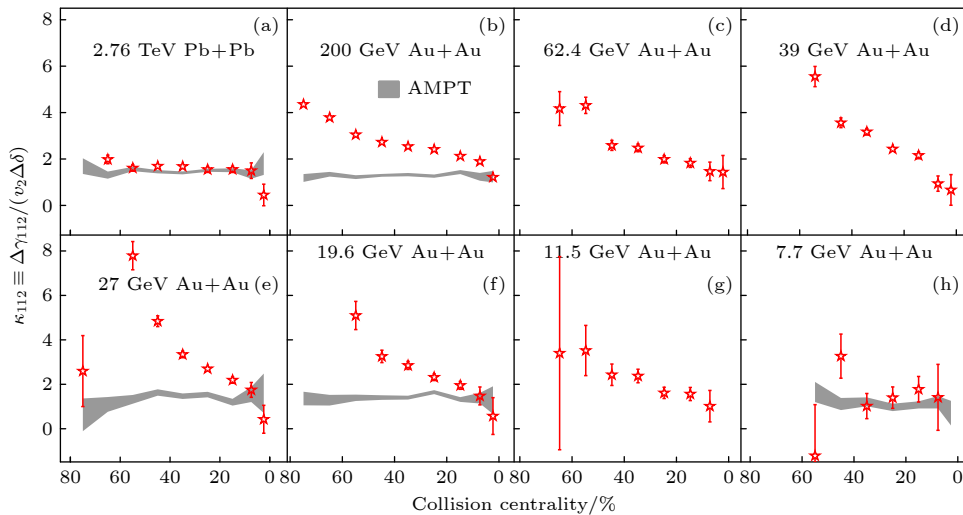


图 3 RHIC-STAR 7.7–200 GeV Au+Au 以及 LHC-ALICE 2.76 TeV Pb+Pb 碰撞中 κ_{112} 关联函数的中心度依赖性^[20–23]. 灰色粗实线是 AMPT 模型估计的与 CME 无关的背景贡献^[28–30]

Fig. 3. κ_{112} correlator as a function of centrality for Au+Au collisions at 7.7–200 GeV from RHIC-STAR, and for Pb+Pb collisions at 2.76 TeV from LHC-ALICE^[20–23]. Gray curves are the non-CME background estimations from AMPT^[28–30].

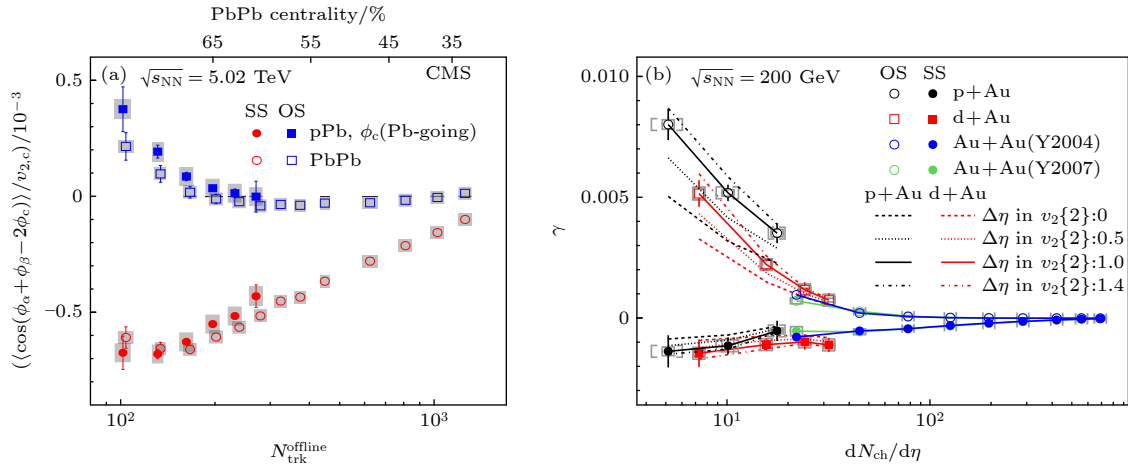


图 4 (a) LHC-CMS 合作组在 5.02 TeV p+Pb 和 Pb+Pb 碰撞中测量的 γ_{112} 关联函数随多重数的依赖性^[32]; (b) RHIC-STAR 合作组测量的小系统 p+Au, d+Au 碰撞中 γ_{112} 关联函数与 Au+Au 碰撞结果的对比^[33]. 图中的灰色标记代表实验测量的系统误差
Fig. 4. (a) γ_{112} as a function of N in p+Pb and Pb+Pb collisions at 5.02 TeV from LHC-CMS collaboration^[32]; (b) γ_{112} as a function of N in p+Au, d+Au and Au+Au collisions at 200 GeV from RHIC-STAR collaboration^[33]. Systematic uncertainties are indicated by the shaded regions.

有鉴于大系统测量中的背景贡献主要来源于椭圆流 (v_2) 和其他机制的耦合, 人们开发出了一系列“事件形状筛选”的方法, 将寻找 CME 的观测测量投射到 $v_2 = 0$ 的地方, 以消除背景. 第一个此类尝试来自 RHIC-STAR 合作组在 200 GeV Au+Au 碰撞中测量 Δ 关联函数与每个事件 v_2 的关系^[35], 如图 5 所示. Δ 关联函数大致等同于 $\Delta\gamma_{112}$. 线性拟合表明在椭圆流观测测量消失的时候 ($v_2^{\text{obs}} = 0$), 此 CME 观测测量 $(1.3 \pm 1.4) \times 10^{-5}$ 与零相符. 此后分析的大统计量数据表明此 CME 观测测量在 $v_2^{\text{obs}} = 0$ 时并不完全消失, 而为稍许正值^[36]. 由于 $v_2^{\text{obs}} = 0$ 并不保证那些引起 CME 背景的相关源具有零椭圆流, 此投影截距仍然包含一些背景的贡献. 图 5 中横轴和纵轴的两个观测测量均未修正事件平面的分辨率; 事件平面的分辨率在 $v_2^{\text{obs}} = 0$ 的事例中也或许无法精确估算, 导致此方法存在局限性.

LHC-ALICE 合作组改进了事件形状筛选方法, 把每个事件分割成三个彼此独立的膺快速度区域, 其中一个提供带电粒子对, 第二个用于定义事件平面, 第三个定义流矢量, 在每一个流失量区间测量 v_2 和 γ_{112} , 然后再把它们分别画在横轴和纵轴上^[37]. 图 6(a) 给出了相应的 2.76 TeV Pb+Pb 碰撞中按粒子多重数缩放的 $\Delta\gamma_{112}$ 关联函数 ($\Delta\gamma_{112} \cdot dN_{\text{ch}}/d\eta$) 在不同中心度下随 v_2 的变化. 因为带电粒子对和流矢量分别来自不同的区域, 观测到的 v_2 总有比较大的非零值, 这导致了对 $v_2 = 0$ 处的投射会产生较大的不确定性. 图 6(b) 给出了通过事件

形状筛选方法比较关联函数以及不同模型下磁场强度和 v_2 的关系, 提取其中与磁场相关部分的贡献, 也就是手征磁效应的贡献, 手征磁效应的贡献所占的比重也就是 f_{CME} . 在每个多重数区间, f_{CME} 都与零相符合, 但是同时统计误差过大, 以至于无法得出明确的结论.

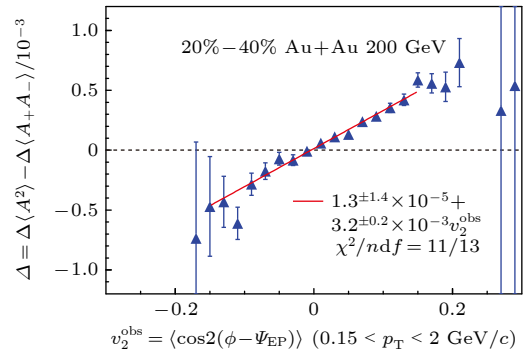


图 5 RHIC-STAR 合作组通过事件形状筛选方法在 200 GeV Au+Au 碰撞中测量 Δ 关联函数与每个事件椭圆形状观测测量 v_2^{obs} 的关系^[35]

Fig. 5. Charge multiplicity asymmetry correlations (Δ) as a function of event-by-event v_2^{obs} from 200 GeV Au+Au collisions^[35].

LHC-CMS 合作组在事件形状筛选方法测量中, 把 $\Delta\gamma_{112}$ 按照 $\Delta\delta$ 放缩, 同时在每一个中心度区间画出 $\Delta\gamma_{112}/\Delta\delta$ 随 v_2 的变化^[38]. 图 7(a) 给出了相应的 5.02 TeV Pb+Pb 碰撞中 $\Delta\gamma_{112}/\Delta\delta$ 在不同中心度下随 v_2 的关系. 同样地, 因为带电粒子对和流矢量依然分别来自不同的区域, 数据点总是距离 $v_2 = 0$ 比较远, 以至于线性拟合得到的截距有较大

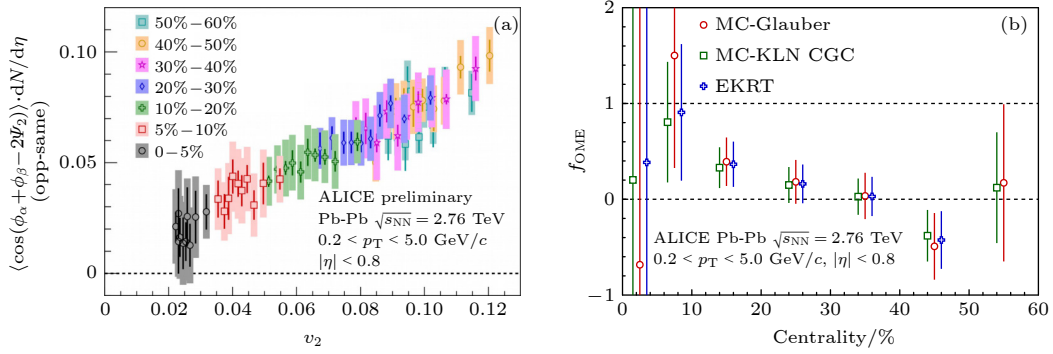


图 6 LHC-ALICE 合作组 (a) 通过事件形状筛选方法在 2.76 TeV Pb+Pb 碰撞中测量的按粒子多重数缩放的 $\Delta\gamma_{112}$ 关联函数 ($\Delta\gamma_{112} \cdot dN_{ch}/d\eta$) 在不同中心度下随 v_2 的关系, (b) 通过事件形状筛选方法比较关联函数以及不同模型下磁场强度和 v_2 的关系, 提取的手征磁效应的贡献^[37]

Fig. 6. (a) Charge-particle density scaled correlator ($\Delta\gamma_{112} \cdot dN_{ch}/d\eta$) as a function of v_2 for shape selected events in 2.76 TeV Pb+Pb collisions from LHC-ALICE; (b) extracted CME fraction (f_{CME}) by comparing the correlator and magnetic field dependence on v_2 with different models^[37].

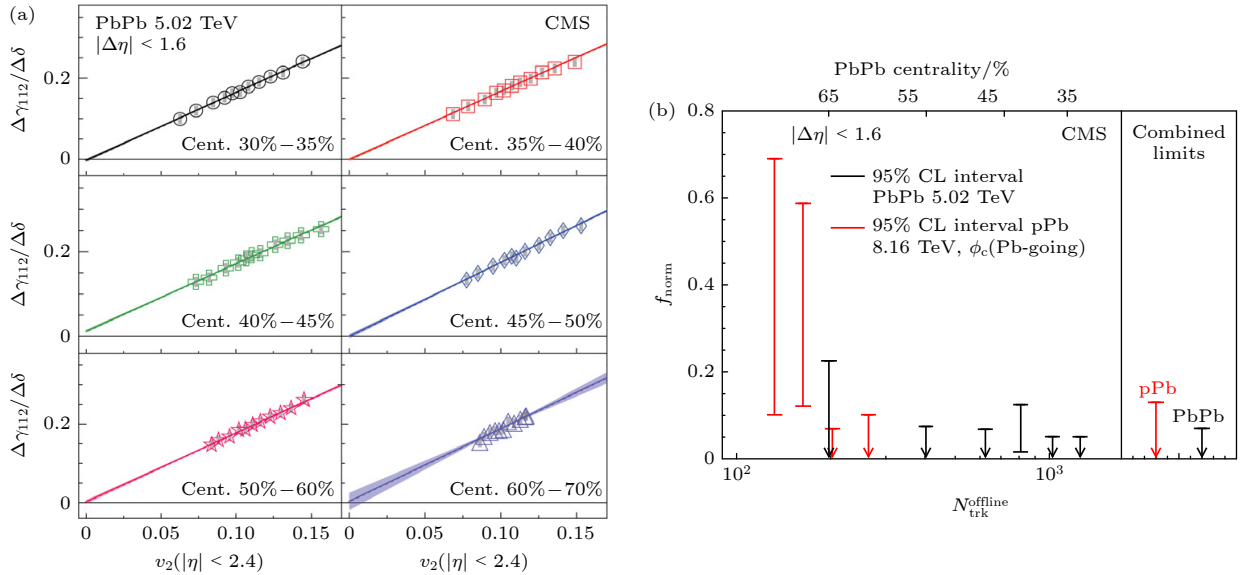


图 7 LHC-CMS 合作组 (a) 通过事件形状筛选方法在 5.02 TeV Pb+Pb 碰撞中测量的按 $\Delta\delta$ 缩放的关联函数 ($\Delta\gamma_{112}/\Delta\delta$) 在不同中心度下随 v_2 的关系, (b) 通过事件形状筛选方法研究关联函数在 $v_2 = 0$ 的结果, 提取的 Pb+Pb 以及 p+Pb 碰撞中手征磁效应的贡献^[38]

Fig. 7. (a) Scaled correlator, $\Delta\gamma_{112}/\Delta\delta$, as a function of v_2 evaluated with the ESE method, for different multiplicity ranges in Pb+Pb collisions from LHC-CMS; (b) extracted CME contributions, v_2 -independent component, in Pb+Pb and p+Pb collisions^[38].

的误差. 图 7(b) 给出了通过事件形状筛选方法研究关联函数在 $v_2 = 0$ 的结果, 提取的 5.02 TeV Pb+Pb 以及 8.16 TeV p+Pb 碰撞中的 f_{CME} . 在这两种情况下, f_{CME} 的上限都较小, 这符合之前提到的来自磁场寿命过短的预期.

人们的预期以及各种实验结果都表明, 实验测量的 $\Delta\gamma_{112}$ 信号有很大一部分来源于与椭圆流有关的背景贡献, 那么造成这些背景的机制到底是什么呢? 人们预计是椭圆流与 cluster (比如共振态粒子) 衰变造成的^[24,39]. 实验上可以通过不变质量来

研究共振态粒子的影响, 用不变质量来区分以及压制共振态粒子造成的背景, 从而更有效地研究以及寻找更干净的手征磁效应信号^[40]. 图 8 是 RHIC-STAR 合作组测量的 $\Delta\gamma_{112}$ 关联函数与 α, β 粒子不变质量的关系^[41]. 如图 8(a) 所示, 实验结果可以清晰地看到来自共振态粒子衰变的贡献. 同时为了减少这类背景, STAR 通过事件形状筛选方法研究不同 q_2 (或者说 v_2) 下 $\Delta\gamma_{112}$ 随不变质量的变化, 从而提取有更高可信度的手征磁效应信号. 实验结果表明 f_{CME} 的上限在 15% 左右.

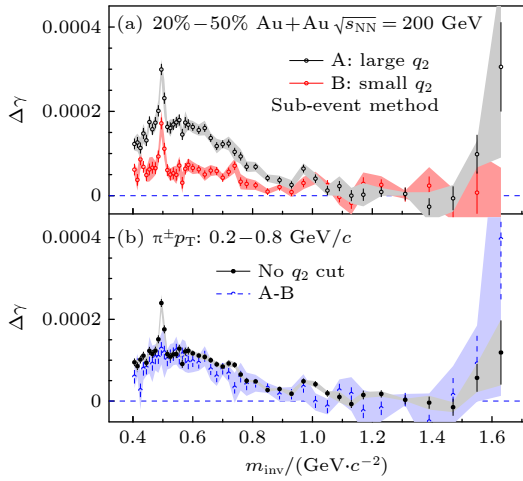


图 8 RHIC-STAR 合作组 (a) 通过事件形状筛选方法选择的不同 q_2 事件 (A: large q_2 , B: small q_2) 中 $\Delta\gamma_{112}$ 关联函数与不变质量的关系, (b) A-B 与无事件形状筛选的测量结果的比较^[41]

Fig. 8. (a) $\Delta\gamma_{112}$ as functions of mass in different q_2 events (A: large q_2 , B: small q_2) using the event shape selection method; (b) inclusive measurement compared with the A-B^[41].

手征磁效应导致的电荷分离现象主要是沿着磁场方向发生的,而造成背景的主要原因是椭圆流引起的沿参与者平面 (participant plane, PP) 的各向异性分布. 磁场主要是旁观者质子 (带电) 产生的,因此磁场方向平均指向垂直于旁观者平面 (spectator plane, SP) 的方向. 由于高能核核碰撞的初始几何形状,旁观者平面方向与参与者平面方向有很强的关联,这也就导致了手征磁效应信号与椭圆流背景纠缠一起. 与此同时,由于几何形状涨落,这两个方向也有所不同. 按照旁观者平面方向

测量的实验结果有最强的手征磁效应信号,同时按照参与者平面方向测量的实验结果有最强的椭圆流背景的贡献. 如果能够区别两个方向以及测量他们之间的关系,也就能够提取手征磁效应信号^[42]. 实验上 RHIC-STAR 通过零度角量能器 (ZDC) 重建旁观者平面,以及通过中心快度区域的带电粒子重建参与者平面,从而提取了可能的手征磁效应信号,如图 9 所示. 实验结果表明,在 20%–50% 中心度的 200 GeV 金金碰撞中,可能存在着约 10% 的手征磁效应信号,实验置信度大概为 2–3 倍标准误差^[43]. 在 RHIC 2023-2025 高亮度实验采集计划中,STAR 计划采集 20 B 的数据量,大约 8–10 倍于当前的实验数据量,从而能够更精确地研究是否真的存在手征磁效应信号以及其大小.

另一方面,手征磁效应信号以及背景的关系不只是沿磁场方向以及椭圆流平面方向的差别,同时信号和背景的大小也各自受到磁场强度以及椭圆流大小的影响. 因此如果能够精确地改变磁场或者椭圆流大小,那么可以有效地提取信号. 2010 年前后,实验学家提议可以通过同位素核核碰撞,以及超对心的 U+U (铀铀) 对撞来帮助提取真正的手征磁效应信号^[45]. 如 $^{96}_{44}\text{Ru} + ^{96}_{44}\text{Ru}$ 及 $^{96}_{40}\text{Zr} + ^{96}_{40}\text{Zr}$ 的碰撞,由于 Ru 和 Zr 有相同的核子数,以及相近的核子分布,因此预计由此产生的背景接近. 然而 Ru 和 Zr 有不同的质子数 (带电),因此预计磁场的强度不同,而信号与磁场强度的平方近似成正比. 因此预期通过比较 $^{96}_{44}\text{Ru} + ^{96}_{44}\text{Ru}$ 以及 $^{96}_{40}\text{Zr} + ^{96}_{40}\text{Zr}$ 的实验测量结果,可以有效去除背景以提取信号^[46,47].

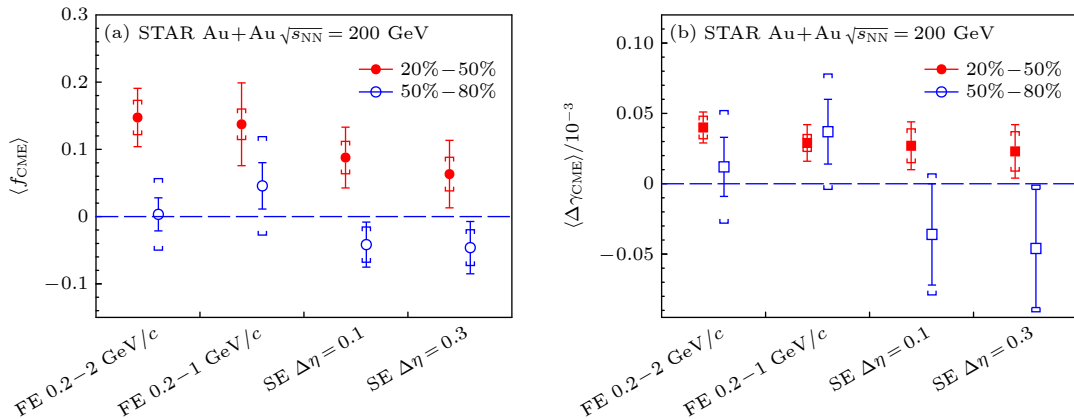


图 9 RHIC-STAR 合作组 200 GeV Au+Au 实验中通过比较旁观者平面和参与者平面测量结果而提取的手征磁效应信号百分比 (a), 以及其信号大小 (b)^[43]

Fig. 9. (a) Extracted CME fraction (f_{CME}) and (b) CME signal ($\Delta\gamma_{\text{CME}}$) using the spectator and participant planes method from RHIC-STAR^[43].

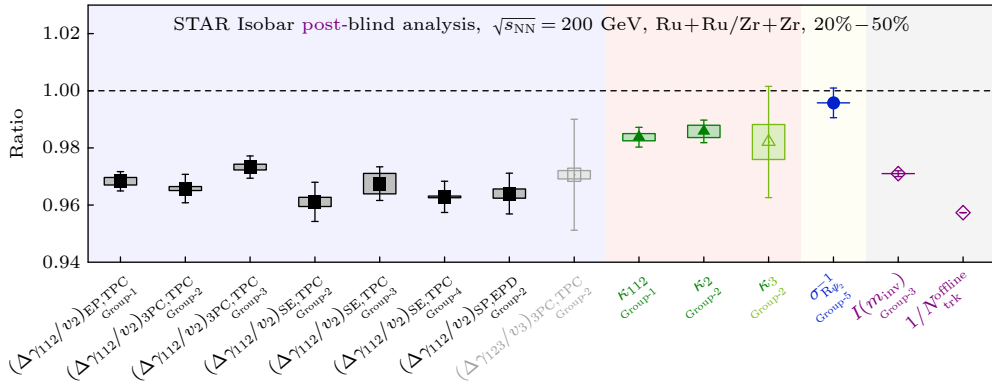

 图 10 RHC-STAR 合作组 200 GeV 同位异素核 Ru+Ru 和 Zr+Zr 实验中的关联函数结果的比较^[44]

 Fig. 10. Ratio of different observables between 200 GeV isobar Ru+Ru and Zr+Zr collisions from RHC-STAR^[44].

对于超对心 U+U 对撞, 主要因为 U 是形变核, 在超对心对撞中磁场可能消失, 但是由于铀核的椭球形状形变, 会造成一个椭圆流背景, 因此可以检验信号和背景的贡献. 然而实验上超对心对撞实验数据处理比较复杂, 还没有好的结论. 另一方面, 2018 年 RHC-STAR 采集了 $^{96}_{44}\text{Ru} + ^{96}_{44}\text{Ru}$ 及 $^{96}_{40}\text{Zr} + ^{96}_{40}\text{Zr}$ 的实验数据. 通过盲分析^[48,49], STAR 实验组比较了实验中 Ru+Ru 和 Zr+Zr 不同关联函数的结果. 如图 10 所示, 实验结果表明: 1) 在当前的盲分析结果中没有发现预期的手征磁效应信号; 2) 实验结果的比值比预期的小很多. 人们预期 Ru+Ru 和 Zr+Zr 两个系统大小接近, 背景的贡献与椭圆流成正比, 因此通过椭圆流归一的 $\Delta\gamma_{112}$ 关联函数在没有信号的情况下 Ru+Ru/Zr+Zr 的比值为 1, 在有信号的情况下大于 1 (Ru+Ru 质子数多, 磁场强度大). 然而实验结果出乎预料比 1 小, 这可能由于 Ru 和 Zr 的原子核结构有较大差异^[50,51]. 更多对实验数据更细致的分析与理解也在进展当中^[52,53]. 此外, 之前人们也注意到在 isobar 实验中手征磁效应信号与 Au+Au 相比可能小一些. 简单的解释是, $\Delta\gamma_{112}$ 函数的背景随多重数的降低而增加, 另一方面, isobar 系统的质子数比 Au+Au 少, 因此磁场强度也更小, 所以最终在 isobar 系统中的 f_{CME} 与 Au+Au 相比更小. 因此实验上 isobar Ru+Ru 以及 Zr+Zr 碰撞中发现手征磁效应信号的可能性较 Au+Au 更低^[54]. 所以不能简单地从 isobar 的实验结果推断说在 Au+Au 也看不到手征磁效应信号.

研究 CME 信号和背景关系的另一个方法是带标记平衡函数 (signed balance function, SBF)^[55].

SBF 分布的宽度取决于带电粒子对的动量排序的计数. CME 的存在会增强排序扰动, 使 SBF 的分布变得更宽. 这意味着垂直和平行于反应平面的宽度比值 r_{lab} , 会与 CME 信号成正关联, 从而成为一个有价值的观测量. CME 的存在可以造成 $r_{\text{lab}} > 1$. 但是 r_{lab} 和大多数 CME 观察量一样, 会受到共振态粒子流的影响. 为了避免此影响, 可以在粒子对静止坐标系下重复此比值测量 r_{rest} . 研究表明^[55], 如果定义双比值 $R_B = r_{\text{rest}}/r_{\text{lab}}$, 共振态粒子流的贡献造成 $R_B < 1$, 而 CME 的贡献导致 $R_B > 1$ (见图 11).

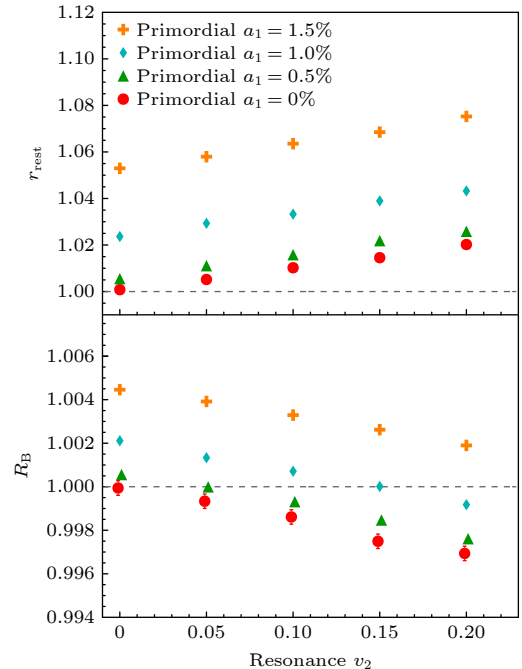

 图 11 玩具模型显示 r_{rest} 和 R_B 在不同 CME 强度下 (a_1) 和共振态粒子椭圆流的关系^[55]

 Fig. 11. r_{rest} (Upper) and R_B (Bottom) as functions of resonance v_2 with different CME strength (a_1) using the Toy model simulation^[55].

虽然 R_B 和大多数其他方法一样, 还不能消除动量守恒和局域电荷守恒带来的影响, 但是在消除共振态粒子流的影响方面是一个进步.

STAR 实验组关于带标记平衡函数的初步测量结果与 EBE-AVFD (event-by-event anomalous-viscous fluid dynamics) 模型 [56–58] 进行了比较. EBE-AVFD 模型是一个全面动态模拟重离子碰撞中 CME 演化的平台. 它描述了在急剧扩张中的 QGP 黏滞流体里的 CME 输运和夸克流, 另外还包含了诸如局域电荷守恒和共振态等主要的背景关联. STAR 初步测量的 r_{lab} , r_{rest} , 特别是 R_B 均大于基于纯背景 EBE-AVFD 模型的预期, 趋向支持 CME 存在. 但是, 这种比较非常取决于模型是否完整描述了 CME 和背景的比例及演化, 还有待进一步研究.

由于有多种用来研究 CME 的观测量, 有必要全面理解它们之间的联系和各自敏感度. STAR 实验组联合 EBE-AVFD 作者做了一次系统的 CME 方法比较 [49]. 在该研究中, STAR 直接采用了用来盲分析同位异素核核对撞 (见上文) 数据的代码, 排除了任何可能的主观臆断. 该研究发现, $\Delta\gamma_{112}$, R 关联函数 (介绍见文献 [59,60]), 以及带标记平衡函数 [55] 如果在同等条件下运用得当时会有相似的敏感度. 图 12 给出了三种方法的盲分析代码运用在 AVFD 模拟数据上的表现. $\Delta\gamma_{112}$ 和带标记平衡函数的 r_{lab} 表现大致相当. R 关联函数 (中图) 表现相对迟钝, 原因主要是其实际运用采用了更严厉的

运动学截断.

同时, 近年来在手征理论和模型研究方面也有很多新的发展 [61–63], 期待在理论学家和实验学家的共同努力下手征磁效应研究方面早日有更近一步的发现.

3 手征涡旋效应 (CVE)

手征涡旋效应 (CVE) 可以类比于 CME, 只是将磁场 B 替换为涡旋 ω 与重子化学势 μ_B 的乘积 $\mu_B\omega$. 而作为结果, 被诱发的不是电流而是重子数流 (同样沿着或逆着磁场方向) [64]. 在技术上, 凝聚态物理实验难以实现 CVE 所需要的高强度涡旋, 所以重离子碰撞是其主要的实验途径. 在非对心碰撞中, 系统的全局角动量大部分被旁观者带走, 但仍然有 10%–20% 留在 QGP 中且大致守恒 [65,66], 这保证了涡旋的产生以及较长的寿命. 在实验观测中, CVE 将表现为垂直于反应平面的重子与反重子分离. 因此实验上还是通过和测量手征磁效应相同的两粒子关联函数 ((2) 式) 来测量 CVE, 其中与测量 CME 不同的是此时的 α, β 不再表示粒子的电荷, 而是代表粒子重荷 (baryon charge).

RHIC-STAR 实验测量了 p-p, p- Λ 等重子重子关联函数 [67–69]. 实验初步结果表明有正的 $\Delta\gamma_{112}$ 关联信号. 由于背景贡献还没有理解清楚, 实验数据目前还没有完整的结论. 需要更好地理解各种背景对实验数据的贡献, 如重子对产生、重子数守恒、重子对湮灭等影响.

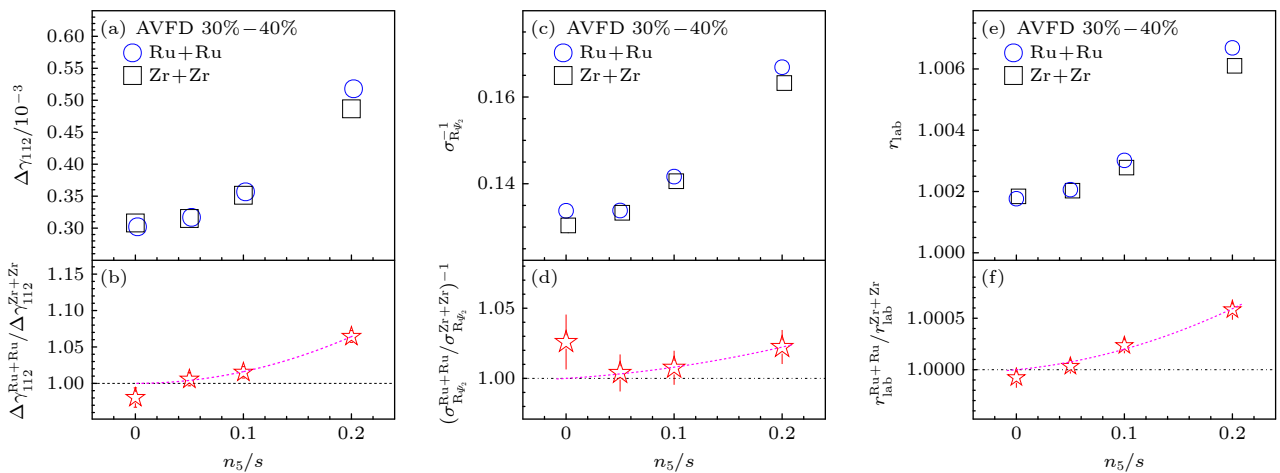


图 12 基于 EBE-AVFD 模拟数据计算的 $\Delta\gamma_{112}$ (a), σ_{R2}^{-1} (σ_{R2} 为 R 关联函数宽度) (c) 和 r_{lab} (e) 关于 n_5/s 的函数. n_5/s 在 AVFD 里表示原始植入的 CME 强度. 该计算是针对 30%–40% 中心度同位异素 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV 核核对撞. (b), (d), (f) 观测量在 Ru+Ru 对 Zr+Zr 比值 [49]

Fig. 12. $\Delta\gamma_{112}$ (a), σ_{R2}^{-1} (c) and r_{lab} (e) as functions of n_5/s in EBE-AVFD model simulation. (b), (d), (f) Corresponding ratios between Ru+Ru and Zr+Zr [49].

4 手征磁波效应 (CMW)

另一个与 CME 类似的效应叫作手征分离效应 (CSE), 是指具有电化学势的费米子在强磁场的诱导下产生沿 (逆) 着磁场方向的手征流: $\mathbf{J}_5 \propto \mu_e \mathbf{B}$ [70,71]. 在手征对称性已经恢复的 QGP 中, CSE 与 CME 耦合在一起, 互相诱发, 形成一个新的电荷与手征荷的集体波动模式, 称为手征磁波效应 (CMW) [72]. CMW 会在 QGP 中产生一个电四极矩: QGP 的“赤道”附近累积更多的负电荷, 而“两极”附近则累积更多正电荷. 当这样的电四极矩被集体径向流推动, 带负电的粒子就会比带正电的粒子表现出更大的椭圆流. 理论预言这种椭圆流的差别会与系统电荷的不对称性 ($A_{\text{ch}} \equiv \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}$) 成正比, 即

$$\Delta v_2 \equiv v_2^- - v_2^+ \approx r_2 A_{\text{ch}}, \quad (3)$$

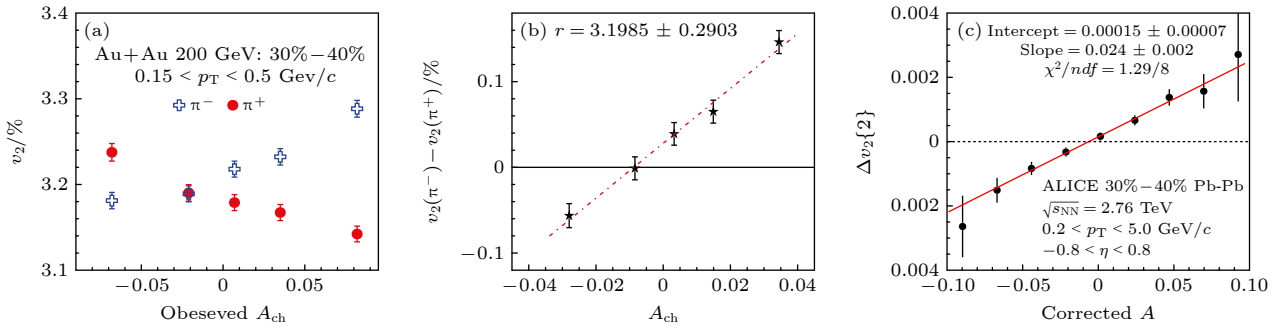


图 13 (a) STAR 实验 200 GeV Au+Au 对撞中 $v_2^\pm - A_{\text{ch}}$ 的关系和 (b) $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 的关系 [73]; (c) ALICE 实验 2.76 TeV Pb+Pb 对撞中 $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 的关系 [74]

Fig. 13. (a) v_2^\pm , (b) Δv_2 as functions of A_{ch} in 200 GeV Au+Au collisions from STAR [73]; (c) Δv_2 as functions of A_{ch} in 2.76 TeV Pb+Pb collisions from ALICE [74].

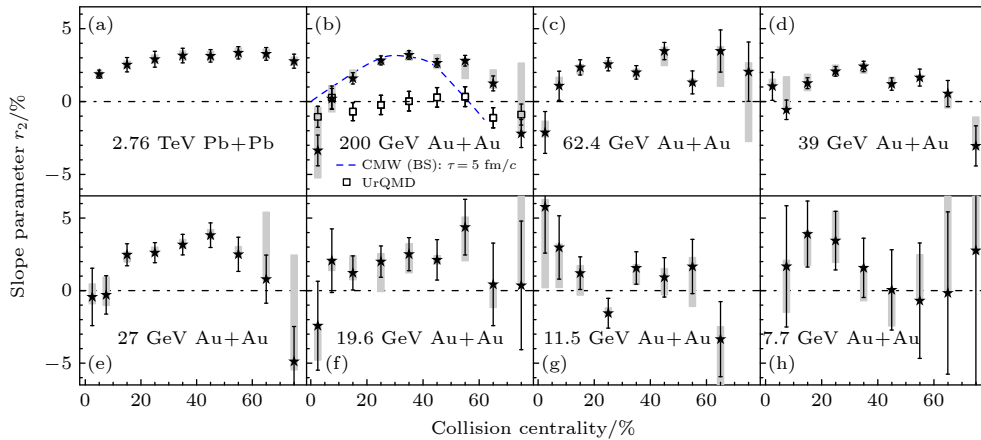


图 14 RHIC 和 LHC 不同碰撞系统和能量下 $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 斜率的中心度依赖 [73,74]

Fig. 14. Slopes of the $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ as functions of centrality in different collisions systems and energies from RHIC and LHC [73,74].

其中 N 为粒子数, v_2 为椭圆流, 正负上角标代表电荷. 该线性关系中的斜率 r_2 正是在实验中寻找的 CMW 的观测量.

图 13 给出了 STAR 实验在 200 GeV Au+Au 对撞中和 ALICE 实验在 2.76 TeV Pb+Pb 对撞中观测到的正负带电粒子椭圆流 (v_2^\pm)、椭圆流差 (Δv_2) 与 A_{ch} 的关系 [73,74]. 可以发现, 在两个不同的碰撞系统和能量下, 正负粒子的椭圆流差均和 A_{ch} 形成清楚的线性关系, 与 CMW 的理论预言定性符合. 不仅如此, 从 $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 线性关系中提取出的斜率大小及其中心度依赖, 在 200 GeV 下, 从中心到周边碰撞表现出先升后降的趋势, 如图 14(b) 所示, 这与理论计算结果非常接近, 似乎印证了 CMW 假设. 另一方面, 从图 14 可见, $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 的斜率值表现出较弱的碰撞能量依赖, 无论是 2.76 TeV, 200 GeV 还是 27 GeV, 在半中心碰撞 (30%—40%) 时, 斜率大小均为 3% 左右. 与 CME 的研究类似, 在 CMW 测量中也一定存在背景效应, 有理论认为 [75], 该背

景很大可能同样来自局域电荷守恒 (LCC)+集体流机制, 因此, 如何厘清背景的贡献继而分离出可能存在信号的大小, 是实验研究的重点.

一个可能区分信号和背景的方法是研究三阶集体流——三角流 (v_3) 对 A_{ch} 的依赖. 因为 CMW 可能导致的电四极矩构型与 v_3 无关, 因此不会形成 $\Delta v_3 - A_{ch}$ 线性关系, 然而基于局域电荷守恒的流体计算却发现, 背景能够导致该关系. 通过对比二阶和三阶线性关系及其斜率大小 r_2 和 r_3 的差别, 就可能区分信号和背景. 图 15(a) 和图 15(b) 分别为 STAR 实验在 200 GeV Au+Au 对撞中和 CMS 实验在 5.02 TeV Pb+Pb 对撞中观测到的 r_3 和 r_2 的中心度依赖 [76,77]. 因为 v_2 和 v_3 值大小不同, 斜率均做了归一化处理以便直接比较. 需要特别说明的是, 文献 [78] 指出, 在计算集体流时, 选择不同电荷的粒子作为参考流 (reference flow), 会通过 A_{ch} 的耦合导致不同的结果. 该效应在集体流涨落较大的 RHIC 能区较为明显, 而在 LHC 能区可忽略不计, 因此 STAR 测量的斜率 r_3 需要经过额外的修正. 从图 15 可见, 经过修正后的 STAR r_3 和 r_2 结果在误差范围内保持一致, 但因为误差较大, 无法进行定量判断. 而 CMS 的结果所展示的非零 r_3 值以及 r_2 和 r_3 的一致性则清晰地证实了测量中背景效应的存在.

除了借助三角流研究背景外, 在小系统中开展测量并与核核碰撞结果进行对比, 也是判断背景存在与否的有效手段. 与 CME 的研究类似, 在小系统中磁场方向与事件平面无关, 因此无法形成可观测的电荷分离现象, 也不可能形成如 CMW 预

测的对电荷依赖的集体运动模式. 如果在小系统中也发现了相似的观测结果, 则说明了背景的存在. 图 16(a) 和图 16(b) 分别给出了 STAR 实验在 200 GeV Au+Au, p+Au 和 d+Au 对撞中和 CMS 实验在 5.02 TeV Pb+Pb 和 p+Pb 对撞中测量的斜率 r_2 的中心度依赖 [76,77]. 在 STAR 的小系统结果中, r_2 斜率值在误差范围内与零一致; 而 CMS 的结果表明大小系统的 r_2 非常接近, 证实了测量中背景的存在.

如前所述, LCC 是 CMW 的重要背景 [75], 这是由于动量小的共振态粒子或者速度小的流体单元具有更小的椭圆流, 但也更容易产生快度差异大的 $\pi^+\pi^-$ 对, 进而贡献非零的 A_{ch} , 使得 Δv_2 与 A_{ch} 呈现平庸的线性关联. 文献 [79–82] 等通过对比实验结果和多种模型, 如多相输运模型 AMPT、弦碎裂模型 PYTHIA 和 HIJING 以及引入局域电荷守恒的 Blast wave 模型, 进一步揭示背景形成的机制并确认了背景来源. 原来, 在测量中, A_{ch} 在挑选事件净电荷的同时, 也自动对正负电荷粒子的运动学观测做出了不同筛选. 例如, 当 $A_{ch} > 0$ 时, 有 $p_T^- > p_T^+$ 以及 $|\eta|^- < |\eta|^+$, 而 $A_{ch} < 0$ 时, 有 $p_T^- < p_T^+$ 以及 $|\eta|^- > |\eta|^+$. 虽然实验测量中对正负电荷粒子采用了同样的运动学截断, 但筛选后的相空间微分布截然不同, 这从实验中 $p_T - A_{ch}$ 和 $\eta - A_{ch}$ 关系中得到了清楚体现, 继而导致了集体流的差异. 在厘清了背景产生原因后, 文献 [83] 提出在 CME 研究中采用的“事件形状筛选” (ESE) 技术同样适用于 CMW 测量: 当事件的 v_2 减小至零时, 局域电荷守恒背景会导致观测量也一同缩减为零, 而 CMW

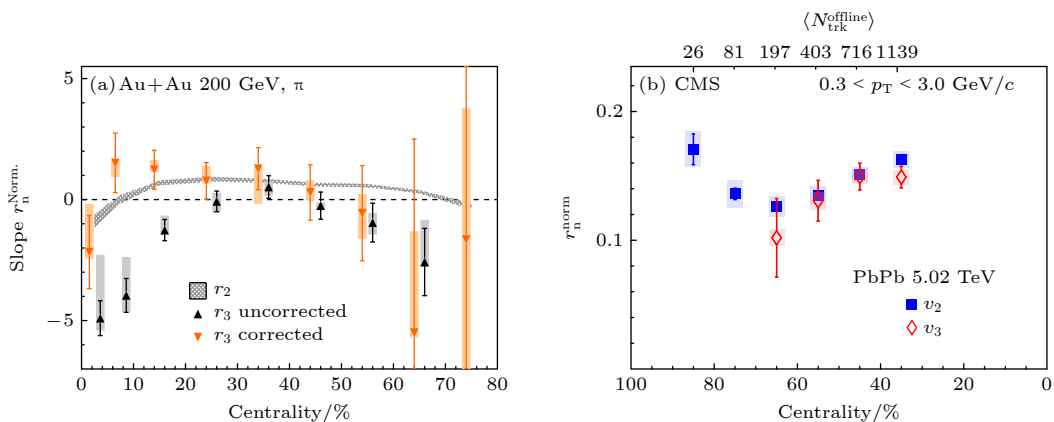


图 15 (a) STAR 实验 200 GeV Au+Au 对撞和 (b) CMS 实验 5.02 TeV Pb+Pb 对撞中观测到的 r_2 、 r_3 斜率, 在误差范围内基本一致 [76,77]

Fig. 15. Measured r_2 , r_3 slopes as functions of centrality in 200 GeV Au+Au collisions from STAR (a), and in 5.02 TeV Pb+Pb collisions from CMS (b), within the uncertainties, the slopes of r_2 , r_3 are consistent with each other [76,77].

信号则不会. 这是定量分离信号和背景, 提取观测量中 CMW 强度的有效方法.

图 17 给出了 ALICE 实验采用 ESE 方法在 5.02 TeV Pb+Pb 对撞中提取出的 CMW 强度^[84]. 从图 17(a) 可见, Δv_2 和 A_{ch} 的协方差 $\Delta \text{Int. Cov.}$

(注意此时观测量从线性依赖变为协方差, 二者在定义上等价, 而后者能更有效控制统计涨落) 表现出对 v_2 的显著依赖. 通过拟合外推可知, 当 v_2 缩小至零时, 观测量也降低至零附近. 在仔细考察了各种实验误差后, 精确提取了截距并换算为 CMW

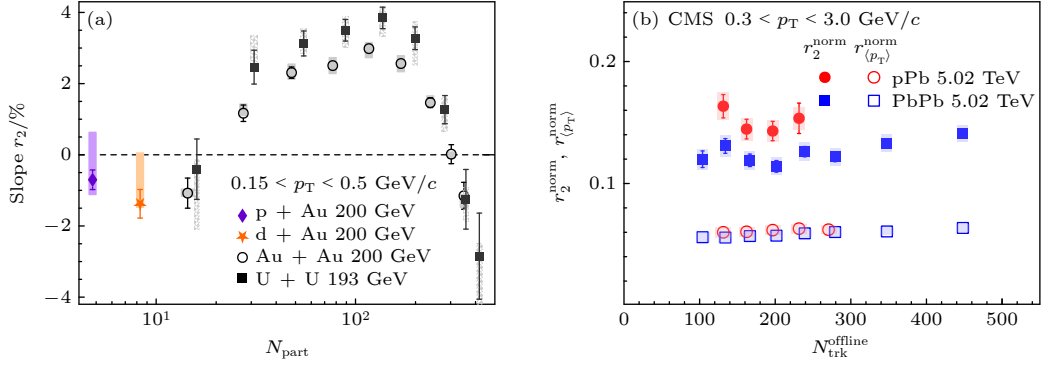


图 16 (a) STAR 实验 200 GeV Au+Au, U+U, p+Au 和 d+Au 对撞和 (b) CMS 实验 5.02 TeV Pb+Pb 和 p+Pb 对撞中观测到的 r_2 斜率^[76,77]

Fig. 16. Measured r_2 slopes as functions of multiplicity (a) in small system collisions of 200 GeV p+A, d+Au compared with Au+Au and U+U from STAR, and (b) in 5.02 TeV p+Pb and Pb+Pb collisions from CMS^[76,77].

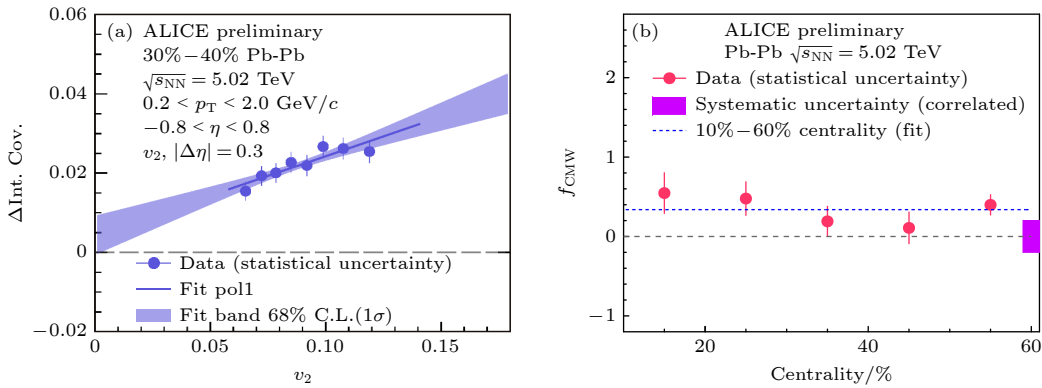


图 17 ALICE 实验利用“事件形状筛选”方法得到 (a) 观测量和 v_2 显著的线性关联, 继而提取出 (b) CMW 信号在观测量中的占比^[84]

Fig. 17. Covariance of Δv_2 and A_{ch} ($\Delta \text{Int. Cov.}$) as functions of v_2 from the ESE method (a) and (b) the corresponding extracted CMW fraction^[84].

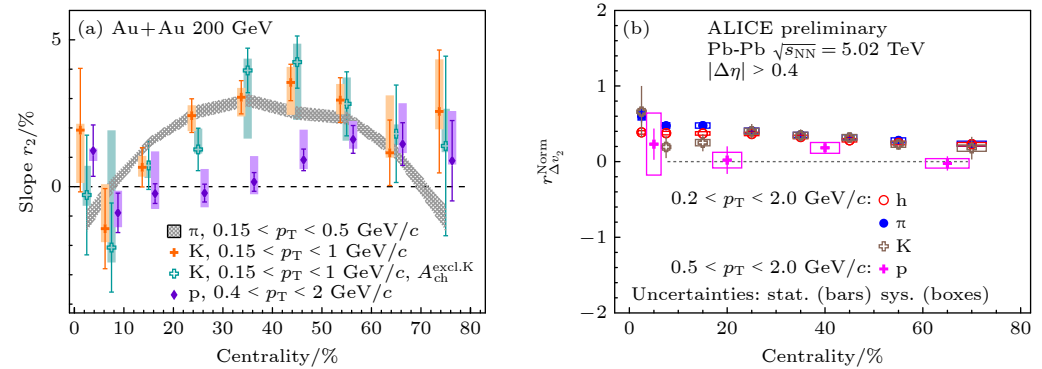


图 18 (a) STAR 实验 200 GeV Au+Au 对撞和 (b) ALICE 实验 5.02 TeV Pb+Pb 对撞中可鉴别强子 π , K, p 的 r_2 斜率, π 和 K 的结果在误差范围内基本一致^[76,84]

Fig. 18. Measured r_2 slopes of identified particles (π , K, p) as functions of centrality in (a) 200 GeV Au+Au collisions from STAR, and (b) in 5.02 TeV Pb+Pb collisions from ALICE^[76,84].

占比, 如图 17(b) 所示. 这是实验测量中首次定量分离出 CMW 信号占比: $f_{\text{CMW}} = 0.338 \pm 0.084(\text{stat.}) \pm 0.198(\text{syst.})$, 意味着信号非常微弱, 在误差范围内与零一致.

此外, 通过测量可鉴别强子, 即 π , K, p, 研究观测的味依赖, 也有助于理解手征反常理论和 QGP 中电荷相关的集体运动. 早期 CMW 理论认为该现象只可能在轻夸克中得到体现, 而近年的计算结果认为奇异夸克 s 和轻夸克的质量差别不足以导致结果差异, 因此手征反常也可能作用于 s 夸克. 另一方面, 文献 [85] 提出 A_{ch} 和 v_2 能通过同位旋化学势和奇异化学势联系起来, 基于流体计算推测 K 介子的 $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 斜率可能与 π 介子结果反号, 产生负值. 图 18(a) 和图 18(b) 分别为 STAR 实验和 ALICE 实验测量的可鉴别强子结果 [76,84]. 在两种碰撞系统和能量下, K 介子斜率均和 π 介子斜率在误差范围内一致, 并无显著负值产生, 这排除了化学势的理论解释; 同时质子则展现出较弱的 $\Delta v_2 - A_{\text{ch}}$ 依赖. 这些结果为后续进一步探索味依赖提供了实验依据.

5 总结

相对论重离子碰撞中手征效应的实验证实具有极其重要的物理意义, 对研究 QCD 真空、手征对称性破缺以及强相互作用中的 CP 问题等一系列基本问题有重要指导意义. 本综述从手征磁效应的最初实验探测, 到小系统实验结论的挑战, 以及各种椭圆流背景消除方法的探索, 最后介绍最新的实验进展, 如 RHIC-STAR 金核金核碰撞中手征磁效应的寻找以及 isobar 实验结果的讨论. 目前实验上还没有发现手征磁效应的强力证据. 由于反应平面方向与磁场方向的关联, 椭圆流背景与手征磁效应信号纠缠, 实验上很难将其剔除以提取干净的信号; 从 RHIC 和 LHC 多个实验来看, 当前的实验结果表明有大量的椭圆流背景. 通过旁观者平面剥离椭圆流背景而提取的手征磁效应信号占比 10% 左右, 然而当前实验结果还存在较大误差, RHIC 2023-2025 实验的高统计量数据将会带来更精确的结论. 另外在手征涡旋效应和手征磁波效应的研究方面, 实验结果目前还没有较明确的结论, 期待更多新的实验方法和研究.

参考文献

- [1] Belavin A A, Polyakov A M, Schwartz A S, Tyupkin Y S 1975 *Phys. Lett. B* **59** 85
- [2] Callan C G, Dashen R F, Gross D J 1976 *Phys. Lett. B* **63** 334
- [3] Hooft G T 1976 *Phys. Rev. D* **14** 3432
- [4] Schäfer T, Shuryak E V 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 323
- [5] Kharzeev D E, Levin E M. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 242001
- [6] Adler S L 1969 *Phys. Rev.* **177** 2426
- [7] Bell J S, Jackiw R 1969 *Nuovo Cim. A* **60** 74
- [8] Kharzeev D E 2006 *Phys. Lett. B* **633** 260
- [9] Kharzeev D E, McLerran L D, Warringa H J 2008 *Nucl. Phys.* **A2008** 227
- [10] Li Q, Kharzeev D E, Zhang C, Huang Y, Pletkoscic I, Fedorov A V, Zhong R D, Schneeloch J A, Gu G D, Valla T 2016 *Nat. Phys.* **12** 550
- [11] Xiong J, Kushwaha S K, Liang T, Krizan J W, Hirschberger M, Wang W, Cava R J, Ong N P 2015 *Science* **350** 413
- [12] Li C Z, Wang L X, Liu H W, Wang J, Liao Z M, Yu D P 2015 *Nat. Commun.* **6** 10137
- [13] Long Y J, Wang P P, Chen D, Yang Z H, Liang H, Xue M Q, Weng H M, Fang Z, Dai X, Chen G F, Huang X C, Zhao L X 2015 *Phys. Rev. X* **5** 031023
- [14] Kharzeev D E, Liao J F, Voloshin S A, Wang G 2016 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **88** 1
- [15] Zhao J 2018 *Int. J. Mod. Phys. A* **33** 1830010
- [16] Zhao J, Tu Z, Wang F Q 2018 *Nucl. Phys. Rev.* **35** 225
- [17] Zhao J, Wang F Q 2019 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **107** 200
- [18] Li W, Wang G 2020 *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **70** 293
- [19] Kharzeev D E, Liao J F 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 55
- [20] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 251601
- [21] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. 2010 *Phys. Rev. C* **81** 054908
- [22] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 052302
- [23] Abelev B I, Adam J, Adamova D, et al. 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 012301
- [24] Voloshin S A 2004 *Phys. Rev. C* **70** 057901
- [25] Pratt S, Schlichting S, Gavin S 2011 *Phys. Rev. C* **84** 024909
- [26] Bzdak A, Koch V, Liao J F 2013 *Lect. Notes Phys.* **871** 503
- [27] Schlichting S, Pratt S 2011 *Phys. Rev. C* **83** 014913
- [28] Lin Z W, Ko C M, Li B A, Zhang B, Pal S 2005 *Phys. Rev. C* **72** 064901
- [29] Lin Z W 2014 *Phys. Rev. C* **90** 014904
- [30] Lin Z W, Zheng L 2021 *Nucl. Sci. Tech.* **32** 113
- [31] Zhang H X, Xiao Y X, Kang J W, Zhang B W 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 150
- [32] Khachatryan V, et al. 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 122301
- [33] Adam J, et al. 2019 *Phys. Lett. B* **798** 134975
- [34] Zhao J, Feng Y C, Li H L, Wang F Q 2020 *Phys. Rev. C* **101** 034912
- [35] Adamczyk L, et al. 2014 *Phys. Rev. C* **89** 044908
- [36] Tu B In *Poster Given at 25th International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions (Quark Matter 2015)* Kobe, Japan, September 27-October 3, 2015
- [37] Acharya S, et al. 2018 *Phys. Lett. B* **777** 151
- [38] Sirunyan A M, et al. 2018 *Phys. Rev. C* **97** 044912
- [39] Wang F Q, Zhao J 2017 *Phys. Rev. C* **95** 051901 (R)
- [40] Zhao J, Li H L, Wang F Q 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 168
- [41] Abdallah M S, et al. 2022 *Phys. Rev. C* **106** 034908
- [42] Xu H J, Zhao J, Wang X B, Li H L, Lin Z W, Shen C W,

- Wang F Q 2018 *Chin. Phys. C* **42** 084103
- [43] Abdallah M S, et al. 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 092301
- [44] Abdallah M, et al. 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014901
- [45] Voloshin S A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 172301
- [46] Deng W T, Huang X G, Ma G L, Wang G 2016 *Phys. Rev. C* **94** 041901
- [47] Koch V, Schlichting S, Skokov V, Sorensen P, Thomas J, Voloshin S, Wang G, Yee H U 2017 *Chin. Phys. C* **41** 072001
- [48] Adam J, et al. 2021 *Nucl. Sci. Tech.* **32** 48
- [49] Choudhury S, et al. 2022 *Chin. Phys. C* **46** 014101
- [50] Xu H J, Wang X B, Li H L, Zhao J, Lin Z W, Shen C W, Wang F Q 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 022301
- [51] Li H L, Xu H J, Zhou Y, Wang X B, Zhao J, Chen L W, Wang F Q 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 222301
- [52] Feng Y C 2023 *EPJ Web Conf.* **276** 06013
- [53] Kharzeev D E, Liao J F, Shi S Z 2022 *Phys. Rev. C* **106** L051903
- [54] Feng Y C, Lin Y F, Zhao J, Wang F Q 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136549
- [55] Tang A H 2020 *Chin. Phys. C* **44** 054101
- [56] Shi S Z, Jiang Y, Lilleskov E, Liao J F 2018 *Annals Phys.* **394** 50
- [57] Jiang Y, Shi S Z, Yin Y, Liao J F 2018 *Chin. Phys. C* **42** 011001
- [58] Shi S Z, Zhang H, Hou D F, Liao J F 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 242301
- [59] Ajitanand N N, Lacey R A, Taranenko A, Alexander J M 2011 *Phys. Rev. C* **83** 011901
- [60] Magdy N, Shi S Z, Liao J F, Ajitanand N N, Lacey R A 2018 *Phys. Rev. C* **97** 061901
- [61] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 56
- [62] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [63] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 112502
- (in Chinese) [赵新丽, 马国亮, 马余刚 2023 物理学报 **72** 112502]
- [64] Kharzeev D E, Son D T 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 062301
- [65] Jiang Y, Lin Z W, Liao J F 2016 *Phys. Rev. C* **94** 044910
- [66] Baznat M, Gudima M, Sorin A, Teryaev O 2016 *Phys. Rev. C* **93** 031902
- [67] Zhao F 2014 *Nucl. Phys. A* **931** 746
- [68] Zhao J 2017 *EPJ Web Conf.* **141** 01010
- [69] Wen L W 2017 *Nucl. Phys. A* **967** 756
- [70] Son D T, Zhitnitsky A R 2004 *Phys. Rev. D* **70** 074018
- [71] Metlitski M A, Zhitnitsky A R 2005 *Phys. Rev. D* **72** 045011
- [72] Burnier Y, Kharzeev D E, Liao J F, Yee H U 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 052303
- [73] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 252302
- [74] Adam J, et al. 2016 *Phys. Rev. C* **93** 044903
- [75] Bzdak A, Boek P 2013 *Phys. Lett. B* **726** 239
- [76] STAR Collaboration Search for the Chiral Magnetic Wave Using Anisotropic Flow of Identified Particles at RHIC arXiv: 2210.14027
- [77] Sirunyan A M, et al. 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064908
- [78] Xu H J, Zhao J, Feng Y C, Wang F Q 2021 *Nucl. Phys. A* **1005** 121770
- [79] Ma G L 2014 *Phys. Lett. B* **735** 383
- [80] Voloshin S A, Belmont R 2014 *Nucl. Phys. A* **931** 992
- [81] Xu H J, Zhao J, Feng Y C, Wang F Q 2020 *Phys. Rev. C* **101** 014913
- [82] Wu W Y, Wang C Z, Shou Q Y, Ma Y G, Zheng L 2021 *Phys. Rev. C* **103** 034906
- [83] Wang C Z, Wu W Y, Shou Q Y, Ma G L, Ma Y G, Zhang S 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136580
- [84] Wu W Y 2023 *EPJ Web Conf.* **276** 01001
- [85] Hatta Y, Monnai A, Xiao B W 2016 *Nucl. Phys. A* **947** 155

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Progress on the experimental search for the chiral magnetic effect, the chiral vortical effect, and the chiral magnetic wave^{*}

Shou Qi-Ye¹⁾²⁾ Zhao Jie^{1)2)†} Xu Hao-Jie^{3)†} Li Wei^{4)†} Wang Gang^{5)†}
Tang Ai-Hong^{6)†} Wang Fu-Qiang^{7)3)†}

1) (*Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application, Ministry of Education, Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

2) (*Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, National Natural Science Foundation of China, Fudan University, Shanghai 200438, China*)

3) (*School of Science, Huzhou University, Huzhou 313000, China*)

4) (*Department of Physics and Astronomy, Rice University, Houston 77005, USA*)

5) (*Department of Physics and Astronomy, University of California, Los Angeles 90095, USA*)

6) (*Department of Physics, Brookhaven National Laboratory, New York 11973, USA*)

7) (*Department of Physics and Astronomy, Purdue University, West Lafayette IN 47907, USA*)

(Received 28 January 2023; revised manuscript received 3 April 2023)

Abstract

In quantum chromodynamics, the interactions of quarks with the topological gluon field can lead to nonconservation of local parity (P) and conjugated parity (CP), which provides a solution to the strong CP problem and a possibility to explain the asymmetry of matter-antimatter in the current universe. Under the action of a strong magnetic field, the nonconservation of P and CP can lead to the separation of particles according to their electric charges, which is called the chiral magnetic effect (CME). An observation of the CME-induced charge separation will confirm several fundamental properties of quantum chromodynamics (QCD), namely, approximate chiral symmetry restoration, topological charge fluctuation, and local parity violation. In relativistic heavy-ion collisions, there are other chiral anomalous effects similar to the CME, such as the chiral vortical effect (CVE) and the chiral magnetic wave (CMW). This review briefly summarizes the current progress of experimental research on the CME, CVE, and CMW in relativistic heavy-ion collisions.

Keywords: chiral magnetic effect, quantum chromodynamics, heavy-ion collisions, chiral symmetry

PACS: 25.75.-q, 25.75.Gz, 25.75.Ld

DOI: 10.7498/aps.72.20230109

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12275053, 11975078, 12275082, 12035006, 12075085, 12147219), the Shanghai Rising-Star Program, China (Grant No. 20QA1401500), the National Key R&D Program of China (Grant No. 2022YFA1604900), and the U.S. Department of Energy (Grant Nos. DE-FG02-88ER40424, DE-AC02-98CH10886, DE-FG02-89ER40531, DE-SC0012910).

† Corresponding author. E-mail: jie_zhao@fudan.edu.cn

† Corresponding author. E-mail: haojiexu@zjhu.edu.cn

† Corresponding author. E-mail: wl33@rice.edu

† Corresponding author. E-mail: gwang@physics.ucla.edu

† Corresponding author. E-mail: aihong@bnl.gov

† Corresponding author. E-mail: fqwang@purdue.edu



嘉当韦尔基下的非阿贝尔手征动力学方程

罗晓丽 高建华

Non-Abelian chiral kinetic equations in the Cartan-Weyl basis

Luo Xiao-Li Gao Jian-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 112503 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222471

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222471>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

马约拉纳零能模的非阿贝尔统计及其在拓扑量子计算的应用

Non-abelian statistics of Majorana modes and the applications to topological quantum computation

物理学报. 2020, 69(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200812>

手征马约拉纳费米子

Chiral Majorana fermion

物理学报. 2020, 69(11): 117302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534>

椭圆波束对非均匀手征分层粒子的俘获特性研究

Analysis of trapping force exerted on multi-layered chiral sphere induced by laser sheet

物理学报. 2022, 71(10): 104208 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212284>

实验观测非厄米系统奇异点的手性翻转现象

Experimental observation of chiral inversion at exceptional points of non-Hermitian systems

物理学报. 2022, 71(13): 131101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220842>

混合手征活性粒子在时间延迟反馈下的扩散和分离

Diffusion and separation of binary mixtures of chiral active particles driven by time-delayed feedback

物理学报. 2020, 69(22): 220501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200505>

用光晶格模拟狄拉克、外尔和麦克斯韦方程

Simulating Dirac, Weyl and Maxwell equations with cold atoms in optical lattices

物理学报. 2019, 68(4): 046701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181929>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

嘉当-韦尔基下的非阿贝尔手征动力学方程*

罗晓丽 高建华†

(山东大学空间科学与物理学院, 山东省光学天文与日地空间环境重点实验室, 威海 264209)

(2022年12月31日收到; 2023年4月10日收到修改稿)

非阿贝尔规范场是构成标准模型的基本单元, 非阿贝尔手征动力学理论是描述标准模型在非平衡体系下手征费米子输运的重要理论工具. 在前期工作中, 我们将非阿贝尔手征动力学方程分解为色空间中的色单态和色多重态等不可约表示形式, 这种分解方式可以让手征动力学方程在色空间的规范变换下具有更简单的变换性质. 然而, 这种分解方式在微观描述色自由度的输运方面可能并不直观和方便. 为了描述色自由度具体输运和演化过程, 本文把前期得到的非阿贝尔手征动力学方程在嘉当-韦尔基下进行展开. 本文中通过协变梯度展开的方法将非阿贝尔手征动力学方程展开到1阶, 在嘉当-韦尔基下将规范场进行展开, 分布函数分解为对角元素部分和非对角元素部分. 结果显示0阶非对角元素分布函数可以诱导出1阶对角元素分布函数贡献, 0阶对角元素分布函数也可以诱导出1阶非对角元素分布函数的贡献. 非对角元素分布函数之间以及非对角元素与对角元素之间一般都是耦合在一起, 但当规范场只存在对角元素时, 非对角元素与对角元素解耦.

关键词: 非阿贝尔场, 维格纳函数, 手征动力学方程**PACS:** 25.75.Nq, 12.38.Mh**DOI:** 10.7498/aps.72.20222471

1 前言

近年来, 在相对论重离子碰撞领域, 各种量子手征效应引起了学术界的广泛关注, 比如手征磁效应^[1-3]、手征涡旋效应^[4-7]、手征分离效应等^[8-10]. 这些效应本身和量子色动力学 (QCD) 的真空结构以及自然界中的 CP 破坏有着直接的联系, 所以对于它们的深入研究有极其重要的物理意义.

相对论重离子碰撞是一个快速演化的动态体系, 为了定量地描述相对论重离子碰撞中的手征效应, 必须考虑手征效应的动态演化规律, 为此人们建立并发展了手征动力学形式理论^[11-25] 以及数值模拟程序^[26-33]. 这一理论可以非常自洽地描述各种手征量子效应.

但是这些手征动力学方程大都是局限在阿贝尔规范场情形下的动力学方程, 只有很少部分讨论了非阿贝尔情形下的动力学方程^[34-39]. 在我们最近的工作^[38]中, 从维格纳函数出发推导出了非阿贝尔规范场情形下的手征动力学方程. 我们把非阿贝尔的维格纳函数和动力学方程都在色空间进行了色单态和色多重态的分解, 这种分解方法对于计算最后的色单态算符或色多重态算符的期待值是最自然的分解方式. 但是这种分解方式可能对动力学理论的微观描述缺乏一定的直观性, 因为在动力学理论中, 可能习惯于问各种颜色夸克的转化过程, 在这种情形下, 选择嘉当-韦尔基将是更加方便的分解方式. 本文的目标是把文献^[38]中得到的手征动力学方程重新在嘉当-韦尔基下进行展开. 为了避免发生混淆, 在下面的求和约定中, 对于时空指

* 国家自然科学基金 (批准号: 11890710, 11890713, 12175123) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn

标的希腊字母, 重复的上下指标表示求和, 而对色指标的罗马字母, 恢复了求和符号. 为了表述方便, 色指标有时是上指标, 有时是下指标, 它们之间是没有差别的.

2 维格纳函数与维格纳方程简介

20 世纪八十年代, 相对论重离子对撞机 (RHIC) 实验还没有开始运行, 人们为了以后能够描述相对论重离子碰撞中的非平衡演化过程, 建立和发展了基于量子场论的维格纳函数和维格纳方程 [40–43]. 这些工作是我们当前工作的研究基础, 所以有必要简单回顾和介绍基于维格纳函数和维格纳方程的量子输运理论. 本文将局限于背景为非阿贝尔 $SU(N)$ 规范场情形下的夸克体系. 洛伦兹协变、规范协变的维格纳函数定义为密度矩阵算符傅里叶变换的系综平均值:

$$W(x, p) = \left\langle \int \frac{d^4 y}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot y} \rho \left(x + \frac{y}{2}, x - \frac{y}{2} \right) \right\rangle. \quad (1)$$

密度矩阵算符的分量形式为

$$\begin{aligned} & \rho_{\alpha\beta}^{ij} \left(x + \frac{y}{2}, x - \frac{y}{2} \right) \\ &= \sum_{j', i'} \bar{\psi}_{\beta}^{j'} \left(x + \frac{y}{2} \right) U^{j'j} \left(x + \frac{y}{2}, x \right) \\ & \quad \times U^{ii'} \left(x, x - \frac{y}{2} \right) \psi_{\alpha}^{i'} \left(x - \frac{y}{2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 α, β 表示旋量指标; i, i', j, j' 代表 $SU(N)$ 群基础表示的色指标; U 是保持算符规范协变性的规范链:

$$U(x, y) = P \exp \left(\frac{ig}{\hbar} \int_y^x dz^{\mu} A_{\mu}(z) \right). \quad (3)$$

规范链的路径沿连接时空点 x 和 y 的直线段, P 代表算符沿路径排序, 规范势 $A_{\mu} = \sum_a A_{\mu}^a t^a$, t^a 是 $SU(N)$ 群基础表示的产生子. 维格纳函数是旋量空间和色空间的普通矩阵. 从非阿贝尔规范场情形下的狄拉克方程出发, 可以得到维格纳函数满足的动理学方程——维格纳方程:

$$4mW(x, p) = \{ \gamma^{\mu}, \{ \Pi_{\mu}, W(x, p) \} \} + i [\gamma^{\mu}, [G_{\mu}, W(x, p)]], \quad (4)$$

$$0 = [\gamma^{\mu}, \{ \Pi_{\mu}, W(x, p) \}] + i \{ \gamma^{\mu}, [G_{\mu}, W(x, p)] \}, \quad (5)$$

其中 $[,]$ 代表对易关系, $\{, \}$ 代表反对易关系, m 是夸克的质量, 非定域的广义动量算符 Π_{μ} 和导数算

符 G_{μ} 定义为

$$\Pi_{\mu} = p_{\mu} + \frac{g}{2} \int_0^1 ds \left(e^{-\frac{1}{2}is\Delta} F_{\mu\nu}(x) \right) is \partial_p^{\nu},$$

$$G_{\mu} = D_{\mu} + \frac{g}{2} \int_0^1 ds \left(e^{-\frac{1}{2}is\Delta} F_{\mu\nu}(x) \right) \partial_p^{\nu}, \quad (6)$$

其中, $D_{\mu}(x)$ 就是基础表示中的协变导数:

$$D_{\mu}(x) = \partial_{\mu} - \frac{ig}{\hbar} A_{\mu}(x), \quad (7)$$

$F_{\mu\nu}(x)$ 是非阿贝尔的张量场强:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}(x) &\equiv \sum_a F_{\mu\nu}^a t^a = -\frac{\hbar}{ig} [D_{\mu}, D_{\nu}] \\ &= \partial_{\mu} A_{\nu}(x) - \partial_{\nu} A_{\mu}(x) - \frac{ig}{\hbar} [A_{\mu}(x), A_{\nu}(x)]. \end{aligned} \quad (8)$$

三角算符定义为 $\Delta \equiv \partial_p \cdot \mathcal{D}(x)$, 其中 $\mathcal{D}(x)$ 是作用在规范群伴随表示上的协变导数:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu}(x) F_{\nu\lambda} &\equiv [D_{\mu}(x), F_{\nu\lambda}] \\ &= \partial_{\mu}^x F_{\nu\lambda} - \frac{ig}{\hbar} [A_{\mu}(x), F_{\nu\lambda}], \end{aligned} \quad (9)$$

在我们的维格纳方程中, 这个算符只作用在后面的场强张量 $F_{\mu\nu}$ 上, 不作用在维格纳函数 W 上. 除此之外, 对于含有动量导数的算符位于维格纳函数的右边时, 隐含了分部积分的负号关系:

$$W(x, p) \partial_p^{\nu_1} \cdots \partial_p^{\nu_k} \equiv (-1)^k \partial_p^{\nu_k} \cdots \partial_p^{\nu_1} W(x, p). \quad (10)$$

在旋量空间内, 可以把维格纳函数在 Clifford 代数下进行分解:

$$W = \frac{1}{4} \left[\mathcal{F} + i\gamma^5 \mathcal{D} + \gamma^{\mu} \mathcal{V}_{\mu} + \gamma^{\mu} \gamma^5 \mathcal{A}_{\mu} + \frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \mathcal{S}_{\mu\nu} \right], \quad (11)$$

展开系数 \mathcal{F} , \mathcal{D} , \mathcal{V}_{μ} , \mathcal{A}_{μ} , 和 $\mathcal{S}_{\mu\nu}$ 现在只是色空间的矩阵了.

在手征极限 $m = 0$ 情形下, 可以引入一组更加方便的手征基矢:

$$\mathcal{J}_s^{\mu} = \frac{1}{2} (\mathcal{V}^{\mu} + s \mathcal{A}^{\mu}), \quad (12)$$

其中 $s = +1/-1$ 表示右手/左手分量. 这组手征维格纳函数在手征极限下将和其他维格纳函数 \mathcal{F} , \mathcal{D} 和 $\mathcal{S}_{\mu\nu}$ 解耦, 左右手之间也相互解耦:

$$0 = \{ \Pi_{\mu}, \mathcal{J}^{\mu} \}, \quad (13)$$

$$0 = [G_{\mu}, \mathcal{J}^{\mu}], \quad (14)$$

$$0 = \{ \Pi^{\mu}, \mathcal{J}^{\nu} \} - \{ \Pi^{\nu}, \mathcal{J}^{\mu} \} + s \hbar \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} [G_{\alpha}, \mathcal{J}_{\beta}], \quad (15)$$

为了分析半经典展开, 这里恢复了 \hbar 系数. 因为左右手之间相互解耦, 也省去了手征指标 s .

3 非阿贝尔场情形下的手征动理学方程

上一节得到了手征极限下的维格纳函数 \mathcal{J}^μ 以及它所满足的维格纳方程 (13)–(15). 对于左手或右手的维格纳函数 \mathcal{J}^μ 包含 4 个分量, 它们满足 8 个方程, 所以维格纳方程是一组高度约束的方程组, 为了得到最终的动理学方程, 需要进一步对维格纳函数和维格纳方程约化. 文献 [38] 中利用半经典 \hbar 展开, 精确到 \hbar 的一阶近似下, 非局域算符 Π_μ 和 G_μ 的零阶和一阶形式分别为

$$\Pi_\mu^{(0)} = p_\mu, \quad \Pi_\mu^{(1)} = \frac{ig}{4} F_{\mu\nu} \partial_p^\nu, \quad (16)$$

$$G_\mu^{(0)} = D_\mu + \frac{g}{2} F_{\mu\nu} \partial_p^\nu, \quad G_\mu^{(1)} = -\frac{ig}{8} [(\partial_p \cdot \mathcal{D}) F_{\mu\nu}] \partial_p^\nu. \quad (17)$$

维格纳函数 \mathcal{J}^μ 也展开到一阶近似下:

$$\mathcal{J}_\mu = \mathcal{J}_\mu^{(0)} + \hbar \mathcal{J}_\mu^{(1)} + \dots \quad (18)$$

在此基础上, 进一步把所有的时空指标在类时和类空的方向上进行分解, 为此引入一个类时常矢量 n^μ 满足归一化 $n^2 = 1$. 这样任意一个 X^μ 总是可以分解为平行于和垂直于 n^μ 的部分之和:

$$X^\mu = X_n n^\mu + \bar{X}^\mu, \quad X_n = X \cdot n, \\ \bar{X}^\mu = \Delta^{\mu\nu} X_\nu, \quad \Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - n^\mu n^\nu. \quad (19)$$

为了方便起见, 也引入类空反对称张量 $\bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \equiv \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} n_\nu$. 在借助半经典展开和时空指标展开的操作下, 文献 [38] 发现, 先前的 4 个维格纳函数的分量只有沿 n^μ 方向的分量 \mathcal{J}_n 是独立的, 以前的 8 个维格纳方程最后也约化为一个 \mathcal{J}_n 满足的输运方程. 详细细节参见文献 [38], 这里直接给出精确到 \hbar 线性项的结果.

在零阶近似下, 独立维格纳函数 $\mathcal{J}_n^{(0)}$ 的一般形式为

$$\mathcal{J}_n^{(0)} = p_n f^{(0)} \delta(p^2), \quad (20)$$

这里引入了另一个分布函数 $f^{(0)}$, 它是把在壳狄拉克 δ 函数分离以后的部分, 其他分量可以从它直接得到:

$$\bar{\mathcal{J}}^{(0)\mu} = \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} = \bar{p}^\mu f^{(0)} \delta(p^2). \quad (21)$$

$f^{(0)}$ 满足的动理学方程为

$$0 = \left[G_\mu^{(0)}, p^\mu f^{(0)} \delta(p^2) \right]. \quad (22)$$

在一阶近似下, 独立维格纳函数 $\mathcal{J}_n^{(1)}$ 的一般形式为

$$\mathcal{J}_n^{(1)} = p_n f^{(1)} \delta(p^2) + \frac{s}{2} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \left\{ \frac{g}{2} F_{\alpha\beta}, f^{(0)} \right\} \delta'(p^2) \\ + p_n \left\{ \Pi_\mu^{(1)}, p^\mu f^{(0)} \right\} \delta'(p^2). \quad (23)$$

类似于零阶的 $f^{(0)}$, (23) 式中又引入了一阶的 $f^{(1)}$, 空间分量的维格纳函数可以表示为

$$\bar{\mathcal{J}}^{(1)\mu} = \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(1)}}{p_n} + \frac{s}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \left[G_\alpha^{(0)}, \bar{p}_\beta \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right] + \frac{1}{2p_n} \left(\left\{ \bar{\Pi}^{(1)\mu}, p_n \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right\} - \left\{ \Pi_n^{(1)}, \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right\} \right). \quad (24)$$

一阶维格纳函数 $\mathcal{J}_n^{(1)}$ 或 $f^{(1)}$ 满足维格纳方程:

$$\left[G_\mu^{(0)}, p^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(1)}}{p_n} \right] = -\frac{s}{2} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \left[\bar{G}_\mu^{(0)}, \frac{1}{p_n} \left[G_\alpha^{(0)}, \bar{p}_\beta \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right] \right] - \left[G_\mu^{(1)}, p^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right] \\ - \frac{1}{2} \left[\bar{G}_\mu^{(0)}, \frac{1}{p_n} \left(\left\{ \bar{\Pi}^{(1)\mu}, p_n \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right\} - \left\{ \Pi_n^{(1)}, \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_n^{(0)}}{p_n} \right\} \right) \right]. \quad (25)$$

与阿贝尔情形下的手征动理学理论不同, 非阿贝尔情形下的手征维格纳函数还需要满足限制方程:

$$\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \left[F_{\mu\nu}, \mathcal{J}_\alpha^{(0)} \right] = 0, \quad (26)$$

$$\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \left[F_{\mu\nu}, \mathcal{J}_\alpha^{(1)} \right] = -\frac{3}{32} \left[[(\varepsilon^{\lambda\alpha\mu\nu} \partial_p^\beta - \varepsilon^{\lambda\beta\mu\nu} \partial_p^\alpha) F_{\mu\nu}, F^{\lambda\kappa} \partial_p^\kappa], \mathcal{J}^{(0)\alpha} \right]. \quad (27)$$

文献 [38] 中进一步把约化后的分布函数及其满足的动理学方程在色空间进行分解:

$$\mathcal{J}_\mu = \mathcal{J}_\mu^I \mathbf{1} + \sum_a \mathcal{J}_\mu^a t^a, \quad \mathcal{J}_\mu^I = \frac{1}{N} \text{tr} \mathcal{J}_\mu, \quad \mathcal{J}_\mu^a = 2 \text{tr} t^a \mathcal{J}_\mu. \quad (28)$$

这种分解方式保留了 $SU(N)$ 群的最大对称形式, 对于最后求解色单态或色多重态的物理学量非常方便, 但是从微观动理学角度而言, 有时需要描述每种颜色夸克的转换输运过程, 这个时候这种通常的分解方式缺少一些物理直观性, 在下一节里, 为了研究各种具体颜色夸克间的相互转化的输运过程, 将把分布函数和动理学方程在嘉当韦尔基下进行展开.

4 嘉当韦尔基下的手征动理学方程

规范群 $SU(N)$ 的嘉当韦尔基 [44–46] 包括 $N-1$ 个无迹对角矩阵 \mathbf{h}_i , $N(N-1)$ 个非对角矩阵 \mathbf{e}_{ij} , $i, j = 1, \dots, N; i \neq j$. 其中 \mathbf{h}_i 就是对角的 Gell-Mann 矩阵:

$$\mathbf{h}_i = [2i(i+1)]^{-\frac{1}{2}} \text{diag}(1, \dots, 1, -i, 0, \dots, 0), \quad (29)$$

$-i$ 出现在第 $(i+1)$ 列. 也可以把 \mathbf{h}_i 的矩阵元素统一表示成如下形式:

$$(h_i)_{mn} = \frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}} \left(\sum_{k=1}^i \delta_{mk} \delta_{nk} - i \delta_{m, i+1} \delta_{n, i+1} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (30)$$

非对角矩阵 \mathbf{e}_{ij} 与非对角的 Gell-Mann 矩阵是不同的, 矩阵元素可以表示成:

$$(e_{ij})_{mn} = \delta_{im} \delta_{jn}, \quad i \neq j. \quad (31)$$

如果定义对角矩阵矢量

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = (\mathbf{h}_i)_{ii} = ((h_1)_{ii}, \dots, (h_{N-1})_{ii}), \quad \boldsymbol{\eta}_{ij} = \boldsymbol{\varepsilon}_i - \boldsymbol{\varepsilon}_j, \quad (32)$$

则 \mathbf{h}_i 和 \mathbf{e}_{ij} 的对易关系可以表示如下 [44–46]:

$$[\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_j] = 0, \quad (33)$$

$$[\mathbf{h}_i, \mathbf{e}_{jk}] = (\boldsymbol{\eta}_{jk})_i \mathbf{e}_{jk}, \quad (34)$$

$$[\mathbf{e}_{ij}, \mathbf{e}_{jk}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_{ik}, \quad i \neq j \neq k. \quad (35)$$

比如对于 QCD 的 $N=3$, 嘉当韦尔基矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{e}_{13} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{h}_2 &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{e}_{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{32} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

在嘉当韦尔基下, 可以把规范势和规范场强分解为

$$A_\mu = \sum_m A_\mu^m h_m + \sum_{m,n} A_\mu^{mn} e_{mn}, \quad (36)$$

$$F_{\mu\nu} = \sum_m F_{\mu\nu}^m h_m + \sum_{m,n} F_{\mu\nu}^{mn} e_{mn}. \quad (37)$$

矩阵分量形式为

$$\begin{aligned} (A_\mu)_{ij} &= \sum_m A_\mu^m (h_m)_{ij} + \sum_{m,n} A_\mu^{mn} (e_{mn})_{ij} \\ &\equiv A_\mu^i \delta_{ij} + A_\mu^{ij}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} (F_{\mu\nu})_{ij} &= \sum_m F_{\mu\nu}^m (h_m)_{ij} + \sum_{m,n} F_{\mu\nu}^{mn} (e_{mn})_{ij} \\ &\equiv F_{\mu\nu}^i \delta_{ij} + F_{\mu\nu}^{ij}, \end{aligned} \quad (39)$$

上式中, 利用单指标 A^i 和 F^i 表征对角元素, 双指标 A^{ij} 和 F^{ij} 表征非对角元素, 所以对于双指标 A^{ij} 和 F^{ij} 自动隐含 $i \neq j$, 或者 $A^{ii} = 0$ 和 $F^{ii} = 0$.

为了描述具体颜色夸克的输运过程, 对于维格纳函数直接利用色空间的矩阵分量. 在零阶近似 (20) 式和 (21) 式下, 维格纳函数的分量形式为

$$\frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} = f_{ij}^{(0)} \delta(p^2), \quad (40)$$

$$\bar{\mathcal{J}}_{ij}^{(0)\mu} = \bar{p}^\mu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2). \quad (41)$$

零阶手征动理学方程 (22) 的分量形式为:

$$0 = p^\mu \partial_\mu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) - \frac{ig}{\hbar} p^\mu \left[\sum_m A_\mu^m h_m + \sum_{m,n} A_\mu^{mn} e_{mn}, f^{(0)} \right]_{ij} \delta(p^2) + \frac{g}{2} p^\mu \partial_p^\nu \left\{ \sum_m F_{\mu\nu}^m h_m + \sum_{m,n} F_{\mu\nu}^{mn} e_{mn}, f^{(0)} \right\}_{ij} \delta(p^2), \quad (42)$$

利用 A^i 和 F^i 的定义, 上面动理学方程可以表示成

$$0 = p^\mu \partial_\mu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) - \frac{ig}{\hbar} p^\mu \left[A_\mu^i f_{ij}^{(0)} - A_\mu^j f_{ij}^{(0)} + \sum_k \left(A_\mu^{ik} f_{kj}^{(0)} - A_\mu^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \\ + \frac{g}{2} p^\mu \partial_p^\nu \left[F_{\mu\nu}^i f_{ij}^{(0)} + F_{\mu\nu}^j f_{ij}^{(0)} + \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} f_{kj}^{(0)} + F_{\mu\nu}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2). \quad (43)$$

现在把分布函数 $f_{ij}^{(0)}$ 也分解为对角部分和非对角部分:

$$f_i^{(0)} \equiv f_{ij}^{(0)}, \quad i = j; \quad f_{ij}^{(0)} \equiv f_{ij}^{(0)}, \quad i \neq j, \quad (44)$$

这样就可以把维格纳函数和动理学方程的对角部分和非对角部分分别表示出来.

对于对角部分 $i = j$ 的情形下:

$$\mathcal{J}_{n,ii}^{(0)} = p_n f_i^{(0)} \delta(p^2), \quad (45)$$

$$\bar{\mathcal{J}}_{ii}^{(0)\mu} = \bar{p}^\mu f_i^{(0)} \delta(p^2). \quad (46)$$

对角分布函数 $f_i^{(0)}$ 满足的动理学方程为

$$0 = p^\mu \partial_\mu f_i^{(0)} \delta(p^2) + g p^\mu F_{\mu\nu}^i \partial_p^\nu f_i^{(0)} \delta(p^2) - \frac{ig}{\hbar} p^\mu \sum_k \left(A_\mu^{ik} f_{ki}^{(0)} - A_\mu^{ki} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2) + \frac{g}{2} p^\mu \partial_p^\nu \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} f_{ki}^{(0)} + F_{\mu\nu}^{ki} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2). \quad (47)$$

对于非对角部分 $i \neq j$ 情形下:

$$\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)} = p_n f_{ij}^{(0)} \delta(p^2), \quad (48)$$

$$\bar{\mathcal{J}}_{ij}^{(0)\mu} = \bar{p}^\mu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2). \quad (49)$$

非对角分布函数 $f_{ij}^{(0)}$ 满足的动理学方程为

$$0 = p^\mu \partial_\mu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) - \frac{ig}{\hbar} p^\mu \left[A_\mu^i - A_\mu^j \right] f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) + \frac{g}{2} p^\mu \left[F_{\mu\nu}^i + F_{\mu\nu}^j \right] \partial_p^\nu f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) \\ - \frac{ig}{\hbar} p^\mu \left[A_\mu^{ij} \left(f_j^{(0)} - f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(A_\mu^{ik} f_{kj}^{(0)} - A_\mu^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \\ + \frac{g}{2} p^\mu \partial_p^\nu \left[F_{\mu\nu}^{ij} \left(f_j^{(0)} + f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} f_{kj}^{(0)} + F_{\mu\nu}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2). \quad (50)$$

以上是零阶分布函数和动理学方程在嘉当韦尔基下的表示形式, 我们发现当规范势或规范场强存在非对角分量时, 某种颜色夸克的分布函数 $f_i^{(0)}$ 的演化肯定是和非对角元素 $f_{ij}^{(0)}$ 耦合在一起的, 如果规范势或规范场强只存在对角元素, 某种颜色的分布函数与非对角元素解耦, 这种情形下, 对角元素 $f_i^{(0)}$ 的动理学方程退化为阿贝尔场情形下的形式.

现在继续处理一阶情形下的结果. 对于一阶的分布函数 (23) 式和 (24) 式, 色空间的分量形式为:

$$\mathcal{J}_{n,ij}^{(1)} = p_n f_{ij}^{(1)} \delta(p^2) - \frac{sg}{2} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \left\{ \frac{g}{2} F_{\alpha\beta}, f_{ij}^{(0)} \right\}_{ij} \delta'(p^2) + p_n \left\{ \Pi_\mu^{(1)}, p^\mu f_{ij}^{(0)} \right\}_{ij} \delta'(p^2) \\ = p_n f_{ij}^{(1)} \delta(p^2) - \frac{sg}{4} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \left(F_{\alpha\beta}^i f_{ij}^{(0)} + F_{\alpha\beta}^j f_{ij}^{(0)} + \sum_k F_{\alpha\beta}^{ik} f_{kj}^{(0)} + \sum_k F_{\alpha\beta}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \delta'(p^2) \\ + \frac{ig}{4} p_n p^\mu \partial_p^\nu \left(F_{\mu\nu}^i f_{ij}^{(0)} - F_{\mu\nu}^j f_{ij}^{(0)} + \sum_k F_{\mu\nu}^{ik} f_{kj}^{(0)} - \sum_k F_{\mu\nu}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \delta'(p^2), \quad (51)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathcal{J}}_{ij}^{(1)\mu} &= \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(1)}}{p_n} - \frac{s}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \left[G_\alpha^{(0)}, \bar{p}_\beta \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} \right]_{ij} + \frac{1}{2p_n} \left(\left\{ \bar{\Pi}^{(1)\mu}, p_n \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} \right\}_{ij} - \left\{ \Pi_n^{(1)}, \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} \right\}_{ij} \right) \\
 &= \bar{p}^\mu \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(1)}}{p_n} - \frac{s}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \partial_\alpha \left(\frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} \right) + \frac{igs}{2p_n \hbar} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \left(A_\alpha^i \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} + \sum_k A_\alpha^{ik} \frac{\mathcal{J}_{n,kj}^{(0)}}{p_n} - A_\alpha^j \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} - \sum_k A_\alpha^{kj} \frac{\mathcal{J}_{n,ik}^{(0)}}{p_n} \right) \\
 &\quad - \frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \partial_p^\lambda \left[\bar{p}_\beta \left(F_{\alpha\lambda}^i \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} + \sum_k F_{\alpha\lambda}^{ik} \frac{\mathcal{J}_{n,kj}^{(0)}}{p_n} + F_{\alpha\lambda}^j \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} + \sum_k F_{\alpha\lambda}^{kj} \frac{\mathcal{J}_{n,ik}^{(0)}}{p_n} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left[p_n \left(F_i^{\mu\nu} \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} + \sum_k F_{ik}^{\mu\nu} \frac{\mathcal{J}_{n,kj}^{(0)}}{p_n} - F_j^{\mu\nu} \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} - \sum_k F_{kj}^{\mu\nu} \frac{\mathcal{J}_{n,ik}^{(0)}}{p_n} \right) \right] \\
 &\quad - \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left[\bar{p}^\mu \left(F_i^{\nu\mu} \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} + \sum_k F_{ik}^{\nu\mu} \frac{\mathcal{J}_{n,kj}^{(0)}}{p_n} - F_j^{\nu\mu} \frac{\mathcal{J}_{n,ij}^{(0)}}{p_n} - \sum_k F_{kj}^{\nu\mu} \frac{\mathcal{J}_{n,ik}^{(0)}}{p_n} \right) \right]. \tag{52}
 \end{aligned}$$

与零阶的约定一样, 重复指标 i 或 j 并不表示求和. 为了写出一阶动理学方程的分量形式, 需要先得到算符 $G_\mu^{(1)}$ 的分量形式:

$$\begin{aligned}
 G_{\mu,ij}^{(1)} &= -\frac{ig}{8} [(\partial_p \cdot \mathcal{D}) F_{\mu\nu}]_{ij} \partial_p^\nu = -\frac{ig}{8} \left(\partial_\lambda^x F_{\mu\nu} - \frac{ig}{\hbar} [A_\lambda, F_{\mu\nu}] \right)_{ij} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \\
 &= -\frac{ig}{8} \left\{ \partial_\lambda^x (F_{\mu\nu}^i \delta^{ij} + F_{\mu\nu}^{ij}) - \frac{ig}{\hbar} \left[(A_\lambda^i - A_\lambda^j) F_{\mu\nu}^{ij} + A_\lambda^{ij} (F_{\mu\nu}^j - F_{\mu\nu}^i) + \sum_k (A_\lambda^{ik} F_{\mu\nu}^{kj} - A_\lambda^{kj} F_{\mu\nu}^{ik}) \right] \right\} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \\
 &= G_{\mu\nu\lambda,i}^{(1)} \delta_{ij} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda + G_{\mu\nu\lambda,ij}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda, \tag{53}
 \end{aligned}$$

其中定义了单色指标对角元素因子 ($i = j$):

$$G_{\mu\nu\lambda,i}^{(1)} = -\frac{ig}{8} \left[\partial_\lambda^x F_{\mu\nu}^i - \frac{ig}{\hbar} \sum_k (A_\lambda^{ik} F_{\mu\nu}^{ki} - A_\lambda^{ki} F_{\mu\nu}^{ik}) \right], \tag{54}$$

和双色指标非对角元素因子 ($i \neq j$):

$$G_{\mu\nu\lambda,ij}^{(1)} = -\frac{ig}{8} \left\{ \partial_\lambda^x F_{\mu\nu}^{ij} - \frac{ig}{\hbar} \left[(A_\lambda^i - A_\lambda^j) F_{\mu\nu}^{ij} + A_\lambda^{ij} (F_{\mu\nu}^j - F_{\mu\nu}^i) + \sum_k (A_\lambda^{ik} F_{\mu\nu}^{kj} - A_\lambda^{kj} F_{\mu\nu}^{ik}) \right] \right\}. \tag{55}$$

利用这些定义, 一阶手征动理学方程的分量形式可以表示为

$$\begin{aligned}
 0 &= \partial_\mu \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} - \frac{ig}{\hbar} \left[(A_\mu^i - A_\mu^j) \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} + \sum_k (A_\mu^{ik} \mathcal{J}_{kj}^{(1)\mu} - A_\mu^{kj} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu}) \right] \\
 &\quad + \frac{g}{2} \partial_p^\nu \left[(F_{\mu\nu}^i + F_{\mu\nu}^j) \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} + \sum_k (F_{\mu\nu}^{ik} \mathcal{J}_{kj}^{(1)\mu} + F_{\mu\nu}^{kj} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu}) \right] \\
 &\quad + (G_{\mu\nu\lambda,i}^{(1)} - G_{\mu\nu\lambda,j}^{(1)}) \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ij}^{(0)\mu} + \sum_k (G_{\mu\nu\lambda,ik}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{kj}^{(0)\mu} - G_{\mu\nu\lambda,kj}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ik}^{(0)\mu}). \tag{56}
 \end{aligned}$$

下面将从以上这些一阶结果里面分别提取出对角元素和非对角元素. 对于对角元素 ($i = j$):

$$\mathcal{J}_{n,ii}^{(1)} = p_n f_i^{(1)} \delta(p^2) + p_n \Delta f_i^{(1)} \delta'(p^2), \tag{57}$$

$$\bar{\mathcal{J}}_{ii}^{(1)\mu} = \bar{p}^\mu \left[f_i^{(1)} \delta(p^2) + \Delta f_i^{(1)} \delta'(p^2) \right] + \Delta J_i^{(1)\mu}. \tag{58}$$

这里除了定义了一阶的分布函数 $f_i^{(1)}$, 还定义了

$$\begin{aligned}
 \Delta f_i^{(1)} &= -\frac{sg}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu F_{\alpha\beta}^i f_i^{(0)} - \frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \sum_k \left(F_{\alpha\beta}^{ik} f_{ki}^{(0)} + F_{\alpha\beta}^{ki} f_{ik}^{(0)} \right) + \frac{ig}{4} p^\mu \partial_p^\nu \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} f_{ki}^{(0)} - F_{\mu\nu}^{ki} f_{ik}^{(0)} \right), \\
 \Delta J_i^{(1)\mu} &= -\frac{s}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \partial_\alpha f_i^{(0)} \delta(p^2) - \frac{sg}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \partial_p^\lambda \left(\bar{p}_\beta F_{\alpha\lambda}^i f_i^{(0)} \right) \\
 &\quad + \frac{isg}{2p_n \hbar} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \sum_k \left(A_\alpha^{ik} f_{ki}^{(0)} - A_\alpha^{ki} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2) - \frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \partial_p^\lambda \left[\bar{p}_\beta \sum_k \left(F_{\alpha\lambda}^{ik} f_{ki}^{(0)} + F_{\alpha\lambda}^{ki} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2) \right] \\
 &\quad + \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left[p_n \sum_k \left(F_{ik}^{\bar{\mu}\nu} f_{ki}^{(0)} - F_{ki}^{\bar{\mu}\nu} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2) \right] - \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left[\bar{p}^\mu \sum_k \left(F_{ik}^{n\nu} f_{ki}^{(0)} - F_{kj}^{n\nu} f_{ik}^{(0)} \right) \delta(p^2) \right]. \quad (59)
 \end{aligned}$$

显而易见, 如果规范场的非对角元素 A_α^{ij} 和 $F_{\alpha\beta}^{ij}$ 都是零, 上面的结果就回到阿贝尔情形的结果, 当这些非对角元素不为零, 零阶的非对角分布函数会诱导出一阶的对角维格纳函数的贡献, 这是非阿贝尔情形区别于阿贝尔情形的特别之处. 一阶动理学方程的对角元素为

$$\begin{aligned}
 0 &= \partial_\mu \mathcal{J}_{ii}^{(1)\mu} - \frac{ig}{\hbar} \sum_k \left(A_\mu^{ik} \mathcal{J}_{ki}^{(1)\mu} - A_\mu^{ki} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu} \right) + \frac{g}{2} \partial_p^\nu \left[2F_{\mu\nu}^i \mathcal{J}_{ii}^{(1)\mu} + \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} \mathcal{J}_{ki}^{(1)\mu} + F_{\mu\nu}^{ki} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu} \right) \right] \\
 &\quad + \sum_k \left(G_{\mu\nu\lambda, ik}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ki}^{(0)\mu} - G_{\mu\nu\lambda, ki}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ik}^{(0)\mu} \right). \quad (60)
 \end{aligned}$$

为了让表达式看起来简洁, 这里没有把 (54) 式, (55) 式, (57) 式以及 (58) 式的结果直接代入 (60) 式. 展开后的这一方程比零阶的动理学方程 (47) 要复杂得多, 对角元素和非对角元素以更加复杂的形式耦合在一起. 但是与零阶动理学方程相似之处是: 当规范场只存在对角元素时, 某种颜色的分布函数与非对角元素解耦, 这种情形下, 对角元素 $f_i^{(1)}$ 的动理学方程仍旧退化为阿贝尔场情形下的形式.

对于非对角元素 ($i \neq j$), 有

$$\mathcal{J}_{n,ij}^{(1)} = p_n f_{ij}^{(1)} \delta(p^2) + p_n \Delta f_{ij}^{(1)} \delta'(p^2), \quad (61)$$

$$\bar{\mathcal{J}}_{ij}^{(1)\mu} = \bar{p}^\mu \left[f_{ij}^{(1)} \delta(p^2) + \Delta f_{ij}^{(1)} \delta'(p^2) \right] + \Delta J_{ij}^{(1)\mu}, \quad (62)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Delta f_{ij}^{(1)} &= -\frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \left(F_{\alpha\beta}^i + F_{\alpha\beta}^j \right) f_{ij}^{(0)} + \frac{ig}{4} p^\mu \partial_p^\nu \left(F_{\alpha\beta}^i - F_{\alpha\beta}^j \right) f_{ij}^{(0)} \\
 &\quad - \frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} p_\mu \left[F_{\alpha\beta}^{ij} \left(f_j^{(0)} + f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{\alpha\beta}^{ik} f_{kj}^{(0)} + F_{\alpha\beta}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{ig}{4} p^\mu \partial_p^\nu \left[F_{\mu\nu}^{ij} \left(f_j^{(0)} - f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{\mu\nu}^{ik} f_{kj}^{(0)} - F_{\mu\nu}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right], \quad (63)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta J_{ij}^{(1)\mu} &= -\frac{s}{2p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \partial_\alpha f_{ij}^{(0)} \delta(p^2) + \frac{isg}{2p_n \hbar} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \bar{p}_\beta \left[\left(A_\alpha^i - A_\alpha^j \right) f_{ij}^{(0)} + A_\alpha^{ij} \left(f_j^{(0)} - f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(A_\alpha^{ik} f_{kj}^{(0)} - A_\alpha^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \\
 &\quad - \frac{sg}{4p_n} \bar{\varepsilon}^{\mu\alpha\beta} \partial_p^\lambda \left\{ \bar{p}_\beta \left[\left(F_{\alpha\lambda}^i + F_{\alpha\lambda}^j \right) f_{ij}^{(0)} + F_{\alpha\lambda}^{ij} \left(f_j^{(0)} + f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{\alpha\lambda}^{ik} f_{kj}^{(0)} + F_{\alpha\lambda}^{kj} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \right\} \\
 &\quad + \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left\{ p_n \left[\left(F_i^{\bar{\mu}\nu} - F_j^{\bar{\mu}\nu} \right) f_{ij}^{(0)} + F_{ij}^{\bar{\mu}\nu} \left(f_j^{(0)} - f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{ik}^{\bar{\mu}\nu} f_{kj}^{(0)} - F_{kj}^{\bar{\mu}\nu} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \right\} \\
 &\quad - \frac{ig}{8p_n} \partial_p^\nu \left\{ \bar{p}^\mu \left[\left(F_i^{n\nu} - F_j^{n\nu} \right) f_{ij}^{(0)} + F_{ij}^{n\nu} \left(f_j^{(0)} - f_i^{(0)} \right) + \sum_k \left(F_{ik}^{n\nu} f_{kj}^{(0)} - F_{kj}^{n\nu} f_{ik}^{(0)} \right) \right] \delta(p^2) \right\}. \quad (64)
 \end{aligned}$$

一阶动理学方程的非对角元素 ($i \neq j$) 为

$$\begin{aligned}
 0 = & \partial_\mu \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} - \frac{ig}{\hbar} \left[(\mathbf{A}_\mu^i - \mathbf{A}_\mu^j) \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} + \mathbf{A}_\mu^{ij} \left(\mathcal{J}_{jj}^{(1)\mu} - \mathcal{J}_{ii}^{(1)\mu} \right) + \sum_k \left(\mathbf{A}_\mu^{ik} \mathcal{J}_{kj}^{(1)\mu} - \mathbf{A}_\mu^{kj} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu} \right) \right] \\
 & + \frac{g}{2} \partial_p^\nu \left[(\mathbf{F}_{\mu\nu}^i + \mathbf{F}_{\mu\nu}^j) \mathcal{J}_{ij}^{(1)\mu} + \mathbf{F}_{\mu\nu}^{ij} \left(\mathcal{J}_{jj}^{(1)\mu} + \mathcal{J}_{ii}^{(1)\mu} \right) + \sum_k \left(\mathbf{F}_{\mu\nu}^{ik} \mathcal{J}_{kj}^{(1)\mu} + \mathbf{F}_{\mu\nu}^{kj} \mathcal{J}_{ik}^{(1)\mu} \right) \right] \\
 & + \left(\mathbf{G}_{\mu\nu\lambda,i}^{(1)} - \mathbf{G}_{\mu\nu\lambda,j}^{(1)} \right) \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ij}^{(0)\mu} + \mathbf{G}_{\mu\nu\lambda,ij}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \left(\mathcal{J}_{jj}^{(0)\mu} - \mathcal{J}_{ii}^{(0)\mu} \right) \\
 & + \sum_k \left(\mathbf{G}_{\mu\nu\lambda,ik}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{kj}^{(0)\mu} - \mathbf{G}_{\mu\nu\lambda,kj}^{(1)} \partial_p^\nu \partial_p^\lambda \mathcal{J}_{ik}^{(0)\mu} \right). \tag{65}
 \end{aligned}$$

这些表达式和方程具体给出了一阶非对角元素分布函数之间以及非对角元素与对角元素之间的依赖关系, 一般情形下都是耦合在一起的, 但是在规范场只存在对角元素时, 非对角元素与对角元素解耦.

5 总结与展望

本文首先回顾了维格纳函数的基本知识以及前期工作中非阿贝尔动理学方程的推导过程, 在此基础上, 非阿贝尔规范场下的手征动理学理论在嘉当韦尔基下被重新表述. 我们期望本工作能够在描述色自由度的动理学演化方面提供另一个直观形象的理论形式, 为讨论夸克在色相互作用下的非平衡输运问题提供帮助. 当然, 因为色禁闭的原因, 实验上很难甚至不可能去追踪某一个特定色自由度, 但是色的输运和转化可能影响强子化阶段的组合机制, 尤其在最近高能重离子碰撞领域刚刚兴起的对一些奇特强子态的研究, 不同的色链接可能导致不同的奇特强子态结构, 不同色结构的演化可能影响不同奇特强子态的产额. 在当前工作中, 只讨论了夸克的输运过程, 为了描述高能重离子碰撞中产生的夸克胶子等离子体的演化, 非阿贝尔场的胶子输运问题同样重要, 对于非阿贝尔规范场的输运, 可以推广文献 [47–49] 中处理阿贝尔规范场光子场的输运, 为了和夸克输运中嘉当韦尔基保持一致, 非规范场的维格纳函数也要在嘉当韦尔基下展开, 系统地考虑非阿贝尔规范场本身的输运问题是我们工作未来的重点之一.

参考文献

[1] Vilenkin A 1980 *Phys. Rev. D* **22** 3080
 [2] Kharzeev D E, McLerran L D, Warringa H J 2008 *Nucl. Phys. A* **803** 227

[3] Fukushima K, Kharzeev D E, Warringa H J 2008 *Phys. Rev. D* **78** 074033
 [4] Vilenkin A 1978 *Phys. Lett.* **80B** 150
 [5] Kharzeev D, Zhitnitsky A 2007 *Nucl. Phys. A* **797** 67
 [6] Erdmenger J, Haack M, Kaminski M, Yarom A 2009 *JHEP* **0901** 055
 [7] Banerjee N, Bhattacharya J, Bhattacharyya S, Dutta S, Loganayagam R, Surowka P 2011 *JHEP* **1101** 094
 [8] Son D T, Zhitnitsky A R 2004 *Phys. Rev. D* **70** 074018
 [9] Metlitski M A, Zhitnitsky A R 2005 *Phys. Rev. D* **72** 045011
 [10] Gao J H, Liang Z T, Pu S, Wang Q, Wang X N 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 232301
 [11] Stephanov M A, Yin Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 162001
 [12] Son D T, Yamamoto N 2013 *Phys. Rev. D* **87** 085016
 [13] Chen J W, Pu S, Wang Q, Wang X N 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 262301
 [14] Manuel C, Torres-Rincon J M 2014 *Phys. Rev. D* **89** 096002
 [15] Manuel C, Torres-Rincon J M 2014 *Phys. Rev. D* **90** 076007
 [16] Chen J Y, Son D T, Stephanov M A, Yee H U, Yin Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 182302
 [17] Chen J Y, Son D T, Stephanov M A 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 021601
 [18] Hidaka Y, Pu S, Yang D L 2017 *Phys. Rev. D* **95** 091901
 [19] Mueller N, Venugopalan R 2018 *Phys. Rev. D* **97** 051901
 [20] Huang A, Shi S, Jiang Y, Liao J, Zhuang P 2018 *Phys. Rev. D* **98** 036010
 [21] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2018 *Phys. Rev. D* **98** 036019
 [22] Liu Y C, Gao L L, Mameda K, Huang X G 2019 *Phys. Rev. D* **99** 085014
 [23] Lin S, Shukla A 2019 *JHEP* **6** 060
 [24] Gao L L, Huang X G 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 021101
 [25] Peng H H, Zhang J J, Sheng X L, Wang Q 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 116701
 [26] Sun Y, Ko C M, Li F 2016 *Phys. Rev. C* **94** 045204
 [27] Sun Y, Ko C M 2017 *Phys. Rev. C* **95** 034909
 [28] Sun Y, Ko C M 2017 *Phys. Rev. C* **96** 024906
 [29] Sun Y, Ko C M 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014911
 [30] Sun Y, Ko C M 2019 *Phys. Rev. C* **99** 011903
 [31] Zhou W H, Xu J 2018 *Phys. Rev. C* **98** 044904
 [32] Zhou W H, Xu J 2019 *Phys. Lett. B* **798** 134932
 [33] Liu S Y F, Sun Y, Ko C M 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 062301
 [34] Stone M, Dwivedi V 2013 *Phys. Rev. D* **88** 045012
 [35] Akamatsu Y, Yamamoto N 2014 *Phys. Rev. D* **90** 125031
 [36] Hayata T, Hidaka Y 2017 *PTEP* **2017** 073101
 [37] Mueller N, Venugopalan R 2019 *Phys. Rev. D* **99** 056003
 [38] Luo X L, Gao J H 2021 *JHEP* **11** 115
 [39] Yang D L 2022 *JHEP* **06** 140

- [40] Heinz U W 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 351
 [41] Elze H T, Gyulassy M, Vasak D 1986 *Phys. Lett. B* **177** 402
 [42] Elze H T, Gyulassy M, Vasak D 1986 *Nucl. Phys. B* **276** 706
 [43] Elze H T, Heinz U W 1989 *Phys. Rept.* **183** 81
 [44] Ezawa Z F, Iwazaki A 1982 *Phys. Rev. D* **25** 2681
 [45] Ezawa Z F, Iwazaki A 1982 *Phys. Rev. D* **26** 631
 [46] Gyulassy M, Iwazaki A 1985 *Phys. Lett. B* **165** 157
 [47] Huang X G, Mitkin P, Sadofyev A F, Speranza E 2020 *JHEP* **10** 117
 [48] Hattori K, Hidaka Y, Yamamoto N, Yang D L 2021 *JHEP* **2** 1
 [49] Lin S 2022 *Phys. Rev. D* **105** 076017

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Non-Abelian chiral kinetic equations in the Cartan-Weyl basis^{*}

Luo Xiao-Li Gao Jian-Hua[†]

(*Shandong Provincial Key Laboratory of Optical Astronomy and Solar-Terrestrial Environment,
 School of Space Science and Physics, Shandong University, Weihai 264209, China*)

(Received 31 December 2022; revised manuscript received 10 April 2023)

Abstract

Non-Abelian gauge field is the fundamental element of the standard model. Non-Abelian chiral kinetic theory can be used to describe how the chiral fermions in standard model transport in a non-equilibrium system.

In our previous work, we decomposed the non-Abelian chiral kinetic equations into color singlet and multiplet in the $SU(N)$ color space. In this formalism, the chiral kinetic equations preserve the gauge symmetry in a very apparent way. However, sometimes we need to describe the microscopic process of the specific color degree, e.g. the color connection in the hadronization stage. In order to describe such a process, it will be more convenient to decompose the non-Abelian chiral kinetic equations in the Cartan-Weyl basis.

In this work, we choose the matrix elements of the Wigner function in fundamental representation of color space as the direct variables and decompose the gauge field or strength tensor field in the Cartan-Weyl basis. By using the covariant gradient expansion, we decompose the non-Abelian chiral kinetic equations into the coupled kinetic equations for diagonal distribution function and non-diagonal distribution function up to the first order. When only diagonal elements exist in the gauge field with non-diagonal elements and diagonal elements decoupled, the non-Abelian chiral kinetic equation will be reduced to the form in the Abelian case. When the non-diagonal elements of the gauge field are present, the kinetic equations are totally tangled between diagonal distribution function and non-diagonal distribution function. Especially, the 0th-order non-diagonal distribution function could induce the 1st-order diagonal Wigner function, and the 0th-order diagonal distribution function could also induce the 1st-order non-diagonal Wigner function.

Keywords: non-Abelian field, Wigner function, chiral kinetic equation

PACS: 25.75.Nq, 12.38.Mh

DOI: 10.7498/aps.72.20222471

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11890710, 11890713, 12175123).

† Corresponding author. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

相对论自旋流体力学*

浦实¹⁾ 黄旭光^{2)†}

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

2) (复旦大学物理学系, 粒子物理与场论中心, 核物理与离子束应用教育部重点实验室, 上海理论核物理中心, 上海 200433)

(2023 年 1 月 8 日收到; 2023 年 1 月 30 日收到修改稿)

近年来, 随着重离子碰撞实验中超子自旋极化与矢量介子自旋排列现象的发现, 关于夸克胶子物质中自旋输运的理论研究也得到蓬勃发展, 其中包括相对论自旋流体力学, 它是描述自旋输运的流体力学理论. 本文对相对论自旋流体力学的近期发展进行了综述, 主要包括以下内容: 1) 相对论自旋流体力学基本方程的推导, 包括宏观的唯象学推导、基于有效场论的推导以及基于输运理论的推导; 2) 该理论框架的一些特殊性质, 包括能动量张量中的反对称结构以及赝规范变换性质等; 3) 在 Bjorken 和 Gubser 膨胀体系中的解析解及其对于重离子碰撞物理的意义.

关键词: 自旋流体力学, 超子自旋极化, 相对论重离子碰撞

PACS: 12.38.Mh, 25.75.-q, 47.10.-g

DOI: 10.7498/aps.72.20230036

1 引言

相对于某一惯性系旋转的流体在自然界和实验室中是很常见的. 这样的流体可以在不同的空间尺度上出现, 大到转动星系, 小到超流体中的量子涡旋. 最近, 人们发现相对论重离子碰撞中产生的夸克-胶子等离子体 (QGP) 就是这样一种旋转的流体. 不但如此, 如果以 (非相对论性) 流体涡度

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \boldsymbol{v} \quad (1)$$

来度量, QGP 可以呈现 $|\boldsymbol{\omega}| \sim 10^{21} \text{ s}^{-1}$ 的流体涡旋 (流体涡旋即流体的定域转动, 涡度刻画了该转动的角速度)^[1,2]. 这使得 QGP 成为目前已知的 (定域) 转动最快的流体. 流体涡旋一个直接的物理结果是会造成自旋极化现象的出现, 即流体中粒子的自旋将倾向于沿着流体涡旋的方向排列. 这可以通过自旋和转动的耦合 Hamilton 量 $H \sim -\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{S}$ (其

中, \boldsymbol{S} 表示自旋) 直接看出: 当自旋与涡旋方向一致时将降低体系的能量. 在重离子碰撞物理领域, 这意味着夸克在 QGP 中会出现自旋极化, 进而在 QGP 强子化后造成强子的自旋极化或自旋排列现象. 关于这一可能性, 最早是中国科学家梁作堂教授和王新年教授^[3,4] 在 2004 年提出的, 并在 2017 年被相对论重离子对撞机 (RHIC) 上的 STAR 实验组在 Au + Au 碰撞实验中的 Λ 超子上首次观察到^[5]. 最近 (2021 年), 又在 Ξ^- 和 Ω^- 超子上观测到^[6]. 在 2022 年, 自旋排列现象也在 ϕ 介子和 J/ψ 介子上被观察到^[7-10]. 虽然对于这些观测结果还存在一些有待于理论上深入理解的地方 (见综述文章^[11-18] 中的讨论), 但它们毫无疑问地显示 QGP 中是存在自旋极化和自旋输运现象的. 最近几年, 对于 QGP 中自旋极化和输运的理论研究也伴随着实验的进展向更广更深的方面发展, 其中特别值得关注的是自旋输运理论和自旋流体力学理论的发展. 本文将主要集中于自旋流体力学的讨论, 而关于自旋

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1604900)、国家自然科学基金 (批准号: 12225502, 12075061, 12147101, 12075235, 12135011) 和上海市自然科学基金 (批准号: 20ZR1404100) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: huangxuguang@fudan.edu.cn

输运理论, 读者可以从文献中获得相关介绍, 如综述 [19,20] 及其所引用的文献. 除此以外, 自旋流体力学也在其他领域受到广泛关注, 如在凝聚态物理领域中, 人们发现流体材料中的自旋输运现象 [21], 在冷原子领域也有相关讨论 [22] 等, 这里不再展开讨论.

2 采用熵增原理推导相对论自旋流体力学

2.1 正则形式的相对论自旋流体

相对论流体力学是描述相对论多体系统的一种有效理论. 当系统宏观时间和空间尺度远大于微观尺度下粒子平均自由程时, 相对论流体力学可以较好地描述系统整体演化等. 在相对论流体力学中, 动力学变量是能量-动量密度、粒子数密度等各类守恒量的密度, 而对应的守恒定律即是相对论流体力学方程. 相对论流体力学可以通过对物理学量的梯度展开来构造. 通常情况下, 梯度展开的领头阶对应着相对论理想流体力学, 而高阶项则包含着热传导、粒子扩散、黏滞效应等耗散过程.

相对论自旋流体力学则是将系统角动量演化也纳入整体演化之中, 即要考虑能-动量守恒和角动量守恒定律. 除此之外, 若体系的动力学过程还具有内部对称性 (比如 $U(1)$ 重子数守恒), 也需要考虑对应守恒荷的守恒定律. 本文将首先回顾由能-动量守恒、角动量守恒和粒子数守恒这三种守恒定律确定的相对论流体力学形式. 由于在量子场论体系中, 从总角动量中定义出自旋角动量具有一定任意性, 为了确定起见, 本文选取正则形式的自旋角动量, 并得到在正则形式的相对论自旋流体力学 [23,24].

首先, 粒子数守恒、能-动量守恒以及总角动量守恒方程分别是:

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad \partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_\lambda J_{\text{can}}^{\lambda\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

其中, j^μ 是粒子流矢量, $\Theta^{\mu\nu}$ 和 $J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu}$ 分别是正则形式的能动量张量和总角动量流张量. 总角动量流 $J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu}$ 通常具有如下形式:

$$J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu} = x^\mu \Theta^{\alpha\nu} - x^\nu \Theta^{\alpha\mu} + \Sigma^{\alpha\mu\nu}, \quad (3)$$

式中最后一项 $\Sigma^{\alpha\mu\nu}$ 与轨道运动无关, 称为正则形式的自旋流张量. 将 (3) 式代入总角动量守恒方程 $\partial_\lambda J_{\text{can}}^{\lambda\mu\nu} = 0$, 并结合能-动量守恒方程 $\partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0$,

可以得到

$$\partial_\alpha \Sigma^{\alpha\mu\nu} = -2\Theta^{[\mu\nu]}, \quad (4)$$

其中 $[ab]$ 表示对指标 a, b 反对称化. (4) 式说明, 相对论性量子系统自旋并不会单独守恒, 只有总角动量是守恒的, 而自旋和轨道角动量可以发生相互转化.

可以对 j^μ , $\Theta^{\mu\nu}$ 和 $\Sigma^{\alpha\mu\nu}$ 做张量分解. 首先, 对于 j^μ 和 $\Theta^{\mu\nu}$, 可以得到 (除第 3 节外, 选取 Minkowski 时空度规 $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$):

$$j^\mu = nu^\mu + j_{(1)}^\mu, \quad (5)$$

$$\Theta^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu - Pg^{\mu\nu} + \Theta_{(1)}^{\mu\nu}, \quad (6)$$

其中 n, ε 和 P 分别是粒子数密度、能量密度和压强, 对应于梯度展开中的领头阶 (即 $O(1)$ 阶). 下标 (1) 代表梯度展开中 $O(\partial)$ 阶, $j_{(1)}^\mu$ 和 $\Theta_{(1)}^{\mu\nu}$ 与速度 u^μ 垂直. $\Theta_{(1)}^{\mu\nu}$ 还能进一步地分解为

$$\Theta_{(1)}^{\mu\nu} = 2h^{(\mu} u^{\nu)} + \pi^{\mu\nu} + 2q^{[\mu} u^{\nu]} + \phi^{\mu\nu}, \quad (7)$$

其中 (ab) 表示对指标 a, b 做对称化. 新引入的量满足以下恒等式:

$$h^\mu u_\mu = q^\mu u_\mu = \pi^{\mu\nu} u_\nu = \phi^{\mu\nu} u_\nu = \pi^{[\mu\nu]} = \phi^{(\mu\nu)} = 0. \quad (8)$$

可以看到, $\Theta_{(1)}^{\mu\nu}$ 的对称部分包含热流矢量 h^μ 和黏滞张量 $\pi^{\mu\nu}$, 在不包含自旋的普通相对论流体中也有这两项. 而 $\Theta_{(1)}^{\mu\nu}$ 的反对称部分是正则形式的相对论自旋流体所特有的, 引入它们可以方便地描述系统中的自旋和轨道角动量相互转化过程, 即 (4) 式. 其次, 对于自旋流 $\Sigma^{\alpha\mu\nu}$, 可以模仿 (5) 式, 做如下分解:

$$\Sigma^{\alpha\mu\nu} = u^\alpha S^{\mu\nu} + \Sigma_{(1)}^{\alpha\mu\nu}, \quad (9)$$

其中, $S^{\mu\nu} = u_\alpha \Sigma^{\alpha\mu\nu} \sim O(1)$, 表示定域的自旋密度, 而 $\Sigma_{(1)}^{\alpha\mu\nu} \sim O(\partial)$ 属于高阶修正. 需要注意的是, 因为 $\Sigma^{\alpha\mu\nu}$ 关于后两个指标反对称, 所以 $S^{\mu\nu}$ 是一个反对称张量, 共有 6 个自由度.

为了描述轨道-自旋的耦合对系统能量的修正, 需将热力学关系进行扩展. 类比粒子数 n 和粒子化学势 μ 的关系, 可引入与自旋密度 $S^{\mu\nu}$ 相应的自旋化学势 $\omega_{\mu\nu} \sim O(\partial)$, 并且将热力学关系修改为 [23,24]

$$\varepsilon + P = Ts + \mu n + \omega_{\mu\nu} S^{\mu\nu}, \quad (10)$$

$$d\varepsilon = Tds + \mu dn + \omega_{\mu\nu} dS^{\mu\nu}, \quad (11)$$

$$dP = sdT + nd\mu + S^{\mu\nu} d\omega_{\mu\nu}, \quad (12)$$

其中 T 和 s 分别是定域温度和熵密度.

类比普通相对论流体中的熵流密度^[25], 可以得到正则形式的含有自旋修正的熵流密度^[24]:

$$\begin{aligned} S_{\text{can}}^\mu &= \frac{u_\nu}{T} \Theta^{\mu\nu} + \frac{P}{T} u^\mu - \frac{\mu}{T} j^\mu - \frac{1}{T} \omega_{\rho\sigma} S^{\rho\sigma} u^\mu + O(\partial^2) \\ &= s u^\mu + \frac{u_\nu}{T} \Theta_{(1)}^{\mu\nu} - \frac{\mu}{T} j_{(1)}^\mu + O(\partial^2), \end{aligned} \quad (13)$$

式中第一项 $s u^\mu$ 是系统达到平衡时的熵流密度, 其余项是系统处于近平衡态时的修正. 需要注意的是, 近平衡时的熵流是不唯一的. 这是因为在 (13) 式中任加一项散度为零的项都不会改变熵产生率 $\partial_\mu S_{\text{can}}^\mu$ 的正定性, 从而也不违背热力学第二定律.

下面利用热力学第二定律来求出关于 h^μ , $\pi^{\mu\nu}$, q^μ , $\phi^{\mu\nu}$ 的本构方程. 根据熵流的表达式 (13), 可以计算出熵产生率为

$$\begin{aligned} \partial_\mu S_{\text{can}}^\mu &= \left(h^\mu - \frac{\varepsilon + P}{n} j_{(1)}^\mu \right) \left(\partial_\mu \frac{1}{T} + \frac{1}{T} D u_\mu \right) \\ &\quad + \frac{1}{T} \pi^{\mu\nu} \partial_\mu u_\nu + q^\mu \left(\partial_\mu \frac{1}{T} - \frac{1}{T} D u_\mu \right) \\ &\quad + \frac{4}{T} \omega_{\mu\nu} u^\nu \Big) + \frac{1}{T} \phi^{\mu\nu} (\partial_\mu u_\nu + 2\omega_{\mu\nu}) \end{aligned} \quad (14)$$

在推导 (14) 式的过程中, 需要用到 (2) 式中的守恒方程. 热力学第二定律要求 $\partial_\mu S_{\text{can}}^\mu \geq 0$, (14) 式的右边必须凑成半正定的二次型. 由此得到:

$$h^\mu - \frac{\varepsilon + P}{n} j_{(1)}^\mu = \kappa [T^{-1} \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu T - (u \cdot \partial) u^\mu], \quad (15)$$

$$\pi^{\mu\nu} = 2\eta \partial^{(\mu} u^{\nu)} + \zeta \Delta^{\mu\nu} (\partial \cdot u), \quad (16)$$

$$q^\mu = \lambda [T^{-1} \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu T + (u \cdot \partial) u^\mu - 4\omega^{\mu\nu} u_\nu], \quad (17)$$

$$\phi^{\mu\nu} = -\gamma (\Omega^{\mu\nu} - 2T^{-1} \Delta^{\mu\alpha} \Delta^{\nu\beta} \omega_{\alpha\beta}), \quad (18)$$

其中 $\langle \mu\nu \rangle$ 表示对指标 μ, ν 取无迹对称化, $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$,

$$\Omega^{\mu\nu} = -\Delta^{\mu\rho} \Delta^{\nu\sigma} \partial_{[\rho} (\beta u_{\sigma]}) \quad (19)$$

被称作热涡度张量^[26]. (15)—(18) 式新引入的输运系数 $\kappa, \eta, \zeta, \lambda, \gamma$ 都是非负数. κ, η, ζ 分别代表通常所说的热导率、剪切黏滞系数、体积黏滞系数, 而 λ, γ 是自旋流体中特有的, 它们和自旋与轨道角动量的相互转化有关. 不难发现, (15) 式和 (16) 式不含与自旋有关的项, 它们与普通流体中的相应表达式相同. 而 (17) 式和 (18) 式则显含自旋化学势 $\omega_{\mu\nu}$, 这两式表明, 流体中的转动、温度梯度以及自旋化学势共同作用导致系统自旋的变化.

将 (15)—(18) 式代入 (2) 式, 就得到具有耗散

效应的自旋流体力学方程. 在上面的讨论中, 可以发现在 $\partial_\mu S_{\text{can}}^\mu$ 中 $\Sigma_{(1)}^{\alpha\mu\nu}$ 仅出现在 $O(\partial^3)$ 阶. 这导致无法在目前截断下得到 $\Sigma_{(1)}^{\alpha\mu\nu}$ 表达式.

2.2 Belinfante 形式相对论自旋流体

上一节中假设了能动量张量 $\Theta^{\mu\nu}$ 具有非零的反对称分量, 并将 $J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu}$ 按 (3) 式分解出非零自旋流 $\Sigma^{\alpha\mu\nu}$. 但是这种假设并不对所有可能的能动量张量和总角动量流都成立. 下面对 $\Theta^{\mu\nu}$ 和 $J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu}$ 做赝规范变换.

首先, 通过如下变换引入 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$:

$$\mathcal{T}^{\mu\nu} = \Theta^{\mu\nu} + \partial_\lambda K^{\lambda\mu\nu}, \quad (20)$$

$$K^{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2} (\Sigma^{\lambda\mu\nu} - \Sigma^{\mu\lambda\nu} - \Sigma^{\nu\mu\lambda}). \quad (21)$$

注意到 $\Sigma^{\lambda\mu\nu}$ 关于后两个指标反对称, 所以 $K^{\lambda\mu\nu}$ 是全反对称张量. 由此不难验证, $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 的反对称部分严格为零, 而且 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 本身满足守恒方程

$$\partial_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} = \partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0. \quad (22)$$

因此, $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 也是守恒量. 区别于正则形式下的能动量张量 $\Theta^{\mu\nu}$, 我们将 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 称为 Belinfante 形式的能动量张量. 可以类似地引入

$$\mathcal{J}^{\alpha\mu\nu} \equiv J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu} + \partial_\rho (x^\mu K^{\rho\alpha\nu} - x^\nu K^{\rho\alpha\mu}), \quad (23)$$

其也满足守恒方程

$$\partial_\alpha \mathcal{J}^{\alpha\mu\nu} = \partial_\alpha J_{\text{can}}^{\alpha\mu\nu} = 0. \quad (24)$$

我们将其称为 Belinfante 形式的总角动量流. 进一步地, 利用 (20) 式可以把 (23) 式写成

$$\mathcal{J}^{\alpha\mu\nu} = x^\mu \mathcal{T}^{\alpha\nu} - x^\nu \mathcal{T}^{\alpha\mu}. \quad (25)$$

我们发现 Belinfante 形式的能动量张量 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 反对称部分严格为零, Belinfante 形式的总角动量流 $\mathcal{J}^{\alpha\mu\nu}$ 的分解 (25) 式中不显含自旋部分. 所以 2.1 节中采用的正则分解对 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 和 $\mathcal{J}^{\alpha\mu\nu}$ 不再成立, 但是这并不意味着在 Belinfante 形式下无法看到自旋的修正.

接下来讨论 Belinfante 形式的相对论自旋流体. 直接从 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 和 $\Theta^{\mu\nu}$ 的关系式 (20) 出发得到

$$\begin{aligned} \mathcal{T}^{\mu\nu} &= \Theta^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\lambda (u^\lambda S^{\mu\nu} - u^\mu S^{\lambda\nu} + u^\nu S^{\mu\lambda}) + O(\partial^2) \\ &= \Theta^{(\mu\nu)} + \frac{1}{2} \partial_\lambda (u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda}) + O(\partial^2), \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\Theta^{(\mu\nu)}$ 与 2.1 节中的 (7) 式相同. (26) 式中与自旋相关的项还可以进一步分解成以下形式:

$$\frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda}) = \delta\varepsilon u^\mu u^\nu + 2\delta h^{(\mu} u^{\nu)} + \delta\pi^{\mu\nu}, \quad (27)$$

其中 $\delta\varepsilon, \delta h^\mu, \delta\pi^{\mu\nu}$ 的具体表达式为

$$\delta\varepsilon = u_\rho \partial_\sigma S^{\rho\sigma}, \quad (28)$$

$$\delta h^\mu = \frac{1}{2}[\Delta_\sigma^\mu \partial_\lambda S^{\sigma\lambda} + u_\rho S^{\rho\lambda} \partial_\lambda u^\mu], \quad (29)$$

$$\delta\pi^{\mu\nu} = \partial_\lambda(u^{(\mu} S^{\nu)\lambda}) + \delta\Pi \Delta^{\mu\nu}, \quad (30)$$

$$\delta\Pi = \frac{1}{3}\partial_\lambda(u^\sigma S^{\rho\lambda})\Delta_{\rho\sigma}. \quad (31)$$

(31) 式的 $\delta\Pi$ 是体黏滞修正. 根据 (26) 式, 可以将 $\delta\varepsilon, \delta h^\mu, \delta\pi^{\mu\nu}$ 看作是自旋对能量密度 ε 、热流矢量 h^μ 、黏滞张量 $\pi^{\mu\nu}$ 的修正. 因此, 我们发现 Belinfante 形式的 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 的反对称部分为零, 这并不表示 Belinfante 形式下没有自旋, 自旋的存在会影响 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 的对称部分, 最终表现为对能量密度、热流矢量和黏滞张量的修正 ((28)—(31) 式).

现在, 对 Belinfante 形式的自旋流体进行熵流分析, 可以看到源于正则能动量张量 $\Theta^{\mu\nu}$ 的反对称部分 q^μ 和 $\phi^{\mu\nu}$ 也会出现在 Belinfante 形式的自旋流体中. 类似正则形式的熵流 (13) 式, 这里假设 Belinfante 形式的熵流为

$$\begin{aligned} S^\mu &= \frac{u_\nu}{T}\mathcal{T}^{\mu\nu} + \frac{P}{T}u^\mu - \frac{\mu}{T}j^\mu - \frac{1}{T}\omega_{\rho\sigma}S^{\rho\sigma}u^\mu + O(\partial^2) \\ &= su^\mu + \frac{u_\nu}{T}\mathcal{T}_{(1)}^{\mu\nu} - \frac{\mu}{T}j_{(1)}^\mu + O(\partial^2), \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\mathcal{T}_{(1)}^{\mu\nu}$ 的定义是

$$\mathcal{T}_{(1)}^{\mu\nu} \equiv 2h^{(\mu} u^{\nu)} + \pi^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda}). \quad (33)$$

据此可以求出相应的熵产生率:

$$\begin{aligned} \partial_\mu S^\mu &= \left(h^\mu - \frac{\varepsilon + P}{n}j_{(1)}^\mu\right) \left(\partial_\mu \frac{1}{T} + \frac{1}{T}Du_\mu\right) \\ &\quad + \frac{1}{T}\pi^{\mu\nu}\partial_\mu u_\nu + \Delta + O(\partial^2), \end{aligned} \quad (34)$$

其中 Δ 的表达式为

$$\Delta \equiv \frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda})\partial_\mu \left(\frac{u_\nu}{T}\right) - \frac{\omega_{\rho\sigma}}{T}\partial_\lambda(u^\lambda S^{\rho\sigma}). \quad (35)$$

注意到, 精确到 $O(\partial^2)$ 阶时, $\partial_\lambda K^{\lambda\mu\nu} = 0$ 可以写成

$$\partial_\mu \partial_\lambda(u^\lambda S^{\mu\nu} + u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda}) = 0. \quad (36)$$

将 (36) 式代入 (35) 式, Δ 可以改写为

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{2}\partial_\mu \left[\partial_\lambda(u^\lambda S^{\mu\nu} + u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda})\frac{u_\nu}{T}\right] \\ &\quad - \frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\lambda S^{\rho\sigma}) \left[\partial_\rho \left(\frac{u_\sigma}{T}\right) + 2\frac{\omega_{\rho\sigma}}{T}\right]. \end{aligned} \quad (37)$$

为了保证热力学第二定律, 将 (37) 式中的全导数项吸收到熵流的定义中去, 也就是重新定义 Belinfante 形式的熵流 S'^μ :

$$S'^\mu \equiv S^\mu - \frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\lambda S^{\mu\nu} + u^\mu S^{\nu\lambda} + u^\nu S^{\mu\lambda})\frac{u_\nu}{T}. \quad (38)$$

如果再将 $-\frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\lambda S^{\rho\sigma})$ 分解成

$$-\frac{1}{2}\partial_\lambda(u^\lambda S^{\rho\sigma}) = 2q^{[\mu} u^{\nu]} + \phi^{\mu\nu}, \quad (39)$$

并代入到 (37) 式中, 不难发现 $\partial_\mu S'^\mu$ 与正则形式 (14) 式中的 $\partial_\mu S_{\text{can}}^\mu$ 完全一样. 因此通过 $\partial_\mu S'^\mu \geq 0$, 也可以得到 (15)—(18) 式中的本构方程.

最后, 对上面的熵流分析做几点说明. 首先, (37) 式中出现的全导数项类似文献 [27, 28] 中的 V^μ . 其中, 由 V^μ 引起的改变源于流体有效场论方法中的动力学 Kubo-Martin-Schwinger (KMS) 条件. 其次, (38) 式中的变换类似于文献 [29] 中对反常流体的处理. 在文献 [29] 中为了使得熵产生率非负, 与涡度有关的项被人为引入熵流表达式中. 最后, 我们强调, 由赝规范变换联系的不同的能动量张量会导出不同的熵流, 如 S_{can}^μ 和 S^μ , 它们在平衡态时是等价的, 而在非平衡态时, 由于耗散项的出现, 它们不再等价 [30–32].

下面讨论 Belinfante 形式下自旋对各个物理量修正的含义. 根据相对论流体力学的一般理论, 非平衡态时的流体元速度 u^μ 不是唯一确定的, 选择特定的 u^μ 对应于选择特定的流速系. 可以证明在各种可能的流速系中能量密度 ε 和黏滞张量 $\pi^{\mu\nu}$ 都不为零 [25,33], 从而在所有的流速系中都可以将 (28) 式和 (30) 式中的 $\delta\varepsilon$ 和 $\delta\pi^{\mu\nu}$ 理解为对能量密度和黏滞张量的自旋修正. 但是, 热流 h^μ 在常用的 Landau 系中严格为零, 此时 δh^μ 不能再解释成热流修正. 下面讨论 Landau 系中 δh^μ 的物理意义.

首先简要证明 Landau 系中热流为零. 为了便于区分, 下面将用“L”来标记在该系中定义的物理量. 在 Landau 系中, 精确到 $O(\partial)$ 阶, 速度 u_L^μ 满足 [25,33]

$$\Delta_{\rho\mu}^L \mathcal{T}^{\mu\nu} u_{L,\nu} = 0. \quad (40)$$

Landau 系速度 u_L^μ 与一般系中的速度 u^μ 的关系为

$$u_L^\mu = u^\mu + \frac{1}{\varepsilon + P}(h^\mu + \delta h^\mu). \quad (41)$$

再将 (40) 和 (41) 式代入 (26) 式, 发现 Landau 系中的 $\mathcal{T}^{\mu\nu}$ 可以写成如下形式:

$$\mathcal{T}^{\mu\nu} = (\varepsilon + \delta\varepsilon)u_L^\mu u_L^\nu - (P + \delta\Pi)\Delta_L^{\mu\nu} + \pi_L^{\mu\nu} + \delta\pi_L^{\mu\nu} + O(\partial^2). \quad (42)$$

从中可以看出 Landau 系中 $T^{\mu\nu}$ 的表达式里确实不出现热流项 h_L^μ , 等价于 $h_L^\mu = 0$. 其次, 我们发现 Landau 系中缺失的热流项其实是被吸收到了 $j_{L(1)}^\mu$ 的表达式中:

$$j_{L(1)}^\mu = \left(j_{(1)}^\mu - \frac{n}{\varepsilon + P} h^\mu \right) + \delta j_{(1)}^\mu, \quad (43)$$

$$\delta j_{(1)}^\mu = -\frac{n}{\varepsilon + P} \delta h^\mu. \quad (44)$$

(43) 式中的第一项 $\left(j_{(1)}^\mu - \frac{n}{\varepsilon + P} h^\mu \right)$ 不随流速系的改变而改变^[25]. 这可以通过流体运动方程和热力学关系来证明. (43) 式中的第二项 $\delta j_{(1)}^\mu$ 是与 δh^μ 有关的自旋修正项. 为了阐明其物理意义, 先把 $S^{\mu\nu}$ 分解如下:

$$S^{\mu\nu} = 2\mathbf{s}^{[\mu} u^{\nu]} - \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\rho S_\sigma, \quad (45)$$

其中 $u_\mu \mathbf{s}^\mu = u_\mu S^\mu = 0$. 然后再取非相对论极限, 即 $u^\mu = (1, \mathbf{v})$ 且 $\mathbf{v} \rightarrow 0$. 保留到速度 \mathbf{v} 的一阶项, $\delta j_{(1)}^\mu$ 的空间分量可以写成如下形式:

$$\delta j_{(1)} = -\frac{n}{2(\varepsilon + P)} [\nabla \times \mathbf{S} + \dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{S} + (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{s} - 2(\mathbf{s} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \dot{\mathbf{s}}]. \quad (46)$$

从中可以看出, 在 Landau 系中自旋会诱导出一项与自旋涡旋 $\nabla \times \mathbf{S}$ 有关的流, 这和量子自旋涡度理论^[34] 得出的结论一致.

本节回顾了正则和 Belinfante 形式的相对论自旋流体力学. 这两种形式的能动量张量和总角动量流由赝规范变换相联系. 正则形式的能动量张量含有反对称项, Belinfante 形式的能动量张量是对称的. 通过计算, 我们发现两种形式下的运动方程是等价的, 但是相应的熵产生率会相差一个全导数项. 此外, 还发现在 Belinfante 形式的能量密度 ε 、热流矢量 h^μ 、黏滞张量 $\pi^{\mu\nu}$ 都有相应的自旋修正项 $\delta\varepsilon, \delta h^\mu, \delta\pi^{\mu\nu}$. 需要注意的是, 在 Landau 系中 h^μ 为零, 自旋修正项 δh^μ 不再是对热流的修正, 而是对粒子流的修正, 它诱导出了正比于自旋涡度的一阶流 $\delta j_{(1)} \propto \nabla \times \mathbf{S}$. 上述结果在重离子物理唯象学方面的应用还需要进一步的研究.

3 采用有效场论推导相对论自旋流体力学

作为一种低能有效理论, 流体力学方程是通过一般的有效场论方法得到的. 关于这种推导流

体力学的方法的一般性论述可以在文献^[33, 35] 中找到. 在这一框架中, 能动量张量 $T^{\mu\nu}$ 是作为度规场 $g_{\mu\nu}$ 的源引入的, 而守恒流 J^μ 是作为规范场 A_μ 的源引入的. 不难想象, 自旋流体力学也可以通过这种方法得到, 正如下面将要论述的. 但这时要注意的是, 自旋流张量是自旋联络 ω_μ^{ab} (时空挠率密切相关) 的源, 从而必须考虑具有挠率的时空背景, 即 Einstein-Cartan 几何. 由于挠率的存在, 一般情况下仿射联络不是 Levi-Civita 联络, 而是具有一个反对称部分, 从而使得能动量张量不适合于作为度规场 $g_{\mu\nu}$ 的源, 而是作为标架场 e^a_μ 的源引入的 (这里为了区分, 用 Θ^a_μ 来表示能动量张量)^[36]:

$$\delta W[e^a_\mu, \omega_\mu^{ab}] = \int d^4 x e \left(\Theta^a_\mu \delta e^a_\mu - \frac{1}{2} \Sigma^{\mu}_{ab} \delta \omega_\mu^{ab} \right), \quad (47)$$

其中, $W[e^a_\mu, \omega_\mu^{ab}]$ 为在背景场 e^a_μ, ω_μ^{ab} 中的有效作用量, e 为标架场的行列式. 由于涉及到弯曲时空的文献中大都采用具有正的号差的度规 (与其他节中的习惯相反), 这里延续这种习惯, 从而对于 Minkowski 度规 $\eta_{ab} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$, 而用 $g_{\mu\nu}$ 表示一般完全时空的度规. 为了简便, 这里没有考虑可能的对应某种内部对称性的守恒流 j^μ . 原本对应于 $\Theta^{\mu\nu}$ 和总角动量 $J^{\mu\rho\sigma}$ 的守恒律这时变为关于 Θ^a_μ 和 Σ^{μ}_{ab} 的与一般坐标变换和定域 Lorentz 变换不变性关联的 Ward 恒等式. 下面来推导这些 Ward 恒等式. 考虑一个无穷小坐标变换和无穷小的定域 Lorentz 变换, 它们分别用参量 $\xi^\mu(x)$ 和 $\alpha^{ab}(x) = -\alpha^{ba}(x)$ 表征. 标架场和自旋联络中的坐标指标 μ 和定域 Lorentz 指标 a, b 等分别参与这两种变换, 从而

$$\delta e^a_\mu = \xi^\nu \partial_\nu e^a_\mu + e^a_\nu \partial_\mu \xi^\nu - \alpha^a_b e^b_\mu, \quad (48)$$

$$\delta \omega_\mu^a_b = \xi^\nu \partial_\nu \omega_\mu^a_b + \omega_\nu^a_b \partial_\mu \xi^\nu + \partial_\mu \alpha^a_b - \alpha^a_c \omega_\mu^c_b + \alpha^c_b \omega_\mu^a_c. \quad (49)$$

代入 (47) 式得到

$$\delta W = \int d^4 x e \left\{ \frac{1}{2} \alpha^{ab} [\Theta_{ab} - \Theta_{ba} + (D_\mu - G_\mu) \Sigma^{\mu}_{ab}] - \xi^a \left[(D_\mu - G_\mu) \Theta^a_\mu + \Theta^a_b T^b_{\mu a} - \frac{1}{2} \Sigma^{\mu}_{bc} R^b_{c\mu a} \right] \right\}, \quad (50)$$

其中 $T^{\rho}_{\mu\nu} = \Gamma^{\rho}_{\mu\nu} - \Gamma^{\rho}_{\nu\mu}$ 为时空挠率, $G_\mu = T^{\nu}_{\nu\mu}$, R^a_{bcd} 为 Riemann 曲率, D_μ 表示协变导数, 比如

$$D_\mu A^a_\nu = \partial_\mu A^a_\nu + \Gamma^{\rho}_{\mu\nu} A^a_\rho - \omega^b_{\mu a} A^a_\nu. \quad (51)$$

因为变换 (48) 式和 (49) 式都是 W 的对称性, 所以 $\delta W = 0$ 对于任意的 x^μ 和 α^{ab} 都必须成立, 从而给出

$$(D_\mu - G_\mu)\Theta_a^\mu = -\Theta_b^\mu T_{\mu a}^b + \frac{1}{2}\Sigma_b^{\mu c} R_{c\mu a}^b, \quad (52)$$

$$(D_\mu - G_\mu)\Sigma_{ab}^\mu = \Theta^{ba} - \Theta^{ab}. \quad (53)$$

这些就是要得到的 Ward 恒等式, 它们在平直时空中就回到了表示能-动量守恒和角动量守恒的守恒律方程 (2) 和 (4).

先考虑处于平衡态下的流体, 其结果对应着理想流体力学. 当我们说系统处于平衡态, 实际上是指存在一个类时的 Killing 矢量 V^μ , 使得对于任何的观测量有 $\mathcal{L}_V(\dots) = 0$, 这里 \mathcal{L} 表示李导数. 对于正则系综而言, 这种平衡态将由温度 T , 流体流速 u^μ , 自旋化学势 μ^{ab} 来表征^①. 它们与 V^μ 以及背景场有如下关系:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{-V^2}}, \quad u^\mu = \frac{V^\mu}{\sqrt{-V^2}}, \quad \mu^{ab} = \frac{V^\mu \omega_\mu^{ab} + \theta_V^{ab}}{\sqrt{-V^2}}, \quad (54)$$

其中 T_0 是一个具有温度量纲的常数, θ_V^{ab} 是一个定域 Lorentz 变换下的规范参量, 它的引入是为了使得 μ^{ab} 成为定域 Lorentz 变换下的张量, u^μ 将被认作流体的速度. 下面来确定平衡态条件, 在取规范 $\theta_V^{ab} = 0$ 时, 它们由 Killing 条件 $\mathcal{L}_V g_{\mu\nu} = 0$ 和 $\mathcal{L}_V e_\mu^a = \mathcal{L}_V \omega_{ab}^\mu = 0$ 确定. 直接计算得到

$$0 = \mathcal{L}_V g_{\mu\nu} = 2T_0\beta \left\{ \sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{3}\theta \Delta_{\mu\nu} + \beta u_\mu u_\nu DT - \frac{1}{2} \left[u_\mu (\dot{u}_\nu + \beta \dot{\nabla}_\nu^\perp T) + u_\nu (\dot{u}_\mu + \beta \dot{\nabla}_\mu^\perp T) \right] \right\}, \quad (55)$$

$$0 = \mathcal{L}_V e_\mu^a = \frac{1}{2} e^{a\nu} \mathcal{L}_V g_{\mu\nu} - T_0\beta \{ e^{a\nu} [u_\mu (\dot{u}_\nu) - \beta \dot{\nabla}_\nu^\perp T] + \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} u^\rho \omega^\sigma + u^\rho K_{\rho\mu}^a + \mu_\mu^a \}, \quad (56)$$

$$0 = \mathcal{L}_V \omega_\mu^{ab} = T_0\beta [u^\nu R_{\nu\mu}^{ab} + T \nabla_\mu (\beta \mu^{ab})], \quad (57)$$

这里, $\beta = 1/T$, $\dot{\nabla}_\mu$ 是对应 Christoffel 联络的协变导数, $T_{\rho\sigma}^\mu$ 是挠率张量, $K_{\rho\sigma}^\mu$ 是协挠率张量, 并且我们做了如下的张量分解:

$$\dot{\nabla}_\mu u_\nu = \sigma_{\mu\nu} + \frac{\theta}{3} \Delta_{\mu\nu} - u_\mu \dot{u}_\nu - \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} u^\rho \omega^\sigma, \quad (58)$$

$$\mu^{ab} = u^a a^b - u^b a^a - \varepsilon^{abcd} u_c h_d. \quad (59)$$

其中 $\Delta_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu$, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\dot{\nabla}_\mu^\perp u_\nu + \dot{\nabla}_\nu^\perp u_\mu) - \frac{\theta}{3} \Delta_{\mu\nu}$, $\theta = \Delta_{\mu\nu} \dot{\nabla}^\mu u^\nu$, $\dot{u}^\mu = D u^\mu \equiv u \cdot \dot{\nabla} u^\mu$, $\omega^\mu = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\nu \dot{\nabla}_\rho u_\sigma$. 由此, 得到如下的平衡态条件:

$$\begin{aligned} 0 &= \sigma_{\mu\nu} = \theta = DT = D\mu^{ab}, \\ \dot{u}_\mu &= -\beta \partial_\mu^\perp T, \\ u^\nu (\partial_\mu \omega_\nu^{ab} - \partial_\nu \omega_\mu^{ab}) &= T \partial_\mu^\perp (\beta \mu^{ab}), \\ u^\mu u_b K_\mu^{ab} &= a^a - e_\nu^a \dot{u}^\nu, \\ u^\mu \Delta_c^a \Delta_d^b K_\mu^{cd} &= \mu_\perp^{ab} - \varepsilon^{abcd} u_c \omega_d. \end{aligned} \quad (60)$$

可以看到, 流体处于平衡态下是可以具有加速度的, 但该加速度需要被温度的梯度平衡掉; 也可以具有转动或推动 (boost), 只要 (60) 式中的最后两个方程得到满足即可. 另外, 这些平衡态条件也告诉我们在等式左右两边的量应当在梯度展开时作为同一阶对待, 这给选取不同的幂次计数规则 (power counting rule) 以很大的自由, 而不同的幂次计数规则的选取会得到不同的自旋流体力学本构关系. 作为例子, 选择如下的幂次计数规则:

$$T, u^\mu, e_\mu^a = O(1), \quad (61)$$

而将时空挠率作为梯度的一阶量, 其他量的幂次律依含有的导数幂次和方程 (60) 确定. 考虑到平衡态下流体是可以具有涡旋的, 用下面的有效作用量描述平衡态流体:

$$W[e_\mu^a, \omega_\mu^{ab}] = \int d^4x e P(T, h^2, K^2, h \cdot K), \quad (62)$$

其中 K^a 为一轴矢量, 它是通过如下关系定义的: $u^\mu \Delta_c^a \Delta_d^b K_\mu^{cd} = -\varepsilon^{abcd} u_c K_d$. 理想自旋流体力学本构关系可以由 (47) 式得到. 利用

$$\delta e = e e_a^\mu \delta e_\mu^a, \quad (63)$$

$$\delta T = T u^\mu u^\nu e_\nu^b \eta_{ab} \delta e_\mu^a = T u_a u^\mu \delta e_\mu^a, \quad (64)$$

$$\delta u^\rho = u^\rho u_a u^\mu \delta e_\mu^a, \quad (65)$$

$$\delta \mu^{cd} = \mu^{cd} u_a u^\mu \delta e_\mu^a + u^\mu \delta \omega_\mu^{cd}, \quad (66)$$

$$\delta K_\mu^{ab} = \delta \omega_\mu^{ab} - \frac{\delta \omega_\mu^{ab}}{\delta e_\lambda^c} \delta e_\lambda^c, \quad (67)$$

经过较为冗长的计算后得到

① 为了避免和自旋联络混淆, 在这一章中用 μ^{ab} 来表示自旋化学势, 它就是前一章中的 ω^{ab} .

$$\Theta_a^\mu = \frac{1}{e} \frac{\delta W}{\delta e^a_\mu} = \varepsilon u_a u^\mu + P \Delta_a^\mu - \frac{1}{2} \nabla_\lambda (S^{\lambda\mu} - S_a^{\lambda\mu} - S^{\mu\lambda}_a), \quad (68)$$

$$\Sigma_{ab}^\mu = -\frac{2}{e} \frac{\delta W}{\delta \omega_\mu^{ab}} = u^\mu S_{ab} + S_{ab}^\mu, \quad (69)$$

其中

$$S_{ab}^\mu = -2 \frac{\partial P}{\partial K^2} \varepsilon_{abcd} u^\mu K^c u^d - \frac{\partial P}{\partial K \cdot h} \varepsilon_{abcd} u^\mu h^c u^d = u^\mu \varepsilon_{abcd} u^c \frac{\partial P}{\partial K_d}, \quad (70)$$

$$\varepsilon = T \frac{\partial P}{\partial T} + 2h^2 \frac{\partial P}{\partial h^2} + 2K^2 \frac{\partial P}{\partial K^2} + 2K \cdot h \frac{\partial P}{\partial K \cdot h} - P = T \frac{\partial P}{\partial T} + h^\mu \frac{\partial P}{\partial h^\mu} + K^\mu \frac{\partial P}{\partial K^\mu} - P, \quad (71)$$

$$S_{ab} = \varepsilon_{abcd} u^c \left(2 \frac{\partial P}{\partial h^2} h^d + \frac{\partial P}{\partial K \cdot h} K^d \right) = \varepsilon_{abcd} u^c \frac{\partial P}{\partial h_d}. \quad (72)$$

现在可以取平直时空极限, 上面公式的物理意义就更清楚一些:

$$\Theta^{\mu\nu} = \varepsilon u^\mu u^\nu + P \Delta^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial_\lambda (S^{\lambda\mu\nu} - S^{\mu\lambda\nu} - S^{\nu\lambda\mu}), \quad (73)$$

$$\Sigma^{\mu\rho\sigma} = u^\mu S^{\rho\sigma} + S^{\mu\rho\sigma}, \quad (74)$$

$$\varepsilon = T \frac{\partial P}{\partial T} + h^\mu \frac{\partial P}{\partial h^\mu} - P. \quad (75)$$

另外, $S^{\lambda\mu\nu}$ 和 $S^{\mu\nu}$ 仍然由 (70) 式和 (72) 式给出. 可以看到, $S^{\lambda\mu\nu}$ 恰好扮演了赝规范的角色, 同时 (75) 式正是 Gibbs-Duhem 关系, 这说明 P 就是压强. 这样就得到了理想自旋流体力学的本构关系, 为了得到耗散效应对应的本构关系, 采用有效场论的方法也是可以做到的, 只是稍显复杂一些 [37,38]. 一个技术上简单一些的处理方法是采用熵流和定域热力学定律的办法, 正如第 2 节中处理的那样, 在此不再赘述.

4 通过量子输运理论来研究相对论自旋流体力学

回顾利用量子输运方程来推导相对论自旋流体力学 [39]. 经典统计物理中, 利用粒子的分布函数 $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ 来表示的是在时空点 (t, \mathbf{x}) 找到一个动量为 \mathbf{p} 的粒子的概率. 在量子场论的框架下, 引入协

变 Wigner 函数来表示粒子的有效分布 [40,41]:

$$W(x, p) \equiv \int \frac{d^4 y}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot y} \left\langle : \bar{\psi} \left(x + \frac{y}{2} \right) \otimes U \left(x + \frac{y}{2}, x - \frac{y}{2} \right) \psi \left(x - \frac{y}{2} \right) : \right\rangle, \quad (76)$$

其中 $\langle : \rangle$ 表示取系综平均和正规乘积, \otimes 表示两个矩阵的张量积, $U(x, y)$ 代表从 x 到 y 的规范链. 为了方便计算, 考虑无相互作用无背景场的费米子系统. 此时, 可以忽略 (76) 式中的规范链 $U(x, y)$ [40,42]. 通过 Dirac 方程, 可以推导出 Wigner 函数满足的动力学方程 [41,42]:

$$\left[\gamma_\mu \left(p^\mu + \frac{i}{2} \partial^\mu \right) - m \right] W(x, p) = 0. \quad (77)$$

我们一般通过梯度展开的方法求解 Wigner 函数. 在相对论流体力学中, 一般按照 Knudsen 数 $Kn = l/L \ll 1$ 来展开, 其中 l 与微观平均自由程相关, 而 L 可以被描述为宏观量的梯度 $1/L \sim |\partial_\mu O/O|$. 可以看出, 梯度展开等价于 Knudsen 数展开.

当系统包含自旋自由度时, 额外引入了一个参数 χ_s 去描述自旋极化. 该参数也可以从每粒子的平均自旋极化或平均磁偶极矩获得:

$$\chi_s \sim \frac{|\Sigma^{\lambda\mu\nu}|}{n}. \quad (78)$$

如果自旋效应是由热涡度引起的, 可以假设 $\chi_s \sim Kn$, 因此自旋效应可认为是在 $O(Kn)$ 上出现. 为了方便计算, 在接下来的讨论中考虑一个弱极化系统 $\chi_s \lesssim Kn$. 对于物理观测量保留了零阶项 $O(1)$, 一阶项 $O(Kn)$ 和 $O(\chi_s)$, 二阶项 $O(Kn^2)$ 、 $O(Kn\chi_s)$ 和 $O(\chi_s^2)$.

方程 (77) 的解可以写成

$$W = W_0 + \delta W, \quad (79)$$

其中, W_0 是梯度展开的领头阶, δW 是高阶修正. 在梯度展开的领头阶, 可以得到:

$$W_0(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \delta(p^2 - m^2) \times \sum_{rs} \{ \theta(p^0) [\bar{u}_s(p) \otimes u_r(p)] f_{rs}^+(x, \mathbf{p}) - \theta(-p^0) [\bar{v}_s(-p) \otimes v_r(-p)] f_{rs}^-(x, -\mathbf{p}) \}, \quad (80)$$

其中, 矩阵分布 $f_{rs}^+(x, \mathbf{p})$ 由粒子和反粒子的产生和湮灭算符的系综平均构造 [43,44]. $\text{Tr} f^\pm(x, \mathbf{p})$ 为粒子或反粒子相空间的粒子数密度. $\text{Tr} \sigma^i f^+(x, \mathbf{p})$ 给出

了定域静止参考系的 i 方向的极化密度. 同时, f^\pm 在领头阶满足类似玻尔兹曼方程:

$$\bar{p} \cdot \partial f_{ss}^\pm(x, \mathbf{p}) = 0, \quad (81)$$

其中 $\bar{p}^\mu \equiv (E_{\mathbf{p}}, \mathbf{p})$ 是在壳的粒子动量, 即 $E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$. 方程 (77) 和 (81) 中没有包含文献 [45–49] 中导出的碰撞项. 通过求解动力学方程 (77) 得到 Wigner 函数在 $O(\partial^2)$ 阶的形式解为

$$\begin{aligned} \delta W(x, p) &= \frac{i}{4m} [\gamma^\mu, \partial_\mu W_0(x, p)] \\ &+ \frac{1}{16m^2} (\gamma \cdot \partial) W_0(x, p) (\gamma \cdot \overleftarrow{\partial}) \\ &+ \frac{\gamma \cdot p + m}{8m(p^2 - m^2)} \partial^2 W_0(x, p). \end{aligned} \quad (82)$$

$O(\partial)$ 阶的结果与文献 [50–54] 的结果一致. 上述 Wigner 函数的解包含来自非定域关联的修正, 这些修正来自于由不均匀电荷分布引起的电偶极矩、磁化电流和非质壳关系的修正. 非质壳关系的修正也可由 Wigner 函数的质壳方程 $(p^2 - m^2 - \partial^2/4)W(x, p) = 0$ 得到 [41,42].

在热力学平衡下, 假设 $f_{rs}^\pm(x, \mathbf{p})$ 具有文献 [55] 中的形式:

$$\begin{aligned} &f_{\text{eq},rs}^+(x, \mathbf{p}) \\ &= \frac{1}{2m} \bar{u}_r(\mathbf{p}) \left(e^{\beta \cdot \bar{p} - \xi - \frac{1}{4} \beta \omega^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu}} + 1 \right)^{-1} u_s(\mathbf{p}), \\ &f_{\text{eq},rs}^-(x, \mathbf{p}) \\ &= -\frac{1}{2m} \bar{v}_r(\mathbf{p}) \left(e^{\beta \cdot \bar{p} + \xi + \frac{1}{4} \beta \omega^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu}} + 1 \right)^{-1} v_s(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (83)$$

其中 $u_s(\mathbf{p}), v_s(\mathbf{p})$ 是粒子的波函数,

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu], \quad \beta = 1/T, \quad \beta^\mu = \beta u^\mu, \quad \xi = \beta \mu, \quad (84)$$

γ^μ 是 gamma 矩阵. 这里假设在定域热平衡的情况下, 分布函数 $f_{rs}^\pm(x, \mathbf{p})$ 具有与全局热平衡相同的表达形式, 但公式中的参数 $\beta^\mu(x)$, $\xi(x)$ 和 $\omega^{\mu\nu}(x)$ 都是与时空相关的量.

为了方便讨论, 假设自旋弛豫时间远小于系统热化时间, 即假设系统总是处于定域热平衡态. 这与理想流体力学的情况类似, 但是方程 (83) 的热平衡分布包含了由自旋化学势 $\omega^{\mu\nu}$ 描述的自旋极化. 在弱极化 $\chi_s \lesssim Kn \ll 1$ 情况下, 可以对热力学量按照 Kn, χ_s 展开:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi^{(0)} + \xi^{(1)} + \dots, \\ \beta^\mu &= \beta^{(0)\mu} + \beta^{(1)\mu} + \dots, \\ \omega^{\mu\nu} &= \omega^{(1)\mu\nu} + \omega^{(2)\mu\nu} + \dots, \end{aligned} \quad (85)$$

其中上指标 (0), (1), \dots 表示 Kn 和 χ_s 的阶数. 我们发现 χ_s 的幂次是由热平衡中的 $\omega^{\mu\nu}$ 决定的, 因此自旋化学势 $\omega^{\mu\nu} \sim \mathcal{O}(\chi_s)$ 至少是一阶的, 其时空导数 $\partial^\alpha \omega^{\mu\nu} \sim \mathcal{O}(Kn \chi_s)$ 至少是二阶的. 我们也对方程 (83) 进行展开:

$$\begin{aligned} f_{\text{eq},rs}^+(x, \mathbf{p}) &= \exp(-\beta \cdot \bar{p} + \xi) \\ &\times \left[\left(1 + \frac{1}{16} \beta^2 \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} \right) \delta_{rs} \right. \\ &\left. + \frac{1}{8m} \beta \omega^{\mu\nu} \bar{u}_r(\mathbf{p}) \sigma_{\mu\nu} u_s(\mathbf{p}) \right], \\ f_{\text{eq},rs}^-(x, \mathbf{p}) &= \exp(-\beta \cdot \bar{p} - \xi) \\ &\times \left[\left(1 + \frac{1}{16} \beta^2 \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} \right) \delta_{rs} \right. \\ &\left. + \frac{1}{8m} \beta \omega^{\mu\nu} \bar{v}_r(\mathbf{p}) \sigma_{\mu\nu} v_s(\mathbf{p}) \right]. \end{aligned} \quad (86)$$

定域热平衡的 Wigner 函数可以通过将方程 (86) 代入领头阶解 (80) 式和修正项 (82) 式获得.

下面利用 Wigner 函数的解来推导出宏观的自旋流体. Wigner 函数可以通过分解成如下线性独立的项 [42]:

$$W = \frac{1}{4} \left(\mathcal{F} + i\gamma^5 \mathcal{P} + \gamma^\mu \mathcal{V}_\mu + \gamma^5 \gamma^\mu \mathcal{A}_\mu + \frac{1}{2} \sigma^{\mu\nu} \mathcal{S}_{\mu\nu} \right), \quad (87)$$

展开系数 $\mathcal{F}, \mathcal{P}, \mathcal{V}_\mu, \mathcal{A}_\mu, \mathcal{S}_{\mu\nu}$ 分别为 Wigner 函数的标量、赝标量、矢量、轴矢量和张量分量, 它们都是实数. 守恒流密度 $j^\mu(x)$ 、能动量张量 $\Theta^{\mu\nu}(x)$ 和自旋张量密度 $\Sigma^{\lambda\mu\nu}(x)$ 可以通过矢量 \mathcal{V}_μ 和轴矢量 \mathcal{A}_μ 获得:

$$j^\mu(x) = \int d^4p \mathcal{V}^\mu(x, p), \quad (88)$$

$$\Theta^{\mu\nu}(x) = \int d^4p p^\nu \mathcal{V}^\mu(x, p), \quad (89)$$

$$\Sigma^{\lambda\mu\nu}(x) = -\frac{1}{2} \epsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \int d^4p \mathcal{A}_\rho(x, p), \quad (90)$$

这里的 $\Theta^{\mu\nu}$ 和 $\Sigma^{\lambda,\mu\nu}$ 是正则形式的能动量张量和自旋张量.

通过方程 (88) 和 (89), 可以得到在定域热平衡下的 j_{eq}^μ 和 $\Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu}(x)$:

$$\begin{aligned}
 j_{\text{eq}}^\mu(x) &= \left(1 + \frac{1}{16}\beta^2\omega^{\alpha\beta}\omega_{\alpha\beta}\right) K_1 u^\mu \sinh \xi - \frac{1}{16m^2}\partial^2 [(2\beta K_2 - 5K_1) u^\mu \sinh \xi] \\
 &\quad + \frac{1}{4m^2}\partial_\nu \left\{ \left[2\beta u^{[\mu}\omega^{\nu]\alpha} u^\alpha (K_2 + \beta^{-1}K_1) + \beta\omega^{\mu\nu} (K_2 - \beta^{-1}K_1) \right] \sinh \xi \right\}, \\
 \Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu}(x) &= \left(1 + \frac{1}{16}\beta^2\omega^{\alpha\beta}\omega_{\alpha\beta}\right) (u^\mu u^\nu K_2 - \Delta^{\mu\nu}\beta^{-1}K_1) \cosh \xi + \frac{1}{4m^2}\partial_\rho \left[(2\beta\omega_\alpha^{[\mu} I^{\rho]\nu\alpha} + \beta\omega^{\mu\rho} u^\nu m^2 K_1) \cosh \xi \right] \\
 &\quad + \frac{1}{16m^2}\partial^2 \{ [g^{\mu\nu} (2K_2 - 5\beta^{-1}K_1) - u^\mu u^\nu (K_2 + 2\beta m^2 K_1 + \beta^{-1}K_1)] \cosh \xi \}, \quad (91)
 \end{aligned}$$

其中 K_l 定义是:

$$K_l(\beta) \equiv \frac{8}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\mathbf{p}}{2E_p} E_p^l e^{-\beta \cdot p}, \quad (92)$$

且满足递推关系

$$K_l = \frac{l+1}{\beta} K_{l-1} + m^2 K_{l-2} - \frac{l-2}{\beta} m^2 K_{l-3}. \quad (93)$$

这允许我们可以选用任意两个不同的 K_i 和 K_j 表示 K_l . 下面选取 K_1 和 K_2 作为基本函数来表示 K_l . 方程 (91) 中三阶矩 $I^{\mu\nu\alpha}$ 按照定义可以推导出与 K_l 间的关系:

$$\begin{aligned}
 I^{\mu\nu\alpha} &= u^\mu u^\nu u^\alpha K_3 + \frac{1}{3}(\Delta^{\mu\nu} u^\alpha + \Delta^{\mu\alpha} u^\nu \\
 &\quad + \Delta^{\nu\alpha} u^\mu) (m^2 K_1 - K_3). \quad (94)
 \end{aligned}$$

可以发现, 方程 (91) 中的自旋依赖项至少是 $O(\partial^2)$ 阶. 在 Kn 和 χ_s 的领头阶, j_{eq}^μ 与 $\Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu}$ 和理想流体力学的结果一致^[56]. 按照张量分解可得:

$$\begin{aligned}
 j_{\text{eq}}^\mu &= n_{\text{eq}} u^\mu + \delta j_{(1)}^\mu, \\
 \Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu} &= \varepsilon_{\text{eq}} u^\mu u^\nu - P_{\text{eq}} \Delta^{\mu\nu} + \Theta_{(1)}^{\mu\nu}, \quad (95)
 \end{aligned}$$

其中 n_{eq} , ε_{eq} 和 P_{eq} 分别是定域热平衡态下粒子数密度、能量密度和压强,

$$n_{\text{eq}} = u_\mu J_{\text{eq}}^\mu, \quad \varepsilon_{\text{eq}} = u_\mu u_\nu \Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu}, \quad P_{\text{eq}} = -\frac{1}{3} \Delta_{\mu\nu} \Theta_{\text{eq}}^{\mu\nu}. \quad (96)$$

我们发现,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\text{eq}} - 3P_{\text{eq}} &= \left(1 + \frac{1}{16}\beta^2\omega^{\alpha\beta}\omega_{\alpha\beta}\right) m^2 K_0 \cosh \xi \\
 &\quad + \frac{1}{16}\partial^2 [(7K_0 - 2\beta K_1) \cosh \xi]. \quad (97)
 \end{aligned}$$

(95) 式中的 $\delta j_{(1)}^\mu$, $\Theta_{(1)}^{\mu\nu}$ 描述了定域热平衡下偏离理想流体力学的部分, 它们至少是 $O(\partial^2)$ 阶.

在定域热平衡下, 也可以得到自旋张量

$$\Sigma_{\text{eq}}^{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{4} \left(\beta u^\lambda \omega^{\mu\nu} + 2\beta u^{[\mu} \omega^{\nu]\lambda} \right) K_1 \cosh \xi, \quad (98)$$

其中 K_1 的定义由方程 (92) 给出. 自旋化学势 $\omega^{\mu\nu}$ 含有 6 个独立变量. 然而, $\Sigma_{\text{eq}}^{\lambda\mu\nu}$ 只含有 3 个独立变量.

为了研究 $\omega^{\mu\nu}$ 剩余的 3 个自由度, 引入偶极矩张量:

$$D^{\mu\nu}(x) = \int d^4p \mathcal{S}^{\mu\nu}(x, p), \quad (99)$$

其中 $\mathcal{S}^{\mu\nu}$ 是 Wigner 函数的张量分量. 偶极矩张量 $D^{\mu\nu}$ 相对于它的指标是反对称张量, 可以进行如下分解:

$$D^{\mu\nu} = \mathcal{E}^\mu u^\nu + \mathcal{E}^\nu u^\mu - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\alpha \mathcal{M}_\beta, \quad (100)$$

$$\mathcal{E}^\mu = D^{\mu\nu} u_\nu, \quad \mathcal{M}^\mu = -\frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu D_{\alpha\beta}, \quad (101)$$

分别为电偶极矩矢量和磁偶极矩矢量. 在定域热平衡下, 计算可得

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_{\text{eq}}^\mu &= -\frac{1}{m\beta} (\beta\omega^{\mu\nu} u_\nu + \frac{1}{2}\beta u_\nu \partial^\nu u^\mu) K_1 \sinh \xi \\
 &\quad + \frac{1}{2m} \nabla^\mu (K_1 \sinh \xi), \\
 \mathcal{M}_{\text{eq}}^\mu &= -\frac{1}{4m} \beta \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\nu \omega_{\rho\sigma} (K_2 - \beta^{-1}K_1) \sinh \xi \\
 &\quad - \frac{1}{2m} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu (\partial_\alpha u_\beta) K_1 \sinh \xi. \quad (102)
 \end{aligned}$$

电偶极矩 $\mathcal{E}_{\text{eq}}^\mu$ 有三部分贡献, 分别来源于粒子的电偶极矩、流体的加速度和粒子不均匀分布引起的贡献. 磁偶极矩 $\mathcal{M}_{\text{eq}}^\mu$ 包含两部分, 第一项正比于 $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\nu \omega_{\rho\sigma}$ 是自旋自由度的贡献, 另一部分起源于流体的旋转或与涡度 $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu (\partial_\alpha u_\beta)$ 成正比的轨道角动量.

已知 $j^\mu(x)$ 和 $\Theta^{\mu\nu}(x)$ 分别守恒. 将方程 (91) 中的 $j^\mu(x)$ 和 $\Theta^{\mu\nu}(x)$ 的平衡表达式代入守恒定律 (5) 式, 可以推导出 β , ξ 和 u^μ 的运动方程:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\beta}{d\tau} &= \frac{K_2 + \beta^{-1}K_1 \cosh^2 \xi}{K_1 K_3 \cosh^2 \xi - K_2^2 \sinh^2 \xi} K_1 \theta, \\
 \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{(K_2 + \beta^{-1}K_1) K_2 - K_1 K_3}{K_1 K_3 \cosh^2 \xi - K_2^2 \sinh^2 \xi} \theta \sinh \xi \cosh \xi, \\
 \frac{du^\mu}{d\tau} &= \frac{K_1}{K_1 + \beta K_2} \tanh \xi \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu \xi - \frac{1}{\beta} \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu \beta, \quad (103)
 \end{aligned}$$

其中 $\theta = \partial \cdot u$. 利用方程 (96) 和 (97) 可以发现:

$$\begin{aligned} K_1 &\approx n_{\text{eq}} / \sinh \xi \approx \beta P_{\text{eq}} / \cosh \xi, \\ K_2 &\approx \varepsilon_{\text{eq}} / \cosh \xi, \\ K_3 &= \frac{3}{\beta} K_2 + \left(m^2 + \frac{3}{\beta^2} \right) K_1. \end{aligned} \quad (104)$$

因此, 方程 (103) 可以用平衡物理量 n_{eq} , P_{eq} 和 ε_{eq} 表示. 这时, 可以发现一个非零的 $\omega^{\mu\nu}$ 在 Kn 和 χ_s 的领头阶和次领头阶没有贡献. 这表明, 无自旋理想流体动力学高阶修正项至少是 $\mathcal{O}(Kn^2, Kn\chi_s, \chi_s^2)$ 阶.

总角动量守恒可以给出 $\omega^{\mu\nu}$ 的运动方程:

$$\begin{aligned} \frac{d\beta\omega^{\mu\nu}}{d\tau} &= \Delta^\mu_\alpha \Delta^\nu_\beta \frac{d\beta\omega^{\alpha\beta}}{d\tau} - u^\mu \frac{d\beta\omega^{\nu\alpha}}{d\tau} u_\alpha \\ &\quad + u^\nu \frac{d\beta\omega^{\mu\alpha}}{d\tau} u_\alpha, \end{aligned} \quad (105)$$

其中

$$\begin{aligned} &\beta^{-1} \Delta^\mu_\alpha \Delta^\nu_\beta \frac{d\beta\omega^{\alpha\beta}}{d\tau} \\ &= C_3 \Delta^\mu_\alpha \Delta^\nu_\beta \omega^{\alpha\beta} + C_4 \Delta^\mu_{\beta h} [\sigma_h^{\nu\rho}] \omega^\beta_\rho \\ &\quad - \frac{1}{2} C_4 \left(\nabla^{[\mu} \omega^{\nu]}_\rho \right) u^\rho + C_2 C_4 \omega^{[\mu}_\rho u^{\rho} \nabla^{\nu]} \xi, \\ &\beta^{-1} \frac{d\beta\omega^{\mu\nu}}{d\tau} u_\nu \\ &= C_1 \omega^{\mu\nu} u_\nu + C_2 \Delta^\mu_\rho \omega^{\rho\nu} \nabla_\nu \xi \\ &\quad + \sigma_h^{\mu\nu} \omega_{\nu\rho} u^\rho + \frac{1}{2} \Delta^\mu_\rho \left(\nabla^\nu \omega^\rho_\nu \right), \end{aligned} \quad (106)$$

其中 $\sigma_h^{\mu\nu} \equiv (\nabla^\mu u^\nu + \nabla^\nu u^\mu)/2 - \Delta^{\mu\nu} \theta/3$. 输运系数 $C_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 具体形式如下:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{5}{3} \theta + \frac{5}{\beta} \frac{d\beta}{d\tau} + \frac{\beta m^2 K_1}{K_1 + \beta K_2} \frac{d\beta}{d\tau} - \tanh \xi \frac{d\xi}{d\tau} \\ C_2 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{5K_1}{K_1 + \beta K_2} - \frac{m^2 \beta^2 K_1^2}{(K_1 + \beta K_2)^2} \right) \tanh \xi \\ C_3 &= - \left[5 - \frac{2\beta^2 m^2 K_1}{2(K_1 + \beta K_2) + \beta^2 m^2 K_1} \right] \frac{\theta}{3} - \tanh \xi \frac{d\xi}{d\tau} \\ &\quad + \left[5 - \frac{m^2 \beta^2 (3K_1 - \beta K_2)}{2(K_1 + \beta K_2) + \beta^2 m^2 K_1} \right] \frac{d\beta}{\beta d\tau} \\ C_4 &= \frac{\beta^2 m^2 K_1}{2(K_1 + \beta K_2) + \beta^2 m^2 K_1} - 1. \end{aligned} \quad (107)$$

在梯度展开的框架下, $\omega^{\mu\nu} \sim \mathcal{O}(\chi_s)$, 因此方程 (105) 的两边是 $\mathcal{O}(Kn\chi_s)$ 阶. 方程 (105) 有一个平凡解 $\omega^{\mu\nu} = 0$, 这对应于无自旋的情况, 与参考文献 [57] 类似.

综上所述, 利用无相互作用情况下的量子动力学理论推导出了具有自旋自由度的理想流体动力学. 在梯度展开下, 得到了 Wigner 函数的二阶通解. 基于定域热平衡的 Wigner 函数, 推导了电流密度、能量动量张量、自旋张量和电、磁偶极矩. 另外还从守恒定律出发, 导出了热力学参数 β , ξ , u^μ 和 $\omega^{\mu\nu}$ 的运动方程.

5 Bjorken 型与 Gubser 型膨胀的耗散自旋流体解析解

在相对论重离子碰撞实验中, 产生的 QGP 在达到定域热平衡以后, 可以用相对论流体力学来描述系统的演化. 由于初始两个重离子在纵向速度接近光速, 这使得产生的 QGP 主要沿着纵向膨胀. 在这些特征下, 通常有两种简化的流体模型可以用来描述体系的演化, 分别是 Bjorken 型和 Gubser 型膨胀的流体. 下面将回顾在这两类膨胀情况下相对论自旋流体所满足的特殊形式解析解 [58,59].

为了求解相对论自旋流体特殊形式的解析解, 需要引入两个额外的状态方程. 首先选取近理想流体或高温极限下的状态方程:

$$\varepsilon = 3P. \quad (108)$$

根据统计物理, 类比粒子数密度与化学势之间的关系, 假设在高温近似下自旋密度 $S^{\mu\nu}$ 与自旋化学势 $\omega^{\mu\nu}$ 之间满足下列状态方程:

$$S^{\mu\nu} \approx aT^2 \omega^{\mu\nu}, \quad (109)$$

其中 a 为表征自旋磁化率的一个常数.

为了方便, 采用下标 0 代表物理量在初始 τ_0 时刻的取值, 如 $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon(\tau = \tau_0)$.

5.1 Bjorken 型流体耗散自旋流体解析解

Bjorken 型流体中, 人们假设系统具有纵向膨胀不变性, 即假设在中心快度区, 体系中的各种物理量不依赖于快度 η , 仅依赖于固有时 $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$. 在此流体模型中, 流体初始速度为

$$u^\mu = (t/\tau, 0, 0, z/\tau). \quad (110)$$

根据能动量张量守恒 $\partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0$, 可以分别得到能量守恒方程 $u_\nu \partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0$ 和流体加速方程 $\Delta_{\nu\alpha} \partial_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0$,

$$\begin{aligned} &(u \cdot \partial) \varepsilon + (\varepsilon + P) \partial \cdot u + (\partial \cdot q) + q^\nu (u \cdot \partial) u_\nu \\ &\quad - \tau^{\mu\nu} \partial_\mu u_\nu + u_\nu \partial_\mu \phi^{\mu\nu} = 0, \end{aligned} \quad (111)$$

$$(u \cdot \partial)u_\alpha = \frac{1}{\varepsilon + P} [\Delta_\alpha^\nu \partial_\nu P - (q \cdot \partial)u_\alpha + q_\alpha (\partial \cdot u) + \Delta_{\nu\alpha} (u \cdot \partial)q^\nu - \Delta_{\nu\alpha} \partial_\mu \tau^{\mu\nu} - \Delta_{\nu\alpha} \partial_\mu \phi^{\mu\nu}]. \quad (112)$$

为了保持初始四速度能在演化过程中稳定, 通过代入 $q^\mu, \tau^{\mu\nu}, \phi^{\mu\nu}$ 的本构方程 (16)—(18) 可知, 若 $\omega^{tx} = \omega^{ty} = \omega^{tz} = \omega^{xz} = \omega^{yz} = 0$, 只有 $\omega^{xy} \neq 0$, 此时则有 $(u \cdot \partial)u_\alpha = 0$, 即系统可以一直保持 Bjorken 速度 ((110) 式). 类似地, 将 $q^\mu, \tau^{\mu\nu}, \phi^{\mu\nu}$ 的本构方程 (16)—(18) 代入能量密度演化方程, 可得:

$$\frac{d}{d\tau} \varepsilon + \frac{4}{3} \frac{\varepsilon}{\tau} - s \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \frac{1}{\tau^2} = 0. \quad (113)$$

再根据角动量守恒 (4) 式在 $O(\partial)$ 阶的形式 $\partial_\lambda (u^\lambda S^{\mu\nu}) = -2(q^\mu u^\nu - q^\nu u^\mu + \phi^{\mu\nu})$, 结合本构方程可得自旋密度演化方程:

$$\frac{dS^{xy}}{d\tau} + S^{xy} \frac{1}{\tau} = -\frac{4\gamma}{T} \omega^{xy}. \quad (114)$$

利用热力学方程及状态方程 (108) 和 (109) 可得:

$$\varepsilon(T, \omega^{xy}) = c_1 T^4 + 3a_1 T^2 \omega_{xy}^2, \quad (115)$$

$$s(T, \omega^{xy}) = \frac{4}{3} c_1 T^3 + 2a_1 T \omega_{xy}^2, \quad (116)$$

其中,

$$c_1 = \frac{\varepsilon_0}{T_0^4} - 3a_1 \left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2 = \frac{3s_0}{4T_0^3} - \frac{3}{2} a_1 \left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2. \quad (117)$$

在高温极限 $\omega_{xy}^2/T^2 \ll 1$ 近似下, 将 (109) 式、(115) 和 (116) 式分别代入能量守恒方程 (113) 与自旋密度演化方程 (114) 后, 得到最终可解的方程:

$$\frac{d}{d\tau} T + \frac{1}{3} \frac{T}{\tau} - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \frac{1}{\tau^2} + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega^{xy}}{T} \right)^2 \right) = 0, \quad (118)$$

$$T \frac{d}{d\tau} \omega^{xy} + 2\omega^{xy} \frac{d}{d\tau} T + T \omega^{xy} \frac{1}{\tau} + \frac{4\gamma}{a_1 T^2} \omega^{xy} + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega^{xy}}{T} \right)^2 \right) = 0. \quad (119)$$

在相对论重离子碰撞中, 有 $\eta_s/s, \zeta/s \ll 1$, 故最终解得:

$$T(\tau) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1/3} - \frac{1}{2\tau} \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{2/3} \right] + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2 \right), \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \omega^{xy}(\tau) = & \omega_0^{xy} \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{1/3} \exp \left[-\frac{2\gamma\tau_0}{a_1 T_0^3} \left(\frac{\tau^2}{\tau_0^2} - 1 \right) \right] \left(1 + \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \frac{1}{T_0^4} \times \left\{ \frac{T_0^3}{\tau_0} \left[\left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{2/3} - 1 \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\gamma}{a_1} \left[3 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 - \frac{9}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{4/3} + \frac{3}{2} \right] \right\} \right) + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2, \left(\frac{\eta_s}{s} \right)^2, \left(\frac{\zeta}{s} \right)^2, \left(\frac{\eta_s \zeta}{s^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (121)$$

将 $T(\tau), \omega^{xy}(\tau)$ 代回 (115) 和 (116), 得到:

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{4/3} - 2 \frac{\varepsilon_0 \tau_0}{T_0 \tau^2} \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{2/3} \right] + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2, \left(\frac{\eta_s}{s} \right)^2, \left(\frac{\zeta}{s} \right)^2, \left(\frac{\eta_s \zeta}{s^2} \right) \right), \quad (122)$$

$$\begin{aligned} S^{xy}(\tau) = & a_1 \omega_0^{xy} T_0^2 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right) \exp \left[-\frac{2\gamma\tau_0}{a_1 T_0^3} \left(\frac{\tau^2}{\tau_0^2} - 1 \right) \right] \times \left\{ 1 + \left(\frac{2}{3} \frac{\eta_s}{s} + \frac{\zeta}{s} \right) \frac{3\gamma}{2a_1 T_0^4} \left[2 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^2 - 3 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{4/3} + 1 \right] \right\} \\ & + \mathcal{O} \left(\left(\frac{\omega_0^{xy}}{T_0} \right)^2, \left(\frac{\eta_s}{s} \right)^2, \left(\frac{\zeta}{s} \right)^2, \left(\frac{\eta_s \zeta}{s^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (123)$$

(120)—(123) 式即为 Bjorken 型耗散自旋流体的特解. 我们发现 $T \sim \tau^{-1/3}$, $s \sim \tau^{-1}$, $\varepsilon \sim \tau^{-4/3}$, 与理想的 Bjorken 流体标度解一致. 若在理想 Bjorken 流体中加入耗散效应, 会使得 T, ε 都有与耗散相关的修正项. 若再在耗散 Bjorken 流体中引入自旋的部分, 即 $\gamma \neq 0$, ω^{xy}, S^{xy} 会被压低. 而当

$\gamma \rightarrow 0$ 时, $\exp \left[-\frac{2\gamma\tau_0}{a_1 T_0^3} \left(\frac{\tau^2}{\tau_0^2} - 1 \right) \right]$ 将会变大趋于 1, 会有 $\omega^{xy}(\tau) \sim \tau^{-1/3}$ 与 $S^{xy}(\tau) \sim \tau^{-1}$.

5.2 Gubser 型流体耗散自旋流体解析解

Gubser 型流体 [60,61] 不仅包含 Bjorken 流体的纵向膨胀, 还考虑了流体的横向膨胀. 一般处理

Gubser 型流体需要进行 Weyl 变换. 需要先将系统从 Minkowski 时空的 (t, x, y, z) 进行坐标变换到 $(\tau, x_\perp, \varphi, \eta)$:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= -d\tau^2 + dx_\perp^2 + x_\perp^2 d\varphi^2 + \tau^2 d\eta^2, \end{aligned} \quad (124)$$

注意, 这里采用的 Minkowski 度规是 $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. 再对整个空间做共形变化 $d\hat{s}^2 = \frac{1}{\tau^2} ds^2$ (即从 $\{ds^2, (\tau, x_\perp, \varphi, \eta)\}$ 变换到 $\{d\hat{s}^2, (\tau, x_\perp, \varphi, \eta)\}$):

$$\begin{aligned} d\hat{s}^2 &= \frac{1}{\tau^2} (-d\tau^2 + dx_\perp^2 + x_\perp^2 d\varphi^2) + d\eta^2 \\ &= -d\rho^2 + \cosh^2 \rho (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + d\eta^2. \end{aligned} \quad (125)$$

在上式的变换中

$$\sinh \rho = -\frac{L^2 - \tau^2 + x_\perp^2}{2L\tau}, \quad (126)$$

$$\tan \theta = \frac{2Lx_\perp}{L^2 + \tau^2 - x_\perp^2}, \quad (127)$$

其中, L 是 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空下系统的特征尺度. 为了区别, 下面用符号 $\hat{\cdot}$ 表示在 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空中的各种量, 如 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空度规 $\hat{g}_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, \cosh^2 \rho, \cosh^2 \rho \sin^2 \theta, 1)$.

列出在 Weyl 变换后得到的 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空中 (m, n) 型张量的变换形式:

$$A_{\nu_1 \dots \nu_n}^{\mu_1 \dots \mu_m}(x) \rightarrow \hat{A}_{\hat{\nu}_1 \dots \hat{\nu}_n}^{\hat{\mu}_1 \dots \hat{\mu}_m} = \Omega^l A_{\nu_1 \dots \nu_n}^{\mu_1 \dots \mu_m}(x), \quad (128)$$

其中 $l = [A] + m - n$, $[A]$ 指的是张量 A 的共形维数. 在流体相关的计算中, 取 $\Omega = \tau$, 利用上述规则可得:

$$\hat{u}_\mu = \tau^{-1} u_\mu, \quad \hat{u}^\mu = \tau u^\mu, \quad \hat{\varepsilon} = \tau^4 \varepsilon, \quad \hat{P} = \tau^4 P, \quad (129)$$

$$\hat{T} = \tau T, \quad \hat{s} = \tau^3 s, \quad \hat{S}^{\mu\nu} = \tau^5 S^{\mu\nu}, \quad \hat{\omega}_{\mu\nu} = \tau^{-1} \omega_{\mu\nu}, \quad (130)$$

$$\hat{\omega}^{\mu\nu} = \tau^3 \omega^{\mu\nu}, \quad \hat{g}^{\mu\nu} = \tau^2 g^{\mu\nu}, \quad \hat{\Delta}^{\mu\nu} = \tau^2 \Delta^{\mu\nu}. \quad (131)$$

而 Minkowski 时空与 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空的联络可以通过下式联系起来:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \hat{\Gamma}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{\hat{\lambda}} + \frac{1}{\tau} \left(\delta_\nu^\lambda \hat{\nabla}_\mu \tau + \delta_\mu^\lambda \hat{\nabla}_\nu \tau - \hat{g}_{\mu\nu} \hat{g}^{\lambda\alpha} \hat{\nabla}_\alpha \tau \right). \quad (132)$$

Gubser 型流体要求在 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空下的流体初始速度为

$$\hat{u}_\mu = (-1, 0, 0, 0), \quad (133)$$

若变换回 Minkowski 时空, 对应的流速是

$$u_\mu = \left(-\frac{1}{\cosh \rho} \frac{L^2 + \tau^2 + x_\perp^2}{2L\tau}, \frac{1}{\cosh \rho} \frac{x_\perp}{L}, 0, 0 \right). \quad (134)$$

我们发现这个速度是在 Bjorken 型流体的基础上多考虑了横平面径向的膨胀.

下面将上述思路应用到计算 Gubser 型流体耗散自旋流体中. 首先, 从 (129) 式可以发现 $\Pi = -\zeta \nabla_\mu u^\mu$ 与 $q^\mu = \lambda \left(-\frac{1}{T} \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu T + u^\alpha \nabla_\alpha u^\mu + 4u_\nu \omega^{\mu\nu} \right)$ 不具有共形变换协变性. 为了简化计算, 取 $\zeta = \tau^{-3} \hat{\zeta} = 0$, $\lambda = \tau^{-3} \hat{\lambda} = 0$. 最终能动量张量的分解及本构方程可以写成下面的形式:

$$\hat{\Theta}^{\mu\nu} = \hat{\varepsilon} \hat{u}^\mu \hat{u}^\nu + \hat{P} \hat{\Delta}^{\mu\nu} + \hat{\pi}^{\mu\nu} + \hat{\phi}^{\mu\nu}, \quad (135)$$

$$\hat{\pi}^{\mu\nu} = -\hat{\eta}_s \hat{\nabla}^{<\mu} \hat{u}^{\nu>}, \quad (136)$$

$$\hat{\phi}^{\mu\nu} = \hat{\gamma} \left(2\hat{\Delta}^{\mu\alpha} \hat{\Delta}^{\nu\beta} \hat{\omega}_{\alpha\beta} - \hat{\nabla}_\perp^{[\mu} \hat{u}^{\nu]} \right), \quad (137)$$

其中 $\hat{\eta}_s, \hat{\gamma} \geq 0$. 由于做了坐标变换和共形变化, 因此这系列方程中, 将普通微商 ∂_μ 改为协变微商 ∇_μ .

类似地, $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空下热力学关系变成:

$$\hat{\varepsilon} + \hat{P} = \hat{T} \hat{s} + \hat{\omega}_{\mu\nu} \hat{S}^{\mu\nu}, \quad (138)$$

$$d\hat{\varepsilon} = \hat{T} d\hat{s} + \hat{\omega}_{\mu\nu} d\hat{S}^{\mu\nu}, \quad (139)$$

$$d\hat{P} = \hat{s} d\hat{T} + \hat{S}^{\mu\nu} d\hat{\omega}_{\mu\nu}. \quad (140)$$

对应的状态方程 (108) 和 (109) 变成

$$\hat{\varepsilon} = 3\hat{P}, \quad (141)$$

$$\hat{S}^{\mu\nu} = a_1 \hat{T}^2 \hat{\omega}^{\mu\nu}. \quad (142)$$

根据热力学方程组和状态方程, 可得:

$$\hat{\varepsilon} = \hat{T}^4 \left(c_0 + \frac{3}{2} a_1 \bar{\omega}^2 \right), \quad (143)$$

$$\hat{s} = \hat{T}^3 \left(\frac{4}{3} c_0 + a_1 \bar{\omega}^2 \right), \quad (144)$$

其中, $c_0 \equiv \hat{\varepsilon}_0 / \hat{T}_0^4 - 3a_1 \bar{\omega}_0^2 / 2 = 3\hat{s}_0 / (4\hat{T}_0^3) - 3a_1 \bar{\omega}_0^2 / 4$, 并且 $\hat{\varepsilon}_0 = \hat{\varepsilon}(\rho_0)$, $\hat{s}_0 = \hat{s}(\rho_0)$, $\hat{T}_0 = \hat{T}(\rho_0)$, $\bar{\omega}_0^2 = \bar{\omega}^2(\rho_0)$. 另外引入了一个依赖于 ρ 无量纲量:

$$\bar{\omega}^2 \equiv \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} / T^2 = \hat{\omega}_{\mu\nu} \hat{\omega}^{\mu\nu} / \hat{T}^2 = \bar{\omega}^2(\rho). \quad (145)$$

最后, 得到在 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空下能动量和角动量守恒方程:

$$\hat{\nabla}_\mu \hat{\Theta}^{\mu\nu} = 2\tau^{-1} \hat{\Theta}^{[\mu\nu]} \hat{\nabla}_\mu \tau, \quad (146)$$

$$\begin{aligned} \hat{\nabla}_\alpha \left(\hat{u}^\alpha \hat{S}^{\mu\nu} \right) - 2\hat{\phi}^{\mu\nu} &= (\hat{u}_\alpha \hat{S}^{\alpha\nu} \hat{g}^{\mu\beta} \\ &+ \hat{u}_\alpha \hat{S}^{\mu\alpha} \hat{g}^{\nu\beta} + \hat{u}^\mu \hat{S}^{\nu\beta} - \hat{u}^\nu \hat{S}^{\mu\beta}) \tau^{-1} \hat{\nabla}_\beta \tau. \end{aligned} \quad (147)$$

我们发现一般情况下上述两个守恒方程并不具有共形协变性. 但若假设所有的宏观量在 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空中仅依赖于 ρ , 并且仔细地选取 $\phi^{\mu\nu}$ 不为零的分量, 则可以使得 (146) 式和 (147) 式中右边破坏共形不协变性的量均为零.

从能-动量守恒方程可得:

$$\hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\alpha = -\frac{1}{\hat{e} + \hat{p}} \left(\hat{\Delta}_\alpha^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{p} + \hat{\Delta}_{\nu\alpha} \hat{\nabla}_\mu \hat{\pi}^{\mu\nu} + \hat{\Delta}_{\nu\alpha} \hat{\nabla}_\mu \hat{\phi}^{\mu\nu} - 2\tau^{-1} \hat{g}_{\alpha\nu} \hat{\phi}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \tau \right), \quad (148)$$

$$\frac{d\hat{e}}{d\rho} + \frac{8}{3} \hat{e} \tanh \rho - \frac{2}{3} \left(\frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} \right) \hat{s} \tanh^2 \rho = 0. \quad (149)$$

(148) 式结合本构方程分析可得:

$$\begin{aligned} \hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\rho &= 0, \quad \hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\theta = 0, \\ \hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\varphi &= \frac{2 \cosh^2 \rho \sin^2 \theta}{\hat{e} + \hat{p}} \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} (-\partial_\theta \hat{\omega}^{\theta\varphi} - \cot \theta \hat{\omega}^{\theta\varphi} + 2\hat{\omega}^{\theta\varphi} \tau^{-1} \partial_\theta \tau), \\ \hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\eta &= \frac{2}{\hat{e} + \hat{p}} \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} (-\partial_\theta \hat{\omega}^{\theta\eta} - \cot \theta \hat{\omega}^{\theta\eta} + 2\hat{\omega}^{\theta\eta} \tau^{-1} \partial_\theta \tau). \end{aligned} \quad (150)$$

我们发现只有当 $\hat{\omega}^{\theta\varphi}, \hat{\omega}^{\theta\eta} = 0$ 时, Gubser 流速才是稳定不变的. 因此, 假设初始状态为 $\hat{\omega}^{\theta\varphi}, \hat{\omega}^{\theta\eta} = 0$. 另一方面, 由角动量守恒方程可以得到以下方程:

$$\begin{aligned} \partial_\rho \hat{S}^{\rho\varphi} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\rho\varphi} + \hat{S}^{\theta\varphi} \tau^{-1} \partial_\theta \tau &= 0, \\ \partial_\rho \hat{S}^{\rho\eta} + 2 \tanh \rho \hat{S}^{\rho\eta} + \hat{S}^{\theta\eta} \tau^{-1} \partial_\theta \tau &= 0, \\ \partial_\rho \hat{S}^{\theta\varphi} + 4 \tanh \rho \hat{S}^{\theta\varphi} + \cosh^{-2} \rho \hat{S}^{\rho\varphi} \tau^{-1} \partial_\theta \tau &+ 4 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} \hat{\omega}^{\theta\varphi} = 0, \\ \partial_\rho \hat{S}^{\theta\eta} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\theta\eta} + \cosh^{-2} \rho \hat{S}^{\rho\eta} \tau^{-1} \partial_\theta \tau &+ 4 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} \hat{\omega}^{\theta\eta} = 0, \\ \partial_\rho \hat{S}^{\varphi\eta} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\varphi\eta} + 4 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} \hat{\omega}^{\varphi\eta} &= 0, \\ \partial_\rho \hat{S}^{\rho\theta} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\rho\theta} &= 0. \end{aligned} \quad (151)$$

我们发现 $\hat{S}^{\theta\varphi}, \hat{S}^{\theta\eta}$ 与 $\hat{S}^{\rho\varphi}, \hat{S}^{\rho\eta}$ 相互耦合在一起. 因此, 需要令初始状态时的 $\hat{\omega}^{\rho\varphi}, \hat{\omega}^{\rho\eta}, \hat{S}^{\rho\varphi}, \hat{S}^{\rho\eta} = 0$. 在这样的条件下, 可以发现 $\hat{u}^\mu \hat{\nabla}_\mu \hat{u}_\alpha = 0$, ($\alpha = \rho, \theta, \varphi, \eta$) 恒成立, 即 Gubser 流速稳定不变, 同时 $\hat{\omega}^{\rho\varphi}, \hat{\omega}^{\rho\eta}, \hat{S}^{\rho\varphi}, \hat{S}^{\rho\eta}$ 也会一直保持为零. 在这些简化下, 只需要求解方程组 (143), (144), (149), (151), (152).

将方程 (143) 和 (144) 及 (142) 式代入方程 (149) 和 (151) 中, 可得:

$$\frac{d}{d\rho} \hat{T} + \frac{2}{3} \hat{T} \tanh \rho - \frac{2}{9} \left(\frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} \right) \tanh^2 \rho + \mathcal{O}(\bar{\omega}^2) = 0, \quad (152)$$

$$\partial_\rho \hat{S}^{\varphi\eta} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\varphi\eta} + \frac{4}{a_1 \hat{T}^2} \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \hat{s} \hat{S}^{\varphi\eta} = 0, \quad (153)$$

$$\partial_\rho \hat{S}^{\rho\theta} + 3 \tanh \rho \hat{S}^{\rho\theta} = 0. \quad (154)$$

上述方程组对应的解析解为

$$\hat{T}(\rho) = \hat{T}_0 \left(\frac{\cosh \rho_0}{\cosh \rho} \right)^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} B(\rho) \right) + \mathcal{O}(\bar{\omega}^2), \quad (155)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}(\rho) &= \hat{e}_0 \left(\frac{\cosh \rho_0}{\cosh \rho} \right)^{\frac{8}{3}} \left(1 + 4 \frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} B(\rho) \right) \\ &+ \mathcal{O}(\bar{\omega}^2, \left(\frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} \right)^2), \end{aligned} \quad (156)$$

$$\hat{S}^{\rho\theta}(\rho, \theta) = c_1 \cosh^{-3} \rho, \quad (157)$$

$$\hat{S}^{\varphi\eta}(\rho, \theta) = c_2 \cosh^{-3} \rho \sin^{-1} \theta A(\rho) + \mathcal{O}(\bar{\omega}^2), \quad (158)$$

其中

$$\begin{aligned} B(\rho) &\equiv \frac{2}{27} \frac{1}{\hat{T}_0} \cosh^{-\frac{2}{3}} \rho_0 \left[\sinh^3 \rho F \left(\frac{7}{6}, \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -\sinh^2 \rho \right) \right. \\ &\quad \left. - \sinh^3 \rho_0 F \left(\frac{7}{6}, \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -\sinh^2 \rho_0 \right) \right], \\ A(\rho) &\equiv \exp \left[-\frac{4}{a} \int_{\rho_0}^{\rho} d\rho' \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \frac{\hat{s}(\rho')}{\hat{T}(\rho')^2} \right] \\ &= 1 + \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right) \frac{6}{a_1} \frac{\hat{s}_0}{\hat{T}_0^2} \cosh^{\frac{2}{3}} \rho_0 \\ &\quad \times \left[\operatorname{sech}^{\frac{2}{3}} \rho_0 F \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}; \frac{4}{3}; \operatorname{sech}^2 \rho_0 \right) \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{sech}^{\frac{2}{3}} \rho F \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}; \frac{4}{3}; \operatorname{sech}^2 \rho \right) \right] \\ &+ \mathcal{O} \left(\frac{\hat{\omega}^{\alpha\beta} \hat{\omega}_{\alpha\beta}}{\hat{T}^2}, \left(\frac{\hat{\eta}_s}{\hat{s}} \right)^2, \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{s}} \right)^2, \frac{\hat{\gamma} \hat{\eta}_s}{\hat{s}^2} \right), \end{aligned} \quad (159)$$

且

$$\begin{aligned} c_1 &= \hat{S}^{\rho\theta}(\rho_0, \theta_0) \cosh^3 \rho_0, \\ c_2 &= \hat{S}_0^{\varphi\eta} A^{-1}(\rho_0) \cosh^3 \rho_0 \sin \theta_0, \end{aligned} \quad (160)$$

这里的 $F(a, b; c; z)$ 是超几何函数.

最后, 可以将 $dS_3 \otimes \mathbb{R}$ 时空下的解析解转回

Minkowski 时空, 得到:

$$\varepsilon = \frac{\hat{\varepsilon}_0}{\tau_0^4} \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\frac{4}{3}} \left[\frac{G(L, \tau_0, x_{\perp 0})}{G(L, \tau, x_{\perp})} \right]^{\frac{4}{3}} \times \left(1 + 4 \frac{\eta_s}{s} B(\rho) \right) + \mathcal{O} \left(\bar{\omega}^2, \left(\frac{\eta_s}{s} \right)^2 \right), \quad (161)$$

$$S^{0x} = \frac{4L^2}{\tau} C_+ G(L, \tau, x_{\perp})^{-1}, \quad (162)$$

$$S^{0y} = \frac{4L^2}{\tau} C_- G(L, \tau, x_{\perp})^{-1}, \quad (163)$$

$$S^{xz} = \frac{4L^2}{\tau} D_+ G(L, \tau, x_{\perp})^{-1}, \quad (164)$$

$$S^{yz} = \frac{4L^2}{\tau} D_- G(L, \tau, x_{\perp})^{-1}, \quad (165)$$

其中,

$$\begin{aligned} G(L, \tau, x_{\perp}) &= 4L^2 \tau^2 + (L^2 - \tau^2 + x_{\perp}^2)^2, \\ C_{\pm}(t, x, y, z) &= c_1 \cosh \eta \cos \varphi \pm c_2 \sinh \eta \sin \varphi A(\rho), \\ D_{\pm}(t, x, y, z) &= -c_1 \sinh \eta \cos \varphi \pm c_2 \cosh \eta \sin \varphi A(\rho). \end{aligned} \quad (166)$$

在 $\tau, x_{\perp} \ll L$ 的极限下, 我们发现 $L^2 G(L, \tau, x_{\perp})^{-1} \sim L^{-2}$, 并得到 $\varepsilon \sim \tau^{-4/3}$, 且 $S^{0x}, S^{0y}, S^{xz}, S^{yz} \sim \tau^{-1}$, 这与 Bjorken 型自旋流体解析解有着类似的衰减规律.

6 结 论

产生和研究高温高密条件下的退禁闭的夸克胶子物质——夸克-胶子等离子体 (QGP) 的物理性质是高能核物理的主要课题之一. 目前, 在实验上只有相对论重离子碰撞实验可以做到这一点. 在这些实验中, QGP 在碰撞的早期产生, 只能通过实验探测器捕捉到的强子信号来反推出 QGP 的性质. 通过过去 20 多年的实验和理论研究, 已经了解到 QGP 一些非常独特的特性, 如它的极端高温、极端低的黏滞性等性质. 近几年来, 对超子自旋极化和矢量介子自旋排列实验测量的实现, 使得我们首次能够对 QGP 中的自旋结构和自旋输运性质进行研究. 这也促进了关于在相对论性系统中自旋极化和自旋输运现象的理论研究. 由于流体力学模型描述 QGP 演化过程取得了极大成功, 非常自然地, 人们希望能够通过流体力学方法来研究自旋输运现象, 这便要求发展相对论自旋流体力学.

本文论述了如何通过能-动量守恒和角动量守

恒来得到相对论自旋流体力学. 讨论了三种不同的方法, 包括基于熵流和定域热力学第二定律的唯象学推导、采用有效场论的方法和基于输运理论的推导方法. 得到的描述自旋流体的基本方程中含有非对称的能动量张量, 它表征了自旋角动量和轨道角动量的转化, 并且由于这种转化导致自旋流体中不可避免地出现耗散现象. 熵流和定域热力学第二定律的唯象学推导方法是从宏观理论出发进行的推导; 有效场论的方法则不依赖于具体的流体类型, 更具有一般性; 基于输运理论的方法则是从微观理论出发进行研究的. 这三种推导方法是相互关联且互为补充的. 在得到基本的理论框架后, 讨论了如何在两种理想的膨胀体系——Bjorken 膨胀和 Gubser 膨胀体系中求解相对论自旋流体力学方程. 这两种膨胀体系经常被用来模型化相对论重离子碰撞中的 QGP 演化, 因此本文的结果不但提供了关于膨胀 QGP 中自旋极化和输运的一些基本特征, 也为将来基于数值求解自旋流体力学方程提供了参考.

由于相对论自旋流体力学还在快速的发展之中, 本文只提供了对这一领域中基本问题的一个简单的论述, 关于更专门和更详尽的讨论, 读者可以在原始文献中找到, 如文献 [23, 24, 36–39, 59, 62–79]. 同时, 相对论自旋流体力学的理论框架中依然存在待进一步澄清和发展的地方, 如关于规范变换的物理意义、关于自旋流体力学方程的稳定性、关于自旋流体力学中引入的新的输运系数的计算等问题; 另外, 数值求解自旋流体力学方程并应用到高能重离子碰撞中也是亟待发展的课题. 相对论自旋流体可以作为描述自旋极化与矢量介子自旋排列的宏观理论, 未来数值模拟将为更好地描述相对论重离子碰撞实验中的极化问题提供帮助. 此外, 基于相对论自旋流体中引入的自旋化学势和自旋密度, 也会对自旋极化矢量有所修正^[80], 具体的修正依赖于自旋流体的数值模拟, 这也是未来需要解决的问题之一. 我们期待在未来几年中, 这些问题会得到解决或部分解决.

感谢 Cao Z, Hattori K, Hongo M, Kaminski M, Matsuo M, Stephanov M, Taya H, Yee H U, Wang D, Fang S, Xie X 等在相关课题上的讨论和合作.

参考文献

- [1] Deng W T, Huang X G 2016 *Phys. Rev. C* **93** 064907
- [2] Jiang Y, Lin Z W, Liao J 2016 *Phys. Rev. C* **94** 044910
- [3] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301
- [4] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [5] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2017 *Nature* **548** 62
- [6] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 162301
- [7] STAR Collaboration 2023 *Nature* **614** 244
- [8] ALICE Collaboration 2022 arXiv: 2204.10171
- [9] Ma Y G 2023 *Nucl. Sci. Technol.* **34** 16
- [10] Wang X N 2023 *Nucl. Sci. Technol.* **34** 15
- [11] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 56
- [12] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 90
- [13] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈震宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [14] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [15] Jiang Z F, Wu X Y, Yu H Q, Cao S S, Zhang B W 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072504 (in Chinese) [江泽方, 吴祥宇, 余华清, 曹杉杉, 张本威 2023 物理学报 **72** 072504]
- [16] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [赵新丽, 马国亮, 马余刚 2023 物理学报 Accepted]
- [17] Sheng X L, Liang Z T, Wang Q 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [盛欣力, 梁作堂, 王群 2023 物理学报 Accepted]
- [18] Yin Y 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [尹伊 2023 物理学报 Accepted]
- [19] Hidaka Y, Pu S, Wang Q, Yang D L 2022 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **127** 103989
- [20] Gao J H, Sheng X L, Wang Q, Zhuang P F 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [高建华, 盛欣力, 王群, 庄鹏飞 2023 物理学报 Accepted]
- [21] Takahashi R, Matsuo M, Ono M, et al. 2016 *Nat. Phys.* **12** 52
- [22] Jepsen P N, Amato-Grill J, Dimitrova I, Ho W W, Demler E, Ketterle W 2020 *Nature* **588** 403
- [23] Hattori K, Hongo M, Huang X G, Matsuo M, Taya H 2019 *Phys. Lett. B* **795** 100
- [24] Fukushima K, Pu S 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136346
- [25] Israel W, Stewart J M 1979 *Ann. Phys.* **118** 341
- [26] Becattini F, Bucciantini L, Grossi E, Tinti L 2015 *Eur. Phys. J. C* **75** 191
- [27] Glorioso P, Liu H 2016 arXiv: 1612.07705
- [28] Glorioso P, Crossley M, Liu H 2017 *JHEP* **09** 096
- [29] Son D T, Surowka P 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 191601
- [30] Becattini F, Tinti L 2011 *Phys. Rev. D* **84** 025013
- [31] Becattini F, Tinti L 2013 *Phys. Rev. D* **87** 025029
- [32] Becattini F, Florkowski W, Speranza E 2019 *Phys. Lett. B* **789** 419
- [33] Kovtun P 2012 *J. Phys. A* **45** 473001
- [34] Fukuda M, Ichikawa K, Senami M, Tachibana A 2016 *AIP Adv.* **6** 025108
- [35] Crossley M, Glorioso P, Liu H 2017 *JHEP* **09** 095
- [36] Hongo M, Huang X G, Kaminski M, Stephanov M, Yee H U 2021 *JHEP* **11** 150
- [37] Gallegos A D, Gürsoy U, Yarom A 2021 *SciPost Phys.* **11** 41
- [38] Gallegos A D, Gürsoy U, Yarom A 2022 arXiv: 2203.05044
- [39] Peng H H, Zhang J J, Sheng X L, Wang Q 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 116701
- [40] Heinz U W 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 351
- [41] Elze H T, Gyulassy M, Vasak D 1986 *Nucl. Phys. B* **276** 706
- [42] Vasak D, Gyulassy M, Elze H T 1987 *Annals Phys.* **173** 462
- [43] Sheng X L 2019 arXiv: 1912.01169
- [44] Sheng X L, Wang Q, Huang X G 2020 *Phys. Rev. D* **102** 025019
- [45] Yang D L, Hattori K, Hidaka Y 2020 *JHEP* **07** 070
- [46] Weickgenannt N, Speranza E, Sheng X L, Wang Q, Rischke D H 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 052301
- [47] Sheng X L, Weickgenannt N, Speranza E, Rischke D H, Wang Q 2021 *Phys. Rev. D* **104** 016029
- [48] Wang Z Y, Zhuang P F 2021 arXiv: 2105.00915
- [49] Fang S, Pu S, Yang D L 2022 *Phys. Rev. D* **106** 016002
- [50] Gao J H, Liang Z T 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056021
- [51] Weickgenannt N, Sheng X L, Speranza E, Wang Q, Rischke D H 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056018
- [52] Hattori K, Hidaka Y, Yang D L 2019 *Phys. Rev. D* **100** 096011
- [53] Wang Z, Guo X, Shi S, Zhuang P F 2019 *Phys. Rev. D* **100** 014015
- [54] Liu Y C, Mameda K, Huang X G 2020 *Chin. Phys. C* **44** 094101
- [55] Becattini F, Chandra V, Del Zanna L, Grossi E 2013 *Ann. Phys.* **338** 32
- [56] Romatschke P, Romatschke U 2019 *Relativistic Fluid Dynamics In and Out of Equilibrium* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [57] Bhadury S, Florkowski W, Jaiswal A, Kumar A, Ryblewski R 2021 *Phys. Rev. D* **103** 014030
- [58] Wang D L, Fang S, Pu S 2021 *Phys. Rev. D* **104** 114043
- [59] Wang D L, Xie X Q, Fang S, Pu S 2022 *Phys. Rev. D* **105** 114050
- [60] Gubser S S, Yarom A 2011 *Nucl. Phys. B* **846** 469
- [61] Gubser S S 2010 *Phys. Rev. D* **82** 085027
- [62] Montenegro D, Torrieri G 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056011
- [63] Montenegro D, Tinti L, Torrieri G 2017 *Phys. Rev. D* **96** 056012A
- [64] Florkowski W, Friman B, Jaiswal A, Speranza E 2018 *Phys. Rev. C* **97** 041901
- [65] Florkowski W, Kumar A, Ryblewski R 2019 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **108** 103709
- [66] Li S, Yee H U 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056022
- [67] Bhadury S, Florkowski W, Jaiswal A, Kumar A, Ryblewski R 2021 *Phys. Lett. B* **814** 136096
- [68] Montenegro D, Torrieri G 2020 *Phys. Rev. D* **102** 036007
- [69] Li S, Stephanov M A, Yee H U 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 082302
- [70] Shi S, Gale C, Jeon S 2021 *Phys. Rev. C* **103** 044906
- [71] She D, Huang A, Hou D F, Liao J F 2022 *Sci. Bull.* **67** 2265
- [72] Hu J 2021 *Phys. Rev. D* **103** 116015
- [73] Hu J 2022 *Phys. Rev. D* **105** 076009
- [74] Hongo M, Huang X G, Kaminski M, Stephanov M, Yee H U 2022 *JHEP* **08** 263
- [75] Singh R, Shokri M, Mehr S M A T 2022 arXiv: 2202.11504
- [76] Daher A, Das A, Florkowski W, Ryblewski R 2022 arXiv: 2202.12609
- [77] Weickgenannt N, Wagner D, Speranza E, Rischke D H 2022 *Phys. Rev. D* **106** 096014
- [78] Bhadury S, Florkowski W, Jaiswal A, Kumar A, Ryblewski R 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 192301

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Relativistic spin hydrodynamics*

Pu Shi¹⁾ Huang Xu-Guang^{2)†}

1) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

2) (*Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application, Ministry of Education, Center for Particle Physics and Field Theory, Physics Department, Fudan University, Shanghai 200433*)

(Received 8 January 2023; revised manuscript received 30 January 2023)

Abstract

In recent years, due to the discoveries of hyperon spin polarization and vector meson spin alignment in relativistic heavy-ion collision experiments, the spin transports in quark-gluon matter has received intensive studies. The relativistic spin hydrodynamics is one of the important theoretical frameworks to describe the spin transports, which encodes the spin degree of freedom into a hydrodynamic theory. The relativistic spin hydrodynamics have the conservation equations for energy-momentum tensor, currents and total angular momentum. In this article, we give an overview of the recent progresses of the relativistic spin hydrodynamics. We focus on the following topics: 1) The derivation of the relativistic spin hydrodynamic equations, including the phenomenological approach, the effective theory method, and the kinetic approach, 2) Some special properties of spin hydrodynamics, especially the asymmetric energy-momentum tensor and the pseudogauge transformation, and 3) The analytical solutions to the relativistic spin hydrodynamics for systems under Bjorken and Gubser expansion.

Keywords: Spin hydrodynamics, hyperon spin polarization, relativistic heavy-ion collisions

PACS: 12.38.Mh, 25.75.-q, 47.10.-g

DOI: 10.7498/aps.72.20230036

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2022YFA1604900), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12225502, 12075061, 12147101, 12075235, 12135011), and the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 20ZR1404100).

† Corresponding author. E-mail: huangxuguang@fudan.edu.cn



相对论自旋流体力学

浦实 黄旭光

Relativistic spin hydrodynamics

Pu Shi Huang Xu-Guang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 071202 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230036

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230036>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

FP-1装置铝套筒内爆动力学过程的一维磁流体力学模拟

One-dimensional magneto-hydrodynamics simulation of magnetically driven solid liner implosions on FP-1 facility

物理学报. 2018, 67(8): 080701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172300>

磁性硅烯超晶格中电场调制的谷极化和自旋极化

Valley and spin polarization manipulated by electric field in magnetic silicene superlattice

物理学报. 2018, 67(8): 086801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180080>

黑腔中等离子体相互作用的流体力学现象观测

Observation of hydrodynamic phenomena of plasma interaction in hohlraums

物理学报. 2018, 67(23): 235201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181391>

相对论多组态相互作用方法计算Mg⁺离子同位素位移

Calculation of isotope shift of Mg⁺ ion by using the relativistic multi-configuration interaction method

物理学报. 2018, 67(1): 013101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171817>

高超声速磁流体力学控制霍尔效应影响

Influence of Hall effect on hypersonic magnetohydrodynamic control

物理学报. 2020, 69(21): 214703 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200630>

X波段高重频长脉冲高功率多注相对论速调管放大器的设计与实验研究

Design and experiment of X-band high-repetition rate high-power multi-beam relativistic klystron amplifier

物理学报. 2020, 69(21): 218401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201013>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

重离子碰撞中 QCD 物质整体极化的实验测量*

孙旭¹⁾ 周晨升²⁾ 陈金辉^{2)†} 陈震宇³⁾马余刚²⁾ 唐爱洪⁴⁾ 徐庆华^{3)‡}

1) (中国科学院近代物理研究所, 夸克物质中心, 兰州 730000)

2) (复旦大学, 现代物理研究所, 核物理与离子束应用教育部重点实验室, 上海 200433)

3) (山东大学, 前沿交叉科学青岛研究院, 粒子物理与粒子辐照教育部重点实验室, 青岛 266237)

4) (美国布鲁克海文国家实验室, 美国厄普顿 11973)

(2022 年 12 月 28 日收到; 2023 年 1 月 30 日收到修改稿)

高能重离子碰撞中 Λ 超子和 ϕ, K^* 矢量介子的整体极化的实验数据证实了夸克物质整体极化的新现象, 引起了研究人员的广泛关注, 成为高能核物理前沿新的热点研究方向. 本文主要从实验测量上回顾整体极化研究, 着重阐述相对论重离子对撞机 (RHIC) 上的螺旋径迹探测器 (STAR) 合作组在不同对撞能量点开展的 Λ 超子和 ϕ, K^* 介子的整体极化测量结果, 并拓展到含有多个奇异夸克粒子 Ξ, Ω 的整体极化测量和 Λ 沿着束流方向的局域极化研究. 本文也将简单点评大型强子对撞机 (LHC) 能区和 HADES 实验低能区的测量结果, 并对这些实验结果给出的物理信息进行简单描述.

关键词: 重离子碰撞, 整体极化, 超子极化, 矢量介子自旋排列**PACS:** 24.70.+s, 24.85.+p**DOI:** 10.7498/aps.72.20222452

1 引言

自旋作为粒子的一个基本自由度, 曾在不同物理领域的发展过程中都起到非常重要的作用, 例如核物理中的壳结构、粒子物理中的核子自旋结构等, 极大推动了深层次物质结构的研究. 近些年, 在核物理领域也开展了丰富的自旋物理研究, 特别是由我国科学家最早提出, 在非对心核-核碰撞中产生的夸克物质中存在轨道角动量导致的自旋整体极化^[1,2], 随后为 RHIC-STAR 实验测量所证实^[3-6], 从此夸克物质的整体极化效应, 为研究夸克物质性质开启了一个新的方向.

2005 年, 我国理论物理学者率先在国际上提出了夸克物质整体极化的思想, 首次将非对心重离子碰撞中产生的轨道角动量和强子的自旋极化关联起来, 给出了由此导致的超子自旋极化和矢量介子自旋排列的预言, 开启了夸克胶子等离子体 (QGP) 围绕自旋自由度的研究^[1,2]. 针对这一预言, RHIC-STAR 合作组迅速开展了实验测量, 于 2007 年发表的测量结果显示: 在 200 GeV 和 62 GeV 金核-金核碰撞中没有观测到明显的超子和矢量介子的整体极化, 但其测量误差也较大^[3,4]. 此后 STAR 合作组在 2010—2014 年进行了第一期束流能量扫描实验, 利用获取的 62.4 GeV 以下的较低能量点的金核-金核对撞数据, 首次明确观测到 Λ 超子和

* 国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1604900)、中国科学院战略性先导科技专项 (B 类) (批准号: XDB34030000) 和国家自然科学基金 (批准号: 11890710, 12025501, 12147101) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chenjinhui@fudan.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xuqh@sdu.edu.cn

ϕ 介子明显的整体极化信号, 证实了夸克物质的整体极化新现象. 该实验的 Λ 超子测量于 2017 年 8 月作为封面论文在 *Nature* 杂志发表^[5], ϕ 介子和 K^*0 介子的测量也于 2023 年 2 月再次发表在 *Nature* 杂志^[6], 这一系列研究引起领域内对夸克物质自旋物理的关注. STAR 实验结果证实了 QGP 整体极化的存在, QGP 整体极化的发现被誉为近几年高能核物理领域最重要的突破之一, 对相对论量子尺度下流体涡旋度、强相互作用力局域涨落等物理的研究产生了深远的物理意义, 使 QCD 介质极化、手征涡旋效应和强相互作用力局域涨落成为当前高能核物理的一个重要前沿方向.

最近几年, 夸克物质整体极化现象在实验测量^[7-11] 和理论研究^[12-33] 方面都取得重要进展, 本文将主要介绍超子和矢量介子整体极化的实验测量.

2 重离子碰撞中的超子整体极化及局域极化测量

2.1 超子极化的测量方法

2.1.1 超子极化与弱衰变中的方位角分布

超子通过宇称守恒破缺的弱相互作用过程衰变为其他粒子, 从其末态衰变产物的方位角分布可以确定超子的自旋极化. 例如 Λ 超子的两个主要衰变道: $\Lambda \rightarrow p\pi^-$, 分支比为 64%; $\Lambda \rightarrow n\pi^0$, 分支比为 36%^[34], 在 Λ 粒子的静止系中, 衰变质子的角分布可表示为

$$\frac{dN}{d\Omega} \propto 1 + \alpha_{\Lambda} P_{\Lambda} \cos\theta^*, \quad (1)$$

其中, $\alpha_{\Lambda} = 0.732$ 是弱衰变常数, 表征宇称破坏的程度^[34], P_{Λ} 是超子在其静止系中的极化度, θ^* 是 Λ 粒子静止系中质子动量与超子极化方向的夹角. 由此出发, 实验上通过拟合超子衰变粒子的角分布即可得到超子的极化. 注意 (1) 式给出的是理想方位角分布, 在实验测量中需要考虑探测器的效率和接收度带来的影响.

其他超子的极化也可以通过类似方法测量, 例如 $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$, $\alpha_{\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-} = -0.356$; $\alpha_{\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0} = -0.406$ ^[34]; 但是与 Λ 相比, 实验测量需要实现两次弱衰变顶点的重建, 导致重建效率极大降低, 同时其衰变常数较小, 使其极化测量相比 Λ 更具挑战, 尽管如此, 含有多个奇异夸克强子的测量还是令人期待, 因为这些测量能够提供更多的关于夸克物质

整体极化的信息.

2.1.2 重离子碰撞中超子整体极化的测量方法

当重离子碰撞中超子整体极化的思想被提出来以后, RHIC-STAR 合作组就开展了金核-金核碰撞中超子整体极化的测量^[3]. 根据理论预言, 非对心的核-核碰撞会产生相对于反应平面的角动量或涡旋, 进而通过自旋-角动量耦合导致粒子的自旋极化, 所以粒子整体极化的方向是沿着反应平面的法线方向. 在实验上事件的反应平面可以通过末态粒子的动量-空间关联效应来得到.

Λ 超子的重建通常是通过测量带电粒子径迹并利用 $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ 衰变道的拓扑特征实现的. STAR 实验中利用了时间投影室来测量带电粒子的种类和动量, 然后将质子和 π 介子配对并寻找其衰变顶点, 再结合一系列挑选判据降低组合本底, 从而得到干净的 Λ 超子信号样本. 在其静止系, 得到衰变的方位角 $\cos\theta^*$ 的分布. 从 (1) 式出发, 假定探测器接收度对 $\cos\theta^*$ 没有依赖, 就可以得到如下简单的关系式:

$$P_{\Lambda} = \frac{3}{\alpha} \langle \cos\theta^* \rangle, \quad (2)$$

进一步将 $\cos\theta^*$ 分解为衰变质子相对于反应平面 Ψ_{RP} 的方位角 φ^* 和相对于入射束流的极角, 就可得到如下在 STAR 实验测量中采用的公式^[3]:

$$P_{\Lambda} = -\frac{8}{\pi\alpha R_{RP}} \langle \sin(\varphi^* - \Psi_{RP}) \rangle, \quad (3)$$

此处还考虑了实验上确定事件反应平面的分辨率 R_{RP} 带来的修正.

2.1.3 重离子碰撞中事件反应平面的测量

由于重离子碰撞时间极短, 事件反应平面无法通过直接观测得到. 实验上通常使用探测器中观测到的粒子分布重建事例平面代替反应平面^[35], 第 n 阶事例平面定义为

$$\Psi_n = \frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{\sum_i w_i \sin\varphi_i}{\sum_i w_i \cos\varphi_i}, \quad (4)$$

其中 φ_i 为用来重建事例平面的第 i 个粒子的方位角, w_i 为优化事例平面重建所使用的权重, 该权重通常取决于粒子的种类及横动量等因素. 由于探测器能探测的粒子数目有限, 事例平面和反应平面不完全相同, 其差别可以由分辨率 R_{RP} 修正. 实验上

通常将探测器分为两个接收度相同的子区域 a , b 来计算分辨率:

$$R_{RP} = \sqrt{2 \langle \cos(n(\Psi^a - \Psi^b)) \rangle} \quad (5)$$

此外, 也可以通过任意的 3 个不重叠的探测器区域 a , b , c 来计算分辨率:

$$R_{RP} = \sqrt{\frac{\langle \cos(n(\Psi^a - \Psi^b)) \rangle \langle \cos(n(\Psi^a - \Psi^c)) \rangle}{\langle \cos(n(\Psi^b - \Psi^c)) \rangle}}. \quad (6)$$

2.2 重离子碰撞中超子整体极化测量

2.2.1 低能区 Λ 超子整体极化测量结果:

目前 RHIC-STAR 实验已精确测量了 3—62 GeV 质心系能量下金核-金核碰撞中 Λ 超子及其反粒子的整体极化 [5,10], HADEES 实验则测量了 2.4 GeV 金核-金核碰撞和 2.55 GeV 银核-银核碰撞中的 Λ 超子极化 [11]. 图 1 给出了不同能量下非对心核-核碰撞中 Λ 超子和 $\bar{\Lambda}$ 整体极化的测量结果. 可以看到 STAR 实验在 20 GeV 以下观测到了明显的整体极化, 并且超子极化度随着碰撞能量的下降而升高, 在碰撞能量 3 GeV 时极化达到了 5% 左右. 而 HADEES 实验在更低能量下测得的整体极化没有降低的趋势, 达到了 6% 左右. 目前多个理论模型都能描述 7.7 GeV 以上随能量降低极化逐渐增大的趋势 [13—17], 例如基于量子输运模型的研究

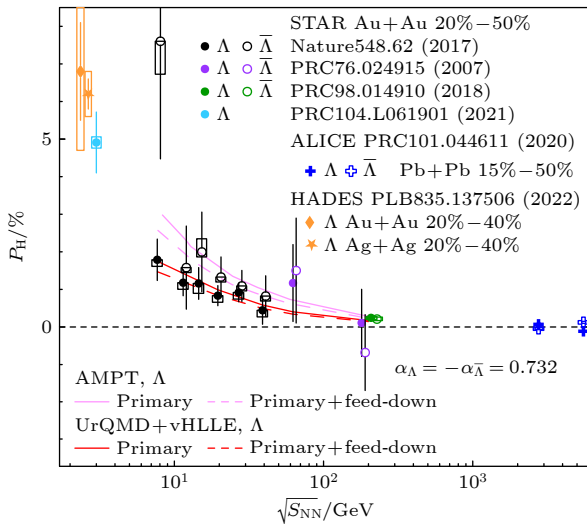


图 1 不同能量下非对心核-核碰撞中 Λ , $\bar{\Lambda}$ 超子的整体极化测量结果

Fig. 1. Global polarization of Lambda and anti-Lambda hyperon in non-central nuclear-nuclear collisions at different energies.

究显示, 非对心碰撞形成的涡旋场存在四极矩结构, 从而导致极化在空间不同区域符号不同, 高能下整体极化在全空间大部分抵消, 而低能下极化的空间分布出现不对称, 从而导致显著的整体极化. 有些理论预言极化不能随着能量降低而无限上升, 预期在碰撞能量 3 GeV 左右达到峰值 [18], 但目前 HADEES 实验在 3 GeV 以下低能区的实验结果没有观测到降低的趋势.

另外, 理论预言夸克物质中可以产生超强磁场, 而磁场对超子的整体极化会产生影响, 由于 Λ , $\bar{\Lambda}$ 的磁矩相反会导致它们的极化会出现差异 [5]. 图 1 所示为 7.7 GeV 以上 $\bar{\Lambda}$ 整体极化与 Λ 测量结果的比较, 可以看到目前 Λ , $\bar{\Lambda}$ 整体极化在误差范围内没有观测到显著差异, 期待 STAR 第二期能量扫描的数据能以更高精度的实验测量给出明确结论.

2.2.2 高能区 Λ 超子整体极化测量结果:

在 200 GeV 的金核-金核碰撞中, STAR 合作组于 2018 年进行了高精度测量 [7], 观测到 Λ 超子整体极化的清晰信号, 虽然比低能区的极化小得多, 但信号显著性达到 4 倍标偏差, 在 20%—50% 中心度以内的极化平均值为: 0.277 ± 0.040 (stat) ± 0.049 (sys) [%], 其反超子的极化为 0.240 ± 0.045 (stat) ± 0.045 (sys) [%]. 图 2 所示为整体极化随碰撞中心度的变化, 可以看到极化随着碰撞中心度的增大而显著增大. 碰撞中心度越大越趋向擦边的非对心碰撞, 因而体系的角动量更大, 导致超子极化升高, 这和理论预期一致. 图 3 所示为

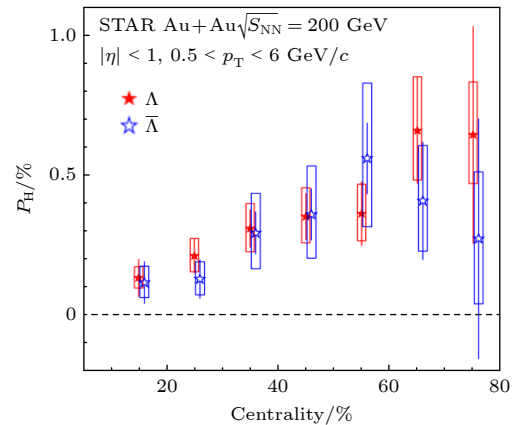


图 2 200 GeV 金核-金核碰撞中不同碰撞中心度下 Λ , $\bar{\Lambda}$ 超子整体极化 [7]

Fig. 2. Λ and $\bar{\Lambda}$ global polarization as a function of the collision centrality in Au+Au collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 200$ GeV [7].

200 GeV 金核-金核碰撞中 Λ , $\bar{\Lambda}$ 整体极化随赭快度和横动量变化的测量结果, 在误差范围内没有观测到对赭快度和横动量的依赖, 理论预言 Λ 极化由于不同的初态效应可能导致对横动量的依赖, 但没有得到现有测量结果的支持^[7].

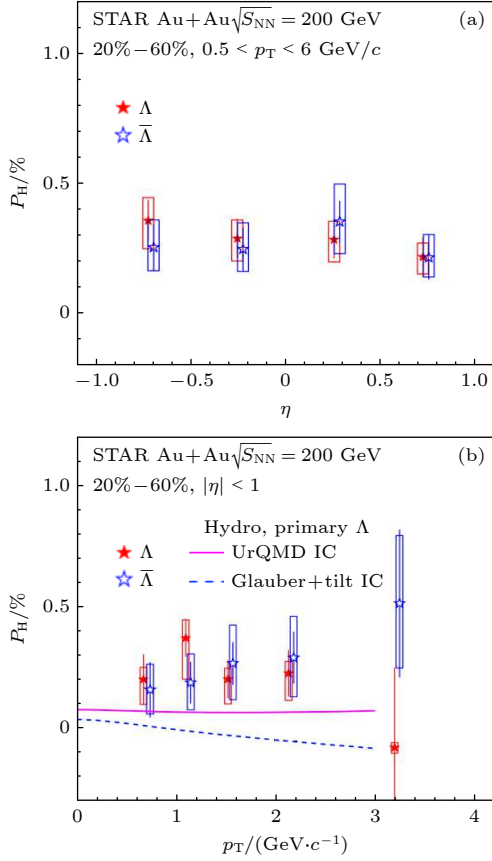


图 3 200 GeV 金核-金核碰撞中 Λ , $\bar{\Lambda}$ 整体极化随赭快度 η (a) 和横动量 p_T (b) 的变化^[7].

Fig. 3. Polarization of Λ , $\bar{\Lambda}$ as a function of η (a) and p_T (b) for the 20%–60% centrality bin in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV^[7].

在更高能区, ALICE 合作组测量了质心系能量 2.76 TeV 和 5.02 TeV 的铅核-铅核碰撞中的 Λ 超子及其反超子的整体极化^[8], 图 1 所示为 15%–50% 碰撞中心度的测量结果. 两个能区 Λ 超子及其反粒子极化的平均值为: $\langle P_H \rangle \approx 0.01 \pm 0.06$ (stat.) ± 0.03 (syst.) [%]^[8]. 尽管测量精度达到了 0.1% 左右, 但是在大型强子对撞机能区没有观测到极化信号, 这个趋势和理论预期一致.

2.2.3 高能区多奇异性超子 (Ξ^- , Ω) 整体极化测量结果:

STAR 合作组也测量了 200 GeV 金核-金核碰

撞中 Ξ^- , Ω 超子的整体极化^[9]. Ξ^- , Ω 实验上可通过其衰变道 $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$, $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$ 进行重建, 对其极化的测量有两种方法^[9]:

1) 直接利用 $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$ 弱衰变过程中的方位角分布提取, $\alpha_{\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-} = -0.356$. 对于 Ω 超子, 它是自旋 3/2 的粒子, 其衰变参数 $\alpha_{\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-} = 0.0157$, 数值太小导致直接测量误差非常大.

2) 利用 Ξ^- , Ω 衰变出的 Λ 粒子的极化进行间接测量, 这是基于 Ξ^- 衰变到 Λ 过程中, 其自旋极化存在如下关系:

$$P_\Lambda = C_{\Xi \rightarrow \Lambda} P_\Xi = \frac{1}{3}(1 + 2\gamma_\Xi) P_\Xi, \quad (7)$$

式中 $C_{\Xi \rightarrow \Lambda}$ 是衰变自旋转移因子, 可以利用 Ξ^- 衰变的另一个参数 γ_Ξ (值为 0.916) 计算得到. 对于 Ω 超子, 有类似的关系:

$$P_\Lambda = C_{\Omega \rightarrow \Lambda} P_\Omega = \frac{1}{5}(1 + 4\gamma_\Omega) P_\Omega, \quad (8)$$

其中 $C_{\Omega \rightarrow \Lambda}$ 和 γ_Ω 分别对应衰变自旋转移因子和衰变参数, 但 γ_Ω 还没有直接测量, 根据估计 $\gamma_\Omega \approx \pm 1$, 由此得到 $C_{\Omega \rightarrow \Lambda} = 1$ 或 -0.6 ^[9].

图 4 所示为 STAR 实验测量的 200 GeV 金核-金核碰撞中在 20%–80% 的碰撞中心度下 Ξ^- , Ω 超子整体极化的测量结果, 并和 Λ 极化结果进行比较. 可以看到 Ξ^- 及其反粒子极化直接测量法得到的结果很小 $\langle P_\Xi \rangle = -0.07 \pm 0.19$ (stat) ± 0.50 (syst) [%]. 通过衰变自旋转移间接测量法观测的结果为 $\langle P_\Xi \rangle = 0.63 \pm 0.11$ (stat) ± 0.26 (syst) [%], Ξ^- 的极化与其反粒子的极化也是一致的 (未在图

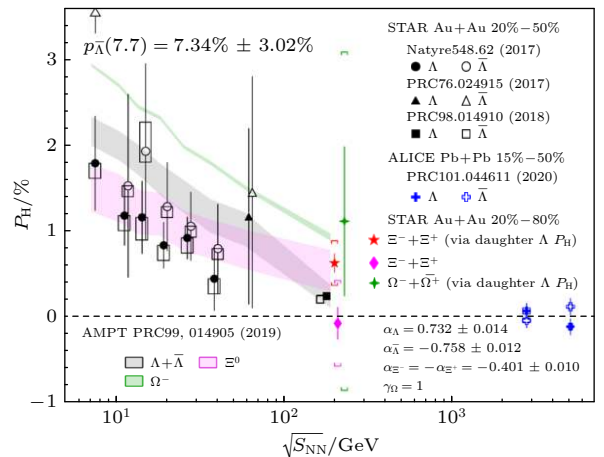


图 4 200 GeV 金核-金核碰撞中 Ξ^- 和 Ω 超子整体极化的测量结果, 以及与 Λ 结果的比较^[9].

Fig. 4. Global polarization of Ξ and Ω in Au+Au collisions at 200 GeV, and compared with Λ polarization^[9].

中显示^[9]. 可以看出, 目前这两种方法的结果在误差范围内一致, 但其平均值比相同能量下 Λ 超子的极化大, 这给未来的理论研究提供了新的数据. 基于 AMPT 模型的计算得到的 Ξ 和 Ω 超子的结果^[20], 目前在误差范围内与测量结果一致.

2.3 重离子碰撞中超子局域极化测量

由于各向异性流、能量密度分布涨落以及喷注淬灭沉积能量等原因, 夸克胶子等离子体中的涡旋场可以有复杂的动量和方位角等依赖性, 甚至出现环形涡旋结构. 其中, 各向异性流导致的局域极化效应近年来成为重离子碰撞中超子极化研究的重点课题. 经过广泛细致的实验测量和理论计算, 夸克胶子等离子体的各向异性流效应被证实可以由流体力学模型中的复杂速度场描述^[36]. 该速度场的存在导致沿着束流方向的涡旋场产生方位角依赖. 非对心碰撞中显著的椭圆流表明在反应平面方向的流体膨胀强于垂直于反应平面的方向, 使得涡旋场产生如图 5 所示的四极矩结构^[36]. 该涡旋场对应的角动量也会导致超子的极化, 通常称为局域极化, 和整体极化不同, 它是沿着束流方向极化的. 局域极化一般用 P_z 表示, 实验上可以通过如下公式测量^[37]:

$$P_z = \frac{\langle \cos\theta_p^* \rangle}{\alpha_H \langle \cos^2\theta_p^* \rangle}, \quad (9)$$

其中的方括号 $\langle \rangle$ 表示对所有超子求平均.

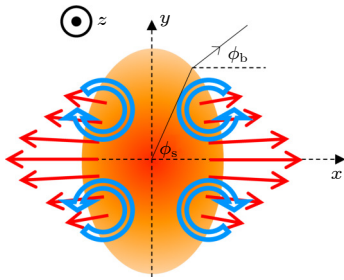


图 5 非对心重离子碰撞横平面中速度场和涡旋示意图^[37]. z 轴方向为束流方向, $x-z$ 平面为反应平面

Fig. 5. A sketch illustrating the system created in a non-central heavy-ion collision viewed in the transverse plane. Velocity field and expected vorticities are shown, the colliding beams are along the z axis and $z-x$ plane defines the reaction plane.

图 6 所示为 STAR 实验在 200 GeV 金核-金核碰撞 20%—60% 中心度事例中相对于二阶反应平面 (Ψ_2) 的不同方位角区间内测得的 $\langle \cos\theta_p^* \rangle^{\text{sub}}$,

角标 sub 表示修正了探测器接受度和粒子重建效率^[37]. Λ 超子和其反粒子结果都展现出了正弦结构, 可以用含有自由参数 p_0 和 p_1 的方程 $p_0 + 2p_1 \sin(2\phi - 2\Psi_2)$ 很好地拟合, 其中 $P_{z,s2} = p_1 = \langle P_z \sin(2\phi - 2\Psi_2) \rangle$ 直接反应了沿束流方向局域极化的大小.

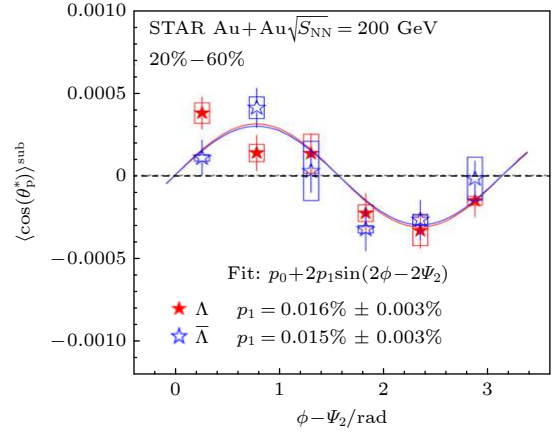


图 6 200 GeV 金核-金核碰撞 20%—60% 中心度事例中 Λ 超子和其反粒子的 $\langle \cos\theta_p^* \rangle^{\text{sub}}$ 关于 $\phi - \Psi_2$ 的依赖^[37]

Fig. 6. $\langle \cos\theta_p^* \rangle^{\text{sub}}$ of Lambda and anti-Lambda as a function of azimuthal angle ϕ relative to the second-order event plane Ψ_2 for 20%—60% centrality Au+Au collisions at 200 GeV^[37].

STAR 实验和 ALICE 实验在 200 GeV 金核-金核碰撞及 5.02 TeV 铅核-铅核碰撞中对超子沿束流方向的局域极化进行了细致的测量^[37,38]. 如图 7 所示, Λ 超子和其反粒子沿束流方向的局域极化随中心度增大而增大, 并且没有明显的碰撞能量

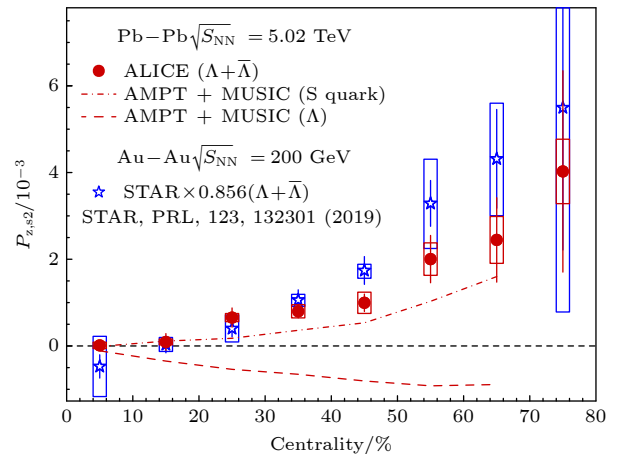


图 7 Λ 超子和其反粒子沿束流方向的局域极化在 200 GeV 金核-金核碰撞及 5.02 TeV 铅核-铅核碰撞中随中心度的变化^[37,38]

Fig. 7. Centrality dependence of $P_{z,s2}$ averaged for Lambda and anti-Lambda in Pb+Pb collisions at 5.02 TeV and in Au+Au collisions at 200 GeV^[37,38].

依赖性,但由于数据精度限制,60%中心度以上无法得到确切的结论.同时如图8所示,在30%—50%中心度区间该局域极化随横动量 p_T 增大而增大,直至 $p_T = 2 \text{ GeV}$ 左右时趋于稳定.当 $p_T < 2 \text{ GeV}$ 时,200 GeV金核-金核碰撞中的结果大于5.02 TeV铅核-铅核碰撞结果.此外,如图9所示,在5.02 TeV铅核-铅核碰撞中该局域极化信号没有显著的速度依赖.

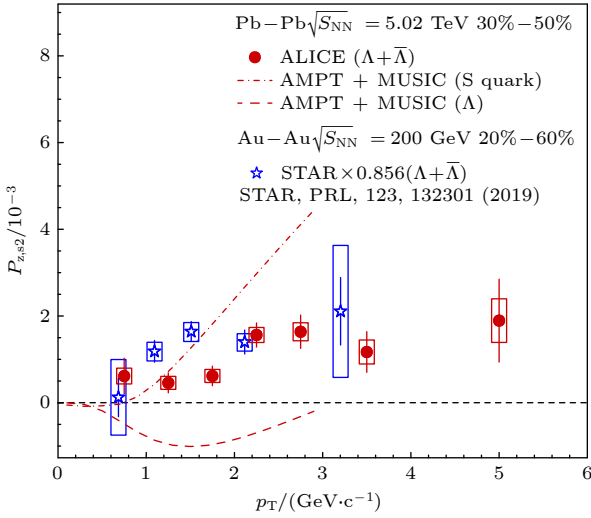


图8 Λ 超子和其反粒子沿束流方向的局域极化在20%—50%中心度200 GeV金核-金核碰撞及30%—50%中心度5.02 TeV铅核-铅核碰撞中随横动量的变化^[37,38]

Fig. 8. Transverse momentum dependence of $P_{z,s2}$ averaged for Lambda and anti-Lambda in Pb+Pb collisions at 5.02 TeV and in Au+Au collisions at 200 GeV^[37,38].

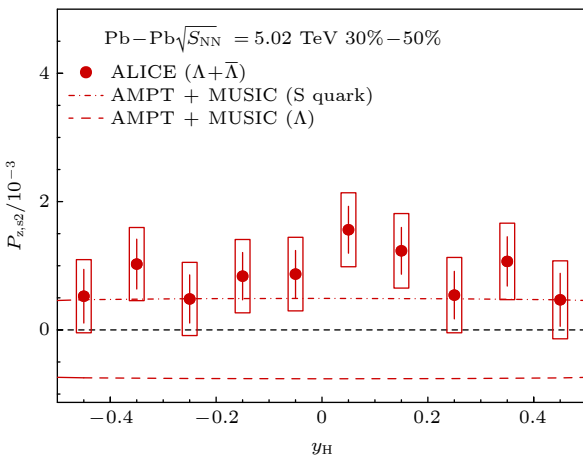


图9 Λ 超子和其反粒子沿束流方向的局域极化在30%—50%中心度5.02 TeV铅核-铅核碰撞中随快度的变化^[38]

Fig. 9. The rapidity dependence of $P_{z,s2}$ averaged for Lambda and anti-Lambda in Pb+Pb collisions at 5.02 TeV in the centrality interval of 30%—50%^[38].

图7—图9中数据点之外,实线和虚线展示了5.02 TeV铅核-铅核碰撞中包含流体剪切效应和热涡旋效应的模型计算结果^[39].该模型采用AMPT初始条件,利用3+1维流体力学模型MUSIC能够描述实验测得的粒子产额、横动量分布、及椭圆流.模型计算考虑了两种超子极化模式,即超子极化继承于奇异夸克极化(S quark),或忽略奇异夸克极化仅考虑超子本身的极化效应(Λ).后者无法描述实验数据,而前者可以大致描述实验测得的中心度及快度依赖,目前的版本还没有描述数据的横动量依赖行为.

3 重离子碰撞中矢量介子的整体极化测量

3.1 矢量介子极化的测量方法

如前文所述,夸克物质整体极化效应可以通过超子和矢量介子极化信号进行测量.对于矢量介子,这一极化现象通常称为自旋排列 (spin alignment): 在选定的基坐标系下,测量矢量介子的自旋在3个方向上的趋向概率.在没有极化的情况下,应该是3个方向的自旋排列概率均等;在有极化的情况下,在极化方向的自旋排列概率会出现差异.物理上自旋排列概率用自旋密度矩阵描述,对于自旋为1的粒子,自旋密度矩阵 ρ 是一个 3×3 的单位矩阵.在没有极化的情况下,它的对角元的秩相等,都为 $1/3$.对角元的秩偏离 $1/3$ 则意味着出现一定的自旋排列,即存在极化.因为矢量介子寿命很短,通过宇称守恒的强相互作用过程进行衰变,实验上无法测量自旋密度矩阵中的 ρ_{-1-1} 和 ρ_{11} 基元,而只能测量 ρ_{00} .与 Λ 超子的自旋极化测量方法类似,实验上也是通过衰变粒子在母粒子静止系下的角分布提取自旋排列信号 ρ_{00} :

$$W(\cos\theta^*) = N_0[(1 - \rho_{00}) + (3\rho_{00} - 1)\cos^2\theta^*], \quad (10)$$

其中 N_0 是归一化因子, θ^* 是在母粒子静止系中衰变末态带正电的粒子动量方向和极化方向之间的夹角.对于本文讨论的测量结果,这个极化方向就是碰撞系统轨道角动量的方向.和前文 Λ 超子极化测量的分析方法相似,矢量介子的极化方向也是通过实验中测量到的带电粒子方位角分布得到的事例平面来确定.

图 10 描述了相对论重离子碰撞中 ϕ 和 K^{*0} 介子的 $\cos\theta^*$ 分布, 分别选取了 27 GeV(ϕ 介子) 和 54.4 GeV(K^{*0} 介子) 的半中心碰撞为示例, 其他的对撞中心度或者横动量区间的分布也按照同样的分析方法获得. 图 10(a) 和 (b) 对应全 θ^* 空间的信号分布, 图 10(c) 和 (d) 对应 θ^* 空间的微分分布^[6]. 对图 10(c) 和 (d) 分布进行探测器效率和接收度修正之后, 就可以通过 $W(\cos\theta^*)$ 公式拟合来获得 ρ_{00}^{obs} . 实验上探测器效率修正使用 STAR 合作组的模拟数据获得. 对于接收度的修正, ϕ 和 K^{*0} 介子采用了不同的修正方法: 对于 ϕ 介子, 研究人员开发出了严格的运动学接收度修正方法^[38]; 对于 K^{*0} 介子则是通过嵌入数据分析方法修正^[6]. 通过验证, 这两种修正方法得到的测量结果是一致的. 对 ρ_{00}^{obs} 进行反应平面分辨率修正后^[40], 就能得到最终的测量结果 ρ_{00} . 反应平面分辨率的修正公式如下:

$$\rho_{00} - \frac{1}{3} = \frac{4}{1 + 3R_{\text{RP}}} \left(\rho_{00}^{\text{obs}} - \frac{1}{3} \right). \quad (11)$$

3.2 重离子碰撞中矢量介子整体极化的测量

STAR 合作组在 2008 年测量了金核-金核 200 GeV 中 ϕ 和 K^{*0} 的整体极化, 基于当时的测量精度, ρ_{00} 的测量结果接近 1/3, 因此实验上没有观察到自旋排列信号^[4]. 自 2010 年开始, STAR 合作组进行束流能量扫描实验, 并在之后若干年中多个年份采集了高统计量的 200 GeV 金核-金核碰撞事例. STAR 合作组对这些数据进行分析, 测量矢量介子整体自旋排列信号随着系统的碰撞能量, 碰撞中心度和粒子横动量等参数的分布. 图 11 是半中心 (20%—60%) 金核-金核碰撞中 ϕ 介子的整体自旋排列信号随横动量分布的测量结果, 图 12 是对应的 K^{*0} 的整体自旋排列信号随横动量分布的测量结果^[6].

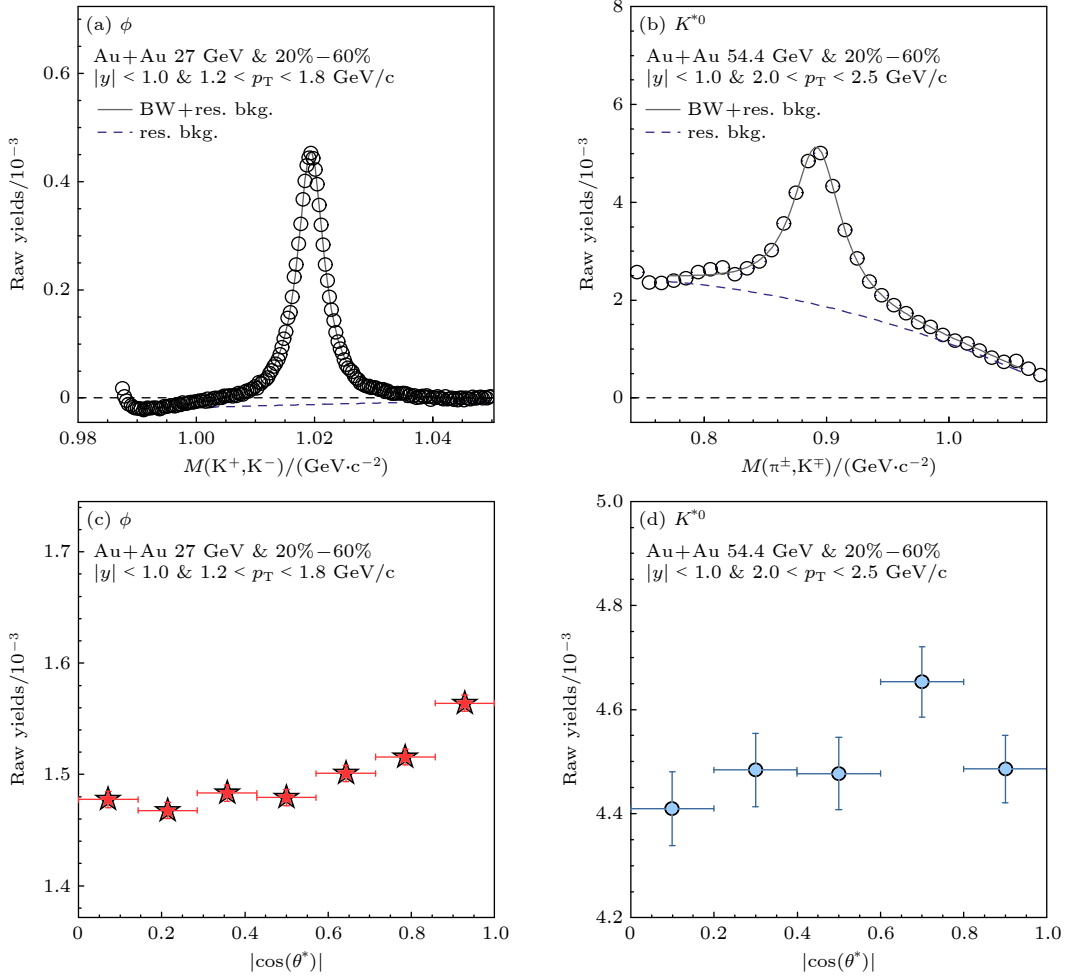


图 10 相对论重离子碰撞中 ϕ 和 K^{*0} 信号分布示例 (a) 和 (b) θ^* 空间积分分布; (c) 和 (d) θ^* 微分分布^[6]

Fig. 10. Example of ϕ and K^{*0} distributions in Au+Au collisions at relativistic heavy-ion collider: (a) and (b) Examples of invariant mass distributions; (c) and (d) the extracted yields as a function of $\cos\theta^*$ ^[6].

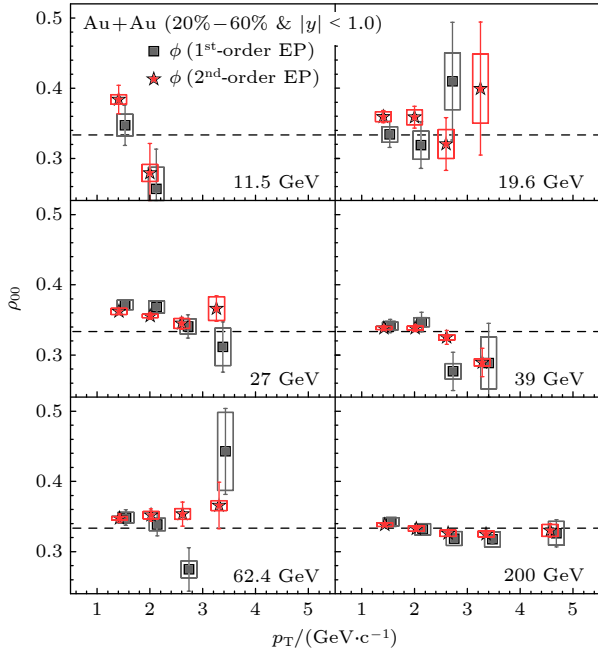


图 11 束流能量扫描实验中和高统计量 200 GeV 金核-金核碰撞中 ϕ 介子 ρ_{00} 随其横向动量的分布^[6]

Fig. 11. ρ_{00} as a function of transverse momentum for ϕ -meson for beam-energy scan energies and for the high statistics 200 GeV data^[6].

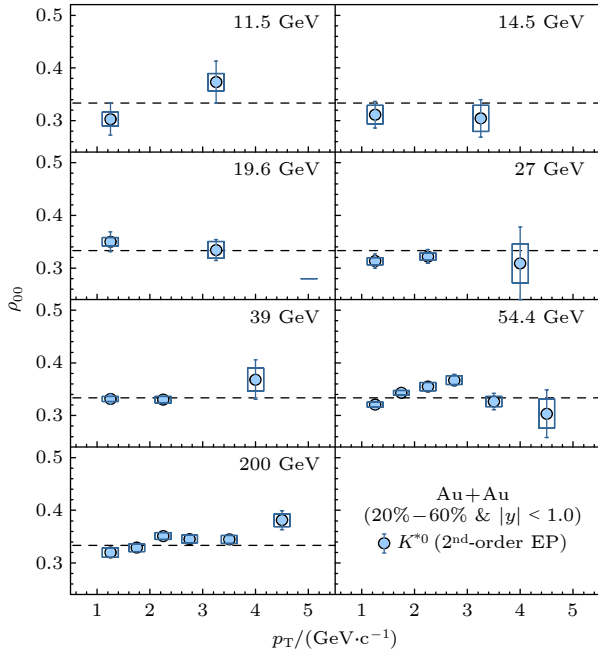


图 12 束流能量扫描实验中和高统计量 200 GeV 金核-金核碰撞中 K^{*0} 介子 ρ_{00} 随其横向动量的分布^[6]

Fig. 12. ρ_{00} as a function of transverse momentum for K^{*0} for beam-energy scan energies and for the high statistics 200 GeV data^[6].

从图 11 和图 12 可以获得如下结论: 对于 ϕ 介子, 在所有测量的碰撞能量中, ϕ 介子的 ρ_{00} 在低横

动量区间 ($p_T \sim 1.0-2.4$ GeV/c) 大于 1/3, 而在高横动量区间基本在 2 个标准偏差内等于 1/3; 对于 K^{*0} 介子, 在所有测量的碰撞能量中, K^{*0} 介子的 ρ_{00} 在所有横动量区间都基本等于 1/3. 该测量结果表明, ϕ 介子出现了整体自旋排列行为, 其信号强度随着束流能量减小而增强, 这一现象与 Λ 超子极化的束流能量结果趋势一致^[5].

为了确认信号强度, 研究人员对上述矢量介子的测量结果对横动量进行积分, 得到如图 13 所示结果. 在束流能量 62 GeV 及其以下, ϕ 介子展示出显著的整体自旋排列信号, 表现为其 ρ_{00} 显著大于 1/3. 对 ≤ 62 GeV 的数据加权求平均得到 $\rho_{00} = 0.3512 \pm 0.0017(\text{stat}) \pm 0.0017(\text{sys})$. 合并考虑统计误差和系统误差, STAR 合作组的测量指出 ϕ 介子整体自旋排列信号大于 1/3 的显著性超过 7.4 个标准偏差^[6]. 图 13 中 K^{*0} 介子的测量得到 ρ_{00} 接近 1/3, 对 ≤ 54.4 GeV 的数据加权求平均得到 $\rho_{00} = 0.3356 \pm 0.0034(\text{stat}) \pm 0.0043(\text{sys})$. STAR 合作组也对比了大型强子对撞机能区 ALICE 合作组的

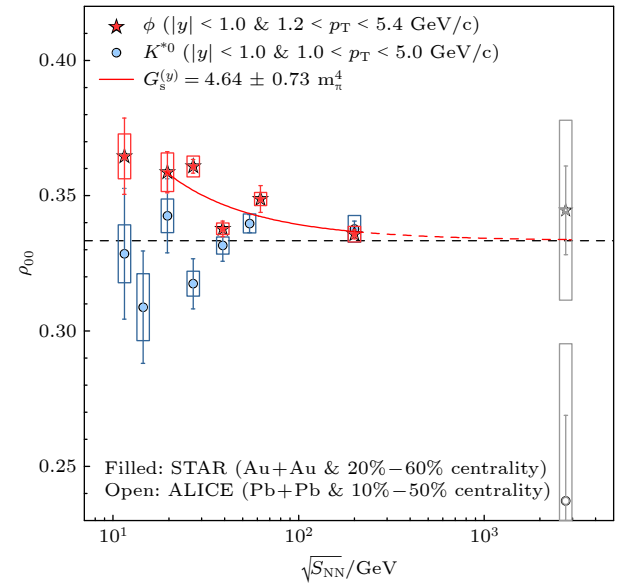


图 13 相对论重离子碰撞中 ϕ 和 K^{*0} 整体极化测量结果^[6]. 图中实心数据点来自 STAR 测量, 空心点是从 ALICE 实验中选出和 STAR 数据的动量区间, 中心度区间最接近的测量. 红色实线是 π 介子场局域涨落理论对实验数据的拟合, 红色虚线则是该拟合外延到 LHC 能区^[41]

Fig. 13. Measurements of ϕ and K^{*0} global spin alignment in heavy-ion collisions^[6]. Solid points are data from STAR measurement, open symbols indicate ALICE results with the p_T bin nearest to the mean p_T for the 1.0–5.0 GeV/c range assumed for each meson in the STAR analysis. The red solid line is the fitting of the local fluctuation theory of the π meson field to the experimental data, and the red dotted line is the extension of the fitting to the LHC energy region^[41].

测量结果: 在相近的对撞中心度和介子横动量区间, 大强子对撞机能区 2.76 TeV 的结果符合 STAR 合作组的结果 (200 GeV), ρ_{00} 趋近 1/3^[41], 但误差较大.

图 14 对应 STAR 实验中 ϕ 和 K^*0 介子自旋整体极化信号的中心度依赖行为, 由于束流能量扫描一期中低能端统计量较低, 研究人员分析了 27—200 GeV 的数据. 从图 14 可以获得, 27 GeV 的信号比 39 GeV 及其以上能量的显著, 27 GeV 的信号强度在半中心碰撞最强. K^*0 介子的 ρ_{00} 在不同中心度都趋近 1/3. 这些趋势与图 11—图 13 一致.

STAR 合作组^[1,2]发现 ϕ 介子的整体自旋排列信号的强度远大于传统理论模型预期. 新的理论通过在夸克物质中引入强相互作用的局域涨落定性的解释了实验数据^[23–26]. 关于该理论的详细描述见参考文献^[23–26], 或者文献^[42]. 值得指出的是, 他们的理论也考虑了夸克物质的温度随束流能量改变而变化的因素^[23–26]. 在他们的理论框架下, ϕ 和 K^*0 的差异也能够获得解释. 研究人员发现 ϕ 和 K^*0 介子的自旋极化差异可能也和它们在致密 QCD 物质中不同的作用截面相关^[43,44]. 需要指出, 新的理论还在发展中, 还需要更多的实验数据验证.

4 讨论

重离子碰撞中夸克物质整体极化的实验测量

证实了夸克物质中的涡旋效应, 极大地丰富了人们对强相互作用的认识, 但是目前还存在若干问题, 需要理论和实验两方面进行研究: 例如正反 Λ 超子极化的差异问题, 整体极化的快度依赖问题, 超子局域极化问题, 不同矢量介子整体极化异同等.

STAR 实验的二期能量扫描已于 2019—2021 年顺利完成, 采集的数据量比此前能量扫描一期的数据量提高了一个数量级. 同时新建的事件平面探测器 (EPD) 使事件平面重建的分辨率提高 50% 以上, 这将极大提高整体极化测量的精度, 有望明确回答正反粒子整体极化的差异, 检验是否存在磁场对极化的影响. 同时, STAR 实验时间投影室 iTPC 升级将赝快度覆盖范围从 $|\eta| < 1$ 扩展到 $|\eta| < 1.5$ ^[45], 前向探测器升级的完成后进一步扩展至 $(2.5 < \eta < 4)$, 使得前向快度区的超子极化测量成为可能. 目前不同理论模型中超子极化的快度依赖并不一致, 因此在大快度区的测量将可以鉴别不同理论模型.

此外, STAR 合作组于 2018 年获取了高统计的同质异位素钕-钕和铅-铅碰撞事例. 同质异位素碰撞产生的磁场会有 10% 的差异, 而这两类碰撞系统的原子核数即系统体积是相同的, 在这两类系统中超子整体极化的测量, 可以研究磁场对整体极化的影响, 并且可以和超子、反超子的极化差异进行交叉验证. 同时, 通过和相同能量下金核-金核碰撞中超子整体极化相比较, 可以给出整体极化对碰撞系统的依赖.

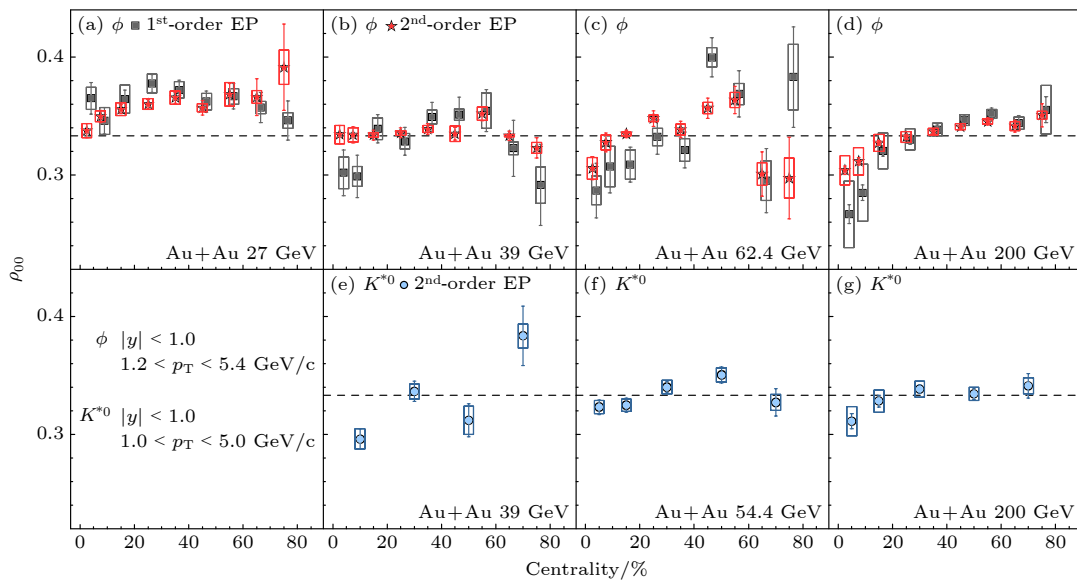


图 14 重离子碰撞中 ϕ 和 K^*0 介子 ρ_{00} 随碰撞系统中心度的分布, 对于 ϕ 介子的测量也检验了一阶反应平面分析方法^[6]

Fig. 14. ρ_{00} as a function of centrality for ϕ and K^*0 , and for the ϕ meson analysis, results from first order event plane are also carried out for cross check^[6].

沿束流方向的局域极化实验结果揭示了流体剪切效应在 QGP 涡旋研究中的重要性. 仅考虑热涡旋效应的模型能够较好地描述整体极化效应, 却得出了与实验结果符号相反的局域极化信号^[36]. 直至引入了流体剪切效应导致的涡旋效应, 模型计算才能够描述实验结果^[39]. 图 9—图 11 展示了不同的超子极化模式会导致局域极化信号产生显著的差别, 继承于奇异夸克的极化信号受流体剪切效应影响较大, 而直接考虑超子自身的极化则受热涡旋影响较大. 通过与模型计算对比, 实验结果可以约束这两种机制的占比. 另一方面, 模型计算中剪切黏滞系数的大小直接影响了局域极化的大小^[39], 使得实验结果能够从全新的维度上约束 QGP 的黏滞系数. 此外, 如上所述 STAR 实验组于 2018 年采集的高统计量的同质异位素碰撞数据将为研究局域极化的碰撞系统依赖以及探索高阶集体流导致的局域极化提供新机遇.

对于矢量介子整体极化和强相互作用力局域涨落的联系, 新的实验测量包括 ρ 介子、 J/Ψ 介子等将能够提供更加严格的限制, 这些研究 STAR 合作组正在有序推进. 作者已经注意到, ALICE 合作组于近期测量了快度 $2.5 < y < 4$ 区间 J/Ψ 粒子的整体极化并获得 3.9 倍标准偏差的信号^[46], 接下来的实验测量和理论研究将令人期待.

5 结 论

重离子碰撞中对 Λ 超子, ϕ 和 K^*0 介子整体自旋极化的系统实验测量证实了夸克物质的整体极化效应, 为研究夸克物质性质开启了一个新的研究方向. 这些丰富的实验数据对已有整体极化理论模型进行了检验, 同时也提出了一些新的挑战, 将推动对整体极化和涡旋效应物理机制的深入研究. Λ 超子的整体极化随着束流能量降低而逐渐上升, 符合重离子碰撞中形成的流体的涡旋效应, 而其沿着束流方向的极化测量偏离流体力学预期, 可能预示着反应中流体剪切效应起作用. ϕ 和 K^*0 介子的整体极化测量, 尤其是 ϕ 介子的极化强度明显超出传统理论预期, 该实验结果推动了理论的发展, 新的介子极化理论考虑了强相互作用中介子场的作用, 尤其是场的局域涨落能够定性描述实验数据. STAR 合作组的实验测量有望帮助人们定量研究强相互作用中的局域涨落强度, 这可能是强相互作用机制研究的新方向.

参考文献

- [1] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301; **96** 039901(E)
- [2] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [3] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration) 2007 *Phys. Rev. C* **76** 024915; **95** 039906(E)
- [4] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration) 2008 *Phys. Rev. C* **77** 061902(R)
- [5] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2017 *Nature* **548** 62
- [6] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2023 *Nature* **614** 244
- [7] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014910
- [8] Acharya S, Adamová D, Adhya S P, et al. (ALICE Collaboration) 2020 *Phys. Rev. C* **101** 044611; **105** 029902
- [9] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 162301
- [10] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2021 *Phys. Rev. C* **104** L061901
- [11] Yassine R, Arnold O, Becker M, et al. (HADES Collaboration). 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137506
- [12] Pang L G, Petersen H, Wang Q, Wang X N 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 192301
- [13] Li H, Pang L G, Wang Q, Xia X L 2017 *Phys. Rev. C* **96** 054908
- [14] Sun Y, Ko C M 2017 *Phys. Rev. C* **96** 024906
- [15] Karpenko I, Becattini F 2017 *Eur. Phys. J. C* **77** 213
- [16] Vitiuk O, Bravina L, Zabrodin E, 2020 *Phys. Lett. B* **803** 135298
- [17] Guo Y, Liao J, Wang E, Xing H, Zhang H 2021 *Phys. Rev. C* **104** L041902
- [18] Ivanov Y 2021 *Phys. Rev. C* **103** L031903
- [19] Deng X G, Huang X G, Ma Y G, Zhang S 2020 *Phys. Rev. C* **101** 064908
- [20] Wei D X, Deng W T, Huang X G 2019 *Phys. Rev. C* **99** 014905
- [21] Liang Z T, Song J, Upsal I, Wang Q, Xu Z B 2021 *Chin. Phys. C* **45** 014102
- [22] Deng X G, Huang X G, Ma Y G 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137560
- [23] Sheng X L, Oliva L, Wang Q 2020 *Phys. Rev. D* **101** 096005; **105** 099903(E)
- [24] Sheng X L, Wang Q, Wang X N 2020 *Phys. Rev. D* **102** 056013
- [25] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N arXiv: 2205.15689
- [26] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N arXiv: 2206.05868
- [27] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [28] Lin, Z W, Zheng L 2021 *Nucl. Sci. Tech.* **32** 113
- [29] Shao T H, Chen J H, Ko C M, Sun K J, Xu Z B 2020 *Chin. Phys. C* **44** 114001
- [30] Peng H H, Zhang J J, Sheng X L, Wang Q 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 116701
- [31] Chen J H, Keane D, Ma Y G, Tang A H, Xu Z B 2018 *Phys. Rept.* **760** 1
- [32] Wang X N 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 15
- [33] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [34] Workman R L et al. (Particle Data Group). 2022 *PTEP* **2022** 083C01

- [35] Poskanzer A M, Voloshin S A 1998 *Phys. Rev. C* **58** 1671
 [36] Becattini F, Karpenko I 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 012302
 [37] Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. (STAR Collaboration). 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 132301
 [38] Acharya S, AdamováD, Adhya S P, et al. (ALICE Collaboration). 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 172005
 [39] Fu B C, Liu S, Pang L G, Song H C, Yin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 142301
 [40] Tang A H, Tu B, Zhou C S 2018 *Phys. Rev. C* **98** 044907
 [41] Acharya S, AdamováD, Adhya S P, et al. (ALICE Collaboration). 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 012301
 [42] Sheng X L, Liang Z T, Wang Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072502 (in Chinese) [盛欣力, 梁作堂, 王群 2023 物理学报 **72** 072502]
 [43] Shen D Y, Chen J H, Lin Z W 2021 *Chin. Phys. C* **45** 054002
 [44] Li Z Y, Cha W M, Tang Z B 2022 *Phys. Rev. C* **106** 064908
 [45] Yang C, Chen J H, Ma Y G, Xu Q H 2019 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **49** 102008 (in Chinese) [杨驰, 陈金辉, 马余刚, 徐庆华 2019 中国科学: 物理学 力学 天文学 **49** 102008]
 [46] Acharya S, AdamováD, Adhya S P, et al. (ALICE Collaboration) arXiv: 2204.10171

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Measurements of global polarization of QCD matter in heavy-ion collisions*

Sun Xu¹⁾ Zhou Chen-Sheng²⁾ Chen Jin-Hui^{2)†} Chen Zhen-Yu³⁾

Ma Yu-Gang²⁾ Tang Ai-Hong⁴⁾ Xu Qing-Hua^{3)‡}

1) (*Quark Matter Center, Institute of modern physics, Chinese Academy of Science, Lanzhou 730000, China*)

2) (*Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application (MOE), Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

3) (*Institute of Frontier and Interdisciplinary Science & Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation (MOE), Shandong University, Qingdao 266237, China*)

4) (*Brookhaven National Laboratory, Upton 11973, USA*)

(Received 28 December 2022; revised manuscript received 30 January 2023)

Abstract

The experimental data of the global polarization of Λ hyperon, ϕ and K^{*0} vector mesons in high-energy heavy ion collision confirm the new phenomenon of global polarization of hot-dense QCD matter, which has attracted extensive attention from researchers and has become a new hot research direction in the frontier of high-energy nuclear physics. This paper reviews the recent global polarization measurements. We focus on the global polarization measurements of Λ hyperon and ϕ , K^{*0} mesons, carried out by the solenoidal tracker detector (STAR) collaboration group at the Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) at its Phase I of Beam Energy Scan program, and extend to the global polarization measurements containing multiple strange quark particles, such as Ξ , Ω and the local polarization studies of Λ along the beam direction. In the paper, we also briefly comment on the measurements at higher energy from the large hadron collider (LHC) and at very low energy in HADES experiment. In the end of the paper, the physical information given by these experimental results is also briefly discussed.

Keywords: heavy-ion collision, global polarization, hyperon polarization, vector meson spin alignment

PACS: 24.70.+s, 24.85.+p

DOI: 10.7498/aps.72.20222452

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022FYA1604900), the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDB34030000) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11890710, 12025501, 12147101).

† Corresponding author. E-mail: chenjinhui@fudan.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xuqh@sdu.edu.cn



重离子碰撞中QCD物质整体极化的实验测量

孙旭 周晨升 陈金辉 陈震宇 马余刚 唐爱洪 徐庆华

Measurements of global polarization of QCD matter in heavy-ion collisions

Sun Xu Zhou Chen-Sheng Chen Jin-Hui Chen Zhen-Yu Ma Yu-Gang Tang Ai-Hong Xu Qing-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072401 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222452

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222452>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁性硅烯超晶格中电场调制的谷极化和自旋极化

Valley and spin polarization manipulated by electric field in magnetic silicene superlattice

物理学报. 2018, 67(8): 086801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180080>

脉冲强磁场下的电极化测量系统

A pulsed high magnetic field facility for electric polarization measurements

物理学报. 2020, 69(5): 057502 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191520>

基于稀疏阵列的电磁矢量传感器多输入多输出雷达高分辨角度和极化参数联合估计

Efficient angle and polarization parameter estimation for electromagnetic vector sensors multiple-input multiple-output radar by using sparse array

物理学报. 2020, 69(7): 074302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191895>

空间重离子入射磷化铟的位移损伤模拟

Simulation of displacement damage in indium phosphide induced by space heavy ions

物理学报. 2021, 70(17): 172401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210303>

重离子在碳化硅中的输运过程及能量损失

Transport process and energy loss of heavy ions in silicon carbide

物理学报. 2021, 70(16): 162401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210503>

Be⁺离子和Li原子极化率和超极化率的理论研究

Theoretical study of polarizabilities and hyperpolarizabilities of Be⁺ ions and Li atoms

物理学报. 2021, 70(4): 043101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201386>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

强相互作用自旋-轨道耦合与夸克-胶子 等离子体整体极化*

高建华^{1)†} 黄旭光²⁾ 梁作堂³⁾ 王群⁴⁾ 王新年⁵⁾

1) (山东大学空间科学与物理学院, 山东省光学天文与日地空间环境重点实验室, 威海 264209)

2) (复旦大学物理学系, 粒子物理与场论中心, 核物理与离子束应用教育部重点实验室, 理论核物理中心, 上海 200433)

3) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 粒子物理与粒子辐照教育部重点实验室, 青岛 266237)

4) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

5) (Nuclear Science Division, MS 70 R0319, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley 94720, USA)

(2023年1月22日收到; 2023年2月12日收到修改稿)

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的原子核物质系统具有巨大的初始轨道角动量, 经过强相互作用的自旋-轨道耦合, 这一巨大的轨道角动量可以转化为产生的夸克-胶子等离子体的整体极化. 整体极化效应在理论上提出后, 首先被美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机上的 STAR 实验所证实, 激发了人们对相关问题的研究, 成为重离子碰撞物理研究的一个新方向——重离子碰撞自旋物理. 本文简单回顾了整体极化原始基本思想、理论计算体系与主要结果以及近几年的理论进展.

关键词: 自旋-轨道耦合, 整体极化, 自旋效应, 相对论重离子碰撞**PACS:** 25.75.Nq, 12.38.Mh**DOI:** 10.7498/aps.72.20230102

1 前言

2017年, 美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机 (RHIC) 上 STAR 国际合作实验组在《自然》杂志上以封面论文发表了他们对 Λ 超子整体极化的测量结果^[1], 实验结果清楚地显示, 相对论重离子碰撞中产生的 Λ 超子是沿着反应面法线方向的反方向极化的. 该实验结果证实了2004年在理论上给出的预言^[2], 在学术界引起强烈反响, 迅速引发了大量后续理论与实验研究, 使自旋物理以及由此衍生的手征与电磁场效应成为当前重离子碰撞物理领域的新方向. 最近, STAR 关

于矢量介子整体极化的实验结果又在《自然》发表^[3]. 目前, 已有多篇综述性文章与专著发表^[4-10], 新的实验与理论研究也在进行中. 本文的目标是对文献^[2]的原始思想、计算方法与主要结果进行简单回顾, 对后续理论发展简单总结. 对实验测量的综述可参见文献^[11], 对矢量介子极化见文献^[12], 更详细的介绍可以参阅英文综述^[10].

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的原子核物质系统具有巨大的沿着反应面法线方向反方向的初始轨道角动量. 与其他高能反应不同的是, 对重离子碰撞过程, 实验上可以通过对末态粒子集体流的测量或者利用旁观者探测器把反应面确定下来. 因此, 高能重离子碰撞为我们提供了一

* 国家自然科学基金 (批准号: 11890710, 11890713, 11890714, 12175123, 12225502, 12075061, 12147101, 12135011)、国家重点研发计划 (批准号: 2022YFA1604900)、上海市自然科学基金 (批准号: 20ZR1404100) 和 U.S. DOE (批准号: DE-AC02-05CH11231) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn

个具有巨大轨道角动量的强相互作用物质系统,通过对反应后末态粒子自旋极化性质的测量,可以探测量子色动力学 (QCD) 支配下的物质系统自旋-轨道相互作用的性质.

2004 年,文献 [2] 首先注意到重离子碰撞的这一特点,并将理论计算发展到固定碰撞参数的基本碰撞过程,证明了经过碰撞,部分初态的轨道角动量可以转化为末态粒子的自旋极化,从而使重离子碰撞末态粒子具有沿反应面法线方向反方向的自旋极化,文献 [2] 称之为整体极化效应 (global polarization). 文献 [2] 的计算从量子场论基本原理出发,并采用了平均场近似从而利用简单的势模型来描述系统中夸克与其他粒子的相互作用,使具体计算形式简单、物理思想清晰、结论明确,使人们便于认识到其背后的物理实质. 在文献 [2] 的基础上,文献 [13] 迅速把计算推广到有限温度下量子色动力学情形,从而使计算结果更加可靠. 这些计算 [2,13] 注重物理实质,但只给出了一次碰撞的结果. 对高能重离子碰撞过程,需要考虑部分子间的多次碰撞,文献 [16] 做了这方面的尝试,而文献 [17] 利用微观输运理论考虑了多次碰撞. 本文第 4 节将对文献 [2,13–16] 进行简短回顾.

文献 [18] 最早指出,初态系统巨大的轨道角动量可以导致产生系统的涡旋,在产生的夸克物质系统中形成涡旋场,从而使自旋-轨道耦合表现为系统的自旋-涡旋耦合. 随后,文献 [19] 首先利用统计力学模型,给出了一个理想费米子气体系统在考虑平衡情况下,末态极化与涡旋度的关系. 第 5 节将对整体极化的流体力学描述进行简短总结,第 6 节将简单介绍如何从夸克-胶子等离子体的夸克极化转化为末态强子极化以及与实验比较的情况.

由于重离子碰撞中参与反应的系统是带正电的,巨大的轨道角动量也预示有很强的磁场,与之相关的自旋 (手征性) 效应的研究也是重离子碰撞自旋物理的另一个重要方面,这些内容可以参考文献 [20,21]. 随着研究的深入,不断揭示出新的问题,将在第 7 节总结与展望中予以简单总结.

2 相对论量子体系中的自旋-轨道耦合

自旋是粒子的基本自由度之一,在近代物理学发展过程中起到了极其重要的作用,如凝聚态物理的自旋电子学、原子核物理的壳结构模型、高能物

理中的质子自旋 [22–26] 等. 这些奇特的自旋效应都是与自旋-轨道耦合紧密联系在一起,本文将要讨论的相对论重离子碰撞中的整体自旋极化也是自旋-轨道耦合导致的物理结果. 所以在讨论整体极化之前介绍自旋-轨道耦合将为认识自旋效应的本质提供帮助.

自旋-轨道耦合是相对论费米子体系的一种内禀性质. 即使在自由的狄拉克方程里面也表现出了自旋角动量和轨道角动量的相互耦合. 我们知道自由狄拉克粒子的哈密顿量 \hat{H} 并不与轨道角动量 \hat{L} 和自旋角动量 $\Sigma/2$ 相互对易,但是与总角动量 $\hat{J} = \hat{L} + \Sigma/2$ 相互对易:

$$[\hat{H}, \hat{L}] = -i\alpha \times \hat{p}, [\hat{H}, \Sigma] = 2i\alpha \times \hat{p}, [\hat{H}, \hat{J}] = 0. \quad (1)$$

这一结果明显地展示了轨道角动量和自旋角动量是紧密连接在一起的,在相对论量子体系中它们两者之间是可以相互转化的.

如果狄拉克粒子是在中心力场作用下运动 $\hat{H} = \alpha \cdot \hat{p} + \beta m + V(r)$, 通过 Foldy - Wouthuysen 变换并取非相对论极限,可得

$$\hat{H}_{nr} = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 + V(r) + \frac{1}{4m^2 r} \frac{dV}{dr} \hat{L} \cdot \sigma, \quad (2)$$

最后一项就是在非相对论量子力学中大家非常熟悉的自旋-轨道耦合项,它其实是相对论量子力学中的一个自然结果. 这一自旋-轨道耦合项可以解释原子光谱中的精细结构,并且这一项有着很形象的物理解释,它本质上就是磁矩和有效磁场的耦合

$$\begin{aligned} V_{ls}(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \frac{e}{4m} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) \\ &= \frac{e}{4m^2 r} \frac{d\phi}{dr} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中已经考虑了托马斯进动效应而引入了一个 1/2 因子.

可见,自旋-轨道耦合是相对论量子力学中的一般结论,不取决于相互作用的具体形式.

3 高能重离子碰撞中的轨道角动量

高能重离子非对心碰撞中存在一个很大的初始轨道角动量,2004 年,梁作堂和王新年首次意识到这一初始轨道角动量可以通过自旋-轨道耦合转化为夸克-胶子等离子体中夸克的整体极化,并最终导致夸克强子化后末态强子的极化 [2]. 本节将简要

回顾高能重离子非对心碰撞中初始轨道角动量的整体和局域分布的定量估计。

3.1 整体轨道角动量

如图 1 所示, 在重离子非对心碰撞中, 取束流方向沿 z 轴方向, 碰撞参数为 b 沿 x 轴方向, 反应平面沿 y 轴方向. 整体的轨道角动量 L_y 可以通过如下公式计算:

$$L_y = -p_{in} \int x dx \left(\frac{dN_{part}^P}{dx} - \frac{dN_{part}^T}{dx} \right), \quad (4)$$

其中 $dN_{part}^{P,T}/dx$ 表示积分掉 y, z 后参加反应核子的沿 x 方向的横向分布函数, 上标 P 代表入射原子核, T 代表靶原子核. 利用 Hard sphere 模型和 Woods-Saxon 模型分别计算 200 GeV 能量下, AA 碰撞中, 整体轨道角动量随碰撞参数的函数关系 [2,13] 如图 2 所示, 可以看到整个体系的轨道角动量是很大的, 甚至可以达到 10^5 的数量级. 这一巨大的初始

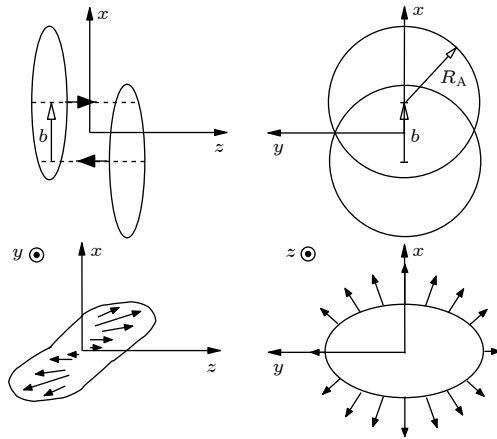


图 1 非对心碰撞示意图 [2]

Fig. 1. Illustration of non-central heavy-ion collisions [2].

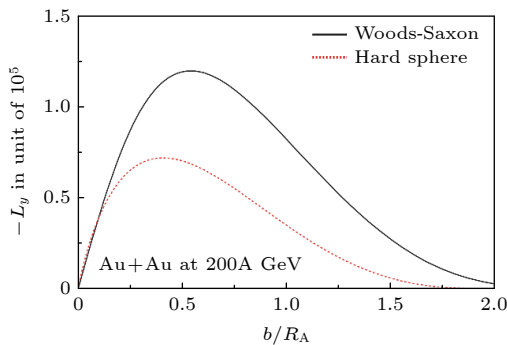


图 2 整体轨道角动量与碰撞参数的关系 [13]

Fig. 2. Global orbital angular momentum as a function of the impact parameter [13].

轨道角动量为原子核碰撞后产生的热密核物质的自旋整体极化提供了可能条件。

3.2 轨道角动量的局域分布

初始的整体轨道角动量如何转化为碰撞后的自旋极化, 首先取决于这一轨道角动量的局域分布情况, 这是因为自旋-轨道耦合是通过粒子的局域散射过程实现的. 局域的轨道角动量分布情况取决于初态粒子的产生模型, 下面主要介绍两个极限模型——Landau fireball 模型和 Bjorken scaling 模型.

在 Landau fireball 模型中, 忽略碰撞后膨胀体系的横向膨胀, 根据碰撞过程的动量守恒, 可以通过计算入射粒子和靶粒子在同一横向位置的动量差而得到沿横向方向的动量分布, 进一步假定碰撞产生的部分子立即达到局域热平衡, 在横向方向具有相同的流速度, 可以得到平均每个部分子所具有的纵向动量分布 $p_z(x, b, \sqrt{s})$, 如图 3 所示, 其中 $p_0 = \sqrt{s}/2c(s)$, \sqrt{s} 是每对碰撞核子之间的质心能量, $c(s)$ 是平均每个参与碰撞核子产生的部分子数目. 通过部分子的纵向动量分布, 便可以估计相邻 Δx 的部分子之间的相对轨道角动量:

$$l_y = -(\Delta x)^2 \frac{dp_z}{dx}. \quad (5)$$

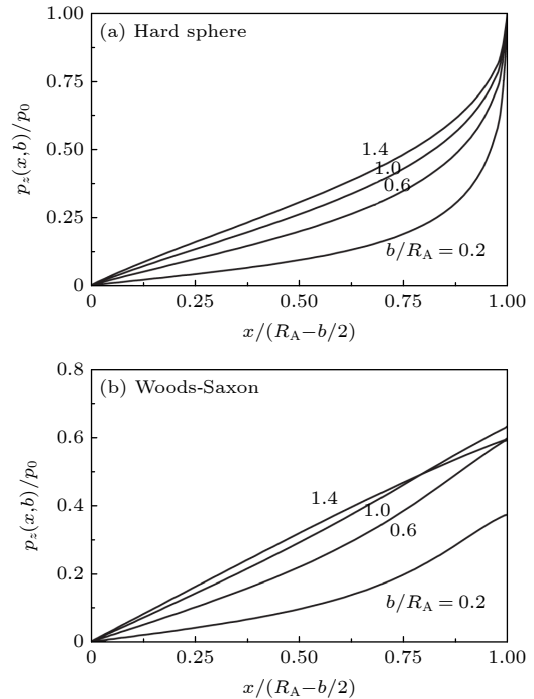


图 3 归一化后的平均部分子纵向动量分布 [13]

Fig. 3. The average longitudinal momentum distribution [13].

在 $\sqrt{s}=200$ GeV 的 Au + Au 碰撞中, $R_A = 6.5$ fm, $dp_0/dx \equiv p_0/R_A \approx 0.34$ GeV/fm, 可以估计两个距离 $\Delta x = 1$ fm 的部分子的轨道角动量 $l_0 \equiv -(\Delta x)^2 dp_0/dx \approx -1.7$.

在 Bjorken scaling 模型中 [27], 纵向流速度是与时空速度 $\eta = \log[(t+z)/(t-z)]$ 相等的. 在这种关联情形下, 部分子只能和自己快度相近的其他部分子相互作用, 这一快度区间取决于热分布 $f_{th}(Y, p_T) = \exp[-p_T \cosh(Y - \eta)/T]$ [28], 可近似取为 $\Delta_Y \approx 1.5$. 在这一模型下, 可以用归一化的快度分布函数 $f_p(Y, x)$ 来描述部分子在横向方向的分布情形:

$$f_p(Y, x, b, \sqrt{s}) = \frac{d^2 N}{dx dY} / \frac{dN}{dx}, \quad (6)$$

有了部分子快度分布函数, 可以计算快度的平均值:

$$\langle Y(x, b, \sqrt{s}) \rangle = \int Y dY f_p(Y, x, b, \sqrt{s}). \quad (7)$$

这个 $\langle Y(x, b, \sqrt{s}) \rangle$ 可以看作是 Landau fireball 模型中与 $p_z(x, b, \sqrt{s})$ 相对应的分布函数. 通过它, 可以得到相邻 Δx 的部分子之间的相对轨道角动量:

$$\begin{aligned} \langle l_y^*(Y, x, b, \sqrt{s}) \rangle \\ = -\Delta x \langle p_z^* \rangle \approx -(\Delta x)^2 p_T \frac{\Delta_Y^2}{24} \frac{\partial^2 \ln f_p}{\partial Y \partial x}. \end{aligned} \quad (8)$$

需要注意的是, 已经用上标 * 代表这是转换到流体系共动 (co-moving) 系后的结果.

为了定量估计这一模型的预言结果, 需要进一步借助一些模型来给出初始的 $d^2 N/dx dY$, 从而得到 $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ 和 $\langle Y(x, b, \sqrt{s}) \rangle$. 这里只给出 HIJING [29,30] 的模拟结果 [13]. 最近利用 BGK 模型 [31] 的重新计算可以参考文献 [32]. HIJING 的模拟结果如图 4 和图 5 所示, 从分布函数 $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ 的数值结果可以看到, 不同的 x 部分子的快度分布情况是不同的, 在有限的非零 x 区域, $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ 总是在较大的 $|Y|$ 值达到最大值. 这些分布形式最终导致了定域的纵向切变流或定域轨道角动量, 这一点可以直接从分布函数 $\langle Y(x, b, \sqrt{s}) \rangle$ 的结果看出, 变化趋势和 Landau fireball 模型的纵向动量分布是一致的. 但是从定量上来看, 如 $\langle p_T \rangle \approx 2T \sim 0.8$ GeV, 可从 Bjorken scaling 模型得到在 RHIC 能量下, 中心快度区域 $\partial \langle p_z \rangle / \partial x \sim 0.003$ GeV/fm, 这一结果是远小于 Landau fireball 模型的估计值的. 这些估计与后来的实验结果是一致的, 因为在

低能情形下, Landau fireball 模型占主导, 而高能情形下, Bjorken scaling 模型更接近现实. 严格意义上的 Bjorken scaling 模型中, 初态部分子的快度分布 $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ 是平坦的, 而且不依赖于对撞参数 b 和横坐标 x . 但现实的过程中, 由于动量守恒, Bjorken scaling 被破坏, 而导致有限的纵向切变流或局域轨道角动量. 碰撞能量越低, 这种 Bjorken scaling 破坏越大, 局域轨道角动量也就越大, 最终其极限是 Landau-fireball 模型.

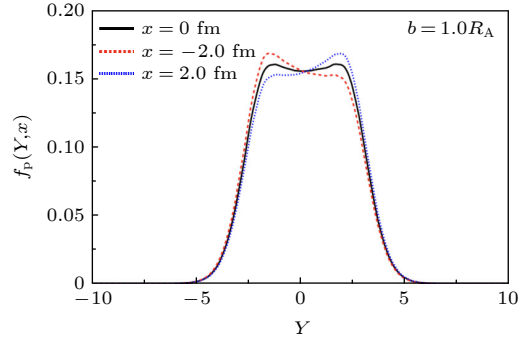


图 4 归一化后的快度分布函数 $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ [13]
Fig. 4. Normalized rapidity distribution $f_p(Y, x, b, \sqrt{s})$ [13].

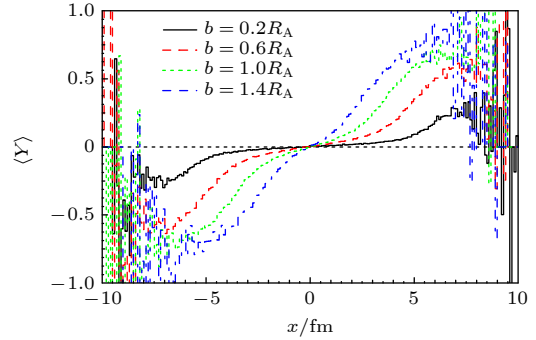


图 5 平均快度沿横向方向的分布 $\langle Y \rangle$ [13]
Fig. 5. Average rapidity distribution $\langle Y \rangle$ as a function of the transverse coordinate [13].

4 高能重离子碰撞中的夸克整体极化

高能重离子非对心碰撞中产生的轨道角动量为自旋整体极化提供了可能性, 但轨道角动量如何转化为自旋角动量以及转化的数量需要具体的动力学机制. 众所周知, 在高速反应中都是通过动量空间的费曼规则得到跃迁振幅, 从而得到反应截面. 但是动量空间中的截面计算体系并不适合现在要研究的初始轨道角动量转化自旋角动量的问题. 在碰撞过程中, 两个粒子波包的相对轨道角动量不仅取决于粒子的动量也取决于它们之间的碰

撞参数, 如果把截面公式在碰撞参数空间中表示出来, 应该可以更适合于现在要解决的问题. 本节将主要回顾碰撞参数空间中的截面计算方法^[2,13-16].

4.1 碰撞参数空间中截面计算框架

考虑一个不同味道夸克的散射过程 $q_1(p_1) + q_2(p_2) \rightarrow q_1(p_3) + q_2(p_4)$, 动量空间中的 S 散射矩阵元为

$$S_{fi} = \langle f | \hat{S} | i \rangle = \mathcal{M}_{fi}(q) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4), \quad (9)$$

其中 $p_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$ 是夸克的 4-动量 ($i = 1, 2, 3, 4$), $q = p_1 - p_3 = p_4 - p_2$ 是 4-动量转移, $\mathcal{M}_{fi}(q)$ 是动量空间中的跃迁矩阵元. 选取两个入射碰撞的粒子的动量沿纵向 z 或 $-z$ 方向, 横向动量定义为 $\mathbf{p}_T = \mathbf{p}_{3T} = -\mathbf{p}_{4T}$. 通过 S 散射矩阵元, 可以得到动量空间的微分截面:

$$d\sigma = \frac{c_{qq}}{F} \frac{|S_{fi}(q)|^2}{TV} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2E_4}, \quad (10)$$

其中, T 表示的是相互作用的时间间隔, V 表示的是相互作用的空间体积, $c_{qq} = 2/9$ 是色因子, $F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$ 是流因子. 为了让公式更简洁一些, 暂时省略了自旋指标, 在后面讨论自旋的时候这些指标将被恢复.

经过简单的数学操作, 可以把 S 散射矩阵元表示成夸克碰撞参数 \mathbf{x}_T 的积分形式:

$$S_{fi} = \int d^2x_T \int \frac{d^2q_\perp}{(2\pi)^2} \mathcal{M}_{fi}(q) e^{-i(\mathbf{q}_T + \mathbf{p}_T) \cdot \mathbf{x}_T} (2\pi)^4 \times \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4). \quad (11)$$

相应地, 也可以把微分截面表示成碰撞参数 \mathbf{x}_T 的积分形式:

$$d\sigma = \frac{c_{qq}}{F} \int d^2x_T \int \frac{d^2q_\perp}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} e^{-i(\mathbf{q}_T - \mathbf{k}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \times \frac{\mathcal{M}_{fi}(q) \mathcal{M}_{fi}^*(k)}{\Lambda(q) \Lambda(k)}, \quad (12)$$

其中 $\mathcal{M}_{fi}(q)$ 和 $\mathcal{M}_{fi}(k)$ 是动量空间中的散射振幅, 其中的动量转移分别是 $q = (q_0, \mathbf{q}_T, q_z)$ 和 $k = (k_0, \mathbf{k}_T, k_z)$, $\Lambda(q)$ 是一个运动学因子:

$$\Lambda^{-2}(q) = \int \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta^2 \times (\mathbf{q}_T + \mathbf{p}_T) \frac{d^3p_3}{2E_3} \frac{d^3p_4}{2E_4} = 1/[(E_1 + E_2)p_{3z}], \quad (13)$$

其中 p_{3z} 是方程 $\sqrt{\mathbf{q}_T^2 + p_{3z}^2 + m_3^2} + \sqrt{\mathbf{q}_T^2 + p_{3z}^2 + m_4^2} = E_1 + E_2$ 的正解. 需要指出的是, 为了得到 (12) 式, 把截面写成了关于 q 和 k 的对称形式, 来保证关于碰撞散射空间的微分截面形式是正定的.

如果假定入射粒子都是非极化的, 末态粒子这里只关心夸克 q_1 散射后的自旋 $\lambda_3 = +/ -$, 需要对初态粒子的自旋 λ_1 和 λ_2 求平均, 对末态不探测自旋 λ_4 的粒子求和, 在此情形下, 在碰撞参数空间的微分截面公式为

$$\frac{d^2\sigma_{\lambda_3}}{d^2x_T} = \frac{c_{qq}}{16F} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \times \frac{\mathcal{M}(q) \mathcal{M}^*(k)}{\Lambda(q) \Lambda(k)}. \quad (14)$$

从 (14) 式出发, 可以定义极化的微分截面和非极化的微分截面:

$$\frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} = \frac{d^2\sigma_+}{d^2x_T} - \frac{d^2\sigma_-}{d^2x_T}, \quad (15)$$

$$\frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = \frac{d^2\sigma_+}{d^2x_T} + \frac{d^2\sigma_-}{d^2x_T}, \quad (16)$$

给定粒子散射前碰撞参数 \mathbf{x}_T 的分布函数 $f_{qq}(\mathbf{x}_T, b, Y, \sqrt{s})$, 可以计算

$$\langle \Delta\sigma \rangle = \int d^2x_T f_{qq}(\mathbf{x}_T, b, Y, \sqrt{s}) \frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T}, \quad (17)$$

$$\langle \sigma \rangle = \int d^2x_T f_{qq}(\mathbf{x}_T, b, Y, \sqrt{s}) \frac{d^2\sigma}{d^2x_T}. \quad (18)$$

则散射后夸克 q_1 的极化度为

$$P_q = \langle \Delta\sigma \rangle / \langle \sigma \rangle. \quad (19)$$

在实际的碰撞参数为 b 的非对心重离子碰撞中, 具体的分布函数 $f_{qq}(\mathbf{x}_T, b, Y, \sqrt{s})$ 取决于前面介绍的整体纵向流的分布, 但是在原始计算^[2,13]中, 为了物理上更加清晰, 选择了一个非常简单的分布, 即 xy 平面的上半平面均匀, 下半平面是零:

$$f_{qq}(\mathbf{x}_T, b, Y, \sqrt{s}) \propto \theta(x). \quad (20)$$

在这一分布下, (17) 式和 (18) 变为

$$\langle \Delta\sigma \rangle \approx \int_0^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy \frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T}, \quad (21)$$

$$\langle \sigma \rangle \approx \int_0^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy \frac{d^2\sigma}{d^2x_T}. \quad (22)$$

这是当初计算夸克整体极化的基本出发点.

4.2 单次散射过程后的夸克整体极化

在文献 [2] 的原始工作中, 选择了一个夸克被

静态势散射的简单模型, 即部分子在 QGP 介质中的 Gyulassy-Wang 模型^[33], 这个静态势模型其实已经给出了所有的直观物理图像. 在此模型中, 一个夸克沿 z 方向入射, 被一个有效静态势散射, 跃迁振幅为

$$\mathcal{M}_{fi}(q) = \bar{u}_\lambda(p+q) A(q) u(p), \quad (23)$$

其中 $A(q) = (A_0(q), 0)$, $A_0(q) = g/(q^2 + \mu_D^2)$ 是屏蔽静态势, g 是耦合常数, μ_D 是德拜屏蔽质量. 利用这个跃迁振幅, 在小角近似下 $q_T, k_T \sim \mu_D \ll E$, 可以得到碰撞参数空间的微分截面:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = \frac{g^4 c_T}{4} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} \frac{e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T}}{(q_T^2 + \mu_D^2)(k_T^2 + \mu_D^2)}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} &= i \frac{g^4 c_T}{8p^2} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} \\ &\times \frac{(\mathbf{n} \times \mathbf{p}) \cdot (\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T}}{(q_T^2 + \mu_D^2)(k_T^2 + \mu_D^2)}, \end{aligned} \quad (25)$$

这里 \mathbf{n} 表征的是自旋的量子化方向, c_T 是色因子. 对 d^2q_T 和 d^2k_T 积分后, 可以得到解析结果:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = \alpha_s^2 c_T K_0^2(\mu_D x_T), \quad (26)$$

$$\frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} = \alpha_s^2 c_T \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x}_T \times \mathbf{p})}{x_T p^2} \mu_D K_0(\mu_D x_T) K_1(\mu_D x_T), \quad (27)$$

其中 $x_T = |\mathbf{x}_T|$, K_n 是修正的贝塞尔函数. (27) 式非常直观地展示了自旋-轨道耦合的物理结果: 非极化的夸克被散射后将沿初始的轨道角动量 $\mathbf{x}_T \times \mathbf{p}$ 方向极化. 通常情形下, 极化截面在碰撞参数空间分布积分后贡献为零, 但是在非对心重离子碰撞中, 体系的整体轨道角动量提供了一个优势方向, 碰撞参数空间分布不均匀, 导致最后的夸克还是在初始轨道角动量方向或反应面的方向有极化. 这一结论应该是一般性的, 不取决于具体的微扰散射模型. 根据 (21) 式和 (22) 式的假定, 在碰撞参数的上半平面积分后可得夸克的整体极化度:

$$P_q = -\frac{\pi\mu_D|\mathbf{p}|}{2E(E+m_q)}. \quad (28)$$

在非相对论极限下, $E \sim m_q \gg |\mathbf{p}|, \mu_D$, 这一结果近似为

$$P_q \approx -\frac{\pi\mu_D|\mathbf{p}|}{4m_q^2}. \quad (29)$$

这一结果也可以通过简单的自旋-轨道耦合的物理

分析得到: 根据非相对论量子力学中的自旋-轨道耦合相互作用项 ((2) 式), 相互作用能量 $\langle E_{ls} \rangle \sim \langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} dV/rdr/m^2 \rangle$, 如果假定有效相互作用距离 $r \sim 1/\mu_D$, 那么 $\langle dV/rdr \rangle \sim -(V)\mu_D^2$, $\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle \sim \langle l \rangle / 2 \sim |\mathbf{p}|/2\mu_D$, 从而可以估计夸克极化度为 $P_q \sim \langle E_{ls} \rangle / \langle V \rangle$, 这就是 (29) 式得到的结果.

若取相对论极限 $m_q = 0$ 和 $|\mathbf{p}| \gg \mu_D$, 从 (28) 式可以得到 $P_q \sim -\pi\mu_D/2E$. 如果选取 RHIC 实验的半擦边 $b = R_A$ 碰撞, 假如 $dp_0/dx = 0.34$ GeV/fm, 平均相互作用距离 $\Delta x^{-1} \sim \mu_D \sim 0.5$ GeV, 则转移纵向动量 $\Delta p_z \sim 0.1$ GeV 比典型的横向动量转移 μ_D 要小, 这时候小角散射近似已经失效, 需要超越小角近似的精确计算结果.

另外还可以看到, 截面公式总是可以写成下面的一般形式:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = F(x_T, E), \quad (30)$$

$$\frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{x}_T \times \mathbf{p}) \Delta F(x_T, E), \quad (31)$$

其中 $F(x_T, E)$ 和 $\Delta F(x_T, E)$ 都是 $x_T \equiv |\mathbf{x}_T|$ 和质心能量 E 的标量函数. 这个一般形式其实是宇称守恒的结果: 非极化的截面公式应该是与横向的方向无关的, 所以只能是 x_T 大小的函数, 极化的截面公式要满足宇称守恒, 并且线性依赖于自旋, $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x}_T \times \mathbf{p})$ 是唯一的选择.

在实际的高能重离子碰撞中, 碰撞后产生热密物质, 夸克和夸克之间是在一个热密物质背景下的散射问题, 不是一个简单的静态势散射. 为了描述热密物质中夸克之间的散射过程, 可以借助硬热圈 (hard thermal loop, HTL) 近似下的胶子传播子^[34,35]:

$$\begin{aligned} \Delta^{\mu\nu}(q) &= \frac{P_T^{\mu\nu}}{-q^2 + \Pi_T(\xi)} + \frac{P_L^{\mu\nu}}{-q^2 + \Pi_L(\xi)} \\ &+ (\alpha - 1) \frac{q^\mu q^\nu}{q^4}, \end{aligned} \quad (32)$$

其中 q 代表胶子的四动量, α 是规范参数, $x = \omega/\sqrt{-\tilde{q}^2}$, $\omega = q \cdot u$, $\tilde{q} = q - \omega u$, u 是热密物质的局域流速度, 纵向横向投影算子 $P_{T,L}^{\mu\nu}$ 定义为

$$P_L^{\mu\nu} = \frac{1}{q^2 \tilde{q}^2} (\omega q^\mu - q^2 u^\mu)(\omega q^\nu - q^2 u^\nu), \quad (33)$$

$$P_T^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - u_\mu u_\nu - \frac{\tilde{q}^\mu \tilde{q}^\nu}{\tilde{q}^2}, \quad (34)$$

纵向横向自能 Π_L 和 Π_T 的表达式为^[34]

$$\Pi_L(\xi) = \mu_D^2 \left[1 - \frac{\xi}{2} \ln \left(\frac{1+\xi}{1-\xi} \right) + i \frac{\pi}{2} \xi \right] (1 - \xi^2), \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \Pi_T(\xi) = \mu_D^2 \left[\frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi}{4} (1 - \xi^2) \ln \left(\frac{1+\xi}{1-\xi} \right) \right. \\ \left. - i \frac{\pi}{4} \xi (1 - \xi^2) \right], \quad (36) \end{aligned}$$

其中德拜屏蔽质量的具体表达式为 $\mu_D^2 = g^2(N_c + N_f/2)T^2/3$. 在计算夸克极化的过程中, 需要计算散射总截面, 这一总截面的磁部分存在红外发散, 需要引入一个非微扰的磁质量 $\mu_m \approx 0.255 \sqrt{N_c/2}g^2T$ [36] 来正规化这一红外发散. 如果忽略垂直于整体纵向流的横向热动量, 那么胶子的能量在碰撞分子的质心参考系下 $\omega = 0$, 也就是 $x = 0$, 这时候流体速度取为 $u = (1, 0, 0, 0)$, HTL的胶子传播子在费曼规范下简化为

$$\Delta^{\mu\nu}(q) = \frac{g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu}{q^2 + \mu_m^2} + \frac{u^\mu u^\nu}{q^2 + \mu_D^2}. \quad (37)$$

有了胶子传播子, 就可以得到跃迁振幅 $\mathcal{M}_{fi}(q)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fi}(q) = \bar{u}_{\lambda_3}(p_3) \gamma_\mu u_{\lambda_1}(p_1) \Delta^{\mu\nu}(q) \bar{u}_{\lambda_4} \\ \times (p_4) \gamma_\nu u_{\lambda_2}(p_2). \quad (38) \end{aligned}$$

从这个跃迁振幅出发, 就可以根据前面的方法得到碰撞参数空间的截面公式, 详细过程参见文献 [13], 下面总结一下主要的关键结果.

首先, 先看一看在小角近似下 $q_z \sim 0$ 和 $q_T \equiv |\mathbf{q}_T| \ll p$, 利用 HTL 胶子传播子得到的结果和静态势模型的差别之处.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = \frac{g^4 c_{qq}}{8} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \\ \times \left(\frac{1}{q_T^2 + \mu_m^2} + \frac{1}{q_T^2 + \mu_D^2} \right) \\ \times \left(\frac{1}{k_T^2 + \mu_m^2} + \frac{1}{k_T^2 + \mu_D^2} \right), \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} = -i \frac{g^4 c_{qq}}{16\mathbf{p}^2} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \\ \times [(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{n})] \\ \times \left(\frac{1}{q_T^2 + \mu_m^2} + \frac{1}{q_T^2 + \mu_D^2} \right) \\ \times \left(\frac{1}{k_T^2 + \mu_m^2} + \frac{1}{k_T^2 + \mu_D^2} \right). \quad (40) \end{aligned}$$

积分后的结果为

$$\frac{d^2\sigma}{d^2x_T} = \frac{c_{qq} \alpha_s^2}{2} [K_0(\mu_m x_T) + K_0(\mu_D x_T)]^2, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Delta\sigma}{d^2x_T} = \frac{c_{qq} \alpha_s^2}{2\mathbf{p}^2} [(\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \cdot \hat{\mathbf{x}}_T] \\ \times [K_0(\mu_m x_T) + K_0(\mu_D x_T)] \\ \times [\mu_m K_1(\mu_m x_T) + \mu_D K_1(\mu_D x_T)], \quad (42) \end{aligned}$$

可以发现, 这个结果和静态势模型的差别之处除了一些定义的常数因子以外, 只是多了磁胶子的贡献部分.

如果不进行小角近似, 非极化和极化截面公式为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^2x_T} = \frac{g^4 c_{qq}}{16\hat{s}} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \\ \times \frac{f(q, k)}{\Lambda(q)\Lambda(k)}, \quad (43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma}{d^2x_T} = i \frac{g^4 c_{qq}}{8\hat{s}^2} \int \frac{d^2q_T}{(2\pi)^2} \frac{d^2k_T}{(2\pi)^2} e^{i(\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T) \cdot \mathbf{x}_T} \\ \times \frac{\Delta f(q, k)}{\Lambda(q)\Lambda(k)}, \quad (44) \end{aligned}$$

其中 \hat{s} 为夸克夸克散射的质心能量, $f(q, k)$ 和 $\Delta f(q, k)$ 定义为

$$f(q, k) = \sum_{a,b} \frac{A_{ab}(q, k)}{(q^2 + \mu_a^2)(k^2 + \mu_b^2)}, \quad (45)$$

$$\Delta f(q, k) = (\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \cdot \sum_{ab} \frac{\Delta \mathbf{A}_{ab}(q, k)}{(q^2 + \mu_a^2)(k^2 + \mu_b^2)}, \quad (46)$$

下标 a 和 b 表示磁部分 m 或电部分 D , A_{ab} 是 (q, k) 的洛伦兹标量:

$$A_{mm}(k, q) = \hat{s}[\hat{s} - (q+k)^2] + (q \cdot k)^2, \quad (47)$$

$$A_{DD}(q, k) = (\hat{s} - q^2 - k^2)[\hat{s} - (q+k)^2] + (q \cdot k)^2, \quad (48)$$

$$\begin{aligned} A_{mD}(q, k) = A_{Dm}(k, q) = \hat{s}[\hat{s} - k^2 - (q+k)^2] \\ + (k^2 - k \cdot q)^2 + \frac{k^2 q^2}{\hat{s}} (q+k)^2. \quad (49) \end{aligned}$$

$\Delta \mathbf{A}_{ab}(q, k)$ 是横向动量空间中的一个矢量:

$$\Delta \mathbf{A}_{ab}(q, k) = \Delta g_{ab}^{(q)}(q, k) \mathbf{q}_T - \Delta g_{ab}^{(k)}(q, k) \mathbf{k}_T, \quad (50)$$

其中 $\Delta g_{ab}^{(q)}(q, k)$ 和 $\Delta g_{ab}^{(k)}(q, k)$ 也是 (q, k) 的洛伦兹标量:

$$\begin{aligned} \Delta g_{mm}^{(q)}(q, k) = \Delta g_{mm}^{(k)}(k, q) = \hat{s}(\hat{s} - q \cdot k) \\ - (\hat{s} + q^2 + k^2 - q \cdot k)k^2, \quad (51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{DD}}^{(q)}(q, k) &= \Delta g_{\text{DD}}^{(k)}(k, q) \\ &= (\hat{s} - q^2 - k^2 - q \cdot k)(\hat{s} - k^2), \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{mD}}^{(q)}(q, k) &= \Delta g_{\text{Dm}}^{(k)}(k, q) \\ &= \hat{s}(\hat{s} - 2k^2 - q \cdot k) - \left(k^2 - q \cdot k - \frac{q^2 k^2}{\hat{s}}\right) k^2, \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{mD}}^{(k)}(q, k) &= \Delta g_{\text{Dm}}^{(q)}(k, q) = \hat{s}(\hat{s} + q^2 - k^2 - q \cdot k) \\ &\quad + \left(q^2 - q \cdot k - \frac{q^2 k^2}{\hat{s}}\right) q^2. \end{aligned} \quad (54)$$

从这些表达式可以很容易看出简单的对称关系 $f(q, k) = f(k, q)$ 或反对称关系 $\Delta f(q, k) = -\Delta f(k, q)$. 这些关系保证了碰撞参数空间的截面公式 (43) 和 (44) 都是实的. 虽然这些公式相对于小角近似下的结果要复杂得多, 但是仍可以验证碰撞参数空间中的截面公式的确满足前面的一般表达形式 ((30) 式和 (31) 式).

把碰撞参数空间的截面在上半平面积分, 可得

$$\langle \sigma \rangle = \frac{g^4 c_{qq}}{32 \hat{s}} \int_{q_T \leq p} \frac{d^2 q_T}{(2\pi)^2} \frac{f(q, q)}{\Lambda^2(q)}, \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta \sigma \rangle &= -\frac{g^4 c_{qq}}{8 \hat{s}^2} \int_{-E}^E \frac{dq_y}{2\pi} \int_{-\sqrt{E^2 - q_y^2}}^{\sqrt{E^2 - q_y^2}} \frac{dq_x}{2\pi} \\ &\quad \times \int_{-\sqrt{E^2 - q_y^2}}^{\sqrt{E^2 - q_y^2}} \frac{dk_x}{2\pi} \frac{\Delta f(q_x, q_y; k_x, q_y)}{(k_x - q_x) \Lambda(q) \Lambda(k)}. \end{aligned} \quad (56)$$

夸克极化的数值结果如图 6 所示, $\sqrt{\hat{s}}$ 是夸克散射过程中的质心能量, T 是热源温度. 可以看到夸克的极化率 $\sqrt{\hat{s}}/T$ 的依赖是很大的, 从低能情形到高能情形的过程中, 极化度从小变大, 达到一个最大值后, 再由大变小, 这一结构的形成主要是由相互作用的磁胶子贡献的, 所以最大值的位置应该近似与磁质量 μ_m 一致.

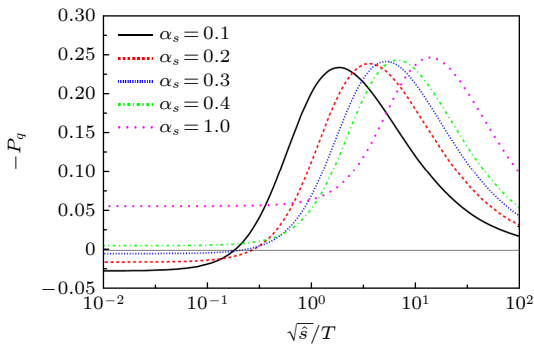


图 6 夸克极化度 $-P_q$ 与 α_s 和 $\sqrt{\hat{s}}/T$ 的依赖关系 [13]

Fig. 6. Quark polarization $-P_q$ as a function of $\sqrt{\hat{s}}/T$ for different α_s 's [13].

在上面的介绍中, 虽然用了不同的模型, 也进行了一些近似, 但是最后的物理图像非常清楚: 在 高能非对心重离子碰撞产生的夸克-胶子等离子体中, 相邻的两个夸克之间发生散射后, 因为强相互作用的自旋-轨道耦合, 初始的轨道角动量的确可以部分地转化为散射后的夸克极化. 这一极化现象与通常高能物理反应中的纵向极化或横向极化有很大的不同, 纵向极化是指沿粒子的动量方向, 横向极化是沿产生面的法线方向, 这些方向都是根据产生粒子的动量定义的, 在相同碰撞事例中, 不同粒子可以有不同的方向. 而这里计算的极化是沿反应面的法线方向, 这个方向对于一个确定的碰撞事例是同一个方向. 鉴于此, 原始文献 [2] 给这种极化命名为整体极化, 这一现象如图 7 所示.

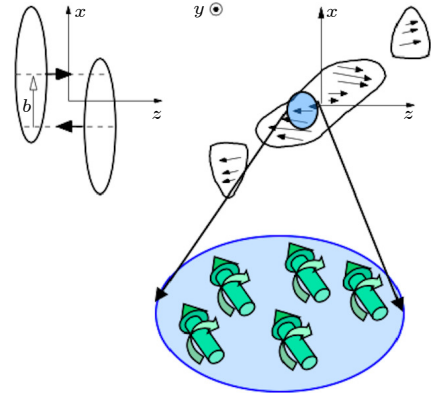


图 7 非对心重离子碰撞中夸克整体极化示意图 [9]

Fig. 7. Illustration of the global quark polarization in non-central heavy-ion collisions [9].

前面计算的不足之处在于这只是单次散射的结果, 在 高能重离子碰撞过程中产生的夸克-胶子等离子体在强子化之前可能经历了多次散射, 即使强子化以后强子之间也可能继续发生多重散射, 这些多重散射的效应也是需要定量估计的. 4.3 节将主要介绍多重散射导致的黏滞效应对夸克整体极化的影响 [16], 第 5 节将介绍在假定多重散射后整个体系的自旋达到定域平衡的情况下如何利用流体力学方法来计算整体极化. 利用微观输运方程来具体描述多重散射效应的工作可以参考文献 [17].

4.3 多次散射过程后的夸克整体极化

为了能够计算多次散射过程后夸克的整体极化, 需要将 4.2 节中对初始未极化的夸克经散射后被极化的情况进行推广 [16]. 考虑在某一次散射前

夸克已经具有极化度 P_i , 即此时具有自旋为 $\lambda_i/2$ (其中 $\lambda_i = \pm 1$) 的夸克份额 $R_{\lambda_i} = (1 + \lambda_i P_i)/2$. 依然采用 4.2 节的 Gyulassy-Wang 势散射模型来计算, 并按照完全一样的步骤, 得到如下的总散射截面和极化散射截面:

$$\sigma = \frac{C_T \alpha_s^2}{2\mu^2} \left[1 - P_i \frac{\pi\mu p}{2E(E+m)} \right], \quad (57)$$

$$\Delta\sigma = \frac{C_T \alpha_s^2}{2\mu^2} \left[P_i - \frac{\pi\mu p}{2E(E+m)} \right], \quad (58)$$

其中, m 为夸克质量 (即 (28) 式中的 m_q), $p = |\mathbf{p}|$. 从而, 在经过一次散射后, 夸克极化度变为

$$P_f = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = P_i - \frac{(1 - P_i^2)\pi\mu p}{2E(E+m) - P_i\pi\mu p}. \quad (59)$$

这一结果表明, 如果散射发生前夸克是未极化的, 即 $P_i = 0$, 则 (59) 式与 4.2 节的结果是一致的. 由于该式右边分母对于大纵向动量总是正数, 说明 $P_f \leq P_i$, 即散射后夸克的自旋进一步向系统整体角动量方向 (即 $-y$ 方向) 被极化了. 如果夸克经历多次散射, 则极化度的绝对值将不断增加; 只有当 $P_i = 1$ 时, 才会有 $P_f = P_i$, 如我们所预期的那样.

设 τ_q 表示夸克的平均自由时间 (即夸克两次散射间隔的平均时间), 则可以写出如下夸克极化度的变化率:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\Delta P}{\tau_q} = \frac{P_f - P_i}{\tau_q} = -\frac{1}{\tau_q} \frac{(1 - P^2)\pi\mu p}{2E(E+m) - P\pi\mu p}, \quad (60)$$

式中, 右边的表达式中用 P 替代了 P_i . 在 QGP 中, 夸克的平均自由时间与胶子的平均自由时间 τ_g 大致满足 $\tau_q \approx 9\tau_g/4$, 而后者对于 QGP 的输运性质起决定性作用, 如 QGP 流体的切黏滞系数大致可以表示为

$$\eta \approx \frac{1}{3} \rho \langle p_{\text{tr}} \rangle \tau_g = T \rho \tau_g, \quad (61)$$

其中 $\langle p_{\text{tr}} \rangle$ 表示平均动量输运, $\rho = 18\zeta(3)T^3/\pi^2$ 为胶子密度. 这样, 就将夸克极化度的变化率与 QGP 的切黏滞性联系起来了:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{4T\rho s}{9s} \frac{(1 - P^2)\pi\mu p}{\eta 2E(E+m) - P\pi\mu p}, \quad (62)$$

其中 s 为 QGP 的熵密度. 这一关系告诉我们在温度和密度一定的情况下, 切黏滞系数越小夸克被极化的速度就越快, 这是因为切黏滞系数越小则夸克的平均自由时间越短. 我们知道, 切黏滞系数是流

体力学中重要的输运系数, 它对于正确描述 QGP 流体的集体行为是极为重要的. 同时, 通过流体力学的计算可以得到夸克的平均动量, 从而联立流体力学方程和 (62) 式就可以求出 $P(t)$. 图 8 给出了用流体力学计算的夸克极化度 $P(t)$ 随时间的演化, 可以看到不同的切黏滞系数与熵密度之比以及不同的最大初始流速 v_0 (取为流体力学演化开始时 QGP 边缘处的纵向速度) 对夸克极化度演化的影响, 对于越小的 η/s , $P(t)$ 演化得越快.

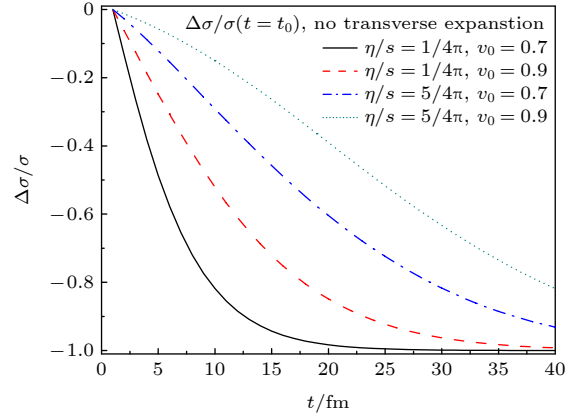


图 8 夸克极化度 $P = \Delta\sigma/\sigma$ 随时间的演化^[16]

Fig. 8. Quark polarization $P = \Delta\sigma/\sigma$ as a function of time^[16].

5 整体极化现象的流体力学描述

在上面的讨论中, 通过夸克与胶子的散射计算了夸克的整体自旋极化, 在此过程中清楚地看到夸克的整体自旋极化的来源是非对心重离子碰撞中产生的整体轨道角动量与夸克自旋角动量的耦合. 为了对夸克自旋极化现象有进一步的理解, 流体力学提供了另外一种有用的视角. 众所周知, QGP 是一团流体, 当碰撞系统具有一个整体的角动量时, 这团流体就应该也具有整体的角动量 (一般来说, QGP 流体所携带的角动量只占整个核-核碰撞系统的总角动量的一个很小的份额). 由于 QGP 不能如同固体一样整体旋转, 这部分角动量就以局域流体涡旋的形式出现^[37]. 所谓局域流体涡旋就是说 QGP 流体微元具有一个围绕其质心的轨道角动量, 从而是可以极化该流体微元中粒子的自旋的. 流体涡旋的强度, 也就是流体微元所具有的转动角速度, 是用流体的涡旋度 (或简称为涡度) 来描述的. 在非相对论极限下, 涡度 $\boldsymbol{\omega} = (1/2)\nabla \times \mathbf{v}$; 在相对论情形下, 流体涡度的定义不是唯一的. 一个

很自然的相对论协变的涡度定义是所谓的运动学涡度:

$$\omega^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\nu \partial_\rho u_\sigma, \quad (63)$$

式中, u^μ 为流体 4-速度, $u^\mu = \gamma(1, \mathbf{v})$, 其中 $\gamma = 1/\sqrt{1-\mathbf{v}^2}$ 是 Lorentz 因子. 在非相对论极限下, ω^μ 的空间分量退化为非相对论涡度 $\boldsymbol{\omega} = (1/2)\nabla \times \mathbf{v}$. 然而, 对于研究自旋极化来说, 引入所谓的热涡度是更方便的, 它的定义采用张量来表示:

$$\varpi_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} (\partial_\mu \beta_\nu - \partial_\nu \beta_\mu), \quad (64)$$

其中 $\beta_\mu = \beta u_\mu$. 热涡度的重要意义在于, 在体系处于整体热平衡下, 它确定了夸克的极化度. 为了理解这一点, 考虑如下的密度算符^[19], 它描述了具有定域平衡的流体:

$$\hat{\rho}_{\text{LE}} = \frac{1}{Z_{\text{LE}}} \exp \left\{ - \int d\Xi_\mu(y) [\hat{T}^{\mu\nu}(y) \beta_\nu(y) - \frac{1}{2} \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(y) \mu_{\rho\sigma}(y)] \right\}, \quad (65)$$

其中 $\hat{T}^{\mu\nu}$ 和 $\hat{S}^{\mu,\rho\sigma}$ 分别表示正则能动量张量和自旋流张量, Z_{LE} 表示配分函数, Ξ_μ 表示一个类空超曲面, 可以理解为强子化超曲面. 张量 $\mu_{\rho\sigma}$ 是自旋流所对应的热力学共轭, 其地位如同化学势之于粒子数流, 所以称 $\mu_{\rho\sigma}$ 为自旋化学势. 一般来说, $\hat{\rho}_{\text{LE}}$ 是随时间变化的, 因为它依赖于超曲面 Ξ . 可是当系统进入整体平衡态后, $\hat{\rho}_{\text{LE}}$ 应当不再随时间变化, 即不再依赖于超曲面 Ξ 的选取, 这要求 $\partial_\mu \left[\hat{T}^{\mu\nu}(y) \beta_\nu(y) - \frac{1}{2} \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(y) \mu_{\rho\sigma}(y) \right] = 0$ 从而使得它在两个不同的超曲面之间的体积分为零. 利用能动量和角动量守恒方程

$$\partial_\mu \hat{T}^{\mu\nu} = 0, \quad (66)$$

$$\partial_\mu \hat{S}^{\mu,\rho\sigma} = - (\hat{T}^{\rho\sigma} - \hat{T}^{\sigma\rho}), \quad (67)$$

得到整体平衡态下

$$\partial_\mu \beta_\nu + \partial_\nu \beta_\mu = 0, \quad (68)$$

$$\mu_{\rho\sigma} = \varpi_{\rho\sigma}, \quad (69)$$

以及 $\partial_\rho \mu^{\alpha\beta} = 0$. 因此, 可以看到, 在整体平衡态下, 流体的自旋化学势完全由热涡旋 $\varpi_{\rho\sigma}$ 确定下来.

下面来推导处于平衡态下的费米子系统的自旋极化表达式, 本文的方法来自文献^[19,38]. 对于一个局域 Heisenberg 算符 $\hat{O}(x)$, 利用 $\hat{\rho}_{\text{LE}}$ 可以得到

$$O(x) \equiv \langle \hat{O}(x) \rangle \equiv \text{Tr}[\hat{\rho}_{\text{LE}} \hat{O}(x)] = \frac{1}{Z_{\text{LE}}} \text{Tr}[e^{\hat{A}+\hat{B}} \hat{O}(x)], \quad (70)$$

其中

$$\hat{A} = -\hat{P}^\mu \beta_\mu(x), \quad (71)$$

$$\hat{B} = - \int d\Xi_\mu(y) [\hat{T}^{\mu\nu}(y) \Delta\beta_\nu(y) - \frac{1}{2} \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(y) \mu_{\rho\sigma}(y)], \quad (72)$$

这里 $\hat{P}^\mu = \int d\Xi_\nu(y) \hat{T}^{\nu\mu}(y)$, $\Delta\beta_\mu(y) = \beta_\mu(y) - \beta_\mu(x)$. 由于夸克的自旋极化大约是在 1% 的量级上, 可以当成一个小量, 因此把自旋化学势和热力学的梯度都看作小量, 从而可以把 \hat{B} 当作小量. 利用导数展开 $\Delta\beta_\nu(y) = (y-x)^\lambda \partial_\lambda \beta_\nu(x) + \dots = O(\partial)$, 可以将系综平均 $O(x)$ 表达成如下展开式:

$$O(x) = O_0(x) + O_1(x) + \dots, \quad (73)$$

$$O_0(x) = \langle \hat{O}(x) \rangle_0 \equiv \frac{1}{Z_0} \text{Tr} \left(e^{\hat{A}} \hat{O}(x) \right), \quad (74)$$

$$O_1(x) \equiv \langle \hat{O}(x) \rangle_{(T)} + \langle \hat{O}(x) \rangle_{(S)}, \quad (75)$$

其中 $Z_0 = \text{Tre}^{\hat{A}}$, 并且

$$\begin{aligned} \langle \hat{O}(x) \rangle_{(T)} &\equiv - \int_0^1 d\lambda \int d\Xi_\mu(y) \Delta\beta_\nu(y) \\ &\quad \times \langle \hat{T}^{\mu\nu}(y - i\lambda\beta(x)) \hat{O}(x) \rangle_{0,c}, \\ \langle \hat{O}(x) \rangle_{(S)} &\equiv \frac{1}{2} \int_0^1 d\lambda \int d\Xi_\mu(y) \mu_{\rho\sigma}(y) \\ &\quad \times \langle \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(y - i\lambda\beta(x)) \hat{O}(x) \rangle_{0,c}, \end{aligned} \quad (76)$$

式中, $\langle \dots \rangle_{0,c}$ 表示取关联函数的联通部分, 并且利用了恒等式 $e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}} + e^{\hat{A}} \int_0^1 e^{-\lambda\hat{A}} \hat{B} e^{\lambda\hat{A}} + \dots$.

现在将上述框架应用到自旋流算符上. 考虑 Dirac 费米子, 其正则自旋流算符为

$$\begin{aligned} \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(x) &\equiv \frac{1}{4} \bar{\psi}(x) \{ \gamma^\mu, \sigma^{\rho\sigma} \} \psi(x) \\ &= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(x, p), \end{aligned} \quad (77)$$

其中 $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$, $\hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(x, p)$ 表示相空间中的正则自旋流算符, 它可以用 Wigner 算符表示出来:

$$\hat{S}^{\mu,\rho\sigma}(x, p) = \frac{1}{4} \text{Tr}_D \left[\{ \gamma^\mu, \sigma^{\rho\sigma} \} \hat{W}(x, p) \right], \quad (78)$$

$$\hat{W}(x, p) = \int d^4 s e^{-ip \cdot s} \hat{\psi} \left(x + \frac{s}{2} \right) \otimes \hat{\psi} \left(x - \frac{s}{2} \right), \quad (79)$$

其中 Tr_D 表示在 Dirac 空间求迹, $[\hat{\psi} \otimes \hat{\psi}]_{ab} \equiv \hat{\psi}_b \hat{\psi}_a$ (a, b 表示旋量指标). 注意, 在有规范场与费米子相互作用的时候, (79) 式的 $\hat{W}(x, p)$ 的定义中需要加上规范链以保证 Wigner 算符的规范协变性; 但本小节中不需要规范场的引入. 取算符 $\hat{O}(x) = \hat{S}^{\mu, \rho\sigma}(x, p)$, 利用 (70)—(76) 式, 就可以计算出自旋流的在 $\hat{\rho}_{LE}$ 所表示的系综上的平均值:

$$S^\mu(x, \mathbf{p}) = -\frac{1}{4E_p} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\nu \varpi_{\rho\sigma} n_F (1 - n_F), \quad (80)$$

这里已经对 p_0 从 0 到 ∞ 积分从而将粒子的贡献提取出来 (反粒子的贡献自动去掉了), 并且已经假设系统达到了整体平衡态从而使得 $\mu_{\rho\sigma} = \varpi_{\rho\sigma}$. (80) 式特别适合于采用输运模型计算夸克自旋极化, 因为输运模型可以给出粒子在相空间中的产生和演化的相关信息. 但是, (80) 式并不适合于流体力学模型的计算, 因为在流体力学模型中粒子是在某个冻结输出 (freeze-out) 超曲面上产生的. 为了得到适合于流体力学模型计算的相应公式, 将 $S^\mu(x, \mathbf{p})$ 在超曲面 Ξ 上取平均值 [19,38]:

$$\begin{aligned} \bar{S}^\mu(\mathbf{p}) &= \frac{\int d\Xi \cdot p S^\mu(x, \mathbf{p})}{2 \int d\Xi \cdot p n_F} \\ &= -\frac{\int d\Xi \cdot p \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\nu \varpi^{\alpha\beta} n_F (1 - n_F)}{8E_p \int d\Xi \cdot p n_F}, \quad (81) \end{aligned}$$

其中 p^μ 是粒子的在壳 (on-shell) 四动量. 通过 (81) 式, 可以将流体力学模型中计算出来的 QGP 流体的温度, 流速等在冻结输出超曲面上转化为产生强子的动量空间的平均自旋分布, 从而可以计算出强子的自旋极化度. 其地位类似于通常在流体力学模型中使用的 Cooper-Frye 公式 (该公式可以将 QGP 流体的温度、流速等流体力学量转化为产生强子数目在动量空间的分布), 因此可以称为自旋 Cooper-Frye 公式. 在实际应用中, 由于强子 (如 Λ 超子) 的自旋极化在实验中是在其静止系中测量的, 需要对 (81) 式做一个 Lorentz 变换转化到 Λ 超子的静止系中. 令 $\bar{S}^{*\mu} = (0, \bar{\mathbf{S}}^*)$ 表示在 Λ 静止系中的自旋矢量, 则

$$\bar{\mathbf{S}}^* = \bar{\mathbf{S}} - \frac{\mathbf{p} \cdot \bar{\mathbf{S}}}{E_p(E_p + m)} \mathbf{p}, \quad (82)$$

从而得到沿着某一给定方向 \mathbf{n} 的自旋极化度为 $P_n = \bar{\mathbf{S}}^* \cdot \mathbf{n}/s$ (对于 Dirac 费米子 $s = 1/2$). 目前, 已经有大量的数值模拟使用了该公式, 结果显示, 对于整体自旋极化, 该公式很好地描述了实验结果. 如图 9 即为采用流体力学模型结合上述公式给出的 Λ 超子的整体自旋极化 [39], 可以看到理论结果在实验误差内与实验数据符合.

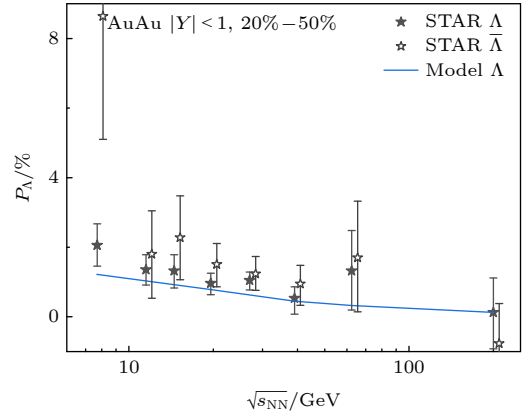


图 9 Λ 超子整体自旋极化的能量依赖 [39]

Fig. 9. Λ global polarization as a function of collision energy [39].

6 高能重离子碰撞中末态强子的整体极化

如前所述, 非对心重离子碰撞中产生的夸克-胶子等离子体是沿反应面反方向整体极化的, 但是因为夸克禁闭的问题, 夸克的整体极化并不能被实验直接探测, 最后只能通过末态强子的极化来研究它. 本节将回顾整体极化的两个最重要的结果——超子极化以及矢量介子自旋排列 (alignment). 除了 Σ^0 , 超子 $J^P = (1/2)^+$ 的极化度可以通过自己弱衰变产物的角分布得到, 而矢量介子的自旋排列也就是密度矩阵 00 分量的值也可以从衰变产物的角分布得到, 这两类极化问题成为高能自旋物理的主要研究对象. 这些超子和矢量介子的整体极化主要思想都基于文献 [2,40]. 要得到末态强子的极化不仅需要夸克的极化信息, 也依赖于不同的强子化机制, 这里主要回顾夸克组合模型对强子整体极化的分析和预言, 因为实验结果显示组合模型是高能重离子碰撞中最主要的强子化机制, 对于夸克碎裂模型, 将只是简单地指出它的计算结果以及与组合模型的主要差别.

6.1 超子极化

在夸克组合模型中,流夸克和反夸克首先演化为质量比较大的组分夸克和反夸克,然后组分夸克或反夸克相互组合形成超子、反超子或矢量介子.如果选定反应面法线方向的负方向 $-\mathbf{n}$ 作为自旋量子化方向,在组合之前,夸克或反夸克的自旋密度矩阵为

$$\hat{\rho}_q = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P_q & 0 \\ 0 & 1 - P_q \end{pmatrix}. \quad (83)$$

如果忽略不同夸克或反夸克之间的极化关联,那么三个夸克直积 $q_1 q_2 q_3$ 的密度矩阵为

$$\hat{\rho}_{q_1 q_2 q_3} = \hat{\rho}_{q_1} \otimes \hat{\rho}_{q_2} \otimes \hat{\rho}_{q_3}. \quad (84)$$

一个超子 H 是 $q_1 q_2 q_3$ 的某种线性组合,则

$$\rho_H(m', m) = \frac{\sum_{m_i, m'_i} \rho_{q_1 q_2 q_3}(m'_i, m_i) \langle j_H, m' | m'_1, m'_2, m'_3 \rangle \langle m_1, m_2, m_3 | j_H, m \rangle}{\sum_{m, m_i, m'_i} \rho_{q_1 q_2 q_3}(m'_i, m_i) \langle j_H, m | m'_1, m'_2, m'_3 \rangle \langle m_1, m_2, m_3 | j_H, m \rangle}, \quad (85)$$

其中 $|j_H, m\rangle$ 是 H 的自旋波函数, $\langle j_H, m | m_1, m_2, m_3 \rangle$ 是 Clebsh-Gordon 系数.超子 H 的极化度就是密度矩阵对角元素的差值:

$$P_H = \rho_H(1/2, 1/2) - \rho_H(-1/2, -1/2). \quad (86)$$

对于对角的夸克密度矩阵 $\hat{\rho}_q$,直积 $\hat{\rho}_{q_1 q_2 q_3}$ 也是对角的,其中 $\rho_{q_1 q_2 q_3}(m'_i, m_i) = \Pi_i(1 + \tilde{P}_{q_i})\delta_{m_i, m'_i}/8$, $\tilde{P}_{q_i} \equiv \text{sign}(m_i)P_{q_i}$,则

$$\rho_H(m', m) = \frac{\sum_{m_i} \Pi_j(1 + \tilde{P}_{q_j}) \langle j_H, m' | m_1, m_2, m_3 \rangle \langle m_1, m_2, m_3 | j_H, m \rangle}{\sum_{m, m_i} \Pi_j(1 + \tilde{P}_{q_j}) |\langle j_H, m | m_1, m_2, m_3 \rangle|^2}. \quad (87)$$

计算结果如表 1 所列.假定 $P_u = P_d = P_s \equiv P_q$,超子的极化度就是组合前的夸克极化度 $P_H = P_q$.表 1 也列出了碎裂模型的计算结果,如果 $n_s = f_s$,碎裂模型的结果只是组合模型的 $1/3$.

上面的讨论给出了如何通过夸克的自旋极化得到超子的自旋极化,譬如 Λ 超子的极化.但实际上在实验中被探测器捕捉到的 Λ 超子大部分来自于更大质量的强子的衰变而不是直接来自于夸克组合或者碎裂.因此,必须对自旋极化如何在这种衰变过程中从母粒子转移到子粒子(即 Λ 超子)这个过程做仔细的分析^[41-43].对于 Λ 超子来说,其他强子主要通过两体衰变产生 Λ ,所以下面考虑一个一般的两体衰变过程:

$$P \rightarrow D + X, \quad (88)$$

其中 P 表示母粒子, D 和 X 表示两个衰变产生的子粒子,特别地, D 将被用来表示 Λ 超子或者某个可以进一步衰变为 Λ 超子的粒子.我们的目的是在假设知道 P 粒子的极化矢量 \mathbf{P}_P 的情况下,确定 D 粒子的极化矢量 \mathbf{P}_D .假设母粒子 P 的自旋状态是由自旋密度矩阵 $\rho_{M_P; M'_P}^i = \langle M_P | \rho^i | M'_P \rangle$ 表示,其中 M_P 表示在某一给定方向上(取为实验系中的 z 轴)的自旋投影.对于末态粒子,采用螺旋度标架下的末态自旋密度矩阵(即自旋量子化轴取为相应粒子的动量方向):

$$\rho_{\lambda_D \lambda_X; \lambda'_D \lambda'_X}^f = \langle \lambda_D \lambda_X | \rho^f | \lambda'_D \lambda'_X \rangle, \quad (89)$$

表 1 超子极化在夸克组合模型和碎裂模型的结果比较.在碎裂模型计算中参数 n_s 和 f_s 分别表示夸克-胶子等离子体中和夸克碎裂过程产生的奇异夸克相对于上下夸克的丰度^[2]

Table 1. Hyperon's polarizaiton from quark combination or fragmentation mechanism. In the fragmentation calculation, n_s and f_s denote the strange quark abundances relative to up or down quarks in QGP and quark fragmentation, respectively^[2].

超子	Λ	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
组合	P_s	$\frac{4P_u - P_s}{3}$	$\frac{2(P_u + P_d) - P_s}{3}$	$\frac{4P_d - P_s}{3}$	$\frac{4P_s - P_u}{3}$	$\frac{4P_s - P_d}{3}$
碎裂	$\frac{n_s P_s}{n_s + 2f_s}$	$\frac{4f_s P_u - n_s P_s}{3(2f_s + n_s)}$	$\frac{2f_s(P_u + P_d) - n_s P_s}{3(2f_s + n_s)}$	$\frac{4f_s P_d - n_s P_s}{3(2f_s + n_s)}$	$\frac{4n_s P_s - f_s P_u}{3(2n_s + f_s)}$	$\frac{4n_s P_s - f_s P_d}{3(2n_s + f_s)}$

其中 λ_D, λ_X 分别表示 D 与 X 的螺旋度. 它与 $\rho_{M_P; M'_P}^i$ 由衰变算符 \widehat{H} 联系着:

$$\rho_{\lambda_D \lambda_X; \lambda'_D \lambda'_X}^f = \sum_{M_P, M'_P} \mathbf{H}_{\lambda_D \lambda_X; M_P} \rho_{M_P; M'_P}^i \times \mathbf{H}_{M'_P; \lambda'_D \lambda'_X}^\dagger. \quad (90)$$

原则上, $\mathbf{H}_{\lambda_D \lambda_X; M_P}$ 与衰变过程的动力学有关, 但实际上其形式很大程度上由对称性确定下来了. 一旦求得 $\rho_{\lambda_D \lambda_X; \lambda'_D \lambda'_X}^f$, D 粒子的自旋密度矩阵即为 $\rho_{\lambda_D; \lambda'_D}^D = \text{tr}_X \left(\rho_{\lambda_D \lambda_X; \lambda'_D \lambda'_X}^f \right)$, 则 D 粒子的自旋极化矢量即为

$$\mathbf{P}_D = \text{tr}_D \left(\widehat{P} \rho_{\lambda_D; \lambda'_D}^D \right) / \text{tr}_D \left(\rho_{\lambda_D; \lambda'_D}^D \right), \quad (91)$$

其中 \widehat{P} 表示自旋极化算符, 比如对于自旋-1/2的费米子来说, $\widehat{P} = \boldsymbol{\sigma}$ (Pauli 矩阵). 下面我们几种主要的衰变模式[41].

1) $1/2^\pm \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 强衰变. 母粒子 P 的自旋密度矩阵为

$$\rho_{M_P; M'_P}^i = \text{diag} \left(\frac{1 + P_P}{2}, \frac{1 - P_P}{2} \right). \quad (92)$$

按照上面的方法求出子粒子 D 的自旋密度矩阵为

$$\rho_{\lambda_D; \lambda'_D}^D = \frac{1}{8\pi} \begin{pmatrix} 1 + P_P \cos \theta^* & \pm P_P \sin \theta^* \\ \pm P_P \sin \theta^* & 1 - P_P \cos \theta^* \end{pmatrix}, \quad (93)$$

其中 θ^* 表示在 P 静止系中的 D 的方位角, 进而得到, 对于 $1/2^+ \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 衰变

$$\mathbf{P}_D = 2 (\mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*) \hat{\mathbf{p}}^* - \mathbf{P}_P, \quad (94)$$

对于 $1/2^- \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 衰变

$$\mathbf{P}_D = \mathbf{P}_P. \quad (95)$$

这里带有星号的符号表示在母粒子 P 静止系中的相应物理量.

2) $1/2 \rightarrow 1/2 0$ 弱衰变. 母粒子 P 的自旋密度矩阵依然为(92)式. 由于弱衰变没有宇称守恒的限制, 其衰变算符 \widehat{H} 可以有三个弱衰变参数 α, β, γ 描述, 这时可以得到:

$$\mathbf{P}_D = \frac{(\alpha + \mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*) \hat{\mathbf{p}}^* + \beta (\mathbf{P}_P \times \hat{\mathbf{p}}^*) + \gamma \hat{\mathbf{p}}^* \times (\mathbf{P}_P \times \hat{\mathbf{p}}^*)}{1 + \alpha \mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*}. \quad (96)$$

这一结果最早是由李政道和杨振宁先生[44]得到的.

3) $1/2^+ \rightarrow 1/2^+ 1^-$ 电磁衰变. 母粒子 P 的自旋密度矩阵依然为(92)式. 类似于强衰变, 由于受到宇称守恒的限制, 末态自旋密度矩阵将不含有与衰变动力学有关的参数, 这时可以得到:

$$\rho_{\lambda_D; \lambda'_D}^D = \frac{1}{8\pi} \begin{pmatrix} 1 + P_P \cos \theta^* & 0 \\ 0 & 1 - P_P \cos \theta^* \end{pmatrix}. \quad (97)$$

由此得到

$$\mathbf{P}_D = -(\mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*) \hat{\mathbf{p}}^*. \quad (98)$$

这一结果最早是 Gatto[45]得到的.

4) $3/2^\pm \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 强衰变. 这时母粒子 P 的自旋密度矩阵是 4×4 矩阵, 除了 $\text{tr} \rho^i = 1$ 和 $\rho_{\frac{3}{2} \frac{3}{2}}^i + \frac{1}{3} \rho_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}^i - \frac{1}{3} \rho_{-\frac{1}{2} -\frac{1}{2}}^i - \rho_{-\frac{3}{2} -\frac{3}{2}}^i = P_P$ 的限制外, 还需要另外两个参量来确定, 这里取为 $\Delta = \rho_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}^i + \rho_{-\frac{1}{2} -\frac{1}{2}}^i$ 和 $\delta = (\rho_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}^i - \rho_{-\frac{1}{2} -\frac{1}{2}}^i) / (3P_P)$. 按照上面的螺旋度计算框架可以算出末态自旋密度矩阵, 由于强衰变宇称守恒的限制, 结果不含有与衰变动力学有关的参数. 进而, 可以计算出 D 的自旋极化矢量, 对于 $3/2^+ \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 衰变:

$$\mathbf{P}_D = \frac{-4\delta (\mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*) \hat{\mathbf{p}}^* + [1 - 2\delta - (1 - 10\delta) (\widehat{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*)^2] \mathbf{P}_P}{1 - 2\Delta/3 - (1 - 2\Delta) (\widehat{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*)^2}, \quad (99)$$

对于 $3/2^- \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 衰变:

$$\mathbf{P}_D = \frac{2 [1 - 4\delta - (1 - 10\delta) (\widehat{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*)^2] (\mathbf{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*) \hat{\mathbf{p}}^* - [1 - 2\delta - (1 - 10\delta) (\widehat{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*)^2] \mathbf{P}_P}{1 - 2\Delta/3 - (1 - 2\Delta) (\widehat{P}_P \cdot \hat{\mathbf{p}}^*)^2}. \quad (100)$$

有了以上结果, 就可以考虑衰变过程对 Λ 超子整体极化的影响. 产生 Λ 超子的主要衰变道是 $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ (约占末态 Λ 总产额的15%), $\Sigma^* \rightarrow \Lambda \pi, \Sigma^0 \pi$ (约占末态 Λ 总产额的30%), $\Xi^0, \Xi^- \rightarrow \Lambda \pi$ (约占末态

Λ 总产额的14%), $\Xi^{*0}, \Xi^{*-} \rightarrow \Xi \pi$ (约占末态 Λ 总产额的10%), 还有其他衰变道贡献大约10%. 因此, 实验上探测到的 Λ 超子大约有80%来自于更大质量强子的衰变. 按照上面得到的自旋极化转移

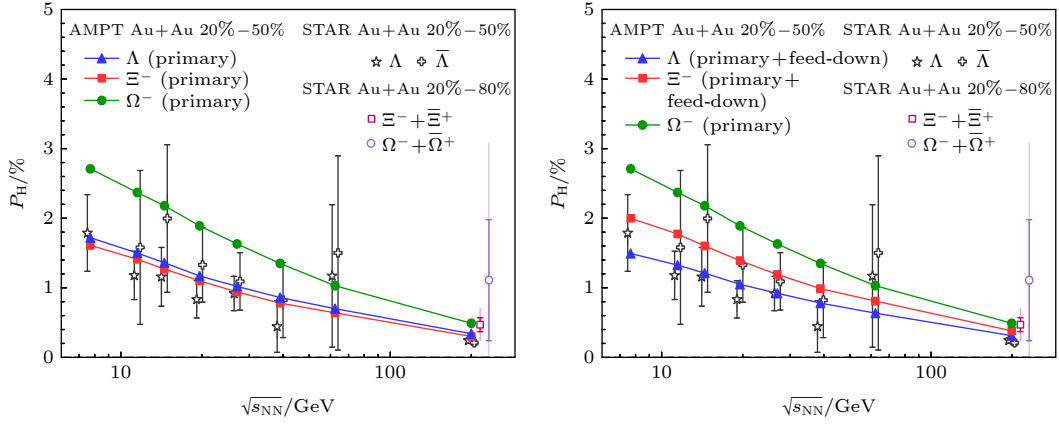


图 10 超子 Λ , Ξ^- 和 Ω^- 的整体极化的理论计算结果与实验结果的比较. 左图未考虑强子衰变效应的贡献, 右图考虑了衰变效应的贡献^[43]

Fig. 10. Theoretical calculation and comparison with experimental result for Λ , Ξ^- and Ω^- . The feed-down effect is taken into account in the left panel while not in the right panel^[43].

公式, 将这些衰变道的贡献都考虑后, 发现其中有些衰变道会增强末态 Λ 超子的整体自旋极化, 而有些衰变道会压低 Λ 的整体自旋极化, 结果是这些衰变效应的总的贡献会给 Λ 的整体极化以 10% 量级的压低^[41]. 上面的计算过程当然也可以应用于其他超子的计算中, 如 Ξ^- 超子. 这时, 主要的衰变道是 $3/2^+ \rightarrow 1/2^+ 0^-$ 强衰变, 即 $\Xi(1530) \rightarrow \Xi^- \pi$. 由于 $\Xi(1530)$ 的自旋是 $3/2$, 它的衰变会增强 Ξ^- 的整体自旋极化. 综合这些结果, 并结合由 AMPT 模型计算的原初自旋极化, 得到图 10, 其中比较了未

考虑衰变与考虑衰变效应对末态被探测到的超子的整体极化的影响^[43]. 注意, 其中对于 Ω^- 超子来说, 它的极化几乎不受这种衰变效应的影响, 因为其他大质量粒子衰变到 Ω^- 的分支比非常小.

6.2 矢量介子

与夸克组合 $q_1 q_2 q_3$ 类似, 在不考虑夸克和反夸克自旋关联的情形下, $q_1 \bar{q}_2$ 体系的自旋密度矩阵为

$$\hat{\rho}_{q_1 \bar{q}_2} = \hat{\rho}_{q_1} \otimes \hat{\rho}_{\bar{q}_2}. \quad (101)$$

通过夸克组合机制, 矢量介子 V 的密度矩阵为

$$\rho_{m' m}^V = \frac{\sum_{m_i, m'_i} \rho_{q_1 \bar{q}_2}(m'_i, m_i) \langle j_V, m' | m'_1, m'_2 \rangle \langle m_1, m_2 | j_V, m \rangle}{\sum_{m, m_i, m'_i} \rho_{q_1 \bar{q}_2}(m'_i, m_i) \langle j_V, m | m'_1, m'_2 \rangle \langle m_1, m_2 | j_V, m \rangle}, \quad (102)$$

这里 $|j_V, m\rangle$ 是矢量介子 V 的自旋波函数. 对于对角的夸克密度矩阵 $\hat{\rho}_q$ 和反夸克密度矩阵 $\hat{\rho}_{\bar{q}}$, 可以得到

$$\rho_{m' m}^V = \frac{\sum_{m_i} (1 + \tilde{P}_{q_1})(1 + \tilde{P}_{\bar{q}_2}) \langle j_V, m' | m_1, m_2 \rangle \langle m_1, m_2 | j_V, m \rangle}{\sum_{m, m_i} (1 + \tilde{P}_{q_1})(1 + \tilde{P}_{\bar{q}_2}) |\langle j_V, m | m_1, m_2 \rangle|^2}, \quad (103)$$

则描述自旋排列的密度矩阵的 00 分量 ρ_{00}^V 为^[40]

$$\rho_{00}^V = \frac{1 - P_{q_1} P_{\bar{q}_2}}{3 + P_{q_1} P_{\bar{q}_2}}. \quad (104)$$

这个结果很显然地告诉我们通过夸克组合模型, 矢量介子的自旋排列 ρ_{00}^V 肯定是小于 $1/3$ 的, 而且与超子极化相比较, ρ_{00}^V 是 P_q 的二次项依赖. 对于碎裂模型有:

$$\rho_{00}^V = (1 + \beta P_q^2) / (3 - \beta P_q^2). \quad (105)$$

对于领头介子, 利用参数化 $P_{\bar{q}} = -\beta P_q$ ($\beta \sim 0.5$) 表征了在碎裂过程中产生的反夸克 \bar{q} 与碎裂夸克组合成矢量介子的参数化^[40,46-48]. 可以看到碎裂过程导致的自旋排列是大于 $1/3$ 的.

在上面的讨论中, 实际上假设了初始夸克的自旋极化方向是固定的 (即沿着系统整体角动量的方

向), 并且末态矢量介子的自旋量子化轴也是沿着该方向. 在实际重离子碰撞产生的 QGP 中, 夸克的自旋极化在不同的区域可能是朝向不同方向的. 这一点的一个有力的证据是 QGP 中的流体涡旋方向在 QGP 的不同区域实际上是剧烈变化的^[37,49]. 物理上, 这是因为 QGP 本身是一个快速膨胀的体系, 而且这种膨胀具有各向异性和不均匀性, 从而造成了特定的流体涡旋的分布. 比如, 考虑到 QGP 在其产生初期沿着纵向(束流方向)快速膨胀, 且这一膨胀在横平面方向高度不均匀, 从而在向前和向后快度区域产生两个相反方向的流体涡旋(这一过程非常像烟圈产生的过程, 即一高速射流所诱导出的环状涡旋结构)^[50,51]. 这两个流体涡旋就造成夸克自旋沿着方位角方向的极化, 他们组合成矢量介子后, 若我们依然取整体角动量方向为矢量介子的自旋量子化方向, 则他们的自旋密度矩阵的 00 分量(自旋排列)就会与(104)式很不同. 下面就来考虑这种情形^[52].

依然取总角动量的方向(沿着 y 轴方向)为夸克和矢量介子自旋量子化方向, 这时最一般的夸克(或反夸克)的自旋密度矩阵为

$$\rho^{q,\bar{q}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P_y^{q,\bar{q}} & P_z^{q,\bar{q}} - iP_x^{q,\bar{q}} \\ P_z^{q,\bar{q}} + iP_x^{q,\bar{q}} & 1 - P_y^{q,\bar{q}} \end{pmatrix}, \quad (106)$$

这里, 夸克(或反夸克)的自旋极化矢量为

$$\mathbf{P}^{q,\bar{q}} = (P_x^{q,\bar{q}}, P_y^{q,\bar{q}}, P_z^{q,\bar{q}}). \quad (107)$$

这时, 按照(103)式可以得到相应的矢量介子的自旋密度矩阵 $\rho_{mm'}^V(m, m' = 1, 0, -1)$, 其结果是(为简便记, 省略了上角标 V):

$$\rho_{11} = \frac{(1 + P_y^q)(1 + P_y^{\bar{q}})}{3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}}}, \quad (108)$$

$$\rho_{00} = \frac{1 - P_y^q P_y^{\bar{q}} + P_x^q P_x^{\bar{q}} + P_z^q P_z^{\bar{q}}}{3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}}}, \quad (109)$$

$$\rho_{-1-1} = \frac{(1 - P_y^q)(1 - P_y^{\bar{q}})}{3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}}}, \quad (110)$$

以及

$$\rho_{10} = \rho_{01}^* = \frac{(1 + P_y^q)(P_z^{\bar{q}} - iP_x^{\bar{q}}) + (P_z^q - iP_x^q)(1 + P_y^{\bar{q}})}{\sqrt{2}(3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}})}, \quad (111)$$

$$\rho_{0-1} = \rho_{-10}^* = \frac{(1 - P_y^q)(P_z^{\bar{q}} - iP_x^{\bar{q}}) + (P_z^q - iP_x^q)(1 - P_y^{\bar{q}})}{\sqrt{2}(3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}})}, \quad (112)$$

$$\rho_{1-1} = \rho_{-11}^* = \frac{(P_z^q - iP_x^q)(P_z^{\bar{q}} - iP_x^{\bar{q}})}{3 + \mathbf{P}^q \cdot \mathbf{P}^{\bar{q}}}. \quad (113)$$

我们特别感兴趣的是自旋排列 ρ_{00} . 这时它不但含有 $P_y^{q,\bar{q}}$ 的贡献, 而且也有来自 $P_x^{q,\bar{q}}$ 和 $P_z^{q,\bar{q}}$ 的贡献. 特别是, 如果夸克和反夸克的自旋极化主要是 x, z 分量, ρ_{00} 将是大于 $1/3$ 的. 这一观察说明上一段我们讨论的烟圈形流体涡旋可能会反映在 ρ_{00} 之中, 特别是在中心碰撞中, 因为这时系统总角动量消失, 这种烟圈形流体涡旋的作用最为显著. 这种有局域涡旋结构造成的自旋排列现象叫做局域自旋排列, 以区别于由整体角动量造成的整体自旋排列. 为了更直观地看到局域自旋排列现象, 这里考虑中心碰撞, 这时由烟圈形流体涡旋造成的夸克自旋极化可以表示为

$$P_x(\Delta\psi) = F_{\perp} \sin(\Delta\psi), \quad (114)$$

$$P_y(\Delta\psi) = -F_{\perp} \cos(\Delta\psi), \quad (115)$$

其中 $\Delta\psi$ 表示围绕束流方向的方位角, P_{\perp} 表示横向自旋极化的强度. 代入(109)式可以得到:

$$\begin{aligned} \rho_{00}(\Delta\psi) &= \frac{1 - F_{\perp}^2 \cos(2\Delta\psi)}{3 + F_{\perp}^2} \\ &\approx \frac{1}{3} - \frac{F_{\perp}^2}{9} - \frac{F_{\perp}^2}{3} \cos(2\Delta\psi). \end{aligned} \quad (116)$$

因此, 在中心碰撞中局域自旋排列将随着方位角按照 $\cos(2\Delta\psi)$ 的形式变化, 特别是在出平面方向(out-of-plane 方向, 即 $\Delta\psi$ 接近 $\pm\pi/2$ 的时候), ρ_{00} 可以大于 $1/3$, 但在对方位角平均后,

$$\langle \rho_{00} \rangle \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho_{00}(\Delta\psi) d(\Delta\psi) \approx \frac{1}{3} - \frac{F_{\perp}^2}{9} < \frac{1}{3}. \quad (117)$$

相应的数值结果如图 11 所示. 在中心碰撞中平均 $\langle \rho_{00} \rangle < 1/3$ 这一预言与在 Au + Au 碰撞在 $\sqrt{s} = 200$ GeV 时观测到的 ϕ 介子自旋排列的实验结果一致^[3].

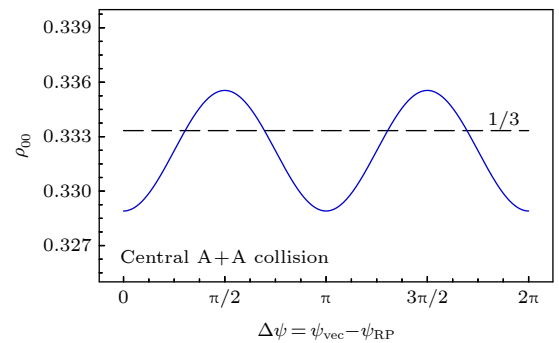


图 11 中心碰撞中矢量介子自旋排列随着方位角的变化^[52]

Fig. 11. ρ_{00} as a function of $\Delta\psi$ in central collisions^[52].

以上的讨论没有考虑夸克反夸克极化的相空间(时空和动量)依赖,只讨论了对相空间平均的结果.最近 STAR 实验组经过多年反复验证,也最终在《自然》杂志发表了在 RHIC 能区 ϕ 介子与 K^*0 介子的自旋排列的实验测量结果^[3].对于 ϕ 介子,STAR 实验观测到了在反应面法向上存在 ρ_{00} 明显大于 1/3 的自旋排列现象;而对于 K^*0 , ρ_{00} 在误差范围内几乎与 1/3 相符合.这与上述只考虑夸克反夸克平均极化的理论结果存在明显差异.文献^[53–55]指出,在重离子碰撞过程中,研究矢量介子整体自旋排列,必须考虑夸克反夸克极化的相空间依赖以及相空间局域自旋关联.同时指出,考虑描写强相互作用的 ϕ 介子模型,得出的奇异夸克与反夸克存在很强局域时空自旋关联,从而给出的 ϕ 介子整体自旋排列与实验一致.对这个方向进一步描述以及近期的发展可参见文献^[12].

7 总 结

在非对心相对论重离子碰撞中,参与反应的原子核物质系统具有巨大的沿着反应面法线方向反方向的初始轨道角动量.由于强相互作用的自旋-轨道耦合,这一巨大的轨道角动量可以导致末态粒子的自旋极化,从而使重离子碰撞末态粒子具有整体极化效应.理论上,整体极化效应首先从量子场论的基本原理出发给予证明,之后用统计力学中考考虑自旋-涡旋耦合计算得出.

目前,关于末态超子整体极化,实验已有相当丰富的数据结果,给出了不同能量、不同超子等的测量结果^[1,56–60],实验结果与理论计算也基本符合.

随着理论与实验研究的不断深入,对整体极化的研究已进入到了“精细结构”阶段,也揭示出许多新的前沿问题.最引人注目的有超子局域极化、矢量介子自旋排列、低能区整体极化的行为等三个方面^[61].感兴趣的作者可以参见文献^[61]中的总结及其给出的参考文献.

理论上,如何从量子场论的基本原理出发,以恰当形式,给出强相互作用过程中自旋-轨道相互作用下夸克与强子自旋演化的形式,是当前该领域关注的重要理论研究前沿.基于维格纳函数的量子动理学理论似乎是系统处理这些问题最合适的候选者,近期有关维格纳函数的量子动理学理论的发展可参考综述文章^[7,8,62–64].从这样一个基本

理论形式出发,求解强相互作用系统中自旋输运性质,系统描述重离子碰撞中的自旋现象,不仅是从根本上描写相对论重离子碰撞中整体极化效应有效的理论方式,而且系统给出强相互作用多体系统自旋性质.这些研究,与电磁相互作用下自旋电子学理论类似,正朝着“QCD 自旋电子学”分支方向发展,成为研究 QCD 理论基本性质与应用的重要侧面.

参考文献

- [1] Adamczyk L, et al. [STAR Collaboration] 2017 *Nature* **548** 62
- [2] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301 [Erratum: 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 039901]
- [3] Abdallah M, et al. [STAR Collaboration] 2023 *Nature* <https://doi.org/10.1038/s41586-022-05557-5>, [arXiv: 2204.02302[hep-ph]]
- [4] Liang Z T 2007 *J. Phys. G* **34** S 323
- [5] Wang Q 2017 *Nucl. Phys. A* **967** 225
- [6] Liang Z T, Lisa M A, Wang X N 2020 *Nucl. Phys. News* **30** 10
- [7] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 56
- [8] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 90
- [9] Becattini F, Liao J, Lisa M 2021 *Lect. Notes Phys.* **987**
- [10] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 195
- [11] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈震宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [12] Sheng X L, Liang Z T, Wang Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072502 (in Chinese) [盛欣力, 梁作堂, 王群 2023 物理学报 **72** 072502]
- [13] Gao J H, Chen S W, Deng W T, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2008 *Phys. Rev. C* **77** 044902
- [14] Gao J H 2007 *HEPNP* **31** 1181
- [15] Chen S W, Deng J, Gao J H, Wang Q 2009 *Front. Phys. China* **4** 509
- [16] Huang X G, Huovinen P, Wang X N 2011 *Phys. Rev. C* **84** 054910
- [17] Zhang J J, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064904
- [18] Betz B, Gyulassy M, Torrieri G 2007 *Phys. Rev. C* **76** 044901
- [19] Becattini F, Chandra V, Del Zanna L, Grossi E 2013 *Annals Phys.* **338** 32
- [20] Shoy Q Y, Zhao J, Xu H J, Li W, Wang G, Tang A H, Wang F Q 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [寿齐焯, 赵杰, 徐浩洁, 李威, 王钢, 唐爱洪, 王福强 2023 物理学报 Accepted]
- [21] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [赵新丽, 马国亮, 马余刚 2023 物理学报 Accepted]
- [22] Baum G, et al. [SLAC E80] 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 2000
- [23] Baum G, et al. [SLAC E130] 1983 *Phys. Rev. Lett.* **51** 1135
- [24] Ashman J, et al. [European Muon Collaboration] 1988 *Phys. Lett. B* **206** 364
- [25] Ashman J, et al. [European Muon Collaboration] 1989 *Nucl.*

- Phys. B* **328** 1
- [26] Aidala C A, Bass S D, Hasch D, Mallot G K 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 655
- [27] Bjorken J D 1983 *Phys. Rev. D* **27** 140
- [28] Levai P, Muller B, Wang X N 1995 *Phys. Rev. C* **51** 3326
- [29] Wang X N, Gyulassy M 1991 *Phys. Rev. D* **44** 3501
- [30] Wang X N 1997 *Phys. Rep.* **280** 287
- [31] Brodsky S J, Gunion J F, Kuhn J H 1977 *Phys. Rev. Lett.* **39** 1120
- [32] Liang Z T, Song J, Upsal I, Wang Q, Xu Z B 2021 *Chin. Phys. C* **45** 014102
- [33] Gyulassy M, Wang X N 1994 *Nucl. Phys. B* **420** 583
- [34] Weldon H A 1982 *Phys. Rev.* **D26** 1394
- [35] Heiselberg H, Wang X N 1996 *Nucl. Phys.* **B462** 389
- [36] Biro T S, Muller B 1993 *Nucl. Phys. A* **561** 477
- [37] Deng W T, Huang X G 2016 *Phys. Rev. C* **93** 064907
- [38] Liu Y C, Huang X G 2022 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **65** 272011
- [39] Fu B, Xu K, Huang X G, Song H 2021 *Phys. Rev. C* **103** 024903
- [40] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [41] Xia X L, Li H, Huang X G, Huang H Z 2019 *Phys. Rev. C* **100** 014913
- [42] Becattini F, Cao G, Speranza E 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 741
- [43] Li H, Xia X L, Huang X G, Huang H Z 2022 *Phys. Lett. B* **827** 136971
- [44] Lee T D, Yang C N 1957 *Phys. Rev.* **108** 1645
- [45] Gatto R 1958 *Phys. Rev.* **109** 610
- [46] Akerstaff K, et al. [OPAL Collaboration] 1997 *Phys. Lett. B* **412** 210
- [47] Abreu P, et al. [DELPHI Collaboration] 1997 *Phys. Lett. B* **406** 271
- [48] Xu Q H, Liu C X, Liang Z T 2001 *Phys. Rev. D* **63** 111301
- [49] Wei D X, Deng W T, Huang X G 2019 *Phys. Rev. C* **99** 014905
- [50] Pang L G, Petersen H, Wang Q, Wang X N 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 192301
- [51] Xia X L, Li H, Tang Z B, Wang Q 2018 *Phys. Rev. C* **98** 024905
- [52] Xia X L, Li H, Huang X G, Huang H Z 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136325
- [53] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 arXiv: 2205.15689[nucl-th]
- [54] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 arXiv: 2206.05868[hep-ph]
- [55] Sheng X L, Oliva L, Wang Q 2020 *Phys. Rev. D* **101** 096005 [Erratum: 2022 *Phys. Rev. D* **105** 099903]
- [56] Abelev B I, et al. [STAR] 2007 *Phys. Rev. C* **76**, 024915 [Erratum: 2017 *Phys. Rev. C* **95**, 039906]
- [57] Adam J, et al. [STAR] 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014910
- [58] Adam J, et al. [STAR] 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** no.13, 132301
- [59] Acharya S, et al. [ALICE] 2020 *Phys. Rev. C* **101** 044611 [erratum: 2022 *Phys. Rev. C* **105**, 029902]
- [60] Adam J, et al. [STAR] 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 162301
- [61] Liang Z T 2022 arXiv: 2203.09786
- [62] Jiang Y, Guo X, Zhuang P 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 167
- [63] Gao J H, Liang Z T, Wang Q 2021 *Int. J. Mod. Phys. A* **36** 2130001
- [64] Hidaka Y, Pu P, Wang Q, Yang D L 2022 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **127** 103989

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Spin-orbital coupling in strong interaction and global spin polarization^{*}

Gao Jian-Hua^{1)†} Huang Xu-Guang²⁾ Liang Zuo-Tang³⁾
Wang Qun⁴⁾ Wang Xin-Nian⁵⁾

1) (*Shandong Provincial Key Laboratory of Optical Astronomy and Solar-Terrestrial Environment, School of Space Science and Physics, Shandong University, Weihai 264209, China*)

2) (*Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application, Ministry of Education, Center for Field Theory and Particle Physics, Physics Department, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

3) (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation, Ministry of Education, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

4) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

5) (*Nuclear Science Division, MS 70 R0319, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley 94720, USA*)

(Received 22 January 2023; revised manuscript received 12 February 2023)

Abstract

In non-central relativistic heavy ion collisions, the colliding nuclear system possesses a huge global orbital angular momentum in the direction opposite to the normal of the reaction plane. Due to the spin-orbit coupling in strong interaction, such a huge orbital angular momentum leads to a global spin polarization of the quark matter system produced in the collision process. The global polarization effect in high energy heavy ion collisions was first predicted theoretically and confirmed by STAR experiments at the Relativistic Heavy Ion Collider in Brookhaven National Laboratory. The discovery has attracted much attention to the study of spin effects in heavy ion collision and leads to a new direction in high energy heavy ion physics—Spin Physics in Heavy Ion Collisions. In this paper, we briefly review the original ideas, the calculation methods, the main results and recent theoretical developments in last years.

First, we present a short discussion of the spin-orbit coupling which is an intrinsic property for a relativistic fermionic quantum system. Then we review how the global orbital angular momentum can be generated in non-central heavy ion collisions and how the global orbital angular momentum can be transferred to the local orbital angular momentum distribution in two limit model—Landau fireball model and Bjorken scaling model. After that, we review how we can describe the scattering process with initial local orbital angular momentum in the formalism of scattering cross section in impact parameter space and how we calculate the polarization of the quarks and antiquarks in quark gluon plasma produced in non-central heavy ion collisions after single or multiple scattering. We also give a brief review on how the global polarization can be predicted from the formalism of relativistic hydrodynamics with the generalized Cooper-Frye formula with spin. Finally, we discuss how the quark's polarization can be transferred to the final hadron's polarization. We focus on the hyperon's polarization and vector meson's spin alignment produced in heavy-ion collisions.

Keywords: spin-orbit coupling, global polarization, spin effects, relativistic heavy ion collisions

PACS: 25.75.Nq, 12.38.Mh

DOI: 10.7498/aps.72.20230102

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11890710, 11890713, 11890714, 12175123, 12225502, 12075061, 12147101, 12135011), the National Key R&D Program of China (Grant No. 2022YFA1604900), the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 20ZR1404100), and the U.S. DOE (Grant No. DE-AC02-05CH11231).

[†] Corresponding author. E-mail: gaojh@sdu.edu.cn



强相互作用自旋-轨道耦合与夸克-胶子等离子体整体极化

高建华 黄旭光 梁作堂 王群 王新年

Spin-orbital coupling in strong interaction and global spin polarization

Gao Jian-Hua Huang Xu-Guang Liang Zuo-Tang Wang Qun Wang Xin-Nian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072501 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230102

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230102>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自旋-轨道耦合系统的电子涡旋

Electron vortices in spin-orbit coupling system

物理学报. 2022, 71(21): 210301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220751>

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap

物理学报. 2020, 69(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200372>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

梯度磁场中自旋-轨道耦合旋转两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态研究

Ground state of spin-orbit coupled rotating two-component Bose-Einstein condensate in gradient magnetic field

物理学报. 2018, 67(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180539>

两体相互作用费米系统在自旋轨道耦合和塞曼场中的基态转变

Ground energy level transition for two-body interacting Fermionic system with spin-orbit coupling and Zeeman interaction

物理学报. 2021, 70(8): 083401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201456>

自旋轨道耦合量子点系统中的量子相干

Quantum coherence in spin-orbit coupled quantum dots system

物理学报. 2022, 71(7): 078502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212111>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

重离子碰撞中的矢量介子自旋排列*

盛欣力^{1)†} 梁作堂²⁾ 王群³⁾

1) (INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy)

2) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 青岛 266237)

3) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

(2023年1月14日收到; 2023年2月13日收到修改稿)

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的系统具有巨大的轨道角动量, 从而使产生的夸克胶子等离子体具有极强涡旋场, 并通过自旋-轨道相互作用导致部分子的自旋极化, 经过强子化导致重子的自旋极化以及矢量介子的自旋排列等可观测效应. 矢量介子的自旋排列是指其自旋密度矩阵的00元素 ρ_{00} 偏离1/3. 在矢量介子衰变到两个赝标介子的过程中, 衰变产物的极角分布只与 ρ_{00} 有关, 因此可以对自旋排列进行测量. 理论研究表明, 重离子碰撞过程中, 重子的自旋极化反映了夸克自旋极化的时空平均效应, 而矢量介子自旋排列则反映了夸克反夸克自旋极化的局域相空间关联. 本文回顾了相对论重离子碰撞中矢量介子自旋排列的相关理论工作. 重点以非相对论夸克融合模型为例, 明确地计入夸克极化的相空间依赖性, 展示了矢量介子自旋排列与夸克反夸克自旋极化特别是它们之间相空间关联的关系. 本文还讨论了涡旋、电磁场、有效 ϕ 介子场以及它们的局域涨落对 ϕ 介子自旋排列的贡献, 结果显示强作用场的时空关联效应是导致 ϕ 介子自旋排列的主要因素. 矢量介子自旋排列为探索强相互作用物质和强相互作用场的性质提供了新途径.

关键词: 整体极化效应, 矢量介子自旋排列, 自旋轨道耦合, 夸克融合模型, 重离子碰撞**PACS:** 25.75.-q, 24.70.+s, 13.88.+e**DOI:** 10.7498/aps.72.20230071

1 引言

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的原子核物质系统具有巨大的沿碰撞平面法线方向的轨道角动量^[1-4]. 这一巨大轨道角动量不仅可以在原子核在碰撞中心区域产生极强磁场, 而且可以在夸克物质系统中转化为涡旋场^[3], 并使夸克反夸克产生沿磁场与涡旋场方向的自旋极化. 这一自旋极化现象的根源就是强相互作用中的自旋轨道耦合, 在夸克物质系统中则可以等效地看作是自旋涡旋耦合^[1,4,5](参见最近的综述文章^[6-9]及文献^[10]). 我国理论学者最早发现这一极化现象, 并称之为夸克胶子等离子体的整体极化效应^[1]. 夸克物质系统

最终会强子化形成强子系统, 夸克与反夸克整体极化最终将反映在末态强子极化上, 表现为超子的整体极化效应^[1]和矢量介子整体自旋排列 (spin alignment)^[11,12]. 整体极化效应的理论预言^[1-3]迅速得到实验家的重视. 在美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机 (relativistic heavy ion collider, RHIC) 上的 STAR (solenoidal tracker at RHIC) 实验组首先观测到了 Λ 超子的整体极化效应^[13,14], 随后观测到了其他超子的整体极化效应^[15]. 在非常低的碰撞能量下也观测到了 Λ 超子的整体极化^[15,16](这时基本物质结构单元是强子而不是夸克). 对矢量介子自旋排列的测量也一直在进行, 欧洲核子研究中心大型强子对撞机上的 ALICE (a large ion collider experiment) 实验组^[17]首先正式

* 国家自然科学基金 (批准号: 12135011, 11890713) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sheng@fi.infn.it

发表了他们的测量结果, 但是他们的实验结果统计误差比较大. STAR 实验组经过多年反复验证, 最终于今年年初在 Nature 杂志发表了在 RHIC 能区 ϕ 介子与 K^{*0} 介子的自旋排列的实验测量结果^[18]. 对于 ϕ 介子, STAR 实验结果显示在碰撞平面向上存在 ρ_{00} 明显大于 $1/3$, 而对于 K^{*0} , ρ_{00} 在误差范围内几乎与 $1/3$ 相符合. 与超子整体极化测量结果相比^[13–15], 对 ϕ 介子自旋排列的实验测量结果^[18] 远高于理论预期^[11,12], 文献 [11] 最早对矢量介子自旋排列的计算没有考虑夸克反夸克极化的相空间依赖, 只给出了平均的结果, 文献 [11, 12] 考虑了涡旋场和磁场的贡献, 这些贡献都很小. 文献 [19] 提出了基于有效 ϕ 介子场的奇异夸克极化机制及其局域时空关联效应是导致 ϕ 介子的 ρ_{00} 远高于 $1/3$ 的主要原因. 文献 [19] 指出, 超子整体极化反映了夸克极化的时空平均结果, 而矢量介子自旋排列则反映了夸克反夸克极化中的各种场的局域时空关联^[19]. STAR 的实验测量结果^[18] 支持文献 [19] 提出的机制.

本文旨在对矢量介子自旋排列的相关理论工作^[19–27] 进行简单回顾和总结. 将着重以非相对论夸克融合模型为例, 考虑夸克极化的相空间依赖性, 展示矢量介子自旋排列与夸克反夸克自旋极化, 特别是它们之间的相空间关联的关系. 本文还将讨论涡旋场、电磁场、有效 ϕ 介子场等各种因素对 ϕ 介子自旋排列的影响. 关于整体极化的实验测量综述参见文献 [28], 超子极化的理论研究参见文献 [10]. 重离子碰撞中的涡旋场、电磁场还可以导致手征磁效应 (chiral magnetic effect)、手征磁波 (chiral magnetic wave)、手征涡旋效应 (chiral vortical effect) 等手征效应, 相应的实验测量与理论综述参见文献 [29,30], 描述自旋演化的自旋动力学以及自旋流体力学的理论研究参见文献 [31,32].

2 自旋密度矩阵

一个粒子系统的自旋状态可以用自旋密度矩阵描述, 其定义为

$$\rho = \sum_i \mathcal{P}_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (1)$$

其中 $|\psi_i\rangle$ 是正交归一的自旋态, \mathcal{P}_i 是系统处在自旋态 $|\psi_i\rangle$ 上的几率且 $\sum_i \mathcal{P}_i = 1$. 一般来说, 对于一个自旋为 S 的粒子, 其自旋密度矩阵是一个 $(2S + 1) \times$

$(2S + 1)$ 的厄米矩阵, 有正定的本征值, 迹为 1. 根据这些条件可以确定自旋密度矩阵的独立实参量的个数是 $4S(S + 1) = 2S(2S + 1) + 2S$. 对于自旋 $1/2$ 和自旋为 1 的粒子, 自旋密度矩阵分别有 3 个和 8 个实参量.

对于自旋为 $1/2$ 的粒子, 自旋密度矩阵可以表示为

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 为泡利矩阵, \mathbf{P} 为粒子的自旋极化矢量 (三个实参量). 类似地, 自旋为 1 的矢量介子的自旋密度矩阵是 3×3 的迹为 1 的厄米矩阵:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} & \rho_{1,-1} \\ \rho_{01} & \rho_{00} & \rho_{0,-1} \\ \rho_{-1,1} & \rho_{-1,0} & \rho_{-1,-1} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

它满足 $\rho = \rho^\dagger$ 和 $\text{Tr}\rho = 1$, 后者显式的表达为 $\rho_{11} + \rho_{00} + \rho_{-1,-1} = 1$, 且对角元 ρ_{11} , ρ_{00} 和 $\rho_{-1,-1}$ 都是实数. 矢量介子的自旋密度矩阵的参数化形式为^[33]

$$\rho = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{3}{2} P_i \boldsymbol{\Sigma}_i + 3 T_{ij} \boldsymbol{\Sigma}_{ij} \right), \quad (4)$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_i (i = 1, 2, 3)$ 是 3 个自旋矩阵, P_i 是其对应的展开系数, 它对应于自旋密度矩阵的矢量极化部分, $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$ 是 5 个无迹矩阵 (对称 2 阶张量), T_{ij} 是其展开系数, 也是 2 阶对称无迹张量, 它对应于自旋密度矩阵的张量极化部分. $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$ 的定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{\Sigma}_j + \boldsymbol{\Sigma}_j \boldsymbol{\Sigma}_i) - \frac{2}{3} \mathbf{1} \delta_{ij}. \quad (6)$$

矢量极化部分的展开系数 P_i 可以通过把密度矩阵投影到 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 得到:

$$P_i = \text{Tr}(\rho \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad P_1 = \sqrt{2} \text{Re}(\rho_{-1,0} + \rho_{01}),$$

$$P_2 = \sqrt{2} \text{Im}(\rho_{-1,0} + \rho_{01}), \quad P_3 = \rho_{11} - \rho_{-1,-1}, \quad (7)$$

这里用到了迹性质 $\text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{\Sigma}_j) = 0$. 可以用类似方法抽取张量极化部分的展开系数 $T_{ij} (i \neq j)$:

$$\begin{aligned}
 T_{ij} &= \text{Tr}(\rho \Sigma_{ij}), \quad T_{12} = \text{Im}\rho_{-1,1}, \\
 T_{23} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\rho_{01} - \rho_{-1,0}), \\
 T_{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}(\rho_{01} - \rho_{-1,0}). \quad (8)
 \end{aligned}$$

但是不能同样方法抽取 T_{11} , T_{22} 和 T_{33} (其中只有两个是独立的, $T_{11}+T_{22}+T_{33}=0$), 因为 $\text{Tr}(\Sigma_{ii}\Sigma_{jj}) \neq 0 (i \neq j)$. 这两个独立参量与 $\rho_{00} = 1 - (\rho_{11} + \rho_{-1,-1})$ 和 $\text{Re}\rho_{-1,1}$ 有关.

我们知道矢量介子的主要衰变方式是保持宇称不变的强衰变, 如 K^{*0} 和 ϕ 介子主要衰变到两个赝标量介子:

$$\begin{aligned}
 K^{*0} &\rightarrow K^+ + \pi^-, \quad (\sim 100\%), \\
 \phi &\rightarrow K^+ + K^-, \quad (\sim 49\%), \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中括号里的数字是衰变分支比. 由于初态矢量介子带有 1 个单位的自旋, 末态粒子不带自旋, 所以末态粒子的动量角分布属于 $L=1$ 分波. 以 ϕ 介子为例, 其衰变振幅为

$$\langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_z \rangle = Y_{1,S_z}(\theta, \phi), \quad (10)$$

这里 $S_z = -1, 0, 1$ 标记沿着自旋量子化方向 z 的 ϕ 介子自旋态, (θ, ϕ) 标记末态粒子 K^+ 或 K^- 在 ϕ 介子质心系的动量方向 (极角和方位角). 如果 ϕ 介子处于自旋态 $(S, S_z) = (1, S_z)$, 其衰变末态粒子的立体角分布为^[12]

$$\frac{dN}{d\Omega} = |\langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_z \rangle|^2 = |Y_{1,S_z}(\theta, \phi)|^2, \quad (11)$$

现在假设 ϕ 介子以某个几率 \mathcal{P}_i 处于自旋态 $|\psi_i\rangle$, 则 (11) 式的立体角分布变为^[12]

$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{d\Omega} &= \sum_i \mathcal{P}_i \left| \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \psi_i \rangle \right|^2 \\
 &= \sum_i \mathcal{P}_i \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle \\
 &= \langle K^+, K^- | \mathcal{S} \rho \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle, \quad (12)
 \end{aligned}$$

其中 ρ 是 (1) 式定义的自旋密度矩阵. 在 (12) 式中插入完备性关系 $\sum_{S_z} |\phi; S_z\rangle \langle \phi; S_z| = 1$, 可以得到^[12]:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{d\Omega} &= \sum_{S_{z1}, S_{z2}} \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_{z1} \rangle \langle \phi; S_{z1} | \rho | \phi; S_{z2} \rangle \\
 &\quad \times \langle \phi; S_{z2} | \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle \\
 &= \sum_{S_{z1}, S_{z2}} \rho_{S_{z1}, S_{z2}} Y_{1,S_{z1}}(\theta, \phi) Y_{1,S_{z2}}^*(\theta, \phi) \\
 &= \frac{3}{8\pi} [(1 - \rho_{00}) + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta \\
 &\quad - 2\text{Re}\rho_{-1,1} \sin^2 \theta \cos(2\phi) - 2\text{Im}\rho_{-1,1} \sin^2 \theta \sin(2\phi) \\
 &\quad + \sqrt{2}\text{Re}(\rho_{-1,0} - \rho_{01}) \sin(2\theta) \cos \phi \\
 &\quad + \sqrt{2}\text{Im}(\rho_{-1,0} - \rho_{01}) \sin(2\theta) \sin \phi], \quad (13)
 \end{aligned}$$

这里使用了球谐函数的定义 $Y_{1,\pm 1} = \mp \sqrt{3/8\pi} \sin \theta \times e^{\pm i\phi}$, $Y_{10} = \sqrt{3/4\pi} \cos \theta$. (13) 式的立体角分布是归一的, 即 $\int d\Omega (dN/d\Omega) = 1$. 可以看到该立体角分布只与张量极化部分 T_{ij} 有关, 与矢量极化部分 P_i 无关, 这其实就是强衰变保持宇称守恒的反映. 所以通过测量末态粒子的立体角分布可以确定自旋密度矩阵的张量极化部分的 5 个系数, 这在实验上是有难度的, 因为这些衰变实验的统计性不高. 为了提高统计性, 在实验上往往把方位角积掉得到极角分布:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{d\cos \theta} &= \int_0^{2\pi} d\phi \frac{dN}{d\Omega} \\
 &= (3/4)[(1 - \rho_{00}) + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta]. \quad (14)
 \end{aligned}$$

可以看到极角分布只与 ρ_{00} 有关, 这个参数也叫作矢量介子的自旋排列. 如果 $\rho_{00} = 1/3$, 末态粒子的角分布是常数 (各向同性的), 这表明矢量介子没有自旋排列. 如果 $\rho_{00} \neq 1/3$, 末态粒子的角分布不是各向同性的, 表明矢量介子有自旋排列. 如果 $\rho_{00} > 1/3$ 或 $\rho_{00} < 1/3$, 表明矢量介子处于 $S_z = 0$ 自旋态的几率要大于或小于 $S_z = \pm 1$ 自旋态的几率. 因此通过测量衰变粒子的极角分布就可以确定矢量介子的自旋排列.

以上讨论的是矢量介子衰变到两个赝标量介子的情形. 矢量介子也可以衰变到两个自旋 1/2 粒子, 比如双轻子的情形, 这时末态粒子的角分布与赝标量介子是不同的. 这里把两种衰变方式末态粒子的极角分布放在一起做比较^[12,34]:

$$W(\theta) = \begin{cases} \frac{3}{4} [(1 - \rho_{00} + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta)], & \text{矢量介子} \rightarrow \text{赝标量介子}, \\ \frac{3}{8} [(1 + \rho_{00} + (1 - 3\rho_{00}) \cos^2 \theta)], & \text{矢量介子} \rightarrow \text{双轻子}. \end{cases} \quad (15)$$

在矢量介子衰变到赝标量介子的过程中, 衰变产物的总自旋角动量为零, 因此矢量介子的自旋角动量完全转化为衰变产物的轨道角动量, 末态的方位角分布依赖于轨道波函数的模平方. 而在矢量介子衰变到双轻子的过程中, 矢量介子的自旋角动量完全转换为双轻子的自旋角动量, 末态的方位角分布由螺旋度守恒决定, 代表性过程有 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ 以及 $\phi \rightarrow l^+l^-$. 在 J/ψ 自旋排列的相关研究中, 常用 λ_θ 衡量自旋排列偏离 $1/3$ 的程度, 它与 ρ_{00} 的关系为

$$\lambda_\theta = \frac{1 - 3\rho_{00}}{1 + \rho_{00}} \approx -\frac{9}{4} \left(\rho_{00} - \frac{1}{3} \right), \quad (16)$$

最后的近似式是假设 ρ_{00} 与 $1/3$ 相差不大.

3 非相对论夸克融合模型

使用非相对论的夸克融合模型来计算矢量介子的自旋排列是非常直观的^[20]. 夸克自旋和动量密度矩阵定义为

$$\rho_q \equiv \sum_{rs} \int d^3\mathbf{x} \int [d^3\mathbf{p}][d^3\mathbf{q}] e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} f_{rs}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \left| r, \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right\rangle \left\langle s, \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right|, \quad (17)$$

其中 $|r, \mathbf{p}\rangle$ 表示自旋为 $r = \pm 1/2$, 动量为 \mathbf{p} 的夸克态, $[d^3\mathbf{p}] \equiv d^3\mathbf{p}/(2\pi)^3$, $[d^3\mathbf{q}] \equiv d^3\mathbf{q}/(2\pi)^3$. 自旋分布函数 $f_{rs}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 其实正比于自旋密度矩阵:

$$f_{rs}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = f_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \rho_{rs}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} f_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) [\delta_{rs} + \boldsymbol{\sigma}_{rs} \cdot \mathbf{P}_q(\mathbf{x}, \mathbf{p})] = \frac{1}{2} f_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \begin{pmatrix} 1 + P_q^z & P_q^x + iP_q^y \\ P_q^x - iP_q^y & 1 - P_q^z \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中 $\rho_{rs}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 为归一化的夸克相空间中的自旋密度矩阵的 rs 矩阵元, 满足 $\text{Tr} \rho^q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \sum_s \rho_{ss}^q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 1$, 而 $f_q(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 是自旋无关 (非极化) 的夸克分布函数, $\boldsymbol{\sigma}$ 是自旋空间中的泡利矩阵, $f_q(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 为相空间中的极化密度. 反夸克的密度矩阵 $\rho_{\bar{q}}$ 与 ρ_q 类似, 可以类比 (17) 式与 (18) 式得到. 在非相对论夸克融合模型中, 矢量介子自旋和动量密度矩阵由夸克与反夸克的自旋和动量密度矩阵的直积给出^[20], 即 $\rho_M = \rho_q \otimes \rho_{\bar{q}}$

$$\rho_q \otimes \rho_{\bar{q}} = \sum_{r_1, s_1, r_2, s_2} \sum_{q_1, \bar{q}_2} \int d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2 \int [d^3\mathbf{p}_1][d^3\mathbf{p}_2] \int [d^3\mathbf{q}_1][d^3\mathbf{q}_2] f_{r_1 s_1}^{q_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{p}_1) f_{r_2 s_2}^{\bar{q}_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{p}_2) e^{-i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{x}_1} e^{-i\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{x}_2} \times \left| r_1, r_2; \mathbf{p}_1 + \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 + \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right\rangle \left\langle s_1, s_2; \mathbf{p}_1 - \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 - \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right|, \quad (19)$$

其中 $q_1 = u, d, s$ 和 $\bar{q}_2 = \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ 是带有味道的夸克和反夸克. 矢量介子自旋和动量密度矩阵的矩阵元为^[20]

$$\rho_{S_{z1} S_{z2}}^M(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \left\langle M; S, S_{z1}; \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right| \rho_q \otimes \rho_{\bar{q}} \left| M; S, S_{z2}; \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right\rangle \quad (20)$$

其中 M, S, S_z 分别表示矢量介子的种类、自旋量子数以及磁量子数. 将 (19) 式的 $\rho_q \otimes \rho_{\bar{q}}$ 代入 (20) 式得到^[20]:

$$\rho_{S_{z1} S_{z2}}^M(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \int [d^3\mathbf{q}] \int d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2 \int [d^3\mathbf{p}_1][d^3\mathbf{p}_2][d^3\mathbf{q}_1][d^3\mathbf{q}_2] e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - i\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{x}_1 - i\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{x}_2} \times \left\langle M; \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right| \left| \mathbf{p}_1 + \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 + \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right\rangle \left\langle \mathbf{p}_1 - \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 - \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right| M; \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \rangle \times \sum_{r_1, s_1, r_2, s_2} f_{r_1 s_1}^{q_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{p}_1) f_{r_2 s_2}^{\bar{q}_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{p}_2) \langle S, S_{z1} | r_1, r_2 \rangle \langle s_1, s_2 | S, S_{z2} \rangle, \quad (21)$$

式中夸克和反夸克各有一个坐标和两个动量积分, 可以把坐标变量变换为夸克与反夸克的坐标中心点和坐标之差, 把动量变换为夸克与反夸克动量之和与动量之差, 如下所示^[20]:

$$\mathbf{p}_a = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad \mathbf{p}_b = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \quad \mathbf{q}_a = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2, \quad \mathbf{q}_b = \frac{1}{2}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2), \quad \mathbf{x}_a = \frac{1}{2}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2), \quad \mathbf{x}_b = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2, \quad (22)$$

积分变量 $\mathbf{x}_{1,2}, \mathbf{p}_{1,2}, \mathbf{q}_{1,2}$ 分别变成了 $\mathbf{x}_{a,b}, \mathbf{p}_{a,b}, \mathbf{q}_{a,b}$, 且雅克比变换行列式为 1. 在 (21) 式中, 夸克、反夸克的动量态与介子动量态的内积与矢量介子波函数 φ_M 成正比:

$$\langle q, \bar{q}; \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 | M; \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}) \varphi_M \left(\frac{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2}{2} \right), \quad (23)$$

其中 $\mathbf{p}_{1,2}$ 分别为夸克和反夸克的动量, 由于动量守恒, 介子动量等于夸克与反夸克动量之和, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, 而介子波函数 φ_M 只依赖于夸克与反夸克的相对动量 $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, 其最简单的形式可以取为高斯分布:

$$\varphi_M(\mathbf{k}) = \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{a_M}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mathbf{k}^2}{2a_M^2}\right), \quad (24)$$

其中 a_M 表示该波函数在动量空间中的展宽, (24) 式的介子波函数满足归一条件 $\int [d^3\mathbf{k}] |\varphi_M(\mathbf{k})|^2 = 1$. 根据 (22) 式和 (23) 式, (21) 式中两个夸克反夸克动量态与介子动量态的内积为^[20]

$$\begin{aligned} & \left\langle M; \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \left| \mathbf{p}_1 + \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 + \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right\rangle \left\langle \mathbf{p}_1 - \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 - \frac{\mathbf{q}_2}{2} \left| M; \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right\rangle \right. \\ &= (2\pi)^6 \delta^{(3)}\left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}_a}{2} + \frac{\mathbf{q}}{2}\right) \delta^{(3)}\left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}_a}{2} - \frac{\mathbf{q}}{2}\right) \varphi_M\left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \varphi_M^*\left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \\ &= (2\pi)^6 \delta^{(3)}(\mathbf{p}_a - \mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{q}_a - \mathbf{q}) \varphi_M\left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \varphi_M^*\left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right). \end{aligned} \quad (25)$$

(21) 式中的积分次序如下: 先把 \mathbf{p}_a 和 \mathbf{q}_a 积掉, 这样就去掉了 (25) 式中的两个动量 δ 函数, 且在被积函数中设置 $\mathbf{p}_a = \mathbf{p}$ 和 $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}$, 然后利用 $e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - i\mathbf{q}_1\cdot\mathbf{x}_1 - i\mathbf{q}_2\cdot\mathbf{x}_2} = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_a - i\mathbf{q}_b\cdot\mathbf{x}_b}$, 再把 \mathbf{q} 积掉, 得到 $\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)$, 最后把 \mathbf{x}_a 积掉去掉这个坐标 δ 函数, 且在被积函数中设置 $\mathbf{x}_a = \mathbf{x}$. 最后得到^[20]:

$$\begin{aligned} \rho_{S_{z1}S_{z2}}^M(\mathbf{x}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{N_M} \int d^3\mathbf{x}_b \int [d^3\mathbf{p}_b][d^3\mathbf{q}_b] e^{-i\mathbf{q}_b\cdot\mathbf{x}_b} \varphi_M^*\left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \varphi_M\left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) f_q\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}_b\right) \\ &\times f_{\bar{q}}\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}_b\right) \sum_{r_1 r_2 s_1 s_2} \rho_{r_1 s_1}^q\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}_b\right) \rho_{r_2 s_2}^{\bar{q}}\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}_b\right) [C_{r_1, r_2}^{S, S_{z1}}]^* C_{s_1, s_2}^{S, S_{z2}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中归一化因子 N_M 由归一条件 $\sum_{S_z=0, \pm 1} \rho_{S_z S_z}^{S=1} = 1$ 决定. 这里 $C_{r_1, r_2}^{S, S_{z1}} = \langle r_1, r_2 | S, S_{z1} \rangle$ 是自旋耦合的 Clebsch-Gordan (CG) 系数. 注意到在给定介子波函数 (24) 式的情况下, 可以完成 (26) 式中的 \mathbf{q}_b 的积分^[20]:

$$\int [d\mathbf{q}_b] \varphi_M\left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \varphi_M^*\left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2}\right) \exp(-i\mathbf{q}_b \cdot \mathbf{x}_b) = 8 \exp\left(-\frac{1}{a_M^2} \mathbf{p}_b^2 - a_M^2 \mathbf{x}_b^2\right), \quad (27)$$

这里用了高斯型积分公式.

在非相对论极限下, 粒子的自旋自由度与动量自由度完全解耦, 因此介子的自旋状态完全由其组分夸克与反夸克的自旋决定. 假设自旋量子化方向为 z 方向, 矢量介子的自旋态记作 $|S, S_z\rangle = (|1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle)$, 用夸克反夸克自旋态分别表示为 $|+, +\rangle, (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + |-, +\rangle), |-, -\rangle$, 这里简化了夸克与反夸克的自旋态记号 $|r_1, r_2\rangle$, 其中 $r_1, r_2 = \pm 1/2 \equiv \pm$. 同理, 标量介子的自旋态记作 $|S, S_z\rangle = |0, 0\rangle$, 用夸克反夸克自旋态表示为 $(1/\sqrt{2})(|+, -\rangle - |-, +\rangle)$. 矢量介子和标量介子的自旋密度矩阵元对应的 (26) 式的最后一行可以简化为

$$\begin{aligned} \rho_{11}^{S=1} &\sim \rho_{++}^q \rho_{++}^{\bar{q}} = \frac{1}{4} (1 + P_q^z + P_{\bar{q}}^z + P_q^z P_{\bar{q}}^z), \quad \rho_{-1, -1}^{S=1} \sim \rho_{--}^q \rho_{--}^{\bar{q}} = \frac{1}{4} (1 - P_q^z - P_{\bar{q}}^z + P_q^z P_{\bar{q}}^z), \\ \rho_{00}^{S=1} &\sim \frac{1}{2} (\rho_{++}^q \rho_{--}^{\bar{q}} + \rho_{--}^q \rho_{++}^{\bar{q}} + \rho_{-+}^q \rho_{+-}^{\bar{q}} + \rho_{+-}^q \rho_{-+}^{\bar{q}}) = \frac{1}{4} (1 + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y - P_q^z P_{\bar{q}}^z), \\ \rho_{00}^{S=0} &\sim \frac{1}{2} (\rho_{++}^q \rho_{--}^{\bar{q}} + \rho_{--}^q \rho_{++}^{\bar{q}} - \rho_{-+}^q \rho_{+-}^{\bar{q}} - \rho_{+-}^q \rho_{-+}^{\bar{q}}) = \frac{1}{4} (1 - P_q^x P_{\bar{q}}^x - P_q^y P_{\bar{q}}^y - P_q^z P_{\bar{q}}^z). \end{aligned} \quad (28)$$

容易验证矢量介子和标量介子的总归一条件对应于 $\text{Tr} \rho^{S=1} + \rho^{S=0} \sim 1$. 如果只考虑矢量介子, 归一条件对应的项是

$$\text{Tr} \rho^{S=1} \sim \frac{1}{4} (3 + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y + P_q^z P_{\bar{q}}^z). \quad (29)$$

假设忽略夸克和反夸克的非极化分布函数 f_q 与 $f_{\bar{q}}$ 的相空间依赖性, 则在 (26) 式中可以把它作为常数提到坐标和动量积分之外. 根据 (28) 式和 (29) 式, 可以得到矢量介子归一化的矩阵元 $\rho_{00}^{S=1}$

$$\begin{aligned} \rho_{00}^{S=1} &= \frac{\langle 1 - P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M}{\langle 3 + P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M} \\ &\approx \frac{1}{3} - \frac{4}{9} \langle P_q^z P_{\bar{q}}^z \rangle_M + \frac{2}{9} \langle P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M, \end{aligned} \quad (30)$$

其中的近似式在 $|p_{q/\bar{q}}| \ll 1$ 的情况下成立. (30) 式中的夸克极化密度 \mathbf{P}_q 定义在相空间位置 $(\mathbf{x} + \mathbf{x}_b/2, \mathbf{p}/2 + \mathbf{p}_b)$ 处, 反夸克极化密度 $\mathbf{P}_{\bar{q}}$ 定义在相空间位置 $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b/2, \mathbf{p}/2 - \mathbf{p}_b)$ 处, $\langle \dots \rangle_M$ 为相空间平均值:

$$\begin{aligned} \langle \dots \rangle_M &\equiv \frac{1}{\pi^3} \int d^3 \mathbf{x}_b \int d^3 \mathbf{p}_b \\ &\times \exp \left(-\frac{\mathbf{p}_b^2}{a_M^2} - a_M^2 \mathbf{x}_b^2 \right) (\dots). \end{aligned} \quad (31)$$

从 (30) 式可知, 如果考虑夸克和反夸克的极化密度在相空间中的不均匀性, 那么矢量介子的自旋排列, 取决于夸克和反夸克极化密度之间在矢量介子尺寸内的平均关联值. 如果忽略介子波函数的影响以及夸克与反夸克极化的时空关联, 即只考虑夸克与反夸克极化的整体平均效应, (30) 式可以简化为^[21]

$$\rho_{00} = \frac{1 - P_q^y P_{\bar{q}}^y + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^z P_{\bar{q}}^z}{3 + P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y}, \quad (32)$$

这里隐含假设了 $P_q^i \sim \langle P_q^i \rangle$ 和 $P_{\bar{q}}^i \sim \langle P_{\bar{q}}^i \rangle$, 其中 i 表示三个基矢方向 $i = x, y, z$.

可以把 (30) 式的结果与早期结果比较一下. 梁作堂和王新年^[11] 最先在 2005 年提出了在重离子碰撞中观测矢量介子沿碰撞平面法向的自旋排列的方案. 如果假设夸克和反夸克的极化方向只有沿碰撞平面法向的分量 $P_{q/\bar{q}}^y$ 那么由夸克和反夸克组成的矢量介子的自旋密度矩阵的 00 分量由以下表达式给出^[11]:

$$\rho_{00} = \frac{1 - P_q^y P_{\bar{q}}^y}{3 + P_q^y P_{\bar{q}}^y}, \quad (33)$$

其中 $P_q, P_{\bar{q}}$ 分别代表夸克、反夸克的极化率, q 和 \bar{q} 代表组分夸克和反夸克的味. 如果考虑到介子的夸克动量波函数以及夸克极化对动量的依赖, 文献^[12] 给出了 (33) 式的扩展:

$$\begin{aligned} \rho_{00}(\mathbf{p}) &= \\ &\frac{\int d^3 \mathbf{q} [1 - P_q^y(\mathbf{p}/2 + \mathbf{q}) P_{\bar{q}}^y(\mathbf{p}/2 - \mathbf{q})] |\varphi_M(\mathbf{q})|^2}{\int d^3 \mathbf{q} [3 + P_q^y(\mathbf{p}/2 + \mathbf{q}) P_{\bar{q}}^y(\mathbf{p}/2 - \mathbf{q})] |\varphi_M(\mathbf{q})|^2}, \end{aligned} \quad (34)$$

其中 \mathbf{p} 为矢量介子的动量, \mathbf{q} 为组成介子的夸克与反夸克之间的相对动量, $\varphi_M(\mathbf{q})$ 为介子的归一化的动量空间波函数. 可以看到在 (33) 式和 (34) 式中

只有沿着自旋量子化方向 (即 y 方向) 的极化分量, 没有垂直于量子化方向的极化分量, 而在 (30) 式中, 所有方向的极化分量都有. 如果在 (30) 式中去掉垂直于量子化方向的分量, 则回到了类似 (33) 式和 (34) 式的结果. 这个区别的根源在于 (33) 式和 (34) 式的结果隐含假设了对角的自旋密度矩阵, 而 (30) 式的结果则使用了一般形式的自旋密度矩阵, 自然包含了非对角元.

4 夸克的自旋极化机制——平均效应

文献^[12] 讨论了夸克胶子等离子体中的涡旋场和磁场导致的 ϕ 介子自旋排列, 夸克沿碰撞平面法向 (y 方向) 的自旋极化有如下形式:

$$P_{q/\bar{q}}^y \approx \frac{\omega}{2} \pm \frac{\mu_q B_y}{T}, \quad (35)$$

其中 T 是局域温度, ω_y 是沿 y 方向的 (热) 涡旋场磁分量, B_y 是沿 y 方向的磁场, $\mu_q = Q_q/(2m_q)$ 为夸克的磁偶极矩, 由于夸克和反夸克带有相反电荷 $\pm Q_q$, 磁场导致的自旋极化方向相反, 而涡旋导致的夸克和反夸克的自旋极化方向相同, 因为自旋涡旋耦合与电荷无关. 文献^[12] 忽略了整体极化对于夸克动量的依赖以及涡旋场和磁场的时空不均匀性. 将 (35) 式代入 (33) 式, 得到 ϕ 介子的自旋排列为^[12]

$$\rho_{00}^\phi \approx \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \langle \omega_y^2 \rangle + \frac{Q_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_y^2 \rangle, \quad (36)$$

其中 $Q_s = -(1/3)e$ 是 s 夸克的电荷. 可以看到涡旋场和磁场导致的夸克整体极化给出的贡献分别为负值和正值. 通过 STAR 测量的 Λ 与 $\bar{\Lambda}$ 的整体自旋极化值, 结合 Λ 的夸克味道自旋 $SU(6)$ 波函数给出的结果 $P_\Lambda^y = P_s^y, P_{\bar{\Lambda}}^y = P_{\bar{s}}^y$, 可以简单估计整体自旋极化度 P_s^y 和 $P_{\bar{s}}^y$ 的量级大约为 10^{-2} , 因此 $\rho_{00}^\phi - 1/3 \approx (4/9)P_s^y P_{\bar{s}}^y$ 大约为 10^{-4} 的量级, 远远不足以解释实验测量结果.

在文献^[19] 中, 除了涡旋场磁分量和磁场, 作者还考虑了涡旋场电分量、电场以及有效 ϕ 介子场对 s/\bar{s} 自旋极化的贡献:

$$\begin{aligned} P_{s/\bar{s}}^y(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{2} \omega_y + \frac{1}{2m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{p}) \\ &\pm \frac{Q_s}{2m_s T} \left[B_y + \frac{1}{m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{p}) \right] \\ &\pm \frac{g_s}{2m_s T} \left[B_{\phi,y} + \frac{1}{m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p}) \right], \end{aligned} \quad (37)$$

其中 ω_y 和 B_y 分别表示涡旋场磁分量和磁场的 y 分量, ε 表示涡旋场电分量, \mathbf{E} 表示电场, 而 \mathbf{B}_ϕ 与 \mathbf{E}_ϕ 分别是有效 ϕ 介子场的类磁场分量与类电场分量, g_s 为有效 ϕ 介子场与 s 夸克耦合的系数. 上述各种场都是时空的函数. 将夸克自旋极化代入 (34) 式中, 可以得到 ϕ 介子的自旋排列:

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi &\approx \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \langle \omega_y^2 \rangle + \frac{1}{27m_s^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle \varepsilon_x^2 + \varepsilon_z^2 \rangle \\ &+ \frac{Q_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_y^2 \rangle - \frac{Q_s^2}{27m_s^4 T^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle E_x^2 + E_z^2 \rangle \\ &+ \frac{g_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_{\phi,y}^2 \rangle - \frac{Q_s^2}{27m_s^4 T^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle E_{\phi,x}^2 + E_{\phi,z}^2 \rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $\langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi$ 是 ϕ 介子波函数中组分夸克动量平方的平均值, $\langle \dots \rangle$ 表示 ϕ 介子产生时的各种场平方的时空平均值. 文献 [19] 提出, 涡旋场磁分量、涡旋场电分量以及电磁场对自旋趋向的贡献为 10^{-4} — 10^{-5} 的量级, 这是因为在夸克胶子等离子体演化的中后期, 这些场的强度已经大大减弱了. 而有效 ϕ 介子场源自于奇异夸克流, 在演化的中后期依然可能存在较强的随机涨落. 需要注意的是, 文献 [19] 仅考虑了沿自旋量子化 y 方向的夸克极化对于矢量介子自旋排列的影响, 即隐含使用了对角化的自旋密度矩阵, 因此 (38) 式中只出现了电磁场的 B_y 和 $(\mathbf{E} \times \mathbf{p})_y$ 分量 (即 E_x 和 E_z 分量), 以及有效 ϕ 介

子场的 $B_{\phi,y}$ 和 $(\mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p})_y$ 分量 (即 $E_{\phi,x}$ 和 $E_{\phi,z}$ 分量).

5 夸克的自旋极化机制-相空间局域关联效应

在重离子碰撞中矢量介子形成时, 其组分夸克的自旋极化通过涡旋场和电磁场等局域场依赖于时空坐标和夸克动量, 因此在精确分析矢量介子自旋排列时, 需要考虑不同时空点和不同动量的夸克的局域极化. 考虑到有效 ϕ 介子场以及其他场的时空依赖性, 它们导致的夸克极化有可能沿空间的任意方向, 因此应当同时考虑 $P_{q/\bar{q}}^x$, $P_{q/\bar{q}}^y$ 与 $P_{q/\bar{q}}^z$ 三个分量, 这对应于具有非对角元的一般形式的自旋密度矩阵 (18), 相应的自旋排列由 (30) 式给出. 如果忽略电磁场的贡献, 仅考虑涡旋场和 ϕ 介子场, s/\bar{s} 的极化度由下式给出:

$$\mathbf{p}_{q/\bar{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2m_s} \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{p} \pm \frac{g_\phi}{2m_s T} \mathbf{B}_\phi \pm \frac{g_\phi}{2m_q E_p T} \mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p}, \quad (39)$$

注意 (39) 式中的夸克反夸克极化度包含所有三个空间方向, 作为对照, (35) 式的夸克反夸克极化度只有 y 方向的分量. 先把 (30) 式中的自旋量子化方向从 z 方向改成 y 方向即做对换 $y \leftrightarrow z$, 然后将 (39) 式代入 (30) 式中, 就得到了自旋量子化方向为 y 方向的 ϕ 介子自旋排列:

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) &\approx \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \left\langle P_q^y \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_1 \right) P_{\bar{q}}^y \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_2 \right) \right\rangle + \frac{2}{9} \left\langle \mathbf{P}_q \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_1 \right) \cdot \mathbf{P}_{\bar{q}} \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_2 \right) \right\rangle \\ &\approx \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \left(\langle \omega_y^2 \rangle - \frac{\langle \boldsymbol{\omega}^2 \rangle}{3} \right) + \frac{1}{9m_s^2} \left(\frac{\langle \varepsilon_x^2 + \varepsilon_z^2 \rangle}{2} - \frac{\langle \varepsilon^2 \rangle}{3} \right) \langle \mathbf{p}_b^2 \rangle_\phi + \frac{g_\phi^2}{6m_s^2} \left[\left\langle (\beta B_\phi^y)^2 \right\rangle - \frac{\langle \beta^2 \mathbf{B}_\phi^2 \rangle}{3} \right] \\ &\quad - \frac{g_\phi^2}{6m_s^2} \left[\left\langle (\beta E_\phi^z)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi + \left\langle (\beta E_\phi^x)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,z}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \right] \\ &\quad + \frac{g_\phi^2}{18m_s^2} \left[\left\langle \beta^2 \mathbf{E}_\phi^2 \right\rangle \left\langle \frac{\mathbf{p}_b^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi - \sum_{i=x,y,z} \left\langle (\beta E_\phi^i)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,i}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \right] \\ &\quad + \frac{1}{72m_s^2} \left[\langle \varepsilon^2 \rangle \mathbf{p}^2 - \sum_{i=x,y,z} \langle \varepsilon_i^2 \rangle p_i^2 - 3 \langle \varepsilon_z^2 \rangle p_x^2 - 3 \langle \varepsilon_x^2 \rangle p_z^2 \right] \\ &\quad - \frac{g_\phi^2}{72m_s^2} \left[\left\langle \beta^2 \mathbf{E}_\phi^2 \right\rangle \mathbf{p}^2 - \sum_{i=x,y,z} \left\langle (\beta E_\phi^i)^2 \right\rangle p_i^2 - 3 \left\langle (\beta E_\phi^z)^2 \right\rangle p_x^2 - 3 \left\langle (\beta E_\phi^x)^2 \right\rangle p_z^2 \right] \left\langle \frac{1}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi, \end{aligned} \quad (40)$$

这里 $\beta = 1/T$ 为局域温度的倒数, $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}/2 + \mathbf{p}_b$ 和 $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}/2 - \mathbf{p}_b$ 分别是夸克和反夸克的动量. (40) 式用到了两种平均值, 一种是场函数在 ϕ 介子空间波函数上的平均值, 比如

$$\langle (\beta E_\phi^z)^2 \rangle \equiv \frac{a_\phi^3}{\pi^{3/2}} \int d^3 \mathbf{x}_b \exp(-a_\phi^2 \mathbf{x}_b^2) \beta \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2} \right) \beta \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2} \right) E_\phi^z \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2} \right) E_\phi^z \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2} \right); \quad (41)$$

另外一种夸克动量函数在 ϕ 介子动量波函数上的平均值, 比如

$$\left\langle \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \equiv \frac{1}{\pi^{3/2} a_\phi^3} \int d^3 \mathbf{p}_b \exp\left(-\frac{\mathbf{p}_b^2}{a_\phi^2}\right) \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}}. \quad (42)$$

(40) 式忽略了不同种类的场之间以及同种场的不同分量之间的关联.

严格来说, 非相对论融合模型只能近似地描述静态矢量介子的性质, 它在 (40) 式给出的 $\rho_{00}^\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 关于介子动量的依赖也只适用于小动量情形. 严格的夸克融合模型应该基于相对论量子场论和强子的协变 Bethe-Salpeter 波函数. 文献 [24, 25] 使用相对论自旋玻尔兹曼方程计算了 ϕ 介子的自旋排列, 该方程是基于相对论量子场论得到的, 结果为

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi \approx & \frac{1}{3} + C_1 \left[\frac{1}{3} \boldsymbol{\omega}' \cdot \boldsymbol{\omega}' - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \boldsymbol{\omega}')^2 \right] \\ & + C_2 \left[\frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}')^2 \right] \\ & - \frac{4g_\phi^2}{m_\phi^2 T^2} \left\{ C_1 \left[\frac{1}{3} \mathbf{B}'_\phi \cdot \mathbf{B}'_\phi - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{B}'_\phi)^2 \right] \right. \\ & \left. + C_2 \left[\frac{1}{3} \mathbf{E}'_\phi \cdot \mathbf{E}'_\phi - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{E}'_\phi)^2 \right] \right\}, \quad (43) \end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}'$, $\boldsymbol{\varepsilon}'$, \mathbf{B}'_ϕ , \mathbf{E}'_ϕ 分别表示在 ϕ 介子静止系中的涡旋场磁分量、涡旋场电分量、 ϕ 场的磁场分量和电场分量, 三维矢量 $\boldsymbol{\epsilon}_0$ 表示 ϕ 介子自旋排列的测量方向 (即自旋量子化方向). 系数 C_1 , C_2 是夸克质量 m_s 以及 ϕ 介子质量 m_ϕ 的函数. 为了得到 ρ_{00}^ϕ 关于实验室系和 ϕ 介子动量的依赖关系, 需要用洛伦兹变换把 ϕ 介子静止系中的场 $\boldsymbol{\omega}'$, $\boldsymbol{\varepsilon}'$, \mathbf{B}'_ϕ , \mathbf{E}'_ϕ 用实验室系场 $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, \mathbf{B}_ϕ , \mathbf{E}_ϕ 以及 ϕ 介子动量表示出来. 通过将 (43) 式中的 \mathbf{B}_ϕ , \mathbf{E}_ϕ 替换为普通的电磁场 \mathbf{B} , \mathbf{E} , 并将 g_ϕ 替换为 $Q_s = -(1/3)e$, 即可得到电磁场对于 ρ_{00}^ϕ 的贡献. 在非相对论极限下, 结果 (43) 式与 (40) 式一致.

依据夸克融合模型给出的结果 ((30) 式), 矢量介子的自旋排列取决于夸克与反夸克极化之间的局域关联, 因此所有可能导致夸克和反夸克极化的因素都有可能对矢量介子的自旋排列有贡献, 这包括但不限于上文讨论的涡旋场、电磁场以及有效介

子场. 而由于组成 ϕ 介子的 s 与 \bar{s} 互为反粒子, 因此 P_s 与 $P_{\bar{s}}$ 之间存在很强的关联, 一般地, 可以写出:

$$\rho_{00}^\phi \approx \frac{1}{3} + c_\omega + c_\varepsilon + c_{EM} + c_\phi + c_{LV} + c_h + c_{TC} + c_{\text{shear}}, \quad (44)$$

其中 c_ω 与 c_ε 表示涡旋场磁分量和电分量的贡献. 使用 CLV_{visc} 进行流体力学模拟得到的结果显示 [19], 在 ϕ 介子产生的超曲面, 上述两项的贡献大约为 10^{-4} , 不足以解释 STAR 的测量结果. c_{EM} 表示电磁场的贡献, 输运模型 PHSD 的模拟结果 [19] 显示 $c_{EM} \approx 10^{-5}$. c_ϕ 为有效 ϕ 介子场的贡献 [19, 24, 25]. 目前缺乏相应的数值模拟. 文献 [24] 显示, 若 STAR 的测量结果完全来自于有效 ϕ 介子场, 那么与之对应的有效 ϕ 介子场的横向涨落 $\langle g_\phi^2 B_{\phi,x}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 B_{\phi,y}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 E_{\phi,y}^2 / T^2 \rangle \equiv F_T^2$ 与纵向涨落 $\langle g_\phi^2 B_{\phi,z}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 E_{\phi,z}^2 / T^2 \rangle \equiv F_z^2$ 可近似地由拟合函数 $\ln(F_T^2 / m_\pi^2) = (3.90 \pm 1.11) - (0.924 \pm 0.234) \ln(\sqrt{s_{NN}} / \text{GeV})$ 和 $\ln(F_z^2 / m_\pi^2) = (3.33 \pm 0.917) - (0.760 \pm 0.189) \ln(\sqrt{s_{NN}} / \text{GeV})$ 给出, 碰撞能量越低, 相应的涨落越大.

这里横向涨落与纵向涨落的差别有可能源于夸克胶子等离子体的纵向膨胀和横向膨胀的差别. (44) 式中的 c_{LV} 表示文献 [21] 中讨论的局域涡旋场的贡献, 这一局域涡旋场来自于夸克胶子等离子体膨胀的各向异性, 它对夸克极化的贡献依赖于夸克横向动量的方位角 $\Delta\psi$:

$$\begin{aligned} P_x(\Delta\psi) &= F_x \sin(\Delta\psi), \\ P_y(\Delta\psi) &= -F_y \cos(\Delta\psi), \\ P_z(\Delta\psi) &= F_z \sin(2\Delta\psi). \end{aligned} \quad (45)$$

在对心碰撞中, 系数 $F_z = 0$ 并且 $F_\perp \equiv F_x = F_y \neq 0$, 此时 c_{LV} 由以下结果给出 [21]:

$$\begin{aligned} c_{LV}(\Delta\psi) &= -\frac{F_\perp^2}{9} - \frac{F_\perp^2}{3} \cos(2\Delta\psi), \\ \langle c_{LV} \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\Delta\psi c_{LV}(\Delta\psi) = -\frac{F_\perp^2}{9} < 0, \end{aligned} \quad (46)$$

其对 ϕ 介子自旋排列的贡献为负值. (44) 式中的 c_h 是文献 [22] 提出的, 它来源于重离子碰撞早期拓扑涨落或者夸克净螺旋度非零的贡献,

$$c_h = -\frac{1}{9} (1 - 3v_2) P_q^h P_{\bar{q}}^h, \quad (47)$$

其中 $P_{q/\bar{q}}^h$ 为夸克和反夸克沿动量方向的极化(螺旋度), v_2 为椭圆流系数. (44) 式中的 c_{TC} 是指湍流色场(turbulent color fields)的贡献^[23], 作者讨论了色场涨落导致的手征荷局域涨落, 这使局域自旋极化正比于色场的拓扑荷 $E^a \cdot B^a$, 给出 $c_{TC} < 0$. (44) 式中的 c_{shear} 表示剪切张量的贡献^[26,27].

除了矢量介子的融合产生机制之外, 矢量介子还可能由部分子碎裂产生, 文献^[11] 讨论了碎裂过程 $q \rightarrow V + X$ 产生的矢量介子的自旋排列:

$$\rho_{00}^{\text{frag}} = \frac{1 + \beta P_q^2}{3 - \beta P_q^2}, \quad (48)$$

其中 $\beta = -P_q^{\text{frag}}/P_q$ 表示碎裂过程产生的反夸克的极化与初始夸克的极化之间的比值. 对于横向动量 p_T 较大或快度较大的矢量介子, 碎裂过程产生机制可能比融合产生机制更重要. 另外, 在夸克胶子等离子体演化过程中, 矢量介子的重散射也可能影响其自旋排列. 文献^[35] 使用 UrQMD (ultra relativistic quantum molecular dynamics) 模型对 K^{*0} 的自旋排列进行了数值模拟, 得到了 $\rho_{00}^{K^{*0}} - 1/3 \approx -0.008(0.03)$ 的结果.

6 总结与展望

本文对相对论重离子碰撞中矢量介子整体自旋排列的研究进行了简单的回顾与总结. 矢量介子极化与超子极化一直是高能自旋物理研究的两个重要方面. 自重离子碰撞中整体极化效应提出以来, 矢量介子整体自旋排列就一直是理论与实验研究的重要课题, STAR 实验结果已经在 Nature 正式发表, 也标志着实验研究取得了重要进展, 实验结果也展示了矢量介子极化效应可以揭示出比超子极化更为丰富的物理现象.

实验发现也促进了理论的发展. 本文首先总结了非相对论夸克融合模型的主要结果. 此模型清楚展示了矢量介子自旋排列与夸克反夸克极化之间的关系解析表达式, 在不考虑夸克极化的相空间依赖时, 矢量介子自旋排列与夸克极化的平方相关, 即 ρ_{00} 对 $1/3$ 的偏离由夸克极化的平方决定, 是一个二次方效应. 因此, 忽略夸克极化的相空间依赖, 在夸克极化很小时, 矢量介子自旋排列将会非常小. 但在考虑夸克极化的相空间依赖时, 矢量介子自旋排列很好地反映了夸克与反夸克极化的局

域相空间关联, 它的大小也主要由夸克与反夸克极化在矢量介子波函数尺度内的相空间关联强度来决定.

本文还简单总结了近期的理论进展, 这些进展是关于 ϕ 介子自旋排列中的涡旋、有效 ϕ 介子场以及它们的局域关联等诸多因素的贡献. 在考虑 ϕ 介子有效场时, 理论研究结果清楚地表明, 奇异夸克与其反夸克的极化可以有很强关联, 从而导致 ϕ 介子自旋排列与 $1/3$ 有很大的偏离, STAR 的实验数据支持这种机制. 对 ϕ 介子自旋排列的测量从更深层次反映了夸克物质系统中的强作用场的时空关联性质, 为认识强相互作用场提供了一个有效途径.

目前, 对相对论重离子碰撞过程中矢量介子整体自旋效应的研究正处在快速发展期, 实验与理论研究都取得了重要进展, 同时也揭示出很多亟待解决的重要课题. 首先, 矢量介子种类繁多, 目前的研究结果主要集中在 ϕ 介子等, 这些研究可以自然地推广到其他粒子, 包括重味介子等, 从而对理论提供新的检验, 也为重离子碰撞反应机制与强相互作用性质提供新的信息. 其次, 目前对矢量介子自旋效应的研究主要集中在矢量介子自旋排列, 即自旋密度矩阵的 ρ_{00} 分量. 实验上, 自旋密度矩阵的非对角元也可以通过衰变产物的角分布进行测量. 这些测量需要同时确定衰变产物极角和方位角分布, 对实验提出更高的要求.

另外, 由于矢量介子整体自旋效应能够反映强相互作用场的时空关联信息, 这为夸克胶子等离子体和强相互作用物质的研究提供了新窗口和新增长点. 目前, 美国布鲁克海文国家实验室相对论重离子碰撞机上能量扫描二期实验已经有了更加丰富的数据积累, 欧洲核子研究中心大型强子对撞上也可开展类似的测量, 我们期待近期会有更加精确和丰富的实验结果. 另外, 规划中俄罗斯杜布纳 NICA (nuclotron-based ion collider facility) 实验、德国重离子中心 GSI (gesellschaft für schwerionenforschung) 的 FAIR (facility for antiproton and ion research) 以及我国正在惠州建造的 HIAF (high intensity heavy-ion accelerator facility) 实验等都可以在此方面开展研究. 这些实验必将为重离子碰撞中矢量介子自旋效应的研究带来新机遇并促进强相互作用物理的发展.

参考文献

- [1] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301
- [2] Becattini F, Piccinini F, Rizzo J 2008 *Phys. Rev. C* **77** 024906
- [3] Betz B, Gyulassy M, Torrieri G 2007 *Phys. Rev. C* **76** 044901
- [4] Gao J H, Chen S W, Deng W T, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2008 *Phys. Rev. C* **77** 044902
- [5] Zhang J J, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064904
- [6] Wang Q 2017 *Nucl. Phys. A* **967** 225
- [7] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 195
- [8] Huang X G, Liao J, Wang Q, Xia X L 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 281
- [9] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 90
- [10] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [11] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [12] Yang Y G, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2018 *Phys. Rev. C* **97** 034917
- [13] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2017 *Nature* **548** 62
- [14] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014910
- [15] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 162301
- [16] Abou Yassine R, Adamczewski-Musch J, Asal C, et al. 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137506
- [17] Acharya S, Adamova D, Adler A, et al. 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 012301
- [18] Abdallah M S, Aboona B E, Adam J, et al. 2022 *Nature* **614** 355
- [19] Sheng X L, Oliva L, Wang Q 2020 *Phys. Rev. D* **101** 096005
- [20] Sheng X L, Wang Q, Wang X N 2020 *Phys. Rev. D* **102** 056013
- [21] Xia X L, Li H, Huang X G, Huang H Z 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136325
- [22] Gao J H 2021 *Phys. Rev. D* **104** 076016
- [23] Mueller B, Yang D L 2022 *Phys. Rev. D* **105** 1
- [24] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 e-Print: 2205.15689
- [25] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 e-Print: 2206.05868
- [26] Li F, Liu Y F S 2022 e-Print: 2206.11890
- [27] Wanger D, Weickgenannt N, Speranza E 2022 e-Print: 2207.01111
- [28] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈振宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [29] Shou Q Y, Zhao J, Xu H J, Li W, Wang G, Tang A H, Wang F Q 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [寿齐辉, 赵杰, 徐浩洁, 李威, 王钢, 唐爱洪, 王福强 2023 物理学报 Accepted]
- [30] Hou D F, Huang M, Ma G L 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [侯德富, 黄梅, 马国亮 2023 物理学报 Accepted]
- [31] Gao J H, Sheng X L, Wang Q, Zhuang P F 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [高建华, 盛欣力, 王群, 庄鹏飞 2023 物理学报 Accepted]
- [32] Huang X G, Pu S 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 071202 (in Chinese) [黄旭光, 浦实 2023 物理学报 **72** 071202]
- [33] Bacchetta A, Mulders P J 2000 *Phys. Rev. D* **62** 114004
- [34] Faccioli P, Lourenco C, Seixas J, Wohri H K 2010 *Eur. Phys. J. C* **69** 657
- [35] Li Z, Zha W, Tang Z 2022 *Phys. Rev. C* **106** 064908

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Global spin alignment of vector mesons in heavy ion collisions*

Sheng Xin-Li^{1)†} Liang Zuo-Tang²⁾ Wang Qun³⁾

1) (*INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy*)

2) (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation, Ministry of Education, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

3) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

(Received 14 January 2023; revised manuscript received 13 February 2023)

Abstract

In non-central relativistic heavy-ion collisions, the large initial orbital angular momentum results in strong vorticity fields in the quark-gluon plasma, which polarize partons through the spin-orbit coupling. The global polarization of quark matter will be converted to the global polarization of baryons and the global spin alignment of vector mesons. The spin alignment refers to the ρ_{00} element of the spin density matrix for vector mesons. When a vector meson decays to two pseudoscalar mesons, the polar angle distribution for the decay product depends on ρ_{00} , through which the spin alignment can be measured. Theoretical studies show that the global spin polarization of baryons reflects the space-time average of the quark polarization, while the spin alignment of vector mesons reflects the local phase space correlation between the polarization of quark and antiquark. In this article, we review recent theoretical works about the spin alignment of vector mesons. We consider a non-relativistic quark coalescence model in spin and phase space. Within this model, the spin alignment of the vector meson can be described through the phase space correlation of quark's and antiquark's polarization. The contributions to the spin alignment of ϕ mesons from vorticity fields, electromagnetic fields, and effective ϕ meson fields are discussed. The spin alignment of vector mesons opens a new window for the properties of strong interaction fields in heavy-ion collisions.

Keywords: global spin polarization, spin alignment of vector mesons, spin-orbit coupling, quark coalescence model, heavy ion collisions

PACS: 25.75.-q, 24.70.+s, 13.88.+e

DOI: 10.7498/aps.72.20230071

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12135011, 11890713).

† Corresponding author. E-mail: sheng@fi.infn.it



重离子碰撞中的矢量介子自旋排列

盛欣力 梁作堂 王群

Global spin alignment of vector mesons in heavy ion collisions

Sheng Xin-Li Liang Zuo-Tang Wang Qun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072502 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230071

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230071>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自旋轨道耦合量子点系统中的量子相干

Quantum coherence in spin-orbit coupled quantum dots system

物理学报. 2022, 71(7): 078502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212111>

自旋轨道耦合量子气体中的一些新进展

Some recent progresses on the study of ultracold quantum gases with spin-orbit coupling

物理学报. 2020, 69(1): 016701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191241>

自旋轨道耦合Su-Schrieffer-Heeger原子链系统的电子输运特性

Electron transport through Su-Schrieffer-Heeger chain with spin-orbit coupling

物理学报. 2021, 70(8): 087301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201742>

一维谐振子束缚的自旋轨道耦合玻色气体

One-dimensional spin-orbit coupling Bose gases with harmonic trapping

物理学报. 2019, 68(17): 173201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190143>

Rashba自旋轨道耦合下square-octagon晶格的拓扑相变

Topological phase transitions in square-octagon lattice with Rashba spin-orbit coupling

物理学报. 2018, 67(23): 237101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180624>

两体相互作用费米系统在自旋轨道耦合和塞曼场中的基态转变

Ground energy level transition for two-body interacting Fermionic system with spin-orbit coupling and Zeeman interaction

物理学报. 2021, 70(8): 083401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201456>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

高能重离子超边缘碰撞中极化光致反应*

浦实^{1)†} 肖博文^{2)‡} 周剑^{3)††} 周雅瑾^{3)‡‡}

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

2) (香港中文大学(深圳)理工学院, 深圳 518172)

3) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 粒子物理与粒子辐照教育部重点实验室, 青岛 266237)

(2023年1月15日收到; 2023年2月5日收到修改稿)

本文旨在对近期高能重离子超边缘碰撞中光致产生过程的研究做一个简要综述. 相对论性重离子激发的超强电磁场可以被近似认为是一束极高亮度的等效相干光子束流. 本文主要讨论两类等效光子参与的高能产生过程: 准实光子融合产生轻子对即 Breit-Wheeler 过程, 以及等效光子与原子核内的胶子物质相互作用导致的矢量介子衍射产生过程. 这两类过程是研究重离子超边缘碰撞的传统课题, 本文主要侧重于讨论碰撞参数依赖效应与末态软光子重求和效应. 另一方面, 最近一系列研究揭示了相对论重离子所激发的准实光子是高度线性极化的, 其极化方向平行于光子横动量方向; 并指出可以通过重离子超边缘碰撞中轻子对产生过程的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称来测量光子的线偏振度. 这一理论预言随后被 SATR 合作组的测量所证实. 伴随这一新的理论与实验进展, 线性极化光子束流同时也给我们提供了一种新颖的实验手段, 用来研究量子色动力学唯象学. 如线偏振准实光子可导致矢量介子衍射产生过程的各种方位角不对称, 通过研究这些方位角不对称可以让我们更深入地理解高能散射过程的双缝干涉效应、库仑-核反应的干涉过程, 以及抽取光子维格纳函数等. 本文将详述这些效应并讨论未来的理论与实验发展.

关键词: 重离子对撞, 等效光子近似, 极化效应, 矢量介子衍射产生**PACS:** 25.75.-q, 25.20.-x, 21.10.Hw**DOI:** 10.7498/aps.72.20230074

1 引言

在相对论重离子碰撞中, 两个带电重离子发生碰撞而产生高达 10^{15} T 的极强电磁场^[1-5]. 从量子场论的角度来看, 相对论性重离子所激发的超强电磁场可以等效地视为一束准实光子束流. 当被探测的光子波长远远长于原子核半径, 即光子动量远小于原子核半径 R 的倒数时 (对于金核来说 $1/R \approx 30$ MeV), 准实光子与原子核中的电荷源整体地耦合在一起. 相应的准实光子的数密度正比于重离子

的核电数平方 Z^2 , 并被称为相干光子. 对于重离子来说, Z 通常是一个相当大的数, 因此其伴随的相干光子束流有着极高亮度. 本文主要讨论在重离子超边缘碰撞中相干光子参与的各种高能散射过程.

重离子超边缘碰撞中的超强电磁场为研究极端条件下的量子电动力学效应提供了一个良好的实验平台. 如在欧洲核子中心 CERN 的 ATLAS 实验中人们首次观测到了理论上早已预言的光光散射^[6]. 同时, 在美国相对论重离子对撞机 RHIC 的 STAR 实验中^[7,8] 人们观测到了光致物质产生的 Breit-Wheeler 过程^[9] 及真空双折射等效效应的间

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175118, 12075235, 12135011) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2020MA098) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shipu@ustc.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xiaobowen@cuhk.edu.cn

†† 通信作者. E-mail: jzhou@sdu.edu.cn

‡‡ 通信作者. E-mail: zhouyj@sdu.edu.cn

接证据^[7,10-14]. 当轻子对从硬碰撞点产生后, 它们会与重离子产生的背景电磁场发生多重电磁散射, 通常被称为库仑修正. 由于微扰级数以 $Z\alpha$ 展开, 对于重离子, 即 $Z \gg 1$, 多重散射效应较为显著, 因此重离子超边缘碰撞中的轻子对产生过程也提供了研究极强电场下库仑修正效应的一个理想场所^[15-22] (近期的一项这方面研究可以参考文献^[23]). 另一方面, 超强相干光子束流也为在超边缘重离子碰撞中探索超出标准模型之外的新物理提供了独特的机会, 如通过光光散射探测轴子^[24], 利用轻子对产生中的方位角不对称来约束暗光子的各项参数^[25], 以及其他新物理迹象^[26-29].

对重离子超边缘碰撞中的纯电磁产生过程的细致理论和实验研究也为利用电磁探针研究夸克胶子等离子体性质设立了重要的比较基线. 如在轻子对的纯电磁产生过程中, 在 STAR^[30], ATLAS^[31], 以及 CERN 上的 CMS 实验中^[32], 人们都发现了偏心碰撞中的展宽效应 (broadening effects), 即偏心碰撞中轻子对总横动量要显著大于超边缘碰撞中观测到的轻子对总横动量. 这一意外发现促使人们对光致双轻子过程进行了大量理论和实验方面的探索. 人们早期采用基于等效光子法 (EPA) 的程序包 STARlight^[33] 来进行研究. 等效光子法由于缺少必要的光子横动量及碰撞参数等信息, 无法准确地描述这些实验结果. 为此人们进行了一系列新的探索, 如利用定背景电磁场下量子电动力学^[34-36], 即扩展的等效光子法来研究实验结果^[8,37-41]; 在原子核波包假设下推导出量子电动力学截面^[42-44]; 基于量子色动力学因子化方案得到截面^[40,45-48] 等. 这些方法的共同特征是需要建立一个对碰撞参数与横动量联合依赖的截面公式. 利用这样一个截面公式, 可以自然地推导出轻子对平均横动量对碰撞参数的依赖关系. 本文第 2 节将详述这方面的近期研究. 另一方面, 部分研究者认为^[45,46] 这一展宽效应也有可能是因为轻子对穿越夸克胶子等离子体时与媒介物质相互作用获得的额外横动量. 因而横动量展宽的测量可以提供研究夸克胶子等离子体性质的一种新途径.

高阶 QED 修正在轻子对产生过程中的某些特定的运动学区域具有对数增强的贡献^[45,46,49,50]. 如当末态一个软光子从产生的轻子对辐射出去时, 高阶修正项会包含一个大大对数项的增强. 此类大大对数项通常可以在微扰 QCD 重求和理论框架下被

求和到无穷阶. 理论计算表明, 正确地求和这一类大大对数项对于正确描述实验中观测到的轻子对间的角关联至关重要. 由于 QED 过程具有背景干净和无非微扰区贡献等特征, 轻子对产生过程的不同物理观测量提供了一个测试与发展微扰 QCD 重求和理论工具的理想场所.

另一方面, 最近的理论工作^[40,47] 揭示了由相对论性重离子所激发的相干光子是百分之百线性极化的. 相干光子极化矢量平行于其横动量方向. 当然, 如果对整个横动量相空间做积分, 那么光子的平均极化度为零. 理论计算进一步预言线偏振光子可以导致轻子对产生过程中的 $\cos 4\phi$ 方位角调制行为, 这里 ϕ 角定义为轻子横动量与轻子对总横动量之间的夹角. 这一理论预言很快被 STAR 的实验测量所证实^[7]. 由于轻子对产生的总截面可以通过光学定理与光-光向前散射振幅的虚部联系起来, 部分研究者^[51] 论证极化依赖轻子对产生过程可以与真空双折射现象^[52] 联系起来. 因此从某种意义上说, 轻子对产生过程中的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称的测量可以被视为首次在地面实验中间接观测到了真空双折射效应. 如果轻子的质量与轻子对不变质量相差不大, 如 RHIC 上的 $\mu^+\mu^-$ 产生, 那么线偏振光子会导致一个 $\cos(2\phi)$ 的方位角调制行为^[43,53]. 光光相互作用的相关研究近期^[44] 也被拓展到相对论同量异位素碰撞过程中^[54].

伴随着这一新的理论实验进展, 人们很快开始对如何利用线偏振光子束流研究 QCD 唯象做了一系列探索^[55-61]. 在重离子超边缘碰撞中, 相干光子参与的另外一类主要过程是矢量介子的光致衍射产生. 在流行的偶极子模型中^[62], 相干光子首先劈裂为夸克与反夸克, 随后夸克对与原子核中的胶子物质发生相互作用, 最后重新组合形成矢量介子. 衍射矢量介子产生过程其实是重离子超边缘碰撞研究中的一个传统课题, 在饱和物理研究以及原子核的胶子物质三维成像方面都扮演了重要角色. 如果考虑初态入射相干光子的极化, 那么末态产生的矢量介子也会极化. 矢量介子的极化状态可以通过其末态衰变产物的方位角分布来重建. 理论计算表明线偏振光子可以导致多种多样的矢量介子产生过程中的方位角不对称性分布. 这些方位角不对称截面有着独特的衍射干涉条纹, 包含了原子核内部胶子物质分布丰富的信息. 因此, 相干光子极化自由度的引入开辟了一条通过矢量介子衍射产生

研究原子核内部结构的全新路径。

本文结构规划如下: 第 2 节首先在横动量依赖因子化框架下介绍等效光子近似及其扩展, 接着评述轻子对产生的碰撞参数依赖截面的推导, 并通过此截面公式计算横动量展宽效应并与实验数据对比. 第 3 节主要介绍相干光子的线性极化相关物理, 包括线性极化的物理直觉解释、以及轻子对产生过程中的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称截面的推导等. 第 4 节主要介绍极化依赖矢量介子光致产生过程的近期研究, 并讨论其对研究原子核三维成像的意义. 第 5 节总结本文内容.

2 非极化光子分布

2.1 Weizsäcker-Williams 虚量子方法及等效光子近似

Weizsäcker-Williams 虚量子方法^[63,64]提供了一种简单有效的处理高能带电粒子碰撞的重要理论计算手段. 在经典电动力学中, 通常使用电磁场来计算带电粒子的相互作用, 然而在量子电动力学中光子交换则能提供更加方便地描述碰撞的方法和途径. Weizsäcker-Williams 虚量子方法指出这两种物理的描述方式是等效的. 这种方法用等效的光子光谱 (即光子的概率分布) 来取代碰撞中的带电粒子的电磁场, 让我们得以从经典电动力学自然地过渡到量子电动力学. 需要特别指出的是, 这些等效的光子虽然虚度很小, 但是本质上不是完全在壳的实光子. 从量子场论的角度来说, 他们实际上是带电粒子的波函数的一部分, 是伴随着带电粒子一起运动的通过量子涨落产生的虚光子. 在高能散射的过程中, 这些虚光子可以被释放出来, 也可以与其他带电粒子发生散射. 当散射过程的硬度远远大于这些等效光子的虚度时, 可以将其等效成实光子, 将散射截面表达成实光子的数密度与硬散射截面的卷积. 因此, 该方法又被称为等效光子近似 (equivalent photon approximation, EPA).

该方法不仅对量子电动力学的早期发展起到了重要的推动作用, 并且在高能碰撞的计算中得到了广泛的应用. Jackson^[65]撰写的电动力学的经典教科书对此做了大量篇幅的详细介绍. 此外, 理论物理学家还将这种方法背后的思想应用到高量子色动力学和引力场理论中, 分别用以计算等效胶子谱^[66,67]和引力波能谱^[68].

有趣的是, 如科学史上偶有发生的事例一样^[69],

以 Weizsäcker 和 Williams 命名的 Weizsäcker-Williams 虚量子方法的最初提出者并非他们两位, 而是著名物理学家费米 (Enrico Fermi). 早在 1924 年^[70], 当时年轻的费米刚刚博士毕业, 他就十分敏锐地发现“带电粒子经过原子的电场, 当被分解成简谐波时, 与适当的频率分布的光等价”. 也就是说, 费米首先提出可以用等效的光谱来替代运动电荷的电磁场. 近十年后, Weizsäcker 和 Williams 分别独立地将费米的光量子的思想发展并推广到了相对论极限下的物理情形. 随后, Weizsäcker-Williams 虚量子方法得到了广泛的接受并被频繁地应用到各种计算当中.

下面详细介绍如何基于 Weizsäcker-Williams 虚量子方法从电磁场出发推导等效光子分布. 这里计划从经典电动力学出发, 逐渐过渡到规范场论的常用语言和方法.

在直角坐标系 (x, y, z) 中, 可以先考虑一个电荷量为 e 的静止粒子. 该粒子产生的静电场和电势如下:

$$\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi r^3} \mathbf{r}, \quad V(r) = \frac{e}{4\pi r}, \quad (1)$$

其中 $r = \sqrt{b_{\perp}^2 + z^2}$, 同时 $b_{\perp}^2 \equiv x^2 + y^2$. 接下来, 将此粒子加速至速度 v . 此时, 可以通过洛伦兹变换得到描述相对应的电磁场的四维矢量势

$$A^{\mu} = (\gamma\phi, 0, 0, \gamma v\phi),$$

$$\gamma\phi = \frac{e}{4\pi} \frac{\gamma}{\sqrt{b_{\perp}^2 + \gamma^2(z-vt)^2}} = \frac{e}{4\pi} \frac{1}{R_v}. \quad (2)$$

为了方便起见, 这里定义 $R_v \equiv \sqrt{b_{\perp}^2(1-v^2) + (z-vt)^2}$. 由此可以计算得出以速度 v 运动的带电粒子的电磁场如下:

$$\mathbf{E}_v = \frac{e(1-v^2)}{4\pi R_v^3} (\mathbf{b}_{\perp}, z-vt), \quad (3)$$

$$\mathbf{B}_v = \frac{e(1-v^2)}{4\pi R_v^3} (v\hat{z} \times \mathbf{b}_{\perp}, 0) = v\hat{z} \times \mathbf{E}_v. \quad (4)$$

高能极限下, 带电粒子的运动速度趋近于光速, 即 $v \rightarrow 1$, 通过积分不难证明以下等式:

$$\lim_{v \rightarrow 1} \frac{(1-v^2)}{R_v^3} = \frac{2}{b_{\perp}^2} \delta(z-t). \quad (5)$$

使用该等式可以将电磁场非零部分写成以下形式:

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{e}{2\pi} \frac{\mathbf{b}_{\perp}}{b_{\perp}^2} \delta(z-t), \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \frac{e}{2\pi} \frac{\hat{z} \times \mathbf{b}_{\perp}}{b_{\perp}^2} \delta(z-t) = \hat{z} \times \mathbf{E}_{\perp}. \quad (7)$$

在该情况下, 电磁场由于其纵向分量完全消失, 从

而变成完全的横向场。

从经典电动力学的角度来看, 电磁场 $F_{\mu\nu}$ 被视为真正的物理可观测量, 而与此同时矢量势 A_μ 只是辅助计算的变量. 矢量势的选择并不唯一, 不同的 A_μ 可以给出相同的电磁场. 然而在量子场论中, A_μ 的作用变得不可或缺. 这是因为场论中被量子化的对象是 A_μ 而非电磁场强 $F_{\mu\nu}$. 所以, 下面考虑对应上面推导出来的电磁场的矢量势的表达形式.

采用类似的技巧^[15,68], 可以从 (2) 式出发推导出 $v \rightarrow 1$ 极限下的规范矢量势的结果:

$$A^0 = A^z = \frac{e}{4\pi} \ln \frac{1}{\mu^2 r_\perp^2} \delta(t-z), \quad A^\perp = 0, \quad (8)$$

其中 μ 是量纲为 L^{-1} 的辅助变量. 很容易可以验证, 以上的 A^μ 可以给出光速极限下的电磁场, 而且结果与辅助变量 μ 无关. 在场论的语言中, 以上的矢量势实际上是协变规范下的结果. 通过与电磁场比较, 可以发现协变规范下的矢量势对电磁场物理的描述是有些尴尬的. 在光速极限下, 物理的电磁场只有横向分量, 然后协变矢量势的横向分量正好为零. 相比之下, 更加适合的规范是光锥规范. 在光锥规范下, 通过规范变换^[15,65], 可以得到对应的矢量势为

$$A^0 = A^z = 0, \quad A^\perp = \frac{e}{4\pi} \nabla_\perp \ln \frac{1}{\mu^2 b_\perp^2} \theta(t-z). \quad (9)$$

其非零的分量也正好是横向分量, 与电磁场的情况一致. 在场论中, 通过对规范矢量场 A^μ 进行量子化, 而得到光子场.

接下来, 可以通过以上的矢量势来计算光速运动的带电点粒子的光子的动量分布函数:

$$\begin{aligned} & x f_1(x, \mathbf{k}_\perp) \\ &= \int \frac{d\xi^- d^2 \xi_\perp}{(2\pi)^3} e^{-ixP^+} \xi^- e^{-ik_\perp \cdot \xi_\perp} \\ & \times \left\langle A \left| F^{+i} \left(\frac{\xi}{2} \right) F^{+i} \left(-\frac{\xi}{2} \right) \right| A \right\rangle \end{aligned} \quad (10)$$

$$= \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{1}{k_\perp^2}. \quad (11)$$

将以上方法推广, 对于一个高速运动带电量为 Ze 的重原子核, 其光子的分布函数可以写成

$$x f_1^A(x, k_T) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2} \frac{k_\perp^2}{(k_\perp^2 + x^2 M_p^2)^2} F_A^2(k^2), \quad (12)$$

其中 M_p 是质子质量, 根据 STARlight^[33] 的参数化形式, 一种常用的原子核的电荷形状因子是

$$F_A(k^2) = \frac{4\pi\rho^0}{k^3 A} \frac{1}{a^2 k^2 + 1} [\sin(kR_A) - kR_A \cos(kR_A)], \quad (13)$$

其中 $R_A = 1.1A^{1/3}$ fm, $a = 0.7$ fm. 这种参数化在数值上非常接近 Woods-Saxon 分布. 这里 x 代表的是光子相对于源电荷所携带的纵向动量的分数, $k^2 = x^2 M_p^2 + k_\perp^2$ 与光子的离壳度有关. 由 (12) 式和 (13) 式给出的等效光子分布在重离子超边缘碰撞中的相关唯象研究中有着非常广泛的应用. 但是光子分布对碰撞参数的依赖行为并未包含在横动量依赖光子分布函数中. 为了正确解释实验上观测到的横动量展宽效应, 人们发现有必要引入光子的横动量与碰撞参数联合依赖分布, 即光子的维格纳函数分布^[46]. 作为分布函数的母函数^[71], 维格纳分布是一种准概率分布函数, 同时包含了横动量和碰撞参数依赖的分布信息. 若对维格纳分布的动量或者碰撞参数进行积分, 它们可以分别回归到碰撞参数和动量分布函数. 下一小节将简述如何推导一个对碰撞参数与光子横动量联合依赖的截面公式.

2.2 利用波包假设下的 QED 推导等效光子近似及其推广

本节将利用波包模型结合量子场论的方法, 来探讨光致双轻子产生过程. 考虑两个分别沿 $\pm z$ 方向高速运动的原子核 A_1 与 A_2 发生碰撞并产生轻子对 l 和 \bar{l} 及其他可能粒子 X_1, \dots, X_f 的过程,

$$A_1(P_{A1}) + A_2(P_{A2}) \rightarrow l(k_1) + \bar{l}(k_2) + \sum_f X_f(K_f), \quad (14)$$

如图 1 所示. 在 (14) 式中, 括号里是各粒子的四动量, 均满足质壳条件, 即 $P_{A_i}^\mu = (E_{A_i}, \mathbf{P}_{A_i})$, $E_{A_i} = \sqrt{\mathbf{P}_{A_i}^2 + M_i^2}$, $k_i = (E_{k_i}, \mathbf{k}_i)$, $k_i^2 = m^2$, 其中 M_i 和 m

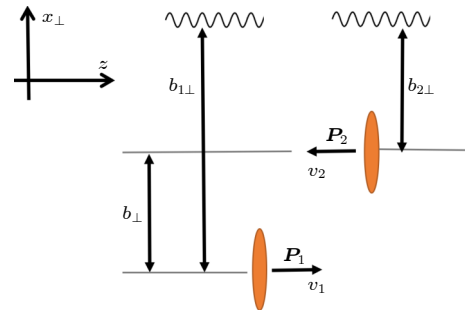


图 1 重离子对撞中的光致双轻子产生示意图. 图片取自文献^[42]

Fig. 1. Illustration for the dilepton photoproduction in the heavy ion collisions^[42].

分别代表原子核 A_i ($i = 1, 2$) 的质量和轻子质量.

不同于标准的散射截面, 在重离子对撞过程中, 两个原子核不仅可以发生对心碰撞, 也可以发生偏心碰撞, 甚至超边缘碰撞. 因此, 需要考虑碰撞参数 \mathbf{b}_\perp 依赖的光致双轻子产生截面. 类比量子力学中的波包模型, 我们把原子核初态写成波包的形式 [42]:

$$\begin{aligned} |A_1\rangle &= \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_1}}} \phi(P_1) e^{i\mathbf{b} \cdot P_1} |P_1\rangle, \\ |A_2\rangle &= \int \frac{d^3 P_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_2}}} \phi(P_2) |P_2\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $P_i^\mu = (E_{P_i}, \mathbf{P}_i)$, $E_{P_i} = \sqrt{\mathbf{P}_i^2 + M_i^2}$, $\phi(P_i) \equiv$

$\phi(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{A_i})$ 为 $|P_i\rangle$ 的振幅, 且满足归一化条件 $\int \frac{d^3 P_i}{(2\pi)^3} |\phi(P_i)|^2 = 1$. 可以类似地将过程 (14) 中的末态写为

$$\left| \bar{l} \sum_f X_f \right\rangle_{\text{out}} = \left| k_1 k_2 \sum_f K_f \right\rangle_{\text{out}}. \quad (16)$$

初态至末态的转移振幅可以写为

$$\begin{aligned} & \text{out} \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | P_1 P_2 \rangle_{\text{in}} \\ & \equiv \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | 1 + iT | P_1 P_2 \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

可以将转移振幅参数写为

$$\langle k_1 k_2 \sum_f K_f | iT | P_1 P_2 \rangle \equiv (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - k_1 - k_2 - \sum_f K_f) \times i\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}, \quad (18)$$

其中, $\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}$ 是散射不变矩阵元.

过程 (14) 式的总截面则可以写为

$$\sigma = \int d^2 \mathbf{b}_\perp \sum_{\{f\}} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \prod_f \frac{d^3 K_f}{(2\pi)^3 2E_{K_f}} \times \left| \text{out} \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | A_1 A_2 \rangle_{\text{in}} \right|^2. \quad (19)$$

将初末态表达式代入后可得:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int d^2 \mathbf{b}_\perp \sum_{\{f\}} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \prod_f \frac{d^3 K_f}{(2\pi)^3 2E_{K_f}} \\ &\times \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_1}}} \frac{d^3 P_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_2}}} \frac{d^3 P'_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P'_1}}} \frac{d^3 P'_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P'_2}}} \times \phi(P_1) \phi(P_2) \phi^*(P'_1) \phi^*(P'_2) e^{-i\mathbf{b}_\perp \cdot \Delta_{1\perp}} \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - k_1 - k_2 - \sum_f K_f) (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P'_1 - P'_2) \\ &\times \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} \mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f} \mathcal{M}_{P'_1+P'_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}^*, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\Delta_{1\perp} \equiv \mathbf{P}'_{1\perp} - \mathbf{P}_{1\perp}$.

考虑 (14) 式表示的过程中双光子融合子过程:

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow l(k_1) + \bar{l}(k_2), \quad (21)$$

其中 p_i 为两个光子的四动量. 不变矩阵元在波恩近似下可以写成:

$$\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f} = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) \times \left\langle \sum_f K_f | A_\mu(p_1) A_\nu(p_2) | P_1 P_2 \right\rangle, \quad (22)$$

其中

$$L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = -e^2 \bar{u}(k_1) \left[\gamma^\mu \frac{\gamma \cdot (k_1 - p_1) + m}{(k_1 - p_1)^2 - m^2 + i\epsilon} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{\gamma \cdot (p_1 - k_2) + m}{(p_1 - k_2)^2 - m^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \right] v(k_2) \quad (23)$$

是轻子张量, 且满足 Ward 恒等式:

$$p_{1\mu}L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = p_{2\nu}L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = 0. \quad (24)$$

如图 1 所示, 在真实的散射过程中, 光子可以从原子核的各个地方中心发出, 因此需要在截面中加入描述光子横向位置的信息. 此外, 可以将原子核的波包因子化为纵向与横向部分, 并对纵向波包做窄波包近似, 再积掉 P_i^z 与 $P_i'^z$ 变量, 并利用完备性条件对其他粒子 X_1, \dots, X_f 的相空间进行积分, 最终得到^[42]:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{1}{8(2\pi)^8} \int d^2\mathbf{b}_\perp d^2\mathbf{b}_{1\perp} d^2\mathbf{b}_{2\perp} \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \times \int d^2\mathbf{p}_{1\perp} d^2\mathbf{p}_{2\perp} d^2\mathbf{p}'_{1\perp} d^2\mathbf{p}'_{2\perp} \frac{1}{v\sqrt{E_{P_1}E_{P_2}E_{P_1'}E_{P_2'}}} \\ & \times \phi_T(\mathbf{p}_{1\perp})\phi_T(\mathbf{p}_{2\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{1\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{2\perp})G^2[(P_1^z - P_{A1}^z)^2] \times e^{-i\mathbf{b}_{1\perp}\cdot\Delta_{1\perp}}e^{-i\mathbf{b}_{2\perp}\cdot\Delta_{2\perp}}\delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \\ & \times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \times I, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\Delta_{2\perp} \equiv \mathbf{P}'_{2\perp} - \mathbf{P}_{2\perp}$, v 是质心系下一个原子核的速度大小,

$$\begin{aligned} I \equiv & \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4p'_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p'_2}{(2\pi)^4} L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p'_1, p'_2; k_1, k_2) \times \langle P'_1 | A_\sigma^\dagger(p'_1) A_\mu(p_1) | P_1 \rangle \langle P'_2 | A_\rho^\dagger(p'_2) A_\nu(p_2) | P_2 \rangle \\ = & \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \int d^4y_1 d^4y_2 \exp(ip_1 \cdot y_1 + ip_2 \cdot y_2) \times L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p_1 - P_1 + P'_1, p_2 - P_2 + P'_2; k_1, k_2) \\ & \times \langle P'_1 | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_1) | P_1 \rangle \langle P'_2 | A_\rho^\dagger(0) A_\nu(y_2) | P_2 \rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

而 $L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p'_1, p'_2; k_1, k_2) \equiv \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) L^{\sigma\rho*}(p'_1, p'_2; k_1, k_2)$. 形式上可以将截面 (25) 式写为类似因子化的形式:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3k_1 d^3k_2} \approx & \frac{1}{32(2\pi)^6} \frac{1}{E_{k_1} E_{k_2}} \int d^2\mathbf{b}_\perp d^2\mathbf{b}_{1\perp} d^2\mathbf{b}_{2\perp} \int d^4p_1 d^4p_2 \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \\ & \times \int \frac{d^2\mathbf{p}_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2\mathbf{p}_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{1}{v\sqrt{E_{P_1}E_{P_2}E_{P_1'}E_{P_2'}}} \times G^2[(P_1^z - P_{A1}^z)^2] \phi_T(\mathbf{p}_{1\perp})\phi_T(\mathbf{p}_{2\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{1\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{2\perp}) \\ & \times \mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_1, \mathbf{b}_{1\perp})\mathcal{S}_{\rho\nu}(p_2, \mathbf{b}_{2\perp}) \times L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p_1 - P_1 + P'_1, p_2 - P_2 + P'_2; k_1, k_2), \end{aligned} \quad (27)$$

其中,

$$\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp}) \equiv \int \frac{d^2\Delta_{i\perp}}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4y_i}{(2\pi)^4} e^{ip_i \cdot y_i} \langle P'_i | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_i) | P_i \rangle e^{-i\mathbf{b}_{i\perp}\cdot\Delta_{i\perp}}. \quad (28)$$

我们发现 $\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp})$ 与光子 Wigner 函数相关联^[46], 它们都包含了光子的动量及横向位置信息. 将其对 $\mathbf{b}_{i\perp}$ 积分则可得:

$$S_{\sigma\mu}(P_i, p_i) \equiv \int \frac{d^4y_i}{(2\pi)^4} e^{ip_i \cdot y_i} \langle P_i | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_i) | P_i \rangle. \quad (29)$$

$S_{\sigma\mu}(P_i, p_i)$ 与光子的横动量依赖分布函数 (TMD) 也有所关联 (规范不变且归一化的横动量依赖分布函数, 将在下一节中引入并详细讨论, 参见 (41) 式). 无论是 Wigner 函数或 TMD 关联函数, 还是 $\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp})$, 都是非微扰的. 因此在具体的运算中, 仍需要仔细考虑如何处理这些函数.

在相对论重离子超边缘碰撞中, 即碰撞参数 b_\perp 大于两倍原子核半径, 两个原子核几乎不发生接触, 所以强相互作用被压制. 这时, 可以采取经典

场近似来化简上述公式里的光子场 A^μ , 如取洛伦兹规范可得^[34]:

$$A^\mu(p_i) = Z_i e \delta(p_i \cdot u_i) \frac{F(-p_i^2)}{-p_i^2} u_i^\mu, \quad (30)$$

其中 Z_i 是原子核 A_i 的电荷数, $F(-p^2)$ 是核形状因子, $u_i^\mu = \gamma_i(1, 0, 0, \pm v_i)$ 是原子核的四速度, $\gamma_i = 1/\sqrt{1-v_i^2}$, 且 $\bar{p}_i \cdot u_i = 0$. 在经典场极限下, 可以进一步化简:

$$\begin{aligned} & \langle P'_i | A_\sigma^\dagger(p'_i) A_\mu(p_i) | P_i \rangle \\ & \approx A_\sigma^*(p'_i) A_\mu(p_i) 2\sqrt{(P_i \cdot u_i)(P'_i \cdot u_i)} \\ & \times (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\bar{p}_i - \bar{p}'_i - \bar{P}_i + \bar{P}'_i). \end{aligned} \quad (31)$$

最终得到在经典场近似下的截面:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{Z^4 e^4}{2\gamma^4 v^3} \int d^2 \mathbf{b}_\perp d^2 \mathbf{b}_{1\perp} d^2 \mathbf{b}_{2\perp} \int \frac{d\omega_1 d^2 \mathbf{p}_{1\perp}}{(2\pi)^3} \frac{d\omega_2 d^2 \mathbf{p}_{2\perp}}{(2\pi)^3} \times \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{1\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{b}_{1\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{1\perp} - \mathbf{p}_{1\perp})} \frac{F^*(-\bar{p}'_1)}{-\bar{p}'_1} \frac{F(-\bar{p}_1)}{-\bar{p}_1} \\ & \times \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{2\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{b}_{2\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{2\perp} - \mathbf{p}_{2\perp})} \frac{F^*(-\bar{p}'_2)}{-\bar{p}'_2} \frac{F(-\bar{p}_2)}{-\bar{p}_2} \times \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k2}} \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} [u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu}(\bar{p}_1, \bar{p}_2; k_1, k_2)] \\ & \times [u_{1\sigma} u_{2\rho} L^{\sigma\rho*}(\bar{p}'_1, \bar{p}'_2; k_1, k_2)] (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\bar{p}_1 + \bar{p}_2 - k_1 - k_2) \times \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}), \end{aligned} \quad (32)$$

其中, 假设 $v_1 = v_2 = v$, ω_i 代表光子能量.

2.2.1 等效光子近似

从方程 (30) 发现, 经典光子动量需要满足 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{u} = 0$, 利用该条件可以发现^[42]:

$$\begin{aligned} \frac{p_1^+}{\omega_1}, \frac{p_2^-}{\omega_2} & \sim \mathcal{O}(1), \quad \frac{p_1^-}{\omega_1}, \frac{p_2^+}{\omega_2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}), \\ \frac{p_{1\perp}}{\omega_1} & \sim \mathcal{O}(\gamma^{-1}), \quad \frac{p_{2\perp}}{\omega_2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-1}), \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $p^\pm \equiv (p^0 \pm p^3)/\sqrt{2}$. 进一步计算表明:

$$\begin{aligned} \frac{p_1^2}{\omega_1^2} & = \frac{p_{1\perp}^2}{\omega_1^2} + \frac{1}{\gamma^2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}), \\ \frac{p_2^2}{\omega_2^2} & = \frac{p_{2\perp}^2}{\omega_2^2} + \frac{1}{\gamma^2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}). \end{aligned} \quad (34)$$

这表明在极端相对论情形下光子是近实的, 这与等效光子法里的物理图像是一致的. 还可以利用 Ward 恒等式 ((24) 式) 将截面中的轻子部分进行展开:

$$\begin{aligned} & u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu} \\ & = \gamma^2 v^2 \frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{ij} - 2\gamma^2 v^2 \left(\frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^+}{\omega_2} L^{i-} + \frac{p_1^-}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{+j} \right) \\ & \quad + 4\gamma^2 v^2 \frac{p_1^-}{\omega_1} \frac{p_2^+}{\omega_2} L^{+-}, \end{aligned} \quad (35)$$

其中 i, j 指横向指标. 不难看出, 在极端相对论情形下, 有 $u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu} \approx \gamma^2 v^2 \frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{ij}$.

截面 (32) 在相对论极限下的领头阶可以写成:

$$\begin{aligned} \sigma_0 = & \int d^2 \mathbf{b}_\perp \int d\omega_1 d^2 \mathbf{p}_{1\perp} d^2 \mathbf{b}_{1\perp} d\omega_2 d^2 \mathbf{p}_{2\perp} d^2 \mathbf{b}_{2\perp} \\ & \times n_{A1}(\omega_1, \mathbf{b}_{1\perp}, \mathbf{p}_{1\perp}) n_{A2}(\omega_2, \mathbf{b}_{2\perp}, \mathbf{p}_{2\perp}) \\ & \times \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow l\bar{l}} \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}), \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow l\bar{l}}$ 是光子光子截面, $n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp})$ 是光子相空间分布函数,

$$\begin{aligned} & n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp}) \\ & = \frac{Z^2 \alpha}{\omega_i \pi^2} \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{i\perp}}{(2\pi)^2} |\mathbf{p}_{i\perp}| |\mathbf{p}'_{i\perp}| e^{-i\mathbf{b}_{i\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{i\perp} - \mathbf{p}_{i\perp})} \\ & \quad \times \frac{F^*(-p'_i)}{-p'_i} \frac{F(-p_i)}{-p_i}. \end{aligned} \quad (37)$$

如果将领头阶截面 (36) 式中的 $\mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp}$ 积掉, 则可以得到两束能量密度为 $n_{A1}(\omega_1), n_{A2}(\omega_2)$ 的光子流发生散射产生双轻子过程的截面, 这就是等效光子近似法得到的光致双轻子产生截面. 在领头阶截面中的 $n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp})$ 包含有光子流动量和横向位置信息, 因此被称为推广的等效光子法^[8,37].

2.2.2 与重离子对撞 STAR 实验部分结果比较

本节讨论截面 (32) 式及其他模型的数值计算结果以及重离子对撞 STAR 实验数据的比较.

图 2(a) 和 (b) 分别给出了 $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV 碰撞能量 60%—80% 中心度下电子对光产生的光致电子对产生的截面关于横动量分布和横动量关于不变质量的分布. q_\perp 和 M_{ee} 代表末态双轻子的总横动量和不变质量. 本文统一使用自然单位制, 图中标注出现的光速为无量纲常数 $c = 1$.

从图 2(a) 可以看出, 利用截面 (32) 式和背景场 QED 计算结果^[8,39] 均可以描述 RHIC-STAR 实验数据^[30], 而基于等效光子法近似的 STARlight 和推广的等效光子法^[8] 则在小动量 q_\perp 明显偏离实验数据. 从图 2(b) 也发现基于等效光子法 STARlight 所得到的 $\sqrt{\langle q_\perp^2 \rangle}$ 关于不变质量 M_{ee} 的分布明显低于实验数据点^[30,33], 利用截面 (32) 式和背景场 QED 计算结果^[8,39] 则可以在实验误差范围内与实验数据相符合. 图 2(a) 和图 2(b) 都表明, 等效光子法得到的结果与重离子对撞实验结果不太符合. 光子动量、横向位置信息以及极化信息, 对描述实验非常重要.

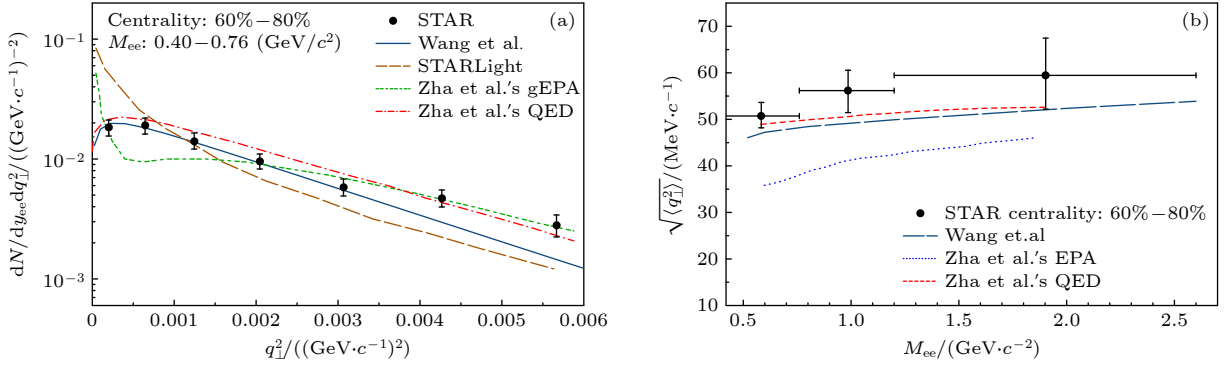


图 2 $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV 碰撞能量 60%—80% 中心度下金碰撞中光致电子对产生过程 (a) 截面关于横动量分布; (b) 横动量关于不变质量的分布. 图片取自文献 [43]

Fig. 2. (a) Differential cross section as a function of transverse momentum; (b) transverse momentum distributions for dilepton photoproduction at 60%–80% centrality in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au-Au collisions [43].

另一方面, 实验也发现 $\sqrt{\langle q_{\perp}^2 \rangle}$ 随中心度的减小而增大 [8,31,32,43], 这种现象被称为 q_{\perp} 谱的展宽现象, 它反映了初态光子横动量分布具有碰撞参数依赖性. 本节所讨论的截面或分布, 都是在玻恩近似下的结果, 图 2(b) 也反映出, 这些理论模型计算结果低于实验数据中心点, 这种偏差可能来自末态轻子辐射软光子带来的 Sudakov 因子 [40,45–47,50], 或者是末态轻子与介质之间的多重散射 [30] 等.

图 3 为碰撞能量下金碰撞中光致电子对产生的辐角分布. 基于截面 (32) 式、背景场 QED 和 SuperChic 程序的计算 [7,8] 均与 RHIC-STAR 实验数据 [7] 相符合, 并呈现出 $\cos(4\phi)$ 的调制行为. 而基于等效光子法的 STARlight 计算结果 [7,33] 与实验数据相差较大, 且没有呈现出关于角度的调制行为.

总之, 图 2 和图 3 均表明, 等效光子法或者不含有光子极化信息的截面无法准确地描述重离子对撞实验数据. 此外, 实验数据进一步表明, 为

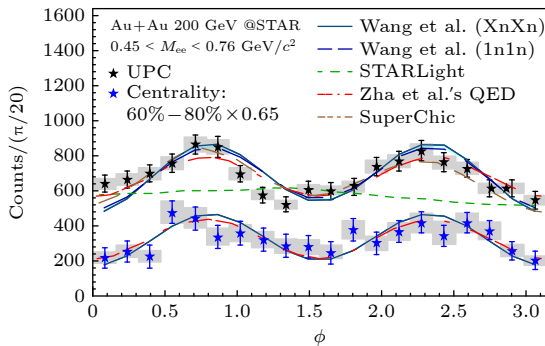


图 3 $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV 碰撞能量下 Au-Au 碰撞中光致电子对产生的辐角分布. 图片取自文献 [43]

Fig. 3. Azimuthal angle distribution for dilepton photoproduction in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au-Au collisions [43].

了更准确地描述 q_{\perp} 谱的展宽现象, 需要考虑 Sudakov 因子对截面的影响.

3 相干光子的线性极化

当带电粒子高速运动时 (如相对论性重离子), 其周围的电场由于相对论效应会压缩到粒子所处的横向平面, 电场矢量在横向平面内以轮辐状向外延展. 同时, 运动的电场激发出磁场, 磁场矢量方向沿以粒子为中心的同心圆排列. 当荷电粒子运动速度接近光速时, 磁场强度与电场强度相同. 因此可以将这样以接近光速运动的电磁场近似地看作一系列电磁波, 并进一步和等效光子联系起来. 如果只观测横向平面上的一部分电磁场, 可以近似将其看作具有明确偏振方向的电磁波, 或具有特定极化方向的等效光子. 如果将这样的电磁场分布傅里叶变换到动量空间, 可以发现相应的等效光子极化方向与其横动量方向平行, 即等效光子是百分百线偏振的 [40,47].

也可以换一种视角分析这一现象. 在协变规范中, 伴随荷电粒子高速运动的规范势 A 的主要分量为沿荷电粒子运动方向的光锥分量: $+$ 分量. 电磁场场强张量的主要分量因此可以写为

$$F_{+}^{\mu} = \partial_{+} A^{\mu} - \partial^{\mu} A_{+}, \quad (38)$$

这里 μ 为横向指标. 对于具有给定动量的光子, 相应的场强张量正比于

$$F_{+}^{\mu} \propto k_{+} A^{\mu} - k_{\perp}^{\mu} A_{+}. \quad (39)$$

对于携带较小纵向动量 k_{+} 的光子, 其对应的电磁

场强可进一步化简:

$$F_{+\nu} \propto -k_{\perp} A_{+}. \quad (40)$$

因此, 场强张量的横向分量平行于光子横动量方向. 即在小 x 区光子是百分百线性极化的. 在 TMD 因子化框架内, 此极化现象由线性极化光子横动量依赖分布函数 (TMD) 所描述. 它的算符定义由下式给出 [72]:

$$\begin{aligned} & \int \frac{2dy^- d^2y_{\perp}}{xP^+(2\pi)^3} e^{ik \cdot y} \langle P | F_{+\perp}^{\mu}(0) F_{+\perp}^{\nu}(y) | P \rangle \Big|_{y^+=0} \\ &= \delta_{\perp}^{\mu\nu} f_1^{\gamma}(x, k_{\perp}^2) + \left(\frac{2k_{\perp}^{\mu} k_{\perp}^{\nu}}{k_{\perp}^2} - \delta_{\perp}^{\mu\nu} \right) h_1^{\perp\gamma}(x, k_{\perp}^2), \end{aligned} \quad (41)$$

因为光子不携带电荷, 因此并不需要在算符定义中引入规范链以确保规范不变性. 但是如果在这个算符定义中插入一个闭合回路的规范链, 也可以定义新的一类规范不变的光子 TMD 函数, 通常被称为偶极矩类型光子 TMD 函数.

小 x 区的线偏振现象其实是规范理论的普遍特性. 例如, 研究发现 QCD 中的规范粒子——胶子在小 x 区也是高度线偏振的 [73,74]. 当然, 作为非阿贝尔规范理论, 胶子的线性极化分布有其区别于 QED 情形的独特方面. 和 QED 情形对比, 我们需要在胶子 TMD 函数中引入一个过程依赖的规范链以确保算符定义的规范不变性. 在小横动量区域, 规范链会显著影响胶子的横动量分布和极化分布. 对于拥有一个回形针式规范链的偶极子类型胶子 TMD 函数, 胶子总是百分百线性极化的. 对于拥有一个订书针式规范链的 WW 类型胶子 TMD 函数, 只有大横动量胶子才是完全线性极化的, 而小横动量区的胶子线性极化会被饱和效应抑制. 偶极矩类型与 WW 类型胶子线性极化分布函数可以分别通过质子质子对撞中光子-喷注产生和虚光子质子对撞中的双喷注产生过程中的方位角不对称

来探测 [73,75,76].

既然理论分析表明相对论重离子所激发的相干光子是高度线偏振的, 那么接下来一个自然的问题是如何在实验上去验证这一理论预测. 近期的研究发现, 线偏振光子可以诱导轻子对产生截面中的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称 [40,47,77]. 下面简要介绍这一计算. 为了排除强相互作用背景的干扰, 这里聚焦于重离子超边缘碰撞中的轻子对产生过程. 在超边缘重离子碰撞中产生的轻子对主要来源于双光子融合过程. 在领头 QED 阶, 这一过程可以表示为

$$\gamma_1(x_1 P + k_{1\perp}) + \gamma_2(x_2 \bar{P} + k_{2\perp}) \rightarrow l^+(p_1) + l^-(p_2). \quad (42)$$

在 RHIC 和 LHC 上产生的末态单个轻子的横动量通常远大于轻子对的总横动量, 即 $q_{\perp} \equiv p_{1\perp} + p_{2\perp} = k_{1\perp} + k_{2\perp}$ 远小于 $P_{\perp} = (p_{1\perp} - p_{2\perp})/2$. 在领头阶计算中, 由于横动量守恒, 轻子对总横动量等于入射光子的总横动量. 为了将 UPC 事例从所有碰撞事例中区别出来, 必须在截面计算中包含碰撞参数的依赖, 然后对碰撞参数从 $2R$ 到 ∞ 积分. 如果固定了碰撞重离子中心的横向距离, 那么入射的相干光子就不再处于横动量的本征态上. 相应地, 出现在振幅与共轭振幅中的光子横动量不再相同. 碰撞参数依赖截面的计算程式首先在文献 [34, 78] 中得到发展. 很容易将这一计算推广到方位角依赖情形. 在领头 QED 阶, 碰撞参数与横动量联合依赖截面可以表达为下面的形式 [40,47]:

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma_0}{d^2p_{1\perp} d^2p_{2\perp} dy_1 dy_2 d^2b_{\perp}} \\ &= \frac{2\alpha_e^2}{Q^4} \frac{1}{(2\pi)^2} [\mathcal{A} + \mathcal{B} \cos 2\phi + \mathcal{C} \cos 4\phi], \end{aligned} \quad (43)$$

其中 Q 为轻子对的不变质量. y_1, y_2 分别为轻子和反轻子的快度. ϕ 方位角定义为 q_{\perp} 与 P_{\perp} 之间的夹角. 硬系数可以表示为光子横动量分布几率幅的卷积. 通过 QED 树图计算, 得到硬系数 \mathcal{A} 和 \mathcal{C} 为

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{Q^2 - 2P_{\perp}^2}{P_{\perp}^2} \frac{Z^4 \alpha_e^2}{\pi^4} \int d^2k_{1\perp} d^2k_{2\perp} d^2\Delta_{\perp} \delta^2(q_{\perp} - k_{1\perp} - k_{2\perp}) e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \\ & \times [(k_{1\perp} \cdot k'_{1\perp})(k_{2\perp} \cdot k'_{2\perp}) + (k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}) \Delta_{\perp}^2 - (k_{1\perp} \cdot \Delta_{\perp})(k_{2\perp} \cdot \Delta_{\perp})] \\ & \times \mathcal{F}(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_1, k'_{1\perp}{}^2) \mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_2, k'_{2\perp}{}^2), \end{aligned} \quad (44)$$

以及

$$\begin{aligned}
 C = & -2 \frac{Z^4 \alpha_e^2}{\pi^4} \int d^2 k_{1\perp} d^2 k_{2\perp} d^2 \Delta_{\perp} \delta^2(q_{\perp} - k_{1\perp} - k_{2\perp}) e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \\
 & \times \{2 [2(k_{2\perp} \cdot \hat{q}_{\perp})(k_{1\perp} \cdot \hat{q}_{\perp}) - k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}] [2(k'_{2\perp} \cdot \hat{q}_{\perp})(k'_{1\perp} \cdot \hat{q}_{\perp}) - k'_{1\perp} \cdot k'_{2\perp}] \\
 & - [(k_{1\perp} \cdot k'_{1\perp})(k_{2\perp} \cdot k'_{2\perp}) + (k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}) \Delta_{\perp}^2 - (k_{1\perp} \cdot \Delta_{\perp})(k_{2\perp} \cdot \Delta_{\perp})] \} \\
 & \times \mathcal{F}(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_2, k_{2\perp}^2), \quad (45)
 \end{aligned}$$

其中, $k_{1\perp}$ 和 $k'_{1\perp}$ 为光子在振幅与共轭振幅中出现的横动量. 横动量守恒施加了限制 $\Delta_{\perp} = k_{1\perp} - k'_{1\perp} = k'_{2\perp} - k_{2\perp}$. 这里需要注意的是 $\mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2)$ 代表的是光子的几率幅分布. \mathcal{F} 的模平方正比于光子横动量的几率分布, 即光子 TMD 分布, 由 (12) 式给出. 单位矢量 \hat{q}_{\perp} 定义为 $\hat{q}_{\perp} = q_{\perp}/|q_{\perp}|$. 根据四动量守恒与在壳条件, 计算得到入射光子的纵向动量分数 $x_1 = \sqrt{\frac{P_{\perp}^2 + m^2}{s}}(e^{y_1} + e^{y_2})$ 和 $x_2 = \sqrt{\frac{P_{\perp}^2 + m^2}{s}}(e^{-y_1} + e^{-y_2})$, 其中 m 是轻子质量, s 为质心能. 领头阶 QED 计算表明系数 \mathcal{B} 是 m^2/Q^2 阶压低的贡献, 这里已忽略此项贡献.

在上面的计算中, 已经利用了非极化光子 TMD 等于线性极化光子 TMD 这一关系. 如果相干光子是非极化的, 那么系数 \mathcal{B} , \mathcal{C} 都将完全消失. 这里提供一种轻子对产生过程中的 $\cos 4\phi$ 方位角的物理直觉理解. 线偏振光子可以被认为是处在自旋为 +1 与 -1 的叠加态上. 假设在振幅中, 两个自旋为 +1 的光子融合形成轻子对, 而在共轭振幅中两个自旋为 -1 的光子融合形成轻子对. 那么振幅中的轻子对携带的轨道角动量为 +2, 而共轭振幅中的轻子对携带的轨道角动量为 -2. 两种具有不同轨道角动量的轻子对波函数的叠加自然而然地导致了 $\cos 4\phi$ 方位角不对称分布. 在以上的计算中, 忽略了轻子质量. 如果考虑轻子质量, 那么这个质量项将提供一个螺旋度翻转机制. 通过这一机制, 非极化光子 TMD 与线性极化光子 TMD 的耦合将会导致 $\cos 2\phi$ 方位角不对称分布.

如果考虑更高阶 QED 贡献, 轻子对可以通过末态软光子辐射效应获得一个反冲横动量. 在单圈阶, 辐射修正贡献会包含一个大对数项 $\ln(Q^2/m^2)$. 为了改善微扰系数的收敛性, 需要将这些大对数项求和到无穷阶. 目前已发展出一套系统的重求和程式 [49,50,79,80] 来处理这一问题. 将这样的程式应用到当前研究的问题中, 可以得到重求和后的截面公式:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma(q_{\perp})}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} = & \int \frac{d^2 r_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{ir_{\perp} \cdot q_{\perp}} e^{-\text{Sud}(r_{\perp})} \\
 & \times \int d^2 q'_{\perp} e^{ir_{\perp} \cdot q'_{\perp}} \frac{d\sigma(q'_{\perp})}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}. \quad (46)
 \end{aligned}$$

单圈阶的 Sudakov 因子已在文献 [49,50] 中给出:

$$\text{Sud}(r_{\perp}) = \frac{\alpha_e}{\pi} \ln \frac{Q^2}{m^2} \ln \frac{P_{\perp}^2}{\mu_r^2}, \quad (47)$$

其中 μ_r 定义为 $\mu_r = 2e^{-\gamma_E}/|r_{\perp}|$. 末态软光子辐射也会诱导出相同的 $\cos 2\phi$, $\cos 4\phi$ 方位角不对称分布. 但是这一效应只有在较大的轻子对横动量区域比较显著, 在低横动量区域产生方位角不对称分布的主导机制仍然是光子的线性极化. 下面的数值计算只针对低横动量区做了预言, 因此末态软光子辐射效应对方位角不对称性的贡献未包含进来.

下面介绍数值计算结果. $\cos(n\phi)$ ($n = 1, 2, 3, 4$) 方位角不对称度以如下方式定义:

$$\langle \cos(n\phi) \rangle = \frac{\int \frac{d\sigma}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} \cos(n\phi) d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}{\int \frac{d\sigma}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}. \quad (48)$$

利用以上解析结果, 在 RHIC 运动学区域, 计算得到 UPC 事例中 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度为 16.5%. 对比 STAR 实验测量结果 $16.8\% \pm 2.5\%$ [7], 理论预言以相当高的精度得到证实. 对中心度较大的偏心碰撞, 大部分轻子对仍由光子-光子融合产生. 对于中心度为 60%—80% 的偏心碰撞, 在 RHIC 运动学区域, 理论计算给出 34.5% 的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称. 作为对比, 实验测量得到的不对称度为 $27\% \pm 6\%$. 在实验数据分析中包含了所有的轻子对产生. 实验观测的不对称度小于理论计算值, 导致这一差别的来源仍需进一步的研究.

图 4 给出了在不同中心度区域以及未标记 UPC 和中子标记的 UPC 事例中的轻子对产生的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度对轻子对总横动量 q_{\perp} 的依赖. 对于未标记 UPC 事例, 我们在碰撞参数范围 $[2R, \infty)$ 内对 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度做平均. 对于标记的 UPC 事例, 截面表达式为

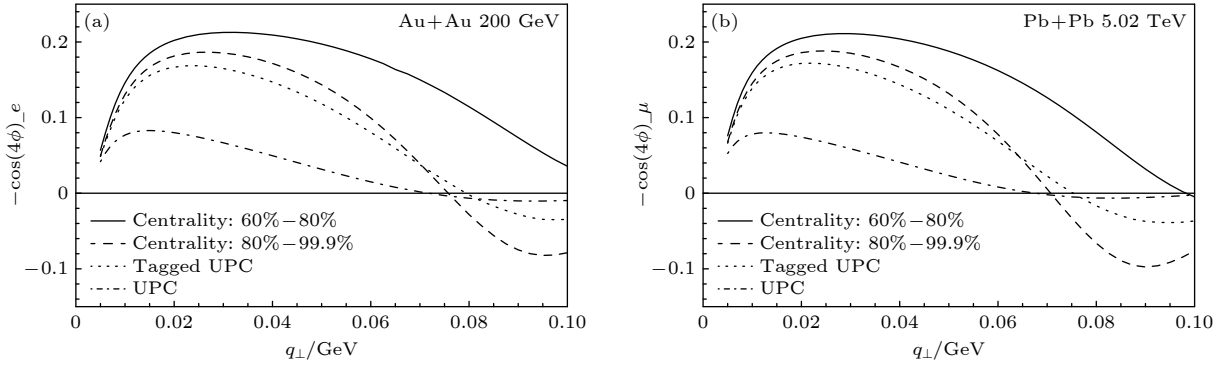


图 4 (a) RHIC 能区 ($\sqrt{s} = 200$ GeV) 金-金碰撞中电子对产生的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度, 电子和反电子的快度和横动量积分区间分别为 $[-1, 1]$ 和 $[0.2$ GeV, 0.4 GeV]; (b) LHC 能区 ($\sqrt{s} = 5.02$ TeV) 铅核-铅核碰撞中缪子对产生中的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度. 缪子和反缪子的快度和横动量积分区间分别为 $[-1, 1]$ 和 $[4$ GeV, 45 GeV]. 两个图中的横轴都为轻子对的总横动量. 图片取自文献 [47]

Fig. 4. (a) $\cos(4\phi)$ azimuthal asymmetry in dielectron production in Au-Au collisions at RHIC energy ($\sqrt{s} = 200$ GeV). The rapidity and transverse momentum integration regions for e^+e^- are $[-1, 1]$ and $[0.2$ GeV, 0.4 GeV], respectively. (b) $\cos(4\phi)$ azimuthal asymmetry in dimuon production in Pb-Pb collisions at LHC energy ($\sqrt{s} = 5.02$ TeV). The rapidity and transverse momentum integration regions for $\mu^+\mu^-$ are $[-1, 1]$ and $[4$ GeV, 45 GeV], respectively. The horizontal axis in both figures represents the total transverse momentum of the lepton pair. The figures are taken from Ref. [47].

$$2\pi \int_{2R}^{\infty} b_{\perp} db_{\perp} P^2(b_{\perp}) d\sigma(b_{\perp}, \dots), \quad (49)$$

其中 $P(b_{\perp})$ 描述一个中子在硬散射后从重离子前向方向辐射出去的几率. 这个几率分布对碰撞参数的依赖通常参数化为如下形式 [81]:

$$P(b_{\perp}) = 5.45 \times 10^{-5} \frac{Z^3(A-Z)}{A^{2/3}b_{\perp}^2} \times \exp \left[-5.45 \times 10^{-5} \frac{Z^3(A-Z)}{A^{2/3}b_{\perp}^2} \right], \quad (50)$$

从 (50) 式可以看出, 中子标记 UPC 事例中的平均碰撞参数要远远小于未标记 UPC 事例中的碰撞参数平均值. 利用以上模型输入结果, 数值计算了中子标记 UPC 事例中的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称度. 从图 4 可以看出, 方位角不对称度随着碰撞参数的减小而增大. 在 $q_{\perp} \approx 30$ MeV 和中心度 60%–80% 时, 方位角不对称度达到最大, 在 17%–22% 之间. 标记 UPC 事例中的不对称度大约是未标记 UPC 事例中的 2 倍.

对于 UPC 中的缪子对产生, 由于在 RHIC 能区轻子质量不可忽略, 理论计算预言线偏振光子会诱导一个显著的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称. 目前 STAR 的初步测量结果也观察到了 $\cos 2\phi$ 方位角不为零的迹象 [53]. 另外, 值得一提的是, 由于轻子对产生的截面可以通过光学定理与双光子散射的向前散射振幅的虚部联系起来, 文献 [51] 论证了轻子对产生中观测到的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称, 被认为是首次在地面实验中间接验证了理论预言的光在强磁场中

的双折射现象. 此前, 真空双折射现象只在天文观测中得到间接验证 [82].

线偏振光子也会导致另外一种类型的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称, 即碰撞参数与轻子 (或反轻子) 横动量之间的方位角不对称分布. 可以在共线因子化框架下进行这个计算. 截面公式可整理为如下形式 [48]:

$$\frac{d\sigma}{d^2P_{\perp} dy_1 dy_2 d^2b_{\perp}} = \frac{2\alpha_e^2}{Q^4} [A + C \cos 4\phi], \quad (51)$$

其中 ϕ 角为 b_{\perp} 与 P_{\perp} 之间的夹角. 系数 A 和 C 可以表示为光子在横向坐标空间分布函数的卷积:

$$A = \frac{Q^2 - 2P_{\perp}^2}{P_{\perp}^2} \int d^2b_{1\perp} d^2b_{2\perp} \delta^2(\mathbf{b}_{\perp} - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \times x_1 f_{\gamma}(x_1, b_{1\perp}^2) x_2 f_{\gamma}(x_2, b_{2\perp}^2), \quad (52)$$

以及

$$C = -2 \int d^2b_{1\perp} d^2b_{2\perp} \delta^2(\mathbf{b}_{\perp} - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \times \left[2 \left(2(\hat{b}_{2\perp} \cdot \hat{b}_{\perp})(\hat{b}_{1\perp} \cdot \hat{b}_{\perp}) - \hat{b}_{1\perp} \cdot \hat{b}_{2\perp} \right)^2 - 1 \right] \times x_1 f_1^{\gamma}(x_1, b_{1\perp}^2) x_2 f_1^{\gamma}(x_2, b_{2\perp}^2), \quad (53)$$

其中 $f_1^{\gamma}(x, b_{\perp}^2)$ 是光子的横向坐标依赖函数,

$$x f_1^{\gamma}(x, b_{\perp}^2) = 4Z^2 \alpha_e \int \frac{d^2k_{\perp} d^2k'_{\perp}}{(2\pi)^4} e^{i(k_{\perp} - k'_{\perp}) \cdot b_{\perp}} \times (k'_{\perp} \cdot k_{1\perp}) \mathcal{F}(x, k_{\perp}^2) \mathcal{F}^*(x, k'_{\perp}^2). \quad (54)$$

如果将其傅里叶变换到横向动量 (Δ_{\perp}) 空间, 将得到广义光子分布函数. 在横向坐标空间, 光子的线

性极化矢量平行于 b_{\perp} . 这一光子线偏振效应诱导了 C 项所代表的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称. 利用以上结果, 通过数值计算^[48] (见图 5), 我们发现线偏振光子诱导了相当强的 $\cos 4\phi$ 方位角关联. 偏心重离子碰撞中观测到的椭圆流 (或四极矩流) 也是描述碰撞参数与末态强子横动量之间关联的物理量. 主要不同在于这里研究的方位角关联完全来自于初态电磁相互作用效应, 而椭圆流和四极矩来自于复杂的末态夸克胶子等离子体相互作用效应. 因此, 将初态电磁相互作用导致的方位角不对称分布从实验测量的本底中扣除对于从四极矩流中抽取夸克胶子等离子体性质有重要意义. 同时, 该方位角不对称也提供了一种新的确定偏心重离子碰撞参数的实验方法.

下面讨论末态荷电粒子穿越重离子所激发的超强电磁场时的多重电磁散射效应, 及其对光子线性极化的影响. 末态单光子交换的散射振幅正比于 $Z\alpha$. 对于重离子来说, Z 是一个很大的数值, 因此有必要将多重光子散射求和到无穷阶. 在轻子对产生过程中, 末态轻子也会经历这样的多重电磁散射. 但以上的讨论聚焦于一个特殊的运动学区域——关联区域, 轻子或反轻子的横动量远大于轻子对总横动量, 即轻子对是几乎背对背产生的. 在这样一个特殊的运动学区域, 根据测不准原理, 轻子对在横向坐标空间的距离非常小. 而相干光子的波长较长, 不能辨识轻子对的内部结构. 换句话说, 对于一个长波光子来说, 轻子对近乎是电中性的. 因此, 在关联区域, 轻子对与重离子之间的多重电磁散射在领头幂次阶可以忽略. 当然, 在其他运动学区域, 多重电磁散射效应不一定受到压低. 事实上, 多重

电磁散射效应会对轻子对产生的总截面贡献一个显著的修正项. 这一效应通常被称为库仑修正, 文献中对此已有详尽的研究^[15-21].

然而在 Bethe-Heitler 过程中 $e + A \rightarrow e' + A + \gamma$, 入射电子与重离子之间的多重电磁散射并没有类似的压低机制. 在 TMD 因子化框架内可以将多重电磁散射求和到无穷阶, 并可将其吸收到光子 TMD 函数算符定义的规范链中^[83]:

$$\int \frac{dy^- d^2 y_{\perp}}{P^+ (2\pi)^3} e^{ik \cdot y} \langle P | F_{+\perp}^{\mu} (0) U^{\dagger} (0_{\perp}) \times U(y_{\perp}) F_{+\perp}^{\nu} (y) | P \rangle \Big|_{y^+ = 0}. \quad (55)$$

规范链 $U^{\dagger}(0_{\perp})U(y_{\perp})$ 形成了一个从光锥负无穷延伸到正无穷再返回到负无穷的闭合回路. 拥有这样闭合回路规范链的 TMD 分布函数通常被称为偶极矩类型分布函数. 通过将光子极化张量分别投影到 $\frac{\delta_{\perp}^{\mu\nu}}{2} x f_1^{\gamma} + \left(\frac{k_{\perp}^{\mu} k_{\perp}^{\nu}}{k_{\perp}^2} - \frac{\delta_{\perp}^{\mu\nu}}{2} \right) x h_1^{\perp\gamma}$ 张量结构上去, 可以分别定义非极化偶极矩类型光子 TMD 函数和线性极化偶极矩类型光子 TMD 函数. 规范链的具体表达式由下式给出:

$$U(y_{\perp}) = \mathcal{P} e^{ie \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- A^+(z^-, y_{\perp})}, \quad (56)$$

其中规范势可由最低阶 QED 计算得到:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(y_{\perp}) &\equiv e \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- A^+(z^-, y_{\perp}) \\ &= \frac{\alpha Z}{\pi} \int d^2 q_{\perp} e^{-iy_{\perp} \cdot q_{\perp}} \frac{F(q_{\perp}^2)}{q_{\perp}^2 + \delta^2}, \end{aligned} \quad (57)$$

式中, $F(q_{\perp}^2)$ 是电磁形式因子. 多重散射交换的光子纵向动量分数已被近似取为 0. δ^2 是一个红外正

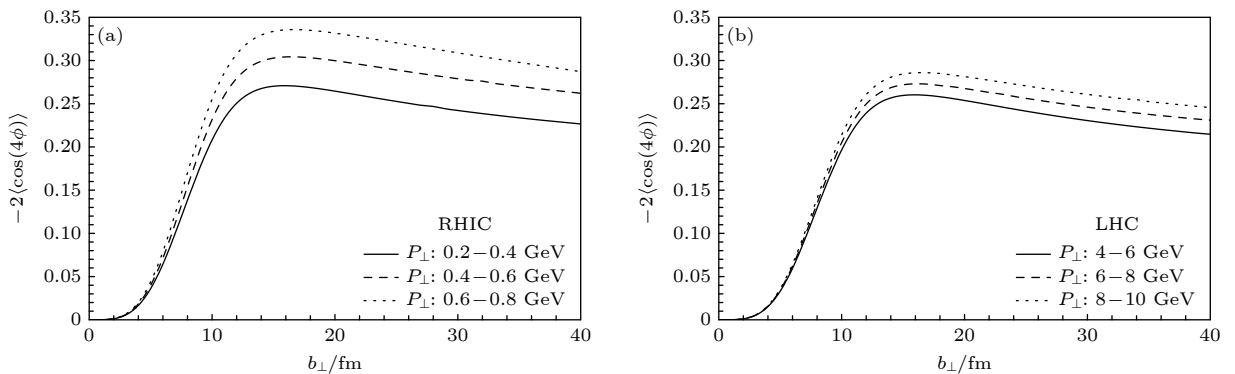


图 5 (a) 金-金碰撞中 (质心能 $\sqrt{s} = 200$ GeV) 轻子对产生过程中的 b_{\perp} 与 P_{\perp} 之间的 $\cos 4\phi$ 方位角关联, 横轴为 b_{\perp} ; (b) 铅-铅碰撞中 (质心能 $\sqrt{s} = 5.02$ TeV) 的轻子对 $\cos 4\phi$ 方位角不对称, 轻子对快度的积分区间为 $[-1, 1]$. 图片取自文献^[48]

Fig. 5. (a) $\cos 4\phi$ azimuthal correlation between the impact parameter b_{\perp} and the transverse momentum P_{\perp} of the lepton pair produced in Au-Au collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. The horizontal axis represents b_{\perp} . (b) $\cos 4\phi$ azimuthal asymmetry of lepton pairs produced in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. The rapidity integration range is $[-1, 1]$. The figures are taken from Ref. ^[48].

规范化子, 对它的依赖性在最终结果中将抵消掉. 出现在光子 TMD 矩阵元定义中的光子场强张量可

由类似计算得出:

$$\mathcal{F}^\mu(x, y_\perp) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dy^- e^{ixP^+y^-} F_{+\perp}^\mu(y^-, y_\perp) = \frac{Ze}{4\pi^2} \int d^2q_\perp e^{-iy_\perp \cdot q_\perp} (iq_\perp^\mu) \frac{F(q_\perp^2 + x^2 M_p^2)}{q_\perp^2 + x^2 M_p^2}, \quad (58)$$

x 是光子的纵向动量分数. 将规范链与电磁场强张量结合, 得到完整的包含了规范链贡献的光子 TMD 矩阵元表达式:

$$\int \frac{d^2y_\perp d^2y'_\perp}{4\pi^3} e^{-ik_\perp \cdot (y_\perp - y'_\perp)} \mathcal{F}^\nu(x, y_\perp) \mathcal{F}^{*\mu}(x, y'_\perp) e^{i[\nu(y_\perp) - \nu(y'_\perp)]}. \quad (59)$$

如果电磁场的源是一个点状荷电粒子, 则 (59) 式存在解析解. 首先, 将点状荷电粒子的电磁形式因子设为 $F(q_\perp^2) = 1$ 以及 $F(q_\perp^2 + x^2 M_p^2) = 1$, 规范链与电磁场强张量的表达式约化为

$$\nu(y_\perp) = 2Z\alpha \lim_{\delta \rightarrow 0} K_0(|y_\perp| \delta) \approx Z\alpha \left(-2\gamma_E + \ln \frac{4}{y_\perp^2 \delta^2} \right), \quad (60)$$

$$\mathcal{F}^\mu(x, y_\perp) = \frac{Ze}{2\pi} \frac{y_\perp^\mu}{|y_\perp|} x M_p K_1(|y_\perp| x M_p). \quad (61)$$

相应地得到:

$$\begin{aligned} & Z^2 \alpha \int \frac{d^2y_\perp d^2y'_\perp}{4\pi^4} e^{-i(y_\perp - y'_\perp) \cdot k_\perp} \frac{y_\perp^\nu y'_\perp{}^\mu}{|y_\perp| |y'_\perp|} x^2 M_p^2 K_1(|y_\perp| x M_p) K_1(|y'_\perp| x M_p) \left(\frac{y'_\perp{}^2}{y_\perp^2} \right)^{iZ\alpha} \\ &= \frac{\delta^{\mu\nu}}{2} x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) + \left(\frac{k_\perp^\mu k_\perp^\nu}{k_\perp^2} - \frac{\delta^{\mu\nu}}{2} \right) x h_1^{\perp\gamma}(x, k_\perp^2). \end{aligned} \quad (62)$$

注意到红外正规子 δ 的依赖在这一步计算中消失了. 在对 y_\perp 和 y'_\perp 积分后, 点电荷靶的光子 TMD 分布函数可以整理为如下形式 [83]:

$$\begin{aligned} x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) &= x h_1^{\perp\gamma}(x, k_\perp^2) = \frac{Z^4 \alpha^3 (1 + Z^2 \alpha^2) k_\perp^2}{M_p^4 x^4} {}_2F_1 \left[1 - iZ\alpha, 2 - iZ\alpha, 2, \frac{-k_\perp^2}{M_p^2 x^2} \right] \\ &\times {}_2F_1 \left[1 + iZ\alpha, 2 + iZ\alpha, 2, \frac{-k_\perp^2}{M_p^2 x^2} \right] \left(\frac{2}{e^{Z\alpha\pi} - e^{-Z\alpha\pi}} \right)^2, \end{aligned} \quad (63)$$

式中, ${}_2F_1$ 是合流超几何函数. 可以发现, 对于点电荷来说, 在考虑末态相互作用后, 非极化光子 TMD 与线性极化光子 TMD 仍然是完全相同的. 对于点电荷靶, 另外一个有趣的性质是 $k_\perp^2 x f_1^\gamma(x, k_\perp^2)$ 仅依赖于单个变量 $\frac{|k_\perp|}{x M_p}$, 而不是两个变量 $|k_\perp|$ 和 x . 图 6 给出了比值 $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$ 对变量 $\frac{|k_\perp|}{x M_p}$ 以及各种不同 Z 值的依赖. $f_{1,0}^\gamma$ 代表上文中介绍过的 WW 类型光子 TMD 分布函数, 即不包含任何末态相互作用的光子 TMD 分布函数. 很容易看出, 末态多重散射大幅压低了光子在低横动量区的分布. 同时发现, 库仑修正也导致了 k_\perp 积分的光子分布函数的压低. k_\perp 积分的偶极矩类型与 WW 类型光子 TMD 分布函数之间的差值由下式

给出:

$$\int d^2k_\perp [x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) - x f_{1,0}^\gamma(x, k_\perp^2)] = -\frac{2Z^2 \alpha}{\pi} f(Z\alpha), \quad (64)$$

其中, $f(Z\alpha) \equiv \text{Re}\psi(1 + iZ\alpha) + \gamma_E$ 以及 $\psi(x) = d \ln \Gamma(x) / dx$. 这一结果和文献 [21] 中用 Bethe-Maximon 理论框架 [16] 计算得到的结果一致.

对于一个电荷弥散分布的靶源, 如铅原子核, 库仑修正对光子 TMD 分布的贡献只能数值求解. 对于铅核, 图 6(b) 给出了库仑修正对光子 TMD 分布的低横动量区域的压低效应. 研究发现可以利用电子-重离子对撞中的 Bethe-Heitler 过程研究库仑修正效应 [83]. 可以利用末态散射的电子和辐射出去的光子横动量重建交换的光子横动量分布. 针

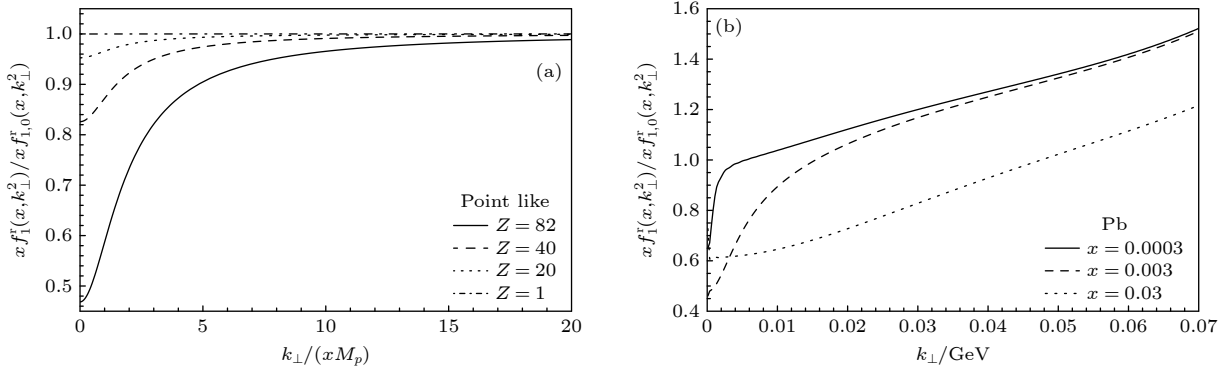


图 6 偶极矩类型光子 TMD 与 WW 类型光子 TMD 之间的比值 $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$: (a) 点电荷源的光子 TMD 函数的比值, 横轴为 $\frac{k_\perp}{xM_p}$; (b) 铅核的相干光子 TMD 函数的比值, 横轴为 k_\perp . 图片取自文献 [83]
 Fig. 6. Ratio $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$ between the dipole-type photon TMD f_1^γ and the WW-type photon TMD $f_{1,0}^\gamma$: (a) R as a function of $\frac{k_\perp}{xM_p}$ for a point like charged particle; (b) R as a function of k_\perp for lead. The figures are taken from Ref. [83].

对 EIC 与 EicC 能区的数值计算表明, 有望通过这一产生道首次观测到库仑修正效应。

综上所述, 近年来的这一系列理论与实验进展推动了人们对重离子对撞中极强电磁场极化性质的理解. 一方面, 此类研究打开了研究强场 QED 的新思路, 各种高度成熟复杂的微扰 QCD 理论工具可以用来研究电磁效应, 从而提供了干净且可控的环境去测试发展 QCD 理论工具. 另一方面, 重离子对撞中的线偏振光子束流也可以用来探索超出标准模型之外的物理. 如最近的一个工作 [25] 研究了暗光子与光子干涉振幅对轻子对方位角不对称的影响, 并利用 RHIC 实验数据给出了新的暗光子各参数取值范围的约束. 最后, 高亮度线偏振光子束流也可以与重离子中的冷核物质发生相互作用. 极化光-核反应中产生的末态粒子的方位角不对称分布提供了一个新颖的实验渠道研究冷核物质的性质. 这方面的进展将在下一节中详述.

4 光-核反应

在超边缘重离子碰撞中, 由其中一个重离子辐射出来的相干光子可以与另外一个入射重离子直接发生相互作用, 这一类过程被称为光-核反应. 近期的许多研究也建议利用相干光子的极高亮度在质子-重离子对撞中研究质子质量、自旋、部分子三维分布结构 [84–87]. 处理高能光-核反应过程的主要理论工具是色偶极子模型和色玻璃凝聚态有效理论. 在这些理论框架内, 光子首先劈裂为正反夸克对, 形成一个色偶极矩. 色偶极矩随后与重离子中的核物质发生反应, 形成两个喷注, 被称为双喷注

的衍射产生, 或者重新结合形成一个矢量介子. 本节主要聚焦于矢量介子在光-核反应中的衍射产生, 特别是探讨如何利用线偏振光子这一新的自由度研究冷核物质性质, 以及胶子物质在原子核中的三维分布等重要物理.

在领头幂次阶近似下/Eikonal 近似下, 相干光子的极化状态会完整地传递到末态矢量介子. 因此矢量介子的衰变产物不再是各向同性, 而是会有方位角不对称的分布. 事实上, STAR 合作组确实观测到了 UPC 产生 ρ^0 过程非常可观的 $\cos 2\phi$ 与 $\cos 4\phi$ 方位角不对称效应 [55, 88]. 因此我们在文献 [56–59] 中做了详尽的理论分析, 给出了 ρ^0 产生过程的 $\cos n\phi$ ($n = 1, 2, 3, 4$) 不对称性产生机制和 J/ψ 产生过程的 $\cos 2\phi$ 产生机制, 并数值计算了这些方位角的分布. 下面给出详细的分析计算.

在色偶极矩模型中, UPC 准实光子被看作由夸克-反夸克对组成的色偶极矩, 与来自另一个重离子的 CGC 背景胶子场发生多重散射, 从而产生矢量介子, 实验上通过测量矢量介子的衰变产物来重建事例. 以 ρ^0 为例, 图示如图 7 所示.

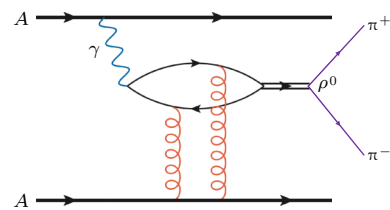


图 7 UPC 过程中 ρ^0 介子衍射产生示意图

Fig. 7. A schematic diagram for diffractive ρ^0 meson production in ultraperipheral heavy ion collisions.

文献 [62, 89] 中给出了在偶极矩模型下计算 UPC 过程的非极化截面方法, 现在着重介绍如何把计算推广到极化依赖的情形, 即考虑 UPC 光子为线性极化时的计算框架. 在这里, 偶极矩图像中的 Eikonal 近似将发挥很重要的作用, 因为在此近似下夸克与反夸克不仅相对横向位置不变而且它们的自旋状态不发生改变, 所以色偶极矩与 CGC 胶子发生多重散射之后极化状态不变, 从而传递给末态矢量介子. 因此光-核反应过程的振幅可表示为光子光锥波函数 (描述光子振荡为正反夸克对的振幅) 和矢量介子波函数 (描述矢量介子振荡为正反夸克对的振幅) 的重叠部分与偶极子的散射振幅在坐标空间的卷积:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\Delta_{\perp}) = & i \int d^2 b_{\perp} e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \int_0^1 dz \\ & \times \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) N(r_{\perp}, b_{\perp}) \\ & \times \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}^*}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V), \end{aligned} \quad (65)$$

其中 $-\Delta_{\perp}$ 是核的反冲横动量, z 是夸克所携带的沿

光锥正方向的光子动量分数, $\epsilon_{\perp}^{\gamma}$ 和 ϵ_{\perp}^V 分别是类实光子与末态矢量介子的极化矢量. $N(r_{\perp}, b_{\perp})$ 是光核碰撞中尺度为 r_{\perp} 的色偶极子与靶原子核的散射振幅, 其中碰撞参数为 b_{\perp} . 光核反应衍射过程根据靶是否被打碎区分为两种情况. 如果没有被打碎, 靶原子核作为一个整体与色偶极子相互作用, 作用后原子核仍处于基态, 此时需要对原子核内所有核子的振幅做位置平均再模方 ($|\langle \mathcal{A} \rangle_N|^2$), 以得到反应截面, 这种情况称为相干产生. 通常当核靶反冲横动量较小时, 交换的胶子对应的康普顿波长长, 因此与整个核靶中的色核物质耦合在一起, 此时主要是相干产生. 对于金核, 典型的相干反应横动量区域为 $\Delta_{\perp} \sim 1/R \approx 30$ MeV. 如果原子核被打碎但仍然是类弹性散射, 反应后原子核处于激发态, 称为非相干产生. 考虑原子核允许被打碎的情形, 计算截面时需要先对原子核内所有核子振幅先求模方再求位置平均 $\langle |\mathcal{A}|^2 \rangle_N$, 这包含了相干和非相干的总贡献, 因此非相干部分的贡献为 $\langle |\mathcal{A}|^2 \rangle_N - |\langle \mathcal{A} \rangle_N|^2$. 非相干产生部分的矩阵元平方具体可写为 [90,91]

$$\begin{aligned} |\mathcal{A}(\Delta_{\perp})|_{\text{in}}^2 \approx & A(2\pi B_p)^2 e^{-B_p \Delta_{\perp}^2} \\ & \times \int d^2 b_{\perp} T_A(b_{\perp}) \left| \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \int_0^1 dz \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}^*}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V) \mathcal{N}(r_{\perp}) e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})} \right|^2, \end{aligned} \quad (66)$$

(66) 式描述的物理过程为: 色偶极子与原子核内的一个核子散射, 散射振幅为 $\mathcal{N}(r_{\perp})$, 核子在横平面的分布由原子核厚度函数 (thickness function) $T_A(b_{\perp})$ 描述. 然后色偶极子再与剩下的 $A-1$ 个核子散射, 因子 $e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})}$ 用来描述不发生非弹性散射的几率, 其中参数 B_p 在 IPsat 模型中 [92,93] 取为 4 GeV^{-2} .

如第 3 节所述, 相干光子是完全线偏振的, 其电矢量偏振方向平行于光子的横动量方向. 通过领头阶 QED 的计算, 得到光子的波函数如下:

$$\Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) = \frac{ee_q}{2\pi} \delta_{aa'} \left\{ \delta_{\sigma, -\sigma'} [(1-2z)i\epsilon_{\perp}^{\gamma} \cdot r_{\perp} + \sigma\epsilon_{\perp}^{\gamma} \times r_{\perp}] \frac{-1}{|r_{\perp}|} \frac{\partial}{\partial |r_{\perp}|} + \delta_{\sigma\sigma'} m_q (\epsilon_{\perp}^{\gamma, 1} + i\sigma\epsilon_{\perp}^{\gamma, 2}) \right\} K_0(|r_{\perp}|e_f), \quad (67)$$

其中 $\epsilon_{\perp}^{\gamma} = \hat{k}_{\perp} \equiv k_{\perp}/|k_{\perp}|$, k_{\perp} 是光子的横动量, σ 和 σ' 分别是夸克与反夸克的螺旋度, a 和 a' 是它们的色指标. m_q 和 e_q 是味道为 q 的夸克的质量和电荷. K_0 是第二类贝塞尔函数, $e_f^2 = Q^2 z(1-z) + m_q^2$, $Q^2 = k_{\perp}^2 + x^2 M_p^2$.

由于 ρ^0 介子质量较轻, 不可能通过微扰 QCD 算出它的波函数. 但是考虑到矢量介子与光子有相同的量子数 (除质量不同外), 通过与光子波函数的形式作类比, 可以将横向极化的 ρ^0 介子波函数参数化为如下形式 [92,93]:

$$\Psi^{V \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V) = \delta_{aa'} \left\{ \delta_{\sigma, -\sigma'} [(2z-1)i\epsilon_{\perp}^V \cdot r_{\perp} + \sigma\epsilon_{\perp}^V \times r_{\perp}] \frac{-1}{|r_{\perp}|} \frac{\partial}{\partial |r_{\perp}|} + \delta_{\sigma\sigma'} m_q (\epsilon_{\perp}^{V, 1} + i\sigma\epsilon_{\perp}^{V, 2}) \right\} \Phi(|r_{\perp}|, z). \quad (68)$$

波函数的标量部分 $\Phi(|r_{\perp}|, z)$ 可通过 HERA 数据抽取. 其中一种较为流行的参数化形式为“Gaus-LC”波函数 [92,93]: $\Phi(|r_{\perp}|, z) = \beta z(1-z) \exp\left(-\frac{r_{\perp}^2}{2R_{\perp}^2}\right)$, 对于 ρ^0 介子, $\beta = 4.47$, $R_{\perp}^2 = 21.9 \text{ GeV}^{-2}$. 后面数值计算时使用这一参数化形式.

结合以上两式并对夸克与反夸克的色因子与螺旋度求和,再考虑一个非前向修正因子 $e^{i(z-\frac{1}{2})\Delta_{\perp}\cdot r_{\perp}}$ [94,95],就可得到光子与矢量介子波函数的卷积重叠贡献.在这里因为我们所关注的是低横动量区域, $\Delta_{\perp} \ll 1/r_{\perp}$,因此可以忽略非前向因子,于是光子与矢量介子波函数的卷积可化简为如下形式:

$$\sum_{a,a',\sigma,\sigma'} \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}} \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}} = (\epsilon_{\perp}^{V*} \cdot \epsilon_{\perp}^{\gamma}) \frac{ee_q}{2\pi} 2N_c \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \frac{\partial \Phi^*(|r_{\perp}|, z)}{\partial |r_{\perp}|} \frac{\partial K_0(|r_{\perp}|e_f)}{\partial |r_{\perp}|} + m_q^2 \Phi^*(|r_{\perp}|, z) K_0(|r_{\perp}|e_f) \right\}, \quad (69)$$

式中可以很明显地看出光子极化矢量与介子极化矢量的耦合 $\epsilon_{\perp}^{V*} \cdot \epsilon_{\perp}^{\gamma}$,如前所述,这是 Eikonal 近似的结果.因此,矢量介子的相干产生振幅 $\mathcal{A}_{\text{co}}(\Delta_{\perp})$ 与非相干产生振幅 $\mathcal{A}_{\text{in}}(\Delta_{\perp})$ 可分别表示如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_g, \Delta_{\perp}) &= \int d^2 b_{\perp} e^{-i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} N(r_{\perp}, b_{\perp}) [\Phi^* K](r_{\perp}) \\ \mathcal{A}_{\text{in}}(x_g, \Delta_{\perp}) &= \sqrt{A} 2\pi B_p e^{-B_p \Delta_{\perp}^2 / 2} \left[\int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \mathcal{N}(r_{\perp}) e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})} [\Phi^* K](r_{\perp}) \right], \end{aligned} \quad (70)$$

其中 $[\Phi^* K]$ 记号表示虚光子波函数与矢量介子波函数的重叠,其表达式为

$$[\Phi^* K](r_{\perp}) = \frac{N_c ee_q}{\pi} \int_0^1 dz \left\{ m_q^2 \Phi^*(|r_{\perp}|, z) K_0(|r_{\perp}|e_f) + [z^2 + (1-z)^2] \frac{\partial \Phi^*(|r_{\perp}|, z)}{\partial |r_{\perp}|} \frac{\partial K_0(|r_{\perp}|e_f)}{\partial |r_{\perp}|} \right\}. \quad (71)$$

对于重离子对撞中的矢量介子衍射产生,最为独特的一点是双缝干涉效应.当矢量介子质量远大于核靶半径的倒数时,矢量介子可以近似地被认为是在核靶的横向平面中定域产生的.这一点很容易满足,因为矢量介子的质量(如 $M_{\rho} \sim 770$ MeV, $M_{J/\psi} \sim 3.1$ GeV)远大于 $1/R$.在一个给定的横向位置 b_{\perp} ,矢量介子的产生振幅正比于在这一横向位置由碰撞核子之一激发的电磁势和另外一个碰撞核靶在此产生的胶子物质密度.参与碰撞的两个重离子轮流扮演核靶与电磁势源的角色.矢量介子可以从两个不同核靶横向平面产生,我们不能通过

测量末态介子分布来区分这两种不同情形.因此,应先将这两个振幅相加再模方,这就会有干涉项.这个干涉效应非常类似杨氏双缝干涉效应,对于正确描述实验现象至关重要.最终的截面形式将同时依赖于横动量和碰撞参数.注意这并不违反不确定性原理,因为碰撞参数指的是两个原子核的横向相对位置,而横动量对应的是矢量介子产生的相对位置.关于这一课题的最新评论文章请见文献 [96].

先考虑矢量介子为 ρ^0 的情况,综合以上讨论,并简单地用 Breit-Wigner 形式来描述 ρ^0 到 π 介子对的衰变,得到微分截面如下:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\rho \rightarrow \pi\pi}}{d^2 p_{1\perp} d^2 p_{2\perp} dy_1 dy_2 d^2 \tilde{b}_{\perp}} &= \frac{1}{2(2\pi)^7} \frac{P_{\perp}^2}{(Q^2 - M_{\rho}^2)^2 + M_{\rho}^2 \Gamma_{\rho}^2} f_{\rho\pi\pi}^2 \\ &\times \int d^2 \Delta_{\perp} d^2 k_{\perp} d^2 k'_{\perp} \delta^2(k_{\perp} + \Delta_{\perp} - q_{\perp}) (\hat{P}_{\perp} \cdot \hat{k}_{\perp}) (\hat{P}_{\perp} \cdot \hat{k}'_{\perp}) \\ &\times \left\{ \int d^2 b_{\perp} e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - k_{\perp})} [T_A(b_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{in}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{in}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp}) + (A \leftrightarrow B)] \right. \\ &+ \left[e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - k_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp}) \right] \\ &+ \left[e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (\Delta'_{\perp} - \Delta_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_1, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_1, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k'_{\perp}) \right] \\ &+ \left[e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (\Delta'_{\perp} - k_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_1, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k'_{\perp}) \right] \\ &+ \left. \left[e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - \Delta_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_1, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (72)$$

其中 y_1 和 y_2 分别是末态 π^+ 和 π^- 介子的快度, k_\perp , $-\Delta_\perp$ 分别是幅度中入射光子的横动量和核的反冲横动量, 而 k'_\perp 和 $-\Delta'_\perp$ 则是共轭幅度中的对应横动量, 满足动量守恒关系 $k_\perp + \Delta_\perp = k'_\perp + \Delta'_\perp$. \tilde{b}_\perp 是两个碰撞核之间的横向距离. $\mathcal{F}(x, k_\perp)$ 如第 3 节所述, 代表光子的几率幅分布. 所有干涉效应包含在 (72) 式最后四行前面的相因子中.

(72) 式中的 $(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}_\perp)(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp)$ 项包含了衰变产物 π 介子对的方位角不对称信息. 光子的极化状态传递给矢量介子 ρ^0 , 它们的自旋关联 $(\epsilon_\perp^{V*} \cdot k_\perp)(\epsilon_\perp^V \cdot k'_\perp)$ 转换为 ρ^0 的横向极化与横动量之间的关联 $2(\epsilon_\perp^{V*} \cdot \hat{q}_\perp)^2 - 1$. 另一方面, 由于角动量守恒, $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的衰变振幅 $\mathcal{M} \propto e^{i\lambda\phi}$, 其中 ϕ 是 π 相对于 ρ^0 的方位角, λ 表示 ρ^0 的自旋态, 因此截面对于方位角的依赖性反映了 ρ^0 的极化信息, 而 ρ^0 的极化来自于初态粒子. 例如, 若相干光子为非极化, 则 $\lambda = 0$, 反应总截面各向同性; 若初态为线性极化的光子, 则可以将它们看作处在螺旋度为 $\lambda = 1$ 和 $\lambda = -1$ 的叠加态上. 在振幅中末态 π 介子对携带 1 单位的轨道角动量而在共轭振幅中介子对携带 -1 单位的轨道角动量, 两者之间的干涉形成了 $\cos 2\phi$ 方位角不对称. 图 8 和图 9 给出了方位角不对称性的物理直观示意图, 其中图 8(a) 代表了上述 $\cos 2\phi$ 例子的直观演示.

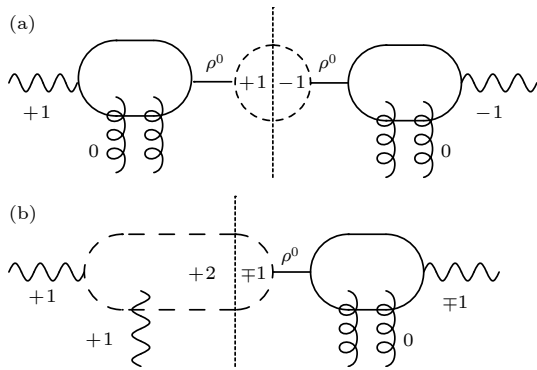


图 8 方位角不对称性示意图 (a) $\langle +1 | -1 \rangle \sim \cos 2\phi$; (b) $\langle +2 | \mp 1 \rangle \sim \cos 3\phi / \cos \phi$
 Fig. 8. Illustration diagrams for azimuthal asymmetry: (a) $\langle +1 | -1 \rangle \sim \cos 2\phi$; (b) $\langle +2 | \mp 1 \rangle \sim \cos 3\phi / \cos \phi$.

实验上是通过测量 ρ^0 介子的衰变产物 $\pi^+\pi^-$ 来重建 ρ^0 事例的. 在 $\pi^+\pi^-$ 的不变质量谱中, 除了 ρ^0 的 Breit-Wigner 共振峰, 还叠加了 $\pi^+\pi^-$ 介子对直接产生的贡献, 大部分情况下 ρ^0 衰变是主要贡献, 但在极低横动量区, 直接电磁产生的截面可与衰变

相比拟, 这恰在我们所关心的 UPC 物理区间. 因此可以通过类实光子对撞直接 QED 作用产生 $\pi^+\pi^-$, 假设两个光子都处在 $+1$ 态或 -1 态, 那么与 ρ^0 衰变产生 $\pi^+\pi^-$ 过程干涉, 就会导致 $\cos \phi$ 或 $\cos 3\phi$ 的方位角不对称性, 即图 8(b) 所示情形. 具体计算参见文献 [57].

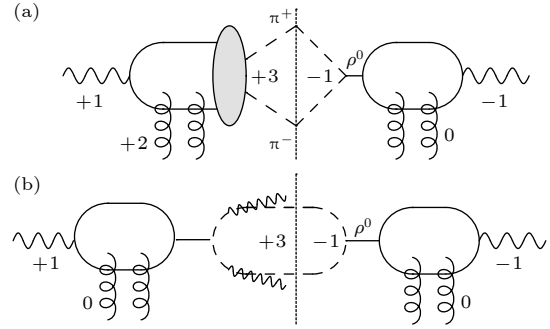


图 9 $\cos 4\phi$ 方位角不对称性示意图, $\langle +3 | -1 \rangle \sim \cos 4\phi$
 (a) 椭圆胶子 Wigner 分布的贡献; (b) 末态软光子辐射的贡献

Fig. 9. Illustration diagrams for $\cos 4\phi$ azimuthal asymmetry: (a) Contributions from elliptic gluon Wigner distribution; (b) contributions from final state soft photon radiation.

在此之前的讨论中, 一直考虑色偶极矩通过非极化依赖的 CGC 胶子与核子发生多重散射. 事实上, 在最低阶, 交换的两个胶子也可以携带 2 单位的轨道角动量, 这样的双胶子交换由椭圆胶子 Wigner 分布函数所描述. 这种情况下色偶极矩与核子通过 QCD 作用直接产生 $\pi^+\pi^-$, 极化信息反映在 π 介子对系统的轨道角动量上. 这种直接产生的 π 介子对携带 3 单位的轨道角动量. 通过与 ρ^0 衰变产生 $\pi^+\pi^-$ 过程干涉, 会导致 $\cos 4\phi$ 的方位角不对称性, 即图 9(a) 所示情形.

另外, 考虑更高阶的 QED 贡献时, 从 π 介子对辐射出去的末态软光子对截面会有一个大的对数贡献. 为了改善微扰论计算的收敛性, 需要将这类大的对数项贡献求和到无穷阶. 同时, 由于软光子总是倾向于沿着 π 介子的方向辐射出去, 它们的贡献自然而然也会诱导一个相同的 $\cos 2\phi$ 的方位角不对称. 叠加由线性光子极化引起的 $\cos 2\phi$ 不对称, 结果会出现 $\cos 4\phi$ 不对称性, 即图 9(b) 所示的情形. 关于这一部分内容后面会有详细介绍.

下面给出 ρ^0 介子方位角不对称性的计算. 为了验证理论的正确性, 首先计算了 UPC 非极化光子相干产生 ρ^0 介子的截面, 以与 STAR 合作组的实

验数据^[97]作对比. 下面首先介绍数值计算所需的所有模型输入. 根据之前的分析, (72) 式中的 $(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}_\perp)(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp)$ 项替换为

$$\left[(\hat{k}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp) + \cos(2\phi) \left(2(\hat{k}_\perp \cdot \hat{q}_\perp)(\hat{k}'_\perp \cdot \hat{q}_\perp) - \hat{k}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp \right) \right], \quad (73)$$

b_\perp 依赖的偶极子振幅用一个唯象学参数化给出^[92,93]:

$$N(b_\perp, r_\perp) = 1 - e^{-2\pi B_p A T_A(b_\perp) \mathcal{N}(r_\perp)}, \quad (74)$$

其中厚度函数 $T_A(b_\perp)$ 用 Woods-Saxon 分布来计算, 偶极子-核子散射幅度 $\mathcal{N}(r_\perp)$ 用修正的 IPsat 模型来计算^[91]:

$$\mathcal{N}(r_\perp) = 1 - \exp[-r_\perp^2 G(x_g, r_\perp)], \quad (75)$$

采用一个简单的 GBW 参数化^[98,99] 来计算 G :

$$G(x_g) = \frac{1}{4} Q_s^2(x_g), \quad (76)$$

其中 $Q_s(x_g) = (x_0/x_g)^{\lambda_{\text{GBW}}/2}$ GeV 是饱和标度, 取 $x_0 = 3 \times 10^{-4}$, $\lambda_{\text{GBW}} = 0.29$ ^[93].

实验上探测任意中子数标记的 UPC 事例 (“Xn”事例) 的几率为

$$P(\tilde{b}_\perp) = 1 - \exp[-P_{1n}(\tilde{b}_\perp)], \quad (77)$$

其中 P_{1n} 由 (50) 式给出, 标记的 UPC 事例截面由 (49) 式计算.

图 10 给出了 UPC 中 ρ^0 相干产生过程的非极化微分截面, 用蓝色的实线表示, 红色点是 RHIC 的实验数据点. 从图中可见, 在跨越三个数量级的情况下, 计算结果与实验数据非常符合, 完美地重现了衍射的峰谷结构. 需要特别强调的是, 正如之前所说, 类“杨氏双缝”干涉效应对于正确描述实验现象起着举足轻重的作用. 如不包括双缝干涉效应, 则不可能得到实验中观察到的低横动量区的压低效应. 另外需要说明的是, 这个计算中给出的是 ρ^0 的产生截面, 不是衰变后 π 介子对的截面, 因此截面公式与 (72) 式相比没有衰变因子, 且相空间 $d^2p_{1\perp} d^2p_{2\perp} dy_1 dy_2$ 需替换为 $d^2q_\perp dY$, 其中 Y 为 ρ^0 介子的快度.

图 11 给出了 UPC 中 ρ^0 产生过程 XnXn 事例的 $\cos 2\phi$ 不对称性, 包含了相干与非相干光致产生的贡献. 从图中明显可见, 理论计算也较好地解释了实验数据, 尤其是衍射的峰谷结构. 虽然相干和非相干的产生都对非极化产生截面有贡献, $\cos 2\phi$ 不对称性却几乎完全是在相干散射中产生的.

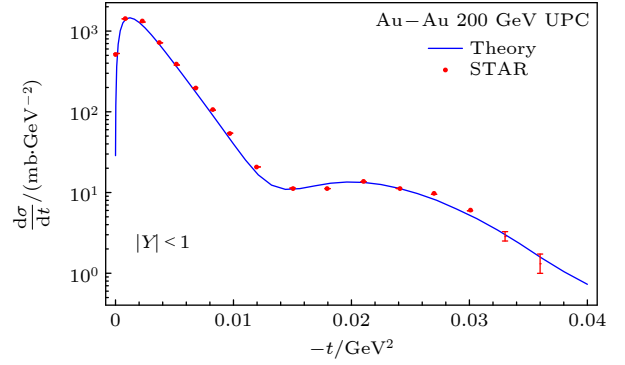


图 10 RHIC 能区非极化光致 ρ^0 相干产生过程的 XnXn 事例, 其中蓝色实线是数值计算结果, 红色的点取自文献^[97] 中图 8 的数据. 图片取自文献^[56]

Fig. 10. Unpolarized cross section for coherent ρ^0 photo-production in XnXn events at RHIC energy. The red dots are experimental data points taken from Ref. ^[97]. The blue line shows our numerical result for this unpolarized cross section. The figure is taken from Ref. ^[56].

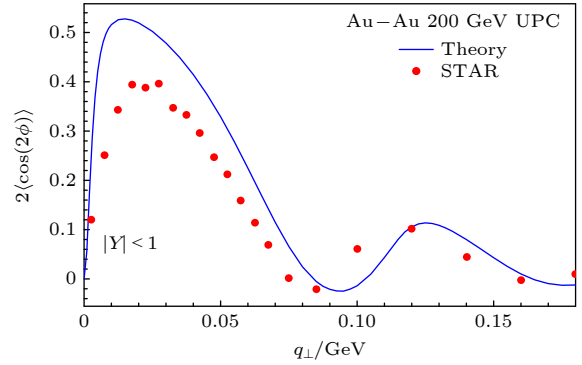


图 11 RHIC 能区光致 ρ^0 产生过程 XnXn 事例的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称性. 蓝色实线是数值计算结果, 红色点是 STAR 的实验结果^[55], 这里误差没有画出

Fig. 11. The $\cos 2\phi$ azimuthal asymmetry of the XnXn events for the photoproduction of ρ^0 at RHIC. The blue solid line represents the numerical calculation result, and the red dots represent the experimental result from STAR^[55], where the errors are not shown here.

下面介绍光致 $\pi^+\pi^-$ 介子对产生的 $\cos 4\phi$ 方位角不对称性. 前已提及, $\cos 4\phi$ 方位角不对称性可能来自末态 $\pi^+\pi^-$ 的软光子辐射, 也可能来自 $\pi^+\pi^-$ 直接 QCD 相互作用产生, 如图 9 所示. 直接产生的机制是: 来自一个原子核的类实光子产生夸克对形成一个色偶极矩, 这个色偶极矩通过椭圆极化的胶子 Wigner 分布与另一个原子核发生散射, 直接产生 $\pi^+\pi^-$, 作为振幅; 另一方面, 色偶极矩通过非极化的 CGC 胶子与另一个原子核散射, 形成 ρ^0 介子, 再衰变为 $\pi^+\pi^-$, 作为共轭振幅, 这样干涉效应就会给出 $\cos 4\phi$ 不对称性. 通过胶子 Wigner 分布散射直接产生 $\pi^+\pi^-$ 的振幅可表示为

$$\mathcal{M}_d = i\zeta(1-\zeta)\cos(2\phi_\Delta + \phi_k - 3\phi_P)\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp) + i\zeta(1-\zeta)\cos(\phi_k - \phi_P)\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp) + \dots, \quad (78)$$

其中只保留了对干涉后的非极化截面和 $\cos 4\phi$ 方位角模式有贡献的项. ϕ_k , ϕ_P 和 ϕ_Δ 分别代表不同的横动量的方位角. $\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp)$ 和 $\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp)$ 别为

$$\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp) = -\frac{ee_q N_c C E e^{i\delta\phi}}{2} \int \frac{db_\perp^2 dr_\perp^2}{4} \frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4} \exp\left(-\frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4}\right) \times J_2(|\Delta_\perp||b_\perp|) J_3(|r_\perp||P_\perp|) \frac{\partial K_0(|r_\perp|e_f)}{\partial|r_\perp|}, \quad (79)$$

$$\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp) = -ee_q N_c C \int \frac{db_\perp^2 dr_\perp^2}{4} \left[1 - \exp\left(-\frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4}\right)\right] \times J_0(|\Delta_\perp||b_\perp|) J_1(|r_\perp||P_\perp|) \frac{\partial K_0(|r_\perp|e_f)}{\partial|r_\perp|}. \quad (80)$$

\mathcal{A}_d 对非极化截面有贡献, 因此通过对比 $\pi^+\pi^-$ 不变质量谱的数值计算结果 (图 12) 与 STAR 的实验结果 (文献 [97] 的图 4) 可确定系数 C , 在这里确定为 $C \approx -10$. 系数确定之后就可以计算 $\cos 4\phi$ 项了, 它来自 $\pi^+\pi^-$ 直接产生与 ρ^0 衰变的贡献的干涉项, 其微分截面为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_I}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}} = & \frac{\zeta(1-\zeta)M_\rho\Gamma_\rho|P_\perp|f_{\rho\pi\pi}}{2(2\pi)^7[(Q^2-M_\rho^2)^2+M_\rho^2\Gamma_\rho^2]} \int d^2\Delta_\perp d^2k_\perp d^2k'_\perp \delta^2(k_\perp + \Delta_\perp - q_\perp) \cos(3\phi_P - \phi_k - 2\phi_\Delta) \cos(\phi_P - \phi_k) \\ & \left\{ e^{i\vec{b}_\perp\cdot(k'_\perp-k_\perp)} \mathcal{A}^*(x_2, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_2, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_1, k_\perp) \mathcal{F}(x_1, k'_\perp) + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(\Delta'_\perp-\Delta_\perp)} \mathcal{A}^*(x_1, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_1, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_2, k_\perp) \mathcal{F}(x_2, k'_\perp) \right. \\ & \left. + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(\Delta'_\perp-k_\perp)} \mathcal{A}^*(x_2, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_1, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_1, k_\perp) \mathcal{F}(x_2, k'_\perp) + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(k'_\perp-\Delta'_\perp)} \mathcal{A}^*(x_1, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_2, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_2, k_\perp) \mathcal{F}(x_1, k'_\perp) \right\} \\ & + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (81)$$

注意在截面中包含了双缝干涉效应, 因为两个核子可轮流作为色偶极矩源. 在电子-重离子对撞机 (EIC) 上, 只能是由电子所激发的光子提供色偶极矩与原子核对撞, 不能反过来, 因此不再有双缝干涉效应, 所以利用 (81) 式计算时需要去掉大括号中的后三项.

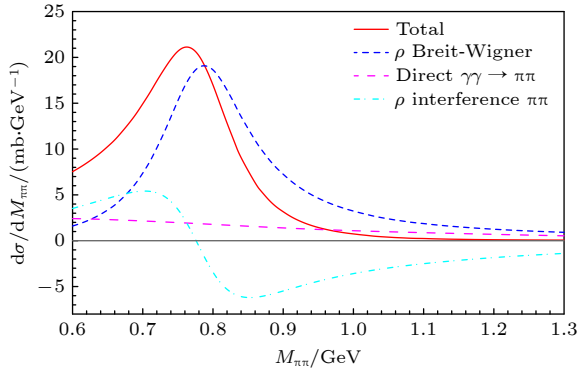


图 12 $\pi^+\pi^-$ 非极化截面的不变质量分布. 其中蓝色虚线是 ρ^0 衰变的结果, 利用 (72) 式计算; 粉色点线是 $\pi^+\pi^-$ 直接产生, 由 (80) 式的幅度 \mathcal{A}_d 计算得到; 蓝绿色点划线是他们的干涉项. 红色实线为总的结果

Fig. 12. Invariant mass distribution of the unpolarized cross section for $\pi^+\pi^-$ production. The blue dashed line represents the decay of ρ^0 mesons, which is calculated using formula (72). The magenta dotted line represents the direct production of $\pi^+\pi^-$, which is calculated using the amplitude \mathcal{A}_d from equation (80). The cyan dash-dotted line represents the interference term between them. The red solid line is the total result.

末态软光子辐射贡献的计算可参考文献 [49, 50, 79, 80], 重求和后的微分截面形式为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(q_\perp)}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}} = & \int \frac{d^2r_\perp}{(2\pi)^2} \left[1 - \frac{2\alpha_e c_2}{\pi} \cos 2\phi_r + \frac{\alpha_e c_4}{\pi} \cos 4\phi_r\right] \\ & \times e^{i\vec{r}_\perp\cdot q_\perp} e^{-\text{Sud}(r_\perp)} \int d^2q'_\perp e^{-i\vec{r}_\perp\cdot q'_\perp} \frac{d\sigma(q'_\perp)}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}}, \end{aligned} \quad (82)$$

其中 ϕ_r 是 r_\perp 与 P_\perp 的夹角. 单圈阶的 Sudakov 因子见 (47) 式.

根据上面介绍的公式, 可以数值计算出 $\cos 4\phi$ 不对称性的结果. 计算中取 $\delta\phi = \pi/2$, $E = 0.4$. 计算结果如图 13. 从图 13(a) 可见, RHIC 上 $\cos 4\phi$ 不对称性在 $\pi^+\pi^-$ 总横动量约 130 MeV 处有一个峰, 与实验结果 [55] 符合. 实验数据的最大 ($2\cos 4\phi$) 值约为 10%, 而软光子辐射的贡献仅仅为 2%, 因此考虑椭圆胶子 Wigner 分布的贡献也是很有必要的, 虽然计入其贡献后总的 $\langle 2\cos 4\phi \rangle$ 峰值为约 5% 仍比实验数据要小.

图 13(b) 给出了 EIC 上 $\langle 2\cos 4\phi \rangle$ 随 $\pi^+\pi^-$ 横动量变化的曲线. 与原子核-原子核对撞相比, 电子-原子核对撞产生 $\pi^+\pi^-$ 过程软光子辐射贡献有类似的行为, 但椭圆胶子分布的贡献因为缺少了双缝干涉效应, 其不对称性的衍射峰谷结构有很大不同, 在这里是反了符号的, 因此总的贡献 (蓝色实线) 峰值处为负值. 在未来的 EIC 上检验这一行为

无疑是非常有趣的. $\cos 4\phi$ 不对称性也很可能是在 EIC 上探测胶子 Wigner 函数的唯一干净可观测量.

用同样的方法, 也可以计算 J/ψ 衍射产生的方位角不对称性. 由于粲夸克的质量可以作为硬标度, 因此对 J/ψ 的微扰计算比 ρ^0 的更为可靠, 并且实验上甄别 J/ψ 相对比较容易, 产生截面也很大, 因此研究 J/ψ 过程就非常有意义. 为了正确地重建截面的分布和方位角不对称性的分布, 之前所强调的双缝干涉效应、相干光子的线性极化、末态软光子辐射等因素缺一不可, 都在计算中发挥着重要作用. 在 RHIC 上的实验, J/ψ 主要由其衰变产物——正负电子对的不变质量谱来重建, 而在 LHC 上的

实验, J/ψ 主要由其衰变产物 $\mu^+\mu^-$ 来重建. J/ψ 衍射产生中的 $\cos 2\phi$ 不对称性产生机制类似图 8(a) 所示: 线性极化的光子产生一个色偶极矩, 与另一个核子通过非极化 CGC 胶子发生散射, 形成矢量介子 J/ψ , 进一步衰变为 $e^+e^-/\mu^+\mu^-$. 光子的极化状态传递给 J/ψ , 反映在衰变产物的方位角各向异性上.

数值计算时, 为了检验理论的正确性, 首先计算了 RHIC 和 LHC 上 UPC 相干产生 J/ψ 的极化平均的截面, 并把结果与实验测量相对比 [100–102], 这里是未标记的 UPC 情形, 即不用中子标记来判断 UPC 事例, 而是直接对碰撞参数从 $2R$ 积分到 ∞ . 计算结果如图 14 所示, 我们的计算从曲线形

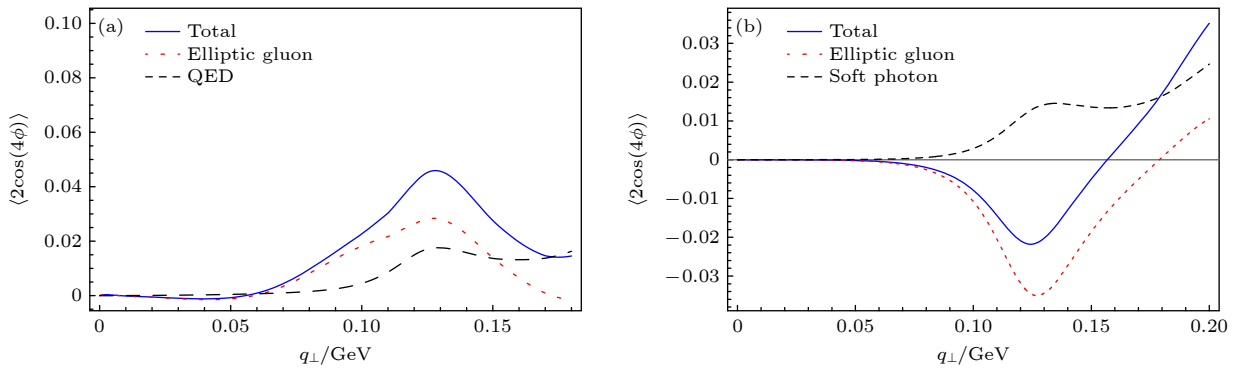


图 13 (a) RHIC Au-Au 200 GeV 上 $\pi^+\pi^-$ 光致产生过程的 $\cos 4\phi$ 不对称性随 q_{\perp} 变化的曲线, 其中 π^+ , π^- 介子快度 y_1, y_2 的积分区间为 $[-1, 1]$, 它们的不变质量 Q 的积分区间为 $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$; (b) EIC 上质心能量 100 GeV 的电子-原子核对撞产生 $\pi^+\pi^-$ 过程的 $\cos 4\phi$ 不对称性随 q_{\perp} 变化的曲线, y_1, y_2 的积分区间为 $[2, 3]$, Q 的积分区间为 $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$. 图中蓝色的实线为总的结果, 黑色的虚线来自末态软光子辐射的贡献, 红色的点线为椭圆胶子 Wigner 分布的贡献. 图片取自文献 [58]

Fig. 13. (a) $\cos 4\phi$ asymmetry as a function of q_{\perp} for the $\pi^+\pi^-$ photoproduction process for RHIC Au-Au collision at 200 GeV, where the integration range of the rapidity y_1, y_2 of π^+ and π^- mesons is $[-1, 1]$, and the integration range of the invariant mass Q is $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$; (b) $\cos 4\phi$ asymmetry as a function of q_{\perp} for the $\pi^+\pi^-$ process in electron-nucleus collisions at a center-of-mass energy of 100 GeV at EIC, where y_1, y_2 is integrated over $[2, 3]$, and Q is integrated over $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$. The blue solid line in the figure represents the total result, the black dashed line is from the contribution of final state radiation, and the red dotted line is from the contribution of the elliptic gluon Wigner distribution. The figures are taken from Ref. [58].

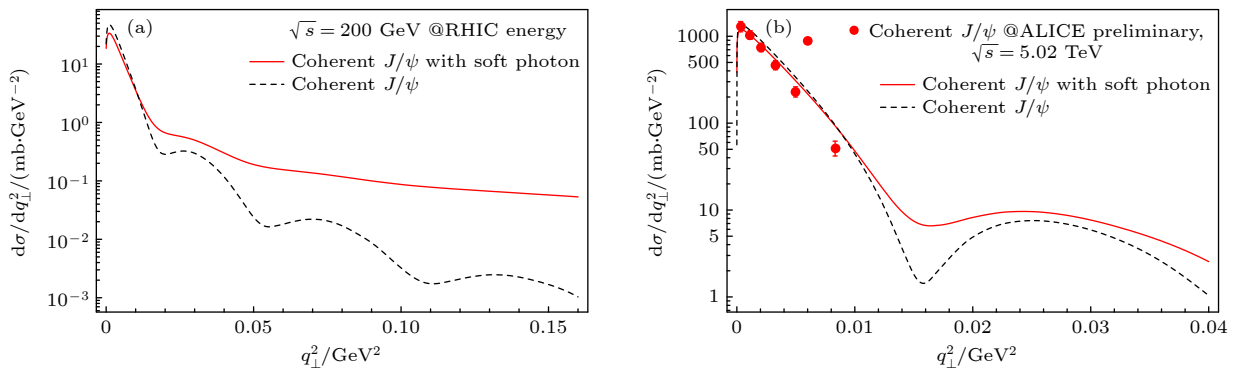


图 14 RHIC 和 LHC 能区 UPC 相干产生 J/ψ 过程的非极化截面随 t 变化的曲线 (a) RHIC 能区, J/ψ 的快度积分区间为 $[-1, 1]$; (b) LHC 能区; J/ψ 的快度积分区间为 $[-0.8, 0.8]$; 图片取自文献 [59]

Fig. 14. Azimuthal averaged cross section of coherent J/ψ production as a function of t in unrestricted UPCs at RHIC and LHC energies: (a) For RHIC kinematics, the rapidity of the J/ψ is integrated over the range $[-1, 1]$; (b) for LHC kinematics, the rapidity is integrated over $[-0.8, 0.8]$. The figures are taken from Ref. [59].

状和低 q_{\perp} 区的数值上都非常好地描述了实验数据. 在大 q_{\perp} 区域, 末态软光子辐射产生的微扰尾巴远大于原先由核结构所决定的分布. 为了与实验数据对比, 图 15 还给出了 LHC 上 J/ψ 衍射产生的非极化 UPC 产生截面随快度变化的曲线, 结果再次表明, 为了描述实验数据, 双缝干涉效应必不可少. 另外, 考虑软光子辐射的贡献后, 计算结果与实验数据符合得更好.

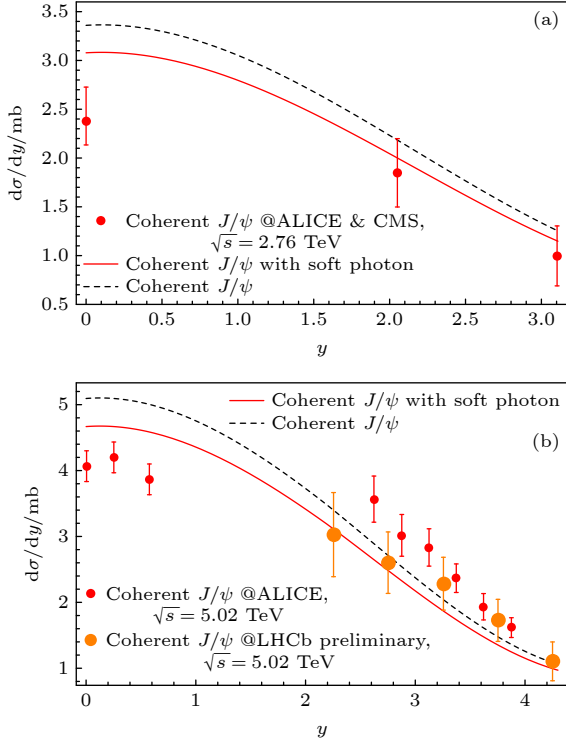


图 15 LHC 能区 UPC 相干产生 J/ψ 过程的非极化截面随快度变化的曲线, 其中 J/ψ 的横动量在 $[0, 0.2]$ GeV 区间积分. (a) ALICE&CMS $\sqrt{s} = 2.76$ TeV; (b) ALICE&LHCb $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. 图片取自文章 [59]

Fig. 15. Azimuthal averaged cross section of coherent J/ψ production in unrestricted UPCs at LHC energy. The transverse momentum of the J/ψ is integrated over the range $[0, 0.2]$ GeV. (a) ALICE&CMS $\sqrt{s} = 2.76$ TeV; (b) ALICE&LHCb $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. The figures are taken from Ref.[59].

RHIC, LHC 以及 EIC 上 J/ψ 相干产生过程的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称性结果如图 16 所示. 在低横动量区, 不对称性的主要来源是相干光子的线性极化和双缝干涉效应, 因此 RHIC 和 LHC 上都能预见低 q_{\perp} 区的峰, 而 EIC 上由于缺少了双缝干涉效应, 不存在低横动量区的峰. LHC 运动学区间的峰值在极低横动量处, 要求探测器有很高的能量分

辨率, 因此实验上探测这个峰有一定的困难. 在相对高的横动量区间, 软光子辐射的贡献占据了绝对的优势, 这个峰的探测在 RHIC, LHC 以及 EIC 上

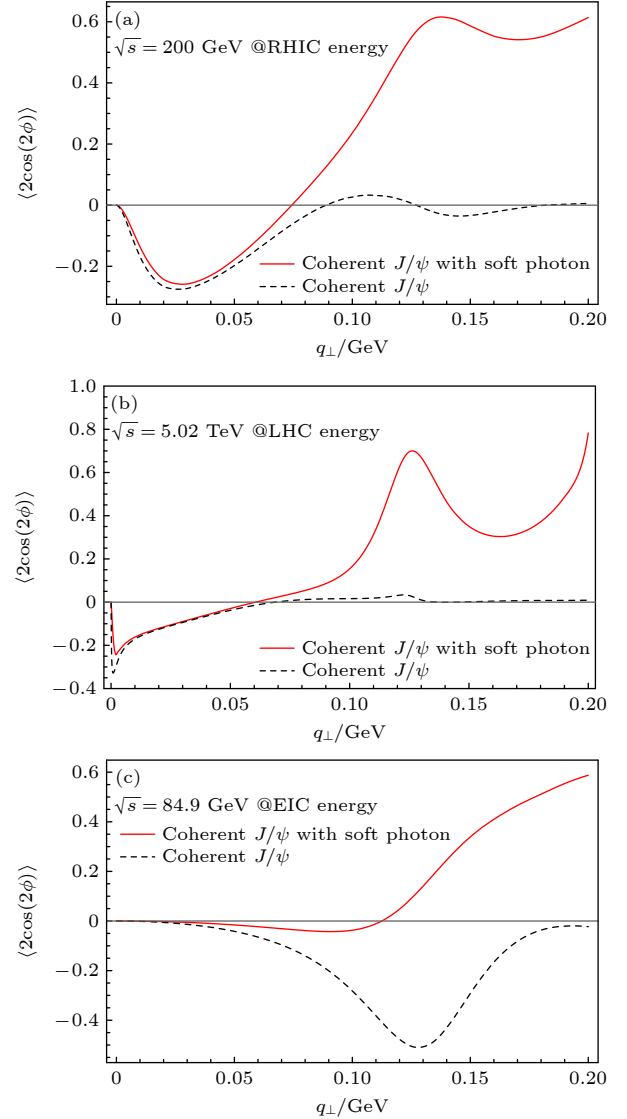


图 16 在 RHIC, LHC 和 EIC 能区 J/ψ 相干产生的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称性 (a) RHIC 能区, 双轻子对的快度积分区间为 $[-1, 1]$; (b) LHC 能区, 双轻子对的快度积分区间为 $[-0.8, 0.8]$; (c) EIC 能区, 双轻子对的快度积分区间为 $[2, 3]$ (实验室系). 在 RHIC 和 EIC 上, J/ψ 通过 $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ 衰变模式重建, 在 LHC 上通过 $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ 重建. 图片取自文献 [59]

Fig. 16. $\cos 2\phi$ azimuthal asymmetry in coherent J/ψ production at RHIC, LHC and EIC energies: (a) At RHIC kinematics, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range $[-1, 1]$; (b) at LHC kinematics, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range $[-0.8, 0.8]$; (c) at EIC kinematica region, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range $[2, 3]$ in the Lab frame. The J/ψ is reconstructed via the decay mode $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ at RHIC and EIC, and $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ at LHC, respectively. The figures are taken from Ref. [59].

都是可能的. 另外, 与图 11 相比可以发现, J/ψ 产生过程的 $\cos 2\phi$ 不对称性与 ρ^0 产生相比翻转了符号, 这是因为 J/ψ 的衰变产物轻子是自旋 1/2 粒子, 而 ρ^0 的衰变产物是标量粒子.

综上所述, 本文研究了 RHIC, LHC 和 EIC 能区光-核反应衍射产生矢量介子过程, 计算所得的非极化产生截面与 RHIC 和 LHC 实验上的测量结果符合得很好, 证明了我们关于原子核-原子核碰撞反应时的双缝干涉效应的处理是非常关键的. 不管在 RHIC 和 LHC 上, 还是在未来的电子-重离子对撞机 EIC 上, 理论计算都给出了明显的矢量介子产生的方位角不对称性, 并且在 EIC 上的不对称行为由于双缝干涉效应的缺失而与原子核-原子核碰撞机上明显不同, 在未来的 EIC 上检验这一点无疑是非常有趣的. RHIC 上 ρ^0 产生过程的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称性计算结果与实验符合得很好, $\cos 4\phi$ 不对称性的理论来源除了末态软光子辐射, 还必须考虑椭圆胶子 Wigner 分布才能更好地解释实验数据, 这很可能预示着椭圆胶子分布存在的实验证据. 由于这些自旋依赖的可观测量对于原子核的结构很敏感, 因此它们为原子核的多维成像研究开辟了一条全新理论与实验路径.

5 结 论

本文对近期重离子超边缘碰撞中的光致反应过程相关研究做了简要综述. 相对论性重离子所激发的超强电磁场可以等效视为一束相干光子束流. 相干光子的数密度正比于重离子的核电数平方 Z^2 . 由于其极高的光子束流亮度, 重离子超边缘碰撞是研究光-光反应过程与光-核反应过程的理想场所. 对于光-光对撞中轻子对产生过程, 最近的理论研究聚焦于理解实验中观测到的轻子对的总横动量展宽效应, 即偏心碰撞中测到的轻子对总横动量要显著大于超边缘碰撞中测到的轻子对总横动量. 这一意外发现促使人们进行了大量理论方面的探索. 本文详述了如何通过建立一个碰撞参数与横动量联合依赖的截面公式, 使得理论计算基本成功地描述了实验数据. 目前领域内达成的共识是: 横动量展宽主要来源于初态电磁场空间分布位形的不同所导致, 媒介效应则扮演了一个相对次要的角色.

本文也综述了重离子超边缘碰撞研究领域近期的另外一项进展, 即相干光子线性极化的发现.

最近的理论分析表明, 相对性重离子所激发的相干光子百分百极化, 且光子的极化矢量平行于其横动量方向. 线性相干光子可以导致超边缘碰撞中轻子对产生截面的 $\cos 4\phi$ 方位角调制行为. 这一理论预言很快被 STAR 的测量所验证. 随着相干光子的线性极化这一特征得到证实, 理论研究逐渐聚焦于如何利用线偏振光子束流去研究 QCD 唯象学. 例如, STAR 合作组发现在重离子超边缘碰撞中的光致矢量介子衍射产生过程中存在一个明显的 $\cos 2\phi$ 方位角调制行为. 理论分析表明这一方位角调制行为正是由相干光子的线偏振所诱导的. STAR 实验测量的 $\cos 2\phi$ 方位角不对称性的横动量分布展示了独特的衍射模式. 理论计算表明这一独特衍射模式由类双缝干涉效应所导致. 因此极化自由度的引入开辟了一条研究高能散射中双缝反射效应的新途径. 另一方面, 理论分析表明, 如果同时考虑核靶中的椭圆胶子维格纳函数与相干光子的线偏振效应那么就可以解释 STAR 实验上观测到双 π 介子对产生过程中的 $\cos 4\phi$ 方位角调制行为. 因此观测到的 $\cos 4\phi$ 可以视为非平庸胶子维格纳函数存在的首个实验迹象. 初步的探索性研究已经展示了利用线偏振光子研究 QCD 唯象的潜力, 我们期望未来这方面的研究有更多更丰富的进展. 最后特别值得指出的一点是, 在电子-重离子对撞中, 由电子辐射出去的准实光子也是高度线偏振的. 因此, 依托未来的电子-重离子对撞机^[103,104], 可以利用线偏振光子束流进一步探索原子核内的强相互作用的物质性质及其三维分布.

参考文献

- [1] Skokov V, Illarionov A Y, Toneev V 2009 *Int. J. Mod. Phys. A* **24** 5925
- [2] Bzdak A, Skokov V 2012 *Phys. Lett. B* **710** 171
- [3] Deng W T, Huang X G 2012 *Phys. Rev. C* **85** 044907
- [4] Roy V, Pu S 2015 *Phys. Rev. C* **92** 064902
- [5] Pu S, Roy V, Rezzolla L, Rischke D H 2016 *Phys. Rev. D* **93** 074022
- [6] ATLAS Collaboration 2017 *Nature Phys.* **13** 852
- [7] STAR Collaboration 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 052302
- [8] Zha W M, Brandenburg J D, Tang Z B, Xu Z B 2020 *Phys. Lett. B* **800** 135089
- [9] Breit G, Wheeler J A 1934 *Phys. Rev.* **46** 1087
- [10] Hattori K, Itakura K 2013 *Annals Phys.* **330** 23
- [11] Hattori K, Itakura K 2013 *Annals Phys.* **334** 58
- [12] Hattori K, Taya H, Yoshida S 2021 *JHEP* **01** 093
- [13] Hattori K, Itakura K 2022 *Annals Phys.* **446** 169114
- [14] Adler S L 1971 *Annals Phys.* **67** 599
- [15] Jackiw R, Kabat D N, Ortiz M 1992 *Phys. Lett. B* **277** 148

- [16] Bethe H A, Maximon L C 1954 *Phys. Rev.* **93** 768
- [17] Ivanov D, Melnikov K 1998 *Phys. Rev. D* **57** 4025
- [18] Tuchin K 2009 *Phys. Rev. D* **80** 093006
- [19] Baltz A J, McLerran L D 1998 *Phys. Rev. C* **58** 1679
- [20] Baltz A J 2003 *Phys. Rev. C* **68** 034906
- [21] Lee R N, Milstein A I 2000 *Phys. Rev. A* **61** 032103
- [22] Baltz A J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 062302
- [23] Zha W M, Tang Z B 2021 *JHEP* **08** 083
- [24] Knapen S, Lin T Y and Lou H K, Melia T 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 171801
- [25] Xu I, Lewis N, Wang X F, Brandenburg J D, Ruan L J 2022 arXiv: 2211.02132[hep-ex]
- [26] The DELPHI Collaboration 2004 *Eur. Phys. J. C* **35** 159
- [27] ATLAS Collaboration 2022 arXiv: 2204.13478[hep-ex]
- [28] The CMS Collaboration 2019 *Phys. Lett. B* **797** 134826
- [29] Ellis J, Mavromatos N E, You T 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 261802
- [30] STAR Collaboration 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 132301
- [31] ATLAS Collaboration 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 212301
- [32] CMS Collaboration 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 122001
- [33] Klein S R, Nystrand J, Seger J, Gorbunov Y, Butterworth J 2017 *Comput. Phys. Commun.* **212** 258
- [34] Vidovic M, Greiner M, Best C, Soff G 1993 *Phys. Rev. C* **47** 2308
- [35] Hencken K, Trautmann D, Baur G 1995 *Phys. Rev. A* **51** 1874
- [36] Hencken K, Baur G, Trautmann D 2004 *Phys. Rev. C* **69** 054902
- [37] Zha W, Ruan L, Tang Z, Xu Z, Yang S 2018 *Phys. Lett. B* **781** 182
- [38] Brandenburg J D, Li W, Ruan L J, Tang Z B, Xu Z B, Yang S, Zha W M 2020 arXiv: 2006.07365 [hep-ph]
- [39] Brandenburg J D, Zha W M, Xu Z B 2021 *Eur. Phys. J. A* **57** 299
- [40] Li C, Zhou J, Zhou, Y J 2020 *Phys. Rev. D* **101** 034015
- [41] Wang X F, Brandenburg J D, Ruan L J, Shao F L, Xu Z B, Yang C, Zha W M 2022 arXiv: 2207.05595 [nucl-th]
- [42] Wang R J, Pu S, Wang Q 2021 *Phys. Rev. D* **104** 056011
- [43] Wang R J, Lin S, Pu S, Zhang Y F, Wang Q 2022 *Phys. Rev. D* **106** 034025
- [44] Lin S, Wang R J, Wang J F, Xu H J, Pu S, Wang Q 2023 *Phys. Rev. D* **107** 054004
- [45] Klein S, Mueller A H, Xiao B W, Yuan F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 132301
- [46] Klein S, Mueller A H, Xiao B W, Yuan F 2020 *Phys. Rev. D* **102** 094013
- [47] Li C, Zhou J, Zhou Y J 2019 *Phys. Lett. B* **795** 576
- [48] Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 232301
- [49] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 142001
- [50] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2021 *Phys. Rev. D* **104** 054037
- [51] Brandenburg J D, Seger J, Xu Z B, Zha W M 2022 arXiv: 2208.14943 [hep-ph]
- [52] Heisenberg W, Euler H 1936 *Z. Phys.* **98** 714
- [53] Zhou J 2022 *EPJ Web Conf.* **259** 13014
- [54] STAR Collaboration 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014901
- [55] STAR Collaboration 2023 *Sci. Adv.* **9** 3903
- [56] Xing H X, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2020 *JHEP* **10** 064
- [57] Hagiwara Y, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2021 *Phys. Rev. D* **103** 074013
- [58] Hagiwara Y, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2021 *Phys. Rev. D* **104** 094021
- [59] Brandenburg J D, Xu Z B, Zha W M, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2022 *Phys. Rev. D* **106** 074008
- [60] Zha W M, Brandenburg J D, Ruan L J, Tang Z B, Xu Z B 2021 *Phys. Rev. D* **103** 033007
- [61] Wu X, Li X B, Tang Z B, Wang P F, Zha W M 2022 *Phys. Rev. Res.* **4** L042048
- [62] Brodsky S J, Frankfurt L, Gunion J F, Mueller A H, Strikman M 1994 *Phys. Rev. D* **50** 3134
- [63] Weizsäcker von C F 1934 *Z. Phys.* **88** 612
- [64] Williams E J 1934 *Phys. Rev.* **45** 729
- [65] Jackson J D 1998 *Classical Electrodynamics* (State of New Jersey: Wiley)
- [66] McLerran L D, Venugopalan R 1994 *Phys. Rev. D* **49** 3352
- [67] Kovchegov Y V 1996 *Phys. Rev. D* **54** 5463
- [68] Aichelburg P C, Sexl R U 1971 *Gen. Rel. Grav.* **2** 303
- [69] Jackson J D 2008 *Am. J. Phys.* **76** 704
- [70] Fermi E 1924 *Z. Phys.* **29** 315
- [71] Belitsky A V, Ji X D, Yuan F 2004 *Phys. Rev. D* **69** 074014
- [72] Mulders P J, Rodrigues J 2001 *Phys. Rev. D* **63** 094021
- [73] Metz A, Zhou J 2011 *Phys. Rev. D* **84** 051503
- [74] Dominguez F, Qiu J W, Xiao B W, Yuan F 2012 *Phys. Rev. D* **85** 045003
- [75] Boer D, Hagiwara Y, Zhou J, Zhou Y J 2022 *Phys. Rev. D* **105** 096017
- [76] Boer D, Mulders P J, Pisano C, Zhou J 2016 *JHEP* **08** 001
- [77] Pisano C, Boer D, Brodsky S J, Buffing M G A, Mulders P J 2013 *JHEP* **10** 024
- [78] Hencken Kai, Trautmann D, Baur G 1994 *Phys. Rev. A* **49** 1584
- [79] Catani S, Grazzini M, Torre A 2014 *Nucl. Phys. B* **890** 518
- [80] Catani S, Grazzini M, Sargsyan H 2017 *JHEP* **06** 017
- [81] Baur G, Hencken K, Trautmann D 1998 *J. Phys. G* **24** 1657
- [82] Mignani R P, Testa V, Caniulef D G, Taverna R, Turolla R, Zane S, Wu K 2017 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **465** 492
- [83] Sun Z H, Zheng D X, Zhou J, Zhou Y J 2020 *Phys. Lett. B* **808** 135679
- [84] Dilks C 2016 *PoS DIS2016* 212
- [85] PHENIX Collaboration 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 122001
- [86] Lansberg J P, Massacrier L, Szymanowski L, Wagner J 2019 *Phys. Lett. B* **793** 33
- [87] Hatta Y, Rajan A, Yang D L 2019 *Phys. Rev. D* **100** 014032
- [88] ALICE, ATLAS, CMS, LHCb and STAR Collaborations 2021 *Nucl. Phys. A* **1005** 122007
- [89] Ryskin M G 1993 *Z. Phys. C* **57** 89
- [90] Kopeliovich B Z, Nemchik J, Schafer A, Tarasov A V 2002 *Phys. Rev. C* **65** 035201
- [91] Lappi T, Mantysaari H 2011 *Phys. Rev. C* **83** 065202
- [92] Kowalski H, Teaney D 2003 *Phys. Rev. D* **68** 114005
- [93] Kowalski H, Motyka L, Watt G 2006 *Phys. Rev. D* **74** 074016
- [94] Bartels J, Golec-Biernat K J, Peters K 2003 *Acta Phys. Polon. B* **34** 3051
- [95] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F 2017 *Phys. Rev. D* **95** 114026
- [96] Ma Y G 2023 *Nucl. Sci. Technol.* **34** 16
- [97] STAR Collaboration 2017 *Phys. Rev. C* **96** 054904
- [98] Golec-Biernat K J, Wusthoff M 1998 *Phys. Rev. D* **59** 014017
- [99] Golec-Biernat K J, Wusthoff M 1999 *Phys. Rev. D* **60** 114023
- [100] STAR Collaboration 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 122303
- [101] Schmidke W 2021 talk presented in DIS 2021, NY, US
- [102] ALICE Collaboration 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136280

- [103] Anderle P D, Bertone V, Cao X, Chang L, Chang N B, Chen G, Chen X R, Chen Z J, Cui Z F, Dai L Y, Deng W T, Ding M H, Feng X, Gong C, Gui L C, Guo F K, Han C D, He J, Hou T J, Huang H X, Huang Y, Kumerički K, Kaptari L P, Li D M, Li H N, Li M X, Li X Q, Liang Y T, Liang Z T, Liu C, Liu C, Liu G M, Liu J, Liu L M, Liu X, Liu T B, Luo X F, Lyu Z, Ma B Q, Ma F, Ma J P, Ma Y G, Mao L J, Mezrag C, Moutarde H, Ping J L, Qin S X, Ren H, Roberts C D, Rojo J, Shen G D, Shi C, Song Q T, Sun H, Sznajder P, Wang E K, Wang F, Wang Q, Wang R, Wang R R, Wang T F, Wang W, Wang X Y, Wang X Y, Wu J J, Wu X G, Xia L, Xia L, Xiao B W, Xiao G Q, Xie J J, Xie Y P, Xing H X, Xu H S, Xu N, Xu S S, Yan W B, Yan W C, Yan X H, Yang J C, Yang Y B, Yang Z, Yao D L, Yin P L, Zhan W L, Zhang J H, Zhang J L, Zhang P M, Zhang Z X, Zhang Z Y, Zhao H W, Zhao G D, Zhao Q, Zhao Y X, Zhao Z G, Zheng L, Zhou J, Zhou X, Zhou X R, Zhou B S, Zhou L P *2021 Front. Phys.* **16** 64701
- [104] Cao X, Chang L, Chang N B, Chen X R, Chen Z J, Cui Z F, Dai L Y, Deng W T, Ding M H, Gong C, Gui L C, Guo F K, Han C D, He J, Huang H X, Huang Y, Kaptari L P, Li D M, Li H N, Li M X, Li X Q, Liang Y T, Liang Z T, Liu G M, Liu J, Liu L M, Liu X, Luo X F, Lv Z, Ma B Q, Ma F, Ma J P, Ma Y G, Mao L J, Mezrag C, Ping J L, Qin S X, Ren H, Roberts C D, Shen G D, Shi C, Song Q T, Sun H, Wang E K, Wang F, Wang Q, Wang R, Wang R R, Wang T F, Wang W, Wang X Y, Wang X Y, Wu J J, Wu X G, Xia L, Xiao B W, Xiao G Q, Xie J J, Xie Y P, Xing H X, Xu H S, Xu N, Xu S H, Yan M S, Yan W B, Yan W C, Yan X H, Yang J C, Yang Y B, Yang Z, Yao D L, Ye Z H, Yin P L, Yuan C P, Zhan W L, Zhang J H, Zhang J L, Zhang P M, Zhang Y F, Chang C H, Zhang Z Y, Zhao H W, Zhao K T, Zhao Q, Zhao Y X, Zhao Z G, Zheng L, Zhou J, Zhou X, Zhou X R, Zou B S, Zou L P *2020 Nucl. Sci. Tech.* **43** 20001 (in Chinese) [曹须, 常雷, 畅宁波, 陈旭荣, 陈卓俊, 崔著钊, 戴凌云, 邓维天, 丁明慧, 龚畅, 桂龙成, 郭奉坤, 韩成栋, 何军, 黄虹霞, 黄银, Kaptari L P, 李德民, 李衡讷, 李民祥, 李学潜, 梁羽铁, 梁作堂, 刘国明, 刘杰, 刘柳明, 刘翔, 罗晓峰, 吕准, 马伯强, 马伏, 马建平, 马余刚, 冒立军, Mezrag C, 平加伦, 秦思学, 任航, Roberts C D, 申国栋, 史潮, 宋勤涛, 孙昊, 王恩科, 王凡, 王倩, 王荣, 王睿儒, 王涛峰, 王伟, 王晓玉, 王晓云, 吴佳俊, 吴兴刚, 肖博文, 肖国青, 谢聚军, 谢亚平, 邢宏喜, 徐瑚珊, 许怒, 徐书生, 鄢文标, 闫文成, 闫新虎, 杨建成, 杨一玻, 杨智, 姚德良, 尹佩林, 詹文龙, 张建辉, 张金龙, 张鹏鸣, 张肇西, 张振宇, 赵红卫, 赵光达, 赵强, 赵宇翔, 赵政国, 郑亮, 周剑, 周详, 周小蓉, 邹冰松, 邹丽平 *2020 核技术* **43** 20001]

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions*

Pu Shi^{1)†} Xiao Bo-Wen^{2)‡} Zhou Jian^{3)††} Zhou Ya-Jin^{3)‡‡}1) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)2) (*School of Science and Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen 518172, China*)3) (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation, Ministry of Education, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

(Received 15 January 2023; revised manuscript received 5 February 2023)

Abstract

We review the recent progress in the studies of coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions. The strong electromagnetic field created by a fast moving charged heavy ion can be effectively viewed as a flux of quasi-real coherent photons. In this paper, we mainly discuss two different type processes that coherent photons take part in: lepton pair production via photon fusion and diffractive vector meson production in UPCs. We focus on investigating the impact parameter dependent effect and the final state soft radiation effect. On the other hand, a series of recent work have revealed that coherent photons are highly linearly polarized with its polarization vector being parallel to its transverse momentum. It has been shown that the linearly polarized photons can lead to $\cos 4\phi$ azimuthal asymmetries in di-lepton production. This theoretical predication soon has been confirmed by the STAR measurement. With this new development from both theory and experiment sides, the linearly polarized photons provide a new experimental avenue to explore novel QCD phenomenology. For example, the linearly polarized photons can give rise to various different azimuthal asymmetries in diffractive vector meson production. These observables provide us unique chance to study two source interference effect in high energy scatterings, Coulomb-Nuclear interference effect as well as extracting gluon Wigner distribution. We will discuss these novel phenomenology studies and the possible future developments.

Keywords: relativistic heavy ion collisions, equivalent photon approximation, polarization effect, diffractive vector meson production

PACS: 25.75.-q, 25.20.-x, 21.10.Hw

DOI: 10.7498/aps.72.20230074

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12175118, 12075235, 12135011) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2020MA098).

† Corresponding author. E-mail: shipu@ustc.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xiaobowen@cuhk.edu.cn

†† Corresponding author. E-mail: jzhou@sdu.edu.cn

‡‡ Corresponding author. E-mail: zhouyj@sdu.edu.cn

高能重离子超边缘碰撞中极化光致反应

浦实 肖博文 周剑 周雅瑾

Coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions

Pu Shi Xiao Bo-Wen Zhou Jian Zhou Ya-Jin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072503 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230074

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230074>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

空间重离子入射磷化铟的位移损伤模拟

Simulation of displacement damage in indium phosphide induced by space heavy ions

物理学报. 2021, 70(17): 172401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210303>

基于重离子试验数据预测纳米加固静态随机存储器质子单粒子效应敏感性

Prediction of proton single event upset sensitivity based on heavy ion test data in nanometer hardened static random access memory

物理学报. 2020, 69(1): 018501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190878>

0.7BiFeO₃-0.3BaTiO₃陶瓷中极化翻转产生的巨电卡效应增加及Mn⁴⁺离子掺杂对其介电、铁电性能的影响

Giant electrocaloric effect enhancement due to the polarization flip and influence of Mn⁴⁺ doping on the dielectric, ferroelectric properties in 0.7BiFeO₃-0.3BaTiO₃ ceramics

物理学报. 2022, 71(14): 147701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220280>

高密度等离子体喷流高速对撞的二维辐射流体模拟研究

Two-dimensional radiation hydrodynamic simulations of high-speed head-on collisions between high-density plasma jets

物理学报. 2022, 71(22): 225202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220948>

夸克介子模型的相图和表面张力

Phase structure and surface tension in quark meson model

物理学报. 2019, 68(18): 181101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798>

纯红荧烯器件中极化子对的系间窜越与高能三重态激子的反向系间窜越过程“消失”的原因

Reasons for “disappearance” phenomenon of both intersystem crossing of polaron-pair states and reverse intersystem crossing of high-lying triplet excitons in pure Rubrene-based OLEDs

物理学报. 2022, 71(21): 217201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221060>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

引力形状因子的介质修正*

林树† 田家源

(中山大学物理与天文学院, 珠海 519082)

(2022年12月31日收到; 2023年2月21日收到修改稿)

将引力形状因子推广到了手征费米子的情形, 并由此给出了熟知的自旋-涡旋耦合. 计算了量子电动力学等离子体中引力形状因子的辐射修正. 发现形状因子中存在两个结构对费米子在涡旋场中的散射振幅有贡献, 其中之一来自于费米子的自能修正, 指向介质中自旋-涡旋耦合的压低; 另一结构来自于对引力子-费米子顶点的修正, 这一修正不能解释为势能, 而是对应初末态的跃迁矩阵元. 两个结构均对手征涡旋效应产生贡献. 辐射修正总的效果是对手征涡旋效应的增强. 本文的结果从形状因子的角度澄清了自旋-涡旋耦合以及手征涡旋效应的联系和区别. 另外, 讨论了上述结果在量子色动力学等离子体中的应用, 结果暗示辐射修正可能对重离子碰撞的自旋极化现象有一定效应.

关键词: 引力形状因子, 自旋-涡旋耦合, 辐射修正, 重离子碰撞

PACS: 12.38.Mh, 11.10.Wx

DOI: 10.7498/aps.72.20222473

1 引言

最近十几年的重离子碰撞实验发现末态粒子存在自旋极化现象^[1], 确认了非对心重离子碰撞的轨道角动量可以转化成末态粒子的自旋角动量的理论预言^[2,3]. 特别地, Λ 超子的自旋整体极化被基于自旋-涡旋耦合的热模型很好地描述^[4-6], 被认为是夸克胶子等离子体存在高速转动的证据, 参见综述文章^[7-11]. 然而基于同样的图像对 Λ 超子局域极化的预言^[12-14] 与实验结果几乎相差了一个符号^[15]. 这使得人们开始考虑涡旋以外的贡献. 最近的研究表明, 粒子自旋和所有的流体梯度都存在耦合, 并在不同的理论框架中得到确认^[16-18], 为解决这一疑难提供了新的思路. 不同研究组的唯象研究均指向了与实验结果一致的趋势, 然而定量上的符合尚没有定论^[19-23]. 最新的研究也表明, 除涡旋以外的流体梯度会导致粒子在动量空间分布的改变, 进而会在同一阶上给出对自旋极化的额外贡献^[24]. 而

文献^[25]也指出, 不同能动张量的选择可能导致对自旋极化的贡献不同.

本文将讨论对自旋极化的另一可能修正. 一般认为自旋-涡旋存在固定的形式: $\Delta H = -\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\omega}$, 其中 \mathbf{S} 和 $\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v}$ 分别表示自旋和涡旋. 这里的系数不因为相互作用而改变, 即不存在引力反常磁矩, 是爱因斯坦等效原理的一个具体体现^[26,27]. 但在介质中, 洛伦兹协变性被破坏, 等效原理不再成立. 早期的研究表明, 引力质量与惯性质量不再相等^[28,29], 并且反常引力磁矩也是被允许的, 即自旋-涡旋作用中的系数不再被保护. 文献^[30]的计算表明, 对于有质量的费米子, 反常引力磁矩为负, 即介质修正会压低自旋-涡旋的耦合. 有趣的是, 由于手征流来自于自旋极化的动量积分, 自旋-涡旋耦合与手征涡旋效应密切相关, 对于零质量的费米子, 文献^[31]的结果指向介质修正对手征涡旋效应的增强. 本文将计算费米子质量为零的极限下介质对自旋-涡旋的修正效应. 一方面, 这将帮助理解自旋-涡旋耦合和手征涡旋效应的内在联系; 另一方

* 国家自然科学基金 (批准号: 2075328, 1735007) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: linshu@mail.sysu.edu.cn

面,也将为自旋极化的唯象研究提供新的思路.

本文分为以下几部分:第2节将研究费米子在扰动度规场中的散射问题,并以此建立起引力形状因子和自旋-涡旋耦合的联系;第3节将计算引力形状因子的一圈辐射修正,特别地,在硬热圈近似下保留依赖于介质部分的修正.可以发现介质对散射振幅的修正来自于两个结构:其中一个为费米子的自能修正,指向介质对自旋-涡旋耦合的压低效应;另一个是对引力子-费米子的顶点修正.这一修正不能解释为势能,而是对应初末态的跃迁矩阵元.两个结构都对手征涡旋效应有贡献.这从形状因子的角度澄清了自旋-涡旋耦合和手征涡旋效应的联系与区别.本文的结果在引力子动量趋于零时存在红外发散.在考虑介质的屏蔽效应后得到了红外安全的结果,发现辐射修正指向对手征流的增强效应;第4节是本文的总结和展望.

2 引力形状因子和自旋-涡旋耦合

考虑费米子在背景度规场中的散射.费米子与背景度规场的相互作用顶点可由引力形状因子描述.对于有质量的费米子,引力形状因子可定义为^[32]

$$\begin{aligned} \langle P_2 | T^{\mu\nu}(Q) | P_1 \rangle \\ = \bar{u}(P_2) \left[A(Q^2) \frac{P^\mu P^\nu}{m} + B(Q^2) \frac{iP^{\{\mu} \sigma^{\nu\}\rho} Q_\rho}{m} \right. \\ \left. + D(Q^2) \frac{Q^\mu Q^\nu - g^{\mu\nu} Q^2}{4m} \right] u(P_1), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 P_1 和 P_2 分别为粒子入射和出射的动量(不失一般性,本文只讨论正粒子). $u(P_1)$ 和 $\bar{u}(P_2)$ 分别为入射和出射粒子对应的波函数.动量 P 和 Q 定义为 $P = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$, $Q = P_2 - P_1$.指标对称化运算 $\{\}$ 定义为 $a^{\{\mu} b^{\nu\}} = \frac{1}{2}(a^\mu b^\nu + a^\nu b^\mu)$. A , B , D 为三个形状因子,其中 A 和 B 描述了粒子的质量和自旋与度规的耦合, D 只存在于有内部结构的粒子.后面只讨论基本粒子,故可不考虑 D 项.由于零质量费米子缺少了质量标度,上述形状因子的定义不再适用,需要引入新的定义:

$$\begin{aligned} \langle P_2 | T^{\mu\nu}(Q) | P_1 \rangle = \bar{u}(P_2) \left[A(Q^2) \frac{P^\mu P^\nu}{P \cdot n} \right. \\ \left. \pm B(Q^2) \frac{-iP^{\{\mu} \epsilon^{\nu\}\lambda\sigma\rho} \gamma_\lambda n_\sigma Q_\rho}{P \cdot n} \right] u(P_1). \end{aligned} \quad (2)$$

在这个定义中, \pm 分别对应右旋和左旋的费米子. A 和 B 是形状因子,分别描述质量和自旋与度规

的耦合.引入一个类时的参考系矢量 n ,类似于手征动理论中的参考系矢量^[33,34].虽然两部分形状因子分别依赖于 n ,但求和以后对应的能-动张量不依赖于 n .在树图层次上, $T^{\mu\nu} = \frac{i}{2} \bar{\psi}(\gamma^{\{\mu} \partial^{\nu\}} - \gamma^{\{\mu} \overleftarrow{\partial}^{\nu\}})\psi$. A 和 B 可通过匹配(2)式两边确定.为明确起见,下面的讨论取右旋费米子.我们感兴趣的是 $Q \rightarrow 0$ 的极限,即度规场在时空中是缓变的.可以通过对 Q 的展开容易地定出形状因子.利用 $i\partial^\mu \rightarrow P_1^\mu$, $-i\overleftarrow{\partial}^\mu \rightarrow P_2^\mu$,可以得到在 $O(q^0)$

$$\bar{u}(P) \gamma^{\{\mu} P^{\nu\}} u(P) = \bar{u}(P) A \frac{P^\mu P^\nu}{P \cdot n} u(P). \quad (3)$$

取伽马矩阵的外尔表示,对于右旋费米子可做替换 $\gamma^\mu \rightarrow \sigma^\mu$,这自然地对应 $n^\mu = (1, 0, 0, 0)$.由(3)式可得 $A = 1$. B 的确定需要展开(2)式到 $O(q)$.这里采用下列显式的波函数来做展开:

$$\begin{aligned} \bar{u}(P_2) &= \frac{1}{\sqrt{2p_2}} (2p_2 \xi_2^\dagger, 0), \\ u(P_1) &= \frac{1}{\sqrt{2p_1}} (0, 2p_1 \xi_1)^T, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $p_{1,2}$ 为对应3-动量的模, $\xi_{1,2}$ 为 2×1 的矩阵.由(4)式可得下列关系式^[35]:

$$\begin{aligned} \bar{u}(P_2) u(P_1) &= \xi_2^\dagger \xi_1 (4p_1 p_2)^{1/2}, \\ \bar{u}(P_2) \sigma^i u(P_1) &= \xi_2^\dagger \xi_1 (4p_1 p_2)^{1/2} \\ &\times \frac{p_1 p_{2i} + p_{1i} p_2 - i \epsilon^{ijk} p_{2j} p_{1k}}{p_1 p_2 + \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

这里不对(2)式两边共有的 $\xi_2^\dagger \xi_1 (4p_1 p_2)^{1/2}$ 作展开.注意到 $p_1 p_2 + \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = 2p^2 + O(q^2)$, $p_1 p_{2i} + p_{1i} p_2 = 2pp_i + O(q^2)$, (2)式左边唯一的 $O(q)$ 的项来自于 $\epsilon^{ijk} p_{2j} p_{1k} = -\epsilon^{ijk} p_j p_k$.而(2)式右边的 $O(q)$ 项来自于系数 B .当取 $\mu = 0i$, $\mu\nu = ij$ 时,可以得出 $B = -1/2$.

下面证明 B 项能给出正确的自旋-涡旋耦合.考虑处于热平衡态的流体,并取参考系矢量 n^μ 与流体参考系矢量 u^μ 相同,即 $n^\mu = u^\mu = (1, 0, 0, 0)$.然后引入特定的度规场扰动 $h_{0i}(t, x) = v_i(t, x)$,这一扰动导致了等效的流体涡旋:

$$\omega^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} u_\nu \nabla_\rho u_\sigma \rightarrow \omega^i = -\frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \partial_j v_k + O(v^2). \quad (6)$$

通过选择合适的度规扰动,可以模拟任何流体中的涡旋.注意到能-动张量和度规场的耦合 $\frac{1}{2} T^{\mu\nu} h_{\mu\nu}$,右旋费米子在上述度规场中的散射振幅可表示为

$$i\mathcal{M} = i\bar{u}(P_2) \left[Ap_i - \frac{B}{2} i\epsilon^{ijk} \sigma^j q_k \right] u(P_1) h_{0i}(Q), \quad (7)$$

其中 A 项和 B 项分别对应动量和自旋与度规的耦合. A 项对应度规扰动引起的色散关系的变化 $p_0 \rightarrow p_0 + \delta p_0$, 满足

$$(P^\mu + \delta p_0 \delta^{\mu 0})(P^\nu + \delta p_0 \delta^{\nu 0})(g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) = 0 \rightarrow \delta p_0 = -p_i v_i. \quad (8)$$

另一方面, 注意到 (6) 式的傅里叶变换给出 $\tilde{\omega}^j = -\frac{i}{2} \epsilon^{ijk} q_k \tilde{v}_i$ (这里用带下划线的量表示动量空间的量), 并且 $S^i = \xi_2^\dagger \frac{\sigma^i}{2} \xi_1$ (在 $O(q)$ 可以忽略 ξ_2 和 ξ_1 的差别), 因此 B 项可以给出自旋与涡旋耦合的势能: $-\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\omega}$, 这是大家熟知的自旋-涡旋耦合的形式. 左旋费米子的情况与之类似, 会得到相同的结论.

对于有质量的费米子, 我们知道 $A(Q^2 = 0) = 1$, $B(Q^2 = 0) = 1/2$, 并且这一结果不会被辐射修正改变 [26,27], 即等效原理成立. 另一方面, 描述有质量费米子的自旋动理论框架能够连续地取到零质量的极限 [36–40]. 因此我们有理由相信, 同样的结论对零质量的费米子仍有效. 等效原理的成立依赖于洛伦兹不变性. 在介质中, 洛伦兹不变性将被破坏, 因此我们预期费米子与介质的相互作用将改变引力形状因子的上述结果. 下一节将研究介质中引力形状因子的辐射修正.

3 引力形状因子的介质修正

要考虑引力形状因子在有限温度介质中的推广, 则面临一个概念上的问题: 介质中的耗散效应会让定义形状因子采用的散射图像不再有效. 在真空中散射振幅可以由 LSZ 约化公式等价地由外动量在壳极限下的关联函数表示. 而关联函数在介质中仍是良好定义的. 因此本文以关联函数作为形状因子在介质中定义的推广. 引力形状因子的修正最终可以归结为费米子和引力子的顶点修正, 即截肢了的三点关联函数. 另一个额外的复杂之处在于, 真空中只需采用编时的三点关联函数, 而有限温度介质中需要指定恰当的算符排序. 这里采用有限温度场论的实时形式, 并选取 ra 基底. 以度规场为例, ra 基底下的场和 Schwinger-Keldysh 回路上的场关系如下: $h_{\mu\nu,r} = \frac{1}{2}(h_{\mu\nu,1} + h_{\mu\nu,2})$, $h_{\mu\nu,a} = h_{\mu\nu,1} - h_{\mu\nu,2}$, 这里 r 场和 a 场分别代表背景场和涨落场. 取外线

的算符为 $\bar{\psi}_r(P_1)$, $\psi_a(P_2)$ 和 $h_{\mu\nu,r}(Q)$, 并记相应截肢关联函数为 $\delta\Gamma^{\mu\nu}$. 选取 $h_{\mu\nu,r}$ 保证了度规场可以作为背景场, 而费米子算符的取法并不唯一. 采用上述取法可以把 $\delta\Gamma^{\mu\nu} h_{\mu\nu}$ 理解为背景度规场中费米子获得的超前自能 (advanced self-energy).

下面以量子电动力学等离子体介质为例计算 $\delta\Gamma^{\mu\nu}$. 在介质中, $\delta\Gamma^{\mu\nu}$ 不仅包含实部还包含虚部. 实部可以被解释成势能, 虚部对应的是介质的耗散效应. 由于我们关心的自旋-涡旋耦合属于势能, 因此在计算中只保留实部. 以下内容将分为 4 部分阐述: 第 3.1 小节将列举主要的计算步骤, 并展示结果的结构; 第 3.2 小节将展示潜在的共线发散及其抵消; 第 3.3 小节将做相空间积分并将结果转化成形状因子; 第 3.4 小节将基于形状因子的结果讨论介质对自旋-涡旋耦合的修正, 并澄清它和手征涡旋效应的联系和区别. 另外还将讨论结果中的红外发散及其在介质中的正规化.

3.1 形状因子的结构

首先画出一圈层次上对 $\delta\Gamma^{\mu\nu}$ 有贡献的三类图, 其中图 1—图 3 分别涉及费米子-光子-引力子顶点、费米子-引力子顶点和光子-引力子顶点. 但没有包含费米子自能修正的图, 这部分贡献会在最后单独处理. 为简化计算, 考虑费米子动量远小于介质温度: $P_{1,2} \ll T$, 并取硬热圈近似, 即在结果中只保留随温度增长最快的贡献. 虽然上述运动学限制条件不具有一般性, 但这使得我们能够清晰地展示介质对自旋-涡旋耦合的修正效应. 我们需要下列 ra 基底之下的传播子 [41]:

$$\begin{aligned} S_{ra}(P) &= \frac{i\not{P}}{P^2 + i\epsilon \operatorname{sgn}(p_0)}, \\ S_{ar}(P) &= \frac{i\not{P}}{P^2 - i\epsilon \operatorname{sgn}(p_0)}, \\ S_{rr}(P) &= \not{P} 2\pi\epsilon(p_0) \left(\frac{1}{2} - \tilde{f}(p_0) \right) \delta(P^2), \\ D_{ra}^{\mu\nu}(Q) &= \frac{-ig^{\mu\nu}}{Q^2 + i\epsilon \operatorname{sgn}(q_0)}, \\ D_{ar}^{\mu\nu}(Q) &= \frac{-ig^{\mu\nu}}{Q^2 - i\epsilon \operatorname{sgn}(q_0)}, \\ D_{rr}^{\mu\nu}(Q) &= -2\pi\epsilon(q_0) \left(\frac{1}{2} + f(q_0) \right) g^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (9)$$

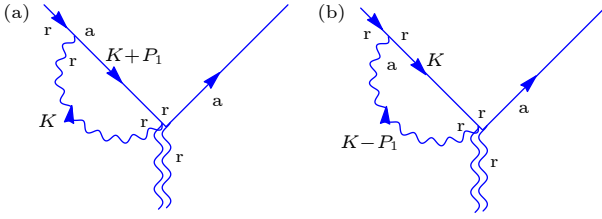


图 1 包含引力子-光子-费米子顶点的辐射修正图, 箭头方向表示动量方向. 类似的两幅光子传播子连接到另一外线的图未画出

Fig. 1. Radiative correction diagrams containing graviton-photon-fermion vertex, with arrows indicating direction of momenta. Two similar diagrams with photon propagator connecting to the other external leg not shown.

图 1—图 3 中涉及引力子的顶点有:

$$\begin{aligned} \frac{\delta T^{\mu\nu}}{\delta\bar{\psi}(K_1)\delta\psi(K_2)} &= \frac{\gamma^{\{\mu}(K_1 - K_2)^{\nu\}}}{2}, \\ \frac{\delta T^{\mu\nu}}{\delta\bar{\psi}(K_1)\delta\psi(K_2)\delta A_\rho(Q)} &= -e\gamma^{\{\mu}g^{\nu\}\rho}, \\ \frac{\delta T^{\mu\nu}}{\delta A_\rho(K_1)\delta A_\sigma(K_2)} &= \left[K_1^\mu K_2^\nu g_{\rho\sigma} \right. \\ &\quad \left. - K_1^\mu K_{2\rho}\delta_\sigma^\nu - K_{1\sigma}K_2^\nu\delta_\rho^\mu + K_1 \cdot K_2\delta_\rho^\mu\delta_\sigma^\nu \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(K_1 \cdot K_2g_{\rho\sigma} - K_{1\sigma}K_{2\rho}) + (\mu \leftrightarrow \nu) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

这里的场动量对应流入顶点的动量. 取费米子所带电荷为 $-e$. 注意此处没有指定场在 ra 基底之下的指标, (10) 式中的顶点适用于所有只含一个 a 指标

的顶点. 例如, (10) 式中的第一个顶点适用于下列情况: $h_{\mu\nu}^r\bar{\psi}^a\psi^r$, $h_{\mu\nu}^r\bar{\psi}^r\psi^a$, $h_{\mu\nu}^a\bar{\psi}^r\psi^r$.

先考虑图 1 的贡献, 图 1(a) 的贡献可写为

$$\begin{aligned} &\int_K (-e\gamma^{\{\mu}g^{\nu\}\rho}) \frac{i(K + P_1)}{(K + P_1)^2} (-ie\gamma^\sigma) 2\pi\delta(K^2) f(k_0) \\ &\approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left(2K^{\{\mu}\gamma^{\nu\}} - K g^{\mu\nu} \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} f(k_0), \quad (11) \end{aligned}$$

其中在分子中用了硬热圈近似 $K + P_1 \approx K$, 并利用了壳条件 $P_1^2 = 0$ 化简了分母. 注意在分母中省略了 $i\epsilon$, 此处并不影响结果. 原因是 $i\epsilon$ 只在分母趋于零时起作用. 而在下一小节将看到, 这一分母给出的共线发散被完全抵消了. 图 1(b) 的贡献可类似地写出. 唯一的区别是分布函数的替换 $f(k_0) \rightarrow \tilde{f}(k_0)$ ^①. 除了图 1 中画出的两张费曼图外, 光子传播子也可以连接到动量为 P_2 的外线. 对应的贡献可在上述贡献中由替换 $P_1 \rightarrow P_2$ 得到. 综合上述贡献可以得到:

$$\begin{aligned} &e^2 \int_K \left(2K^{\{\mu}\gamma^{\nu\}} - K g^{\mu\nu} \right) 2\pi\delta(K^2) \\ &\times \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right). \quad (12) \end{aligned}$$

注意到 (12) 式的 $\delta(K^2)$ 表明, 积分来自于 $k_0 = \pm k$ 两部分贡献. 利用变量替换 $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ 容易证明, 这

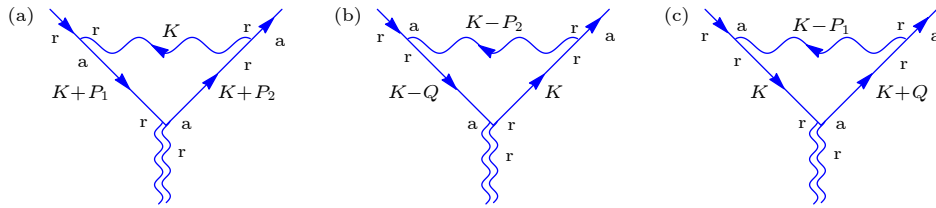


图 2 包含引力子-费米子顶点的辐射修正图, 箭头方向表示动量方向

Fig. 2. Radiative correction diagrams containing graviton-fermion vertex, with arrows indicating direction of momenta.

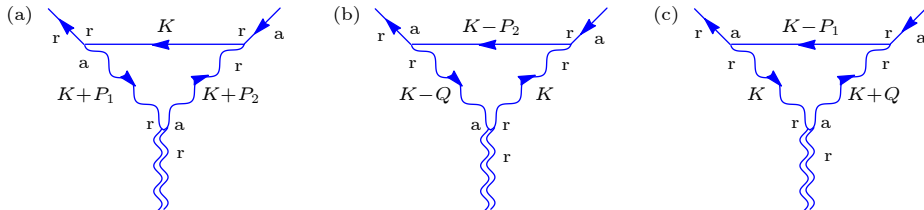


图 3 包含引力子-光子顶点的辐射修正图, 箭头方向表示动量方向

Fig. 3. Radiative correction diagrams containing graviton-photon vertex, with arrows indicating direction of momenta.

① 来自于传播子的分布函数给出如下替换: $f(k_0) \rightarrow -\tilde{f}(k_0)$. 此处的负号被 $\frac{1}{(K - P_1)^2} = -\frac{1}{2K \cdot P_1}$ 中的负号抵消.

两部分贡献完全相同. 因此在后面的具体计算时只需要考虑两倍的 $k_0 = k$ 的贡献. 简单的数幂次可以看出硬热圈给出的贡献为 $\int_K \delta(K^2) \sim O(K^2)$.

接下来考虑图 2 的贡献. 图 2(a) 对应圈内光子在壳的情况, 图 2(b) 和图 2(c) 分别对应圈内的其中一个费米子在壳的情况. 为方便计算, 选择让

在壳粒子携带动量为 K . 简单的数幂次我们发现领头阶的贡献为 $\int_K \delta(K^2) K \sim O(K^3)$. 由于领头阶是 K 的奇函数, 利用前面提到的变量替换 $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ 不难发现, $k_0 = \pm k$ 在领头阶的贡献完全相消. 因此必须考虑次领头阶的贡献. 分别保留三张图的次领头阶的贡献, 图 2(a) 的贡献为

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma^\rho) \frac{i(\not{K} + \not{P}_2)}{(K + P_2)^2} \gamma^{\{\mu} (K + P)^{\nu\}} \frac{i(\not{K} + \not{P}_1)}{(K + P_1)^2} (-ie\gamma^\sigma) (-g_{\rho\sigma}) 2\pi\delta(K^2) f(k_0) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) (2\not{P}_1 \gamma^{\{\mu} \not{K} K^{\nu\}} + 2\not{K} \gamma^{\{\mu} \not{P}_2 K^{\nu\}} + 2\not{K} \gamma^{\{\mu} \not{K} P^{\nu\}}) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} f(k_0). \end{aligned} \quad (13)$$

利用下列等式:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho = \gamma^\mu g^{\nu\rho} - \gamma^\nu g^{\mu\rho} + \gamma^\rho g^{\mu\nu} - i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \gamma^5 \gamma_\sigma, \quad (14)$$

可以将 (13) 式化简成

$$e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) (8P^{\{\mu} K^{\nu\}} \not{K} - 4K \cdot P \gamma^{\{\mu} K^{\nu\}} - 2i\epsilon^{\alpha\beta\lambda\{\mu} \gamma^5 \gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta K^{\nu\}}) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} f(k_0). \quad (15)$$

图 2(b) 的贡献为

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma^\rho) \not{K} \gamma^{\{\mu} \left(K - \frac{Q}{2}\right)^{\nu\}} \frac{i(\not{K} - \not{Q})}{(K - Q)^2} (-ie\gamma^\sigma) \frac{-ig_{\rho\sigma}}{(K - P_2)^2} 2\pi\delta(K^2) (-\tilde{f}(k_0)) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \tilde{f}(k_0) \left[(4Q^{\{\mu} K^{\nu\}} \not{K} - 2\gamma^{\{\mu} K^{\nu\}} K \cdot Q + 2i\epsilon^{\alpha\beta\lambda\{\mu} \gamma^5 \gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta K^{\nu\}}) \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{1}{2K \cdot Q} \right. \\ & \quad \left. - 4K^\mu K^\nu \not{K} \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

其中方括号中的两项分别来自于对分母 $-2K \cdot Q + Q^2$ 展开的领头和次领头项. 图 2(c) 的贡献类似可得:

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma^\rho) \frac{i(\not{K} + \not{Q})}{(K + Q)^2} \gamma^{\{\mu} \left(K + \frac{Q}{2}\right)^{\nu\}} \not{K} (-ie\gamma^\sigma) \frac{-ig_{\rho\sigma}}{(K - P_1)^2} 2\pi\delta(K^2) (-\tilde{f}(k_0)) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \tilde{f}(k_0) \left[(4Q^{\{\mu} K^{\nu\}} \not{K} - 2\gamma^{\{\mu} K^{\nu\}} K \cdot Q - 2i\epsilon^{\alpha\beta\lambda\{\mu} \gamma^5 \gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta K^{\nu\}}) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot Q} \right. \\ & \quad \left. - 4K^\mu K^\nu \not{K} \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

(15)–(17) 式求和可得:

$$\begin{aligned} & e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left[(8P^{\{\mu} K^{\nu\}} \not{K} - 4K \cdot P \gamma^{\{\mu} K^{\nu\}} - 2i\epsilon^{\alpha\beta\lambda\{\mu} \gamma^5 \gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta K^{\nu\}}) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} f(k_0) \right. \\ & \quad + (4Q^{\{\mu} K^{\nu\}} \not{K} - 2\gamma^{\{\mu} K^{\nu\}} K \cdot Q) \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} \tilde{f}(k_0) \\ & \quad \left. - 2i\epsilon^{\alpha\beta\lambda\{\mu} \gamma^5 \gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta K^{\nu\}} \left(\frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \tilde{f}(k_0) - 4K^\mu K^\nu \not{K} \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \tilde{f}(k_0) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式中出现的狄拉克结构并不完全独立. 下面推导它们之间的关系. 由运动方程可知, 下列因子出现在形状因子中时恒为零 $(\not{K} \gamma^\mu \not{P}_1 + \not{P}_2 \gamma^\mu \not{K}) = 0$. 因此可以写出下面的等式:

$$\frac{1}{2} [(\not{P}_1 \gamma^\mu \not{K} + \not{K} \gamma^\mu \not{P}_2) + (\not{K} \gamma^\mu \not{P}_1 + \not{P}_2 \gamma^\mu \not{K})] = \frac{1}{2} [(\not{P}_1 \gamma^\mu \not{K} + \not{K} \gamma^\mu \not{P}_2) - (\not{K} \gamma^\mu \not{P}_1 + \not{P}_2 \gamma^\mu \not{K})]. \quad (19)$$

利用 (14) 式可得:

$$-2K \cdot P\gamma^\mu + 2K P^\mu = i\epsilon^{\mu\alpha\beta\lambda}\gamma^5\gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta. \quad (20)$$

两边同乘以 K^ν 并对称化指标可以得到:

$$-2K \cdot P\gamma^{\{\mu}K^{\nu\}} + 2K P^{\{\mu}K^{\nu\}} = iK^{\{\nu}\epsilon^{\mu\}\alpha\beta\lambda}\gamma^5\gamma_\lambda K_\alpha Q_\beta. \quad (21)$$

利用 (21) 式, 可将 (18) 式进一步化简为

$$\begin{aligned} & e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left\{ \left[-2\gamma^{\{\mu}K^{\nu\}} \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) + 4P^{\{\mu}K^{\nu\}} K \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} \right] (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) \right. \\ & + \left[4Q^{\{\mu}K^{\nu\}} K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} + 8P^{\{\mu}K^{\nu\}} K \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} \right. \\ & \left. \left. - 4K^\mu K^\nu K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \right] \tilde{f}(k_0) \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

最后看图 3 的贡献. 类似于图 2 的分析可得, 来自于 $k_0 = \pm k$ 的贡献在领头阶同样完全抵消, 需要保留到次领头阶. 图 3(a) 的贡献为

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma_\beta)(-K)(-ie\gamma_\alpha) \frac{-ig^{\alpha\rho}}{(K+P_2)^2} \frac{-ig^{\beta\sigma}}{(K+P_1)^2} V_{\rho\sigma}^{\mu\nu}(k_1 \rightarrow K+P_1, k_2 \rightarrow -(K+P_2)) 2\pi\delta(K^2)(-\tilde{f}(k_0)) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left[8K^{\{\mu}P^{\nu\}} K - 4iK^{\{\mu}\epsilon^{\nu\}\alpha\beta\lambda}K_\alpha Q_\beta - 8P \cdot K K^{\{\mu}\gamma^{\nu\}} \right] \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} \tilde{f}(k_0) = 0. \quad (23) \end{aligned}$$

此处用 $V_{\rho\sigma}^{\mu\nu}(k_1, k_2)$ 表示 (10) 式中的光子-引力子顶点. 在最后一步用到了 (21) 式. 图 3(b) 的贡献为

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma_\beta) \frac{-i(K-P_2)}{(K-P_2)^2} (-ie\gamma_\alpha) \frac{-ig^{\alpha\rho}}{(K-Q)^2} (-g^{\beta\sigma}) V_{\rho\sigma}^{\mu\nu}(k_1 \rightarrow K-Q, k_2 \rightarrow -K) 2\pi\delta(K^2) f(k_0) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) f(k_0) \left\{ -4 \left(-K^{\{\mu}P_2^{\nu\}} K - K^{\{\nu}\gamma^{\mu\}} K \cdot P_2 + \frac{1}{2}g^{\mu\nu} K \cdot P_2 K \right) \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{1}{2K \cdot Q} \right. \\ & \left. - 4K^\mu K^\nu K \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} - 2 \left(-Q^{\{\mu}K^{\nu\}} K + iK^{\{\nu}\epsilon^{\mu\}\alpha\beta\lambda}\gamma^5\gamma_\lambda Q_\alpha K_\beta + K^{\{\nu}\gamma^{\mu\}} K \cdot Q \right) \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{1}{2K \cdot Q} \right\} \\ & = e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left[\left(8K^{\{\mu}P^{\nu\}} K + 4K^{\{\mu}Q^{\nu\}} K - 2g^{\mu\nu} K \cdot P_2 K \right) \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{1}{2K \cdot Q} f(k_0) \right. \\ & \left. - 4K^\mu K^\nu K \frac{1}{2K \cdot P_2} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} f(k_0) \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

图 3(c) 的贡献类似可得:

$$\begin{aligned} & \int_K (-ie\gamma_\beta) \frac{-i(K-P_1)}{(K-P_1)^2} (-ie\gamma_\alpha) (-g^{\alpha\rho}) \frac{-ig^{\beta\sigma}}{(K+Q)^2} V_{\rho\sigma}^{\mu\nu}(k_1 \rightarrow K, k_2 \rightarrow -(K+Q)) 2\pi\delta(K^2) f(k_0) \\ & \approx e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left\{ \left(-8K^{\{\mu}P^{\nu\}} K + 4K^{\{\mu}Q^{\nu\}} K + 2g^{\mu\nu} K \cdot P_1 K \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot Q} f(k_0) \right. \\ & \left. - 4K^\mu K^\nu K \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} f(k_0) \right\}. \quad (25) \end{aligned}$$

(23)–(25) 式求和可得:

$$\begin{aligned} & e^2 \int_K 2\pi\delta(K^2) \left\{ -8K^{\{\mu}P^{\nu\}} K \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot P_2} + 4K^{\{\mu}Q^{\nu\}} K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} \right. \\ & \left. - 4K^\mu K^\nu K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \right\} f(k_0). \quad (26) \end{aligned}$$

3.2 共线发散的抵消

由于 K , P_1 和 P_2 均为类光动量, 3.1 小节得到的被积函数中的因子 $\frac{1}{2K \cdot P_1}$ 和 $\frac{1}{2K \cdot P_2}$ 均会导致发散. 以前者为例, 取 \vec{k} 和 \vec{p}_1 的夹角为 θ , 则 θ 的积分可写为

$$\int_{-1}^1 d\cos\theta \frac{1}{2K \cdot P_1} = \int_{-1}^1 d\cos\theta \frac{1}{2kp_1(1-\cos\theta)}. \quad (27)$$

当 $\cos\theta \rightarrow 1$ 时, (27) 式出现对数发散. 这一发散发生在 K 和 P_1 趋于平行时, 我们称之为共线发散. 如果保留 (27) 式中舍弃的 $i\epsilon$, 得到的结果将变为 $\ln\epsilon$,

仍无法处理这一发散. 考虑到介质中光子和费米子均会获得热质量, 热质量的存在能够有效地截断贡献发散. 事实上, 这里并不需要引入热质量. 我们将证明, 所有的共线发散最后完全抵消, 并不会对引力形状因子产生贡献.

首先, 注意到 3.1 小节出现了如下的狄拉克结构: $K^{\{\mu\gamma\nu\}}$, $Kg^{\mu\nu}$, $KK^{\{\mu P\nu\}}$, $KK^{\{\mu P\nu\}}$ 和 $KK^\mu K^\nu$. 其中第一个结构在 (12) 式和 (22) 式求和后完全抵消, 后四个结构均包含 K . 由于共线发散发生时 K 与 $P_{1,2}$ 平行, 而此时 $K \propto P_{1,2}$. 由运动方程可知后者对形状因子不产生贡献.

下面将剩余的项按狄拉克结构归类化简为:

$$\begin{aligned} \text{I: } & \int_K 2\pi\delta(K^2)(-Kg^{\mu\nu}) \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)), \\ \text{II: } & \int_K 2\pi\delta(K^2)4P^{\{\mu K\nu\}} K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} - \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)), \\ \text{III: } & \int_K 2\pi\delta(K^2)4Q^{\{\mu K\nu\}} K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)), \\ \text{IV: } & \int_K 2\pi\delta(K^2)(-4K^\mu K^\nu) K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)). \end{aligned} \quad (28)$$

有趣的是上述结果有一个共同的因子 $f(k_0) + \tilde{f}(k_0)$. 同样的因子也贡献到费米子的热质量.

3.3 形状因子的介质修正

本小节将对相空间做积分并得到形状因子的表达式. 由于我们感兴趣的是自旋和静态涡旋的耦合, 进一步要求 $q_0 = 0$, 即在介质参考系费米子与引力子不交换能量, 只改变动量方向. 在这种情况下, 在介质参考系对各个动量的空间分量作如下的参数化:

$$\mathbf{p}_1 = \left(0, -\frac{q}{2}, p\right), \quad \mathbf{p}_2 = \left(0, \frac{q}{2}, p\right), \quad \mathbf{q} = (0, q, 0), \quad \mathbf{k} = k(\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta). \quad (29)$$

注意当 $q_0 = 0$ 时, 有 $P \cdot Q = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = 0$. 因此不失一般性, 可以让 p 和 q 分别指向 z 和 y 方向. 下面分别计算 (28) 式中的 I—IV. 首先化简 I 的被积函数:

$$\text{I: } (-Kg^{\mu\nu}) \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} + \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) = -\gamma_\lambda g^{\mu\nu} \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) + (P_1 \rightarrow P_2), \quad (30)$$

这里 $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$ 是介质的参考系矢量. 在第二行减去了正比于 P_1 的贡献, 这一项对形状因子不产生贡献, 但能有效地去除共线发散. 注意到 $u_\lambda \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) = 0$, 因此 λ 只能取空间指标. 根据对动量的参数化和转动对称性, λ 只能取 z 和 y . 又由运动方程 $P_{1,2} = 0$, 两者相减得 $Q = 0$. 注意到 $Q = (0, 0, q, 0)$, 由此可得 $\lambda = y$ 也不贡献到形状因子. 当 $\lambda = z$ 时, (30) 式的积分可计算如下:

$$\begin{aligned} & \int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) \\ &= a \int d\cos\theta d\varphi \left[\cos\theta - \frac{p}{(p^2 + q^2/4)^{1/2}} \right] \left\{ \frac{1}{2[(p^2 + q^2/4)^{1/2} - p\cos\theta]} \right\} = -4\pi a \frac{1}{2p}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $a = e^2 \int \frac{kdk}{(2\pi)^3} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0))$. 在结果中只保留了 $q \rightarrow 0$ 极限下的主导项. 类似地, 可以得到来自于 $(P_1 \rightarrow P_2)$ 的结果与上面的结果完全相同. 综合两部分结果, 可以将结果写成协变的形式:

$$I = 4\pi a \gamma \cdot \hat{p} g^{\mu\nu} \frac{1}{p}. \quad (32)$$

接下来考虑 II. 类似于 I 的处理方法, 先将 II 的被积函数写成

$$\begin{aligned} & 4P^{\{\mu K\nu\}} K \left(\frac{1}{2K \cdot P_1} - \frac{1}{2K \cdot P_2} \right) \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) \\ &= 4\gamma_\lambda \left[\left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(P^{\{\mu K\nu\}} - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P^{\{\mu P_1\nu\}} \right) + \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P^{\{\mu P_1\nu\}} \right] \\ & \times \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) - (P_1 \rightarrow P_2) \end{aligned} \quad (33)$$

式中, 方括号中的第一项和第二项分别是 K 的张量和矢量. 第一项的指标 $\lambda\nu$ 只能取空间分量. 根据转动对称性, $\lambda\nu$ 可被分解到如下的张量结构: δ_{ij} , $\hat{p}_i \hat{p}_j$, $\hat{q}_i \hat{q}_j$ 以及 $(\hat{p}_i \hat{q}_j + \hat{q}_i \hat{p}_j)$. 由于前述的原因, $\hat{q}_i \hat{q}_j$ 不贡献到形状因子. 为方便后面的计算, 定义 $\hat{l}_i = \epsilon^{ijk} \hat{q}_j \hat{p}_k$, 并采用 $\hat{l}_i \hat{l}_j$ 来替换 δ_{ij} . 这使得我们有简单的对应关系: $\hat{l}_i \hat{l}_j = xx$, $\hat{p}_i \hat{p}_j = zz$, $(\hat{p}_i \hat{q}_j + \hat{q}_i \hat{p}_j) = yz$. 下面列出 (33) 式的第一项涉及到的积分^①:

$$\int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(K^\nu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) = \begin{cases} 4\pi a \frac{\ln \frac{2p}{q}}{8p^2}, & \lambda\nu = xx \\ 4\pi a \frac{1}{8p^2}, & \lambda\nu = zz \\ 4\pi a \frac{1}{pq}, & \lambda\nu = zy \end{cases} \quad (34)$$

同样只保留了 $q \rightarrow 0$ 时的主导项. 第二项的计算与 I 类似, 可以确定 $\lambda = z$, 而在 $q \rightarrow 0$ 的极限保留主导项意味着 $\nu = 0$ 或 z , 两种情况有如下的相同结果:

$$\int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(\frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{1}{2K \cdot Q} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) = 4\pi a \frac{-\ln \frac{2p}{q}}{8p^2}. \quad (35)$$

另一部分贡献 $-(P_1 \rightarrow P_2)$ 对于 $\lambda\nu = xx$ 和 $\lambda\nu = zz$ 给出相同的贡献, 而对于 $\lambda\nu = yz$ 给出相反的贡献. 综合上述, 可以得到

$$\text{II} = 4\pi a \left(\gamma \cdot \hat{l} P^{\{\mu \hat{l}\nu\}} \frac{\ln \frac{2p}{q}}{p^2} + \gamma \cdot \hat{p} P^{\{\mu \hat{p}\nu\}} \frac{1}{p^2} - \gamma \cdot \hat{p} P^\mu P^\nu \frac{\ln \frac{2p}{q}}{p^3} \right). \quad (36)$$

III 不需要额外的计算, 利用 (34) 式中的现成的结果并注意到此时 $(P_1 \rightarrow P_2)$ 给出相同的贡献, 可以得到

$$\text{III} = 4\pi a \left[2 \left(\gamma \cdot \hat{p} \hat{q}^\mu \hat{q}^\nu + \gamma \cdot \hat{q} \hat{q}^{\{\mu \hat{p}\nu\}} \right) \frac{1}{p} \right]. \quad (37)$$

IV 的计算略为复杂, 仿照前面的做法将被积函数改写成

^① 注意被积函数包含 $\frac{1}{2K \cdot Q} = \frac{1}{-2kq \sin \theta \sin \varphi}$, 表面上看这一因子在 $\varphi \rightarrow 0$ 时存在不可积的发散, 但这一发散在对 φ 和 $\varphi + \pi$ 的贡献求和后消去.

$$\begin{aligned}
 & -4K^\mu K^\nu K^\lambda \left(\frac{1}{2K \cdot P_2} + \frac{1}{2K \cdot P_1} \right) \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) \\
 = & -4\gamma_\lambda \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \left(K^\nu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) \\
 & -4\gamma_\lambda \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left[\left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu + (\mu \rightarrow \nu) \right] \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) \\
 & -4\gamma_\lambda \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) + (P_1 \rightarrow P_2). \quad (38)
 \end{aligned}$$

类似于前面的分析, 三阶张量指标可取为 $\lambda\mu\nu = zzz, zxx, yxx, zyy, zzy$, 二阶张量指标可取为 $\lambda\mu = zz, xx, zy$, 而矢量的指标取为 $\lambda = z$. 剩余的指标在 $q \rightarrow 0$ 的极限下只能取 0 或 z . (38) 式的每一项都含有 $\frac{1}{(2K \cdot Q)^2} = \frac{1}{4k^2 q^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi}$. 此时, 发现 φ 的积分存在发散, 必须保留 $i\epsilon$ 以正规化这一发散. 正规化的结果既包含实部又包含虚部. 虚部描述的是介质的耗散效应. 我们关心的自旋-涡旋耦合势来自于实部. 因此本文只讨论实部的结果. 计算细节在附录中详述, 这里列出主要结果, (38) 式右侧第一项涉及到下列积分:

$$\begin{aligned}
 & \int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \left(K^\nu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \right) \\
 & \times \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) = \begin{cases} -4\pi a \frac{1}{4p}, & \lambda\mu\nu = zzz, \\ -4\pi a \frac{1}{8p}, & \lambda\mu\nu = zxx, \\ 4\pi a \frac{1}{8p}, & \lambda\mu\nu = zyy, \end{cases} \quad (39)
 \end{aligned}$$

其余结构在 $q \rightarrow 0$ 的极限下均被压低. (38) 式右侧第二项涉及到下列积分 (只保留未被压低的指标取法):

$$\begin{aligned}
 & \int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left[\left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu + (\mu \rightarrow \nu) \right] \\
 & \times \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) = \begin{cases} 4\pi a \frac{1}{4p}, & \lambda\mu\nu = zzz, \\ 4\pi a \frac{\ln(2p/q)}{8p}, & \lambda\mu\nu = xxz, \end{cases} \quad (40)
 \end{aligned}$$

$\nu = 0$ 结果与 (40) 式相同. (38) 式右侧第三项只涉及下列积分:

$$\int_K 2\pi\delta(K^2) \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) = -4\pi a \frac{1}{8p}, \quad \lambda\mu\nu = zzz. \quad (41)$$

$\mu\nu = 0z$ 和 00 的结果与上面相同. IV 的结果可写成下列协变的形式:

$$\begin{aligned}
 \text{IV} = & 4\pi a \left[\left(\gamma \cdot \hat{p} \hat{l}^\mu \hat{l}^\nu + 2\gamma \cdot \hat{l} \hat{l}^{\{\mu} \hat{p}^{\nu\}} \right) \frac{1}{p} - \left(\gamma \cdot \hat{p} \hat{q}^\mu \hat{q}^\nu + 2\gamma \cdot \hat{q} \hat{p}^{\{\mu} \hat{q}^{\nu\}} \right) \frac{1}{p} - 2\gamma \cdot \hat{p} \hat{p}^{\{\mu} u^{\nu\}} \right. \\
 & \left. - 2\gamma \cdot \hat{l} \hat{l}^{\{\mu} P^{\nu\}} \frac{\ln(2p/q)}{p^2} + \gamma \cdot \hat{p} P^\mu P^\nu \frac{1}{p^3} \right]. \quad (42)
 \end{aligned}$$

最后, 对 (32) 式、(36) 式、(37) 式和 (42) 式求和并注意到 $4\pi a = e^2 T^2 / 8 = m_f^2$ 可得:

$$\delta\Gamma^{\mu\nu} = m_f^2 \left[-\gamma \cdot \hat{p} P^\mu P^\nu \frac{\ln(2p/q)}{p^3} - \gamma \cdot \hat{l} P^{\{\mu} \hat{l}^{\nu\}} \frac{\ln(2p/q)}{p^2} + \gamma \cdot \hat{p} \left(2u^\mu u^\nu + u^{\{\mu} \hat{p}^{\nu\}} + \hat{p}^\mu \hat{p}^\nu \right) \frac{1}{p} + 2\gamma \cdot \hat{l} \hat{l}^{\{\mu} \hat{p}^{\nu\}} \right]. \quad (43)$$

尚需考虑费米子的自能修正 (图 4). 类似于真空的情况, 自能图的效应在于改变费米子的在壳条件, 并引入场强重整化因子. 在介质中, 自能重求和后的费米子的传播子变为^[42]

$$S^{\text{ra}}(P) = \frac{i}{2} \Delta_+(P)(\gamma^0 - \gamma \cdot \hat{p}) + \frac{i}{2} \Delta_-(P)(\gamma^0 + \gamma \cdot \hat{p}), \quad (44)$$

其中

$$\Delta_{\pm}(P) = \left(p_0 \mp p - \frac{m_f^2}{2p} \left[\left(1 \mp \frac{p_0}{p} \right) \ln \frac{p_0 + p}{p_0 - p} \pm 2 \right] \right)^{-1},$$

这里 Δ_+ 的极点对应介质修正后的费米子能量, 而 Δ_- 对应的模式是介质特有的衍生模式. 由于我们关心的是介质对真空费米子自旋-涡旋耦合的修正, 因此只考虑 Δ_+ . 这里的自能修正形式上和真空的情况一样, 完全来自于场强重整化因子

$$\delta\Gamma^{\mu\nu} = \delta Z_+ \gamma^{\{\mu} P^{\nu\}}. \quad (45)$$

在 $p \gg m_f$ 的极限下, 场强重整化因子有简单的表达式^[42]:

$$\delta Z_+ = \frac{m_f^2}{2p^2} \left(1 - \ln \frac{2p^2}{m_f^2} \right). \quad (46)$$

注意此时仍有 $p \ll T$. (43) 式与 (45) 式之和是本文得到的引力形状因子的介质修正.

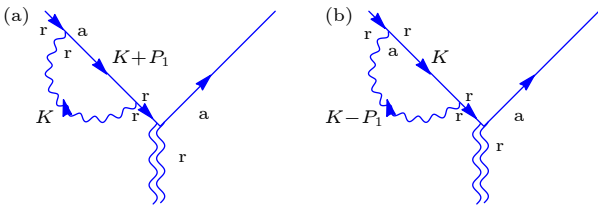


图 4 费米子外线的辐射修正图, 箭头方向表示动量方向. 类似的两幅另一条外线的修正图未画出.

Fig. 4. Diagrams for radiative correction to external fermion leg, with arrows indicating direction of momenta. Similar diagrams for correction to the other external leg not shown.

3.4 结果与讨论

下面对引力形状因子的结果加以讨论. 考虑 (43) 式和 (45) 式对自旋-涡旋耦合的修正. 为讨论方便, 按照 3.3 小节的做法, 让 \mathbf{p} 和 \mathbf{q} 分别指向 z 和 y . 对于零质量的费米子, 自旋方向近似指向 z 方向, 此时需要引入 $0x$ 分量的度规扰动以产生

z 方向的涡旋. 可能的自旋-涡旋耦合来自于相互作用顶点 $h_{\mu\nu}\delta\Gamma^{\mu\nu}$, 只有 $\delta\Gamma^{\mu\nu}$ 中的 $0x$ 分量能产生非零贡献. 先考虑 (45) 式的贡献. (45) 式与真空的引力形状因子仅差一个常数因子 δZ_+ . 由 (2) 式的右边第二项可得它对散射振幅的贡献为

$$i\mathcal{M} = i\bar{u}(P_2) \frac{\sigma^3}{2} q \frac{\tilde{v}}{2} u(P_1) \delta Z_+ \approx 2p \frac{i\tilde{\omega}}{2} \frac{m_f^2}{2p^2} \left(1 - \ln \frac{2p^2}{m_f^2} \right). \quad (47)$$

其中 $\tilde{\omega} = -\frac{i}{2} q\tilde{v}$. 前因子 $2p$ 来自于相对论旋量的归一化. 另一方面, (43) 式的第二项对散射振幅的贡献如下:

$$i\mathcal{M} = i\bar{u}(P_2)(-\sigma^1)u(P_1) \frac{\tilde{v}}{2} m_f^2 \frac{-\ln(2p/q)}{p} \approx 2p \frac{i\tilde{\omega}}{2} \frac{m_f^2}{p^2} \ln \frac{2p}{q}, \quad (48)$$

这里用到了 (5) 式. 需要指出的是, 虽然 (47) 式和 (48) 式给出了相似的贡献, 但它们的物理解释不同. 先将散射振幅的表示展开到度规扰动的一阶:

$i\mathcal{M} \sim \langle P_2 | -i \int dt H | P_1 \rangle$, 其中 $H \sim \bar{\psi} \delta\Gamma^{\mu\nu} \psi h_{\mu\nu}$. 注意到在计算 $\delta\Gamma^{\mu\nu}$ 时取了 $q_0 = 0$ 的限制, 应用到散射问题实际上要求取不含时的 $h_{\mu\nu}$, 只有这样 $\int dt$ 才能给出 $\delta(q_0)$ 因子, 而剩下的部分是能量算符的跃迁矩阵元. 下面说明只有 (47) 式对应势能: 在 (47) 式中, 忽略了初末态的区别, 于是 $\bar{u}(P_2) \frac{\sigma^3}{2} u(P_1)$ 可看成是同一个态的自旋. 由于涡旋场同样不含时, (47) 式自然可以解释成势能, 即介质对自旋-涡旋耦合的修正. 而 (48) 式中的 q 来自于 $\bar{u}(P_2) \sigma^1 u(P_1)$. 此时忽略初末态的区别将得到零结果, 因此 (48) 式不能被理解为同一个态的能量, 而是初末态之间的跃迁矩阵元. 事实上 $\langle P_2 | \delta\Gamma^{\mu\nu} | P_1 \rangle$ 的各分量均可一般地理解为能动张量密度算符在初末态之间的跃迁矩阵元. 只有特定分量的跃迁矩阵元具有简单的势能解释.

虽然两者的物理解释不同, 但均能对手征涡旋效应产生贡献. 下面简要说如下: $\delta\Gamma^{\mu\nu}$ 是包含引力子-费米子顶点修正和费米子自能修正在内的有效的顶点修正. 它可以给出如下形式的手征流的辐射修正:

$$J_5^p \sim \int_P \text{tr} [\gamma^5 \gamma^\rho \not{P}_1 \delta \Gamma^{\mu\nu} \not{P}_2] \frac{h_{\mu\nu}}{2}. \quad (49)$$

按照上述动量和度规扰动的取法, 容易得到 (45) 式和 (43) 式均能导致 z 方向的手征流:

$$\begin{aligned} & \text{tr} [\gamma^5 \gamma^3 \not{P}_1 \gamma^{\{\mu} P^{\nu\}} \not{P}_2] h_{\mu\nu} \\ &= \text{tr} [\gamma^5 \gamma^3 \not{P}_1 (-\gamma \cdot \hat{l} P^{\{\mu} \hat{l}^{\nu\}}) \not{P}_2] h_{\mu\nu} \\ &\propto ip^2 qv \sim p^2 \omega. \end{aligned} \quad (50)$$

最后, 再分析 (43) 式中的对数项在 $q \rightarrow 0$ 时的红外发散. 这一发散只在 II 和 IV 中出现. 如果进一步只考虑与涡旋存在耦合的红外发散项, 即 $\mu\nu = 0x$ 的项. 它唯一地来自于 IV, 并可以被锁定到 (40) 式中 $\lambda_{\mu\nu} = xxz$ 的情况. 这种情况在附录中单独作了讨论, 并可最终归结为 (69) 式的积分. 在 $q \rightarrow 0$ 的极限下, 可以发现被积函数在 $\cos \theta \rightarrow 1$ 存在不可积的共线发散^①. $q \neq 0$ 将这一不可积的发散转化成对数发散. 这一对数发散可被介质的屏蔽效应截断: 在介质中费米子和光子将获得热质量使得相应的动量不再是类光的, 足以截断共线发散. 当 q 远小于热质量时, 不难想象热质量将代替 q 成为红外截断. 基于这一预期, 可以推断 (47) 式和 (48) 式的结果会部分地抵消. 下面具体地考虑介质的屏蔽效应.

先写下给出对数发散的项 IV:

$$\begin{aligned} & -4K^\mu K^\nu \not{K} \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} (f(k_0) + \tilde{f}(k_0)) \\ &+ (P_1 \rightarrow P_2). \end{aligned} \quad (51)$$

可以看到介质的屏蔽效应将使结果在 $q \rightarrow 0$ 的极限是红外安全的, 因此下面的讨论中用 P 代替 P_1 和 P_2 . 在 (51) 式中, 分布函数 $\tilde{f}(k_0)$ 和 $f(k_0)$ 分别来自于图 2 和图 3. 导致红外发散的因子 $1/(2K \cdot P)$ 在图 2 和图 3 中分别来自于费米子传播子和光子传播子. 考虑介质的屏蔽效应需要将其相应地替换成重求和的传播子. 重求和的费米子传播子已在 (44) 式中给出. 我们需要的是 $P \rightarrow L = K - P$ 的情况. 考虑到 $K \gg P$, 可对 Δ_\pm 作展开得到:

$$\Delta_+ \approx \left(-p + p \cdot \hat{k} - \frac{m_f^2}{k} \right)^{-1}, \quad \Delta_- \approx (2k)^{-1}. \quad (52)$$

注意到 $\Delta_- \ll \Delta_+$, 因此可以只保留 Δ_+ 分量, 并用 $\hat{l} \approx \hat{k}$ 将传播子近似为

$$\begin{aligned} S^{\text{ra}} &\approx \frac{i}{2(-p + p \cdot \hat{k} - m_f^2/k)} (\gamma^0 - \gamma \cdot \hat{k}) \\ &= \frac{i \not{K}}{-2(K \cdot P + m_f^2)}. \end{aligned} \quad (53)$$

这相当于对来自于费米子传播子的共线因子做了如下的替换:

$$\frac{1}{2K \cdot P} \rightarrow \frac{1}{2K \cdot P + m_f^2}. \quad (54)$$

对于共线因子来自于光子传播子的情况, 选取库仑规范下的重求和的光子传播子^[42]:

$$D_{\mu\nu}^{\text{ra}}(L) = \frac{i}{L^2 - \Pi_T^R} P_{\mu\nu}^\Gamma(L) + \frac{i}{l^2 - \Pi_L^R} u_\mu u_\nu, \quad (55)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_T^R &= m_\gamma^2 \frac{l_0}{l} \left[\left(1 - \frac{l_0^2}{l^2} \right) Q_0 \left(\frac{l_0}{l} \right) + \frac{l_0}{l} \right], \\ \Pi_L^R &= -\frac{l^2}{L^2} 2(m_\gamma^2 - \Pi_T^R). \end{aligned} \quad (56)$$

注意到 $L = K - P$ 并且 $K \gg P$, 容易发现纵向的传播子分量可忽略, 剩下的横向分量可近似成

$$D_{\mu\nu}^{\text{ra}} \approx \frac{i}{-2K \cdot P - m_\gamma^2} P_{\mu\nu}^\Gamma(K), \quad (57)$$

这里除了共线因子的替换

$$\frac{1}{2K \cdot P} \rightarrow \frac{1}{2K \cdot P + m_\gamma^2} \quad (58)$$

外, 还伴随着极化张量的变化 $g_{\mu\nu} \rightarrow -P_{\mu\nu}^\Gamma$. 事实上利用横向投影算符 $P_{\mu\nu}^\Gamma(K)$ 的性质很容易证明, 极化张量的变化并不改变最终的狄拉克结构. 因此, 介质屏蔽效应带来的改变仅仅是 (54) 式和 (58) 式中的替换, 其中 P 可以是 P_1 或 P_2 .

上述替换可以通过在 (69) 式中令 $a = (p^2 + q^2/4)^{1/2} - p \cos \theta + m^2/k$ 来实现. 取决于对应传播子的类型, m^2 可取为 m_f^2 或 m_γ^2 . 当 $q \ll m^2/k \sim e^2 T$ 时, 作如下近似 $a \approx p - p \cos \theta + m^2/k$. 此时可以忽略 (69) 式中的 b 以得到下列结果:

$$\begin{aligned} & \int d\cos \theta \sin^2 \theta \frac{-2\pi}{ac^2} \\ &= -\frac{2\pi \ln(1 + 2pk/m^2)}{pq^2} \approx -\frac{2\pi \ln(2pk/m^2)}{pq^2}. \end{aligned} \quad (59)$$

热质量正规化的效果等价于在 (43) 式中对 $-\gamma \cdot \hat{l} P^{\{\mu} \hat{l}^{\nu\}} (1/p^2)$ 的系数作如下的替换:

^① 事实上这一共线发散和前面讨论中被抵消的共线发散略有区别, 此时 K 与 $P_{1,2}$ 共线和 $K \cdot Q \rightarrow 0$ 同时发生.

$$\begin{aligned}
 & 4\pi e^2 \int \frac{kdk}{(2\pi)^2} \ln \frac{2p}{q} \left(\tilde{f}(k_0) + f(k_0) \right) \\
 & \rightarrow 2\pi e^2 \int \frac{kdk}{(2\pi)^2} \left(\ln \frac{2pk}{m_\gamma^2} \tilde{f}(k_0) + \ln \frac{2pk}{m_f^2} f(k_0) \right), \\
 & \Rightarrow m_f^2 \ln \frac{2p}{q} \rightarrow \frac{m_f^2}{2} \left[\frac{1}{3} \ln \frac{2p}{m_\gamma^2} + \frac{2}{3} \ln \frac{2p}{m_f^2} + 1 \right. \\
 & \quad \left. - 12 \ln A + \frac{1}{3} \ln(16\pi^3 T^3) \right], \tag{60}
 \end{aligned}$$

其中 $A \approx 1.282$ 为 Glaisher 常数.

在前面的分析中可以看到, 虽然狄拉克结构 $-\gamma \cdot \hat{P}^{\{\mu\nu\}}$ 不能被解释成对自旋-涡旋耦合的修正, 但它仍对手征涡旋效应产生贡献. 特别地, (50) 式中的等号表明, 它对手征流的贡献与狄拉克结构 $\gamma^{\{\mu P\nu\}}$ 等同. 因此可以对两个结构的系数直接求和:

$$\begin{aligned}
 & \frac{m_f^2}{2p^2} \left(1 - \ln \frac{2p^2}{m_f^2} \right) + \frac{m_f^2}{2p^2} \left(\frac{1}{3} \ln \frac{2p}{m_\gamma^2} + \frac{2}{3} \ln \frac{2p}{m_f^2} \right) \\
 & + 1 - 12 \ln A + \frac{1}{3} \ln(16\pi^3 T^3) \\
 & = \frac{m_f^2}{p^2} \left[1 - 6 \ln A + \frac{1}{6} \ln(16\pi^3) \right] \\
 & + \frac{m_f^2}{2p^2} \ln \frac{T}{p} + \frac{m_f^2}{6p^2} \ln \frac{m_f^2}{m_\gamma^2}. \tag{61}
 \end{aligned}$$

我们指出上述结果的两个有趣的性质: 1) 费米子和光子的热质量以比值的形式在对数中出现. 引用具体结果 $m_f^2 = \frac{1}{8}e^2 T^2$, $m_\gamma^2 = \frac{1}{6}e^2 T^2$, 可以发现结果中不存在 $\ln e^{-1}$ 形式的对数增强; 2) 由于 $p \ll T$, 上述结果中占主导的是第二项并且是正的贡献. 事实上, (61) 式中的三项分别独立地取正值. 这些性质定性地与文献 [31] 的结果相符. 虽然由于计算中采用了运动学限制 $p \ll T$, 在这里给出的对手征流的贡献并不是主要的, 但上述结果与文献 [31] 的符合暗示了我们得到的形状因子的结果或定性地反映了 $p \sim T$ 的费米子与引力子散射的性质.

4 总结和展望

本文研究了有限温度介质对引力形状因子的修正效应. 首先将真空中的引力形状因子的定义推广到零质量费米子的情形. 通过引入合适的度规扰动来模拟流体的涡旋, 发现引力形状因子可以描述

熟知的自旋-涡旋耦合. 根据等效性原理, 真空中的辐射修正不能改变自旋-涡旋耦合的强度.

基于洛伦兹不变性的等效性原理在介质中不再成立. 以量子电动力学等离子体介质为例, 进一步研究了引力形状的介质修正, 并以此讨论介质对自旋-涡旋耦合的可能修正. 在硬热圈近似下, 得到只有两个结构对费米子在涡旋场中的散射有贡献, 其中之一来自于费米子的自能修正, 它可以被解释为介质对自旋-涡旋耦合的修正效应. 本文的结果指向介质中自旋-涡旋耦合的压低; 另一贡献来自于对引力子-费米子的顶点修正, 它不能被解释为势能, 而是对应初末态之间的跃迁矩阵元. 这一贡献在引力子动量趋于零时存在红外发散. 通过引入介质的屏蔽效应得到了红外安全的结果. 本文的分析表明, 上述两个结构均对手征涡旋效应有贡献. 当综合两部分贡献时, 发现总的效果是辐射修正导致了手征流的增强, 与已知的结果定性地符合.

考虑到本文涉及到的图和量子色动力学等离子体有一一对应关系, 因此我们认为上述结论对于后者仍成立. 对于局域热平衡态的自旋极化效应, 只有第一个结构对应的自旋-涡旋耦合起作用. 因此只需考虑来自于费米子自能的贡献. 唯一需要改变的是热质量的表达式, 此时有 $m_f^2 = \frac{1}{8}g^2 T^2 C_F$, 其中 $C_F = 4/3$. 考虑在重离子碰撞现象学上的应用, 进一步取 $\alpha_s = 0.3$, $T = 350 \text{ MeV}$ 以及 $p = 1 \text{ GeV}$. 注意此时硬热圈近似不适用, 但考虑到这一压低完全来自于费米子的场强重整化因子, 介质对自旋-涡旋耦合的压低效应或具有一定的普遍性, 基于 (45) 式将得到自旋-涡旋耦合存在 9% 左右的压低. 这一结果表明目前尚未被考虑的辐射修正可能会在重离子碰撞的自旋极化现象中有不可忽略的效应.

本文得到的引力形状因子的介质修正可以被用来研究自旋和所有流体梯度的耦合. 本文只考虑了自旋与流体涡旋的耦合, 并只保留了形状因子的实部. 由于自旋与涡旋的耦合具有简单的势能形式, 实部足够描述它们之间的相互作用. 而自旋与其他形式的流体梯度, 例如剪切的耦合可能会导致自旋的耗散. 这里的耗散效应可以由引力形状因子中的虚部来描述. 自旋的耗散也是重离子碰撞中的自旋极化现象不可缺少因素.

本文讨论的是费米子的引力形状因子, 类似的

讨论也适用于费米子的电磁形状因子. 一个有趣的问题是手征极限下, 自旋-磁场耦合如何被介质修正? 这将对费米子在磁场中的热力学^[43,44]和手征磁效应(最新的综述参见文献^[45])均产生影响. 另一个可能的拓展是讨论非相对论性的 Weyl 费米子, 相应的电磁形状因子可被用于研究非相对论的手征动力学理论中的辐射修正^[46].

最后本文讨论形状因子的方法也可以被推广到矢量介子等复合粒子. 最新的实验研究发现矢量介子也存在自旋排列现象^[47], 相关讨论参见文献^[10,11,48]. 矢量介子的引力形状因子可为描述矢量介子的自旋与流体梯度的耦合提供一种新的方法, 我们将在后续的工作中作进一步研究.

感谢侯德富教授富有启发性的讨论.

附录 IV 中积分的正规化

我们需要计算如下类型的积分:

$$\begin{aligned}
 & \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \\
 & \times \left(K^\nu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu \right) \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) \\
 & \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left[\left(K^\mu - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\mu \right) \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\nu + (\mu \leftrightarrow \nu) \right] \\
 & \times \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right) \\
 & \left(K^\lambda - \frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} P_1^\lambda \right) \left(\frac{K \cdot u}{P_1 \cdot u} \right)^2 P_1^\mu P_1^\nu \frac{1}{2K \cdot P_1} \frac{Q^2}{(2K \cdot Q)^2} \\
 & \times \left(f(k_0) + \tilde{f}(k_0) \right), \tag{A1}
 \end{aligned}$$

这里来自于分母 $(2K \cdot Q)^2$ 的发散看起来是不可避免的. 为解决这一问题, 需要恢复 $i\epsilon$. 注意到上述分母来自对传播子 $D_{\text{na}}(K - Q)$ 和 $D_{\text{ar}}(K + Q)$ 的展开. 因此在展开式中可以作如下的替换: $-2K \cdot Q \rightarrow -2K \cdot Q - i\text{sgn}(k_0)\epsilon$, $2K \cdot Q \rightarrow 2K \cdot Q + i\text{sgn}(k_0)\epsilon$. 考虑到此时 $k_0 = \pm k$ 给出相同的贡献这一结论仍然成立, 取 $k_0 = k$ 并将上述分母替换成 $(2K \cdot Q + i\epsilon)^2$. 为简化标记, 定义

$$a = \left(p^2 + \frac{q^2}{4} \right)^{1/2} - p \cos \theta, \quad b = \frac{q}{2} \sin \theta, \quad c = \frac{q}{2} \sin \theta. \tag{A2}$$

(62) 式的第一项指标可取为 $\lambda\mu\nu = zzz, zxx, yxy, zyy, zzy$; 第二项指标可取为 $\lambda\mu = zz, xx, zy$; 第三项指标可取为 $\lambda = z$. 在 $q \rightarrow 0$ 的极限下, 剩余指标只能取 0 或 z . 下面以第一项中指标 $\lambda\mu\nu = zzz$ 的情况为例展示角度积分的计算, 对应积分的角度依赖部分可写为

$$\begin{aligned}
 & \int d \cos \theta d \varphi \left(\cos \theta - \frac{p}{(p^2 + q^2/4)^{1/2}} \right)^3 \\
 & \times \frac{1}{4(a + b \sin \varphi)(c \sin \varphi + i\epsilon)^2}, \tag{A3}
 \end{aligned}$$

φ 的积分可先积出得到:

$$\begin{aligned}
 & \int d \cos \theta \left(\cos \theta - \frac{p}{(p^2 + q^2/4)^{1/2}} \right)^3 \\
 & \times \frac{2\pi \left(\frac{b^2}{a^2 - b^2} - \frac{\epsilon a c^2}{(c^2 + \epsilon^2)^{3/2}} + \frac{i b c (c^2 + 2\epsilon^2)}{(c^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \right)}{4(ac - i\epsilon b)^2}. \tag{A4}
 \end{aligned}$$

取 $\epsilon \rightarrow 0$ 的极限, 此时 (65) 式的分母简化为 $(ac - i\epsilon b)^2 \rightarrow (ac)^2$. 由于我们关心的是对应实部的自旋-涡旋耦合势, 因此在分子中舍弃最后的纯虚数项. 第二项表面上看在 $\epsilon \rightarrow 0$ 趋于零, 其实不然. 因为 $c = \frac{q}{2} \sin \theta$, 在 $\sin \theta \sim \epsilon$ 的积分区间可以产生有限的贡献, 所以需要保留. 分别对第一项和第二项作 $d \cos \theta$ 的积分:

$$\begin{aligned}
 & \int d \cos \theta \left[\cos \theta - \frac{p}{(p^2 + q^2/4)^{1/2}} \right]^3 \frac{2\pi \left(\frac{b^2}{a^2 - b^2} \right)}{4(ac)^2} \approx -\frac{\pi}{p^3}, \\
 & \int d \cos \theta \left[\cos \theta - \frac{p}{(p^2 + q^2/4)^{1/2}} \right]^3 \frac{2\pi \left(-\frac{\epsilon a c^2}{(c^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \right)}{4(ac)^2} \approx \frac{8\pi}{pq^2}, \tag{A5}
 \end{aligned}$$

其中在第二项的结果中取了 $\epsilon \rightarrow 0$ 的极限. \approx 表示在结果中只保留了 $q \rightarrow 0$ 的极限下占主导的贡献. 相比两项的结果可以看出, 第一项的贡献在 $q \rightarrow 0$ 的极限下可被忽略.

为后边方便处理红外发散, 单独讨论第二项指标取 $\lambda\mu = xx$ 的情况. 这时相应的积分可写为

$$\int d \cos \theta d \varphi \frac{\cos^2 \varphi \sin^2 \theta}{4(a + b \sin \varphi)(c \sin \varphi + i\epsilon)^2}. \tag{A6}$$

φ 的积分给出

$$\int d \cos \theta \sin^2 \theta \frac{2\pi \left(i b c + a \epsilon - \sqrt{(a^2 - b^2)(c^2 + \epsilon^2)} \right)}{(ac - i\epsilon b)^2 \sqrt{c^2 + \epsilon^2}}. \tag{A7}$$

仍然取分母 $(ac - i\epsilon b)^2 \rightarrow (ac)^2$. 在分子中的第一项是纯虚数, 第二项的被积函数仅当 $\sin \theta \sim \epsilon$ 时是有限的, 但相应的积分区间 $d \cos \theta \sim \epsilon$, 因此在 $\epsilon \rightarrow 0$ 的极限下趋于零. 只剩下第三项:

$$\int d \cos \theta \sin^2 \theta \frac{-2\pi \sqrt{a^2 - b^2}}{4(ac)^2} \approx -\frac{4\pi \ln \frac{2p}{q}}{pq^2}. \tag{A8}$$

其他项的情况可类似得到, 在此不再赘述.

参考文献

- [1] Adamczyk L, et al. 2017 *Nature* **548** 82
- [2] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301

- [erratum: 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 039901]
- [3] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [4] Gao J H, Chen S W, Deng W T, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2008 *Phys. Rev. C* **77** 044902
- [5] Huang X G, Huovinen P, Wang X N 2011 *Phys. Rev. C* **84** 054910
- [6] Jiang Y, Lin Z W, Liao J 2016 *Phys. Rev. C* **94** 044910 [erratum: 2017 *Phys. Rev. C* **95** 049904]
- [7] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 90
- [8] Liu Y C, Huang X G 2020 *Nucl. Sci. Tech.* **31** 56
- [9] Becattini F, Lisa M A 2020 *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **70** 395
- [10] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈震宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [11] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [12] Becattini F, Karpenko I 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 012302
- [13] Wei D X, Deng W T, Huang X G 2019 *Phys. Rev. C* **99** 014905
- [14] Fu B, Xu K, Huang X G, Song H 2021 *Phys. Rev. C* **103** 024903
- [15] Adam J, et al. 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 132301
- [16] Liu S Y F, Yin Y 2021 *JHEP* **07** 188
- [17] Becattini F, Buzzegoli M, Palermo A 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136519
- [18] Hidaka Y, Pu S, Yang D L 2018 *Phys. Rev. D* **97** 016004
- [19] Fu B, Liu S Y F, Pang L, Song H, Yin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 142301
- [20] Becattini F, Buzzegoli M, Inghirami G, Karpenko I, Palermo A 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 272302
- [21] Yi C, Pu S, Yang D L 2021 *Phys. Rev. C* **104** 064901
- [22] Fu B, Pang L, Song H, Yin Y 2022 arXiv: 2201.12970 [hep-ph]
- [23] Wu X Y, Yi C, Qin G Y, Pu S 2022 *Phys. Rev. C* **105** 064909
- [24] Lin S, Wang Z 2022 *JHEP* **12** 030
- [25] Liu Y C, Huang X G 2022 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **65** 272011
- [26] Kobzarev I Y, Okun L B 1962 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **43** 1904
- [27] Pagels H 1966 *Phys. Rev.* **144** 1250
- [28] Donoghue J F, Holstein B R, Robinett R W 1984 *Phys. Rev. D* **30** 2561
- [29] Donoghue J F, Holstein B R, Robinett R W 1985 *Gen. Rel. Grav.* **17** 207
- [30] Buzzegoli M, Kharzeev D E 2021 *Phys. Rev. D* **103** 116005
- [31] Hou D F, Liu H, Ren H C 2012 *Phys. Rev. D* **86** 121703
- [32] Polyakov M V, Schweitzer P 2018 *Int. J. Mod. Phys. A* **33** 1830025
- [33] Chen J Y, Son D T, Stephanov M A, Yee H U, Yin Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 182302
- [34] Hidaka Y, Pu S, Yang D L 2017 *Phys. Rev. D* **95** 091901
- [35] Dong L, Lin S 2022 *Eur. Phys. J. A* **58** 176
- [36] Hattori K, Hidaka Y, Yang D L 2019 *Phys. Rev. D* **100** 096011
- [37] Weickgenannt N, Sheng X L, Speranza E, Wang Q, Rischke D H 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056018
- [38] Gao J H, Liang Z T 2019 *Phys. Rev. D* **100** 056021
- [39] Liu Y C, Mameda K, Huang X G 2020 *Chin. Phys. C* **44** 094101 [erratum: 2021 *Chin. Phys. C* **45** 089001]
- [40] Guo X 2020 *Chin. Phys. C* **44** 104106
- [41] Chou K C, Su Z B, Hao B I, Yu L 1985 *Phys. Rep.* **118** 1
- [42] Bellac M L 2011 *Thermal Field Theory* (Cambridge: Cambridge University Press) pp118–140
- [43] Zhang C, Fang R H, Gao J H, Hou D F 2020 *Phys. Rev. D* **102** 056004
- [44] Fang R H, Dong R D, Hou D F, Sun B D 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 091201
- [45] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [赵新丽, 马国亮, 马余刚 2023 物理学报 Accepted]
- [46] Gao L L, Huang X G 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 021101
- [47] Abdallah M S, et al. 2023 *Nature* **614** 7947
- [48] Wang X N 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 15

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Medium correction to gravitational form factors^{*}

Lin Shu[†] Tian Jia-Yuan

(*School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University, Zhuhai 519082, China*)

(Received 31 December 2022; revised manuscript received 21 February 2023)

Abstract

We generalize the gravitational form factor for chiral fermion in vacuum, which reproduces the well-known spin-vorticity coupling. We also calculate radiative correction to the gravitational form factors in quantum electrodynamics plasma. We find two structures in the form factors contributing to the scattering amplitude of fermion in vorticity field, one is from the fermion self-energy correction, pointing to suppression of spin-vorticity coupling in medium; the other structure comes from graviton-fermion vertex correction, which does not adopt potential interpretation, but corresponds to transition matrix element between initial and final states. Both structures contribute to chiral vortical effect. The net effect is that radiative correction enhances the chiral vortical effect. Our results clarify the relation and difference between spin-vorticity coupling and chiral vortical effect from the perspective of form factors. We also discuss the application of the results in QCD plasma, indicating radiative correction might have an appreciable effect in spin polarization effect in heavy ion collisions.

Keywords: gravitational form factor, spin-vorticity coupling, radiative correction, heavy ion collisions

PACS: 12.38.Mh, 11.10.Wx

DOI: [10.7498/aps.72.20222473](https://doi.org/10.7498/aps.72.20222473)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 2075328, 1735007).

[†] Corresponding author. E-mail: linshu8@mail.sysu.edu.cn



引力形状因子的介质修正

林树 田家源

Medium correction to gravitational form factors

Lin Shu Tian Jia-Yuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 071201 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222473

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222473>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非规则形状介质内辐射-导热耦合传热的间断有限元求解

Discontinuous finite element solutions for coupled radiation-conduction heat transfer in irregular media

物理学报. 2020, 69(3): 034401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191185>

线性引力论的引力磁分量及其磁效应

The gravitational magnetic component and its magnetic effects in linearized theory of gravity

物理学报. 2020, 69(13): 130401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191673>

克尔度规引力场对费米子的量子散射

Quantum scattering of fermion by gravitational field with Kerr metric

物理学报. 2022, 71(21): 210401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220876>

万有引力常数G精确测量实验进展

Progress on the precision measurement of the Newtonian gravitational constant G

物理学报. 2018, 67(16): 160603 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181381>

非对易施瓦西黑洞的热力学及其量子修正

Thermodynamics and its quantum correction of non-commutative Schwarichild black hole

物理学报. 2019, 68(20): 200401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191054>

自旋-轨道耦合系统的电子涡旋

Electron vortices in spin-orbit coupling system

物理学报. 2022, 71(21): 210301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220751>

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应 • 封面文章

RHIC 能区 Au+Au 碰撞中带电粒子直接流与超子整体极化的计算与分析*

江泽方¹⁾²⁾ 吴祥宇²⁾ 余华清¹⁾ 曹杉杉^{3)†} 张本威²⁾

1) (湖北工程学院物理与电子信息工程学院, 孝感 432000)

2) (华中师范大学物理学院, 粒子物理研究所, 夸克与轻子物理教育部重点实验室, 武汉 430079)

3) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 青岛 266237)

(2022 年 12 月 15 日收到; 2023 年 1 月 17 日收到修改稿)

非对心的相对论重离子碰撞中, 不参与碰撞的核子会对参与碰撞的核子产生纵向拖拽, 形成一个相对于纵向倾斜的夸克胶子等离子体 (QGP) 火球. 同时, 对撞的原子核可将巨大的轨道角动量沉积于 QGP 中, 使其中的部分子沿系统总角动量方向发生自旋极化. 在光学 Glauber 模型基础上, 本文构建了倾斜的三维 QGP 初态条件, 并结合 3+1 维黏滞流体学模型 CLVisc, 研究了重离子碰撞的末态带电粒子的直接流和 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ 超子的整体极化. 计算表明, 倾斜的初态条件与流体学模型的结合能够较好地描述 RHIC-STAR 实验上观测到的直接流与超子整体自旋极化的数据. 这为人们利用这些观测量进一步约束重离子碰撞产生的核物质的初始几何与运动学状态提供了理论依据.

关键词: 相对论重离子碰撞, 夸克胶子等离子体, 直接流, $\Lambda/\bar{\Lambda}$ 超子整体自旋极化**PACS:** 25.75.-q, 25.75.Ld, 24.70.+s, 24.10.Nz**DOI:** 10.7498/aps.72.20222391

1 引言

两个接近光速运动的原子核进行对撞时, 可产生一种高温高密度的强相互作用物质——夸克胶子等离子体 (quark-gluon plasma, QGP)^[1,2]. 对撞的原子核中, 参与碰撞的核子 (参与子) 将其能量沉积于中心快度区附近形成 QGP, 而未参与碰撞的核子 (旁观子) 迅速飞离碰撞区域. 非对心碰撞时, 由于旁观子对参与子沿纵向 ($\pm\hat{z}$) 的拖拽作用, QGP 火球会在碰撞平面 (xz 平面) 上产生一个逆时针的旋转 (如图 1 所示). 这种相对于碰撞参数方向 (\hat{x}) 的非对称几何结构将通过 QGP 的演化

最终导致末态强子的动量沿 $\pm\hat{x}$ 方向的不对称分布, 即非零直接流 (v_1)^[3-9]. 同时, 两个非对心碰撞的原子核携带有巨大的轨道角动量. 虽然大部分的角动量被旁观子带走, 然而仍然有一部分沉积于碰撞区域内, 因而形成 QGP 内的涡旋结构. 由于轨道角动量与部分子自旋的相互作用, 这一涡旋效应将进一步导致 QGP 中夸克的极化, 并最终体现于末态强子的极化^[10].

相对论重离子碰撞中的整体自旋极化效应最早由梁作堂和王新年提出^[11,12], 该工作利用静态势模型计算了非对心碰撞中部分子沿整体轨道角动量方向 ($-\hat{y}$) 的极化率. 随后, 涌现出大量理论和实验工作对这一强相互作用系统中的自旋-涡旋

* 国家自然科学基金 (批准号: 11935007, 12175122, 2021-867)、广东省基础与应用基础研究重大专项 (批准号: 2020B0301030008)、湖北省自然科学基金 (批准号: 2021CFB272)、湖北省教育厅中青年人才项目 (批准号: Q20212703) 和教育部分子物理重点实验室开放基金 (批准号: QLPL202104) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shanshan.cao@sdu.edu.cn

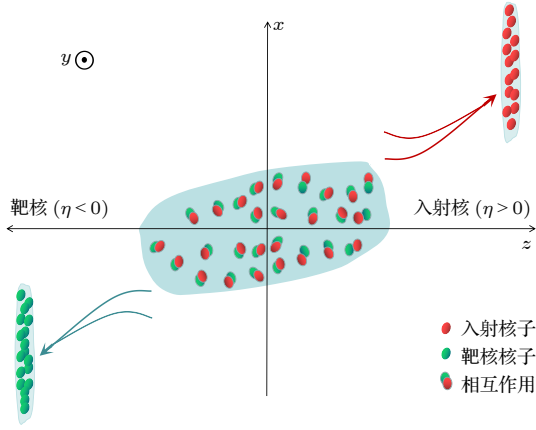


图 1 相对论重离子碰撞中核-核非对心碰撞示意图, 碰撞后介质沿纵向 ($\pm z$) 方向不对称. QGP 火球在碰撞平面 (xz 平面) 上存在逆时针旋转的纵向倾斜

Fig. 1. Schematic figure for non-central heavy-ion collisions. Counter-clockwise tilt of the QGP fireball is created in the reaction (xz) plane.

耦合机制与极化进行更细致的研究 [13–23]. 2017—2019 年, RHIC-STAR 实验在 Au + Au 非对心碰撞中发现了整体自旋极化现象, 并相继测量了 7.7—200 AGeV 对撞能量范围内 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子沿初始角动量方向的整体极化信号. 此外, 沿束流方向的局域自旋极化也被广泛研究, 尤其是该极化率对横平面方位角的依赖 [24–26]. 2023 年, STAR 发布了 ϕ 介子和 K^*0 介子的自旋排列实验结果 [27], 为 QGP 内的强相互作用提供了新方向 [28–30].

本文将在相对论流体力学模型 CLVisc [20,31] 的框架中对 200 AGeV Au+Au 碰撞产生的带电粒子直接流和 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ 超子整体自旋极化同时进行系统的计算与分析. 基于光学 Glauber 模型, 构建了三维空间中具有纵向倾斜的初态能量密度的分布函数 [6], 特别地, 引入了一个参数化的重子密度纵向倾斜分布 [3] 和一个初始流体流速 [7,8,17]. 将此新发展的 QGP 初始化模型与 CLVisc 流体力学模型相结合, 研究了带电强子在不同中心度的赙快度分布和直接流分布, 结果与 PHOBOS 和 STAR 实验的观测结果相符. 同时, 分别计算了 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子的热涡旋、剪切张量、流体加速度与温度梯度以及重子化学势梯度这些自旋极化矢量的强度 [21,22], 研究了它们随碰撞中心度、横动量以及赙快度的分布, 并与 RHIC-STAR 实验的测量数据进行了对比. 计算结果表明, 将我们的纵向倾斜初态条件与流体力学模型相结合, 可以同时描述非对心碰撞中产生的带电粒子直接流与系统的整体极化现象.

本文的结构如下: 第 2 节介绍纵向倾斜的三维光学 Glauber 模型、3+1 维流体力学模型 CLVisc 以及 QGP 的强子化机制; 第 3 节计算和分析带电轻强子直接流和 $\Lambda/\bar{\Lambda}$ 超子整体自旋极化率; 第 4 节进行总结.

2 理论框架

2.1 流体力学初态条件: 光学 Glauber 模型

为研究非对心重离子碰撞中产生的带电粒子直接流与 QGP 的整体极化, 本文发展了含有纵向倾斜效应的三维光学 Glauber 模型, 为 QGP 的流体力学演化提供了所需的初始条件 [5,6].

首先, 利用原子核中核子的 Woods-Saxon 分布, 可将原子核的厚度函数表示为

$$T(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{n_0}{1 + e^{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - R)/d}}, \quad (1)$$

其中, n_0 是核子密度分布的归一化参数, 与原子核中心的核子密度接近, d 是原子核的边缘宽度, (x, y, z) 是空间坐标, R 是原子核的核半径. 对于本研究中的金核 (^{197}Au), 相关参数可取为 $n_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$, $R = 6.38 \text{ fm}$, $d = 0.535 \text{ fm}$. Glauber 模型将原子核的对撞视为原子核内核子之间碰撞的叠加. 对于沿 $\pm z$ 方向运动, 以碰撞参数 b 进行碰撞的两个原子核, 它们的厚度函数可分别写为

$$T_+(\mathbf{x}_T) = T(\mathbf{x}_T - b/2), \quad T_-(\mathbf{x}_T) = T(\mathbf{x}_T + b/2). \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_T = (x, y)$ 为横平面坐标. 因此, 入射原子核与靶核中参与子的密度分布可写为

$$T_1(\mathbf{x}_T) = T_+(\mathbf{x}_T) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\sigma_{\text{NN}} T_-(\mathbf{x}_T)}{A} \right]^A \right\}, \quad (3)$$

$$T_2(\mathbf{x}_T) = T_-(\mathbf{x}_T) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\sigma_{\text{NN}} T_+(\mathbf{x}_T)}{A} \right]^A \right\}, \quad (4)$$

这里 $A = 197$ 是 Au 原子核内的核子数, $\sigma_{\text{NN}} = 42 \text{ mb}$ 为核子-核子间非弹性散射的截面 [32]. 由于核阻止效应, 向右 (左) 运动的参与子在前 (后) 向快度区间会产生更多的粒子. 这种效应可以通过在参与子 (亦称为损伤核子) 的权函数 W_N 中引入快度依赖得到:

$$W_N(x, y, \eta_s) = [T_1(x, y) + T_2(x, y) + H_t [T_1(x, y) - T_2(x, y)] \tan(\eta_s/\eta_t)], \quad (5)$$

其中, 参数 H_t 反映了介质相对于纵向的倾斜形变的整体强度, 依赖于束流快度 y_{beam} 和碰撞参量 b , 通过之后与不同中心度下的实验数据相对比, 本文将它参数化为 $H_t = 0.76/y_{\text{beam}} + 0.53b$. 其中, $y_{\text{beam}} \equiv \text{arccosh}[\sqrt{s_{\text{NN}}}/(2m_{\text{N}})]$, m_{N} 是核子质量. 此外, (5) 式中 $\tan(\eta_s/\eta_t)$ 反映了快度方向上初态能量密度的倾斜形态. 对于本文研究的所有碰撞系统, 取 $\eta_t = 8.0$. 将此参与子的权函数与两体碰撞 (binary collision, BC) 的空间分布相结合, 可以定义总权重函数为

$$W(x, y, \eta_s) = \frac{(1 - \alpha)W_{\text{N}}(x, y, \eta_s) + \alpha n_{\text{BC}}(x, y)}{[(1 - \alpha)W_{\text{N}}(0, 0, 0) + \alpha n_{\text{BC}}(0, 0)]|_{b=0}}, \quad (6)$$

这里, $\alpha = 0.05$ 被称为碰撞硬度参数, 表征了参与子同两体碰撞对 QGP 能量密度的相对贡献. 后者的分布函数可以由 $n_{\text{BC}}(x, y) = \sigma_{\text{NN}}T_+(x, y)T_-(x, y)$ 计算.

利用上述权重函数, QGP 的初态能量密度 $\varepsilon(x, y, \eta_s)$ 和重子数密度 $n(x, y, \eta_s)$ 分别可以写为

$$\varepsilon(x, y, \eta_s) = K \cdot W(x, y, \eta_s) \cdot H(\eta_s), \quad (7)$$

$$n(x, y, \eta_s) = \frac{1}{N} \cdot W(x, y, \eta_s) \cdot H(\eta_s) \cdot H_{\text{B}}(\eta_s), \quad (8)$$

其中, $K = 70.5 \text{ GeV}/\text{fm}^3$, 由末态带电粒子的产额分布 $dN/d\eta$ 确定, N 是归一化因子. 此外, $H(\eta_s)$ 函数用于满足 $dN/d\eta$ 在中心快度区的平台结构:

$$H(\eta_s) = \exp\left[-\frac{(|\eta_s| - \eta_w)^2}{2\sigma_\eta^2}\theta(|\eta_s| - \eta_w)\right]. \quad (9)$$

式中, $\eta_w = 2.5$ 和 $\sigma_\eta = 0.6$ 分别是平台宽度以及平台区域外高斯衰减的宽度. 根据 Bozek 的工作 [3], 初态重子的纵向分布 $H_{\text{B}}(\eta_s)$ 可写为

$$H_{\text{B}}(\eta_s) = \exp\left[-\frac{(\eta_s - \eta_n)^2}{2\sigma_n^2}\right] + \exp\left[-\frac{(\eta_s + \eta_n)^2}{2\sigma_n^2}\right], \quad (10)$$

其中, η_n 和 σ_n 可通过实验所测带电强子的横动量分布进行校准 [8,20]. 需要指出的是, 虽然这种重子密度分布属于唯象模型 [3], 它与弦碎裂模型给出的纵向分布在定性上是一致的 [20,33,34]. 利用这一模型, 在图 2 中给出了 200 AGeV Au-Au 碰撞在 20%—60% 中心度区间的初态能量密度 (上) 及重子密度 (下) 的分布. 可以发现, 初态能量密度和重子密度在 η_s - x 平面上相对于纵向具有逆时针旋转的倾斜分布. 这是产生末态粒子直接流的重要原因, 也影响着 QGP 整体极化的强度.

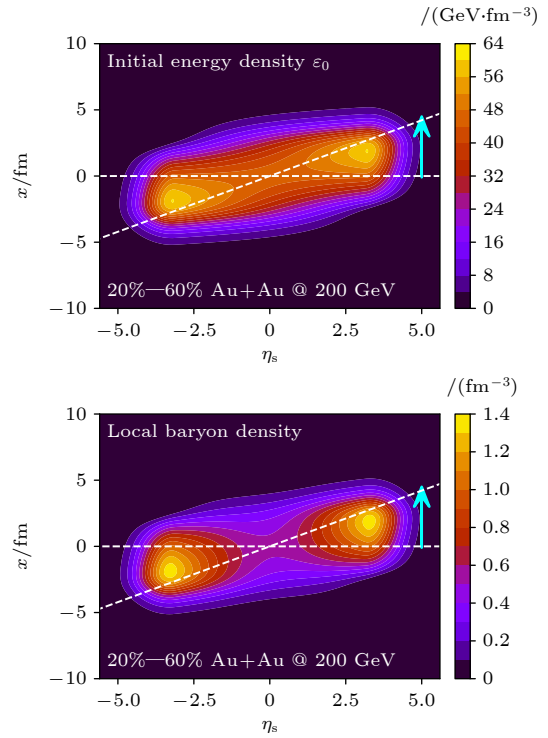


图 2 非对心 Au+Au 碰撞产生的 QGP 的初始能量密度 (上) 与重子数密度 (下) 在反应平面内的分布. 此处展现了中心度为 20%—60% ($b = 9.0 \text{ fm}$) 下 200 AGeV Au+Au 碰撞的情形. 箭头表示 QGP 火球相对于纵方向的逆时针倾斜 Fig. 2. The initial energy density (up) and baryon density (down) on the η_s - x plane in 20%–60% ($b = 9.0 \text{ fm}$) 200 AGeV Au+Au collisions.

除了几何形态, 介质的初始速度分布对末态强子的直接流和自旋极化亦有显著影响. 在 QGP 介质产生的初始时刻 τ_0 , 介质的流速可由能量动量守恒导出 [7,8,17,18]. 作为流体, QGP 的能动量张量在 τ 与 η_s 上的分量可构造如下:

$$T^{\tau\tau} = \varepsilon(x, y, \eta_s) \cosh(y_{\text{L}}), \quad (11)$$

$$T^{\tau\eta_s} = \frac{1}{\tau_0} \varepsilon(x, y, \eta_s) \sinh(y_{\text{L}}), \quad (12)$$

式中, $y_{\text{L}} \equiv f_v y_{\text{CM}}$. 其中, y_{CM} 为给定位置的核物质在整体质心系中的快度, 可通过束流快度 y_{beam} 构造为 [18]

$$y_{\text{CM}} = \text{arctanh}\left[\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \tanh(y_{\text{beam}})\right]. \quad (13)$$

此外, $f_v \in [0, 1]$ 是控制纵向流速大小的参数. 对于 200 AGeV Au+Au 碰撞系统, $f_v = 0.15$ [8]. 本文忽略了 τ_0 时刻 QGP 在横平面上的初始速度. 因而, $T^{\tau x} = T^{\tau y} = 0$. 相对于纵向速度, 横向速度对 QGP 的整体极化影响较弱.

2.2 流体力学演化: 3+1 维 CLVisc 模型

基于前一小节构造的 QGP 初始条件, 采用 3+1 维黏滞流体力学模型 CLVisc^[20,31] 模拟 QGP 介质随后在时空中的演化. 流体力学方程如下:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla_\mu J^\mu = 0, \quad (15)$$

其中, 能动量张量 $T^{\mu\nu}$ 和净重子流 J^μ 为

$$T^{\mu\nu} = \varepsilon U^\mu U^\nu - P \Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}, \quad (16)$$

$$J^\mu = n U^\mu + V^\mu, \quad (17)$$

式中, ε , P , n , u^μ , $\pi^{\mu\nu}$, V^μ 分别为系统的局域能量密度、压强、净重子数密度、流速、剪切黏滞张量和重子耗散流. 利用度规张量 $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, 投影算符定义为 $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$. 参照文献 [7, 20, 33, 35, 36], 本文只考虑剪切黏滞效应, 而未考虑体积黏滞的贡献. 根据 Israel-Stewart 二阶流体动力学^[36], 剪切黏滞耗散 $\pi^{\mu\nu}$ 及重子耗散流 V^μ 满足

$$\begin{aligned} \Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu} (u \cdot \partial) \pi^{\alpha\beta} &= -\frac{1}{\tau_\pi} (\pi^{\mu\nu} - \eta_v \sigma^{\mu\nu}) \\ &\quad - \frac{4}{3} \pi^{\mu\nu} \theta - \frac{5}{7} \pi^{\alpha(\mu} \sigma_{\alpha}^{\nu)} + \frac{9}{70} \frac{4}{e+P} \pi_{\alpha}^{(\mu} \pi^{\nu)\alpha}, \\ \Delta^{\mu\nu} (u \cdot \partial) V_\nu &= -\frac{1}{\tau_V} \left(V^\mu - \kappa_B \nabla^\mu \frac{\mu_B}{T} \right) \\ &\quad - V^\mu \theta - \frac{3}{10} V_\nu \sigma^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\theta = \partial \cdot u$ 为膨胀率, $\sigma^{\mu\nu} = \partial^{(\mu} u^{\nu)}$ 为剪切张量, η_v 和 κ_B 分别为剪切黏度和重子扩散系数. 无迹对称张量满足 $A^{(\mu\nu)} = \frac{1}{2} [(\Delta^{\mu\alpha} \Delta^{\nu\beta} + \Delta^{\nu\alpha} \Delta^{\mu\beta}) - \frac{2}{3} \Delta^{\mu\nu} \Delta^{\alpha\beta}] A_{\alpha\beta}$ ^[20]. 此外, 可定义剪切黏滞率 C_{η_v} , 并将它与重子扩散系数 κ_B 同其他热力学量的关联如下:

$$C_{\eta_v} = \frac{\eta_v T}{e+P}, \quad (19)$$

$$\kappa_B = \frac{C_B}{T} n \left[\frac{1}{3} \cot\left(\frac{\mu_B}{T}\right) - \frac{nT}{e+P} \right], \quad (20)$$

其中, T 为局域温度, μ_B 为重子化学势. 系统的弛豫时间满足 $\tau_\pi = 5C_{\eta_v}/T$, $\tau_V = C_B/T$. 本文将 $C_{\eta_v} = 0.08$ 和 $C_B = 0.4$ 视为模型参数. 流体力学方程的求解还依赖于系统的物态方程. 我们采用格点 QCD 计算得到 NEOS-BQS 状态方程^[37,38]. 它包含了状态方程对有限重子数的依赖, 并提供了

QGP 与强子气状态间的平滑过渡.

2.3 超曲面强子化: Cooper-Frye 公式

当 QGP 膨胀至局域温度低于临界温度时, 它会转变为强子气体, 即“冻出”. 本文采用等温冻出条件^[31] 实现这一过程. 粒子冻出的超曲面由恒定的冻结能量密度 ($e_{\text{fz}} = 0.4 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ ^[20]) 确定. 在这个超曲面上, 可利用 Cooper-Frye 公式得到粒子的末态动量分布:

$$\frac{dN}{p_T dp_T d\phi dy} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_\Sigma p^\mu d\Sigma_\mu f_{\text{eq}} (1 + \delta f_\pi + \delta f_V), \quad (21)$$

式中, g_i 是强子的自旋-色荷简并度, $d\Sigma_\mu$ 是由投影法确定的超曲面元. 此外, f_{eq} 为热平衡分布, δf_π 和 δf_V 则为非平衡修正. 它们满足^[39]

$$f_{\text{eq}} = \frac{1}{\exp[(p_\mu U^\mu - B\mu_B)/T_f] \mp 1}, \quad (22)$$

$$\delta f_\pi(x, p) = (1 \pm f^{\text{eq}}(x, p)) \frac{p_\mu p_\nu \pi^{\mu\nu}}{2T_f^2 (e+P)}, \quad (23)$$

$$\delta f_V(x, p) = (1 \pm f^{\text{eq}}(x, p)) \left(\frac{n}{e+P} - \frac{B}{U^\mu p_\mu} \right) \frac{p^\mu V_\mu}{\kappa_B/\tau_V}, \quad (24)$$

式中, T_f 为化学冻结温度, μ_B 为净重子化学势, B 为给定强子所含的重子数, n 为局域净重子密度, \mp (\pm) 符号中上标用于玻色子, 下标用于费米子.

3 数值结果

将上述初始化方法用于 3+1 维 CLVisc 流体力学模型, 计算并分析了 200 AGeV Au+Au 碰撞中带电粒子的直接流和超子极化. 本节首先给出带电粒子的赙快度分布结果. 随后, 分析了不同中心度带电粒子以及质子-反质子直接流 v_1 的分布. 最后, 计算了 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子的整体自旋极化率 ($-P_y$) 随中心度、横动量及赙快度的分布.

3.1 带电粒子赙快度分布 $dN_{\text{ch}}/d\eta$ 与直接流 v_1

如前文所述, 对于给定的碰撞能量 $\sqrt{s_{\text{NN}}}$, 初始化模型中描述初态能量纵向分布的参数可根据实验测得的带电强子快度分布 dN_{ch}/dy 或赙快度分布 $dN_{\text{ch}}/d\eta$ 进行校准.

利用纵向倾斜的三维光学 Glauber 模型与 3+1 维流体力学模型, 首先计算了带电粒子的产额分

布, 如图 3 所示. 图 3 给出了 200 AGeV Au+Au 碰撞在中心度为 0—6% ($b = 2.7$ fm), 6%—15% ($b = 4.8$ fm), 15%—25% ($b = 6.7$ fm) 以及 25—35% ($b = 8.1$ fm) 的赝快度分布 $dN_{\text{ch}}/d\eta$ 结果. 如图 3 所示, 本文的模型计算能够较好地描述 RHIC-PHOBOS 的实验数据.

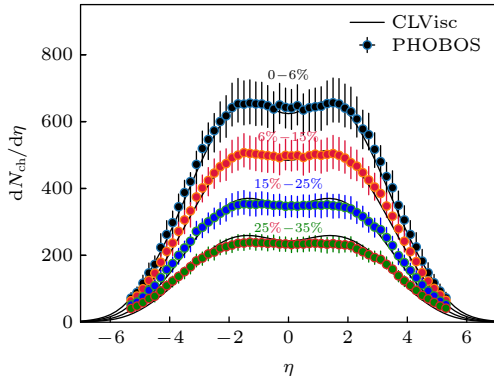


图 3 末态带电强子在 200 AGeV Au+Au 碰撞不同中心度的赝快度分布 $dN_{\text{ch}}/d\eta$. 实线为理论计算结果, 实心圆点为 RHIC-PHOBOS 的测量结果^[40]

Fig. 3. Pseudorapidity distribution $dN_{\text{ch}}/d\eta$ of charged light hadrons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV, compared between the CLVisc hydrodynamic calculation and the PHOBOS data^[40].

直接流的形成对 QGP 初始形态有较强的依赖, 因此可作为理解原子核结构、QGP 介质早期的几何结构以及重子阻止效应的有效工具之一. 直接流可定义为

$$v_1 = \langle \cos(\phi - \Psi_1) \rangle = \frac{\int \cos(\phi - \Psi_1) \frac{dN}{dy(\eta)d\phi} d\phi}{\int \frac{dN}{dy(\eta)d\phi} d\phi}, \quad (25)$$

其中, Ψ_1 是碰撞的一阶事件平面, 与实验中测量使用偏转中子确定的旁观子平面相同. 在计算中, 横动量积分范围为 $p_T \in [0.5, 3.0]$ GeV. 此外, 由于使用光学极限的平滑 Glauber 模型作为初态条件来初始化能量密度和局域重子密度, 初态核子的涨落、碰撞产生的强磁场^[41] 以及末态强子级联过程的^[42] 贡献被忽略, 这将在我们以后的工作中细致探索.

图 4 左图给出了 200 AGeV Au+Au 碰撞在中心度为 0—5% ($b = 2.4$ fm) 和 5%—40% ($b = 6.7$ fm) 带电强子直接流的赝快度分布. 线是理论计算的结果, 实心点为 STAR 的实验结果. 通过理论计算与实验数据的对比发现, 通过结合纵向倾斜的初态条件与流体力学模型的演化, 可以较好地描

述中心快度附近的直接流分布. 这印证了非对心重离子碰撞形成的 QGP 介质在早期具备纵向倾斜的行为. 几何形状的不对称性导致了压强梯度的不对称性, 并最终形成了带电粒子在前向与后向快度区不同的直接流.

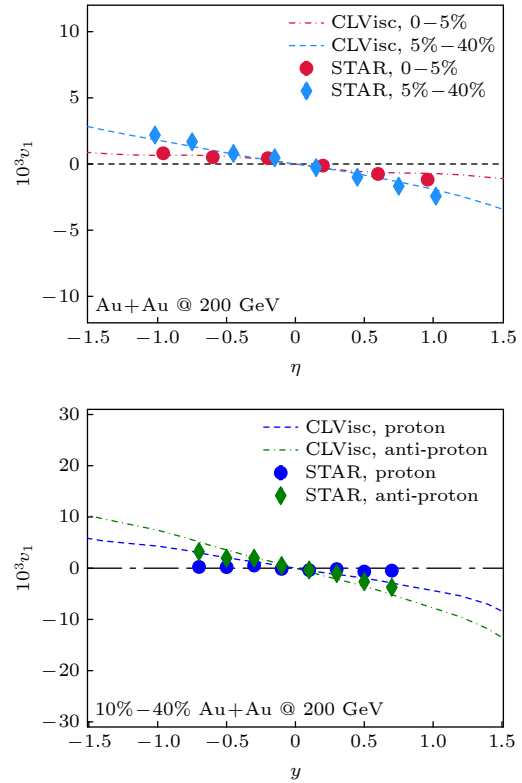


图 4 200 AGeV Au+Au 碰撞不同中心度的直接流 v_1 . 左图为带电粒子直接流对赝快度的依赖, 右图为质子及反质子直接流对快度的依赖. 实验结果取自 STAR 实验组^[43,44]

Fig. 4. Directed flow v_1 of charged hadrons (left) and protons and anti-protons (right) in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV, compared between the CLVisc hydrodynamic calculation and the STAR data^[43,44].

图 4 中的右图为 200 AGeV Au+Au 碰撞在中心度为 10%—40% ($b = 7.2$ fm) 时质子与反质子的直接流快度分布. 可以发现, 正负质子的直接流存在劈裂现象, 这是由非零的重子数密度产生的. 由于低横动量反质子的来源主要是 QGP 介质的膨胀冷却, 因此它的 v_1 更直接地反映了 QGP 介质的纵向倾斜强度. 此外, 在初态模型中, 我们假设初态重子数密度的倾斜与能量密度的倾斜强度一致. 与实验数据相比, 这一假设高估了质子的直接流. 在以后的工作中, 我们将通过修正重子数密度的纵向倾斜强度来进一步研究质子与反质子间的劈裂现象. 通过图 4 可以发现, 非对心碰撞中的

核阻止效应会强于中心碰撞,使得前者产生的火球在早期有更强的倾斜状态,同时也伴随着产生更大的角动量. 这为下面计算超子极化提供了研究基础.

3.2 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子的整体自旋极化

在非对心重离子碰撞中,由于 QGP 介质有一巨大的初始轨道角动量,介质内部的夸克将被极化. 首先假设夸克在冻结为强子的超平面上已达到局部(热)平衡,并假设夸克或强子的自旋在强子化和共振衰变过程中并未发生改变^[20–22],则对于自旋为 1/2 的费米子的自旋矢量可以通过如下方法计算^[45,46]:

$$S^\mu(p) = \frac{\int d\Sigma \cdot p \mathcal{J}_5^\mu(p, X)}{2m \int d\Sigma \cdot \mathcal{N}(p, X)}, \quad (26)$$

式中 \mathcal{J}_5^μ 为轴电荷电流密度, $\mathcal{N}^\mu(p, X)$ 为相空间中的费米子数密度. 根据量子动力学理论的结果^[21,22,47], 可以将 $S^\mu(p)$ 分解为以下部分:

$$S^\mu(p) = S_{\text{thermal}}^\mu(p) + S_{\text{shear}}^\mu(p) + S_{\text{accT}}^\mu(p) + S_{\text{chemical}}^\mu(p) + S_{\text{EB}}^\mu(p), \quad (27)$$

式中右侧各项分别为

$$\begin{aligned} S_{\text{thermal}}^\mu(p) &= \int d\Sigma^\sigma F_\sigma \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu \partial_\alpha \frac{u_\beta}{T}, \\ S_{\text{shear}}^\mu(p) &= \int d\Sigma^\sigma F_\sigma \frac{\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu u_\beta}{(u \cdot p)T} \times p^\rho (\partial_\rho u_\alpha + \partial_\alpha u_\rho - u_\rho D u_\alpha), \\ S_{\text{accT}}^\mu(p) &= - \int d\Sigma^\sigma F_\sigma \frac{\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\nu u_\alpha}{T} \left(D u_\beta - \frac{\partial_\beta T}{T} \right), \\ S_{\text{chemical}}^\mu(p) &= 2 \int d\Sigma^\sigma F_\sigma \frac{1}{(u \cdot p)} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha u_\beta \partial_\nu \frac{\mu}{T}, \\ S_{\text{EB}}^\mu(p) &= 2 \int d\Sigma^\sigma F_\sigma \left[\frac{\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha u_\beta E_\nu}{(u \cdot p)T} + \frac{B^\mu}{T} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$F^\mu = \frac{\hbar}{8m_\Lambda \Phi(p)} p^\mu f_{\text{eq}}(1 - f_{\text{eq}})$, $\Phi(p) = \int d\Sigma^\mu p_\mu f_{\text{eq}}$. (28) 式中的方程分别表示热涡旋极化矢量 (S_{thermal}^μ), 剪切张量极化矢量 ($S_{\text{shear}}^\mu(p)$), 流体加速度及温度梯度极化矢量 (S_{accT}^μ), 化学势随温度的梯度极化矢量 (S_{chemical}^μ) 以及外电磁场极化 (S_{EB}^μ). 同时, S_{shear}^μ 和 S_{chemical}^μ 又被称为剪切诱导极化 (shear induced polarization) 和重子自旋霍尔效应 (spin Hall effect). 上述极化矢量的详细表达式亦可参见文献^[20–22, 47–53]. 由于重离子碰撞中电磁场衰

减很快^[20–22], 本文暂不考虑它的贡献.

在 Λ 超子和 $\bar{\Lambda}$ 超子的静止系中, 自旋极化矢量为

$$\vec{P}^*(p) = \vec{P}(p) - \frac{\vec{P}(p) \cdot \vec{p}}{p^0(p^0 + m)} \vec{p}, \quad (29)$$

其中,

$$P^\mu(p) \equiv \frac{1}{s} S^\mu(p), \quad (30)$$

式中, $s = 1/2$ 是粒子的自旋. 通过对横动量和速度求平均, 还可以得到超子的局域极化:

$$\langle \vec{P}(\phi_p) \rangle = \frac{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int_{p_{T\min}}^{p_{T\max}} p_T dp_T [\Phi(p) \vec{P}^*(p)]}{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} dy \int_{p_{T\min}}^{p_{T\max}} p_T dp_T \Phi(p)}, \quad (31)$$

式中, ϕ_p 是方位角, 选取计算的横向动量和快度区域为 $p_T \in [0.5, 3.0]$ 及 $y \in [-1, 1]$. 在当前的工作中, 超子 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 的质量为 $m = 1.116$ GeV.

将 (30) 式对方位角积分再取其 $-\hat{y}$ 分量, 图 5 给出了 200 AGeV Au+Au 碰撞在不同中心度的末态超子整体自旋极化率 (global polarization) 随中心度的分布. 图 5 左图给出了四种不同极化矢量的贡献. 可以发现, 超子的整体极化中热涡旋极化 (thermal) 的贡献占据主要地位, 而剪切张量极化 (shear)、加速度及温度梯度极化 (accT) 及化学势随温度的梯度极化 (chemical) 结果均小于热涡旋极化的贡献. 理论计算与实验数据共同表明, 从中心碰撞到边缘碰撞, QGP 介质随着中心度的增大在纵向上会更倾斜, 初始角动量也会更大, 因而末态超子的整体自旋极化率也随之增大.

图 5 右图给出了 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子的四种自旋极化矢量之和 (total = thermal + shear + accT + chemical), 并与实验数据做对比. 考虑整体贡献后, 我们的理论计算结果和超子极化的实验结果相近. 同时, Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子之间的劈裂非常小. 这些结果表明, 直接流和自旋极化存在一定关联: 直接流斜率越大, 火球越倾斜, 超子的自旋极化越大. 将直接流和整体极化联合分析, 有助于对重离子碰撞早期介质几何结构和动力学特征更深入的理解.

除了整体自旋极化与中心度的关系, 还计算了 200 AGeV Au+Au 碰撞中末态超子整体自旋极化率 P^y 随横动量 p_T 的分布, 结果如图 6 所示. 从图 6 左图可以看到, 热涡旋自旋极化贡献在大横动量区域 ($p_T > 1.5$ GeV) 被压低, 而剪切张量极化

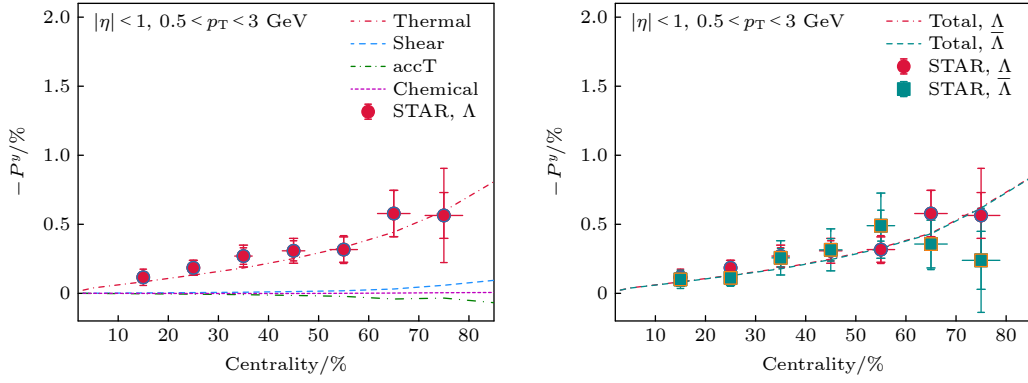


图 5 200 AGeV Au+Au 碰撞在不同中心度的超子整体自旋极化 P_y . 左图为 Λ 超子的四种自旋极化 (thermal, shear, accT, chemical) 随碰撞中心度的依赖. 右图为 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子的四种自旋极化之和 (total = thermal + shear + accT + chemical) 随中心度的依赖. 实验数据取自 RHIC-STAR^[25]. 需要注意的是, 根据最新的超子衰变参数 α_Λ , STAR 合作组采集到的数据点被缩放了 0.877 倍. Fig. 5. Global polarization P_y of Λ and $\bar{\Lambda}$ as a function of centrality in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, compared between the CLVisc hydrodynamic calculation and the STAR data^[25].

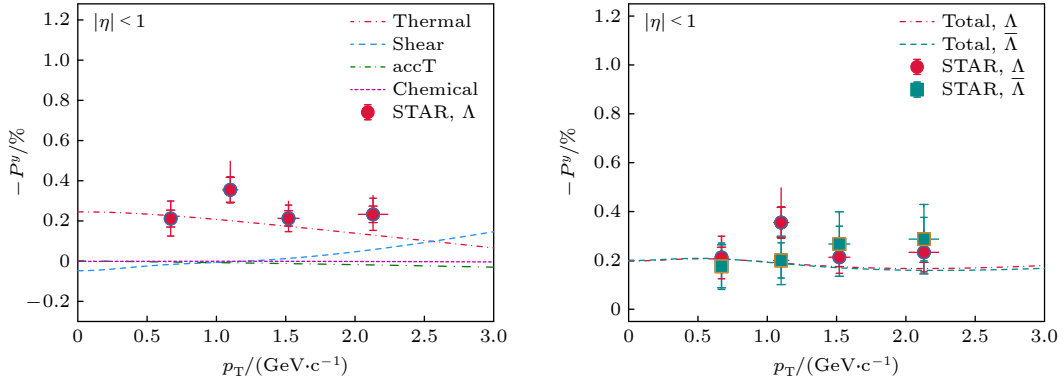


图 6 在 200 AGeV Au+Au 碰撞中心度 20%—60% 超子整体自旋极化 P_y 对横动量 p_T 的依赖关系. 左图为 Λ 超子的四种自旋极化随横动量 p_T 的依赖. 右图为 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子四种贡献之和的整体自旋极化随横动量 p_T 的依赖. 实验数据取自 RHIC-STAR^[25]. Fig. 6. Global polarization P_y of Λ and $\bar{\Lambda}$ as a function of transverse momentum p_T in 20%–60% Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, compared between the CLVisc hydrodynamic calculation and the STAR data^[25].

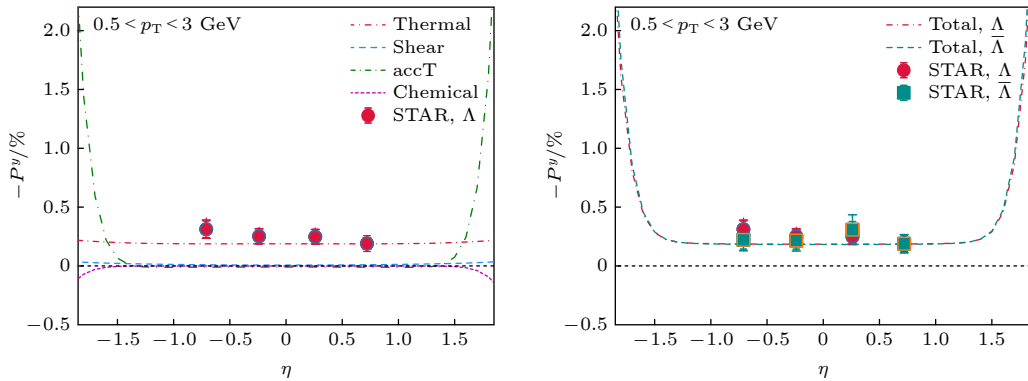


图 7 200 AGeV Au+Au 碰撞在中心度为 20%–60% 的超子整体自旋极化率 P_y 随赝快度 η 的分布. 左图为 Λ 超子的四种自旋极化随赝快度 η 的分布. 右图为 Λ 超子和 $\bar{\Lambda}$ 超子四种贡献之和的整体自旋极化率随赝快度的分布. 实验数据来自 RHIC-STAR^[25]. Fig. 7. Global polarization P_y of Λ and $\bar{\Lambda}$ as a function of pseudo-rapidity in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, compared between the CLVisc hydrodynamic calculation and the STAR data^[25].

(shear) 在横动量大于 1.5 GeV 时增强了整体自旋极化强度. 此外, 从图 6 右图可以看出, 四种自旋极化效应的整体贡献可以合理地描述 STAR 实验

所观测的超子与反超子整体极化随横动量的依赖.

最后, 计算了 200 AGeV Au+Au 碰撞中末态超子整体自旋极化率 P_y 随赝快度 η 的分布, 结果如

图 7 所示. 从图 7 左图可以看出, 热涡旋的贡献在中心快度区域占据了主要地位. 在前后赧快度大于 1.3 的区域, 流体加速度及温度梯度极化矢量 (accT) 的贡献存在急剧增加. 由于计算中存在温度 T 的负二次方贡献, 而介质在边缘的温度是非常低的, 所以理论计算上这是可预期的. 期待未来实验在大快度区域的测量可以帮助检验这一理论预期.

图 7 的右图给出了 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子整体自旋极化率 P^y 随赧快度 η 的分布. 可以看到四种自旋极化之和给出的整体自旋极化率在中心快度区域在幅值和分布上都能够较好地描述 STAR 的实验结果. 同时, 理论计算的 Λ 和 $\bar{\Lambda}$ 超子整体自旋极化率在赧快度分布上没有发现明显的区别, 这也和实验数据符合.

4 结 论

将具有纵向倾斜的初态条件与 3+1 维流体力学模型相结合, 对 200 AGeV Au+Au 碰撞中带电粒子的直接流和超子的整体自旋极化率同时进行了研究. 在该理论框架下, 我们发现直接流和超子整体自旋极化都与 QGP 介质早期的倾斜结构有关. 从另一方面看, 两者均可以对 QGP 的初态流速、初态核几何以及原子核结构效应提供有效约束. 另外还发现热涡旋 (thermal) 极化在整体自旋极化中的贡献占据主要地位, 而剪切张量极化 (shear)、加速度及温度梯度极化 (accT) 及化学势随温度的梯度极化 (chemical) 贡献较小, 这为之后研究超子的局域极化, 例如横向极化和纵向极化随角度的变化提供了基础. 此外要指出的是, 我们设定的重子数密度的纵向分布与能量密度的分布一致. 这一局限将在我们未来的研究中改进. 本文的计算为相对论重离子碰撞实验中测得的末态强子产额、直接流、自旋极化均提供了合理的理论描述.

感谢湖北工程学院物电学院机器视界研究中心提供的 GPU 计算资源.

参考文献

- [1] Bass S A, Gyulassy M, Stoecker H, Greiner W 1999 *J. Phys. G* **25** R1
- [2] Rischke D H, Pirsün Y, Maruhn J A, Stoecker H, Greiner W 1995 *Acta Phys. Hung. A* **1** 309
- [3] Bozek P 2022 *Phys. Rev. C* **106** L061901
- [4] Bozek P 2012 *Phys. Rev. C* **85** 034901
- [5] Jiang Z F, Cao S S, Wu X Y, Yang C B, Zhang B W 2022 *Phys. Rev. C* **105** 034901
- [6] Jiang Z F, Yang C B, Peng Q 2021 *Phys. Rev. C* **104** 064903
- [7] Shen C, Alzhrani S 2020 *Phys. Rev. C* **102** 014909
- [8] Ryu S, Jupic V, Shen C 2021 *Phys. Rev. C* **104** 054908
- [9] Wang H, Chen J H 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 15
- [10] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [11] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301
- [12] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [13] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈震宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [14] Pu S, Huang X G 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 071202 (in Chinese) [浦实, 黄旭光 2023 物理学报 **72** 071202]
- [15] Yin Y 2023 *Acta Phys. Sin.* **this volume** Accepted (in Chinese) [尹伊 2023 物理学报 Accepted]
- [16] Huang X G, Huovinen P, Wang X N 2011 *Phys. Rev. C* **84** 054910
- [17] Li X W, Jiang Z F, Cao S S, Deng J 2023 *Eur. Phys. J. C* **83** 96
- [18] Alzhrani S, Ryu S, Shen C 2022 *Phys. Rev. C* **106** 014905
- [19] Li H, Xia X L, Huang X G, Huang H Z 2022 *Phys. Lett. B* **827** 136971
- [20] Wu X Y, Qin G Y, Pang L G, Wang X N 2022 *Phys. Rev. C* **105** 034909
- [21] Yi C, Pu S, Yang D L 2021 *Phys. Rev. C* **104** 064901
- [22] Yi C, Pu S, Gao J H, Yang D L 2022 *Phys. Rev. C* **105** 044911
- [23] Zhang H X, Xiao Y X, Kang J W, Zhang B W 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 150
- [24] STAR Collaboration, Adamczyk L, et al. 2017 *Nature* **548** 62
- [25] STAR Collaboration, Adam J, et al. 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014910
- [26] STAR Collaboration, Adam J, et al. 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 132301
- [27] STAR Collaboration, Abdallah M S, et al. 2023 *Nature* **614** 244
- [28] Wang X N 2023 *Nucl. Sci. Tech.* **34** 16
- [29] Gao J H, Sheng X L, Wang Q, Zhuang P F 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 盛欣力, 王群, 庄鹏飞 2023 物理学报 **72** 072501]
- [30] Sheng X L, Liang Z T, Wang Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 072502 (in Chinese) [盛欣力, 梁作堂, 王群 2023 物理学报 **72** 072502]
- [31] Pang L G, Petersen H, Wang X N 2018 *Phys. Rev. C* **97** 064918
- [32] Loizides C, Kamin J, d'Enterria D 2018 *Phys. Rev. C* **97** 054910
- [33] Shen C, Schenke B 2018 *Phys. Rev. C* **97** 024907
- [34] Bialas A, Jezabek M 2004 *Phys. Lett. B* **590** 233
- [35] Akamatsu Y, Asakawa M, Hirano T, Kitazawa M, Morita K, Murase K, Nara Y, Nonaka C, Ohnishi A 2018 *Phys. Rev. C* **98** 024909
- [36] Denicol G S, Gale C, Jeon S, Monnai A, Schenke B, Shen C 2018 *Phys. Rev. C* **98** 034916
- [37] Monnai A, Schenke B, Shen C 2019 *Phys. Rev. C* **100** 024907
- [38] Monnai A, Schenke B, Shen C 2021 *Int. J. Mod. Phys. A* **36** 2130007
- [39] McNelis M, Heinz U 2021 *Phys. Rev. C* **103** 064903
- [40] PHOBOS Collaboration, Alver B, et al. 2011 *Phys. Rev. C* **83** 024913
- [41] Zhao X L, Ma G L, Ma Y G 2023 *Acta Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [赵新丽, 马国亮, 马余刚 2023 物理学报

Accepted]

- [42] Lan S W, Shi S S 2022 *Nucl. Sci. Tech.* **33** 21
- [43] STAR Collaboration, Abelev B I, et al. 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 252301
- [44] STAR Collaboration, Adamczyk L, et al. 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 202301
- [45] Becattini F, Chandra V, Zanna L D, Grossi E 2013 *Annals Phys.* **338** 32
- [46] Fang R H, Pang L G, Wang Q, Wang X N 2016 *Phys. Rev. C* **94** 024904
- [47] Hidaka Y, Pu S, Yang D L 2018 *Phys. Rev. D* **97** 016004
- [48] Becattini F, Buzzegoli M, Palermo A 2021 *Phys. Lett. B* **820** 136519
- [49] Becattini F, Buzzegoli M, Inghirami G, Karpenko I, Palermo A 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 272302
- [50] Liu S Y F, Yin Y 2021 *Phys. Rev. D* **104** 054043
- [51] Liu S Y F, Yin Y 2021 *JHEP* **07** 188
- [52] Fu B C, Liu S Y F, Pang L G, Song H C, Yin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 142301
- [53] Fu B C, Pang L G, Song H C, Yin Y 2022 arXiv: 2201.12970.

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions •
COVER ARTICLE

The direct flow of charged particles and the global polarization of hyperons in 200 AGeV Au+Au collisions at RHIC*

Jiang Ze-Fang¹⁾²⁾ Wu Xiang-Yu²⁾ Yu Hua-Qing¹⁾

Cao Shan-Shan^{3)†} Zhang Ben-Wei²⁾

1) (*College of Physics and Electronic Information Engineering, Hubei Engineering University, Xiaogan 432000, China*)

2) (*Institute of Particle Physics and Key Laboratory of Quark and Lepton Physics (MOE), Central China Normal University, Wuhan 430079, China*)

3) (*Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

(Received 15 December 2022; revised manuscript received 17 January 2023)

Abstract

In non-central relativistic heavy-ion collisions, the non-colliding nucleons drag the colliding nucleons along the longitudinal direction asymmetrically, producing a longitudinally tilted quark-gluon plasma (QGP) fireball. Meanwhile, these colliding nuclei deposit a huge initial orbital angular momentum into the system, leading to the polarization of partons inside the QGP along the direction of the total angular momentum. Based on the optical Glauber model, we develop a 3-dimensional initial condition of the tilted QGP. By combining it with the (3+1)-dimensional viscous hydrodynamic model CLVisc, we investigate the directed flow of charged hadrons and the global polarization of $\Lambda/\bar{\Lambda}$ hyperons in heavy-ion collisions. Our calculation indicates that the combination of a tilted initial condition of the QGP and the hydrodynamic model can provide a satisfactory description of the directed flow and global polarization observed at RHIC-STAR. This offers a theoretical baseline for using these observables to further constrain the initial geometry and kinematic properties of the nuclear matter created in heavy-ion collisions.

Keywords: relativistic heavy ion collision, quark-gluon plasma, directed flow, $\Lambda/\bar{\Lambda}$ global polarization

PACS: 25.75.-q, 25.75.Ld, 24.70.+s, 24.10.Nz

DOI: 10.7498/aps.72.20222391

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11935007, 12175122, 2021-867), the Major Project of Basic and Applied Basic Research of Guangdong Province, China (Grant No. 2020B0301030008), the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2021CFB272), the Young Talents Project of the Education Department of Hubei Province, China (Grant No. Q20212703), and the Open Foundation of Key Laboratory of Quark and Lepton Physics of the Education Ministry of China (Grant No. QLPL202104).

† Corresponding author. E-mail: shanshan.cao@sdu.edu.cn



RHIC能区Au+Au 碰撞中带电粒子直接流与超子整体极化的计算与分析

江泽方 吴祥宇 余华清 曹杉杉 张本威

The direct flow of charged particles and the global polarization of hyperons in 200A GeV Au+Au collisions at RHIC

Jiang Ze-Fang Wu Xiang-Yu Yu Hua-Qing Cao Shan-Shan Zhang Ben-Wei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072504 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222391

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222391>

当期内容 View table of contents: <https://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

低能高电荷态离子与Al表面作用产生的X射线

X-ray emission produced by interaction of slow highly charged ions with Al surfaces

物理学报. 2021, 70(19): 193201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210757>

掺Be硼团簇BeB ($n = 10-15$)的基态结构和性质

Ground state structures and properties of Be atom doped boron clusters BeB(15)

物理学报. 2020, 69(19): 193101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200756>

不同温度下bcc-Fe中螺位错滑移及其与 \square 位错环相互作用行为

Screw dislocation slip and its interaction with \square dislocation loop in bcc-Fe at different temperatures

物理学报. 2021, 70(6): 068701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201659>

分子离子, 和态的不透明度

Molecular opacities of $A^2\Pi_u$ and states of nitrogen cation

物理学报. 2022, 71(19): 193101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220734>

体心立方Fe中位错环对微裂纹扩展影响的分子动力学研究

Effect of interstitial dislocation loop on expansion of micro-crack in body centered cubic iron investigated by molecular dynamics method

物理学报. 2020, 69(11): 116102 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200317>

对称极化子凝聚体系统中的稳定孤子及其调控

Stable solitons and their controllability in symmetrical polariton condensates

物理学报. 2022, 71(18): 181101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220475>