

六光子超纠缠态制备方案

丁东 何英秋 闫凤利 高亭

Generation of six-photon hyperentangled states

Ding Dong He Ying-Qiu Yan Feng-Li Gao Ting

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三维传输子量子比特的退相干参数表征

Decoherence characterization of three-dimensional transmon

物理学报.2014, 63(22): 220305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220305>

基于弱非线性实现非破坏性测量两光子 Bell 态及三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态

Quantum nondemolition measurement of two-photon Bell-state and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger-state based on weak nonlinearities

物理学报.2013, 62(10): 100304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.100304>

关于多比特电路量子动力学系统中光子自由度的消除方案研究

On the scheme of cavity photon elimination in multi-qubit circuit-quantum electrodynamics system

物理学报.2012, 61(24): 240305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.240305>

关于电路量子电动力学系统中光子自由度的消除方案

On the schemes of cavity photon elimination in circuit-quantum electrodynamics systems

物理学报.2012, 61(18): 180302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.180302>

Stark 位移对热环境下双 Jaynes-Cummings 模型中原子纠缠的影响

Effect of the Stark shift on entanglement in a double Jaynes-Cummings model in thermal environment

物理学报.2012, 61(16): 160304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.160304>

专题: 量子精密计量与操控

编者按 量子信息是量子科学与信息科学的交叉学科, 主要包括量子计算和量子通信. 1980 年, 费曼和班尼奥夫分别从模拟量子力学体系的需求及降低计算机热耗的要求出发, 提出了量子计算机的概念. 1984 年, 班内特和布拉萨德提出量子密钥分发, 利用量子性质可现场发现窃听行为, 从而实现安全的数据传输. 1995 年, 舒尔提出了大数质因子分解的量子算法, 格罗夫提出了无需数据库的量子搜索算法, 充分显示了量子计算机的强大计算功能, 取得了量子计算的重大突破. 从此量子计算的研究走上了世界科研的前沿, 成为国际上具有重大战略意义的研究领域. 量子通信能够抵御量子攻击, 随着量子计算机研究的发展, 量子通信也迅速发展, 量子秘密共享、量子安全直接通信等相继提出. 如今量子通信已经接近实用. 量子计量是继量子计算和量子通信后又一个量子信息的重要方向, 利用量子性质可以大幅度地提高测量的精度, 从而实现高精度的频率、时间和长度等的计量, 而量子操控是量子计算和量子通信的核心操作. 本刊组织的“量子精密计量与操控”专题, 从电子自旋共振、核自旋共振操控, 电场测量、纳米检测, 以及多光子纠缠态制备、光子角动量态的制备与应用、压缩态产生与干涉、噪声下的量子网络等几个方面对近几年的创新性研究进行系统的介绍和综述, 以期对相关研究领域的人员有所帮助.

(客座编辑: 清华大学物理系 龙桂鲁; 中国科学院国家授时中心 张首刚)

六光子超纠缠态制备方案*

丁东¹⁾²⁾ 何英秋²⁾ 闫凤利^{2)†} 高亭^{3)‡}

1)(华北科技学院基础部, 北京 101601)

2)(河北师范大学物理科学与信息工程学院, 石家庄 050024)

3)(河北师范大学数学与信息科学学院, 石家庄 050024)

(2014 年 12 月 2 日收到; 2015 年 1 月 7 日收到修改稿)

自发参量下转换对应于一种非线性光学过程, 实验上作为一种标准方法, 人们利用自发参量下转换源产生纠缠光子对. 本文考虑由自发参量下转换源产生三对纠缠光子的情况. 通过使用由几组偏振光束分束器、分束器和半波片等线性光学器件组成的量子线路演化三对光子, 给出了一个高效制备包含偏振纠缠和空间纠缠的六光子超纠缠态方案. 因为方案中包含了参量下转换源产生三对纠缠光子的所有可能情况, 所以本方案有很高的效率. 基于弱非线性介质构建了一个量子非破坏性测量装置, 用于区分光子在两指定的空间模中的两种分布情况. 特别地, 方案中可以通过合理约束在量子非破坏性测量过程中引入的非线性强度来达到实际实验所限定的数量级, 因此, 该方案易于在实验上实现.

关键词: 多光子纠缠, 超纠缠态, 量子非破坏性测量

PACS: 03.67.Bg, 03.67.Lx, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.64.160301

1 引言

由于纠缠光子在传输过程中不易发生退相干,

近年来, 人们对包含光子在内的量子纠缠展开了深入细致的研究并取得了许多突破性的进展^[1,2]. 1995 年, Kwiat 等^[3]利用自发参量下转换方法首次在实验上制备了两光子偏振纠缠 Bell 态, 之后人

* 国家自然科学基金 (批准号: 11475054, 11371005)、河北省自然科学基金 (批准号: A2012205013, A2014205060)、中央高校基本科研业务费 (批准号: 3142014068, 3142014125) 和廊坊市科技支撑计划项目 (批准号: 2014011002) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: flyan@hebtu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: gaoting@hebtu.edu.cn

们相继提出了三光子、四光子及多光子纠缠态的制备方案^[4-7]. 超纠缠光子态^[8-10]一般是指在两个或两个以上自由度(偏振、空间、动量及频率等)上存在纠缠的光量子系统. 随着对超纠缠光子态的深入研究, 人们发现其具有一些很好的性质, 比如, 利用空间纠缠可纯化偏振纠缠^[11-13], 基于超纠缠态能构建可行的量子网络^[14]及进行单向光子计算等^[15]. 于是, 实现对包含两个或多个自由度的超纠缠态的制备显得十分重要.

量子纠缠^[16-20]理论离不开对量子比特间相互作用的研究, 人们在光子量子计算及光子通信中引入克尔非线性介质^[21]以实现信号光子间的相互作用. 比如, 基于克尔非线性介质可以实现光子数的非破坏性探测^[22,23]、光学量子门操作^[24,25]、纠缠光子的制备及分析等^[26-30]. 然而, 考虑到克尔介质本身的非线性非常弱^[21], 目前通过电磁感生透明技术在相互作用过程中的相位角也仅为 $\theta = 10^{-2}$ 数量级^[24], 这也使得光学系统实现量子信息与量子计算面临一些新的挑战^[31,32].

本文提出一个六光子超纠缠态的制备方案. 方案中, 应用光学器件设计一个包含量子非破坏性测量在内的量子线路, 由自发参量下转换源产生的三对纠缠光子经光学器件演化后, 包含偏振纠缠和空间纠缠在内的六光子超纠缠态被成功制备. 文中提出了一个包含两个信号模的量子非破坏性测量方案, 用以实现对信号光子空间状态进行非破坏性的区分并投影光子态到一个理想的子空间.

2 六光子超纠缠态的制备

实验上通过自发参量下转换方法可以实现纠缠光子对的制备^[3], 即将一束短脉冲紫外光子输入到非线性晶体BBO (β -barium-borate)上就能够以一定的概率产生偏振纠缠光子对 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_a|V\rangle_b - |V\rangle_a|H\rangle_b)$, 其中 $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 分别表示光子的水平和垂直偏振状态, 而 a 和 b 代表产生光子的两个空间模. 我们考虑通过自发参量下转换源同时产生三对纠缠光子的情况, 即

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\sqrt{2}} (|H\rangle_{a_i}|V\rangle_{b_i} - |V\rangle_{a_i}|H\rangle_{b_i}) \\ & \times (|H\rangle_{a_j}|V\rangle_{b_j} - |V\rangle_{a_j}|H\rangle_{b_j}) \\ & \times (|H\rangle_{a_k}|V\rangle_{b_k} - |V\rangle_{a_k}|H\rangle_{b_k}), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $a_{i,j,k}$ 和 $b_{i,j,k}$ ($i, j, k = 1, 2$)对应四个空间模, 这里称 $i, j, k = 1$ 为上空间模, 而称 $i, j, k = 2$ 为下空间模. 显然, 对于三对纠缠光子存在两种情况. 当 $i = j = k$ 时, 三对光子同时出现在上空间模或同时出现在下空间模; 当 $i = j \neq k$ 时, 有两对光子出现在同一个空间模而第三对光子出现在另一个空间模.

六光子偏振纠缠和空间纠缠制备装置如图1所示, 图中, a_i, b_i, c_i 及 C_i ($i = 1, 2$), 和 d_j, D_j, e_j 及 E_j ($j = 1, 2, 3, 4$)分别表示光子可能通过的不同的空间模. 制备装置分为三个组成部分, 即六光子的产生、上(下)空间模中光子的干涉及上下空间模间光子的干涉. 用于产生六光子的核心元件选用非线性BBO晶体, 通过设置一平面镜使参量下转换源产生的光子具有两对可能的空间模, 即 a_1, b_1 及 a_2, b_2 . 上(下)空间模中光子的干涉(即从空间模 a_i, b_i 到空间模 d_j, D_j)分别由上、下两组线性光学器件构成, 每组器件中包含两个50:50分束器(BS)和一个偏振分束器(PBS), BS的作用是当一个光子通过BS时被反射和通过的概率各占一半, 而PBS的作用是使水平偏振光通过而垂直偏振光被反射. 由下转换源产生的纠缠光子经过上(下)空间模中光学器件的作用, 从空间模 $a_{1,2}, b_{1,2}$ 到空间模 $d_{1,2,3,4}, D_{1,2,3,4}$ 的演化过程^[10]分别为

$$\begin{aligned} |H\rangle_{a_1} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{D_1} + |H\rangle_{D_3}), \\ |H\rangle_{a_2} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{d_1} + |H\rangle_{d_3}); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} |V\rangle_{a_1} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|V\rangle_{D_1} + |V\rangle_{D_2}), \\ |V\rangle_{a_2} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|V\rangle_{d_1} + |V\rangle_{d_2}); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} |H\rangle_{b_1} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{D_2} + |H\rangle_{D_4}), \\ |H\rangle_{b_2} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{d_2} + |H\rangle_{d_4}); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} |V\rangle_{b_1} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|V\rangle_{D_3} + |V\rangle_{D_4}), \\ |V\rangle_{b_2} & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|V\rangle_{d_3} + |V\rangle_{d_4}). \end{aligned} \quad (5)$$

上、下空间模间的干涉部分由四组光学器件构成, 每组光学器件包含一个半波片 R_{90} 和一个PBS, 其中, 半波片 R_{90} 的作用是演化光子的偏振状态 $|H\rangle$ 到 $|V\rangle$ (或演化 $|V\rangle$ 到 $|H\rangle$). 经由上、下空间模间的

干涉, 光子从空间模 d_j, D_j 到空间模 e_j, E_j 演化为

$$\begin{aligned} |H\rangle_{D_i} &\rightarrow |V\rangle_{e_i}, \quad |V\rangle_{D_i} \rightarrow |H\rangle_{E_i}, \\ |H\rangle_{d_i} &\rightarrow |H\rangle_{e_i}, \quad |V\rangle_{d_i} \rightarrow |V\rangle_{E_i}. \end{aligned} \quad (6)$$

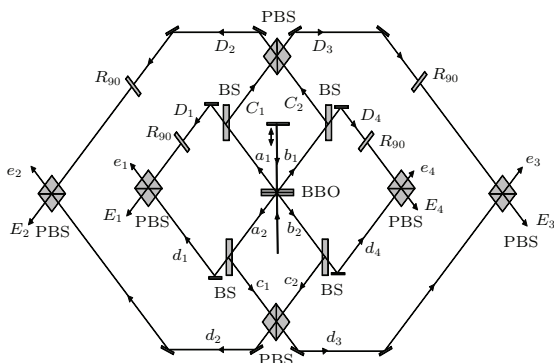


图1 六光子超纠缠态制备装置

Fig. 1. A setup for generating six-photon hyperentangled states.

具体地, 我们以 $i = j = k = 1$ 为例分析光子态具体的演化过程, 此时, 参量下转换源产生三对纠缠光子态

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}(|H\rangle_{a_1}|V\rangle_{b_1} - |V\rangle_{a_1}|H\rangle_{b_1})^{\otimes 3} \quad (7)$$

于空间模 a_1 和 b_1 . 从空间模 a_1 和 b_1 到空间模 D_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 经过 BS 和 PBS 作用, 六光子演化为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{16\sqrt{2}}[(|H\rangle_{D_1} + |H\rangle_{D_3})(|V\rangle_{D_3} + |V\rangle_{D_4}) \\ &- (|V\rangle_{D_1} + |V\rangle_{D_2})(|H\rangle_{D_2} + |H\rangle_{D_4})]^{\otimes 3}. \end{aligned} \quad (8)$$

接着, 再经 R_{90} 和 PBS 演化, 空间模 e_i 及 E_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 中的光子可表示为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{16\sqrt{2}}[|VH\rangle(|e_1E_3\rangle + |e_1E_4\rangle + |e_3E_3\rangle + |e_3E_4\rangle) \\ &- |HV\rangle(|E_1e_2\rangle + |E_1e_4\rangle \\ &+ |E_2e_2\rangle + |E_2e_4\rangle)]^{\otimes 3}. \end{aligned} \quad (9)$$

值得注意的是, 尽管(9)式包含512项, 但只有对应六个光子同时出现在不同的空间模 e_i, E_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 的项在实验上才有意义. 所以, 一般地, 可以通过在每个空间模 e_i 和 E_i 设置一个非破坏性的单光子探测器, 进而构建六模光子符合探测, 用以实现六光子纠缠态的制备. 最后, 与六光子同时出现在不同的空间模相应的六光子系统可表示为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\sqrt{2}}|VVVHHH\rangle(|e_1e_2e_3E_1E_3E_4\rangle \\ &+ |e_1e_4e_3E_1E_3E_4\rangle + |e_1e_2e_3E_2E_3E_4\rangle \\ &+ |e_1e_4e_3E_2E_3E_4\rangle + |e_1e_2e_4E_1E_2E_3\rangle \\ &+ |e_1e_4e_4E_1E_2E_3\rangle + |e_3e_2e_4E_1E_2E_4\rangle \\ &+ |e_3e_2e_4E_1E_2E_4\rangle). \end{aligned} \quad (10)$$

同时, 考虑到 $i = j = k = 2$ 情况, 即当 $i = j = k$ 时, 我们得到态

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4}(|HHHVVV\rangle + |VVVHHH\rangle) \\ &\times (|e_1e_2e_3E_1E_3E_4\rangle + |e_1e_4e_3E_1E_3E_4\rangle \\ &+ |e_1e_2e_3E_2E_3E_4\rangle + |e_1e_4e_3E_2E_3E_4\rangle \\ &+ |e_1e_2e_4E_1E_2E_3\rangle + |e_1e_2e_4E_1E_2E_4\rangle \\ &+ |e_3e_2e_4E_1E_2E_3\rangle + |e_3e_2e_4E_1E_2E_4\rangle). \end{aligned} \quad (11)$$

显然, 态(11)既包含了偏振纠缠又包含了空间纠缠. 也就是说, 对于参量下转换源产生的三对纠缠光子状态为同时出现在上空间模与同时出现在下空间模的叠加态情况, 对应六个光子同时出现在不同的空间模 e_i, E_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 包含偏振纠缠和空间纠缠的六光子超纠缠态被成功制备.

同理, 对另外一种情况, 两对光子出现在同一个空间模, 而第三对光子出现在另一个空间模, 即当 $i = j \neq k$ 时, 经如图1所示的量子线路演化后, 对应每个空间模 e_i, E_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 最多只有一个光子的六光子超纠缠态为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8\sqrt{2}}[(2|VHVVHH\rangle + 2|HVHHVV\rangle \\ &+ |VVHHHV\rangle + |HHVVVH\rangle \\ &+ |VVHHVH\rangle + |HHVVHV\rangle \\ &+ |HVVHHV\rangle + |VHHVHV\rangle \\ &+ |HVVHVH\rangle + |VHHVHV\rangle) \\ &\times (|e_1e_2e_3E_1E_3E_4\rangle + |e_1e_4e_3E_1E_3E_4\rangle \\ &+ |e_1e_2e_3E_2E_3E_4\rangle + |e_1e_4e_3E_2E_3E_4\rangle) \\ &+ (2|HVVHHV\rangle + 2|VHHVHV\rangle \\ &+ |VVHHVH\rangle + |HHVVHV\rangle \\ &+ |VHVHVH\rangle + |HVHVHV\rangle \\ &+ |VVHVHH\rangle + |HHVHVH\rangle \\ &+ |VHVVHH\rangle + |HVHHVV\rangle) \\ &\times (|e_1e_2e_4E_1E_2E_3\rangle + |e_1e_2e_4E_1E_2E_4\rangle \\ &+ |e_3e_2e_4E_1E_2E_3\rangle + |e_3e_2e_4E_1E_2E_4\rangle)]. \end{aligned} \quad (12)$$

最后, 根据态(11)和态(12)不难发现, 通过线性光学元件及后选择选取六光子符合事件, 我们可以实现对包含偏振纠缠和空间纠缠的六光子超纠缠

态的制备. 另一方面, 如果我们需要制备态 (11) 或态 (12) 而不是两者的叠加时, 那么就需要考虑对参量下转换源产生的光子所处的两种状态 $i = j = k$ 和 $i = j \neq k$ 进行非破坏性地区分. 尤其是态 (11) 中包含有偏振纠缠的六光子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态, 众所周知 GHZ 态是重要的资源, 可广泛应用于具体的量子通信方案.

3 量子非破坏性测量

基于克尔非线性介质, 我们设计了量子非破坏性测量装置, 用以区分 $i = j = k$ 和 $i = j \neq k$ 两种情况, 但值得注意的是这里不区分 i, j, k 的具体值. 基本的思路是通过非破坏性地探测两空间模 a_1 和 a_2 中的光子数, 从而判断下转换源产生的三对纠缠光子所处的状态, 同时投影六光子态到一个理想的子空间^[13]. 克尔非线性介质可用于对由信号光子和探测光束 (相干态) 组成的复合系统进行演化, 其哈密顿为 $H = \hbar\chi a_s^\dagger a_s a_p^\dagger a_p$, 其中, χ 表示非线性介质的耦合系数, $a_s^\dagger$ 和 a_s 分别表示信号模的产生和湮没算符, $a_p^\dagger$ 和 a_p 表示探测模的产生和湮没算符. 一般地, 考虑一个由信号光子态 $a|0\rangle_s + b|1\rangle_s + c|2\rangle_s$ 和相干态 $|\alpha\rangle_p$ 构成的复合系统, 经克尔介质相互作用的结果是系统演化为 $a|0\rangle_s|\alpha\rangle_p + b|1\rangle_s|\alpha e^{i\theta}\rangle_p + c|2\rangle_s|\alpha e^{2i\theta}\rangle_p$, 其中, $\theta = \chi t$, t 表示相互作用时间. 最后, 对探测模进行适当的测量, 根据测得结果就可以判断信号模光子所处的状态, 即实现对信号模光子的非破坏性测量.

考虑到目前实验上可获得的非线性强度比较弱, 从而要求在光子和非线性介质相互作用过程中不宜引入较大的相位角, 我们设计了一个量子非破坏性测量装置如图 2 所示. 图中, a_1 和 a_2 是图 1 中

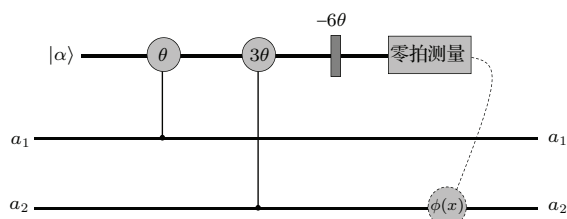


图 2 量子非破坏性测量装置

Fig. 2. A quantum nondemolition detection to distinguish two cases of photons in two special spatial modes.

描述的两个光子的空间模, 常称为信号模; $|\alpha\rangle$ 是为了构建量子非破坏性测量而引入的相干态, 常称为相干探针束; θ 和 3θ 表示在光子和非线性介质相互作用过程中产生的相位角, 而 -6θ 则指一个单量子比特相位门; $\phi(x)$ 是与对相干态的位置零拍测量结果相对应的用于恢复量子比特所需的经典反馈信息.

经克尔非线性介质作用, 由信号模光子及相干探针束组成的复合系统

$$\frac{b}{\sqrt{2}}(|1, 2\rangle_{a_1 a_2} + |2, 1\rangle_{a_1 a_2})|\alpha\rangle + \frac{c}{\sqrt{2}}(|0, 3\rangle_{a_1 a_2} + |3, 0\rangle_{a_1 a_2})|\alpha\rangle \quad (13)$$

演化为

$$\frac{b}{\sqrt{2}}(|1, 2\rangle_{a_1 a_2}|\alpha e^{i\theta}\rangle + |2, 1\rangle_{a_1 a_2}|\alpha e^{-i\theta}\rangle) + \frac{c}{\sqrt{2}}(|0, 3\rangle_{a_1 a_2}|\alpha e^{3i\theta}\rangle + |3, 0\rangle_{a_1 a_2}|\alpha e^{-3i\theta}\rangle), \quad (14)$$

其中, $|m, n\rangle_{a_1 a_2}$ 表示分别有 m 和 n 个光子在空间模 a_1 和 a_2 的空间模态, b 和 c 为满足归一化条件的复系数. 接下来, 我们对相干探针束做位置零拍测量^[26,28], 结果可表示为

$$\frac{b}{\sqrt{2}}f(x, \alpha \cos \theta)(e^{i\phi_b(x)}|1, 2\rangle_{a_1 a_2} + e^{-i\phi_b(x)}|2, 1\rangle_{a_1 a_2}) + \frac{c}{\sqrt{2}}f(x, \alpha \cos 3\theta)(e^{i\phi_c(x)}|0, 3\rangle_{a_1 a_2} + e^{-i\phi_c(x)}|3, 0\rangle_{a_1 a_2}), \quad (15)$$

其中, 函数 $f(x, \alpha \cos \theta)$ 及 $f(x, \alpha \cos(3\theta))$ 分别表示峰值在 $2\alpha \cos \theta$ 及 $2\alpha \cos(3\theta)$ 的两个高斯分布曲线, 满足: $f(x, \beta) = (2\pi)^{-1/4} e^{-(x-2\beta)^2/4}$; 相位角 $\phi_b(x) = \alpha \sin \theta (x - 2\alpha \cos \theta) \bmod (2\pi)$ 和 $\phi_c(x) = \alpha \sin(3\theta) (x - 2\alpha \cos(3\theta)) \bmod (2\pi)$ 是与对相干态的测量结果相应的经典反馈信息, 用于恢复六光子态到一个期望的子空间. 两峰值的中点位于 $x_m = \alpha(\cos \theta + \cos(3\theta))$, 当测量结果为 $x > x_m$ 时, 信号光子态测量塌缩为

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_b(x)}|1, 2\rangle_{a_1 a_2} + e^{-i\phi_b(x)}|2, 1\rangle_{a_1 a_2}),$$

而当测量结果为 $x < x_m$ 时, 信号光子态演化为

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_c(x)}|0, 3\rangle_{a_1 a_2} + e^{-i\phi_c(x)}|3, 0\rangle_{a_1 a_2}).$$

最后, 根据具体的测量值可以计算出 $\phi_b(x)$ 或 $\phi_c(x)$, 恢复出信号光子态

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 2\rangle + |2, 1\rangle)_{a_1 a_2},$$

或态

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 3\rangle + |3, 0\rangle)_{a_1 a_2},$$

从而实现了两信号光子态非破坏性区分并投影两信号光子态到期望的子空间.

4 结 论

基于线性光学元件及克尔非线性介质, 我们提出了一个高效制备包含偏振纠缠和空间纠缠的六光子超纠缠态方案. 方案中, 应用线性光学器件设计了一个量子线路, 用以实现经由自发参量下转换源产生的三对纠缠光子制备出六光子超纠缠态. 应用克尔非线性介质, 我们提出了一个包含两个信号模的量子非破坏性测量方案, 用以实现对三个光子空间状态进行非破坏性的区分并投影信号光子到一个理想的子空间. 在六个光子同时出现在不同的空间模的情况下, 实现了对包含偏振纠缠和空间纠缠的六光子超纠缠态的制备. 考虑到克尔介质非线性非常弱, 在量子非破坏性测量方案的设计中引入了单光子相位门, 从而克服了在非线性和相互作用过程中因引入较大的相位角而导致实验上不易实现的困难^[32]. 比较三光子及四光子包含偏振纠缠和空间纠缠的超纠缠态制备方案^[10,12], 我们将制备的光子数推广到了六个, 由于光子数的增多光子态的演化及光子不同状态的非破坏性区分也变得十分复杂. 此外, 随着人们所考虑的光子数的不断增加, 在实验方面还存在一些需要注意的关键性的问题^[2,31], 比如, 在参量下转换过程中对实验参数的控制、单光子态的耦合与探测及多路光子符合探测等, 这些都是我们今后所需努力的方向.

参考文献

[1] Knill E, Laflamme R, Milburn G J 2001 *Nature* **409** 46

- [2] Pan J W, Chen Z B, Lu C Y, Weinfurter H, Zeilinger A, Żkowski M 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 777
- [3] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A, Sergienko A V, Shih Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337
- [4] Bouwmeester D, Pan J W, Daniell M, Weinfurter H, Zeilinger A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1345
- [5] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4435
- [6] Jin G S, Lin Y, Wu B 2007 *Phys. Rev. A* **75** 054302
- [7] Wang H F, Zhang S 2009 *Phys. Rev. A* **79** 042336
- [8] Kwiat P G 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2173
- [9] Du K, Qiao C F 2012 *J. Mod. Opt.* **59** 611
- [10] He Y Q, Ding D, Yan F L, Gao T 2015 *J. Phys. B* **48** 055501
- [11] Simon C, Pan J W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 257901
- [12] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044305
- [13] Ding D, Yan F L 2013 *Phys. Lett. A* **377** 1088
- [14] Chiuri A, Greganti C, Paternostro M, Vallone G, Mataloni P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 173604
- [15] Xu X F, Bao X H, Pan J W 2012 *Phys. Rev. A* **86** 050304
- [16] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [17] Greenberger D M, Horne M A, Shimony A, Zeilinger A 1990 *Am. J. Phys.* **58** 1131
- [18] Yan F L, Gao T, Chitambar E 2011 *Phys. Rev. A* **83** 022319
- [19] Gao T, Yan F L, van Enk S J 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 180501
- [20] Bai Y K, Xu Y F, Wang Z D 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 100503
- [21] Boyd R W 1999 *J. Mod. Opt.* **46** 367
- [22] Kok P, Lee H, Dowling J P 2002 *Phys. Rev. A* **66** 063814
- [23] Munro W J, Nemoto K, Beausoleil R G, Spiller T P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 033819
- [24] Nemoto K, Munro W J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250502
- [25] Lin Q, He B, Bergou J A, Ren Y H 2009 *Phys. Rev. A* **80** 042311
- [26] Barrett S D, Kok P, Nemoto K, Beausoleil R G, Munro W J, Spiller T P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 060302
- [27] Sheng Y B, Deng F G, Long G L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032318
- [28] Ding D, Yan F L, Gao T 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 2098
- [29] Ding D, Yan F L, Gao T 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 3075
- [30] Ding D, Yan F L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 100304 (in Chinese) [丁东, 闫凤利 2013 物理学报 **62** 100304]
- [31] Kok P, Munro W J, Nemoto K, Ralph T C, Dowling J P, Milburn G J 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 135
- [32] Kok P 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013808

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Generation of six-photon hyperentangled states^{*}Ding Dong¹⁾²⁾ He Ying-Qiu²⁾ Yan Feng-Li^{2)†} Gao Ting^{3)‡}

1) (Department of Basic Curriculum, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China)

2) (College of Physics Science and Information Engineering, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China)

3) (College of Mathematics and Information Science, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China)

(Received 2 December 2014; revised manuscript received 7 January 2015)

Abstract

Nowadays, the nonlinear optical process of spontaneous parametric down-conversion is considered as the canonical approach for creating entangled-photon pairs. We consider three pairs of entangled photons emitted by the parametric down-conversion source, and introduce a setup for evolving these photons based on linear optics, which is composed of several polarizing beam splitters, beam splitters, and half wave plates. By using the parametric down-conversion source and the setup, we carefully design an efficient scheme for preparing six-photon hyperentangled states in both the polarization and the spatial degrees of freedom. Because we use almost all possible behaviors of the three pairs of entangled photons, the present scheme is efficient for creating six-photon hyperentangled states. Next, in the regime of weak nonlinearity we design a quantum nondemolition detection to distinguish the two cases of photons in two special spatial modes. It is worth pointing out that our scheme is much easier to realize, since the strength of the nonlinearities in the process of quantum nondemolition detection can be restricted to the scalable orders of magnitude in practicality.

Keywords: multiphoton entanglement, hyperentangled state, quantum nondemolition detection**PACS:** 03.67.Bg, 03.67.Lx, 03.65.Ud**DOI:** 10.7498/aps.64.160301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11475054, 11371005), the Hebei Natural Science Foundation, China (Grant Nos. A2012205013, A2014205060), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education, China (Grant Nos. 3142014068, 3142014125), and the Langfang Key Technology Research and Development Program, China (Grant No. 2014011002).

† Corresponding author. E-mail: flyan@hebtu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: gaoting@hebtu.edu.cn

光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控

任宝藏 邓富国

Hyper-parallel photonic quantum computation and manipulation on hyperentangled states

Ren Bao-Cang Deng Fu-Guo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响

Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication

物理学报.2015, 64(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150301>

三维传输量子比特的退相干参数表征

Decoherence characterization of three-dimensional transmon

物理学报.2014, 63(22): 220305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220305>

表面离子阱的衬底效应模型研究及新型离子阱设计

Substrate effect on surface-electrode ion trap and hybrid design for ion trap

物理学报.2014, 63(6): 060303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060303>

初态对光波导阵列中连续量子行走影响的研究

Effects of initial states on continuous-time quantum walk in the optical waveguide array

物理学报.2013, 62(9): 090301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090301>

超导量子比特的耦合研究进展

Progress of coupled superconducting qubits

物理学报.2013, 62(1): 010301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.010301>

专题: 量子精密计量与操控

光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控*

任宝藏 邓富国†

(北京师范大学物理学系, 北京 100875)

(2015年4月8日收到; 2015年5月12日收到修改稿)

光子系统在量子信息处理和传输过程中有非常重要的应用. 譬如, 利用光子与原子(或人工原子)之间的相互作用, 可以完成信息的安全传输、存储和快速的并行计算处理等任务. 光子系统具有多个自由度, 如极化、空间模式、轨道角动量、时间-能量、频率等自由度. 光子系统的多个自由度可以同时应用于量子信息处理过程. 超并行量子计算利用光子系统多个自由度的光量子态同时进行量子并行计算, 使量子计算具有更强的并行性, 且需要的量子资源少, 更能抵抗光子数损耗等噪声的影响. 多个自由度同时存在纠缠的光子系统量子态称为超纠缠态, 它能够提高量子通信的容量与安全性, 辅助完成一些重要的量子通信任务. 在本综述中, 我们简要介绍了光子系统两自由度量子态在量子信息中的一些新应用, 包括超并行量子计算、超纠缠态分析、超纠缠浓缩和纯化三个部分.

关键词: 超并行量子计算, 超纠缠态分析, 超纠缠浓缩, 超纠缠纯化**PACS:** 03.67.Lx, 03.67.Hk, 03.67.Pp, 03.67.Bg**DOI:** 10.7498/aps.64.160303

1 引言

量子信息主要利用量子力学原理, 结合光子、原子、人工原子、光学微腔等物理系统的特性, 完成信息的安全传输、快速的并行计算处理等任务, 是量子物理学与信息学科相结合的新兴交叉学科^[1]. 量子信息主要由量子计算和量子通信两部分组成. 在量子计算中, 高效、快速、抗噪声的量子门的构造和量子算法的设计是研究的核心问题; 在量子通信中, 长距离的网络通信是人们的迫切需求, 其中量子中继器是量子通信实用化的必备关键技术. 光子是光量子计算和量子通信的信息载体, 对光量子态的准确操控是当今物理领域的研究热点之一. 传统的光量子并行计算和远程量子通信主要利用光子系统的单一自由度^[2,3] (如极化自由度) 作为信息载体进行信息处理与传输.

光子系统具有不止一个自由度, 除了常用的极化自由度之外, 还有空间模式自由度、轨道角动量

自由度、时间-能量自由度、频率自由度等. 光子系统的这些自由度在量子计算和量子通信中有非常重要的应用. 光子系统的空间模式自由度和极化自由度都可以编码为量子比特, 分别用于量子计算^[4,5]. 如果能将光子系统的多个自由度量子态同时进行编码并应用于量子信息处理, 可以增加光子携带的信息量, 减小由于光子数损耗噪声造成的影响. 例如, 利用光子空间模式自由度和极化自由度之间易于转化的性质和腔量子电动力学的非线性光学作用, 超并行普适量子逻辑门能够对光子系统的两个自由度同时进行量子并行操作, 提高量子计算的并行性^[6-8]. 将光子超纠缠态^[9]直接应用于量子通信, 能够提高远程通信的信道容量^[10-12].

本综述简要介绍了光子系统多自由度量子态操控在量子信息中的一些新的应用, 包括超并行量子控制非门模型(hyper-controlled-not gate)^[7]、杂合超并行量子控制非门模型(hybrid hyper-controlled-not gate)^[8]、超纠缠态分析

* 国家自然科学基金(批准号: 11474026)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fgdeng@bnu.edu.cn

(hyperentangled-state analysis)^[10,11]、以及超纠缠态浓缩和纯化(hyperentanglement concentration and purification)^[13–16]. 本综述主要集中在我们最近几年的工作介绍, 这些工作被其他研究组借鉴、应用和推广等相关的后续工作在这里不做详细介绍^[17–28].

2 超并行量子计算

量子计算利用量子态叠加原理, 通过量子么正演化, 完成快速的并行计算处理. 量子逻辑门是量子计算的基本单元. 前人已经证明, 量子控制非门(CNOT)和单比特门可以构成普适的量子计算电路, 即可以构建任意量子计算任务需要的量子电路. 由于单比特量子门相对容易实现, 量子控制非门及其等价逻辑门的构造在量子计算研究中具有非常重要的地位, 是实现量子计算的核心之一. 基于光子偏振或相干态^[29–36]、电子自旋^[37–41]、核自旋^[42–46]、原子能级^[47,48]、超导能级^[49–52]、囚禁离子能级^[53]等各种物理量子比特, 人们理论设计和实验演示了普适的单自由度量子控制非门和条件相位门.

传统的并行量子计算通常是基于物理系统单一自由度完成的, 或者借助另一个自由度辅助完成一个自由度(或等价于一个自由度)的量子计算. 这里, 我们介绍基于光量子系统两自由度的超并行量子计算. 超并行量子计算是指在光子系统的两个自由度上同时进行可扩展量子计算, 实现光子系统两自由度的双并行量子信息处理; 它能完整地、最大限度地利用量子系统的信息处理容量, 并具有加速量子计算、节省量子资源、降低噪声影响等优点. 我们主要介绍光量子系统两自由度的普适量子门, 即超控制非门^[7]和杂合超控制非门^[8].

2.1 空间-极化超控制非门

超并行量子控制非门(hyper-CNOT)的作用是在光子系统的空间模式和极化两个自由度同时完成并行量子控制非门操作. 具体而言, 这里的超并行量子控制非门实现了光子A的极化比特控制光子B的极化比特完成量子控制非门, 同时光子A的空间模式比特控制光子B的空间模式比特完成量子控制非门. 不同于传统并行量子控制非门, 超并行量子控制非门并不是利用空间模式比特辅助

极化比特完成单自由度的并行量子控制非门, 并消耗掉空间模式比特, 而是充分利用每一个光子的两自由度量子态进行信息编码, 在两个自由度都完成并行量子控制非门操作, 提高信息处理容量, 加速并行计算.

利用双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用^[54], 能够构造光子空间-极化超控制非门^[7]. 双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射效果为^[7]

$$\begin{aligned} |R^\uparrow, i_2, \uparrow\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, i_2, \uparrow\rangle, \\ |L^\downarrow, i_1, \uparrow\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, i_1, \uparrow\rangle, \\ |R^\uparrow, i_2, \downarrow\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, i_1, \downarrow\rangle, \\ |L^\downarrow, i_1, \downarrow\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow, i_2, \downarrow\rangle, \\ |R^\downarrow, i_1, \uparrow\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow, i_2, \uparrow\rangle, \\ |L^\uparrow, i_2, \uparrow\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow, i_1, \uparrow\rangle, \\ |R^\downarrow, i_1, \downarrow\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, i_1, \downarrow\rangle, \\ |L^\uparrow, i_2, \downarrow\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, i_2, \downarrow\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 R 和 L 分别表示右旋圆偏振光和左旋圆偏振光, $L^\uparrow$ ($L^\downarrow$)和 $R^\uparrow$ ($R^\downarrow$)表示左旋圆偏振光和右旋圆偏振光从光学腔的底部(顶部)入射双边光学腔-量子点系统, 或从双边光学腔顶部(底部)出射; $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别表示量子点中的电子自旋 $|1/2\rangle$ 和 $|-1/2\rangle$; i_1 和 i_2 分别表示光子 i 的两个空间路径模式($i = a, b$).

基于双边光学腔-量子点系统的超并行量子控制非门的原理如图1所示. 其中CPBS _{i} ($i = 1, 2, 3$)表示圆偏振光极化束分离器, 它能透射 R 光并反射 L 光; U_i ($i = 1, 2$)表示波片, 它对光子的极化自由度进行相移操作 $U = -|R\rangle\langle R| - |L\rangle\langle L|$; X 表示半波片, 它对光子的极化自由度进行比特翻转操作 $\sigma_X^P = |R\rangle\langle L| + |L\rangle\langle R|$; Z_i ($i = 1, 2$)表示半波片, 对光子的极化自由度进行相位翻转操作 $\sigma_Z^P = |R\rangle\langle R| - |L\rangle\langle L|$; QD _{i} ($i = 1, 2$)表示双边光学腔-量子点系统, 电子自旋的初态制备为 $|+\rangle_{e_i}$, $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \pm |\downarrow\rangle)$. 我们不妨假设进行超并行量子控制非门操作的两个光子A和B的初态分别制备为 $|\varphi_A\rangle_0 = (\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_A(\gamma_1|a_1\rangle + \gamma_2|a_2\rangle)$ 和 $|\varphi_B\rangle_0 = (\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$. 对光子对AB进行的超并行量子控制非门操作可以通过下面一些步骤和过程来完成.

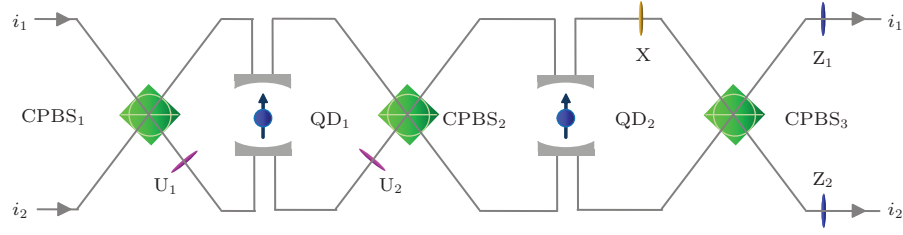


图1 光子空间-极化两自由度超并行量子控制非门原理图

Fig. 1. Schematic diagram of the photonic hyper-controlled-not gate for the polarization and spatial-mode degrees of freedom (DOFs).

首先, 我们对光子A的空间和极化自由度进行Hadamard操作, 光子A的量子态演化为 $|\varphi'_A\rangle_0 = (\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A(\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle)$, 其中 $\alpha'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 + \alpha_2)$, $\alpha'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 - \alpha_2)$, $\gamma'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma_1 + \gamma_2)$, $\gamma'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma_1 - \gamma_2)$. 随后, 我们让光子A依次通过CPBS₁, U₁, QD₁, U₂和CPBS₂ (如图1所示). 由QD₁中的电子自旋 e_1 和光子A组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{Ae_1}\rangle_0$ 演化为 $|\varphi_{Ae_1}\rangle_1$. 其中

$$\begin{aligned} |\varphi_{Ae_1}\rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad \otimes (\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle), \\ |\varphi_{Ae_1}\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\gamma'_1[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|L\rangle + \alpha'_2|R\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A]|a_2\rangle \\ &\quad + \gamma'_2[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|L\rangle + \alpha'_2|R\rangle)_A]|a_1\rangle\}. \quad (2) \end{aligned}$$

在光子A通过CPBS₂后, 我们让光子A依次通过QD₂, X, CPBS₃, Z₁和Z₂ (如图1所示). 由光子A以及QD₁和QD₂中的电子自旋 e_1 和 e_2 组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_1$ 演化为 $|\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2$. 其中

$$\begin{aligned} |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)_{e_2}|\varphi_{Ae_1}\rangle_1, \\ |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2 &= \frac{1}{2}[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A] \\ &\quad \otimes [|\uparrow\rangle_{e_2}(\gamma'_2|a_1\rangle + \gamma'_1|a_2\rangle) \\ &\quad - |\downarrow\rangle_{e_2}(\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle)]. \quad (3) \end{aligned}$$

现在, 我们得到了四比特杂合控制非门的作用结果. 其中电子自旋 e_1 和 e_2 为控制量子比特, 光子A的空间和极化自由度为目标量子比特.

其次, 对电子自旋 e_1 和 e_2 进行Hadamard操作

后 $[|\uparrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), |\downarrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)]$, 我们让光子B依次通过CPBS₁, U₁, QD₁, U₂, CPBS₂, QD₂, X, CPBS₃, Z₁和Z₂ (如图1所示). 由光子A和B以及电子自旋 e_1 和 e_2 组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_2$ 演化为 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_3$. 其中,

$$\begin{aligned} |\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_2 &= |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle), \\ |\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_3 &= \frac{1}{2}[|\uparrow\rangle_{e_1}\alpha_1(|R\rangle + |L\rangle)_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}\alpha_2(|R\rangle - |L\rangle)_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ &\quad \otimes [-|\uparrow\rangle_{e_2}\gamma_2(|a_1\rangle - |a_2\rangle)(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle) \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_2}\gamma_1(|a_1\rangle + |a_2\rangle)(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)]. \quad (4) \end{aligned}$$

最后, 我们对光子A的空间和极化自由度以及电子自旋 e_1 和 e_2 再次进行Hadamard操作, 复合系统AB e_1e_2 的量子态演化为 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_4$. 其中,

$$\begin{aligned} |\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_4 &= \frac{1}{2}\{|\uparrow\rangle_{e_1}[\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad + \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}[\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad - \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B]\} \\ &\quad \otimes \{|\uparrow\rangle_{e_2}[\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ &\quad - \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)] \\ &\quad - |\downarrow\rangle_{e_2}[\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ &\quad + \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)]\}. \quad (5) \end{aligned}$$

在正交基矢 $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ 下测量电子自旋 e_1 和 e_2 , 并根据测量结果对光子A进行单比特反馈操作后, 我们能够得到空间-极化超并行量子控制非门的作用结果. 具体而言, 如果电子自旋 e_1 的量子态为 $|\downarrow\rangle_{e_1}$, 对光子A进行极化操作 $|L\rangle_A \rightarrow -|L\rangle_A$; 如

果电子自旋 e_2 的量子态为 $|\uparrow\rangle_{e_2}$, 对光子 A 进行空间模式操作 $|a_2\rangle \rightarrow -|a_2\rangle$. 光子系统 AB 的末态为

$$\begin{aligned} |\varphi_{AB}\rangle = & [\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ & + \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ & \otimes [\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ & + \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)]. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式即为光子空间-极化两自由度超并行量子控制非门的作用结果, 其中光子 A 的空间模和极化模为控制量子比特, 光子 B 的空间模和极化模为目标量子比特.

2.2 空间-极化杂合超控制非门

杂合超控制非门是将光子的一个自由度作为控制量子比特, 而将光子的另外一个自由度作为目标量子比特, 对双光子的两个自由度同时进行控制非门操作. 利用双边光学腔-NV-center 系统对圆偏振光的双折射作用, 我们能够构造杂合超控制非门^[8]. 双边光学腔-NV-center 系统对圆偏振光的双折射效果为^[8]

$$\begin{aligned} |R^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, -1\rangle, & |R^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, +1\rangle, \\ |L^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, -1\rangle, & |L^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow, +1\rangle, \\ |R^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow, -1\rangle, & |R^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, +1\rangle, \\ |L^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow, -1\rangle, & |L^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, +1\rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $|-1\rangle$ 和 $|+1\rangle$ 表示金刚石 NV-center 的电子自旋基态.

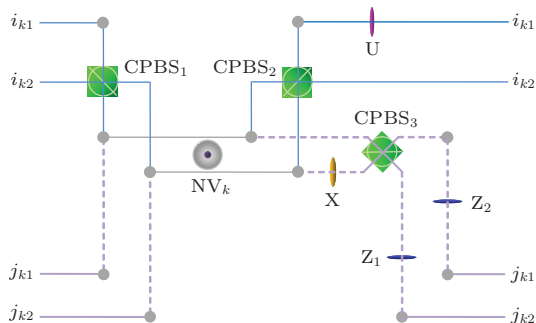


图2 光子空间-极化两自由度杂合超并行量子控制非门原理图^[8]

Fig. 2. Schematic diagram of the photonic hybrid hyper-controlled-not gate for the polarization and spatial-mode DOFs^[8].

基于双边光学腔-NV-center 系统的杂合超控制非门的原理如图2所示^[8]. NV_i ($i = 1,$

2) 表示双边光学腔-NV-center 系统, 电子自旋的初态制备为 $|+\rangle_{e_i}$, $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle \pm |+1\rangle)$. 假设我们将光子 A 和 B 的初态分别制备为 $|\varphi_A\rangle_0$ 和 $|\varphi_B\rangle_0$. 在对光子 A 和 B 的极化自由度进行 Hadamard 操作后, 光子 A 和 B 的量子态演化为 $|\psi'_A\rangle_0 = (\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A(\gamma_1|a_1\rangle + \gamma_2|a_2\rangle)$ 和 $|\psi'_B\rangle_0 = (\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$, 其中 $\beta'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1 + \beta_2)$, $\beta'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1 - \beta_2)$. 通过下面一些步骤和过程, 我们可以完成对光子对 AB 进行的超并行杂合量子控制非门操作.

首先, 我们将光子 A 的两个空间模 $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 分别沿空间路径 i_{11} 和 i_{12} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_1 (如图2所示). 同时, 我们将光子 B 的两个空间模 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 分别沿空间路径 i_{21} 和 i_{22} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_2 . 在光子 A(B) 通过 CPBS₁, NV_1 (NV_2), CPBS₂ 和 U 后, 由光子 A 和 NV_1 (光子 B 和 NV_2) 组成的复合系统的量子态演化为 $|\psi_{Ae_1}\rangle_1$ ($|\psi_{Be_2}\rangle_1$). 其中

$$\begin{aligned} |\psi_{Ae_1}\rangle_1 = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\gamma_1[|-1\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ & - |+1\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A]|a_1\rangle \\ & + \gamma_2[|-1\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A \\ & - |+1\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A]|a_2\rangle\}, \\ |\psi_{Be_2}\rangle_1 = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\delta_1[|-1\rangle_{e_2}(\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B \\ & - |+1\rangle_{e_2}(\beta'_2|R\rangle + \beta'_1|L\rangle)_B]|b_1\rangle \\ & + \delta_2[|-1\rangle_{e_2}(\beta'_2|R\rangle + \beta'_1|L\rangle)_B \\ & - |+1\rangle_{e_2}(\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B]|b_2\rangle\}. \end{aligned} \quad (8)$$

其次, 我们对 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋进行 Hadamard 操作 $[|-1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle + |+1\rangle), |+1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle - |+1\rangle)]$, 并将光子 A 的两个空间模 $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 分别沿空间路径 j_{21} 和 j_{22} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_2 (如图2所示). 同时, 我们将光子 B 的两个空间模 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 分别沿空间路径 j_{11} 和 j_{12} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_1 . 在光子 A(B) 通过 NV_2 (NV_1), X, CPBS₃, Z_1 和 Z_2 后, 由光子 A 和 B 以及 NV_1 和 NV_2 组成的复合系统的量子态演化为 $|\psi_{ABe_1e_2}\rangle_2$. 其中

$$\begin{aligned} |\psi_{ABe_1e_2}\rangle_2 = & \frac{1}{2}[|-1\rangle_{e_1}\alpha_2(|L\rangle - |R\rangle)_A(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -|+1\rangle_{e_1}\alpha_1(|R\rangle+|L\rangle)_A(\delta_1|b_1\rangle+\delta_2|b_2\rangle)] \\
 & \otimes[|-1\rangle_{e_2}\beta_2(|L\rangle-|R\rangle)_B(\gamma_2|a_1\rangle+\gamma_1|a_2\rangle) \\
 & -|+1\rangle_{e_2}\beta_1(|R\rangle+|L\rangle)_B(\gamma_1|a_1\rangle+\gamma_2|a_2\rangle)]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

最后, 我们对 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋以及光子 A 和 B 的极化自由度再次进行 Hadamard 操作. 在正交基矢 $\{|-1\rangle, |+1\rangle\}$ 下测量 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋, 并根据测量结果对光子 A 和 B 进行单比特么正操作后, 我们能够得到空间-极化杂合超控制非门的作用结果. 具体而言, 如果 NV_1 的电子自旋量子态为 $|+1\rangle_{e_1}$, 需要对光子 A 进行极化操作 $|L\rangle_A \rightarrow -|L\rangle_A$; 如果 NV_2 的电子自旋量子态为 $|+1\rangle_{e_2}$, 需要对光子 B 进行极化操作 $|L\rangle_B \rightarrow -|L\rangle_B$. 光子系统 AB 的末态为

$$\begin{aligned}
 |\psi_{AB}\rangle = & [\alpha_1|R\rangle_A(\delta_1|b_1\rangle+\delta_2|b_2\rangle) \\
 & + \alpha_2|L\rangle_A(\delta_2|b_1\rangle+\delta_1|b_2\rangle)] \\
 & \otimes [\beta_1|R\rangle_B(\gamma_1|a_1\rangle+\gamma_2|a_2\rangle) \\
 & + \beta_2|L\rangle_B(\gamma_2|a_1\rangle+\gamma_1|a_2\rangle)]. \quad (10)
 \end{aligned}$$

(10) 式为光子空间-极化杂合超控制非门的作用结果, 其中光子 A(B) 的极化模为控制量子比特, 光子 B(A) 的空间模为目标量子比特.

3 超纠缠态分析

量子通信利用量子力学的基本原理(如测不准原理、纠缠系统的相干性与非定域性等)完成信息的安全传输. 量子通信有几个重要的分支, 如量子密钥分配(quantum key distribution)^[55–58], 量子机密共享(quantum secret sharing)^[59–61], 量子安全直接通信(quantum secure direct communication)^[62–65]等. 无论是基于单光子的量子通信方案, 还是基于纠缠光子系统的量子通信方案, 在网络化长距离通信中, 都需要借助量子中继器^[66–73]. 量子中继器技术通常包括纠缠产生、纠缠分发、纠缠纯化、纠缠链接和量子存储五个组成部分. 而纠缠链接的本质, 是对一组正交量子态进行完整区分, 例如 Bell 态分析.

光子系统多个自由度同时存在纠缠的量子态定义为超纠缠态^[9]. 将光子系统超纠缠态应用于量子通信, 能够提高信道容量和通信安全^[28]. 超纠缠还可以用于建立高容量的量子中继器, 服务于实用的远程量子通信网络. 这里, 我们介绍高容量量子通信的重要组成部分, 即超纠缠 Bell 态分析. 利用

完全的超纠缠 Bell 态区分设计第一个完整的基于超纠缠态的高容量量子隐形传态(teleportation)和纠缠转移(entanglement swapping)的工作见参考文献^[10]; 借助于具体物理系统特性设计完全的超纠缠 Bell 态区分, 并设计两自由度量子纠缠转移的工作见参考文献^[11]; 实验演示两自由度高容量量子隐形传态的工作见参考文献^[28].

3.1 基于非线性克尔介质的超纠缠 Bell 态分析

这里的超纠缠 Bell 态定义为在光子的极化自由度和空间模式自由度同时存在纠缠的量子态, 譬如 $|\Phi^{\pm}\rangle_{PS}^{AB} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{AB} \otimes (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{AB}$. 其中上标 A 和 B 表示超纠缠的两个光子, 下标 P 和 S 分别表示光子的极化自由度和空间模式自由度, H 和 V 分别表示水平偏振光和竖直偏振光. 光子系统的极化自由度 Bell 态和空间自由度 Bell 态定义为

$$\begin{aligned}
 |\phi^{\pm}\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle \pm |VV\rangle)_P^{AB}, \\
 |\psi^{\pm}\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle \pm |VH\rangle)_P^{AB}, \\
 |\phi^{\pm}\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle)_S^{AB}, \\
 |\psi^{\pm}\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle)_S^{AB}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中 $|\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 和 $|\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 为奇宇称态, $|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 和 $|\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 为偶宇称态. 利用基于非线性克尔(Kerr)介质的宇称检测 QND (quantum nondemolition detector) 能够设计完全区分 16 个超纠缠 Bell 态的量子态分析方案^[10].

应用非线性克尔介质, 单光子和相干光系统可以产生非线性相移: $(a|0\rangle + b|1\rangle)|\alpha\rangle \rightarrow a|0\rangle|\alpha\rangle + b|1\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle$, 其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 为 Fock 态, 分别表示有 0 个光子和 1 个光子, $|\alpha\rangle$ 为相干态, θ 为相移. 利用克尔介质产生的非线性相移能构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND, 并完全区分极化 Bell 态和空间 Bell 态^[10].

空间 Bell 态分析的原理如图 3 所示, 其中 BS 表示 50 : 50 束分离器, 对光子空间模式进行 Hadamard 操作 $[|i_1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1\rangle + |i_2\rangle), |i_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1\rangle - |i_2\rangle)]$. 在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 3(a) 所示的空间宇称检测 QND 后, 光子空间 Bell 态和相干态演化为

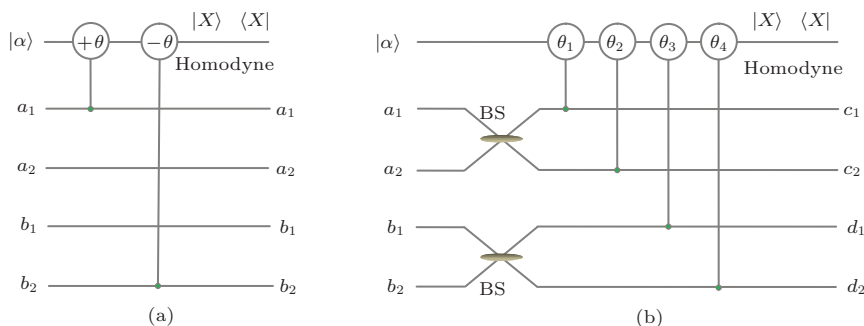


图3 基于宇称检测 QND 的空间 Bell 态分析原理图

Fig. 3. Schematic diagram of the spatial-mode Bell state analysis with the parity-check QND.

$$\begin{aligned}
 |\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle \pm |a_2b_2\rangle|\alpha e^{-i\theta}\rangle), \\
 |\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle|\alpha\rangle \pm |a_2b_1\rangle|\alpha\rangle). \quad (12)
 \end{aligned}$$

对相干光进行 X-quadrature 测量, 空间 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 能够与空间 Bell 态 $|\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 区分开. 若相干光有相移, 空间自由度为偶宇称态 $|\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}$. 若相干光无相移, 则空间自由度为奇宇称态 $|\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}$. 随后, 光子 A 和 B 经过图 3(b) 所示的 BS, 空间 Bell 态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^+\rangle_S^{AB} &\rightarrow |\phi^+\rangle_S^{AB}, |\phi^-\rangle_S^{AB} \rightarrow |\psi^+\rangle_S^{AB}, \\
 |\psi^+\rangle_S^{AB} &\rightarrow |\phi^-\rangle_S^{AB}, |\psi^-\rangle_S^{AB} \rightarrow |\psi^-\rangle_S^{AB}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 3(b) 所示的空间宇称检测 QND 后, 对相干光进行 X-quadrature 测量, 四个空间 Bell 态能够被完全区分开. 光子空间态 c_1d_1, c_2d_2, c_1d_2 和 c_2d_1 所对应的相移分别为 $\theta_1 + \theta_3, \theta_2 + \theta_4, \theta_1 + \theta_4$ 和 $\theta_2 + \theta_3$. 初始空间 Bell 态 $|\phi^+\rangle_S^{AB}$ (或 $|\psi^+\rangle_S^{AB}$) 对应于出口 c_1d_1 或 c_2d_2 , 而初始空间 Bell 态 $|\phi^-\rangle_S^{AB}$ (或 $|\psi^-\rangle_S^{AB}$) 对应于出口 c_1d_2 或 c_2d_1 .

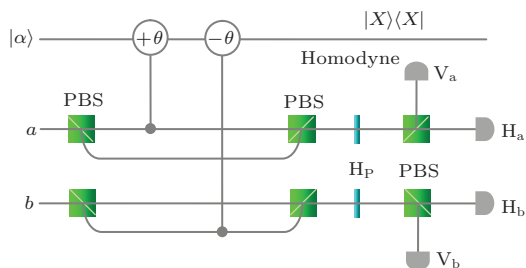


图4 基于宇称检测 QND 的极化 Bell 态分析原理图

Fig. 4. Schematic diagram of the polarization Bell state analysis with the parity-check QND.

极化 Bell 态分析的原理如图 4 所示, 其中 PBS 为极化束分离器, 透射水平偏振光并反射垂直

偏振光; H_P 为半波片, 对光子极化自由度进行 Hadamard 操作 $[|H\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle), |V\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)]$; H_a, V_a, H_b 和 V_b 为四个单光子探测器. 在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 4 所示的极化宇称检测 QND 后, 光子极化 Bell 态和相干态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle \pm |VV\rangle|\alpha e^{-i\theta}\rangle), \\
 |\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle|\alpha\rangle \pm |VH\rangle|\alpha\rangle). \quad (14)
 \end{aligned}$$

对相干光进行 X-quadrature 测量, 极化 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 能够与极化 Bell 态 $|\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 区分开. 若相干光有相移, 极化自由度为偶宇称态 $|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}$; 若相干光无相移, 则极化自由度为奇宇称态 $|\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}$. 在光子 A 和 B 通过 H_P 后, 极化 Bell 态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^+\rangle_P^{AB} &\rightarrow |\phi^+\rangle_P^{AB}, |\phi^-\rangle_P^{AB} \rightarrow |\psi^+\rangle_P^{AB}, \\
 |\psi^+\rangle_P^{AB} &\rightarrow |\phi^-\rangle_P^{AB}, |\psi^-\rangle_P^{AB} \rightarrow |\psi^-\rangle_P^{AB}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

通过探测器的响应情况我们能够完全区分四个极化 Bell 态. 初始极化 Bell 态 $|\phi^+\rangle_P^{AB}$ ($|\psi^+\rangle_P^{AB}$) 对应于探测器 H_aH_b 或 V_aV_b 响应, 而初始极化 Bell 态 $|\phi^-\rangle_P^{AB}$ ($|\psi^-\rangle_P^{AB}$) 对应于探测器 H_aV_b 或 V_aH_b 响应. 即, 利用图 3 和图 4 中的空间宇称检测 QND 和极化宇称检测 QND, 我们能够完全区分 16 个超纠缠 Bell 态.

3.2 基于单边光学腔-量子点系统的超纠缠 Bell 态分析

第一个完整的超纠缠 Bell 态区分方案是基于普适克尔效应的理论模型^[10]. 利用单边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用能够实现非线

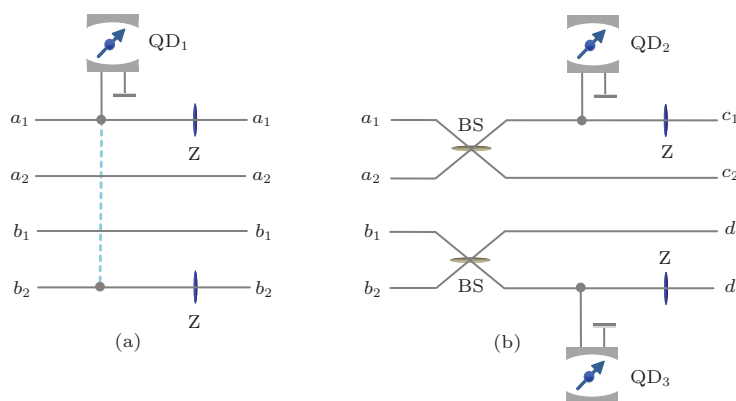


图5 基于单边光学腔-量子点系统的空间 Bell 态分析原理图

Fig. 5. Schematic diagram of the spatial-mode Bell state analysis using the one-sided cavity-quantum dot system.

性克尔相移效果^[74]. 这里, 我们介绍基于单边光学腔-量子点系统非线性相移的超纠缠 Bell 态分析方案^[11].

单边光学腔-量子点系统与圆偏振光作用两次 (例如: 应用图 5 中的全反射镜) 的双折射效果为

$$\begin{aligned} |L, \uparrow\rangle &\rightarrow |L, \uparrow\rangle, |L, \downarrow\rangle \rightarrow -|L, \downarrow\rangle, \\ |R, \uparrow\rangle &\rightarrow -|R, \uparrow\rangle, |R, \downarrow\rangle \rightarrow |R, \downarrow\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

单边光学腔-量子点系统的双折射效果能够用来构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND, 并设计完全区分 16 个超纠缠 Bell 态的量子态分析方案. 这里的极化 Bell 态和空间 Bell 态定义为

$$\begin{aligned} |\phi^{\pm}\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|RR\rangle \pm |LL\rangle)_P^{AB}, \\ |\psi^{\pm}\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|RL\rangle \pm |LR\rangle)_P^{AB}, \\ |\phi^{\pm}\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle)_S^{AB}, \\ |\psi^{\pm}\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle)_S^{AB}. \end{aligned} \quad (17)$$

空间 Bell 态分析原理如图 5 所示, 仍然需要两个空间宇称检测 QND 完成 4 个 Bell 态的完全区分. 其中, QD_i ($i = 1, 2, 3$) 表示单边光学腔-量子点系统, 光子与 QD_i 中电子自旋的相互作用为

$$(\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle) \otimes |+\rangle \rightarrow (\alpha|R\rangle - \beta|L\rangle) \otimes |-\rangle. \quad (18)$$

通过测量量子点中的电子自旋是否翻转, 我们能够区分经过 QD_i 的光子数的奇偶性, 进而区分空间奇宇称态和空间偶宇称态. 若量子点中的电子自旋不变, 有 0 个或 2 个光子经过 QD_i . 若量子点中的电子自旋翻转, 则有 1 个光子经过 QD_i . 利用图 5 中

的两个空间宇称检测 QND, 我们能够完全区分 4 个空间 Bell 态, 空间 Bell 态分析的结果如表 1 所列.

表 1 空间 Bell 态分析结果

Table 1. The result of the spatial-mode Bell state analysis.

空间 Bell 态	结果		
	QD ₁	QD ₂	QD ₃
$ \psi^+\rangle_S^{AB}$	不变	翻转 (不变)	不变 (翻转)
$ \psi^-\rangle_S^{AB}$	不变	翻转 (不变)	翻转 (不变)
$ \phi^+\rangle_S^{AB}$	翻转	翻转 (不变)	不变 (翻转)
$ \phi^-\rangle_S^{AB}$	翻转	翻转 (不变)	翻转 (不变)

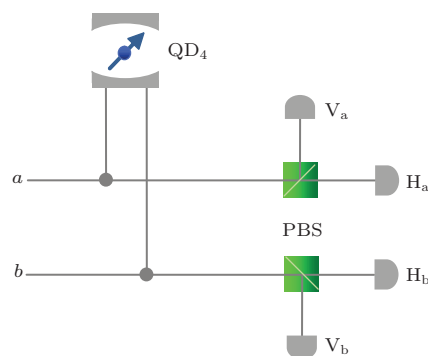


图6 基于单边光学腔-量子点系统的极化 Bell 态分析原理图

Fig. 6. Schematic diagram of the polarization Bell state analysis using the one-sided cavity-quantum dot system.

极化 Bell 态分析原理如图 6 所示, 其中极化宇称检测 QND 是由 QD_4 构成的. 在光子 A 和 B 通过图 6 所示的极化宇称检测 QND 后, 光子极化 Bell 态和 QD_4 中的电子自旋演化为

$$|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle \rightarrow |\phi^{\mp}\rangle_P^{AB} \otimes |-\rangle,$$

$$|\psi^\pm\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle \rightarrow |\psi^\pm\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle. \quad (19)$$

通过测量量子点中的电子自旋是否翻转, 我们能够区分极化奇宇称态和极化偶宇称态. 如果量子点中的电子自旋翻转, 极化自由度为偶宇称态 $|\phi^\pm\rangle_P^{AB}$. 如果量子点中的电子自旋不变, 则极化自由度为奇宇称态 $|\psi^\pm\rangle_P^{AB}$. 通过读取探测器的响应情况, 我们能够完全区分 4 个极化 Bell 态, 极化 Bell 态分析的结果如表 2 所列.

利用图 5 和图 6 的空间宇称检测 QND 和极化宇称检测 QND, 我们能够完全区分 16 个超纠缠 Bell 态.

表 2 极化 Bell 态分析结果

Table 2. The result of the polarization Bell state analysis.

极化 Bell 态	结果	
	QD ₄	探测器响应
$ \psi^+\rangle_P^{AB}$	不变	$\{H_a, H_b\}$ 或 $\{V_a, V_b\}$
$ \psi^-\rangle_P^{AB}$	不变	$\{H_a, V_b\}$ 或 $\{V_a, H_b\}$
$ \phi^+\rangle_P^{AB}$	翻转	$\{H_a, V_b\}$ 或 $\{V_a, H_b\}$
$ \phi^-\rangle_P^{AB}$	翻转	$\{H_a, H_b\}$ 或 $\{V_a, V_b\}$

4 超纠缠纯化与浓缩

纠缠纯化与纠缠浓缩是环境噪声对非局域量子系统影响后的两种被动处理方法, 是量子中继器的重要组成部分. 纠缠浓缩方案是针对最大纠缠态在通信过程中退相干为部分纠缠纯态设计的提纯方法^[75–92], 而纠缠纯化方案是针对最大纠缠态在通信过程中退相干为混合纠缠态设计的提纯方法^[93–102]. 简单地讲, 纠缠浓缩就是要从非局域的非最大纠缠纯态中蒸馏出最大纠缠纯态; 而纠缠纯化是要从非局域的混合纠缠态中提高所需最大纠缠态的相对比例, 即提高保真度.

自 1996 年 Bennett 等^[75] 提出第一个纠缠浓缩的数学方法以来, 无论是针对未知系数的非局域非最大纠缠纯态^[76–81], 还是已知系数的非局域非最大纠缠纯态^[82–86], 人们通常停留在利用 Bennett 等提出的 Schmidt 投影方法进行纠缠浓缩. 到目前为止, Schmidt 投影方法是未知系数非局域非最大纠缠纯态的惟一提纯方法. 利用非线性效应可以进行分级浓缩^[78], 提高纠缠浓缩的效率. 对于已知系数的非局域非最大纠缠纯态的浓缩, 我们提出的系

数分割法具有更高的效率^[13], 且仅仅利用简单易行的线性光学元件就可以达到浓缩极限, 这是其他方案无法比拟的^[82–86]. 它是一种普适的已知系数非最大纠缠态浓缩方法^[13], 既可以用于浓缩单自由度已知系数的非最大纠缠态, 也可以用于浓缩多自由度已知系数的非最大超纠缠态, 且只需要一次浓缩过程, 不需要多次循环浓缩.

1996 年, Bennett 等^[93] 提出了第一个纠缠纯化模型, 它是基于量子控制非门的 Werner 态纯化方案. 这种方法效率低, 需要的量子操作繁多且复杂, 在实验上不易实现. 借助于复杂的单光子探测器和后选择, 2001 年, 文献^[94] 提出了基于线性光学元件的纠缠纯化方案. 这两种纠缠纯化方案都是基于理想源的纠缠纯化方法. 2002 年, 文献^[95] 提出了基于参量下转换源 (parametric down-conversion, PDC) 的纠缠纯化方案. 这是一种基于量子光学实验室常用纠缠源的纯化方法, 是一种很实用的纠缠纯化方法. 但遗憾的是, 它只能进行一次纯化, 不能通过迭代的方法不断提高所需纠缠态的保真度. 2008 年, 文献^[96] 利用非线性克尔介质提出了可迭代的基于实用 PDC 源的纠缠纯化方法, 从原理上讲, 可以通过多次迭代纯化不断提高所需纠缠态的保真度, 直到满足远程量子通信的需求. 2010 年, 文献^[97] 进一步提出了确定纠缠纯化的概念, 并给出了第一个确定纠缠纯化模型——两步纠缠纯化方案. 两步纠缠纯化方案巧妙地利用了同一非局域量子系统不同自由度之间的纠缠转移, 而传统纠缠纯化方案通常利用不同非局域量子系统同一自由度之间的纠缠转移^[93–96]. 从理论上讲, 确定纠缠纯化可以 100% 地得到光子极化自由度的最大纠缠态, 而传统纠缠纯化方案只能借助于非线性光学作用通过迭代纯化过程不断提高纠缠态的保真度. 文献^[98–100] 提出的一步确定纠缠纯化方案进一步降低了纠缠纯化的实验要求, 只需要借助线性光学元件, 从原理上就可以 100% 地得到光子极化自由度的最大纠缠态, 解决了传统纠缠纯化不易持续提高非局域纠缠态保真度的难题.

基于实用 PDC 源的纠缠纯化方案^[95,96], 本质上利用了极化-空间模式两自由度超纠缠态纯化光子对的极化自由度纠缠态. 虽然一步确定纠缠纯化方案只借助了一个自由度的纠缠态^[98–100], 但两步确定纠缠纯化方案本质上也借助了超纠缠态^[97]. 超纠缠态可以用于建立高容量的量子中继器^[73],

服务于实用的远程量子通信网络. 但是在光子的传输和存储过程中, 超纠缠态会受到环境噪声的影响发生退相干, 导致纠缠保真度的降低, 并影响量子通信的安全. 超纠缠浓缩与超纠缠纯化是提高高容量量子中继器中纠缠系统纯度的两种有效方法. 2013年, 文献[13]提出了第一个极化-空间模式两自由度超纠缠态浓缩方法, 文献[16]提出了第一个超纠缠纯化方案. 由于需要同时保持两个自由度的纠缠, 同样基于线性光学元件, 超纠缠态浓缩比单一自由度的纠缠浓缩复杂很多[13], 特别是在未知系数的超纠缠态浓缩中更为明显. 到目前为止, 基于线性光学元件, 只提出了惟一个未知系数的超纠缠浓缩方案[13]. 2014年, 文献[14]提出了基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案. 不同于单自由度的纠缠纯化, 在超纠缠纯化过程中, 既可以得到高保真度的两自由度超纠缠态, 也可以得到高保真度的单自由度纠缠态(另一自由度量态的纠缠度降低), 利用量子态合成方法, 可以提高超纠缠纯化方案的效率[14].

这里, 我们介绍基于线性光学元件的超纠缠浓缩方案[13]和基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案[14].

4.1 基于系数分割法的超纠缠浓缩方案

基于系数分割法的纠缠浓缩方案是针对已知系数的非局域纠缠光子系统设计的最优浓缩方法[13]. 这是一种基于简易线性光学元件的纠缠浓缩新方法, 既适用于单自由度纠缠浓缩, 又适用于多自由度超纠缠态浓缩, 具有简洁、高效、易实现等优点. 在方案中, 通信双方 Alice 和 Bob 只需要利用线性光学元件对部分超纠缠 Bell 态的系数进行分割就能够得到最大超纠缠 Bell 态. 部分超纠缠 Bell 态定义为

$$|\phi_0\rangle_{AB} = (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \otimes (\gamma|a_1b_1\rangle + \delta|a_2b_2\rangle), \quad (20)$$

其中, 下标 A 和 B 表示分属于量子通信双方 Alice 和 Bob 的两个光子; α, β, γ 和 δ 是四个已知实数, 它们满足条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$.

基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案的原理如图 7(a) 所示, Alice 只需要对光子 A 的空间和极化自由度进行局域幺正操作, Bob 不需要对光子 B 进行任何幺正操作. 其中, UBS 表示反射

系数为 $R = \gamma/\delta$ 的分束器, 即不平衡分束器 (unbalanced beam splitter); R_θ 为波片, 它的作用是将光子的水平偏振方向旋转 $\theta = \arccos(\beta/\alpha)[|H\rangle \rightarrow \cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle]$; D_i ($i = 1, 2, 3$) 为单光子探测器. 图 7(b) 为 UBS 原理图, ω 的作用是调整 UBS 的反射系数. 下面, 我们以 $|\alpha| > |\beta|$ 和 $|\gamma| < |\delta|$ 的情况为例来说明系数分割法超纠缠浓缩方案的操作原理.

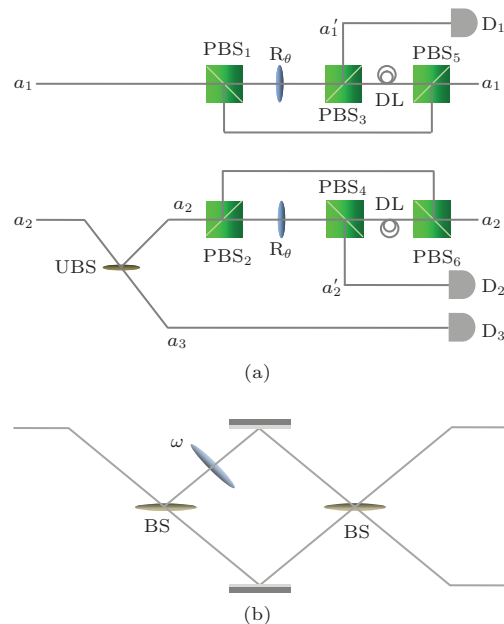


图 7 (a) 基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案原理图; (b) UBS 原理图

Fig. 7. (a) Schematic diagram of hyperentanglement concentration protocol (hyper-ECP) for the partially hyperentangled Bell state with the parameter-splitting method; (b) schematic diagram of UBS.

首先, Alice 对空间自由度部分纠缠 Bell 态的系数进行分割, 即利用 UBS 对光子空间路径模 a_2 进行幺正操作 (如图 7(a) 所示). 在光子 A 通过 UBS 后, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_0\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_1\rangle_{AB}$. 其中

$$|\phi_1\rangle_{AB} = (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \otimes [\gamma(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) + \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} |a_3b_2\rangle]. \quad (21)$$

如果在空间路径模 a_3 处探测不到光子, 光子对 AB 的空间自由度处于最大纠缠 Bell 态.

如果在空间路径模 a_3 处探测不到光子, Alice 对极化自由度部分纠缠 Bell 态的系数进行分割, 即利用 R_θ 对光子空间路径模 a_1 和 a_2 进行幺正操作 (如图 7(a) 所示). 当光子 A 的两个空间路径模 a_1

和 a_2 通过 PBSs (PBS₁ 和 PBS₂) 和 R_θ 后, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_1\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_2\rangle_{AB}$. 其中

$$\begin{aligned} |\phi_2\rangle_{AB} &= [\beta(|HH\rangle + |VV\rangle) + \sqrt{|\alpha|^2 - |\beta|^2} |V'H\rangle]_{AB} \\ &\otimes \gamma(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) + (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \\ &\otimes \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} |a_3b_2\rangle, \end{aligned} \quad (22)$$

$|V'\rangle$ 是利用 R_θ 对光子偏振状态进行旋转后得到的竖直偏振光. 随后, Alice 让光子空间路径模 a_1 和 a_2 经过 PBS₃, PBS₄, DL, PBS₅ 和 PBS₆, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_2\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_3\rangle_{AB}$. 其中

$$\begin{aligned} |\phi_3\rangle_{AB} &= \beta\gamma(|HH\rangle + |VV\rangle)_{AB}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) \\ &+ \gamma\sqrt{|\alpha|^2 - |\beta|^2} |VH\rangle_{AB}(|a'_1b_1\rangle + |a'_2b_2\rangle) \\ &+ \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} |a_3b_2\rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

如果光子 A 从空间路径模 a_1 和 a_2 出射, 光子对 AB 的极化自由度处于最大纠缠 Bell 态, 即我们得到了最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_{AB}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)$. 如果光子 A 从空间路径模 a'_1 和 a'_2 出射, 或从空间路径模 a_3 出射, 我们将得不到最大超纠缠 Bell 态, 即浓缩过程失败. 基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案的成功率为 $P = 4|\beta\gamma|^2$. 这是基于线性光学元件的超纠缠浓缩极限.

4.2 基于 Schmidt 投影的超纠缠浓缩方案

基于 Schmidt 投影的纠缠浓缩方案是针对未知系数的非局域纠缠光子系统设计的. 这种方法需要两个全同的光子对 AB 和 CD,

$$\begin{aligned} |\phi'_0\rangle_{AB} &= (\alpha'|HH\rangle + \beta'|VV\rangle)_{AB} \\ &\otimes (\gamma'|a_1b_1\rangle + \delta'|a_2b_2\rangle), \\ |\phi'_0\rangle_{CD} &= (\alpha'|HH\rangle + \beta'|VV\rangle)_{CD} \\ &\otimes (\gamma'|c_1d_1\rangle + \delta'|c_2d_2\rangle), \end{aligned} \quad (24)$$

其中, 下标 AB 和 CD 表示两个纠缠光子对, 光子 A 和 C 属于 Alice, 光子 B 和 D 属于 Bob; α' , β' , γ' 和 δ' 是四个未知实数, 它们满足归一化条件 $|\alpha'|^2 + |\beta'|^2 = |\gamma'|^2 + |\delta'|^2 = 1$.

基于 Schmidt 投影的超纠缠 Bell 态浓缩方案的原理如图 8 所示^[13]. 其中, X 为半波片, 对光子极化自由度进行比特翻转操作 $\sigma_x^P =$

$|H\rangle\langle V| + |V\rangle\langle H|$. 四光子系统 ABCD 的初态为 $|\Phi_0\rangle = |\phi'_0\rangle_{AB} \otimes |\phi'_0\rangle_{CD}$. 对光子 C 和 D 的极化自由度进行比特翻转操作后, 四光子系统 ABCD 的量子态演化为

$$\begin{aligned} |\Phi_1\rangle &= (\alpha'^2|HHVV\rangle + \alpha'\beta'|VVVV\rangle \\ &+ \alpha'\beta'|HHHH\rangle + \beta'^2|VVHH\rangle)_{ABCD} \\ &\otimes (\gamma'^2|a_1b_1c_1d_1\rangle + \gamma'\delta'|a_2b_2c_1d_1\rangle \\ &+ \gamma'\delta'|a_1b_1c_2d_2\rangle + \delta'^2|a_2b_2c_2d_2\rangle). \end{aligned} \quad (25)$$

随后, Alice 让光子空间路径模 a_1 和 c_2 经过 PBS₁, 并让光子空间路径模 a_2 和 c_1 经过 PBS₂ (如图 8(a) 所示). Bob 让光子空间路径模 b_1 和 d_1 经过 BS₂ (如图 8(b) 所示). PBS 的作用是对光子对 AC 的极化自由度进行宇称测量操作, BS 的作用是对光子对 BD 的空间自由度进行宇称测量操作. 如果光子对 AC 的极化自由度处于偶宇称态 ($|HH\rangle_{AC}$,

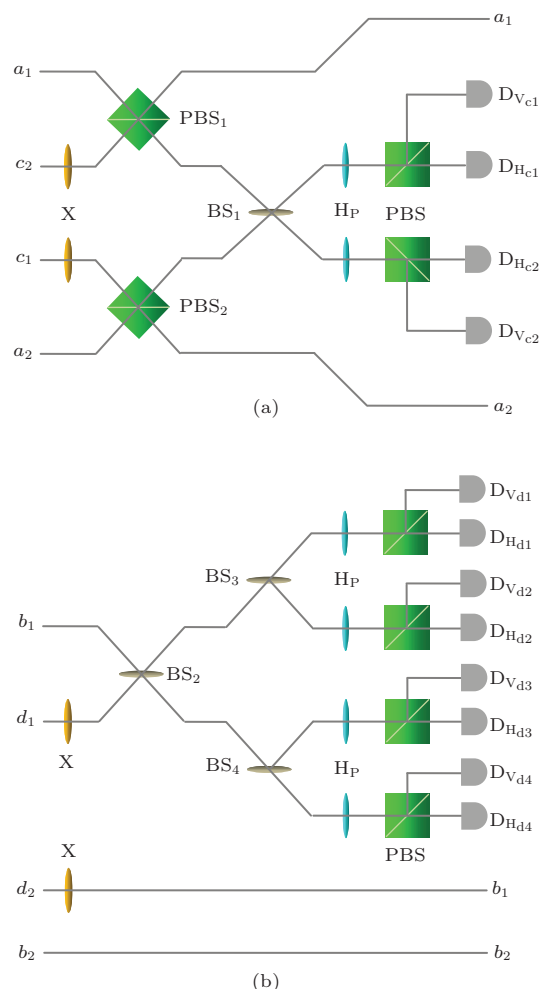


图 8 基于 Schmidt 投影的超纠缠 Bell 态浓缩方案原理图

Fig. 8. Schematic diagram of the hyper-ECP for the partially hyperentangled Bell state with the Schmidt-projection method.

$|VV\rangle_{AC}$), Alice 只能探测到 1 个光子; 如果光子对 AC 的极化自由度处于奇宇称态 ($|HV\rangle_{AC}$, $|VH\rangle_{AC}$), Alice 会探测到 0 个光子或 2 个光子. 如果光子对 BD 的空间自由度处于奇宇称态 ($|b_1d_2\rangle$, $|b_2d_1\rangle$), Bob 只能探测到 1 个光子; 如果光子对 BD 的空间自由度处于偶宇称态 ($|b_1d_1\rangle$, $|b_2d_2\rangle$), Bob 会探测到 0 个光子或 2 个光子.

利用极化宇称测量和空间宇称测量, Alice 和 Bob 分别将四光子系统 ABCD 的极化量子态和空间量子态分为两种情况. 他们选取光子对 AC 的极化自由度处于偶宇称态和光子对 BD 的空间自由度处于奇宇称态的情况, 即 Alice 和 Bob 都只探测到一个光子的情况. 此时, 四光子系统 ABCD 投影到量子态 $|\Phi_2\rangle$. 其中

$$|\Phi_2\rangle = \frac{1}{2}(|VVVV\rangle + |HHHH\rangle)_{ABCD} \otimes (|a_2b_2c_1d_1\rangle + |a_1b_1c_2d_2\rangle). \quad (26)$$

最后, Alice 和 Bob 对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作. 四光子系统 ABCD 的量子态由 $|\Phi_2\rangle$ 演化为 $|\Phi_3\rangle$. 其中

$$|\Phi_3\rangle = \frac{1}{8}[(|VV\rangle + |HH\rangle)_{AB}(|VV\rangle + |HH\rangle)_{CD} + (|HH\rangle - |VV\rangle)_{AB}(|HV\rangle + |VH\rangle)_{CD}] \otimes [(|a_2b_2\rangle + |a_1b_1\rangle)(|c_1d_1\rangle + |c_2d_2\rangle) - (|a_1b_1\rangle - |a_2b_2\rangle)(|c_1d_2\rangle + |c_2d_1\rangle)]. \quad (27)$$

如果探测器的响应结果为极化偶宇称态和空间偶宇称态, 光子对 AB 投影到最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB}$. 如果探测器的响应结果为极化奇宇称态(空间奇宇称态), 通过对光子 B 进行极化相位翻转操作 $\sigma_z^P = |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V|$ (空间相位翻转操作 $\sigma_z^S = |b_1\rangle\langle b_1| - |b_2\rangle\langle b_2|$) 可以得到最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB}$. 此方案的成功率为 $P = 4|\alpha'\beta'\gamma'\delta'|^2$.

4.3 基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案

这里将介绍基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案^[14]. 这个方案也是利用双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用设计的, 由量子态合成方法(QSJM)和光子空间-极化相位检测 QND(P-S-QND)构成. 与第一个超纠缠纯化方案相比较^[15], 引入量子态合成方法能够极大地提高超纠缠纯化的效率^[14].

量子态合成是指将光子 A 的极化量子态和光子 B 的空间量子态合成成为一个光量子态. 譬如, 在不影响光子 B 的空间量子态的情况下, 将光子 A 的极化量子态的信息转移到光子 B 的极化量子态上. 量子态合成方法的原理如图 9(a) 所示, QD 中电子自旋的初态为 $|+\rangle_e$, 光子 A 和 B 的初态为 $|\varphi_A\rangle_0$ 和 $|\varphi_B\rangle_0$.

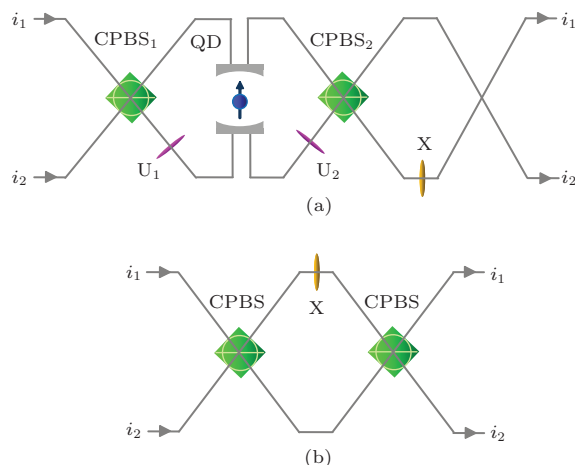


图 9 (a) QSJM 原理图; (b) 单光子量子态交换门原理图
Fig. 9. (a) Schematic diagram of the quantum-state-joining method; (b) schematic diagram of the quantum swap gate for a photon.

将光子 A 依次经过 CPBS₁, U₁, QD, U₂, CPBS₂ 和 X 后, QD 中电子自旋和光子 A 的量子态由 $|\phi_{Ae}\rangle_0 \equiv |+\rangle_e \otimes |\varphi_A\rangle_0$ 演化为

$$|\phi_{Ae}\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|R\rangle_A(\alpha_1|\uparrow\rangle + \alpha_2|\downarrow\rangle)_e + |L\rangle_A(\alpha_2|\uparrow\rangle + \alpha_1|\downarrow\rangle)_e](\gamma_1|a_1\rangle + \gamma_2|a_2\rangle). \quad (28)$$

在正交基矢 $\{|R\rangle, |L\rangle\}$ 下测量光子 A 的极化量子态, 光子 A 极化量子态的信息能够转移到 QD 中的电子自旋态上. 如果光子 A 的极化自由度投影到 $|R\rangle$ 态, QD 中的电子自旋态为 $|\phi\rangle_e = (\alpha_1|\uparrow\rangle + \alpha_2|\downarrow\rangle)_e$; 否则 QD 中的电子自旋态为 $|\phi'\rangle_e = (\alpha_2|\uparrow\rangle + \alpha_1|\downarrow\rangle)_e$.

以 QD 中电子自旋态为 $|\phi\rangle_e$ 为例, 我们对 QD 中的电子自旋进行 Hadamard 操作, 并让光子 B 通过图 9(a) 所示的量子线路, 则 QD 中的电子自旋和光子 B 的量子态由 $|\phi_{Be}\rangle_1 \equiv |\varphi_B\rangle_0 \otimes |\phi\rangle_e$ 演化为

$$|\phi_{Be}\rangle_2 = [\alpha'_1|\uparrow\rangle_e(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B + \alpha'_2|\downarrow\rangle_e(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B]$$

$$\otimes (\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle). \quad (29)$$

对 QD 中的电子自旋和光子 B 的极化自由度进行 Hadamard 操作后, 我们让光子 B 再次通过图 9(a) 所示的量子线路. 之后, 我们对 QD 中的电子自旋再次进行 Hadamard 操作, 系统 Be 的量子态由 $|\phi_{Be}\rangle_2$ 演化为

$$\begin{aligned} |\phi_{Be}\rangle_3 = & [\beta_1|\uparrow\rangle_e(\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_B \\ & + \beta_2|\downarrow\rangle_e(\alpha_1|R\rangle - \alpha_2|L\rangle)_B] \\ & \otimes (\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle). \end{aligned} \quad (30)$$

在正交基矢 $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ 下测量 QD 中的电子自旋态, QD 中电子自旋态的信息能够在不影响光子 B 的空间量子态的情况下转移到光子 B 的极化量子态上, 即 $|\phi_B\rangle_f = (\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$.

引入图 9(b) 所示的单光子量子态交换门, 我们能够将光子 A 的空间量子态的信息转移到光子 B 的极化量子态上.

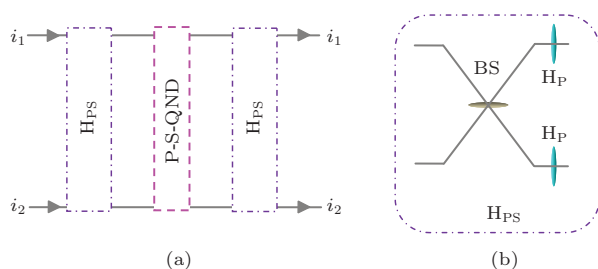


图 10 (a) 光子空间-极化字称检测 QND 原理图; (b) HPS 操作原理图

Fig. 10. (a) Schematic diagram of the polarization-spatial mode parity-check QND; (b) schematic diagram of HPS.

光子空间-极化相位检测 QND 由图 1 所示的四比特杂合控制非门构成. 在光子 A 和 B 依次通过图 1 所示的量子线路后, 光子 A 和 B 以及 QD₁ 和 QD₂ 中的电子自旋的量子态演化为

$$\begin{aligned} & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e1} |+\rangle_{e2} \\ & \rightarrow |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e1} |\mp\rangle_{e2}, \\ & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e1} |+\rangle_{e2} \\ & \rightarrow |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e1} |\mp\rangle_{e2}, \\ & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e1} |+\rangle_{e2} \\ & \rightarrow |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e1} |\mp\rangle_{e2}, \\ & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e1} |+\rangle_{e2} \\ & \rightarrow |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e1} |\mp\rangle_{e2}. \end{aligned} \quad (31)$$

通过测量 QD₁ 和 QD₂ 中的电子自旋态是否翻转, 我们能够区分空间和极化自由度量子态的相位 0 和 π . 引入空间和极化自由度的 Hadamard 操作, 我们能够得到光子空间-极化字称检测 QND 的作用结果 (如图 10(a) 所示). 图 10(b) 中 H_P 为半波片, 对光子极化自由度进行 Hadamard 操作

$$\left[|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle), |L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle) \right].$$

基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案的原理如图 11 所示. 其中第一步是利用 P-S-QND 设计的 (引入相应的 Hadamard 操作, 能够得到光子空间-极化字称检测 QND 的作用结果), 第二步是利用 QSJM 设计的.

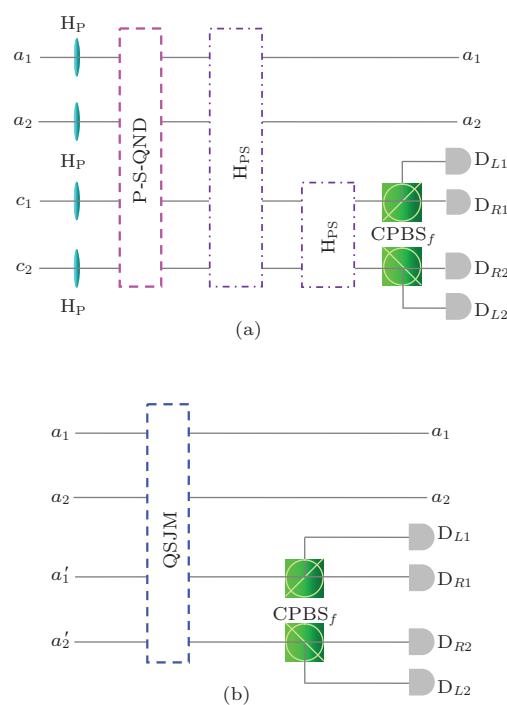


图 11 两步超纠缠纯化原理图

Fig. 11. Schematic diagram of the two-step hyperentanglement purification protocol.

两步超纠缠纯化方案第一步的原理如图 11(a) 所示, 需要两个全同的光子对 AB 和 CD,

$$\begin{aligned} \rho_{AB} = & [F_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1-F_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ & \otimes [F_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1-F_2)|\phi^-\rangle_S^{AB}\langle\phi^-|], \\ \rho_{CD} = & [F_1|\phi^+\rangle_P^{CD}\langle\phi^+| + (1-F_1)|\psi^+\rangle_P^{CD}\langle\psi^+|] \\ & \otimes [F_2|\phi^+\rangle_S^{CD}\langle\phi^+| + (1-F_2)|\phi^-\rangle_S^{CD}\langle\phi^-|], \end{aligned} \quad (32)$$

其中 F_1 和 F_2 分别为量子态 $|\phi^+\rangle_P$ 和 $|\phi^+\rangle_S$ 在极化混合量子态和空间混合量子态中的概率 (光子对

的空间相位翻转错误可以利用 Hadamard 操作转化为空间比特翻转错误。光子 A 和 C 属于 Alice, 光子 B 和 D 属于 Bob. 四光子系统 ABCD 的初态为 $\rho_0 = \rho_{AB} \otimes \rho_{CD}$, 为 16 个最大超纠缠纯态的混合。Alice 和 Bob 对光子对 AC 和 BD 进行图 11(a) 所示的量子操作, 即进行光子空间-极化宇称检测 QND 操作。对光子空间-极化宇称检测 QND 中的电子自旋进行测量后, 四光子系统 ABCD 的量子态出现四种可能的情况。

1) 如果光子对 AC 和 BD 处于相同的空间宇称态和相同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_P$ 和 $|\Psi_2\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_S$ 和 $|\Psi_2\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_S$) 的混合态。其中,

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHHH\rangle + |VVVV\rangle), \\ |\Psi_2\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVHV\rangle + |VHVV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_1\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHVV\rangle + |VVHH\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_2\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVVH\rangle + |VHHV\rangle), \\ |\Psi_1\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_1d_1\rangle + |a_2b_2c_2d_2\rangle), \\ |\Psi_2\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_1d_2\rangle + |a_2b_1c_2d_1\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_1\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_2d_2\rangle + |a_2b_2c_1d_1\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_2\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_2d_1\rangle + |a_2b_1c_1d_2\rangle). \end{aligned} \quad (33)$$

通过对光子 C 和 D 的极化(空间)自由度进行比特翻转操作, 我们能将四光子量子态 $|\tilde{\Psi}_i\rangle_P$ ($|\tilde{\Psi}_i\rangle_S$) 演化为 $|\Psi_i\rangle_P$ ($|\Psi_i\rangle_S$)。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\begin{aligned} \rho'_{AB} &= [F'_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ &\otimes [F'_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_2)|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \end{aligned} \quad (34)$$

其中, $F'_i = \frac{F_i^2}{[F_i^2 + (1-F_i)^2]}$, $F_i > 1/2$ ($i = 1, 2$)。

2) 如果光子对 AC 和 BD 处于不同的空间宇称态和不同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极

化自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_P$ 和 $|\Psi_4\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_S$ 和 $|\Psi_4\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_S$) 的混合态。其中,

$$\begin{aligned} |\Psi_3\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHHV\rangle + |VVVH\rangle), \\ |\Psi_4\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVHH\rangle + |VHVV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_3\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHVH\rangle + |VVHV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_4\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVVV\rangle + |VHHH\rangle), \\ |\Psi_3\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_1d_2\rangle + |a_2b_2c_2d_1\rangle), \\ |\Psi_4\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_1d_1\rangle + |a_2b_1c_2d_2\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_3\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_2d_1\rangle + |a_2b_2c_1d_2\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_4\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_2d_2\rangle + |a_2b_1c_1d_1\rangle). \end{aligned} \quad (35)$$

Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现极化比特翻转错误, 同时也无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现空间相位翻转错误, 他们需要丢掉这两对光子。

3) 如果光子对 AC 和 BD 处于相同的空间宇称态和不同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_P$ 和 $|\Psi_4\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_S$ 和 $|\Psi_2\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_S$) 的混合态。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\begin{aligned} \rho''_{AB} &= [F''_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1-F''_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ &\otimes [F'_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_2)|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $F''_i = \frac{F_i(1-F_i)}{2[F_i(1-F_i)]}$ 。Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现极化比特翻转错误, 他们需要对光子对 AB 进行第二步操作。

4) 如果光子对 AC 和 BD 处于不同的空间宇称态和相同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_P$ 和 $|\Psi_2\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_S$ 和 $|\Psi_4\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_S$) 的混合态。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操

作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\rho_{AB}''' = [F_1'|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F_1')|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ \otimes [F_2''|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F_2'')|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \quad (37)$$

Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现空间相位翻转错误, 他们需要对光子对 AB 进行第二步操作.

两步超纠缠纯化方案第二步的原理如图 11 (b) 所示, 需要四个全同光子对 AB, CD, A'B' 和 C'D'. 光子 A, C, A' 和 C' 属于 Alice, 光子 B, D, B' 和 D' 属于 Bob. 在第一步中, Alice 和 Bob 对两个四光子系统 ABCD 和 A'B'C'D' 进行相同的操作.

如果光子对 AB 和 A'B' 分别投影到 3) 和 4) 两种情况, Alice 和 Bob 需要对两个光子对进行量子态合成操作, 将光子对 A'B' 极化自由度量子态的信息转移到光子对 AB 的极化自由度量子态上; 如果光子对 AB 和 A'B' 分别投影到 4) 和 3) 两种情况, Alice 和 Bob 也需要对两个光子对进行量子态合成操作, 将光子对 A'B' 空间自由度量子态的信息转移到光子对 AB 的空间自由度量子态上. 这样, Alice 和 Bob 就得到了情况 1) 中的量子态 ρ_{AB}' .

在 Alice 和 Bob 完成第一轮两步超纠缠纯化操作后, 光子对 AB 的量子态由 ρ_{AB} 演化为 ρ_{AB}' ($F_1'F_2' > F_1F_2$). 通过对光子 A 和 B 进行空间 Hadamard 操作, 能够将 $|\psi^+\rangle_S^{AB}$ 转化为 $|\phi^-\rangle_S^{AB}$. 通过迭代操作两步超纠缠纯化方案, 光子对 AB 的保真度会进一步提高.

如果不利用量子态合成方法, 只有第一步中的情况 1) 能被保留下来, 在经过第一轮超纠缠纯化操作后, 超纠缠纯化的效率为 $Y_0 = [F_1^2 + (1 - F_1)^2] \times [F_2^2 + (1 - F_2)^2]$. 而利用量子态合成方法能够在第二步中从情况 3) 和 4) 中得到量子态 ρ_{AB}' , 在经过第一轮两步超纠缠纯化操作后, 在初始保真度 $F_1 > F_2$ 时, 超纠缠纯化的效率为 $Y = F_2^2 + (1 - F_2)^2$. 可见, 利用量子态合成方法, 我们极大地提高了超纠缠纯化的效率 ($Y > Y_0$).

5 总结

本综述主要介绍了光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控, 包括超并行量子控制非门, 超纠缠态分析、超纠缠浓缩和纯化三个部分.

在第一部分, 介绍了适用于光量子系统两自由度超并行量子计算的普适量子门: 光子空间-极化超控制非门和光子空间-极化杂合超控制非门. 光子空间-极化超控制非门是由双边光学腔-量子点系统的非线性光学作用设计的; 光子空间-极化杂合超控制非门是由双边光学腔-NV-center 系统的非线性光学作用设计的. 理论上, 如果量子系统具有类似的非线性光学作用, 都可以用来构造超并行量子计算逻辑门. 例如, 利用单边光学腔-量子点系统的非线性光学作用也能构造光子空间-极化超控制非门 [6].

在第二部分, 介绍了高容量量子通信的重要组成部分——超纠缠态分析. 超纠缠态分析在高容量量子通信方案和高容量量子中继器中都有很重要的应用, 例如: 可以应用于基于超纠缠态的量子隐形传态 (teleportation) 和纠缠转移 (entanglement swapping) [10,11]. 我们介绍了两个超纠缠 Bell 态分析方案: 基于非线性克尔介质的超纠缠 Bell 态分析方案和基于单边光学腔-量子点系统的超纠缠 Bell 态分析方案, 其核心是构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND. 理论上, 其他具有类似克尔非线性相移效果的量子系统也可以用来设计超纠缠 Bell 态分析方案. 例如, 利用双边光学腔-量子点系统的非线性光学作用也能设计超纠缠 Bell 态分析方案 [12].

在第三部分, 介绍了高容量量子中继器的重要组成部分——超纠缠浓缩和纯化. 超纠缠浓缩方案包括部分超纠缠纯态系数已知和未知两种情况. 在通信过程中, 如果传递的光子对的数目足够多, 可以通过测量样品光子对得到部分超纠缠纯态的系数信息, 并利用系数分割法浓缩得到最大超纠缠态 [13]; 如果传递的光子对的数目较少, 则无法通过测量样品光子对得到部分超纠缠纯态的系数信息, 这时需要利用 Schmidt 投影方法浓缩得到最大超纠缠态 [14,17]. 利用极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND 还可以设计可迭代操作的超纠缠 Bell 态浓缩方案 [15] 和普适的超纠缠 Bell 态浓缩方案 [16]. 通过迭代操作, 这些方案的成功率得到了很大的提高. 随后, 介绍了高效的两步超纠缠纯化方案, 这个方案的第一步与传统的超纠缠纯化方案相同 [15]. 通过在第二步中引入量子态合成方法, 超纠缠纯化的效率得到了极大的提高. 因为超纠缠纯化方案是利用空间-极化宇称检测 QND 设计的, 所以超纠缠

态的保真度可以通过迭代操作超纠缠纯化方案得到进一步提高.

多自由度量子态在量子信息中的应用研究才刚刚起步. 多粒子的多自由度量子态也许能给人们呈现出更加丰富多彩的内容, 这是与单自由度量子态操控不同之处^[103–105]. 推动多自由度量子态在超并行量子计算、超并行量子算法、高容量量子通信等量子信息过程中的应用, 也许是一个不错的选择.

参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp1–59
- [2] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [3] Kok P, Munro W J, Nemoto K, Ralph T C, Dowling J P, Milburn G J 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 135
- [4] Yoran N, Reznik B 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 037903
- [5] Zhang P, Liu R F, Huang Y F, Gao H, Li F L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 064302
- [6] Ren B C, Wei H R, Deng F G 2013 *Laser Phys. Lett.* **10** 095202
- [7] Ren B C, Deng F G 2014 *Sci. Rep.* **4** 4623
- [8] Ren B C, Wang G Y, Deng F G 2015 *Phys. Rev. A* **91** 032328
- [9] Kwiat P G 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2173
- [10] Sheng Y B, Deng F G, Long G L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032318
- [11] Ren B C, Wei H R, Hua M, Li T, Deng F G 2012 *Opt. Express* **20** 24664
- [12] Wang T J, Lu Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **86** 042337
- [13] Ren B C, Du F F, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012302
- [14] Ren B C, Du F F, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 052309
- [15] Ren B C, Deng F G 2013 *Laser Phys. Lett.* **10** 115201
- [16] Ren B C, Long G L 2014 *Opt. Express* **22** 6547
- [17] Li X H, Ghose S 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 125201
- [18] Li X H, Ghose S 2015 *Opt. Express* **23** 3550
- [19] Wang T J, Cao C, Wang C 2014 *Phys. Rev. A* **89** 052303
- [20] Wang T J, Zhang Y, Wang C 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 025203
- [21] Luo M X, Chen X B, Yang Y X, Qu Z G, Wang X J 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** 67
- [22] Liu Q, Zhang M 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 2263
- [23] Yan X, Yu Y F, Zhang Z M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 060306
- [24] Ji Y Q, Jin Z, Zhu A D, Wang H F, Zhang S 2014 *Chin. Phys. B* **23** 050306
- [25] Hong C H, Heoa J, Lima J I, Yang H J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 090309
- [26] Fan L L, Xia Y, Song J 2014 *Quantum Inf. Process* **13** 1967
- [27] Chen X, Zeng Z, Li X H 2014 *Commun. Theor. Phys.* **61** 322
- [28] Wang X L, Cai X D, Su Z E, et al. 2015 *Nature* **518** 516
- [29] Knill E, Laflamme R, Milburn G J 2001 *Nature* **409** 46
- [30] O'Brien J L, Pryde G J, White A G, Ralph T C, Branning D 2003 *Nature* **426** 264
- [31] Duan L M, Kimble H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 127902
- [32] Menicucci N C, Flammia S T, Pfister O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 130501
- [33] Langford N K, Ramelow S, Prevedel R, et al. 2011 *Nature* **478** 360
- [34] Wei H R, Deng F G 2013 *Opt. Express* **21** 17671
- [35] Hua M, Tao M J, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012328
- [36] Hua M, Tao M J, Deng F G 2015 *Sci. Rep.* **5** 9274
- [37] Li X Q, Wu Y W, Steel D, et al. 2003 *Science* **301** 809
- [38] Beenakker C W J, DiVincenzo D P, Emary C, Kindermann M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 020501
- [39] Xu G F, Zhang J, Tong D M, Sjöqvist E, Kwek L C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 170501
- [40] Wei H R, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 042323
- [41] Wei H R, Deng F G 2014 *Sci. Rep.* **4** 7551
- [42] Gershenfeld N A, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350
- [43] Jones J A, Mosca M, Hansen R H 1998 *Nature* **393** 344
- [44] Feng G R, Xu G F, Long G L 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 190501
- [45] Long G L, Xiao L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052303
- [46] Long G L, Xiao L 2003 *J. Chem. Phys.* **119** 8473
- [47] Turchette Q A, Hood C J, Lange W, Mabuchi H, Kimble H J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4710
- [48] Rauschenbeutel A, Nogues G, Osnaghi S, et al. 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5166
- [49] Yamamoto T, Pashkin Y A, Astafiev O, Nakamura Y, Tsai J S 2003 *Nature* **425** 941
- [50] Blais A, Huang R S, Wallraff A, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062320
- [51] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, et al. 2004 *Nature* **431** 162
- [52] DiCarlo L, Chow J M, Gambetta J M, et al. 2009 *Nature* **460** 240
- [53] Schmidt-Kaler F, Häffner H, Riebe M, et al. 2003 *Nature* **422** 408
- [54] Hu C Y, Munro W J, O'Brien J L, Rarity J G 2009 *Phys. Rev. B* **80** 205326
- [55] Bennett C H, Brassard G 1984 *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing* Bangalore, India, IEEE, New York 1984 p175
- [56] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [57] Bennett C H, Brassard G, Mermin N D 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 557
- [58] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022321
- [59] Hillery M, Bužek V, Berthiaume A 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1829
- [60] Karlsson A, Koashi M, Imoto N 1999 *Phys. Rev. A* **59** 162
- [61] Xiao L, Long G L, Deng F G, Pan J W 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052307

- [62] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [63] Deng F G, Long G L, Liu X S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042317
- [64] Deng F G, Long G L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052319
- [65] Wang C, Deng F G, Li Y S, Liu X S, Long G L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 044305
- [66] Briegel H J, Dür W, Cirac J I, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [67] Dür W, Briegel H J, Cirac J I, Zoller P 1999 *Phys. Rev. A* **59** 169
- [68] Duan L M, Lukin M D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Nature* **414** 413
- [69] Matsukevich D N, Kuzmich A 2004 *Science* **306** 663
- [70] Chou C W, de Riedmatten H, Felinto D, Polyakov S V, van Enk S J, Kimble H J 2005 *Nature* **438** 828
- [71] Chou C W, Laurat J, Deng H, Choi K S, de Riedmatten H, Felinto D, Kimble H J 2007 *Science* **316** 1316
- [72] Chen S, Chen Y A, Zhao B, Yuan Z S, Schmiedmayer J, Pan J W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 180505
- [73] Wang T J, Song S Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 062311
- [74] Hu C Y, Young A, O'Brien J L, Munro W J, Rarity J G 2008 *Phys. Rev. B* **78** 085307
- [75] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2046
- [76] Zhao Z, Pan J W, Zhan M S 2001 *Phys. Rev. A* **64** 014301
- [77] Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012304
- [78] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 062325
- [79] Sheng Y B, Zhou L 2013 *Entropy* **15** 1776
- [80] Wang C, Zhang Y, Jin G S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 032307
- [81] Wang C 2012 *Phys. Rev. A* **86** 012323
- [82] Bose S, Vedral V, Knight P L 1999 *Phys. Rev. A* **60** 194
- [83] Shi B S, Jiang Y K, Guo G C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 054301
- [84] Sheng Y B, Zhou L, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Phys. Rev. A* **85** 012307
- [85] Deng F G 2012 *Phys. Rev. A* **85** 022311
- [86] Sheng Y B, Zhou L, Zhao S M 2012 *Phys. Rev. A* **85** 042302
- [87] Zhang W Z, Li W D, Shi P, Gu Y J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060303 (in Chinese) [张闻钊, 李文东, 史鹏, 顾永建 2011 物理学报 **60** 060303]
- [88] Du F F, Deng F G 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 040303
- [89] Maimaiti W, Li Z, Chesi S, et al. 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 050309
- [90] Zhang R, Zhou S H, Cao C 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1511
- [91] Sheng Y B, Liu J, Zhao S Y, et al. 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 3507
- [92] Wang C, He L Y, Zhang Y, et al. 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2054
- [93] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, Schumacher B, Smolin J A, Wootters W K 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 722
- [94] Pan J W, Simon C, Brukner C, Zeilinger A 2001 *Nature* **410** 1067
- [95] Simon C, Pan J W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 257901
- [96] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 042308
- [97] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **81** 032307
- [98] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044305
- [99] Li X H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044304
- [100] Deng F G 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062316
- [101] Sheng Y B, Zhou L 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 085203
- [102] Li T, Yang G J, Deng F G 2014 *Opt. Express* **22** 23897
- [103] Liu Y 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2927
- [104] Ding D, Yan F L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 100304
- [105] Ding D, Yan F L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010302 (in Chinese) [丁东, 闫凤利 2013 物理学报 **62** 010302]

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Hyper-parallel photonic quantum computation and manipulation on hyperentangled states^{*}

Ren Bao-Cang Deng Fu-Guo[†]*(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)*

(Received 8 April 2015; revised manuscript received 12 May 2015)

Abstract

Photon system is a promising candidate for quantum information processing, and it can be used to achieve some important tasks with the interaction between a photon and an atom (or a artificial atom), such as the transmission of secret information, the storage of quantum states, and parallel quantum computing. Several degrees of freedom (DOFs) of a photon system can be used to carry information in the realization of quantum information processing, such as the polarization, spatial-mode, orbit-angular-momentum, time-bin, and frequency DOFs. A hyperparallel quantum computer can implement the quantum operations on several DOFs of a quantum system simultaneously, which reduces the operation time and the resources consumed in quantum information processing. The hyperparallel quantum operations are more robust against the photonic dissipation noise than the quantum computing in one DOF of a photon system. Hyperentanglement, defined as the entanglement in several DOFs of a quantum system, can improve the channel capacity and the security of long-distance quantum communication, and it can also be conducive to completing some important tasks in quantum communication. Hyperentangled Bell-state analysis is used to completely distinguish the 16 hyperentangled Bell states, which is very useful in high-capacity quantum communication protocols and quantum repeaters. In order to depress the effect of noises in quantum channel, hyperentanglement concentration and hyperentanglement purification are required to improve the entanglement of the quantum systems in long-distance quantum communication, which is also very useful in high-capacity quantum repeaters. Hyperentanglement concentration is used to distill several nonlocal photon systems in a maximally hyperentangled state from those in a partially hyperentangled pure state, and hyperentanglement purification is used to distill several nonlocal photon systems in a high-fidelity hyperentangled state from those in a mixed hyperentangled state with less entanglement. In this reviewing article, we review some new applications of photon systems with multiple DOFs in quantum information processing, including hyperparallel photonic quantum computation, hyperentangled-Bell-state analysis, hyperentanglement concentration, and hyperentanglement purification.

Keywords: hyperparallel quantum computation, hyperentangled-state analysis, hyperentanglement concentration, hyperentanglement purification

PACS: 03.67.Lx, 03.67.Hk, 03.67.Pp, 03.67.Bg

DOI: 10.7498/aps.64.160303

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11474026).

[†] Corresponding author. E-mail: fgdeng@bnu.edu.cn

平面自旋压缩态的产生与原子干涉的机理

黄馨瑶 项玉 孙风潇 何琼毅 龚旗煌

Planar quantum squeezing and atom interferometry

Huang Xin-Yao Xiang Yu Sun Feng-Xiao He Qiong-Yi Gong Qi-Huang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160304 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160304

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160304>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

结构库中二能级原子与自发辐射场间的纠缠演化

Evolution of entanglement between a two-level atom and spontaneous emission field in structured reservoir

物理学报.2014, 63(12): 124201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.124201>

飞秒脉冲正交位相压缩光的产生

Generation of femtosecond pulsed quadrature phase squeezed light

物理学报.2013, 62(16): 164206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164206>

N00N 态的 Wigner 函数及 N00N 态作为输入的量子干涉

Wigner function of N00N state and quantum interference with N00N state as input

物理学报.2013, 62(11): 114204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.114204>

连续纠缠态表象的几种 Schmidt 分解、物理意义与应用

The physical significances and applications of Schmidt decompositions of continuum bipartite entangled state representation

物理学报.2012, 61(20): 200301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.200301>

S=1 旋量 Bose-Einstein 凝聚中制备双模最大纠缠态方案

Scheme for generating maximally two-mode entangled state in an S=1 antiferromagnetic Bose-Einstein condensation

物理学报.2011, 60(6): 060305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.060305>

专题: 量子精密计量与操控

平面自旋压缩态的产生与原子干涉的机理*

黄馨瑶¹⁾ 项玉¹⁾ 孙风潇¹⁾ 何琼毅^{1)2)†} 龚旗煌¹⁾²⁾¹⁾(北京大学物理学院, 人工微结构和介观物理国家重点实验室, 北京 100871)²⁾(量子物质科学协同创新中心, 北京 100871)

(2015年3月30日收到; 2015年5月18日收到修改稿)

在玻色-爱因斯坦凝聚体中实现自旋压缩和量子纠缠, 对于提高原子干涉测量相位灵敏度和原子钟精度有着非常重要的意义. 基于一种新的平面自旋分量的不确定性关系, 介绍了如何利用两分量玻色-爱因斯坦凝聚系统中原子间相互作用提供的非线性效应和原子内部能级间线性耦合, 实现量子平面自旋压缩(挤压)和模式纠缠. 描述了一项关于平面压缩态的理论工作, 该工作利用哈密顿量的精确对角化求解系统基态, 优化非线性作用和线性耦合强度比值, 使得包含平均自旋方向在内的两个正交自旋分量的不确定度同时压缩, 因此在平面上所有相位角度的涨落都受到压制, 而在与该平面垂直的第三个自旋分量方向反压缩. 利用传统自旋压缩判定纠缠, 只能判断多个不可分辨的原子处于纠缠态, 而平面自旋压缩可以检测两个可区分模式(比如, 原子内态)间的纠缠, 从而在不同模式间进行量子信息处理. 同时, 为实现超越标准量子极限的原子干涉相位精密测量, 传统方式是利用单个自旋分量压缩, 但需要对待测相位角度有很好的估计, 或者可以进行多次测量以逐渐逼近可获得的最大压缩极限, 这就要求量子态可以被精确的重复制备. 而利用平面自旋压缩, 对任意未知相位角度只需要测量两个垂直自旋分量就可以实现高的相位测量灵敏度.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 自旋压缩, 量子纠缠, 原子干涉**PACS:** 03.75.Gg, 37.25.+k, 42.50.Dv**DOI:** 10.7498/aps.64.160304

1 引言

根据量子力学中的海森堡不确定关系, 自旋角动量 J 在直角坐标轴上的三个正交分量 J_X , J_Y , J_Z 的不确定度(均方差的二次方根)满足关系 $\Delta J_X \Delta J_Y \geq |\langle J_Z \rangle|/2$ (假定 Z 为平均自旋方向, $\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$). 如果垂直于平均自旋方向的平面内某个自旋分量的涨落小于标准量子力学极限(SQL)^[1,2], 即 $|\langle J_Z \rangle|/2$, 则体系处于自旋压缩态. 自旋压缩可以在多种体系中产生^[3-5], 处于自旋压缩态的多个粒子之间存在量子关联, 因此与量子纠缠^[6-9]、Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 佯谬^[10,11]、量子导引(quantum steering)^[12]等有密切关系. 同时, 自旋压缩态对于降低原子干涉相

位测量的不确定度也有着非常重要的意义^[13-16]. 然而, 上述自旋分量涨落的限制依赖于具体的量子态, 而自旋算符在一些特殊的量子态(比如, 自旋单重态)上的期待值为零, 即 $\langle J \rangle = 0$, 对于这些量子态, 自旋的涨落将不再受到这个不确定关系的限制. 压制某一自旋分量的涨落(即实现单轴量子压缩)是提高精密测量和原子钟灵敏度的有效工具^[1,13]. 最近的研究表明, 自旋压缩与量子 Fisher 信息可以相结合, 用来提升测量的精度^[17,18]. 目前在原子系统中产生自旋压缩的工作主要分为两类: 一是通过光与原子相互作用, 二是依靠玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)系统中原子间弹性碰撞引起的非线性相互作用. 而后者产生方式最近已被成功实现, 并利用压缩的自旋分量实现了原子干涉仪^[14-16].

* 国家自然科学基金(批准号: 11274025, 61475006, 11121091)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qiongyihe@pku.edu.cn

这种单个自旋分量量子噪声的压制可以降低在某些预知相位 (predetermined phase) 附近的测量不确定度. 然而, 对于一个测量之前完全未知的相位, 我们无法知道哪一个相位角度的自旋被压缩, 因而难以通过单次 (single-shot) 测量实现超越标准量子极限的相位测量灵敏度. 2011 年, He 等^[19] 给出了一个两自旋分量涨落的和的不确定性关系, 为解决上述问题提供了一条有益的思路. 他们主要讨论了一种新的量子自旋压缩形式——平面自旋压缩 (planar quantum squeezing, PQS). 通过增加一个自旋分量的不确定度, 使另外两个正交自旋分量的不确定度同时小于相干态所能达到的最小值, 即同时被压缩. 利用平面自旋压缩态可以降低该平面上任意角度自旋的量子涨落, 不仅可提高任意未知相位角的测量灵敏度, 也为不能通过重复测量实现的单次相位测量提供了实现的可能性.

平面自旋压缩由平面自旋的不确定性关系决定, 对任意自旋量子态适用. 该关系式给出了两个正交自旋分量涨落的和的最小值 $\Delta^2 J_{\parallel} \geq C_J$. 其中 $J_{\parallel}$ 代表自旋投影的一个平面, 如果是 X - Y 平面, 那么 $\Delta^2 J_{\parallel} = \Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$. $J = 1/2$ 和 $J = 1$ 对应的 C_J 值已经由 Hofmann 和 Takeuchi^[6] 给出, 我们的研究结果给出了任意自旋量子数 J 对应的 C_J 值^[19]. 计算发现 $C_J \sim J^{2/3}$, 这代表平面上两个垂直方向自旋分量的涨落的和 $\Delta^2 J_{\parallel}$ 也随 J 以同样的指数增加, 而垂直于压缩平面的自旋分量 $J_{\perp}$ 会出现大的涨落, $\Delta^2 J_{\perp} \sim J^{4/3}$. 之后我们研究小组讨论了利用双势阱单分量 BEC 系统基态, 通过原子间相互作用提供的非线性效应和调节双势阱势垒高度实现了平面自旋压缩态, 并讨论了平面压缩与检测两个空间模式之间的纠缠以及实现原子干涉相位测量的关系^[20].

为更全面地理解平面压缩态的产生机理, 本文以单势阱双分量 BEC 为例, 综述了如何分别利用原子间表现的有效吸引和排斥相互作用实现平面自旋压缩态, 给出了 BEC 基态实现平面自旋压缩的可能参数范围, 并以此检测两个原子内部能级之间的模式纠缠, 进而以有效排斥相互作用为例, 讨论了平面压缩和传统自旋压缩实现原子干涉相位测量的各自优势. 该模型与双势阱单分量 BEC 系统处理类似, 采用双模近似理论将哈密顿量化成包含自旋算符线性项与二次项的和, 其中二次项可以产生自旋压缩. 两个模型之间的区别在于, 双势阱

单分量系统在双模近似下是同一个内态两个外部空间模式的相对原子数涨落被压缩, 而单势阱双分量 BEC 则利用 BEC 的两个内部状态进行压缩. 尽管两个系统都是靠冷原子之间的弹性相互作用带来的非线性效应来产生自旋压缩, 但实现的方式有所不同. 对于双势阱单分量 BEC 系统, 实验中通过绝热地控制中间势垒的高度来产生自旋压缩, 其中保持绝热条件需要严格地控制势垒升起所需时间^[14]. 而对于单势阱双分量 BEC 系统, 实验中可以通过外加磁场囚禁势来调控两个分量对应的波函数^[15], 或者通过 Feshbach 共振技术调节两分量间的 s 波散射长度来增大原子间有效相互作用进而产生压缩^[16], 这两个实验方案都是非绝热的过程.

两种体系的研究都能带来许多新奇的物理现象, 比如周期驱动下两种系统的 BEC 都具有的不稳定性 (混沌)^[21–23], 研究双势阱模型所发现的隧穿性质^[24–26], 自囚禁现象^[27–29], 研究双分量模型在外势下所发现的新奇涡旋相^[30–32] 等. 由于单势阱双分量 BEC 系统一方面在实验上不需要绝热地调节势垒高度, 而是通过磁场囚禁势或者 Feshbach 共振来实现对有效非线性作用的精确调控, 另一方面该系统包含原子的两个超精细能级结构, 可以在理论和实验上研究更多与原子内态调节相关的新物理现象, 比如近年来研究的考虑自旋轨道耦合下 BEC 系统的新奇相变^[33–37]. 因此, 本文探讨在该模型下实现平面压缩态的条件和性质, 为今后更加深入的理论和实验研究提供新的思路. 除了上述产生平面压缩态的方法外, 实验中还可以利用光场的偏振与原子系综自旋, 通过非破坏性测量 (QND) 来实现, 目前西班牙光电子中心 (ICFO) Sewell 小组正在探索这一实验方案^[38], 检验我们提出的 PQS 概念.

通过平面压缩态不仅可以提高对任意未知相位测量的灵敏度, 突破标准量子极限, 也可以用来探测总自旋值 J 很大的介观系统的非经典效应^[17,39]. 在本文讨论中, 为了简化问题, 突出平面压缩的概念, 我们不考虑 BEC 原子数的涨落以及有限温度的影响. 但之前的研究表明, 通过重新定义标准化算符 (比如, $\tilde{J}_X = J_X/N$), 在考虑实际存在系统原子数涨落和有限温度的情况下, 仍然可以实现平面压缩、模式纠缠以及超越标准量子极限的相位测量灵敏度^[17,19,40].

2 BEC基态平面压缩的产生

2.1 二次型哈密顿量和基态求解

在弱相互作用条件下, 假设相互作用不会改变原子的内部状态 (弹性碰撞), 我们采用双模近似的方法可以得到布居在两个不同的超精细态上的对称的双分量BEC系统哈密顿量^[41]:

$$H/\hbar = \Omega J_X + \chi J_Z^2, \quad (1)$$

其中, $J_X = \frac{1}{2}(b^\dagger a + a^\dagger b)$, $J_Y = \frac{i}{2}(b^\dagger a - a^\dagger b)$, $J_Z = \frac{1}{2}(a^\dagger a - b^\dagger b)$, a, b 分别对应原子的两个内态模, 即两个超精细结构能级 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$, $J_{X,Y,Z}$ 为玻色子算符的Schwinger角动量表表示. 第一项描述原子的两个内态被拉曼光或者微波场耦合, 耦合强度由外部控制场的拉比频率 Ω 决定, 考虑BEC总粒子数 $N = (a^\dagger a + b^\dagger b)$ 守恒, 这一项等效于线性分束器作用. 第二项来源于内部原子间的弹性碰撞, 有效相互作用强度 $\chi = g_{aa} + g_{bb} - 2g_{ab}$, 其中 $g_{ij} (i, j = a, b)$ 描述原子内态 i 和原子内态 j 之间原子的相互作用, 大小正比于s波散射长度 a_{ij} . 这里, 有效相互作用 χ 的正负并不是直接对应原子间的排斥和吸引作用, 而是采用双模近似得到的有效排斥和吸引作用. 这一项提供了类似于量子光学中Kerr效应的非线性效应, BEC的自旋压缩和纠缠就是由该非线性相互作用项产生的.

BEC系统的基态解可以利用哈密顿(1)的精确对角化方法得到. 首先, 态矢量可以以粒子数态 $|n\rangle_a |N-n\rangle_b$ 作为基矢展开^[14,15],

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_a |N-n\rangle_b, \quad (2)$$

然后将哈密顿(1)在 $N+1$ 维的Fock基矢空间上对角化得到本征态能量和本征态的 c_n 分布. 基态的性质将由比值 $\Lambda = \Omega/\chi$ 决定, $\Lambda > 0$ 和 $\Lambda < 0$ 分别对应采用双模近似下原子间的有效排斥和吸引相互作用. 取 $N = 100$, 图1给出了 Λ 取不同值时基态的系数分布.

从图1中可以看出, 当原子相互作用 g_{ij} 或者双模近似下有效相互作用 $\chi = 0$ 时, 系统哈密顿(1)只剩下线性项, 此时的基态等效于Fock态 $|N\rangle$ 入射到50:50光学分束器后的输出态(II). 当原子间具有有效吸引相互作用时, 基态扩展(III), 吸引作用

增强, 分布出现两个不同的波峰, 形成类似于猫态的叠加态(IV), 继续增强, 分布形成明显的粒子不平衡现象, 只出现在Fock态的某一区域, 即形成近似宏观占据 $|a\rangle$ 或 $|b\rangle$ 的粒子数态(V). 当原子间存在有效排斥相互作用时, BEC基态对称的高斯波包分布与没有相互作用相比明显受到挤压(I), 但不会出现有效吸引相互作用下的特殊分布情况. 我们将分别计算以上具有有效排斥和吸引相互作用下基态的三个自旋分量的均方差, 进而检测基态的平面压缩和纠缠性质.

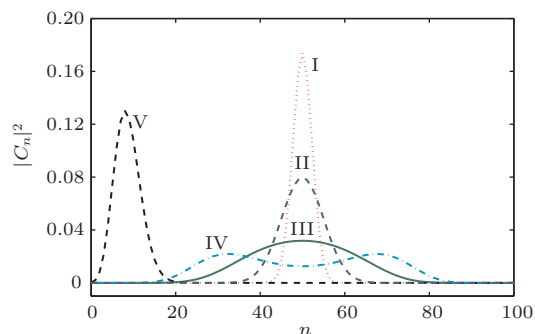


图1 哈密顿(1)式描述的BEC基态的系数 c_n 分布, $N = 100$. 图中曲线分别表示双模近似下原子间有效排斥作用 $N/\Lambda = 21.15$ (I), 无有效相互作用 $\chi = 0$ (II), 有效吸引作用 $N/\Lambda = -1.02$ (III), -1.1 (IV), -1.8 (V)

Fig. 1. The number distribution of Bose-Einstein condensate for the ground state solution of the Hamiltonian (1), $N = 100$. The lines I, II, III, IV, V present different number distribution corresponding to the parameters $N/\Lambda = 21.15$ (effective repulsive coupling), $\chi = 0$ (no effective coupling), $N/\Lambda = -1.02, -1.1, -1.8$ (effective attractive coupling), respectively.

2.2 自旋压缩和平面自旋压缩

2.2.1 自旋压缩

自旋压缩态的概念由日本物理学家 Kitagawa 和 Ueda^[13] 在1993年提出, 他们利用两个经典的非线性耦合产生了自旋压缩态, 将量子光学中的压缩定义推广到自旋算符中. 至今, 关于自旋压缩的研究发展迅猛, 已取得较多研究成果^[17]. 对于哈密顿(1)描述的双分量BEC系统, 假定 X 为平均自旋方向, $\langle J \rangle = \langle J_X \rangle$, $\langle J_Y \rangle = \langle J_Z \rangle = 0$, 三个正交自旋分量的不确定性关系为 $\Delta J_Y \Delta J_Z \geq |\langle J_X \rangle|/2$, 如果 J_Y 或者 J_Z 的不确定度小于SQL, 这里即 $|\langle J_X \rangle|/2$, 则BEC基态处于自旋压缩态. 这里使用 Wineland 等^[1,2] 定义的自旋压缩参数 $\xi = \sqrt{N} \Delta J_{\perp, \min} / \langle J \rangle$, 其中 $\langle J \rangle$ 为平均自旋长度, $\Delta J_{\perp, \min}$ 是垂直于平均自旋的平面上自旋分量涨落的最小值, $\xi < 1$ 即证

明存在自旋压缩. 图2给出了系统基态三个自旋分量的均方差与平均自旋长度随有效相互作用参数 $N/\Lambda = N_X/\Omega$ 的变化情况. 当原子间没有有效相互作用时, $\Delta^2 J_Y = \Delta^2 J_Z = |\langle J_X \rangle|/2 = J/2 = N/4$, 自旋压缩系数 $\xi = 1$, 此时系统处于自旋相干态. 随着有效相互作用增强, 平均自旋长度减小 $\langle J \rangle = |\langle J_X \rangle| < J$, 垂直于平均自旋方向的两个自旋分量的涨落分别出现压缩和反压缩, 系统处于自旋压缩态. 当原子间表现为有效吸引作用时, $\Delta^2 J_Y < |\langle J_X \rangle|/2$, $\Delta^2 J_Z > |\langle J_X \rangle|/2$, 自旋参数 $\xi = \sqrt{N} \Delta J_Y / \langle J \rangle < 1$. 当原子间表现为有效排斥

作用时, $\Delta^2 J_Z^i < |\langle J_X^i \rangle|/2$, $\Delta^2 J_Y^i > |\langle J_X^i \rangle|/2$, 自旋参数 $\xi = \sqrt{N} \Delta J_Z^i / \langle J \rangle < 1$.

从图2还可以看出, 随着原子间有效排斥作用增强, 压缩方向的自旋分量涨落 ($\Delta^2 J_Z^i$) 逐渐减小, 趋向于零. 然而, 当原子间有效吸引作用增强时, 被压缩的自旋分量的涨落 $\Delta^2 J_Y$ 不是单调递减, 在相互作用达到某个强度后涨落会出现拐点增大, 这对应图1中曲线IV给出的BEC基态系数分布的突然变化, 分布从中间对称的高斯波包变为两个不同的波峰.

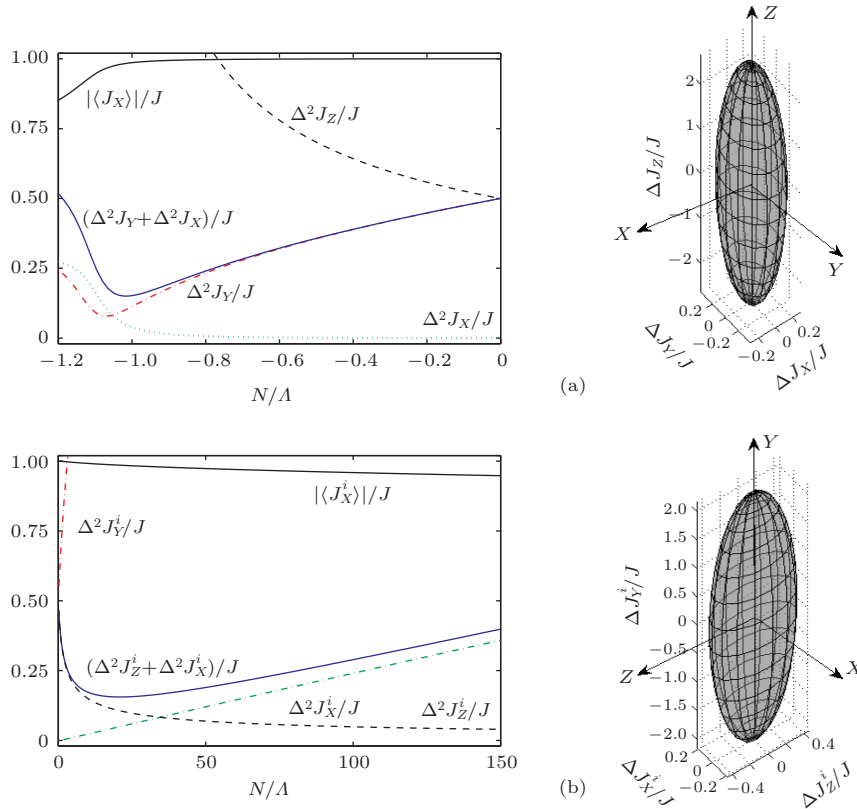


图2 双分量BEC系统基态自旋分量的均方差与平均自旋长度, $N = 100$ (a) 原子间有效吸引作用为 $N/\Lambda = -1.02$ 时, $\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$ 最小; (b) 原子间有效排斥作用为 $N/\Lambda = 21.15$ 时, $\Delta^2 J_X^i + \Delta^2 J_Z^i$ 有最小值, 在移相器和分束器作用下, $\Delta^2 J_X^i + \Delta^2 J_Z^i$ 可以转换为 $\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$, 取最小值时, 对应量子态的三个自旋分量均方差的全部取值分别对应各自右侧的椭球

Fig. 2. The individual spin variances and mean spin $\langle J_X \rangle$ versus the parameter N/Λ for $N = 100$, for the ground state solution of the Hamiltonian (1). We find that (a) the sum of spin variances $\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$ is minimized by a critical value of effective attractive coupling $N/\Lambda = -1.02$, and (b) the sum of spin variance $\Delta^2 J_X^i + \Delta^2 J_Z^i$ is minimized by a critical value of effective repulsive coupling $N/\Lambda = 21.15$. After phase shifting and beam splitter operations, $\Delta^2 J_X^i + \Delta^2 J_Z^i$ becomes a PQS state with a strongly reduced variance in the internal interferometer spin operators, $\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$. Three-dimensional plots of uncertainties for PQS are shown on the right side, respectively.

由于表现有效排斥作用的BEC系统某个相位角度自旋涨落可以被压缩趋近于零, 因此对于提高原子干涉仪的灵敏度和原子钟的精度有重要意

义^[1,13]. 目前很多关于BEC系统的理论和实验工作都在试图逼近可获得的最大压缩极限^[14-16], 从而获得最高相位测量灵敏度. 然而, 这种压制某个

事先确定相位 (predetermined phase) 附近的量子涨落的方法, 需要对被测相位角度有个好的预估, 或者需要多次测量以逐渐逼近压缩极限. 如果位相在测量之前是完全未知的, 或者由于系统量子态的不可重复制备而只能对系统进行单次测量, 就很难实现超越标准量子极限的相位测量.

2.2.2 平面自旋压缩

我们之前的研究结果给出了自旋为 J 的理想平面压缩态自旋分量涨落的值^[19], 分别为: $|\langle J_X \rangle| = J - (J/4)^{1/3}/2$, $\Delta^2 J_X \sim (2J)^{2/3}/8$, $\Delta^2 J_Y \sim (2J)^{2/3}/4$, $\Delta^2 J_Z \sim (J^2/2)^{2/3}$. 下面我们以哈密顿(1)所描述的BEC系统的基态为例, 研究产生上述平面压缩态的可能性. 从图2(a)可以看出原子间有效作用表现为吸引时, 包含平均自旋方向 X 的两个自旋分量均方差的和 $\Delta^2 J_{\parallel} = \Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$ 在 $N/\Lambda = -1.02$ 时出现最小值. 从右侧三维图可以清晰地看出此时三个自旋分量涨落呈椭球状, X - Y 平面上的自旋分量涨落 $\Delta^2 J_X$ 和 $\Delta^2 J_Y$ 同时被压缩到SQL以下, 且平均方向的自旋分量涨落压缩最大, 而垂直于压缩平面的自旋分量 J_Z 的涨落会增大, 此时的BEC基态为PQS态. 图2(b)给出了原子间有效作用表现为排斥时的结果, 与吸引作用时情况类似, 包含平均自旋方向 X 在内的两个自旋分量涨落的和 $\Delta^2 J_{\parallel} = \Delta^2 J_X^i + \Delta^2 J_Z^i$ 在 $N/\Lambda = 21.15$ 时出现最小值.

图3更好地展现了BEC基态呈现出的平面压缩性质, 图中给出了 $\Delta^2 J_{\parallel}$ 出现最小值时BEC基态的系数分布与理论计算出的理想平面压缩态的系数分布对比结果. 当原子表现为有效吸引相互作用时, 系数分布概率 $P(n) = |c_n|^2$ 重合非常好, 表明此时的BEC基态即理想的平面压缩态. 当原子表现为有效排斥相互作用时, 概率分布基本符合, 在波包接近底部处稍有差异, 较好地实现了平面压缩.

为了明确其中的机理, 我们以自旋算符重新表示哈密顿(1), 可得^[20]

$$H/\hbar = \Omega J_X + \chi J_Z^2 \\ = \chi \left\{ J^2 + \frac{\Lambda^2}{4} - \left[\left(J_X - \frac{\Lambda}{2} \right)^2 + J_Y^2 \right] \right\}, \quad (3)$$

其中 $J^2 + \Lambda^2/4$ 是常数项, 与所有算符对易, 可以忽略; 而剩余两项变量与自旋涨落的和 $\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$

相关. 我们选择有效吸引相互作用 $\chi < 0$, 当调节参数使得 $\langle J_X \rangle = \Lambda/2$ 时, BEC的基态可以降低平面自旋涨落 $\Delta^2 J_{\parallel} = \Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y$ 到最小^[13]. 因此我们只需要调节参数使得 $|\Lambda| = 2|\langle J_X \rangle| = 2J - (J/4)^{1/3}$ 就可以得到理想的平面压缩态. 这里我们需要的原子间有效吸引相互作用可以在³⁹K系统中实现^[42].

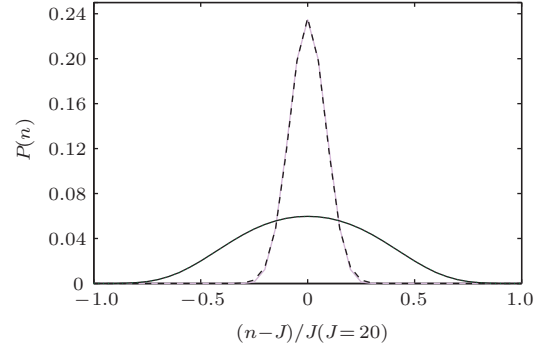


图3 $\Delta^2 J_{\parallel}$ 出现最小值时 BEC 系统基态系数分布与平面压缩态系数分布的对比, $N = 40$. 当原子间有效吸引相互作用 $N/\Lambda = -1.02$ 时 (展宽波包), BEC 基态系数分布 (实线) 与 PQS 的系数分布 (虚线) 完全重合, 表示此时的 BEC 基态是理想的平面压缩态; 当原子间有效排斥相互作用 $N/\Lambda = 21.15$ (窄波包), BEC 基态系数分布 (实线) 与 PQS 的系数分布 (虚线) 基本符合, 波包接近底部稍有差异, 较好地实现了平面压缩.

Fig. 3. The comparison between the coefficient distribution of Bose-Einstein condensate ground state which gives the minimum of $\Delta^2 J_{\parallel}$ and the ideal planar squeezed state. For the effective attractive case $N/\Lambda = -1.02$ (wider wave packet), the coefficient distribution for the ground state (solid) coincides with the ideal planar squeezed state (dashed) exactly. For the effective repulsive case $N/\Lambda = 21.15$ (narrower wave packet), the coefficient distribution for the ground state (solid) nearly coincides with the planar squeezed state (dashed).

3 平面自旋压缩与模式纠缠

自旋压缩与多粒子量子纠缠有着密切联系, 当自旋压缩参数 $\xi < 1$ 时, BEC 系统存在多原子纠缠, 这是源于原子间相互作用的非线性效应. 然而, 由于 BEC 系统中的原子具有全同性, 自旋压缩只能作为多粒子纠缠的存在判据, 而无法分辨出具体是哪些原子纠缠在一起. 为了在量子信息处理中发挥更大作用, 有时需要制备并检测由两个或多个可分辨的体系或者模式构成的纠缠态, 如 BEC 的内部能级之间、多势阱之间、或者原子系综与光子等不同体系之间. 借助平面压缩, 我们只需要测量两

个正交自旋分量就可以检测两个可分辨模式间的纠缠.

两个不同模式 a 和 b 之间的纠缠一般可以由 Hillery-Zubairy 给出的非厄米算符的乘积来检测^[43], 即 $|\langle a^\dagger b \rangle|^2 > \langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle$, 这是两个模式纠缠的充分条件. 根据自旋算符的定义, $\langle a^\dagger b \rangle = \langle J_X + iJ_Y \rangle$, 这个判据可以改写成自旋形式^[39]:

$$E_{\text{PQS}} = \frac{\Delta^2 J_X + \Delta^2 J_Y}{\langle N \rangle / 2} = \frac{\Delta^2 J_{\parallel}}{\langle N \rangle / 2} < 1. \quad (4)$$

由于自旋算符 J_X 与 J_Y 不对易, 它们的不确定度不能同时为零, $\Delta^2 J_{\parallel}$ 不可能为零, 最小值为 $C_J \sim 3(2J)^{2/3}/8$ ^[19], 因此理想的 PQS 态可以给出最小的 E_{PQS} . 系统原子数越多, 纠缠越明显, 甚至可以实现更强的量子关联, 即量子导引^[39,44]:

$$E_{\text{PQS}} < 1/2. \quad (5)$$

同时, 与 Sorenson 和 Mølmer^[45] 提出的利用自旋压缩判定系统中纠缠粒子数目的方法类似, 当原子数 $N \rightarrow \infty$ 时, 平均自旋 $J \rightarrow \infty$, $E_{\text{PQS}} \rightarrow 0$, 从而得到最大纠缠, PQS 也可以判定系统中纠缠的粒子数目, 以此作为一种度量多体系统纠缠的手段^[19].

4 平面压缩与原子干涉相位精密测量

自旋压缩不仅可以用来检验和度量多粒子纠缠, 还可以实现超越标准量子极限的原子干涉相位精密测量^[1,13]. 由于冷原子与磁场和引力场的相互作用, 冷原子传感器在超灵敏磁力计与重力计中具有重要应用. 这里, 我们考察 PQS 在原子干涉相位测量中的效果. 让开始处于平面压缩态的两个纠缠的玻色子模式 a, b 通过移相器和四端口的 50 : 50 分束器, 假定 ϕ 是需要测量的相移量, θ 是提供参考的相移量. 通过测量输出端口的粒子数差 $\mathcal{N} = N_+ - N_-$ 和它对相位的敏感度 $\partial \langle \mathcal{N} \rangle / \partial \phi$, 可以得到被测相位的不确定度 $\Delta \phi = \sqrt{\Delta^2 \mathcal{N}(\phi)} / |\partial \langle \mathcal{N} \rangle / \partial \phi|$ ^[19,20]. 根据初始的自旋不确定度可得单次测量的相位噪声值^[19]

$$\Delta \phi = \frac{\sqrt{\Delta^2 J_X \cos^2(\phi - \theta) + \Delta^2 J_Y \sin^2(\phi - \theta)}}{|\langle J_Y \rangle \cos(\phi - \theta) - \langle J_X \rangle \sin(\phi - \theta)|}. \quad (6)$$

显然, 在做任何相位测量时, 都必须避免干涉仪在条纹峰值附近 $\partial \langle \mathcal{N} \rangle / \partial \phi \sim 0$ 的不灵敏区域. 定义 $\varphi = \phi - \theta$, 单次测量的量子噪声值 $\Delta^2 J_X \cos^2 \varphi + \Delta^2 J_Y \sin^2 \varphi \leq \Delta^2 J_{\parallel}$, 这表明平面自旋涨落是干涉仪输出粒子数差的总量子噪声上限, 压缩该噪声上限至标准量子极限以下, 可以提高对完全未知相位的测量灵敏度. 因此, 平面自旋压缩态可以有效减小很大范围内的未知相位内的噪声值. 最佳情况是当 $\Delta^2 J_{\parallel}$ 取最小值 $C_J \sim J^{2/3}$ 时, 单次测量的最低相位不确定度 $\Delta \phi \propto J^{-2/3}$.

当 $\varphi = \pi/2$, (6) 式变为单分量压缩 $\Delta \phi = \Delta J_Y / |\langle J_X \rangle| = \xi / \sqrt{N}$. 对于原子间相互作用为零的自旋相干态, 其相位灵敏度为 $\Delta \phi = \sqrt{J/2}/J = 1/\sqrt{N}$ (即标准量子极限, 又叫作散粒噪声极限). 如果自旋压缩参数 $\xi < 1$, 那么 $\Delta \phi < 1/\sqrt{N}$, 相位的不确定度突破标准量子极限. 海森堡不确定性原理给出了相位灵敏度的极限, 即 $\Delta \phi < 1/N$, 称为海森堡极限.

利用平面压缩态的优势之一是可以使用更少的原子即更低的原子数密度进行干涉测量, 而原子数密度通常受限于原子两体或三体碰撞损耗, 因此使用平面自旋压缩机理具有非常重要的实际操作价值. 例如, 利用包含 10^6 个原子的平面自旋压缩机理的干涉仪, 其单次相位测量可以实现的灵敏度量级约为 10^{-4} , 而采用传统相干机理的干涉仪使相位灵敏度达到该量级则需要 10^8 个原子, 即原子数密度为采用平面自旋压缩机理时的 100 倍.

与单分量压缩提高相位测量灵敏度相比, 利用平面压缩态具有另外一个优势. 图 4 给出了参数 N/Λ 取不同值时表现有效排斥相互作用的 BEC 基态可以实现的干涉相位测量灵敏度 $\Delta \phi$. 当 $N/\Lambda = 21.15$ (实线), BEC 基态为接近理想的平面压缩态, 可以在大范围内实现对未知相位的优于 $\Delta \phi \propto J^{-2/3}$ ($\varphi = \pi/4, 3\pi/4$) 的超高测量灵敏度. 当增大非线性相互作用, 尽管测量灵敏度更高, 会在某个特定测量相位角度逐渐逼近海森堡极限 $1/N$ (点线), 但达到超越标准量子极限 $1/\sqrt{N}$ 以下的测量相位的范围也逐渐变窄. 最优相位测量灵敏度在 $\phi - \theta = \pi/2$ 附近, 由自旋压缩参数 ξ 决定, 而只使用两次垂直自旋分量的测量就可以获得一个未知相位的最大范围则由平面压缩给出.

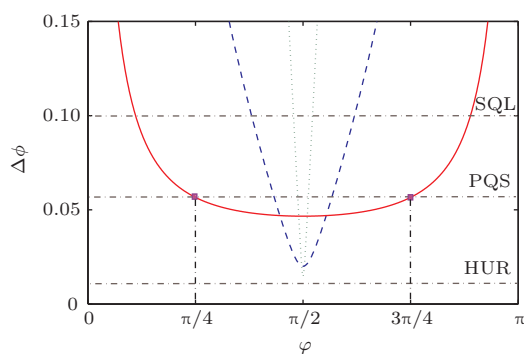


图4 相位的测量灵敏度 $\Delta\phi$, $N = 100$ 原子间表现为有效排斥作用时, 参数分别为 $N/\Lambda = 21.15$ (实线)、 $N/\Lambda = 10^3$ (虚线)、 $N/\Lambda = 10^4$ (点线); 图中 SQL 表示自旋相干态给出的相位灵敏度极限 $\Delta\phi = 1/\sqrt{N}$ (即标准量子极限), PQS 表示平面压缩态给出的相位灵敏度 $\Delta\phi \propto J^{-2/3}$, HUR 表示由海森堡不确定原理给出的量子测量可能实现的最高精度 $\Delta\phi = 1/N$

Fig. 4. The measured phase uncertainty $\Delta\phi$ for $N = 100$. Phase sensitivity is better than shot noise level if $\Delta\phi < 1/\sqrt{N}$. Optimum sensitivity is at $\varphi = \pm\pi/2$ and is determined by the spin-squeezing parameter $\Delta\phi = \xi/\sqrt{N}$. The solid curve corresponds to the critical value of $N/\Lambda = 21.15$ for the effective repulsive regime, which gives the critical value of $E_{\text{PQS}} = C_J/J$ at $\varphi = \pi/2 \pm \pi/4$ and hence gives the phase sensitivity $\Delta\phi \propto J^{-2/3}$. Increasing N/Λ to 10^3 (dashed) and 10^4 (dotted) improves the optimum phase uncertainty, however the useful region of phase angles becomes narrower. For detecting an unknown phase using only two orthogonal measurements, the sensitivity over the quiet quadrant $\varphi = \pi/2 \pm \pi/4$ becomes relevant.

5 结 论

本文研究了双模近似下双分量 BEC 系统基态的平面自旋压缩、内态模式纠缠, 以及原子干涉机理. 平面自旋压缩机理的重要特点可以总结如下: 压缩平面上的两个自旋分量的涨落的和受到一个只与自旋 J 有关的常数 C_J 的限制, 而与具体的量子态无关; 平均自旋矢量方向总包含在压缩平面内, 且该方向涨落压缩最大; 压缩平面上与平均自旋方向垂直的自旋分量涨落同时受到压制; 当逐渐接近海森堡极限时, 平面压缩逐渐转变为垂直平均自旋方向的单自旋分量压缩; 利用平面自旋压缩可以降低所有相位的干涉测量噪声, 并且可以用来作为宏观自旋纠缠存在的判定依据.

参考文献

- [1] Wineland D J, Bollinger J J, Itano W M, Heinzen D J 1994 *Phys. Rev. A* **50** 67
- [2] Wineland D J, Bollinger J J, Itano W M, Moore F L, Heinzen D J 1992 *Phys. Rev. A* **46** 6797
- [3] Kuzmich A, Mølmer K, Polzik E S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4782
- [4] Agarwal G S, Puri R R 1990 *Phys. Rev. A* **41** 3782
- [5] Zou H M, Fang M F, Yang B Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 120303
- [6] Hofmann H F, Takeuchi S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 032103
- [7] Tóth G, Knapp C, Gühne O, Briegel H J 2009 *Phys. Rev. A* **79** 042334
- [8] Liu S Y, Zheng K M, Jia F, Hu L Y, Xie F S 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 140302 (in Chinese) [刘世右, 郑凯敏, 贾芳, 胡利云, 谢芳森 2014 物理学报 **63** 140302]
- [9] Zhou B J, Peng Z H, Jia C X, Jiang C L, Liu X J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 120305
- [10] Cavalcanti E G, Drummond P D, Bachor H A, Reid M D 2009 *Opt. Express* **17** 18693
- [11] Reid M D, Drummond P D, Bowen W P, Cavalcanti E G, Lam P K, Bachor H A, Andersen U L, Leuchs G 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1727
- [12] Cavalcanti E G, Jones S J, Wiseman H M, Reid M D 2009 *Phys. Rev. A* **80** 032112
- [13] Kitagawa M, Ueda M 1993 *Phys. Rev. A* **47** 5138
- [14] Estève J, Gross C, Weller A, Giovanazzi S, Oberthaler M K 2008 *Nature* **455** 1216
- [15] Riedel M F, Böhi P, Li Y, Hänsch T W, Sinatra A, Treutlein P 2010 *Nature* **464** 1170
- [16] Gross C, Zibold T, Nicklas E, Estève J, Oberthaler M K 2010 *Nature* **464** 1165
- [17] Ma J, Wang X G, Sun C P, Nori F 2011 *Phys. Rep.* **509** 89
- [18] Chang F, Wang X Q, Gai Y J, Yan D, Song L J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 170302 (in Chinese) [常峰, 王晓茜, 盖永杰, 严冬, 宋立军 2014 物理学报 **63** 170302]
- [19] He Q Y, Peng S G, Drummond P D, Reid M D 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022107
- [20] He Q Y, Vaughan T G, Drummond P D, Reid M D 2012 *New J. Phys.* **14** 093012
- [21] Smerzi A, Fantoni S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3589
- [22] Liu J, Wang W G, Zhang C W, Niu Q, Li B W 2005 *Phys. Rev. A* **72** 063623
- [23] Yan D, Song L J, Chen D W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3679 (in Chinese) [严冬, 宋立军, 陈殿伟 2009 物理学报 **58** 3679]
- [24] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 23402
- [25] Liu J, Wu B, Niu Q 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 170404
- [26] Wu B, Liu J, Niu Q 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 140402
- [27] Raghavan S, Smerzi A, Fantoni S, Shenoy S R 1999 *Phys. Rev. A* **59** 620
- [28] Wang G F, Fu L B, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 13619
- [29] Liu B, Fu L B, Yang S P, Liu J 2007 *Phys. Rev. A* **75** 33601
- [30] Kasamatsu K, Tsubota M, Ueda M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 150406
- [31] Kasamatsu K, Tsubota M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 023606
- [32] Mason P, Aftalion A 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033611

- [33] Wang C, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [34] Xu Z F, Lu R, You L 2011 *Phys. Rev. A* **83** 053602
- [35] Hu H, Ramachandran B, Pu H, Liu X J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 010402
- [36] Xu Z F, Kawaguchi Y, You L, Ueda M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 033628
- [37] Wang C, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [38] Puentes G, Colangelo G, Sewell R J, Mitchell M W 2013 *New J. Phys.* **15** 103031
- [39] He Q Y, Drummond P D, Olsen M K, Reid M D 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023626
- [40] He Q Y, Reid M D, Vaughan T G, Gross C, Oberthaler M, Drummond P D 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 120405
- [41] Law C K, Ng H, Leung P 2001 *Phys. Rev. A* **63** 055601
- [42] Fattori M, D’Errico C, Roati G, Zaccanti M, Jona L M, Modugno M, Inguscio M, Modugno G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 080405
- [43] Hillery M, Zubairy M S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 050503
- [44] Cavalcanti E G, He Q Y, Reid M D, Wiseman H M 2011 *Phys. Rev. A* **84** 032115
- [45] Sørensen A S, Mølmer K 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4431

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Planar quantum squeezing and atom interferometry*

Huang Xin-Yao¹⁾ Xiang Yu¹⁾ Sun Feng-Xiao¹⁾ He Qiong-Yi^{1)2)†} Gong Qi-Huang¹⁾²⁾

1) (State Key Laboratory of Mesoscopic Physics, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2) (Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Beijing 100871, China)

(Received 30 March 2015; revised manuscript received 18 May 2015)

Abstract

Reduction of quantum noise in one spin component is a significant tool for enhancing the sensitivities of interferometers and atomic clocks. It has been recently implemented for ultra-cold atomic Bose-Einstein condensate (BEC) interferometer. This type of quantum noise reduction reduces the measurement noise near some predetermined phase. However, if the phase is completely unknown prior to measurement, then it is not known which phase quadrature should be in a squeezed state. We introduce a novel planar squeezing uncertainty relation for spin variance in a plane, and analyze how to obtain such a planar quantum squeezed (PQS) state by using a double-well single component BEC, through the use of local nonlinear S-wave scattering interaction between trapped atoms. Here, we consider the PQS that is generated by using two hyperfine states in a two components BEC system, which is useful for quantum metrology. By comparison with the case of two spatial wells, the Hamiltonian parameters can be controlled in a more efficient way. The spin component can be measured by detecting the occupation number difference between the two internal modes, while one needs to observe a spatial interference pattern in the double well BEC case. This is the major difference between the internal and external cases. Another difference is that one can use the Rabi frequency Ω instead of the Josephson parameters to switch the Hamiltonian parameters through using a diabatic technique. Therefore the coupling could be switched off or on to study the different evolutions. PQS simultaneously reduces the quantum noises of two orthogonal spin projections below the standard quantum limit, while increases the noise in the third dimension. This allows the improvement in phase measurement at any phase-angle. PQS states that reductions of fluctuations everywhere in a plane have potential utility in “one-shot” phase measurement, where iterative or repeated measurement strategies cannot be utilized. The improved interferometric phase measurements and planar uncertainty relations are useful for detecting the entanglement in mesoscopic system between two distinguished modes regardless of the third component.

Keywords: Bose-Einstein condensate, spin squeezing, entanglement, atom interferometry

PACS: 03.75.Gg, 37.25.+k, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.64.160304

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274025, 61475006, 11121091).

† Corresponding author. E-mail: qiongyihe@pku.edu.cn

噪声情况下的量子网络直接通信

马鸿洋 秦国卿 范兴奎 初鹏程

Quantum network direct communication protocol over noisy channel

Ma Hong-Yang Qin Guo-Qing Fan Xing-Kui Chu Peng-Cheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160306 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160306

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160306>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响

Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication

物理学报.2015, 64(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150301>

基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型

Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states

物理学报.2015, 64(4): 040301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040301>

中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真

Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation

物理学报.2014, 63(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240303>

在大气湍流斜程传输中拉盖高斯光束的轨道角动量的研究

Study on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam in a slant-path atmospheric turbulence

物理学报.2014, 63(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150301>

量子语音多带激励算法

Quantum speech multi-band excitation algorithm

物理学报.2014, 63(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120301>

专题: 量子精密计量与操控

噪声情况下的量子网络直接通信*

马鸿洋^{1)†} 秦国卿²⁾ 范兴奎¹⁾ 初鹏程¹⁾

1) (青岛理工大学理学院, 青岛 266033)

2) (清华大学物理系, 北京 100084)

(2015年4月28日收到; 2015年5月25日收到修改稿)

提出和研究了噪声情况下的量子网络直接通信. 通信过程中所有量子节点共享多粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 量子纠缠态; 发送节点将手中共享的 GHZ 态的粒子作为控制比特、传输秘密信息的粒子作为目标比特, 应用控制非门 (CNOT) 操作; 每个接收节点将手中共享 GHZ 态的粒子作为控制比特、接收到的秘密信息粒子作为目标比特, 再次应用 CNOT 门操作从而获得含误码的秘密信息. 每个接收节点从秘密信息中提取部分作为检测比特串, 并将剩余的秘密信息应用奇偶校验矩阵纠正其中存在的比特翻转错误, 所有接收节点获得纠正后的秘密信息. 对协议安全、吞吐效率、通信效率等进行了分析和讨论.

关键词: 噪声, 量子安全直接通信, 量子网络, 量子纠错码**PACS:** 03.67.Hk, 03.67.Dd, 03.65.Ud**DOI:** 10.7498/aps.64.160306

1 引言

量子网络是由多个量子节点利用量子效应运行事先指定任务的分布式通信系统, 其中量子节点具备存储和运算量子信息的能力. 量子网络使用量子通信协议运行, 著名的通信协议有 Bennett 和 Brassard 的利用四个量子态的 BB84 协议^[1]、Ekert 的利用 EPR 纠缠态的 E91 通信协议^[2]、Bennett 的利用两个非正交量子态的 B92 通信协议^[3]. 这三个协议是一个发送节点对一个接收节点的量子通信协议; 随着量子网络通信需求的提升, 多个发送节点对多个接收节点的量子通信协议的研究得到发展^[4]. 例如, Yan 和 Gao^[5]提出了在特定量子网络中的多个量子节点之间的通信协议. Ma 等^[6]提出了利用中心节点作为桥联接的多个量子节点通信协议. 文献^[7—22]研究了多个量子节点的通信协议.

量子安全直接通信 (QSDC) 的安全性是基于

量子信息的非定域关联性、不可克隆、测不准等理论, 利用该种通信方式的一对一或者多对多的量子节点不需要预先生成密钥, 而是使用量子信道直接传输秘密信息. 2000 年, Long 和 Liu^[23]提出第一个两粒子 Bell 态的高效量子安全直接通信协议; 2002 年, Boström 和 Felbinger^[24]提出利用纠缠对的确定性量子通信方案; 2003 年, Deng 等^[25]提出利用 Bell 态的两步安全直接编码通信协议; 2004 年, Deng 和 Long^[26]提出了基于单光子的量子一次便笺方案 (或 DL04) 方案; 2005 年, Wang 等^[27]提出高维两步量子安全直接通信协议; 2006 年, Li 等^[28]提出利用 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠的两步量子网络安全直接通信协议; 同年, Deng 等^[29]提出利用 EPR 纠缠的双向量子安全通信协议; 2007 年, Wen 和 Long^[30]提出单方量子纠错的量子安全通信协议; 2014 年, Zhou 等^[31]提出单光子无信息泄露的量子对话协议. 多个研究组在该方向开展了深入研究^[32—38]. 2015 年, 山西大学 Hu 等^[38]首次在国际上实现单光子 DL04 量子

* 国家自然科学基金 (批准号: 61173056, 11304174) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hongyang_ma@aliyun.com

安全直接通信.

在实际通信环境中存在信道噪声、非理想信号源、误差操作等客观问题, 为了实现安全量子通信需从多个方面努力. 例如, 优化量子控制消除噪声^[39,40]、制备高纯度纠缠源^[41]、浓缩方法提高纠缠源纠缠度^[42]、私密放大方法避免部分信息泄露^[43,44]. 在更一般的情况下, 量子纠错码^[45]进行编码纠正某种类型的量子错误.

本文研究噪声情况下量子网络直接通信协议, 该协议基于文献^[37]的量子汇报协议, 量子汇报协议采用了文献^[7]中的量子信道加密技术. 在通信协议中, $1+N$ 个量子节点分享多粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 量子纠缠态, 其中一个量子节点是发送节点, 具有特权, 是老板, 其他 N 个量子节点是接收节点, 是用户. 发送节点以手中的 GHZ 粒子作为控制比特, 对自己的通信粒子进行控制非门 (control NOT gate, CNOT) 操作, 然后将通信粒子传给接收节点; 接收节点再以自己手中的粒子作为控制比特、对发送节点传输过来的粒子, 进行 CNOT 操作从而读出发送节点传输过来的秘密信息. 接收节点对接收的秘密信息进行检测, 判定是否存在 Eve 窃听, 并对秘密信息利用量子 CSS 码纠正比特翻转错误. 在本文工作中, 我们首先将该协议推广使得共享 GHZ 态的 $1+N$ 个量子节点地位平等, 它们之间任意两者之间都可以进行直接通信; 其次, 该协议考虑噪声环境, 利用量子纠错编码使该协议能在有噪声的环境下工作.

2 相关理论基础

2.1 量子 CNOT 门

在本协议中多个量子节点之间需要使用 CNOT 门. 该量子门包含两个量子比特 (控制比特 $|x\rangle$ 与目标比特 $|y\rangle$), 其特性: 当 $|x\rangle$ 为 $|0\rangle$ 时, 它不改变 $|y\rangle$ 的状态; 当 $|x\rangle$ 为 $|1\rangle$ 时, 它将翻转 $|y\rangle$ 的状态; 其表达式:

$$\text{CNOT}(|x\rangle|y\rangle) = |x\rangle|x \oplus y\rangle, \quad (1)$$

其中 $x, y \in \{0, 1\}$. 用矩阵表示为

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2.2 量子纠错码

量子纠错码是具备纠正量子态错误能力的量子码, 其中包括 CSS 量子码、稳定子量子码、Turbo 量子码等. 针对本通信协议涉及信道噪声所产生的量子态误码是比特翻转错误, 需要使用 CSS 量子码. CSS 量子码是由两个线性编码 C_1 与 C_2 构成, C_1 与 C_2 映射至 Hilbert 空间, 采用一定的编码规范纠正 $t \leq t_0$ 位的比特翻转和相位翻转错误. 其表达式:

$$|v + C_2\rangle = \frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} |v + w\rangle, \quad (2)$$

其中, (2) 式右边符合模 2 运算规则. $v \in C_1$; n 是 C_1, C_2 的总位数; k_1, k_2 是 C_1, C_2 的码元数目.

3 噪声情况下的量子网络直接通信

在该协议中的量子节点数为 $1+N$, 分别表示为 $S_0, S_1, \dots, S_i, \dots, S_N$ ($i = 1, 2, \dots, N$). S_0 是发送节点, S_i 是接收节点, 如图 1. $1+N$ 个量子节点之间通信使用量子与经典信道, 其中, 量子信道使用纠缠态与量子门传输量子信息, 经典信道使用“0”, “1”比特传输经典信息.

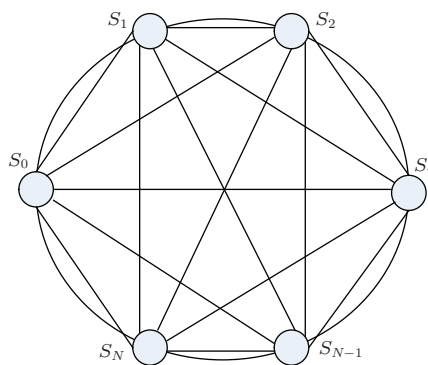


图 1 可扩展的量子网络的架构

Fig. 1. The extensible quantum network architecture.

为研究讨论方便, 首先假设 $N = 2$, 如图 2, 对于多个量子节点的情况, 其通信过程与 $N = 2$ 相同.

步骤 1 初始化阶段

S_0, S_1, S_2 共享 $2n + \delta$ 个 GHZ 态, 表达式为

$$|\varphi\rangle_{S_0 S_1 S_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2} + |111\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2}), \quad (3)$$

其中 S_0, S_1, S_2 分别对应粒子 $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, m 表示第 m 个纠缠态, $m = 1, 2, \dots, 2n + \delta$.

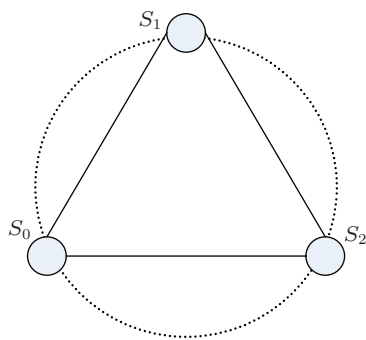


图2 简化的扩展量子网络的架构

Fig. 2. The simplified quantum network architecture.

步骤2 发送节点通信阶段

S_0 与 S_1 进行直接通信, 目的是传输 n 位比特的秘密信息串, 记为 Δ_1 . 为了检测 Eve 和消除信道噪声, S_0 实际是需要制备 $2n + \delta$ 位的秘密信息串, 记为 ρ_0 , 其生成方式为: 从集合 $\{0, 1\}$ 中随机选取 n 位的经典比特, 作为检测比特串, 记做 Δ_2 , Δ_2 的长度为 n , 将 Δ_1 随机地插入 Δ_2 , 构建成为 ρ_0 , 即

$$\rho_0 = \{\rho_{01}, \rho_{02}, \dots, \rho_{0(2n+\delta)}\},$$

其中 $\rho_{0j} \in \{0, 1\}$, $j \in \{1, 2, \dots, 2n + \delta\}$. S_0 使用量子比特 γ 承载经典信息, 当承载的经典信息为“0”时, γ 对应的量子态 $|\psi\rangle = |0\rangle$; 反之, γ 的量子态为 $|\psi\rangle = |1\rangle$. 对于 ρ_0 和相应发送的量子态只有 S_0 自己掌握, 其他量子节点无法获取相关信息. S_0 依次选取纠缠态 $|\varphi\rangle_{S_0 S_1 S_2}^m$ 中的粒子 γ_0 (每个 GHZ 态只使用一次) 与 γ , 应用 CNOT 门, 其中粒子 γ_0 是控制比特, γ 是目标比特, 其操作表示如下:

$$\begin{aligned} & \text{CNOT} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle) \right] \otimes |0\rangle \right\}_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0000\rangle + |1111\rangle)_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \text{CNOT} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle) \right] \otimes |1\rangle \right\}_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0001\rangle + |1110\rangle)_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma}, \end{aligned} \quad (5)$$

然后将粒子 γ 发送给节点 S_1 .

步骤3 接收节点通信阶段

接收节点 S_1 对其共享的粒子 γ_1 与 γ , 应用 CNOT 门, 其中粒子 γ_1 是控制比特, γ 是目标比特, 其操作表示如下:

$$\begin{aligned} & \text{CNOT} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|0000\rangle + |1111\rangle) \right]_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0000\rangle + |1110\rangle)_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2} + |111\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2}) |0\rangle_{\gamma}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \text{CNOT} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|0001\rangle + |1110\rangle) \right]_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0001\rangle + |1111\rangle)_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2} + |111\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2}) |1\rangle_{\gamma}. \end{aligned} \quad (7)$$

S_1 通过 (6) 与 (7) 式可获得发送节点发送的量子态. S_1 获得量子态后, 向 S_0 返回数据确认帧 (acknowledgement frame, ACK). 这样, S_0 与 S_1 之间依次重复步骤2与步骤3, 将 $2n + \delta$ 量子态传输完毕, $|0\rangle$ 与 $|1\rangle$ 分别表示编码“0”, “1”, 与经典信息对应编码生成 $2n + \delta$ 位的秘密信息串, 记为 ρ_1 , 即

$$\rho_1 = \{\rho_{11}, \rho_{12}, \dots, \rho_{1(2n+\delta)}\},$$

其中 $\rho_{1j} \in \{0, 1\}$, $j \in \{1, 2, \dots, 2n + \delta\}$. 注意因为存在 Eve 和信道噪声, ρ_1 与 ρ_0 是不一样的. 同时, S_0 与 S_2 进行直接通信, 操作如步骤2与步骤3, 生成 $2n + \delta$ 位的秘密信息串, 记为 ρ_2 , 即

$$\rho_2 = \{\rho_{21}, \rho_{22}, \dots, \rho_{2(2n+\delta)}\},$$

其中 $\rho_{2j} \in \{0, 1\}$, $j \in \{1, 2, \dots, 2n + \delta\}$. 还是因为存在 Eve 和信道噪声, ρ_2 , ρ_1 , ρ_0 也是不一样的. 而且, 在该通信协议中, S_0 , S_1 , S_2 三者的地位实际上是相等的, 同样的通信过程适用于任意两个量子节点. 在协议中, 步骤1和2没有经典信息的传递, 发送节点实现量子比特传输以后, S_1 , S_2 利用 CNOT 直接读出发送节点拟要传输的秘密信息. 当然, 为了防止 S_1 , S_2 无限地等待下一个量子态, 本通信协议增加了 ACK 部分.

步骤4 检测阶段

在共享了 $2n + \delta$ 位的秘密信息串后, S_0 在经典信道中公开 Δ_2 . 依据 Δ_2 , S_1 对照自己手中的 ρ_1 中的检测比特位置, 与 Δ_2 一一比对, 计算其误码数目 t_1 , 如果 $t_1 \leq t_0$, 则进行下一步, 否则, 认为存在 Eve 或者信道噪声过大, 终止该通信过程. 同时, S_2 也进行同样操作, 将自己手中的 ρ_2 中的检测比特与 Δ_2 一一比对, 计算其误码数目 t_2 .

步骤5 纠错阶段

S_1 与 S_2 将剩余的 $n + \delta$ 位秘密信息串, 分别记为 v_1 与 v_2 , 一般情况下假设是第 i 个量子节点, 对应的比特串记为 v_i , 对应的量子态写为 $|v_i + C_2\rangle$.

根据(2)式可知,

$$|v_i + C_2\rangle = \frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} |v_i + w\rangle, \quad (8)$$

针对一般情况下信道噪声引起的比特翻转错误和相位翻转错误, CCS量子码能够准确指出错误位并能有序纠正错误. 而本协议中对应的量子态, 只存在比特翻转错误, 用 e_i 表述. 因存在 e_i , 所以(8)式变形为

$$\frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} (-1)^{v_i + w + e_i} |v_i + w + e_i\rangle. \quad (9)$$

利用经典信道通信, S_1 选用 H_1 , 将(9)式中的 $v_i + w + e_i$ 与 H_1 相乘, 其中 H_1 是 C_1 的奇偶校验矩阵.

$$(v_i + w + e_i)H_1 = e_i H_1, \quad (10)$$

根据 $e_i H_1$ 可算出存在比特反转错误的位置, 随之反转就可得到正确的量子比特, 从而获得秘密信息串 Δ_1 . 从步骤4和5可知, 该协议通信过程除了检测与纠错阶段, 其他阶段不需要交换额外经典信息. 另外, 在本通信协议过程中, 因 S_0, S_1, S_2 之间编码的特点, Eve或信道噪声所引起的量子态的错误只存在比特翻转错误, 而不会存在相位翻转错误, 所以该通信协议的纠错比一般的量子纠错要简单.

4 扩展到多量子节点的量子汇报

在上述通信过程中, 量子节点 $N = 2$. 这个协议可以扩展到量子节点 $N \geq 3$ 的情况. 这时 N 个量子节点所分享的最大纠缠态为

$$|\varphi\rangle_{S_0 \dots S_N} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00 \dots 0\rangle_{\gamma_0 \dots \gamma_N} + |11 \dots 1\rangle_{\gamma_0 \dots \gamma_N}), \quad (11)$$

其通信方案与 $N = 2$ 相同. 并且, 任意两个量子节点都可以根据上面的方案进行通信.

5 协议安全、吞吐效率、通信效率分析

5.1 协议安全分析

1) 考虑 S_0, S_1, S_2 三者构成GHZ态, 表达式如下:

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2} + |111\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2}).$$

S_0 使用粒子 γ_0 作为控制比特、 γ 作为目标比特进行CNOT操作, 再考虑 S_1 使用的粒子 γ_1, S_2 使用的粒子 γ_2 , 共计四个粒子. 该四个粒子共享GHZ态的表达式如下:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} (|0000\rangle + |1111\rangle)_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma}.$$

为讨论方便, 这里只选取 $|\psi\rangle = |0\rangle$ 的情况. S_1 和 S_2 在接收秘密信息的时候, 分别以 γ 作为目标比特进行CNOT操作, 获得正确的量子态

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} (|000\rangle + |111\rangle) \otimes |0\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma}.$$

为检测是否存在Eve, S_0, S_1, S_2 需要用旋转矩阵进行三边变换, 其旋转矩阵表达式为

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

如果Eve对此传输信息过程窃听成功, 以 γ 作为控制变量, 对自己的量子态做CNOT, 把 γ 的信息传递给 S_1, S_2 , 这样使 S_0, S_1, S_2 和Eve四者形成了纠缠. 然而, Eve不知道自己截获的态的具体信息(只能取得上一次截获的信息的取值), 也无法确定自己与哪一个态进行了纠缠, 所以为了检测信息是否被窃听, S_0, S_1, S_2 要做三边旋转(在 S_0 做CNOT之前). 如果Eve没有窃听到信息的话, $|\phi\rangle$ 以及所传递的信息都不会发生变化, 得到正确信息的量子态为

$$\begin{aligned} & |\Psi\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^3 \theta |0000\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |1001\rangle \\ &+ \sin^2 \theta \cos \theta |1101\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |0100\rangle \\ &+ \sin^2 \theta \cos \theta |1001\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |0000\rangle \\ &- \sin^3 \theta |1101\rangle - \sin^2 \theta \cos \theta |0100\rangle \\ &+ \cos^3 \theta |1111\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |1101\rangle \\ &+ \sin^2 \theta \cos \theta |0100\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |0110\rangle \\ &+ \sin^2 \theta \cos \theta |1001\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |1011\rangle \\ &+ \sin^3 \theta |0000\rangle + \sin^2 \theta \cos \theta |0010\rangle). \end{aligned} \quad (12)$$

当 $\theta = \pi/2$, (12)式变为 $|\Psi\rangle_{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0000\rangle - |1101\rangle)$.

若存在Eve窃听, 则变换后的量子态为

$$\begin{aligned} & |\Psi\rangle_{ABCE} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^3 \theta |0000\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |1000\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin^2 \theta \cos \theta |1100\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |0100\rangle \\
 & + \sin^2 \theta \cos \theta |1000\rangle - \sin \theta \cos^2 \theta |0000\rangle \\
 & - \sin^3 \theta |1100\rangle - \sin^2 \theta \cos \theta |0100\rangle \\
 & + \cos^3 \theta |1111\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |1101\rangle \\
 & + \sin^2 \theta \cos \theta |0101\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |0111\rangle \\
 & + \sin^2 \theta \cos \theta |1001\rangle + \sin \theta \cos^2 \theta |1011\rangle \\
 & + \sin^3 \theta |0001\rangle + \sin^2 \theta \cos \theta |0011\rangle). \quad (13)
 \end{aligned}$$

当 $\theta = \pi/2$, (13) 式变为 $|\Psi\rangle_{\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0001\rangle - |1100\rangle)$. 所以, S_1, S_2 根据旋转矩阵中选取角度, 根据该角度计算得到的不同量子

态, 可以确定是否存在窃听.

2) 该部分在量子节点的数目在 $N = 2$ 的情况下进行讨论, 其结论适用于多个量子节点的情况. S_1, S_2 接收的量子态位均为 $n + \delta$, 为了讨论方便 δ 忽略不计, 所以, S_1, S_2 联合共计的量子位的总位数是 $2n$. 根据文献[22]可知, S_1, S_2 表达式等价带两个参数 x 与 z 的 $\text{CSS}_{x,z}(C_1, C_2)$:

$$|v_1 + C_2\rangle = \frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} (-1)^{z \cdot w} |x + v_1 + w\rangle, \quad (14)$$

$$|v_2 + C_2\rangle = \frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} (-1)^{z \cdot w} |x + v_2 + w\rangle, \quad (15)$$

根据文献[21]可知, S_1, S_2 的混合态表达式为

$$\frac{1}{2^n 2^{k_2/2}} \sum_{z \in F_n^2} \left[\sum_{w_1, w_2 \in C_2} (-1)^{(w_1 + w_2)z} |x + v_1 + w\rangle \langle x + v_1 + w| \right], \quad (16)$$

$$\frac{1}{2^n 2^{k_2/2}} \sum_{z \in F_n^2} \left[\sum_{w_1, w_2 \in C_2} (-1)^{(w_1 + w_2)z} |x + v_2 + w\rangle \langle x + v_2 + w| \right], \quad (17)$$

根据 (16), (17) 式, S_1, S_2 的联合混合态表达式为

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2^n 2^{k_2/2}} \sum_{z \in F_n^2} \left(\sum_{w_1, w_2 \in C_2} (-1)^{(w_1 + w_2)z} |x + v_1 + w\rangle \langle x + v_1 + w| \langle x + v_2 + w| \right) \\
 & = \frac{1}{2^{k_2/2}} \sum_{w \in C_2} |x + v_1 + w\rangle \langle x + v_1 + w| \langle x + v_2 + w|, \quad (18)
 \end{aligned}$$

(18) 式等价于 S_1, S_2 分别发送随机选取的 x 和 z 所确定的 CSS 码字. S_0 根据 x 和 z , 从而确定 $v_i \in C_1$ 的选择, 纠正其产生的比特翻转错误.

5.2 吞吐效率分析

吞吐效率 η (throughput efficiency) 是描述经典通信系统性能的重要参数, 其定义为在单位时间内被成功接收的信息位数与发送信息位数的比值. 本文参照该定义, 计算通信协议的吞吐效率.

在本协议中 S_0 与各节点之间共享 GHZ 纠缠态、随机选取 $n + \delta$ 位的比特均为检测比特串, 并将其与 n 位比特的密钥信息串混合. 发送节点 S_0 应用 CNOT 门的时间为 t_{CNOT_0} , 不同量子节点应用 CNOT 门的时间是不一样的, 各个节点所应用 CNOT 门的时间表示为 t_{CNOT_i} , 为了计算方便, 选取 t_{CNOT_i} 的最大值, 即为 $t_{\text{CNOT}} = \max\{t_{\text{CNOT}_i}\}$, $i = 1, 2, \dots, N$. 接收节点 S_i 返回数据确认帧 ACK 的通信时延为 t_{ACK} . 发送节点 S_0 发送 $2n + \delta$ 所用

的时间 T_1 :

$$T_1 = t_{\text{CNOT}_0} + t_{\text{CNOT}} + t_{\text{ACK}}.$$

接收节点 S_i 取 n 位检查信道的安全性, 利用纠错码获得 $n + \delta$ 位的秘密信息, 由于利用纠错码纠错不涉及通信的时间, 可忽略不计.

所以, 该协议的吞吐效率为

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{n + \delta}{T_1} \\
 &= \frac{n + \delta}{(t_{\text{CNOT}_0} + t_{\text{CNOT}} + t_{\text{ACK}})(2n + \delta)}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

根据协议情况 $\delta \rightarrow 0$, (19) 式简化为

$$\eta = \frac{1}{2(t_{\text{CNOT}_0} + t_{\text{CNOT}} + t_{\text{ACK}})}. \quad (20)$$

因此, 提高本协议通信的吞吐效率, 需要提高 CNOT 门的处理时间和确认帧 ACK 的通信时延.

5.3 通信效率分析

在本通信协议中, 在不考虑重传和数据丢失的情况下, 发送节点 S_0 实际传输的秘密信息串的位

数是 $2n + \delta$, 在完成检测和纠错过程后, 获得正确的秘密信息串的位数是 $n + \delta$, 所以该协议的通信效率为

$$\Gamma = \frac{n + \delta}{2n + \delta} \approx \frac{1}{2}. \quad (21)$$

而在噪声条件下, 基于 CCS 码的 BB84 协议^[22], 发送端拟发送的量子位是 $4n + \delta$, 其丢弃测量基不同的量子位就损耗一半, 再剩余的一半用于纠错, 其效率为 $1/4$. 所以, 根据 (21) 式可知, 在考虑噪声的情况下本协议有较高通信效率.

6 结束语

本文提出噪声情况下量子网络直接通信协议, 该协议中任意两点都可以作为发送节点和接收节点, 发送节点、接收节点依次分别使用 CNOT 门, 传输并生成 $2n + \delta$ 的秘密信息; 在 $2n + \delta$ 中提取 n 位用于检测是否存在 Eve; 对于 $n + \delta$ 应用奇偶校验矩阵纠正其中存在的误码; 所有量子节点从而获得共享的 $n + \delta$ 位秘密信息. 并对协议安全、吞吐效率、通信性能等方面进行分析. 该协议的优点是噪声情况的量子网络之间通信, 但是该噪声情况限定在只能引起秘密信息的误码的范围, 并且秘密信息不能丢失. 而在更一般的网络通信中的确存在秘密信息的丢失的问题, 对于这一问题的较好解决也是下一步需要考虑的.

参考文献

- [1] Bennett C H, Brassard G 1984 *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, System and Signal Processing* Bangalore, India, December 1984 pp75–179
- [2] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [3] Bennett C H 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3121
- [4] Zhou N R, Cheng H L, Tao X Y, Gong L H 2014 *Quantum Inf. Process* **13** 513
- [5] Yan F L, Gao T 2005 *Phys. Rev. A* **72** 012304
- [6] Ma H, Chen B, Guo Z, Li H 2008 *Can. J. Phys.* **86** 1097
- [7] Zhang Y S, Li C F, Guo G C 2001 *Phys. Rev. A* **64** 024302
- [8] Zhao Z, Chen Y A, Zhang A N, Yang T, Briegel H J, Pan J W 2004 *Nature* **430** 54
- [9] Matsumoto R 2007 *Phys. Rev. A* **76** 62316
- [10] Chen L B, Zheng C H, Ma H Y, Shan C J 2014 *Opt. Commun.* **328** 73
- [11] Guo B H, Yang L, Xiang C, Guan C, Wu L A, Liu S H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130303 (in Chinese) [郭邦红, 杨理, 向懂, 关翀, 吴令安, 刘颂豪 2013 物理学报 **62** 130303]
- [12] Chen L B, Yang W 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 105201
- [13] Zhang P, Zhou X Q, Li Z W 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 130301 (in Chinese) [张沛, 周小清, 李智伟 2014 物理学报 **63** 130301]
- [14] Qiu T H, Yang G J 2014 *Phys. Rev. A* **89** 052312
- [15] Zhang C M, Song X T, Treeviriyapab P, Li M, Wang C, Li H W, Han Z F 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 2825
- [16] Su X L 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 1083
- [17] Wang C, Guo H, Ren J, Cao Y, Peng C, Liu W 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1233
- [18] Gao F, Fang W, Wen Q Y 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1244
- [19] Gong L H, Song H C, He C S, Liu Y, Zhou N R 2014 *Phys. Scr.* **89** 035101
- [20] Li C Y, Zhou H Y, Wang Y, Deng F G 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1049
- [21] Sheng Y B, Zhou L, Cheng W W, Gong L Y, Wang L, Zhao S M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030314
- [22] Shor P W, Preskill J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 441
- [23] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [24] Boström K, Felbinger T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 187902
- [25] Deng F G, Long G L, Liu X S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042317
- [26] Deng F G, Long G L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052319
- [27] Wang C, Deng F G, Li Y S, Liu X S, Long G L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 044305
- [28] Li X H, Zhou P, Liang Y J, Li C Y, Zhou H Y, Deng F G 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 108
- [29] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Zhou H Y 2006 *Phys. Lett. A* **359** 359
- [30] Wen K, Long G L 2010 *Int. J. Quantum. Info.* **8** 697
- [31] Zhou N R, Hua T X, Wu G T, He C S, Zhang Y 2014 *Intern. J. Theor. Phys.* **53** 3829
- [32] Long G L, Deng F G, Wang C, Li X H, Wen K, Wang W Y 2007 *Front. Phys. China* **2** 251
- [33] Chang Y, Xu C, Zhang S, Yan L 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 2541
- [34] Chang Y, Xu C, Zhang S, Yan L 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 4571
- [35] Zou X F, Qiu D W 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1696
- [36] Zheng C, Long G F 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1238
- [37] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Liang Y J, Zhou H Y 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1676
- [38] Hu J Y, Yu B, Jing M Y, Xiao L T, Jia S T 2015 arXiv:1503.00451
- [39] Li S, Ma H Q, Wu L A, Zhai G J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084214 (in Chinese) [李申, 马海强, 吴令安, 翟光杰 2013 物理学报 **62** 084214]
- [40] Jing J, Wu L A 2015 *Sci. Bull.* **60** 328
- [41] Heilmann R, Gräfe M 2015 *Sci. Bull.* **60** 96
- [42] Sheng Y B, Liu J Z, Sheng Y, Wang L, Zhou L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 080305
- [43] Deng F G, Long G L 2006 *Commun. Theor. Phys.* **46** 443
- [44] Hao L, Wang C, Long G L 2010 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** 125502
- [45] Nebendahl V 2015 *Phys. Rev. A* **91** 022332

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Quantum network direct communication protocol over noisy channel^{*}

Ma Hong-Yang^{1)†} Qin Guo-Qing²⁾ Fan Xing-Kui¹⁾ Chu Peng-Cheng¹⁾

1) (School of Sciences, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

2) (Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(Received 28 April 2015; revised manuscript received 25 May 2015)

Abstract

The direct communication protocol of quantum network over noisy channel is proposed and investigated in this study. In communication process, all quantum nodes share multiparticle Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ)-states. The sending node takes the GHZ-state particle in the hand as the control qubit and the particle for sending secret information as the target qubit, which carries out the CNOT gate operation for the control and target qubit. Each receiving node takes the GHZ-state particle in the hand as the control qubit and the particle of the received secret information as the target qubit, in which the CNOT gate operation is repeated to obtain the secret information that contains the bit error. Each receiving node uses the extracted part of qubits as the checking qubits, and then corrects the bit-flip errors using parity check matrix together with the rest part of qubits. As a result, all receiving nodes obtain rectified secret information. In addition to the high security analysis, this study also presents the detailed analyses of the throughput efficiency and the communication performance.

Keywords: noisy, quantum secure direct communication, quantum network, quantum error coding

PACS: 03.67.Hk, 03.67.Dd, 03.65.Ud

DOI: 10.7498/aps.64.160306

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61173056, 11304174).

[†] Corresponding author. E-mail: hongyang_ma@aliyun.com

量子直接通信

李熙涵

Quantum secure direct communication

Li Xi-Han

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160307 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160307

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160307>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响

Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication

物理学报.2015, 64(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150301>

基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型

Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states

物理学报.2015, 64(4): 040301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040301>

中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真

Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation

物理学报.2014, 63(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240303>

在大气湍流斜程传输中拉盖高斯光束的轨道角动量的研究

Study on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam in a slant-path atmospheric turbulence

物理学报.2014, 63(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150301>

量子语音多带激励算法

Quantum speech multi-band excitation algorithm

物理学报.2014, 63(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120301>

专题: 量子精密计量与操控

量子直接通信*

李熙涵†

(重庆大学物理学院, 重庆 401331)

(Department of Physics and Computer Science, Wilfrid Laurier University, Waterloo N2L3C5, Canada)

(2015年5月12日收到; 2015年6月9日收到修改稿)

量子直接通信是量子通信中的一个重要分支, 它是一种不需要事先建立密钥而直接传输机密信息的新型通信模式. 本综述将介绍量子直接通信的基本原理, 回顾量子直接通信的发展历程, 从最早的高效量子直接通信协议、两步量子直接通信模型、量子一次一密直接通信模型等, 到抗噪声的量子直接通信模型以及基于单光子多自由度量子态及超纠缠态的量子直接通信模型, 最后介绍量子直接通信的研究现状并展望其未来发展.

关键词: 量子通信, 量子直接通信, 量子直接通信网络**PACS:** 03.67.Hk, 03.65.Ud, 03.67.Dd**DOI:** 10.7498/aps.64.160307

1 引言

量子通信是近三十年发展起来的新兴学科, 它以量子态为信息载体, 利用量子力学的基本原理进行信息编码与传输. 与经典通信安全性依赖于计算复杂度的特点不同, 量子通信的安全性建立在物理原理上, 被证明是绝对安全的保密通信方法. 第一个量子通信方案是1984年Bennett和Brassard提出的量子密钥分配方案^[1], 简称为BB84协议. 随后的三十年, 量子通信在理论和实验上都有了长足发展. 我们可以根据量子通信的任务性质来将量子通信划分为几个模式或者方向, 如量子密钥分配^[1–24]、量子秘密共享^[25–28]、量子直接通信^[29–47]、量子隐形传态^[48–50]、量子密集编码^[51,52]等. 每一个模式又包含了若干个不同的代表性协议, BB84协议是量子密钥分配的一个代表性协议. 而量子密钥分配、量子直接通信、量子秘密共享等以信息安全为主要目的, 又称为量子密码学. 除了点对点的量子通信外, 人们还讨论了利用服务器来完成制备和测量等操作的量子通信网络方

案^[53–56]. 实验上, 量子通信的距离不断刷新记录, 2013年纠缠分发距离达到300 km^[57], 2014年远程量子密钥分配的安全距离已扩展至200 km^[58].

所谓通信, 指的是双方或多方之间交换有意义的信息. 机密通信的首要任务是保障信息安全. 经典一次性便签 (one-time pad) 加密体系是惟一被证明安全的经典通信模式. 它要求密码是完全随机的0, 1组合, 密码的长度与明文一致, 且密码只能使用一次. 这种加密通信的安全性完全建立在密码的安全性上, 因此在通信之前双方需要共享大量的安全密钥用于后续的加密通信, 而这在经典物理的环境下是很难做到的. 密钥一旦被截获复制, 则机密信息暴露无遗. 量子密钥分配 (quantum key distribution, QKD) 就是为了解决远距离通信各方共享安全密钥的问题而提出的, 密钥的安全性由量子力学的基本原理保证. 这里的安全不是指密钥分配过程不会被截获或者窃听, 而是指一旦窃听者采取行动扰动密钥分配就会被合法的通信者发现. 这时通信者们抛弃已经传输的数据, 在检查信道安全之后重新开始密钥分发过程, 直到确保安全为止.

* 国家自然科学基金 (批准号: 11004258) 和中央高校基本科研业务费 (批准号: CQDXWL-2012-014) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xihanlicqu@gmail.com

随后他们用安全的密钥利用一次性便签加密的方式进行机密通信. 严格意义上讲, 量子密钥分配只是用于建立安全密钥的方法, 并不能用于传递机密信息. 不过由于其最终目的是服务于通信, 量子密钥分配被归类为量子通信的一个重要分支, 代表基于量子密钥分配和经典一次性便签加密相结合的安全通信模式.

安全的直接通信无论在理论上还是实际应用上都是非常重要的. 研究基于量子系统的直接通信首先是科学探索的需要, 这可以帮助人们认识量子通信的能力极限; 第二, 直接通信是一些密码任务的需求, 例如在投票、竞标等方面, 需要传输确定的信息, 在量子通信中完成这些任务需要使用量子直接通信; 第三, 在某些紧急情况下, 如电网攻击中, 不仅需要安全而且时间迫切, 直接通信十分适合于这一类通信的需求^[59]. 随着量子技术的发展和普及, 直接通信的需求会越来越多, 它的应用也会越来越广泛. 既然量子力学原理为我们提供了安全保障, 我们能否利用量子信道直接传递机密信息呢? 答案是肯定的, 但这也需要更高级别的安全保障. 量子密钥分配具有“赞歌”能力, 即在线探测窃听者 (on-site-detection of eve, ODE) 能力^[60]. 在量子密钥分配中利用抽样检测发现窃听, 一旦发现窃听就意味着之前传输的数据已经泄露, 即信息前泄露 (information leakage before eve detection, ILBED)^[60,61]. 因此量子密钥分配只能传输随机数据, 一旦发现有窃听, 即可抛弃之前已经传输的随机数据. 而如果确认没有窃听, 则可将传输的数据留下作密钥使用. 而传输机密信息时就不能这样处理, 一旦泄露则无法挽回. 这种直接传输机密信息的通信方式称为量子安全直接通信 (quantum secure direct communication, QSDC). 由于安全性是量子通信的基本要求, 因此本文中我们将 QSDC 简称为量子直接通信. QSDC 采用了块传输技术, 消除了信息前泄露, 即不但具有“赞歌”能力, 而且还有“油床” (obliteration of information leakage before eve detection, OILBED) 能力, 因此可以直接传输机密信息. 在这类方案中, 接收者可以通过测量量子态直接读取机密信息.

值得注意的是, 早期曾经将量子直接通信和确定的量子密钥分配 (deterministic quantum key distribution, DQKD) 相混淆. 确定的量子密钥分配有时候也被称为确定安全量子通信 (determinis-

tic secure quantum communication), 为了避免混淆, 最近人们更多地将其称为确定的量子密钥分配. 在 DQKD 中, 通信双方协调地选用测量基矢, 双方确定性地传输数据. 而且利用 DQKD 进行通信的时候还可以进行一些变样. QKD 是先通过量子信道分发密钥, 再利用密钥加密信息, 通过经典通信传输加密后的密文来达到传输秘密信息的目的. 而在 DQKD 中, 我们可以首先选择密钥, 利用密钥将秘密信息加密, 通过量子信道传输加密后的密文, 在确定没有窃听后再通过经典信道将密钥公布. 如果发现有窃听, 则放弃传输. 由于通信双方是在确保窃听者 Eve 没有截获密文的情况下才公布密钥, 因此保证了信息的安全. 表面上看, DQKD 与量子直接通信一样, 都可以确定地传输事先确定的数据, 但是两者的根本却别在于是否具有“油床”能力, 即能否消除信息前泄露. DQKD 无法保证消除信息前泄露, 因此不能进行直接通信. 不能保证安全的 DQKD 在直接通信上与经典通信是一样无能为力的, 经典通信也能做到百分之百地传输数据, 但不能保证信息安全. 虽然 DQKD 不能直接通信, 但是 DQKD 具有“赞歌”能力, 可以传输随机数据, 可以用来高效地进行密钥分配, 因此还是十分重要的. 我们还可以从另一个方面区别 DQKD 与 QSDC. 在 QSDC 中, 信息接收方可以通过测量量子态“直接”读取机密信息 (如发送者制备的一组正交量子态^[29], 或发送者对量子系统进行的不同量子操作^[30–33]); 而在 DQKD 中还需要额外的经典信息来读出信息, 因此是否需要额外的经典信息是区分 QSDC 和 DQKD 的另一个关键. 此外, 从技术层面上看, 是否使用块传输技术是一个判断标准, 如果没有使用块传输技术一般不是 QSDC. 在本文中, 我们将回顾量子直接通信这一重要量子通信分支的发展历程, 并重点介绍其中的一些代表性方案, 希望能让读者对这一领域的发展有一个较全面的了解和认识.

2 量子直接通信

2.1 发展历程

最早的安全的 QSDC 方案可追溯到 2000 年龙桂鲁和刘晓曙^[29]提出的高效量子通信方案 (arXiv:quant-ph/0012056 V1, 2000 年 12 月 13 日公布). 他们针对量子通信不能直接传输机密信息的

问题, 将大数中心分布定理推广到量子体系, 发明了量子数据块传输与分步传输方法, 解决了信息前泄露难题, 为量子直接通信的发展扫除了物理原理上的障碍. 他们明确提及到传输所有用户在传输前就已生成的共同密钥 (common key), 即确定信息的直接传输, 是第一个量子直接通信协议. 由于其具有效率高的优点, 我们称之为高效 QSDC 协议. 2002 年, Beige 等^[7]提出了一个基于单光子两自由度两比特量子态的 DQKD 方案, 但是随后作者自己认识到这一方案存在信息泄露的危险, 只能完成两自由度单光子量子态的 BB84 协议. 同年, Boström 和 Felbinger^[62]提出了一个准安全的确定通信方案, 称为 ping-pong 协议. 此方案原理上虽然是一个量子直接通信方案, 但随后多个研究组明确指出 ping-pong 协议的安全漏洞^[63,64], 不是一个真正的量子直接通信协议, 本文就不将它归为 QSDC 方案加以介绍. 2003 年, 邓富国、龙桂鲁和刘晓曙三人^[30]提出了基于纠缠光子 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 对的两步量子直接通信方案; 同年, 邓富国和龙桂鲁^[31]提出了基于单光子量子态序列的量子一次一密直接通信方案. 在这两个方案中, 作者首次提出了 QSDC 需要满足的条件, 阐明了 QSDC 的物理机理, 给出了 QSDC 的构造原理和安全判据^[30,31], 为后续 QSDC 方案的设计提供了理论依据, 极大地推动了 QSDC 的发展. 随后, 人们根据不同的量子信号源, 借助数据块传输方法与两步方案给出的构造原理, 提出了多种优美的 QSDC 方案. 譬如, 王川等在 2005 年分别建立了基于高维系统超密集编码的量子直接通信方案^[32]和基于多粒子系统的多步量子直接通信模型^[33]. 2005 年, Lucamarini 与 Mancini^[65]采用与量子一次一密 QSDC 方案^[31]相同的物理原理, 构建了一个基于单个光子量子态的确定通信方案, 并讨论了窃听以及环境噪声对通信的影响. 由于它的物理原理与量子一次一密 QSDC 方案完全一样 (即它是后者量子数据块中光子数为 1 的情形), 但又由于没有使用量子数据块传输而失去了直接通信的安全性, 本文就不将它归为 QSDC 方案加以介绍. 它与邓富国和龙桂鲁于 2004 年提出的四态 two-way 量子密钥分配方案^[5]一样, 只可用于产生密钥. 2007 年, 李熙涵等^[34]提出了基于量子加密的 QSDC 方案. 2008 年, 林崧等^[35]提出了基于 χ 型纠缠态的 QSDC 方案. 2011 年, 顾斌等^[36]首次研究了噪声

条件下的量子直接通信. 同年, 王铁军等^[37]首次提出了基于光子对两自由度超纠缠 Bell 态的高容量 QSDC 方案. 此后, 研究者们还提出了一些基于不同量子信道的量子直接通信方案^[38–44]. 除了基于光子量子态的 QSDC 外, 研究者们还提出了基于连续变量^[45]和基于相干态的 QSDC 方案^[46].

值得一提的是, 2004 年蔡庆宇等^[66]借鉴两步量子直接通信协议^[30]中的安全检测方法, 改进了 ping-pong 协议, 但由于没有使用量子态块传输, 无法解决信息前泄露问题, 不能用于安全的量子直接通信, 可用于产生随机密钥. 同一年, 他们提出了一个单个光子态的类 ping-pong 协议^[67], 由于在安全检测模式时信息发送方没有做抽样测量, 而是采用自己制备单光子后随机地替代信息接收者发给她的光子, 且只使用了两个非正交量子态, 在物理原理上留下了安全漏洞, 无法完成安全的量子通信. 当然, 虽然这两个协议在物理原理上存在不足^[66,67], 但在引起了人们对量子直接通信的关注方面也做出了一定贡献.

除点对点的量子直接通信方案外, 人们也讨论了利用服务器完成制备和测量等操作的量子直接通信网络方案^[53–56]. 量子直接通信是近年来量子通信的研究热点之一, 文献^[60, 61, 68]综述了该领域的一些主要进展. 在本文中, 我们将主要按时间顺序介绍这一领域的代表性方案.

2.2 安全性检测

在详细介绍量子直接通信的代表性方案之前, 我们先介绍量子通信的关键步骤——安全性检测的常见方法. 量子通信相较于经典通信的最大优势在于可以实现绝对安全的通信过程. 这里的“绝对安全”并不是指没有窃听者监听信道, 而是一旦有窃听就会被发现. 方案的安全性由量子力学的非克隆定理和测不准原理保障, 通过统计抽样分析来判断, 即安全性检测. 具体来说, 安全性检测一般指合法的通信各方随机选取一定数量的量子态样本公布制备基矢、初始态和测量结果用于计算实际出错率, 随后将实际出错率与一个根据传输环境预测的出错率进行比对. 若实际出错率不在安全范围内, 则表明信道被监听. 若实际出错率在安全范围内, 则表明传输安全. 在量子密钥分配方案中, 安全性检测一般在通信结束后进行. 若发现信道被监听, 则抛弃已经建立的随机密钥; 否则, 密钥可作为

裸码 (raw key), 经机密放大等处理后用于加密信息. 然而在量子直接通信过程中, 由于传输的是机密信息而不是随机密钥, 一旦泄露无法挽回. 因此安全性检测需要在传输机密信息之前进行, 确保信道安全后才能进行通信 [29,30].

在安全性检测过程中, 一般需要选取两组或两组以上的相互无偏基矢 (unbiased bases) [69], 最常用的为 X 基矢和 Z 基矢. 对于二维系统, Z 基矢由相互正交的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 构成. X 基矢表示为 $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)$. 两组基矢相互平分:

$$\begin{aligned} |\langle 0|+\rangle|^2 &= |\langle 1|+\rangle|^2 = |\langle 0|-\rangle|^2 \\ &= |\langle 1|-\rangle|^2 = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (1)$$

两组基矢的这种关系保证了一旦信道被窃听会引起最大的出错率. 对于 d 维系统, Z 基矢由 d 个相互正交的基构成 $\{|0\rangle, |1\rangle, \dots, |d-1\rangle\}$. X 基矢可表示为 [18]

$$\begin{aligned} |k\rangle_x &= \frac{1}{\sqrt{d}} \left(|0\rangle + e^{\frac{2\pi i(d-1)}{d}} |1\rangle + e^{\frac{2 \times 2\pi i(d-1)}{d}} |2\rangle + \dots \right. \\ &\quad \left. + e^{\frac{(d-1) \times 2\pi i(d-1)}{d}} |d-1\rangle \right). \end{aligned} \quad (2)$$

这里我们用下标的“ x ”指示 X 基矢 ($k = 0, 1, \dots, d-1$). d 维系统的这两组基矢同样相互平分,

$$|\langle j|k\rangle_x|^2 = \frac{1}{d} \quad (j, k = 0, 1, \dots, d-1). \quad (3)$$

若窃听者选错测量基进行截获重发窃听, 将引起 $e = (d-1)/d$ 的出错率. 由此可见, 高维系统比二维系统具有更好的安全保证 [18,32].

在量子通信中, 最常见的信息载体为单粒子态和两粒子最大纠缠态 (贝尔态). 一般来说, 基于单粒子态的量子通信方案中, 量子态都会随机地处于 X 基矢或 Z 基矢, 因此安全性检测只需选取随机位置的样本用相应的基矢测量即可. 而基于贝尔态的通信方案中, 当双方各执纠缠系统的两部分时, 通信双方对随机挑选的纠缠粒子对选取相同的基矢做单粒子测量 [30]. 由于最大纠缠态的粒子在两组基矢下都有完美的对应关系

$$\begin{aligned} |\phi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_A|+\rangle_B + |-\rangle_A|-\rangle_B). \end{aligned} \quad (4)$$

通信双方可由此计算出错率从而判断传输是否安全. 除了两粒子二维纠缠态以外, 两粒子高维最大

纠缠态在 X 基矢和 Z 基矢上也都有完美的对应关系 [32], 多粒子最大纠缠态各个粒子之间以及任意两个部分之间同样存在类似的在不同基矢上的对应关系 [33], 均可用于安全性检测.

此外, 还有基于非最大纠缠信道的量子通信方案 [34]. 由于处于非最大纠缠态的粒子只在一个基矢上有对应关系, 在另一个基矢上没有,

$$\begin{aligned} |\phi\rangle_{AB} &= \alpha|0\rangle_A|0\rangle_B + \beta|1\rangle_A|1\rangle_B \\ &= \frac{1}{2}[(\alpha + \beta)(|+\rangle_A|+\rangle_B + |-\rangle_A|-\rangle_B) \\ &\quad + (\alpha - \beta)(|+\rangle_A|-\rangle_B + |-\rangle_A|+\rangle_B)] \\ &\quad (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1). \end{aligned} \quad (5)$$

因此, 我们需要在传输的量子态序列中事先插入足够数量的用于安全性检测的诱骗光子 (decoy photon) [70,71]. 这些光子随机地选取 X 基矢或 Z 基矢制备, 并被插入粒子序列中的随机位置. 传输完成后, 发送者告知接收者诱骗光子的位置和量子态, 接收者选择相应基矢进行单粒子测量即可检测传输安全. 采取诱骗光子的安全性检测方法是一种相对普适的做法, 适用于不同的量子系统 [70,71]. 特别地, 如果携带信息的量子态是高维系统, 我们仍可以用二维的诱骗光子做安全性检测 [18,70,71]. 目前, 诱骗光子技术 [70,71] 已经成为量子通信中一种众所周知的实用安全检测方式.

除了传统的纠缠量子态外, 量子通信中还可能用到在两个或两个以上自由度上同时纠缠的超纠缠态 (hyperentangled state). 若使用最大超纠缠态作为量子信道, 安全性检测时需要对各自由度的量子态选取两组相互平分的基矢进行测量 [37]. 我们同样可以选择插入诱骗光子的方法进行安全性检测, 不过, 此时诱骗光子需包含各个自由度的信息: 一方面可以制备单光子多自由度的量子态; 另一方面可以随机选择自由度制备诱骗光子, 每个诱骗光子用于检测特定自由度的安全.

我们这里介绍的安全性检测方法不仅适用于量子直接通信方案, 而且在量子通信的其他分支中同样有用 [69]. 虽然每一个方案中具体的安全性检测过程的操作可能不同, 但都需要从大量的量子态中随机选取一定量的样本测量, 用统计分析的方法来判断信道是否安全. 这就要求量子态的传输是块状进行的, 每一次传输有足够多的样本用于挑选和检测. 这也正是量子直接通信对传输方式的要求之一 [30,31].

3 代表性方案

3.1 高效QSDC方案

2000年, 龙桂鲁和刘晓曙^[29]提出了一个基于EPR对的高效量子直接通信方案. 一个EPR对可以是四个贝尔态 (Bell state) 之一,

$$\begin{aligned} |\phi^\pm\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)_{AB}, \\ |\psi^\pm\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)_{AB}. \end{aligned} \quad (6)$$

通信双方 Alice 和 Bob 事先约定这四个态分别编码为 00, 01, 10, 11. 发送者 Alice 首先制备 N 个 EPR 对组成的序列: $[(P_{A_1}, P_{B_1}), (P_{A_2}, P_{B_2}), \dots, (P_{A_i}, P_{B_i}), \dots, (P_{A_N}, P_{B_N})]$, 每一个 EPR 对根据不同的确定信息编码为四个贝尔态之一. 这里的下标 A, B 代表处于同一个贝尔态的两个粒子, 数字代表不同的纠缠粒子对. Alice 将每个 EPR 对中的 B 粒子取出构成粒子序列 S_B ($[P_{B_1}, P_{B_2}, P_{B_3}, \dots, P_{B_N}]$), 并将其传输给远距离的接收方 Bob, 她自己手中保留粒子序列 S_A ($[P_{A_1}, P_{A_2}, P_{A_3}, \dots, P_{A_N}]$). Bob 接收到粒子序列 S_B 后, 从中随机选取足够数量的样本进行测量并告诉 Alice 粒子的位置、测量基矢及结果. Alice 随后对相应的粒子采用相同的基矢进行测量并记录结果. 随后 Alice 和 Bob 通过经典信道比对测量结果从而判断信道是否被窃听, 即进行本方案的第一次安全性检测. 当通信双方确认信道安全时, Alice 将手中余下的粒子序列 S_A 发送给 Bob. Bob 收到后对对应的粒子对进行贝尔态分析并记录测量结

果. Alice 和 Bob 选择足够多的样本进行第二次安全性检测, 若出错率低于某一确定的阈值, Bob 将剩下的测量结果作为裸码保存下来. 随后经过机密放大等一系列处理, 通信双方可建立一组用于机密通信的安全密钥.

在高效 QSDC 方案中^[29], 除用于检测的样本外, 每一个 EPR 对可携带两比特的信息, 信道容量高, 是其他利用 EPR 对的量子密钥分配方案的两倍 (如 Ekert91 协议^[2]和 BBM92 协议^[3]). 除检测外, 每一个粒子都可以用于传输信息, 通信效率比 BB84 协议高一倍. 此外, 方案中载有信息的纠缠粒子对是分两步传输的, 窃听者每次只能窃取纠缠粒子对的一部分, 得不到纠缠体系的全部信息, 从而保障了共同密钥的安全. 此方案虽然是为共同密钥分发设计的, 但其发明的块状传输与分步传输的特点正好满足了量子直接通信的必要条件^[30,31], 且明确提到传输所有用户在传输前就已生成的共同密码 (a common key), 即确定信息的直接传输, 是第一个 QSDC 方案. 它解决了信息前泄露难题, 为量子直接通信的发展扫除了物理原理上的障碍.

3.2 两步 QSDC 方案

2003年, 邓富国等^[30]基于量子密集编码 (quantum dense coding) 提出了一个安全的量子直接通信方案, 由于方案由两个主要的步骤构成, 一般称为“两步方案” (two-step QSDC protocol), 其原理如图 1 所示. 该方案同样基于 EPR 纠缠粒子对, 理论上每一个光子可以携带一个比特的信息, 具有高的信道容量. 方案中即使窃听者截获量子态也不能获取任何有用的信息.

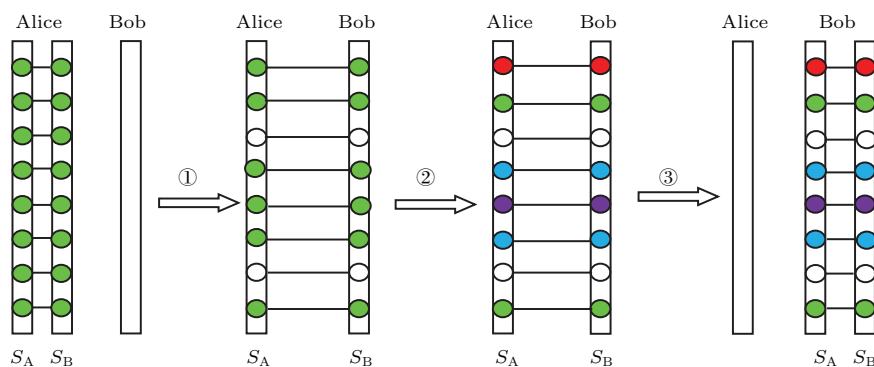


图 1 两步 QSDC 方案原理图

Fig. 1. Schematic demonstration of the two-step QSDC protocol.

在两步方案中, 信息发送者 Alice 制备 N 个相同的 EPR 对 $|\phi^+\rangle_{AB}$. Alice 将每一个纠缠对中的 A 粒子挑出, 构成信息序列 S_A , 用于编码信息; 剩下的粒子构成检测序列 S_B . Alice 首先将检测序列 S_B 发送给 Bob, 两人检测传输的安全性. 若出错率高于某一阈值, 则表明 S_B 序列的传输是不安全的, Alice 和 Bob 放弃已有的传输结果. 由于 S_B 序列并未编码信息, 因此即使 S_B 序列的传输不安全也不会泄露机密信息. 如果 Alice 确认信道安全, 她将根据自己要传输的机密信息“00”, “01”, “10”和“11”对应地对 S_A 序列进行四个单粒子么正操作 U_i ($i = 0, 1, 2, 3$) 中的一个.

$$\begin{aligned} U_0 &= I = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|, \\ U_1 &= \sigma_z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|, \\ U_2 &= \sigma_x = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|, \\ U_3 &= -i\sigma_y = |0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 0|. \end{aligned} \quad (7)$$

在编码过程中, Alice 随机选取一些位置的粒子加载用于下一次安全检测的随机编码, 这相当于在携带信息的量子态序列中插入用于安全性检测的诱骗光子. Alice 完成信息序列的编码后将该序列发送给 Bob. Bob 对对应的纠缠对进行联合贝尔基测量读取 Alice 加载的机密信息. Bob 通过比对 Alice 的随机编码分析出错率, 判断第二次传输的安全性以确定是否需要纠错等后续处理.

在两步方案中, 安全性检测的过程需要对粒子序列进行存储, 这对实验技术的要求较高. 正如两步方案描述那样, 在实际应用过程中可以采取光学延迟的办法来替代存储, 降低实验成本. 在两步方案中, 信道是否被窃听由两次安全性检测判断, 每一次传输需要一次安全性检测. 机密信息的安全由

分步传输来保障, 检测序列的安全传输保证了机密信息传输的安全, 窃听者不能同时拥有携带信息的两个部分, 因而即使窃听也不能获得任何有意义的信息. 两步方案还明确指出了量子数据块传输的好处: 可以检查检测序列的安全, 一旦它安全了, 机密信息就不可能泄露给窃听者. 在有噪声的环境下, 两步方案可以利用纠缠纯化与冗余编码的方式完成机密信息的直接传输, 因此从理论上讲, 这是一个完美的 QSDC 方案.

2008 年, 林崧等^[35]基于两步 QSDC 方案的原理提出了利用 χ 型纠缠态作为量子信道的 QSDC 方案, 虽然每一个粒子理论上也可以携带 1 bit 的信息, 但由于使用了四粒子纠缠系统, 增加了量子态实验制备与测量的难度, 与两步 QSDC 方案相比并没有优势.

3.3 量子一次一密 QSDC 方案

前述的两个方案都基于纠缠系统, 它们利用分步传输和块传输的方式使窃听者无法同时获得完整的纠缠态, 从而保证了机密信息的安全. 2003 年, 邓富国和龙桂鲁^[31]首次将非正交量子态块传输和经典一次一密这一著名加密体系的思想结合起来, 提出了一个基于单光子量子态序列的一次一密量子直接通信方案 (部分学者称之为 DL04 方案), 原理如图 2 所示. 与基于纠缠粒子对的方案相比, 单光子态在实验上更容易获得且更容易测量, 这使得方案具有更好的实用价值. 2006 年, 意大利实验组对它的原理进行了实验验证^[72]. 2015 年, 山西大学^[73]在实验上进一步验证了基于量子数据块传输的量子一次一密 QSDC 方案^[31].

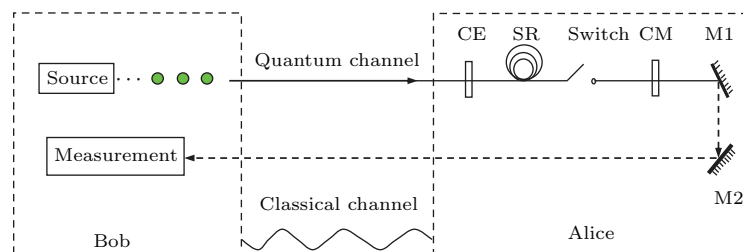


图 2 量子一次一密 QSDC 方案原理图

Fig. 2. Schematic demonstration of the quantum one-time pad QSDC protocol.

在量子一次一密 QSDC 方案中^[31], 信息的接收方 Bob 首先制备 N 个单光子态构成序列 S . 这些量子态随机地处于四个量子态之一

$\{|0\rangle, |1\rangle, |+\rangle, |-\rangle\}$. Bob 将 S 序列发送给 Alice 之后, 通信双方随机抽取一定数量的样本进行安全性检测. 若传输安全, Alice 根据自己所需传送的

机密信息“0”, “1”分别选取 U_0 , U_3 对量子态进行操作. U_0 为恒等操作, 量子态保持不变. U_3 操作只会在一组正交基矢内部翻转量子态, 即

$$\begin{aligned} U_3|0\rangle &= -|1\rangle, & U_3|1\rangle &= |0\rangle, \\ U_3|+\rangle &= |-\rangle, & U_3|-\rangle &= |+\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Alice 在编码机密信息的过程中也随机选取一些位置的光子加载用于安全性检测的随机编码. 随后 Alice 将编码操作后的序列发回给 Bob. 由于 Alice 用于编码机密信息的量子么正操作并不会改变量子态的基矢, Bob 可根据制备时的信息选择正确的基矢进行单粒子测量从而读取 Alice 传输的机密信息. Alice 随后公布随机编码的位置和信息, Bob 通过比对分析出错率以判断第二次传输是否安全.

在量子一次一密 QSDC 方案中, 虽然窃听者可以在第二次传输中截获携带信息的量子态, 但由于缺乏量子态初始状态的信息, 窃听者即使测量也只能得到无意义的随机结果. 这一方案同样使用了块状传输数据的方法便于安全性检测, 同时分步传输先确保信道安全后再传输携带机密信息的量子态. 量子一次一密 QSDC 方案还明确给出了基于单光子的 QSDC 的要求: 1) 信息加载传输前必须进行窃听检测; 2) 窃听检测基于抽样的概率统计, 要求进行块状的量子态传输.

量子一次一密方案给出了基于光学延迟的实验方案^[31]. 在实际噪声下, 邓富国和龙桂鲁^[74]还首次给出了对单光子量子态进行量子秘密放大的处理方法, 使得基于单光子量子态的量子直接通信在理论上可以做得非常完美.

2005 年, Lucamarini 与 Mancini^[31]采用量子一次一密 QSDC 方案的物理原理, 提出了一个基于单个光子态的确定量子通信方案^[65], 并进一步讨论了环境噪声对通信的影响. 由于它没有使用量子数据块传输, 与邓富国和龙桂鲁^[5]于 2004 年提出的四态 two-way 量子密钥分配方案一样, 只可用于量子密钥分配.

3.4 高维 QSDC 方案

在基于二维量子系统的量子通信方案中, 每一个粒子可携带 $\log_2 2 = 1$ bit 的经典信息. 2005 年, 王川等^[32]利用量子超密集编码 (quantum superdense coding) 的思想提出了基于高维系统的量子直接通信方案, 我们称为高维 QSDC 方案. 由于方

案以 d 维系统为信息载体, 每个粒子可携带 $\log_2 d$ 比特的经典信息. 高维两粒子贝尔态表示为

$$\begin{aligned} |\psi_{nm}\rangle_{AB} &= \sum_j e^{2\pi i j n/d} |j\rangle \otimes |j + m \bmod d\rangle / \sqrt{d}, \end{aligned} \quad (9)$$

d 为系统的维度, $n, m = 0, 1, \dots, d-1$. d 维系统的么正操作可统一描述为

$$U_{nm} = \sum_j e^{2\pi i j n/d} |j + m \bmod d\rangle \langle j|. \quad (10)$$

此么正操作可在这一组高维两粒子纠缠基中变换量子态

$$(U_{nm})_B |\psi_{00}\rangle_{AB} = |\psi_{nm}\rangle_{AB}. \quad (11)$$

在高维 QSDC 方案中^[32], 信息接收方 Bob 制备高维纠缠粒子对序列, 其中所有的纠缠对初态均为 $|\psi_{00}\rangle_{AB}$. Bob 将每一个纠缠对中的 A 粒子取出构成 S_A 序列, 对应的粒子构成 S_B 序列. Bob 将 S_A 序列发送给信息的发送方 Alice, 随后双方随机选取一定数量的样本用相同的测量基矢做单光子测量, 从而判断传输是否安全. 若传输安全, Alice 根据机密信息“ nm ” ($n, m = 0, 1, 2, \dots, d-1$) 选择相应的么正操作 U_{nm} 对手中粒子进行编码. 编码过程中 Alice 随机插入用于下一次安全性检测的随机编码. 随后 Alice 将 S_A 发还给 Bob. Bob 对对应的粒子对进行高维 Bell 态分析, 根据结果便能推测出 Alice 加载的信息. 通信双方用插入的随机编码进行第二次安全性检测以判断传输的安全性.

与基于二维量子系统的 QSDC 方案相比, 高维 QSDC 方案具有更高的安全性, 且每一个纠缠粒子对可以携带 $\log_2 d^2$ 比特的信息, 大大地提高了信道容量.

3.5 多步 QSDC 方案

随着人们对量子纠缠的深入研究, 多粒子纠缠系统也被广泛应用于量子通信. 2005 年, 王川等^[33]提出了基于三粒子 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态的多步量子直接通信方案. 三粒子 GHZ 态构成的 8 个正交基矢可表示为

$$|\varphi^\pm\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle \pm |111\rangle)_{ABC}, \quad (12)$$

$$|\varphi^\pm\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|001\rangle \pm |110\rangle)_{ABC}, \quad (13)$$

$$|\varphi^\pm\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle \pm |101\rangle)_{ABC}, \quad (14)$$

$$|\varphi^\pm\rangle_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|100\rangle \pm |011\rangle)_{ABC}. \quad (15)$$

下标 A, B, C 对应处于 GHZ 态的三个粒子. 通过对其中两个粒子进行单粒子么正操作可在 8 个 GHZ 态之间变换. 在量子直接通信方案中, 通信双方事先约定 8 个量子态分别对应一个三比特编码: 000, 001, ..., 111. 信息发送方 Alice 先制备一个 GHZ 态序列, 每一个 GHZ 态均处于 $|\varphi^+\rangle_0$. 随后 Alice 将每一个 GHZ 态的三个粒子分别纳入三个粒子序列 S_A , S_B 和 S_C . Alice 首先将 S_C 发送给接收方 Bob, 双方进行安全性检测以判断传输是否安全. 当他们确定 S_C 的传输安全后, Alice 根据要传输的机密信息选择合适的么正操作作用到 S_A 和 S_B 序列上, 在此过程中 Alice 同样随机地插入用于安全性检测的随机编码. 随后 Alice 分两步将 S_B 和 S_A 序列发送给 Bob, 每一次传输完成后, 双方都进行安全性检测. 全部传输完成后, Bob 对每一组构成 GHZ 态的三个粒子进行三粒子联合测量从而读取 Alice 的机密信息. 在多步 QSDC 方案中, 由于窃听者不能同时拥有载有机密信息的三个粒子, 因此无法获得有用的信息, 保证了机密信息的安全.

2012 年, Banerjee 和 Pathak^[44] 基于三粒子类 GHZ 态也提出了一个多步 QSDC 方案, 方案利用三比特的量子态可传输三比特的机密信息, 实现最大效率的通信. 该方案使用的 8 个正交量子态可表示为

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{|\phi^+\rangle|0\rangle + |\psi^+\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \frac{|\phi^+\rangle|0\rangle - |\psi^+\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\ & \frac{|\psi^+\rangle|0\rangle + |\phi^+\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \frac{|\psi^+\rangle|0\rangle - |\phi^+\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\ & \frac{|\phi^-\rangle|0\rangle + |\psi^-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \frac{|\phi^-\rangle|0\rangle - |\psi^-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \\ & \frac{|\psi^-\rangle|0\rangle + |\phi^-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}, \frac{|\psi^-\rangle|0\rangle - |\phi^-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

信息发送者可以选择相应的么正操作作用于其中的两个粒子在 8 个态之间变换. 该方案的通信过程与基于 GHZ 态的多步 QSDC 方案^[33]类似, 三个粒子分三步传送给接收者, 接收者通过测量可直接读取机密信息. 值得一提的是, 虽然该方案使用三粒子纠缠信道, 但是接收者可以通过对其中两个粒子进行联合贝尔基测量同时对剩下的粒子做单粒子测量来读取信息, 不需要做三个粒子的联合测量. 不过相比于王川等^[33]的多方 QSDC 方案, 此方案需要制备更复杂的量子态作为纠缠信道.

3.6 基于量子加密的 QSDC 方案

2007 年, 李熙涵等^[34]提出了基于量子加密的 QSDC 方案, 它利用控制非门 (controlled-NOT gate) 实现机密信息的编码和解码过程, 原理如图 3 所示. 不同于已有的那些需要最大纠缠信道的量子直接通信方案, 此方案仅需处于纯纠缠态的非最大纠缠信道作为量子密钥, 而且安全的量子信道一经建立可反复使用. 它是第一个量子通信与量子计算相结合的 QSDC 协议.

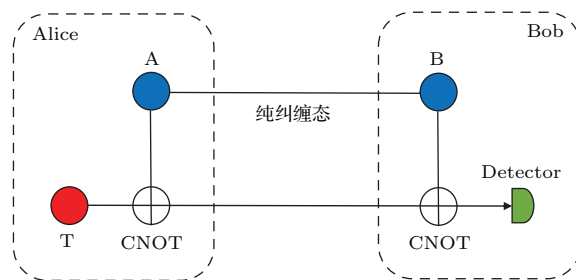


图3 基于量子加密的 QSDC 方案原理图

Fig. 3. Principle of QSDC scheme based on quantum encryption.

通信双方 Alice 和 Bob 事先共享一组两粒子纯纠缠态, 它们随机地处于以下两个量子态之一:

$$|\phi\rangle_1 = \alpha|00\rangle_{AB} + \beta|11\rangle_{AB}, \quad (17)$$

$$|\phi\rangle_2 = \beta|00\rangle_{AB} + \alpha|11\rangle_{AB}. \quad (18)$$

这里参数 α 和 β 满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Alice 将每一个纠缠对中的 B 粒子挑出组成序列 S_B 发送给 Bob. Alice 手中保留每一个纠缠对中 A 粒子构成的 S_A 序列. 由于此方案采用非最大纠缠态作为量子信道, Alice 选择使用诱骗光子检测安全^[70,71]. 通信双方确认纯纠缠信道安全后, Alice 根据要传送的机密信息制备处于 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ 的单光子序列 S_T . 在信息序列中, Alice 同样随机插入处于上述四个量子态 $\{|0\rangle, |1\rangle, |+\rangle, |-\rangle\}$ 的诱骗光子用于后续的安全性检测. 随后, Alice 用 S_A 序列对信息序列 S_T 进行量子加密: 以 S_A 为控制位, S_T 为目标位进行控制非门操作. 操作完成后, S_T 序列中的粒子与预先建立的纯纠缠信道处于纠缠态. 随后 Alice 将 S_T 序列发送给 Bob. Bob 以手中的 S_B 序列为控制位, S_T 为目标位进行控制非门操作, 从而将载有信息的粒子从纯纠缠信道中解纠缠. Bob 对信息序列用 Z 基矢进行单光子测量即可读取机密信息. 通信双方利用诱骗光子进行安全性检测,

若确定传输安全, 通信双方可重复使用已经建立的纯纠缠信道进行下一轮的机密信息传输. 由于 S_T 序列在传输过程中与纯纠缠信道处于纠缠, 其量子态为最大混合态, 因此窃听者即使截获携带信息的量子态也无法获得任何有用的信息. 此方案的最大优点在于量子信道可以重复使用, 大大地节省了量子资源. 不过实际操作过程中需要量子态存储以及两比特门操作, 这在现有的实验条件下还不易实现, 有待于实验技术条件的提高.

3.7 抗噪声的 QSDC 方案

早期的量子直接通信方案都基于理想环境, 偏重于物理原理上对量子通信绝对安全的设计, 即解决量子直接通信的物理原理问题, 认为量子态的传输过程是完美保真的. 2011 年, 顾斌等^[36]提出了两个考虑实际信道噪声的 QSDC 方案. 两个方案分别针对联合退相位噪声 (collective-dephasing noise) 和联合旋转噪声 (collective-rotation noise), 用两个物理比特编码一个逻辑比特^[6], 利用逻辑比特在相应噪声下的不变性使整个通信方案免受噪声的影响.

首先, 在对抗联合退相位噪声的方案中, 由两个物理比特构成的两个逻辑比特正交基为^[6]

$$|0\rangle_L \equiv |H\rangle_A |V\rangle_B, \quad |1\rangle_L \equiv |V\rangle_A |H\rangle_B. \quad (19)$$

这里 H 和 V 代表光子的水平和竖直偏振状态, 下标 L 代表逻辑比特. 这两个态在退相位噪声 ($U_{dp}|H\rangle = |H\rangle$, $U_{dp}|V\rangle = e^{i\phi}|V\rangle$) 的作用下保持不变, 因此以它们为基矢的任意叠加态都不会受到噪声的影响.

$$U_{dp}|0\rangle_L = |0\rangle_L, \quad U_{dp}|1\rangle_L = |1\rangle_L. \quad (20)$$

这里 ϕ 是信道噪声带来的相位移动, 它随作用时间的长短变化. 在量子直接通信中, 通信双方选择 $|0\rangle_L/|1\rangle_L$ 和 $|\pm x\rangle_L \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_L \pm |1\rangle_L) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle_{AB} \pm |VH\rangle_{AB})$ 两组基矢制备和测量量子态. 同时他们选择两个作用在逻辑比特上的么正操作加载机密信息

$$U_0^{dp} = I_A \otimes I_B, \quad U_1^{dp} = (-i\sigma_y)_A \otimes (\sigma_x)_B. \quad (21)$$

这两个操作只在基矢内部交换量子态, 并不改变量子态的基矢.

联合旋转噪声作用如下:

$$U_r|H\rangle = \cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle, \\ U_r|V\rangle = -\sin\theta|H\rangle + \cos\theta|V\rangle. \quad (22)$$

在对抗联合旋转噪声的方案中, 逻辑比特选为^[6]

$$|0\rangle_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A |H\rangle_B + |V\rangle_A |V\rangle_B), \\ |1\rangle_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A |V\rangle_B - |V\rangle_A |H\rangle_B). \quad (23)$$

两个逻辑比特以及它们的任意叠加态在联合旋转噪声中保持不变. 通信过程中, 双方仍旧选择 $|0\rangle_L/|1\rangle_L$ 和 $|\pm x\rangle_L$ 两组基矢制备和测量. 用于加载机密信息的么正操作为

$$U_0^r = I_A \otimes I_B, \\ U_1^r = I_A \otimes (-i\sigma_y)_B. \quad (24)$$

两个操作同样只在基矢内部变换量子态, 并不改变基矢.

这两个对抗噪声的量子直接通信方案的具体通信过程类似于量子一次一密 QSDC 方案^[31], 此处不再赘述. 值得一提的是, 虽然方案利用两个物理比特编码一个逻辑比特, 但在读取信息时只需两个单粒子测量而不需要复杂的联合测量, 这使方案更具可操作性.

3.8 多自由度 QSDC 方案

2011 年, 王铁军等^[37]提出了基于两自由度超纠缠态的高容量量子直接通信方案, 是第一个基于光子多自由度的 QSDC 方案, 我们不妨称之为多自由度 QSDC 方案. 方案中使用了极化路径两自由度的两粒子超纠缠态

$$|\Phi_{AB}^+\rangle_{PS} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_{AB} \\ \otimes (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_{AB}. \quad (25)$$

这里 $a_1(b_1)$ 和 $a_2(b_2)$ 分别表示 $A(B)$ 粒子两个可能的路径模式. 下标 P 和 S 分别代表极化和路径自由度. 两粒子超纠缠态共有 16 个正交态, 可统一表示为

$$|\xi_{AB}\rangle_{PS} = |\Theta\rangle_P \otimes |\Xi\rangle_S. \quad (26)$$

这里 $|\Theta\rangle_P$ 可处于四个极化贝尔态之一. 而 $|\Xi\rangle_S$ 为以下四个路径贝尔态之一:

$$|\phi^\pm\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle)_{AB},$$

$$|\psi^\pm\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle)_{AB}. \quad (27)$$

类似于极化自由度上的四个单粒子么正操作, 路径自由度上也有四个对应的操作可以在四个路径贝尔态之间变换.

$$\begin{aligned} U_0^S &= |a_1\rangle\langle a_1| + |a_2\rangle\langle a_2|, \\ U_1^S &= |a_1\rangle\langle a_1| - |a_2\rangle\langle a_2|, \\ U_2^S &= |a_2\rangle\langle a_1| + |a_1\rangle\langle a_2|, \\ U_3^S &= |a_2\rangle\langle a_1| - |a_1\rangle\langle a_2|. \end{aligned} \quad (28)$$

理论上, 这 16 个正交的超纠缠态可以被完备区分. 在通信过程中, Alice 和 Bob 首先约定 16 个同时作用在两自由度上的么正操作 $U_{ij} = U_i^P \otimes U_j^S (i, j = 0, 1, 2, 3)$ 代表 16 个不同的二进制串. Bob 首先制备一个超纠缠光子对序列, 其中每个态均处于 $|\Phi_{AB}^+\rangle_{PS}$. Bob 将每一个 A 粒子挑出构成序列 S_A , 剩下的 B 粒子构成序列 S_B . 随后 Bob 将 S_A 发送给 Alice, 双方随机选取一定数量的样本进行安全性检测. 确定传输安全后, Alice 根据要发送的具体信息选取相应的么正操作 U_{ij} 对 A 粒子作用. 同样地, Alice 在加载机密信息的过程中随机选取一定数量的粒子进行随机编码, 用于后续的安全性检测. 随后 Alice 将 S_A 发还给 Bob. Bob 可以通过对相应的粒子对进行联合超纠缠态分析读取 Alice 加载的机密信息. 双方利用随机插入的编码比出错率从而决定是否需要机密放大等后续操作. 在这个基于超纠缠态的量子直接通信方案中, 信息编码在么正操作上, 相当于编码在超纠缠态上. 由于窃听者只能截获粒子对的一部分, 因此即使测量也不能得到任何有用的信息, 保障了通信的安全性. 而且由于一个光子同时携带了两自由度的信息, 每一个超纠缠粒子对可携带 4 bit 的量子信息, 方案的信道容量是两步方案的两倍. 值得一提的是, 虽然选择四维系统也可以用超密集编码的方式传输相同的信息量^[32], 但是相对于高维系统来说, 超纠缠态在现有的技术条件下更容易操控, 此方案具有更好的实用价值. 同年, 顾斌等^[38]也基于相同的超纠缠信道提出了两步实现的 QSDC 方案.

3.9 基于三维超纠缠态的 QSDC 方案

2011 年, 施锦等^[39]提出了两个利用两粒子两自由度超纠缠态的量子通信方案. 与前述利用极化

路径超纠缠态的方案不同, 这两个方案中处于纠缠的两个自由度都是三维的,

$$\begin{aligned} |\Psi^{00}\rangle_{AB} &= |\phi^{00}\rangle_{AB}^{aa} \otimes |\phi^{00}\rangle_{AB}^{bb} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle)_{AB}^{aa} \\ &\quad \otimes \frac{1}{\sqrt{3}}(|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle)_{AB}^{bb}. \end{aligned} \quad (29)$$

这里上标“a”, “b”代表两个不同的自由度, 下标“A”, “B”代表处于纠缠的两个粒子. 推广的贝尔基可表示为

$$|\phi^{nm}\rangle^{k_1k_2} = \sum_j \frac{1}{\sqrt{3}} e^{\frac{2\pi i n j}{3}} |j\rangle^{k_1} |j+m \bmod 3\rangle^{k_2}. \quad (30)$$

类似于我们在二维系统中常用的 X 和 Z 方向基矢, 这里也定义了两组基矢

$$|X^{nm}\rangle^{k_1k_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(e^{\frac{2\pi i}{3}} |0\rangle |m\rangle + \sum_{j=1}^2 e^{\frac{2\pi i n j}{3}} \times |j\rangle |j+m \bmod 3\rangle \right)^{k_1k_2}, \quad (31)$$

$$|Z^{nm}\rangle^{k_1k_2} = |nm\rangle^{k_1k_2}. \quad (32)$$

$n, m, j = 0, 1, 2$. 如果 k_1, k_2 代表不同的自由度, 这两个基矢对应的是单粒子的两自由度基矢; 如果二者对应同一个自由度, 则两个基矢是两粒子在该自由度上的基矢. 对某一特定自由度的么正操作表示为

$$U_0^{nm} = \sum_{j=0}^2 e^{\frac{2\pi i j n}{3}} |j+m \bmod 3\rangle \langle j|, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} U_1^{nm} &= e^{\frac{2\pi i}{3}} |m\rangle \langle 0| \\ &\quad + \sum_{j=0}^2 e^{\frac{2\pi i j n}{3}} |j+m \bmod 3\rangle \langle j|. \end{aligned} \quad (34)$$

它们的作用分别为

$$(U_0^{nm})_B |\phi^{00}\rangle_{AB}^{k_1k_1} = |\phi^{nm}\rangle_{AB}^{k_1k_1}, \quad (35)$$

$$(U_1^{nm})_B |\phi^{00}\rangle_{AB}^{k_1k_1} = |X^{nm}\rangle_{AB}^{k_1k_1}. \quad (36)$$

若对 B 粒子的 a 自由度施加 U_0^{nm} 操作, 整个纠缠系统可表示为

$$\begin{aligned} &(U_0^{nm})_B^a |\Psi^{00}\rangle_{AB} \\ &= |\Psi^{nm}\rangle_{AB} = |\phi^{nm}\rangle_{AB}^{aa} \otimes |\phi^{00}\rangle_{AB}^{bb} \\ &= \frac{1}{3} \sum_{j,j'} |\phi^{j,j'}\rangle_A^{ab} \end{aligned}$$

$$\otimes |\phi^{(3+n-j) \bmod 3, (3-m+j') \bmod 3}\rangle_B^{ab}. \quad (37)$$

这里 $n, m, j, j' = 0, 1, 2$. 在通信过程中, 信息的发送方 Bob 首先制备 N 个超纠缠对 $|\Psi^{00}\rangle_{AB}$, 然后将对应的 A, B 粒子分成 S_A 和 S_B 两个序列. Bob 将 S_A 序列发送给 Alice, 随后双方随机地选取一定数量的样本进行安全性检测. 若判断信道安全, Bob 根据要传输的机密信息选择相应的 9 个么正操作 U_0^{nm} ($n, m = 0, 1, 2$) 之一作用在 S_B 序列中粒子的 a 自由度上. 随后 Bob 用 $|\phi^{nm}\rangle^{ab}$ 基矢对 B 粒子做单粒子贝尔基测量并公布测量结果. Alice 对手中对应的 S_A 序列做相同的单粒子贝尔基分析, 根据自己的测量结果和 Bob 公布的结果, Alice 就能推测出 Bob 的机密信息. 在这个方案中, 每一个纠缠粒子对携带的信息量为 $\log_2 9$ bit. 不过根据定义, 这个方案并不是一个量子直接通信方案, 而是一个确定的量子密钥分配方案. 因为 Alice 需要得到 Bob 的测量结果才能推测出机密信息.

在第二个通信方案中, 81 个作用于单粒子两自由度的三维么正操作被用于编码机密信息. 这些操作可表示为

$$\begin{aligned} & U^{n'm'n''m''} \\ & \equiv (U^{n'm'}) \otimes (U^{n''m''}) \\ & = \sum_j e^{\frac{2\pi i j n'}{3}} |j + m' \bmod 3\rangle^a \langle j|^a \\ & \quad \otimes \sum_{j'} e^{\frac{2\pi i j' n''}{3}} |j' + m'' \bmod 3\rangle^b \langle j'|^b. \end{aligned} \quad (38)$$

具体的通信过程类似于基于密集编码的量子直接通信 [30,32,37]. 在这个方案中每一个纠缠粒子对可携带 $\log_2 81$ bit 的信息. 与第一个方案相比, 第二个方案的信息量翻倍, 不过这需要两次传输粒子序列, 而且需要在两个自由度上分别做两粒子联合测量, 大大增加了实验难度. 总的来说, 这篇文章不仅利用超纠缠态, 还把每一个自由度的维度提高到了三维, 这不仅可以增加信道容量, 同时还提高了方案的安全性.

3.10 基于多自由度单光子态的 QSDC 方案

2012 年, 刘丹等 [40] 提出了基于单光子多自由度量子态的量子直接通信方案. 方案利用光子的极化和路径自由度编码信息. 极化自由度上的四个量

子态分别为 $|H\rangle_P, |V\rangle_P, |S\rangle_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle), |A\rangle_P = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$. 而路径自由度对应的四个态为 $|b_1\rangle_S, |b_2\rangle_S, |s\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b_1\rangle + |b_2\rangle), |a\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|b_1\rangle - |b_2\rangle)$. 这里 b_1 和 b_2 代表光子的上下两条路径. 由于同时考虑光子的两个自由度, 一个光子可以处于 16 个不同的量子态 $|\varphi\rangle = |\varphi\rangle_P \otimes |\varphi\rangle_S$. 具体的通信过程类似于量子一次一密 QSDC 方案 [31]. Alice 可选择四个么正操作加密两比特的机密信息.

$$U_{ij} = U_P^i \otimes U_S^j, \quad (39)$$

$$U_P^i \in \{I_P, U_P\}, U_S^j \in \{I_S, U_S\}, \quad (40)$$

这里 I_P 和 I_S 是两个自由度上的恒等操作, U_P 和 U_S 是两个自由度上的比特和相位同时翻转的操作. 可以看出, Alice 选择的四个操作并不会改变两个自由度上量子态的基矢, 只会在同一个基矢的内部变换量子态. 因此 Bob 可以根据自己制备时的基矢信息选择正确的测量基矢直接读取机密信息. 在这个方案中, 由于同时使用光子的两个自由度, 每个光子可携带两比特的机密信息, 相较于量子一次一密 QSDC 方案 [31] 信道容量翻倍. 而且此方案不需要制备和测量纠缠态, 大大降低了实验难度.

3.11 基于两光子四比特团簇态的 QSDC 方案

从前述的一些方案中我们看到, 使用光子的多个自由度加载信息可以提高信道容量. 不过前面的方案中光子不同自由度之间处于直积关系. 2012 年, Sun 等 [41] 提出了基于两光子四比特团簇态的量子直接通信方案, 方案中光子的极化和路径自由度处于纠缠的团簇态

$$\begin{aligned} |C_4\rangle = & \frac{1}{2}(|HL\rangle_A |HL\rangle_B + |VL\rangle_A |VL\rangle_B \\ & + |HR\rangle_A |HR\rangle_B - |VR\rangle_A |VR\rangle_B), \end{aligned} \quad (41)$$

这里 L 和 R 代表光子的左侧和右侧的路径. 若将 A 粒子的极化和路径自由度编码为 2, 3 bit, B 粒子的极化和路径自由度编码为 1, 4 bit:

$$\begin{aligned} |H\rangle & \leftrightarrow |0\rangle, & |V\rangle & \leftrightarrow |1\rangle, \\ |L\rangle & \leftrightarrow |0\rangle, & |R\rangle & \leftrightarrow |1\rangle. \end{aligned} \quad (42)$$

量子态可改写为

$$|C_4\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle_{23}|00\rangle_{14} + |10\rangle_{23}|10\rangle_{14} \\ + |01\rangle_{23}|01\rangle_{14} - |11\rangle_{23}|11\rangle_{14}). \quad (43)$$

通过对 A 粒子两个自由度的么正变换, 可以得到一组正交基矢

$$|C^{ij}\rangle_{2314} = U_2^i U_3^j \otimes I_{14} |C_4\rangle_{2314}. \quad (44)$$

这里 $i, j = 0, 1, 2, 3$ 对应四个单比特么正操作. 此外, 四比特团簇态还可表示为

$$|C_4\rangle = \frac{1}{2}(|0+0+\rangle + |0-0-\rangle + |1-1+\rangle \\ + |1+1-\rangle)_{2314} \\ = \frac{1}{2}(|+0+0\rangle + |-0-0\rangle + |+1-1\rangle \\ + |-1+1\rangle)_{2314}. \quad (45)$$

各比特在不同测量基矢下的对应关系可用于安全性检测. 通信双方事先约定四个单比特么正操作代表两比特的信息. 首先 Alice 制备 N 个两光子四比特团簇态, 并把 A, B 两个对应的粒子分别挑出构成 S_A 和 S_B 序列. Alice 将 S_B 序列发送给 Bob. 通信双方先随机选取一些样本做安全性检测, 确认安全后 Alice 根据机密信息选取相应的么正操作加载在 S_A 序列上, 并将携带信息的 S_A 序列发送给 Bob. Bob 对两粒子态进行联合测量即可读取 Alice 的机密信息. 此方案中单个光子同样可携带两比特的信息, 不过需要制备四比特纠缠态并完成两粒子联合测量, 在现有的实验条件下尚存在困难.

3.12 基于路径纠缠态的两步 QSDC 方案

2013 年, 任宝藏等^[42]提出了完备区分路径贝尔态的方案, 并在此基础上提出了基于路径纠缠态的两步 QSDC 方案. 方案以路径贝尔态为量子信道

$$|\phi^+\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1 b_2\rangle + |a_2 b_1\rangle)_{AB}. \quad (46)$$

通信双方用单光子路径态的四个么正操作((28)式)编码两比特信息, 通信的具体过程与两步 QSDC 模型类似^[30]. 这里 Bob 通过对路径纠缠进行完备区分可完全读取这两比特的信息. 此方案利用比极化自由度鲁棒性更好的路径自由度作为信息载体, 提高了方案整体的鲁棒性.

同年, 顾斌等^[43]也提出了基于单光子路径自由度的量子直接通信方案. 方案仅选用光子具有鲁

棒性的路径自由度加载信息, 不需联合测量, 降低了实验难度.

3.13 基于相干态的 QSDC 方案

2013 年, Meslouhi 和 Hassouni^[46]提出了基于相干态(coherent state)的 QSDC 方案. 该方案的基本原理与基于分离变量的两步 QSDC 方案^[30]一致, 但量子信道由纠缠相干态构成

$$|\phi_c^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha, \alpha\rangle \pm |-\alpha, -\alpha\rangle), \\ |\psi_c^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha, -\alpha\rangle \pm |-\alpha, \alpha\rangle). \quad (47)$$

下标 c 代表相干态. 其中

$$|\alpha\rangle = \exp\left(\frac{-|\alpha|^2}{2}\right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\right). \quad (48)$$

四个变换相干态的近似么正操作表示为

$$U_0^c = |\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha|, \\ U_1^c = |\alpha\rangle\langle\alpha| - |-\alpha\rangle\langle-\alpha|, \\ U_2^c = |\alpha\rangle\langle-\alpha| + |-\alpha\rangle\langle\alpha|, \\ U_3^c = |\alpha\rangle\langle-\alpha| - |-\alpha\rangle\langle\alpha|. \quad (49)$$

通信过程中双方使用块状传输数据以及插入诱骗光子方法保障通信安全. 作者还讨论了实际操作中使用改良的自旋相干态(modified spin coherent state)作为物理实体与普通相干态的差异, 给出了实验实现 QSDC 的一种可行途径. 其实, 基于最早的几个经典 QSDC 方案的原理, 我们可以选择不同的物理实体实现量子直接通信过程.

3.14 量子直接通信网络方案

前面我们介绍的都是点对点的量子通信方案, 方案中量子态的制备和测量都由信息的发送者或接收者完成. 这样的通信模式对每个通信参与者的能力要求较高. 借鉴经典通信的经验, 利用安全可靠的服务器来制备和测量量子信号的网络通信模式是量子通信的发展趋势. 不过到目前为止, 量子网络通信的模型并不多. 这是因为虽然服务器的出现可以简化对用户设备的要求, 但是服务器比外界窃听者能接触到更多有用的信息, 因此网络通信模式对方案的安全性提出了更高的要求.

2006 年, 李熙涵等^[53]提出了一个基于两步 QSDC 模型的量子直接通信网络模型. 这个网络方

案是环形拓扑结构的, 原理如图 4 所示. 模型中每一个子系统由服务器 Alice、信息发送者 Bob 和接收者 Charlie 构成. 通信三方事先约定四个单比特么正操作分别代表相应的两比特信息. 首先服务器 Alice 制备 N 个 EPR 对序列 $|\psi^+\rangle_{\text{CM}}$. 她将对应的纠缠粒子分别构成 S_C 和 S_M 两个序列, 分别用于安全性检测和加载信息. 随后, Alice 利用两步通信的方法先后将两个粒子序列分两步发送给 Bob. Bob 收到后先将 S_C 序列中的一些粒子用随机处于 $\{|0\rangle, |1\rangle, |+\rangle, |-\rangle\}$ 的诱骗光子替代, 随后发送给 Charlie. Bob 和 Charlie 先利用诱骗光子判断传输是否安全, 确认安全后 Bob 根据要传输的机密信息对 S_M 序列进行相应的么正操作, 同时 Bob 在机密信息中插入一定量的随机编码. 随机编码分成两份, 用于后续的两组安全性检测. 编码完成后 Bob 将 S_M 序列发送给 Charlie. Charlie 和 Bob 首先利用第一组随机编码检测传输安全. 随后 Charlie 随机选取四个么正操作中的一个对每一个纠缠对中的一个粒子进行操作. 随后 Charlie 用两步传输的办法将两个序列发还给服务器 Alice. Alice 对相应的纠缠粒子进行联合贝尔基测量并公布测量结果. Bob 和 Charlie 使用 Bob 的第二组随机编码检测安全. Charlie 可根据 Alice 的测量结果及自己的么正操作推断出 Bob 的机密信息. 方案中纠缠粒子对在三方之间的传输都遵循两步传输的方式, 避免了外界窃听者同时拥有纠缠的两个部分. 同年, 邓富国等 [54] 基于两粒子纠缠态还提出了直线型拓扑结构的量子直接通信网络方案. 该方案基于纠缠转移的原理, 避免了服务器二次接触到携带信息的纠缠粒子对, 能保障网络通信的安全. 2007 年, 邓富国等 [55] 基于 d 维两粒子最大纠缠态提出了环形拓扑结构的量子直接通信网络模型. 由于使用了高维系统, 信道的容量随之增大.

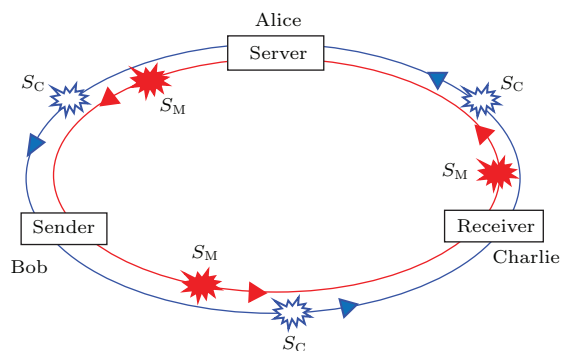


图 4 量子直接通信环形网络示意图

Fig. 4. The subsystem of the QSDC network.

2007 年, 邓富国等 [56] 还提出了基于单光子态的量子直接通信网络模型. 服务器首先制备单光子态 $|0\rangle$ 序列 S_0 , 随后将其发送给信息的接收者 Charlie. Charlie 首先随机选取一定量的样本做单光子测量并检测是否有多光子态. 确定安全后他随机地选取 I 或 σ_x 操作对粒子序列进行操作, 同时 Charlie 随机选取一些位置加载 Hadamard 操作制备处于 $|\pm\rangle$ 态的诱骗光子. 随后 Charlie 将单光子序列发送给信息发送方 Bob. Bob 首先对诱骗光子及随机另选的一些单光子态做测量进行安全性检测. 他同时用极化分束器检测序列中是否含有多光子信号. 确认安全后, Bob 根据自己的机密信息对光子加载 I 或 σ_x 操作. 在加载信息的过程中, Bob 插入一些随机编码用于后续的安全性检测. 随后 Bob 将序列发还给服务器 Alice. Alice 对粒子序列进行单光子测量后公布结果. Bob 公布随机编码供 Charlie 检测最后一次传输的安全. Charlie 根据自己加载的随机信息及 Alice 公布的测量结果即可读取 Bob 的机密信息. 在这个方案中, 由于参与者只需具备单粒子操作和测量的能力, 对实验技术的要求较低, 容易推广.

4 总 结

在本文的调研过程中, 我们发现部分学者混淆了确定的量子密钥分配 (DQKD) 与量子直接通信 (QSDC) 的概念 [14–16, 19–22]. 前面我们已经提到, 虽然二者都可以用于通信双方协调地得到信息 (确定的密钥、机密信息或随机信息), 但接收者是否需要额外的经典信息来读取信息是区分 QSDC 和 DQKD 的关键之一. 在 DQKD 中 [14–16, 19–21], 通信双方借助测量结果的一一对应关系来获得协调的信息, 但在测量前他们的结果都是随机的, 这相当于量子密钥. 这些方案与基于非最大纠缠信道的 DQKD 方案 [18] 类似, 由于测量结果的随机性, 接收者势必需要发送者的测量结果才能读取信息, 因此这些方案都是典型的 DQKD 方案. 而在文献 [22] 中携带信息的光子态只需传输一次, 这样接收者势必需要发送者告知正确的测量基矢才能读取信息, 因此该方案也是典型的 DQKD 方案.

量子通信的优势体现在安全性上, 量子直接通信由于直接传递机密信息而对安全性提出了更高的要求——确保信道安全后才能传输信息 [30, 31]; 窃听者即使窃听也只能得到随机的结果而非有用

的信息^[54]. 在量子直接通信过程中, 除了针对截获重发的安全性检测之外, 还需要考虑特洛伊木马攻击, 即窃听者在合法的信号中混入窃听信号, 用于读取么正操作编码的机密信息. 这一方面需要我们利用光子数分束器检测多光子信号^[75], 另一方面必须保证“一传一测”——每一批量子态传输后都需要进行安全性检测^[69].

量子通信由于其不可比拟的安全性而备受关注, 而量子直接通信可利用量子信道直接传输机密信息, 是未来量子通信发展的重要方向. 在物理原理上, 量子直接通信利用块状传输和分步传输保障了机密信息直接传输的安全^[29–31]. 在一定噪声环境下, 可以利用机密放大、纠错、冗余编码等方法保障机密信息安全保真的传输^[74,76,77]. 如果环境噪声较强, 量子直接通信可以退化到量子密钥分配, 即传输随机的密钥, 其效率比传统量子密钥分配方案高很多. 回顾量子直接通信的发展历程, 研究者们从理想条件到噪声环境、从二维系统到高维系统在QSDC领域进行了一系列的探索. 量子直接通信对安全性的较高要求使其发展落后于相对简单的量子密钥分配分支, 不过其发展轨迹也将遵循量子通信的发展历程——从理论研究过渡到实验研究从而最终走向实用化进程. 在实际应用中, 一方面量子信号的传输距离会受到实验条件的限制, 可以通过量子中继器^[78–82]来完成量子信号的远距离传输; 另一方面, 量子信号的保真度会受到环境噪声的影响, 对于单光子态系统我们可以采用量子态避错传输^[83–86]等办法避免噪声的影响, 对于纠缠系统我们可以采取纠缠浓缩^[87–93]、概率渐进式纠缠纯化^[94–98]、确定式纠缠纯化^[99–102]等技术压制信道噪声与环境噪声对光量子信号的影响, 最终实现远程化与网络化的量子直接通信.

回顾量子直接通信的发展历程, 我们不难发现, 国内学者在这一量子通信重要方向的发展中做出了突出贡献, 不仅提出了原创的模型, 发明了量子数据块传输与分步传输方法, 给出了QSDC的安全判据和构造原理, 还提出了高效协议、两步协议、量子一次一密协议、高维协议等一批有代表性的协议, 主导了这一方向的发展. 目前, 国内外学者积极开展各种情形下的QSDC理论与实验研究, 并应用于其他一些量子通信任务, 如量子签名^[103]、量子对话^[104]、量子广播^[105]、量子水印^[106]、量子匿名排序^[107]等需要传输确定信息的量子通信任务.

如今, 量子直接通信已经成为了量子信息研究中的一个持续研究热点.

参考文献

- [1] Bennett C H, Brassard G 1984 *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, System and Signal Processing* (Bangalore: IEEE) p175
- [2] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [3] Bennett C H, Brassard G, Mermin N D 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 557
- [4] Deng F G, Long G L 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042315
- [5] Deng F G, Long G L 2004 *Phys. Rev. A* **70** 012311
- [6] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022321
- [7] Beige A, Englert B G, Kurtsiefer C, Weinfurter H 2002 *Acta Phys. Pol. A* **101** 357
- [8] Yan F L, Zhang X 2004 *Eur. Phys. J. B* **41** 75
- [9] Gao T, Fan F L, Wang Z X 2005 *J. Phys. A* **38** 5761
- [10] Man Z X, Zhang Z J, Li Y 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 18
- [11] Man Z X, Zhang Z J, Li Y 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 22
- [12] Zhu A D, Xia Y, Fan Q B, Zhang S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 022338
- [13] Lee H, Lim J, Yang H 2006 *Phys. Rev. A* **73** 042305
- [14] Wang J, Zhang Q, Tang C J 2006 *Int. J. Quantum Inf.* **4** 925
- [15] Wang J, Zhang Q, Tang C J 2006 *Int. J. Mod. Phys. C* **17** 685
- [16] Wang H F, Zhang S, Yeon K H, Um C I 2006 *J. Korean Phys. Soc.* **49** 459
- [17] Chang Y, Zhang S B, Yan L L, Li J 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 2835
- [18] Li X H, Deng F G, Li C Y, Liang Y J, Zhou P, Zhou H Y 2006 *J. Korean Phys. Soc.* **49** 1354
- [19] Gao G, Fang M, Yang R M 2011 *Int. J. Theor. Phys.* **50** 882
- [20] Wu Y H, Zhai W D, Cao W Z, Li C 2011 *Int. J. Theor. Phys.* **50** 325
- [21] Zhang Q N, Li C C, Li Y H, Nie Y Y 2013 *Int. J. Theor. Phys.* **52** 22
- [22] Chang Y, Xu C X, Zhang S B, Yan L L 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 4571
- [23] Quan D X, Pei C X, Liu D, Zhao N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2493 (in Chinese) [权东晓, 裴昌幸, 刘丹, 赵楠 2010 物理学报 **59** 2493]
- [24] Tsai C W, Hwang T 2013 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **56** 1903
- [25] Hillery M, Bužek V, Berthiaume A 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1829
- [26] Karlsson A, Koashi M, Imoto N 1999 *Phys. Rev. A* **59** 162
- [27] Xiao L, Long G L, Deng F G, Pan J W 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052307

- [28] Deng F G, Zhou H Y, Long G L 2006 *J. Phys. A* **39** 14089
- [29] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [30] Deng F G, Long G L, Liu X S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042317
- [31] Deng F G, Long G L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052319
- [32] Wang C, Deng F G, Li Y S, Liu X S, Long G L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 044305
- [33] Wang C, Deng F G, Long G L 2005 *Opt. Commun.* **253** 15
- [34] Li X H, Li C Y, Deng F G, Zhou P, Liang Y J, Zhou H Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 2149
- [35] Lin S, Wen Q Y, Gao F, Zhu F C 2008 *Phys. Rev. A* **78** 064304
- [36] Gu B, Zhang C Y, Cheng G S, Huang Y G 2011 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **54** 942
- [37] Wang T J, Li T, Du F F, Deng F G 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 040305
- [38] Gu B, Huang Y G, Fang X, Zhang C Y 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100309
- [39] Shi J, Gong Y X, Xu P, Zhu S N, Zhan Y B 2011 *Commun. Theor. Phys.* **56** 831
- [40] Liu D, Chen J L, Jiang W 2012 *Int. J. Theor. Phys.* **51** 2923
- [41] Sun Z W, Du R G, Long D Y 2012 *Int. J. Theor. Phys.* **51** 1946
- [42] Ren B C, Wei H R, Hua M, Li T, Deng F G 2013 *Eur. Phys. J. D* **67** 30
- [43] Gu B, Huang Y G, Fang X, Chen Y L 2013 *Int. J. Theor. Phys.* **52** 4461
- [44] Banerjee A, Pathak A 2012 *Phys. Lett. A* **376** 2944
- [45] Pirandola S, Braunstein S L, Mancini S, Lloyd S 2008 *Eur. Phys. Lett.* **84** 20013
- [46] Meslouhi A, Hassouni Y 2013 *Quantum Inf. Process.* **12** 2603
- [47] Zheng C, Long G F 2014 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **57** 1238
- [48] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [49] Karlsson A, Bourennane M 1998 *Phys. Rev. A* **58** 4394
- [50] Li X H, Ghose S 2015 *Phys. Rev. A* **91** 012320
- [51] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [52] Liu X S, Long G L, Tong D M, Li F 2002 *Phys. Rev. A* **65** 022304
- [53] Li X H, Zhou P, Liang Y J, Li C Y, Zhou H Y, Deng F G 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1080
- [54] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Zhou H Y 2006 *Phys. Lett. A* **359** 359
- [55] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Zhou H Y 2007 *Phys. Scr.* **76** 25
- [56] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Zhou H Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 3553
- [57] Inagaki T, Matsuda N, Tadanaga O, Asobe M, Takesue H 2013 *Opt. Express* **21** 23241
- [58] Tang Y L, Yin H L, Chen S J, Liu Y, Zhang W J, Jiang X, Zhang L, Wang J, You L X, Guan J Y, Yang D X, Wang Z, Liang H, Zhang Z, Zhou N, Ma X F, Chen T Y, Zhang Q, Pan J W 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 190501
- [59] Lu X, Wang W, Ma J 2013 *IEEE Trans. Smart Grid* **4** 170
- [60] Long G L, Wang C, Li Y S, Deng F G 2011 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **41** 332 (in Chinese) [龙桂鲁, 王川, 李岩松, 邓富国 2011 中国科学: 物理, 力学, 天文学 **41** 332]
- [61] Long G L, Qin G Q 2014 *Physics and Engineering* **24** 3 (in Chinese) [龙桂鲁, 秦国卿 2014 物理与工程 **24** 3]
- [62] Boström K, Felbinger T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 187902
- [63] Wójcik A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 157901
- [64] Deng F G, Li X H, Li C Y, Zhou P, Zhou H Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 277
- [65] Lucamarini M, Mancini S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 140501
- [66] Cai Q Y, Li B W 2004 *Phys. Rev. A* **69** 054301
- [67] Cai Q Y, Li B W 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 601
- [68] Long G L, Deng F G, Wang C, Li X H 2007 *Front. Phys. China* **2** 251
- [69] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2006 *Phys. Rev. A* **74** 054302
- [70] Li C Y, Zhou H Y, Wang Y, Deng F G 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1049
- [71] Li C Y, Li X H, Deng F G, Zhou P, Liang Y J, Zhou H Y 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2896
- [72] Cerè A, Lucamarini M, Giuseppe G D, Tombesi P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 200501
- [73] Hu J Y, Yu B, Jing M Y, Xiao L T, Jia S T 2015 arXiv:1503.00451
- [74] Deng F G, Long G L 2006 *Commun. Theor. Phys.* **46** 443
- [75] Deng F G, Li X H, Zhou H Y, Zhang Z J 2005 *Phys. Rev. A* **72** 044302
- [76] Wen K, Long G L 2005 *Phys. Rev. A* **72** 022336
- [77] Wen K, Long G L 2010 *Int. J. Quantum Inf.* **8** 697
- [78] Briegel H J, Dür W, Cirac J I, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [79] Dür W, Briegel H J, Cirac J I, Zoller P 1999 *Phys. Rev. A* **59** 169
- [80] Duan L M, Lukin M D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Nature* **414** 413
- [81] Chen S, Chen Y A, Zhao B, Yuan Z S, Schmiedmayer J, Pan J W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 180505
- [82] Wang T J, Song S Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 062311
- [83] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 144101
- [84] Deng F G, Li X H, Zhou H Y 2011 *Quantum Inf. Comput.* **11** 913
- [85] Li X H, Duan X J 2011 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 065503
- [86] Li X H, Zeng Z, Wang C 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** 2334

- [87] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2046
- [88] Zhao Z, Pan J W, Zhan M S 2001 *Phys. Rev. A* **64** 014301
- [89] Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012304
- [90] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 062325
- [91] Ren B C, Du F F, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012302
- [92] Li X H, Ghose S 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 125201
- [93] Li X H, Ghose S 2015 *Opt. Express* **23** 3550
- [94] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, Schumacher B, Smolin J A, Wootters W K 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 722
- [95] Pan J W, Simon C, Brukner C, Zeilinger A 2001 *Nature* **410** 1067
- [96] Simon C, Pan J W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 257901
- [97] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 042308
- [98] Ren B C, Du F F, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 052309
- [99] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **81** 032307
- [100] Li X H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044304
- [101] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044305
- [102] Deng F G 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062316
- [103] Yoon C S, Kang M S, Lim J I, Yang H J 2015 *Phys. Scr.* **90** 015103
- [104] Shi G F, Xi X Q, Hu M L, Yue R H 2010 *Opt. Commun.* **283** 1984
- [105] Chang Y, Xu C X, Zhang S B, Yan L L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 010305
- [106] Fatahi N, Naseri M 2012 *Int. J. Theor. Phys.* **51** 2094
- [107] Huang W, Wen Q Y, Liu B, Su Q, Qin S J, Gao F 2014 *Phys. Rev. A* **89** 032325

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Quantum secure direct communication*

Li Xi-Han[†]

(College of Physics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

(Department of Physics and Computer Science, Wilfrid Laurier University, Waterloo N2L3C5, Canada)

(Received 12 May 2015; revised manuscript received 9 June 2015)

Abstract

Quantum secure direct communication (QSDC) is one of the most important branches of quantum communication. In contrast to the quantum key distribution (QKD) which distributes a secure key between distant parties, QSDC directly transmits secret message instead of sharing key in advance. To establish a secure QSDC protocol, on the one hand, the security of the quantum channel should be confirmed before the exchange of the secret message. On the other hand, the quantum state should be transmitted in a quantum data block since the security of QSDC is based on the error rate analysis in the theories on statistics. Compared with the deterministic quantum key distribution (DQKD) which can also be used to transmit deterministic information, QSDC schemes do not need extra classical bits to read the secret message except for public discussion. In this article, we introduce the basic principles of QSDC and review the development in this field by introducing typical QSDC protocols chronologically. The first QSDC protocol was proposed by Long and Liu, which can be used to establish a common key between distant parties. In their scheme, the method for transmitting quantum states in a block by block way and in multiple steps was proposed and the information leakage before eavesdropping detection was solved. Subsequently, Deng et al. presented two pioneering QSDC schemes, an entangled-state-based two-step QSDC scheme and a single-photon-state-based quantum one-time pad scheme, in which the basic principle and criteria for QSDC were pointed out. From then on, many interesting QSDC schemes have been proposed, including the high-dimension QSDC scheme based on quantum superdense coding, multi-step QSDC scheme based on Greenberger-Horne-Zeilinger states, QSDC scheme based on quantum encryption with practical non-maximally entangled quantum channel, and so on. We also introduce the anti-noise QSDC schemes which were designed for coping with the collective-dephasing noise and the collective-rotation noise, respectively. In 2011, Wang et al. presented the first QSDC which exploited the hyperentangled state as the information carrier and several QSDC schemes based on the spatial degree of freedom (DOF) of photon, single-photon multi-DOF state and hyperentanglement were proposed subsequently. In addition to the point-to-point QSDC schemes, we also review the QSDC networks. Finally, a perspective of QSDC research is given in the last section.

Keywords: quantum communication, quantum secure direct communication, quantum secure direct communication network

PACS: 03.67.Hk, 03.65.Ud, 03.67.Dd

DOI: 10.7498/aps.64.160307

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11004258) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. CQDXWL-2012-014).

[†] Corresponding author. E-mail: xihanlicqu@gmail.com

时间频率基准装置的研制现状

阮军 王叶兵 常宏 姜海峰 刘涛 董瑞芳 张首刚

Progress towards primary frequency standard

Ruan Jun Wang Ye-Bing Chang Hong Jiang Hai-Feng Liu Tao Dong Rui-Fang Zhang Shou-Gang

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 160308 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160308

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160308>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

用于互组跃迁谱测量的窄线宽激光系统

[Narrow linewidth laser system used for the intercombination transition spectrum measurement](#)

物理学报.2014, 63(14): 140704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140704>

应用于铯原子喷泉钟的二维磁光阱研制

[A two-dimensional magneto-optical trap for a cesium fountain clock](#)

物理学报.2013, 62(6): 063201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.063201>

铯原子气室中相干布居俘获的参数依赖关系研究

[Investigation of experimental parameters of coherent population trapping with cesium vapor cell](#)

物理学报.2012, 61(23): 233201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.233201>

专题: 量子精密计量与操控

时间频率基准装置的研制现状*

阮军 王叶兵 常宏 姜海峰 刘涛 董瑞芳 张首刚†

(中国科学院国家授时中心, 西安 710600)

(中国科学院时间频率基准重点实验室, 西安 710600)

(2015年7月11日收到; 2015年8月13日收到修改稿)

时间频率基准装置——铯原子喷泉钟, 在标准时间产生和保持、基础物理研究中发挥了重要的作用. 介绍了铯原子喷泉钟的工作原理, 对影响其性能的各项噪声源和频移项给出了分析, 影响频率稳定度性能的主要因素为 Dick 效应相关的原子团装载时间、微波激励源相位噪声和探测激光的频率噪声, 影响频率不确定性能主要频移项为: 黑体辐射频移、冷原子碰撞频移、腔相位分布频移和微波泄露频移; 总结和比较了当前具有先进性能的铯原子喷泉钟采用的技术; 介绍了铯原子喷泉钟的主要应用方向、空间冷原子铯钟的研制情况和光学频率原子钟进展.

关键词: 铯原子喷泉钟, 频率稳定度, 频率不确定度, 光学频率原子钟

PACS: 03.75.Dg, 32.70.Jz, 07.77.Gx, 06.30.Ft

DOI: 10.7498/aps.64.160308

1 引言

作为表征物质运动的最基本物理量, “时间”的单位是以物质运动的周期进行定义的. 1967年, 国际计量大会通过了新的时间单位“秒”的决议, 以原子微观的能级跃迁周期度量时间, 取代了原来的基于天体的宏观周期运动(地球自转). 至今, 时间单位“秒”定义为“海平面上、无干扰铯(^{133}Cs)原子基态两个超精细能级间跃迁所产生电磁波连续振荡9, 192, 631, 770个周期所持续的时间”^[1]. 能够实现上述“秒”定义相应频率的装置称为时间频率基准装置. 从1955年第一台铯原子钟诞生, 时间频率基准装置从铯束原子钟发展到了铯原子喷泉钟, 其性能从 10^{-9} 量级提高到了 10^{-16} 量级, 在守时、导航、基础物理研究中发挥了重要的作用^[2,3]. 本文首先介绍了铯原子喷泉钟的工作原理, 对影响其性能的各项噪声源和频移项给出了分析, 总结了当前铯原子喷泉钟的研制现状, 比较了各国在提高钟性能发展的新方法和技术, 同时也总

结了铯喷泉钟的发展方向, 给出光学频率原子钟的进展.

2 铯原子喷泉钟的工作原理

铯原子钟以 $|F=4, m_F=0\rangle \rightarrow |F=3, m_F=0\rangle$ 的跃迁能级频率作为参考, 以电磁场与冷原子的 Ramsey 作用方式获得原子钟鉴频信号, 从而伺服控制晶体振荡器输出信号的频率, 获得了标准频率信号. Ramsey 作用方式是指原子依次被两个振荡场激励的方式, 原子在两个能级之间的跃迁几率为^[4]

$$P(\nu) = \frac{1}{2} \sin^2(b\tau[1 + \cos(2\pi(\nu - \nu_{\text{atom}})T)]), \quad (1)$$

其中, b 为振荡场的 Rabi 频率, τ 为振荡场与原子发生作用的时间, T 为两次激励之间的时间, ν_{atom} 为能级间的跃迁频率. 铯束原子钟在原子束飞行路径上安放两个微波谐振腔实现 Ramsey 作用, 由于两个微波谐振腔不可能完全相同, 腔内的微波腔总是存在一定相位差, 导致鉴频信号的中心偏离原

* 国家自然科学基金(批准号: 61127901, 91336101, 11074252, 11273024, 11174282)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: szhang@ntsc.ac.cn

子跃迁能级的频率, 这种腔相位差频移很难被精确测量和评定, 是限制铯束原子钟性能提高的最主要因素. 铯原子喷泉钟利用冷原子样品进行喷泉式的上升下落运行, 两次通过同一微波场, 从根本上消除了限制铯束原子钟不确定度性能的最主要因素; 同时, 受控的冷原子团的运动速度较热原子束低两个量级, 通常冷原子与电磁场相互作用时间约为 0.5 s, 跃迁谱线的线宽仅为 1 Hz, 使得铯原子钟的频率不确定度、频率稳定度性能提高了近两个量级, 成为现今的时间频率基准装置.

铯原子喷泉钟的一次完整的周期如图 1 所示, 每两个完整的周期可以实现一次频率反馈控制.

1) 冷却阶段. 在这一阶段, 通过磁光阱技术或光学黏团技术降低铯原子的热运动速度, 获得低温的冷原子团. 通过改变磁光阱或光学黏团作用的时间, 可以获得原子数目 10^5 — 10^8 量级的冷原子团, 其多普勒冷却极限温度为 124 μK , 对应的原子热运动速度为 8.8 cm/s. 2) 上抛阶段. 通过控制激光的频率参量, 使静止的原子样品获得垂直向上的速度, 飞离六束激光交汇区, 上升至最高点后自由下落, 形成原子喷泉. 上三束激光的频率减小为 $\nu_L - \Delta\nu_L$, 下三束激光的频率增加为 $\nu_L + \Delta\nu_L$, 在竖直方向上产生一个以 $v_{111} = \sqrt{3}\lambda\Delta\nu_L$ 速度运动的驻波场. 3) 偏振梯度冷却阶段. 为了获得更低温度的原子样品, 通过偏振梯度冷却, 把原子黏团降到更低的温度. 偏振梯度冷却所能达到的极限温度与激光光强成正比, 与频率失谐量成反比, 在上抛阶段结束后, 紧接着在约 1.5 ms 的时间里把激光失谐量从原来的 -10 MHz 变化为 -70 MHz, 光强依照指数的规律衰减至零. 经过偏振梯度冷

却, 原子样品能够降低到低于 2 μK 的温度. 4) 选态阶段. 处于 $|F = 4\rangle$ 态的原子经过选态腔, 与调谐在基态超精细能级 $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ 频率上的微波场相互作用, 使原子跃迁从 $|F = 4, m_F = 0\rangle$ 态跃迁到 $|F = 3, m_F = 0\rangle$ 态, 而 $|F = 4, m_F \neq 0\rangle$ 和 $|F = 3, m_F \neq 0\rangle$ 态的原子受到与基态 $|F = 4\rangle$ 到激发态 $|F' = 5\rangle$ 共振激光照射, $|F = 4, m_F \neq 0\rangle$ 态的原子偏离了竖直方向, 而留存 $|F = 3, m_F = 0\rangle$ 原子继续保持竖直运动方向向上运动, 实现了纯 $|m_F = 0\rangle$ 态的原子被选择出来. 5) 激励阶段. 经过选态阶段后, 仅有处于 $|F = 3, m_F = 0\rangle$ 态的原子到达激励腔, 受到其中的微波场作用发生能级跃迁. 随后, 原子样品继续上升至最高点, 在重力的作用下再次与激励腔的微波场发生作用, 完成一次完整的 Ramsey 跃迁过程. 6) 检测阶段. 采用原子荧光法检测微波激励跃迁的概率大小. 在谐振激光的作用下, 原子发出的荧光强度正比于原子数目, 利用跃迁到 $|F = 4, m_F = 0\rangle$ 态的原子数目与总原子数目之比, 即可获得跃迁几率. 具体过程是调谐在负失谐 $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ 能级 -2 MHz 的圆偏振驻波光束激发跃迁到 $|F = 4, m_F = 0\rangle$ 态原子, 利用荧光收集器获得原子团的飞行时间信号 S_4 ; 如同选态阶段一样, 已被检测的 $|F = 4, m_F = 0\rangle$ 态的原子用被一束与 $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ 共振的行波激光照射, 使其偏离垂直运动方向, 不再被探测. 而对余下的 $|F = 3, m_F = 0\rangle$ 态的非跃迁原子, 则利用调谐于 $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ 跃迁频率的激光把原子抽运至 $|F = 4\rangle$ 态, 再利用上述检测 $|F = 4\rangle$ 的方法获得 $|F = 3, m_F = 0\rangle$ 态原子团的飞行时间信号 S_3 .

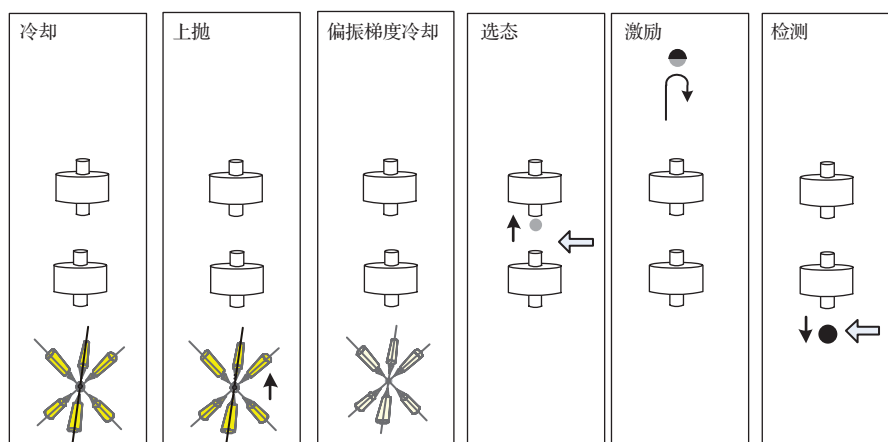


图 1 铯原子喷泉钟的工作原理

Fig. 1. Principle of operation of the atomic fountain clock.

利用归一化算法获得跃迁几率 $P = S_4 / (S_4 + S_3)$, S_4, S_3 分别是代表 $F = 4, F = 3$ 态的原子数目的荧光积分信号. 图 2 为国家授时中心铯原子喷泉钟 NTSC-F1 的 Ramsey 信号.

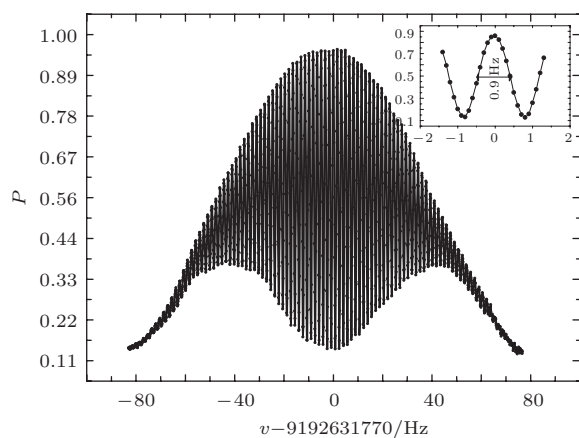


图 2 NTSC-F1 铯原子喷泉钟 Ramsey 谐振信号
Fig. 2. Measured Ramsey fringe pattern for NTSC-F1 fountain clock.

3 铯原子喷泉钟的性能

原子钟输出信号的瞬时频率 $\nu(t)$ 由 (2) 式表述:

$$\nu(t) = \nu_{\text{atom}}(1 + \varepsilon + y(t)), \quad (2)$$

其中, ν_{atom} 为无干扰的原子谐振频率, ε 为在各种物理效应所引起的原子频率的移动, 对 ε 测量的准确程度反映了原子钟的不确定度性能, $y(t)$ 是瞬时的相对频率起伏, 其方差则体现了原子钟频率的稳定度. 频率不确定度和频率稳定度是衡量原子钟性能的两个最重要的指标. 频率不确定度表征为原子钟实际输出信号与标称频率差值的符合程度, 频率稳定度标称的是某一时间段内平均频率随时间的波动程度.

3.1 频率稳定度

铯原子喷泉钟以脉冲方式工作, 频率稳定度很大程度上受到 Dick 效应的影响; 同时, 原子的跃迁几率通过探测原子的布居数获得, 原子数目的起伏也影响了钟的频率稳定度.

3.1.1 Dick 效应

本地振荡器 $1/(2T_c)$ (T_c 为钟的运行周期) 或其谐波分量的噪声分量转化为钟的低频噪声, 降

低钟的稳定度. 这一现象首先被 Dick 解释, 又称 Dick 效应 [5]. 喷泉钟频率稳定度极限

$$\sigma_{y \text{ lim}}(\tau) \approx \frac{\sigma_y^{\text{LO}}}{\sqrt{2 \ln(2)}} \left| \frac{\sin(\pi d)}{\pi d} \right| \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}, \quad (3)$$

其中, $d = T/T_c$, 表示 Ramsey 作用时间与整个喷泉钟工作周期的比值, σ_y^{LO} 为本地振荡器的频率阿仑方差. 提高铯原子喷泉钟频率稳定度最有效的方法是改善本地振荡器的相位噪声性能和缩短喷泉钟的工作周期, 这些方法都是为了减小 Dick 效应对钟频率稳定度的影响. 缩短喷泉钟的工作周期是提高冷原子团的装载率, 即不直接从铯蒸汽囚禁和冷却原子, 而是通过慢速原子束中获得冷原子实现光学黏团. 此方法不但提高了原子样品的装载速率, 可以在较短时间内获得更大数目的原子, 降低了 Dick 效应对稳定度的不利影响; 还降低了在飞行路径上背景铯原子的影响, 降低了探测信号的噪声; 可以获得密度较小的原子黏团, 从而减小冷原子碰撞频移. 法国 LNE-SYRTE-FO1, FO2 [6] 和 PTB-CsF2 [7] 的喷泉钟通过慢速原子束制备光学黏团, 其频率稳定度性能和冷原子碰撞频移不确定性均有相应提高, 中国科学院国家授时中心也采用了 2D MOT 慢速原子束装载获得光学黏团的方式 [8], 实现的束流为 2.1×10^9 atoms/s.

降低本地振荡器的噪声可以采用液氮冷却的蓝宝石振荡器来实现, 这种振荡器具有超低的相位噪声 ($-97 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2/\text{Hz} @ 1 \text{ Hz}$), 巴黎天文台的喷泉钟频率稳定度性能为 $1.6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$, 达到了量子噪声极限 [9]. 利用飞秒光梳将超稳激光的频率稳定度指标下转换为微波频率是另一种更实用的方法, PTB 实现了 9.6 GHz 的微波振荡器通过飞秒光梳锁定到超稳激光器上 [10], 短期稳定度达到了 1.2×10^{-14} . 法国巴黎天文台的 LNE-SYRTE 采用将光纤飞秒激光器锁定到超稳腔稳频激光器上 [11], 再由光梳产生铯原子喷泉钟所需要的 9.2 GHz 微波信号, 相位噪声为 $-90 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2/\text{Hz}$ (1 Hz 频偏处) 和 $-120 \text{ dB} \cdot \text{rad}^2/\text{Hz}$ (1 kHz 频偏处), 而铯原子喷泉钟的频率不稳定性达到了 $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$, 同样达到了原子喷泉钟的量子噪声极限.

中国科学院国家授时中心开展了超低相噪光生微波源的研制, 该微波源主要由超稳单频激光器和高性能飞秒光梳两部分组成. 研制的超稳单频激光器已实现运行工作, 秒级频率稳定度优于 2×10^{-15} . 研制了国内第一套带有腔内 EOM 的掺铒光纤光梳系统, 实现了宽带重复频

率 f_r 控制^[12], 频率控制精度为 $< 1 \times 10^{-16}/\text{s}$ 和 $< 2 \times 10^{-20}/10000 \text{ s}$, 对应时间抖动在阿秒量级. 系统的频率控制带宽、频率控制稳定度、可靠运行能力(连续运行时间 $> 7 \text{ d}$)、载波相位包络偏频 CEO 探测信号噪声比($> 40 \text{ dB}@1 \text{ MHz res}$)等主要指标均达到了国外领先水平.

3.1.2 探测激光的频率和强度噪声

铯原子喷泉钟的能级布居数通过探测共振荧光强度来获得, 而荧光强度不但与被探测原子团的数目成正比, 而且与激光的频率、强度存在一定的函数关系. Leveque 等^[13] 详细分析了激光频率、强度噪声对钟频率稳定度的影响. 结果认为对于下落速度为 3.54 m/s 冷原子黏团, 应用频率失谐 $\Gamma/2$ (Γ 为原子的自然线宽), 频率噪声 $10^6 \text{ Hz}^2/\text{Hz}@1 \text{ Hz}$ 和强度噪声 $10^{-8}/\text{Hz}@1 \text{ Hz}$ 的探测激光, 噪声对喷泉钟的频率稳定度影响分别为 6.4×10^{-14} , 6.7×10^{-16} .

降低激光器频率噪声的方法是采用新型外腔结构的半导体激光器, 相比于通常的 Littrow 结构和 Littman 结构的光栅外腔半导体激光器, 采用干涉滤光片选模、“猫眼”结构外腔压窄线宽具有更好的机械稳定性, 能更好地抑制 1 Hz 处激光的频率噪声. 这一新型结构的激光器也被选为工作国际空间站 (ISS) 的冷铯原子空间钟的光源^[14]. 国家授时中心也进行了这一激光器的研制^[15], 其 3 dB 洛仑兹和高斯线宽分别为 112.5 和 57 kHz , 也应用在铯原子喷泉钟 NTSC-F1.

3.2 频率不确定度

频率不确定度表征频标的输出频率与其标称频率的符合程度. 而所谓的标称频率即是“秒”单位中所定义的频率, 为海平面上的无干扰下 ^{133}Cs 原子基态两个超精细能级之间的跃迁频率 9192631770 Hz . 对于基准频标而言, 是通过自身评定的方法来获得其不确定度指标. 通过对所有可能引起输出频率偏离定义值的所有误差源进行精确测量, 获得每项误差源引起的与定义频率 9192631770 Hz 的偏移量 Δf_i , 并且评定测量各项偏移量的不确定度 u_i , 利用平方和的方法合成为总的 uncertainty, 以总的 uncertainty $\sqrt{\sum u_i^2}$ 来表征基准频标的准确度性能. 所以, 基准频标的输出频率 $f = f_0 + \sum \Delta f_i \pm \sqrt{\sum u_i^2}$, 其中 f_0 为定义频率. 通常用相对 uncertainty $\sqrt{\sum u_i^2}/f_0$ 来描述基准频标

的不确定度. 基准频标的不确定度虽然是通过自身评定的方式获得的, 但是评定的可信度却可以通过两台同类型的基准频标比对来评估. 两台独立的基准装置比对之前通过自身评定给出了各自偏离定义频率的量值和 uncertainty: Δv_A , u_A 和 Δv_B , u_B , 直接比对得到的频差为 Δv_{AB} , 若该频差值处在 $\Delta v_A - \Delta v_B \pm \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$ 的区间内, 则可以认为自我评定的方法是合理的. 不同地点的喷泉钟可通过卫星双向或光纤进行频率比对验证其性能指标^[16].

从铯原子喷泉钟的工作原理可以看出, 铯喷泉钟以冷原子样品为鉴频介质, 通过原子样品上抛、自由下落两次与微波场相互作用的方式获得误差控制信号, 伺服控制晶体振荡器信号的频率在冷原子样品的谐振频率上. 冷原子样品的谐振频率与“秒”单位所定义的频率值并不相等, 在外部环境(如引力场、电磁场等)作用和内部原子相互作用下(如碰撞), 原子样品的跃迁频率偏离了定义值, 这些偏离量称为“频移”. 对铯原子喷泉钟进行准确度评定, 需要全面研究所有可能的干扰效应和频移机制, 对各种频移从理论上加以估算、从实验上加以测量, 其测量的 uncertainty 反映了对频移机制的认识深度和测试水平. 在 10^{-16} 量级水平, 限制喷泉钟钟 uncertainty 性能主要误差源有四项.

3.2.1 黑体辐射频移

降低原子环境温度可以显著减小黑体辐射频移的影响及其敏感性, 因此, 减小黑体辐射频移 uncertainty 最有效的方法可以通过降低原子飞行路径周围的温度来实现. 美国标准与技术研究院 (NIST) 和意大利计量院 (INRIM) 把喷泉钟的激励微波腔及漂移区放置在液氮的环境下^[17,18], 对应的工作温度为 80 K , 温度敏感系数为 $5 \times 10^{-18}/\text{K}$, 对应的黑体辐射频移为 0.87×10^{-16} , uncertainty 为 5×10^{-18} , 主要是原子飞行路径上温度不均匀引起的.

3.2.2 冷原子碰撞频移

冷原子碰撞频移是影响喷泉钟 uncertainty 的主要误差项, 各国都在发展新方法和技术减小冷原子碰撞频移及其 uncertainty. 通常有两种方法来实现这一目标: 一是减小冷原子碰撞频移; 另一种方法是保持冷原子碰撞频移稳定, 精确测量其频移量. NPL 研制的喷泉钟 NPL-CsF2^[19] 采用前一种方法, 通过制备体积

较小 (0.3 mm^3)、温度较低 ($1 \text{ } \mu\text{K}$) 的冷原子团, 调整馈入激励腔的微波偏离通常的 $\pi/2$ 功率处获得 $|F=4, m_F=0\rangle$ 态、 $|F=3, m_F=0\rangle$ 态数目不等的原子团. 在此量子态下, 原子团中 $|F=4, m_F=0\rangle$ 态、 $|F=3, m_F=0\rangle$ 态的原子具有符号相反的碰撞系数, 总体冷原子碰撞频移为零. 巴黎天文台 [20] 采用绝热跃迁技术精确测量冷原子碰撞频移. 绝热跃迁技术是指在绝热条件下利用电磁场或光场实现量子态之间跃迁, 制备出密度和原子数均严格成倍数关系的不同原子样品. 在绝热条件下, 原子样品的速度分布、位置和碰撞能量没有改变, 避免了通过改变装载时间、选态腔微波功率测量碰撞频移带来的较大的不确定度. 并且, 这种方法对于实验参数 (如原子样品的形状大小、温度和馈入选态腔的微波功率) 不敏感, 可以稳定地产生成倍数关系的不同密度的原子样品, 从而在 10^{-16} 量级精确测量碰撞频移和腔牵引频移.

3.2.3 腔相位分布频移

由于微波腔中电磁场存在相位空间分布, 当不断膨胀的原子样品两次与不同相位的微波场相互作用时, 原子钟输出频率发生移动, 即腔相位频移, 是影响钟准确度性能的主要误差源之一. 根据 Li 和 Gibble [21] 发展的激励腔相位分布理论, 腔相位分布可以展开为一系列傅里叶分量来描述. 其中低阶项起主要作用, 一阶项表征的是微波能量从腔中截面放射状流向端盖产生的相位差, 二阶项表征的是微波能量从馈入端流向激励腔侧壁产生的相位差, 三阶项表征的是两端馈入源相互流动的能量四极化分量. 在实验中, 可以通过改变双端馈入激励腔的功率、相位以及喷泉钟的倾斜角来验证理论模型的正确性, 从而获得在正常工作条件下铯喷泉钟的腔相位频移不确定度. 减小这一频

移的另一方法是采用相位分布均匀的新型微波腔. NPL CSF3 [22], KRISS F1 [23] 采用了椭球型的微波腔, 在中截面上, 4 个矩形波导通过 8 个圆孔馈入微波, 通过独立调节馈入微波的强度和相位, 减小二阶项; 而 8 个馈入孔偏离中截面馈入减小了一阶项, 圆锥形的截止波导减小了三阶项, 综合上述激励腔的结构特点, 腔内微波场的相位梯度将降低一个量级.

3.2.4 微波泄露频移

原子与微波场以 Ramsey 方式发生相互作用, 在自由飞行阶段, 泄漏的微波与原子相互作用, 引起钟输出频率移动. 在飞行阶段通过无相位突变地关断微波场是减小甚至消除此项频移的有效方法. 法国巴黎天文台研制的微波开关采用 Mach-Zehnder 干涉仪结构 [24], 应用干涉相消原理, 利用另一路相位相反的微波信号实现关断, 关断该路信号实现微波信号的开启, 利用该技术可实现微波信号的完全关断, 并且不引起相位突变, 其不确定度为 0.5×10^{-16} . 国家授时中心也采用了 Mach-Zehnder 开关来消除微波泄露频移, 此开关控制与 8.9 GHz 信号混频的 200 MHz 信号, 从而实现 9.2 GHz 信号无相位突变的开关. 在关断 9.2 GHz 信号的同时, 使微波频率偏离原子跃迁谱线 200 MHz , 使得微波泄露频率显著降低.

3.2.5 各主要时间频率实验室铯原子喷泉钟性能

表 1 给出了各主要时间频率实验室铯原子喷泉钟的性能分析, 列出了各主要频率项评定的不确定度. 国际上频率稳定度最高的铯原子喷泉钟为法国 LNE-SYRTE 实验室研制的, 指标为 $1.6 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$, 图 3(a) 为其阿仑方差图; 频率不确定度最高的是美国标准与技术研究所研制的, 指

表 1 主要时间频率实验室的铯原子喷泉钟性能 (10^{-16})

Table 1. Performance of cesium fountain clock in leading time frequency laboratory.

频移不确定度项	LNE-SYRTE-FO2 [25]	NIST-F2 [26]	PTB-CSF2 [27]	IT-CsF2 [28]	NPL-CsF2 [29]	NIM5 [30]	NTSC-F1
二阶塞曼频移	0.4	0.2	0.6	0.8	0.8	2.0	3.1
引力红移	0.6	0.3	0.06	1.0	0.5	1.0	1.0
冷原子碰撞频移	1.2	0.2	3.4	1.3	0.4	2.0	40
黑体辐射频移	0.6	0.05	0.57	0.12	1.1	1	3
腔相位频移	0.9	0.3	1.3	0.2	1.1	4	5
微波泄露频移	0.7	0.8	1.0	1.5	0.6	12	5
频率总不确定度	2.1	1.1	4.4	2.3	2.0	16	41
秒级频率稳定度	160	1700	1600	2000	1700	3000	2000
日频率稳定度	2.0	3.0	9.0	8.0	15	40	42

标为 2.1×10^{-16} . 在国内, 中国计量研究院研制的铯原子喷泉钟频率稳定度为 $3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$, 频率不确定度为 1.6×10^{-15} . 国家授时中心研制的铯原子喷泉钟频率稳定度为 $2 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$, 图 3(b) 为其阿仑方差图, 初步评定的频率不确定度为 4.3×10^{-15} , 其连续运行 10 d 以上, 具有国家先进性.

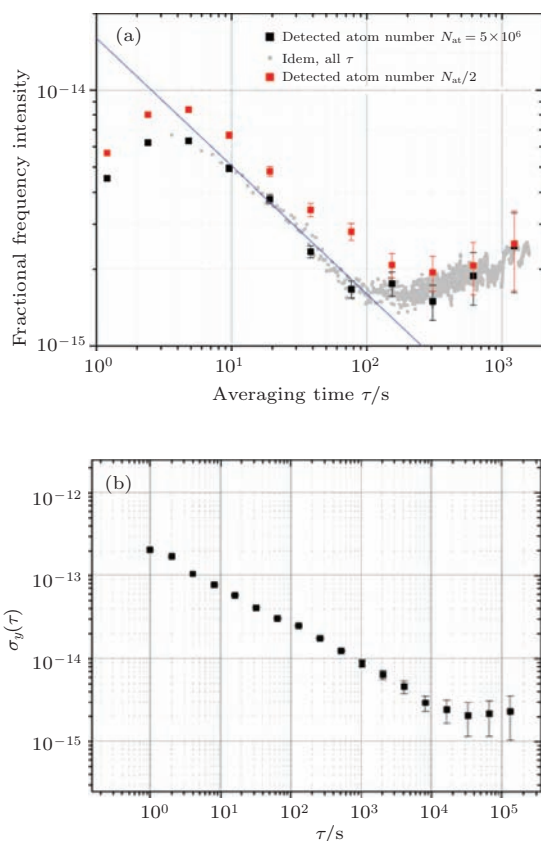


图3 铯原子喷泉钟频率稳定度 (a) LNE-SYRTE-FO2 [25]; (b) NTSC-F1

Fig. 3. Allen deviation of cesium fountain clock frequency stability: (a) LNE-SYRTE-FO2 [25]; (b) NTSC-F1.

4 铯原子喷泉钟的应用

4.1 标准时间的产生和保持

现行通用标准时间称为协调世界时 UTC. 国际计量局 BIPM 利用全世界的 74 个守时实验室, 逾 400 台连续运转的守时原子钟产生的时间频率信号数据, 采用 ALGOS 计算方法经加权平均得到稳定的时间尺度, 即自由原子时 EAL, 自由原子时 EAL 再经过 14 台基准钟 (11 台铯原子喷泉钟、3 台铯束原子钟) 校准后, 给出既稳定又准确的时间尺度——国际原子时 TAI. 为了保持天文时与原子时的统一, 当原子时与世界时 UT1 时刻差接近 0.9

后, 对协调世界时实施一个整秒的加减调整 (闰秒). 铯原子喷泉钟在整个标准时间产生过程中保证了产生的时间间隔符合“秒”定义.

4.2 基础物理研究

利用铯原子喷泉钟可以提高物理常数 (里德堡常数 R_∞ 、朗德因子 g 等) 的测量准确度. 德国 Hansch 小组 [31] 应用法国铯原子喷泉钟 LNE-SYRTE-FOM, 通过测量氢原子 1S—2S 跃迁谱线频率, 实现了对 R_∞ 的精密测量, 不确定度为精度 6.6×10^{-12} , 因此, R_∞ 是测量不确定度最高的物理常数之一 [32].

利用铯原子喷泉钟可以对现代物理的基本理论进行研究. 大统一理论 [33] 以及类星体吸收谱测量结果 [34] 认为精细结构常数是变化的, 而广义相对论则认为精细结构常数不随时间变化, 利用铯原子与铷原子喷泉钟 [35,36] 或氢钟 [37] 输出的高稳定性和准确度的频率信号进行长时间比对, 可以检验精细结构常数是否随时间变化. 利用喷泉钟测量铯原子磁敏能级, 可以验证洛伦兹不变性 [36,38], 进而对相对论进行验证. 应用铯原子喷泉钟, 可以对相关物理现象进行研究. 如通过在原子喷泉区设置不同的温度, 研究黑体辐射现象 [39]; 通过改变上抛原子团的密度与钟输出频率的关系, 研究冷原子碰撞的规律 [40]; 通过制备不同量子态的铯原子团, 研究与量子态相关的 Feshbach 共振现象和规律 [41].

5 时间频率基准钟的发展

铯原子喷泉钟的鉴频线宽反比于原子与微波的作用时间, 而在重力作用下, 在微波激励腔上方的自由飞行时间正比于上抛高度的方根. 也就是说, 要增加自由飞行时间, 必须按平方关系增大上抛高度, 要达到 0.1 Hz 线宽, 则上抛高度须为 31 m, 这样庞大的系统在地面上是无法实现的. 而在微重力环境下, 则可以通过降低冷原子团的运动速度, 增加冷原子团在两个微波激励腔的飞行时间, 获得更窄线宽的鉴频信号, 从而实现不确定度在 10^{-16} 的空间铯原子钟, 在更高精度上验证广义相对论. 欧空局 (ESA) 开展了微重力冷原子铯钟的研制, 目前了完成了飞行阶段的测试, 计划在 2016 年发射到国际空间站运行, 拟定的目标为频率稳定度 $1.0 \times 10^{-13}/s$, 不确定为 1.0×10^{-16} , 以更高精

度验证引力红移, 光速各向均匀性, 精细结构常数变化等^[14]. 中国科学院上海光学精密机械研究所开展了空间冷原子铷钟的研制. 中国科学院国家授时中心也开展着将运行于中国空间站实验舱2、为相关基础研究提供实验平台的高性能原子钟系统和时间频率传递系统.

近年来, 应用原子或离子很窄的光学频率跃迁谱线实现的光钟取得了飞速发展, 其中原子光钟的稳定度和不确定度都达到了 10^{-18} 量级, 是目前国际上研究最多、发展潜力更大的前瞻性原子钟, 将用来对目前基于铯原子跃迁谱线定义的时间单位“秒”重新定义和复现.

2013 年, 美国 NIST 的小组实现了镱原子光钟^[42], 频率稳定度达到了 $1.6 \times 10^{-18}/25000$ s. 2014 年, 美国 JILA 的 Ye 小组^[43,44]通过减小原子碰撞频移和黑体辐射频移, 实现频率不确定度为 6.4×10^{-18} , 频率稳定度 $2.0 \times 10^{-18}/10000$ s 的锶原子光钟. 2015 年, 日本 Tokyo 大学的 Katori 小组^[45]利用超低温技术和光晶格转移技术来减小锶原子光钟黑体辐射频移, 实现频率不确定度 1.0×10^{-18} , 频率稳定度 $2.3 \times 10^{-18}/6000$ s 的锶原子光钟.

在离子光钟方面, 2010 年美国 NIST 的研究小组实现的两台 Al 离子光钟^[46], 频率不确定度为 8.6×10^{-18} , 频率稳定度达为 $2.8 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$. 2013 年中国科学院武汉物理与数学研究所应用 $^{40}\text{Ca}^+$ 实现了完整的光钟装置^[47], 其他可以用来实现光钟的离子还有 $^{171}\text{Yb}^+$, $^{199}\text{Hg}^+$, $^{138}\text{Ba}^+$, $^{115}\text{In}^+$. 北京大学研究人员创新地提出了主动型光钟的设计思想^[48,49].

6 结束语

时间频率基准装置——铯原子喷泉钟, 在标准时间产生和基础物理研究中发挥着重要的作用. 提高喷泉钟频率稳定度性能的主要手段包括两个方面: 一是应用 2D-MOT 原子束技术减小冷原子的装载时间, 应用超稳激光产生低相噪微波激励源, 进而减小 Dick 效应的影响; 二是应用合理参数的低噪声激光源减小原子跃迁几率的探测噪声. 提高喷泉钟频率不确定度性能的主要手段包括四个方面: 一是降低原子环境温度从而减小黑体辐射频移影响; 二是通过调节原子态分布减小冷原子碰撞频移; 三是应用相位分布均匀的微波腔减小腔相位

频移; 四是应用高隔离度微波开关减小微波泄漏频移. 目前, 铯原子喷泉钟的性能已经接近极限, 为进一步提高冷原子微波钟性能, 科学家利用空间站的微重力环境, 在研制着空间冷原子钟. 提高喷泉钟的连续运行能力也是一个努力方向. 光学频率原子钟的频率稳定度性能和频率不确定度性能均优于喷泉钟 2—3 个量级, 将来一定会取代铯原子基准钟重新定义和复现时间单位“秒”长.

参考文献

- [1] Bureau International des Poids et Mesures *The International System of Units (SI)* (8th ed.) p113
- [2] Wang Z B, Zhao L, Wang S G, et al. 2014 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **57** 1788
- [3] Li H J, Tang G F, He F, et al. 2013 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **56** 1591
- [4] Ramsey N F 1950 *Phys. Rev.* **78** 695
- [5] Dick G J 1987 *Proc. 19th Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting* Redondo Beach, USA, 1987 p133
- [6] Guéna J, Rosenbusch P, Laurent P, et al. 2012 *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **57** 647
- [7] Gerginov T V, Nemitz N, Griebisch D, Kazda M, Li R, Gibble K, Wynands R, Weyers S 2010 *24th European Frequency and Time Forum* Noordwijk, Netherlands, 13-16 April, 2010 p222
- [8] Wu C J, Ruan J, Chen J, Zhang H, Zhang S G 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 063201 (in Chinese) [吴长江, 阮军, 陈江, 张辉, 张首刚 2013 物理学报 **62** 063201]
- [9] Chambon D, Lours M, Chapelet F, Bize S, Tobar M E, Clairon A, Santarelli G 2007 *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* **54** 729
- [10] Lipphardt B, Grosche G, Sterr U, Tamm C, Weyers S, Schnatz H 2009 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **58** 1258
- [11] Millo J, Abgrall M, Lours M, English E M L, Jiang H, Guéna J, Clairon A, Tobar M E, Bize S, Coq Y L, Santarelli G 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 141105
- [12] Zhang Y Y, Yan L L, Zhao W Y, Meng S, Fan S T, Zhang L, Guo W G, Zhang S G, Jiang H F 2015 *Chin. Phys. B* **24** 064209
- [13] Leveque T, Faure B, Esnault F X, Delaroche C, Massonnet D, Grosjean O, Buffe F, Torresi P, Bommer T, Pichon A, Beraud P, Lelay J P, Thomassin S, Laurent P 2015 *Rev. Sci. Instrum.* **86** 033104
- [14] Laurent P, Abgrall M, Jentsch C, et al. 2006 *Appl. Phys. B* **84** 683
- [15] Ruan J, Liu J, Ma J, Du Z J, Wu C J, Zhang S G 2010 *Chin. Opt. Lett.* **8** 300
- [16] Liu J, Gao J, Xu G J, et al. 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 120602 (in Chinese) [刘杰, 高静, 许冠军等 2015 物理学报 **64** 120602]

- [17] Levi F, Calosso C, Calonico D, *et al.* 2009 *IEEE International Frequency Control Symposium, Joint with the 22nd European Frequency and Time Forum* Besancon, France, 28 December, 2009 p769
- [18] Levi F, Calosso C, Calonico D, *et al.* 2010 *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **57** 600
- [19] Szymaniec K, Park S E, Marra G, Chałupczak W 2010 *Metrologia* **47** 363
- [20] Pereira F, Marion H, Bize S, Sortais Y, Clairon A, Salomon C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 233004
- [21] Li R, Gibble K 2010 *Metrologia* **47** 534
- [22] Gibble K, Lea S N, Szymaniec K 2015 *Conference on Precision Electromagnetic Measurements* Washington DC, America, 2012 p700
- [23] Park S E, Heo M S, Kwon T Y, *et al.* 2014 *IEEE International Frequency Control Symposium* Taipei, China, 2014, p1
- [24] Santarelli G, Governatori G, Chambon D, Lours M, Rosenbusch P, Guena J, Chapelet F, Bize S, Tobar M E, Laurent P, Potier T, Clairon A 2009 *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* **56** 1319
- [25] Guena J, Abgrall M, Rovera D, Laurent P, Chupin B, Lours M, Santarelli G, Rosenbusch P, Tobar M E, Li R, Gibble K, Clairon A, Bize S 2012 *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* **59** 391
- [26] Heavner P, Donley A, Levi F, Costanzo G, Parker E, Shirley H, Ashby N, Barlow S, Jefferts S 2014 *Metrologia* **51** 174
- [27] Gerginov V, Nemitz N, Weyers S, Schroder R, Griebisch D, Wynands R 2010 *Metrologia* **47** 65
- [28] Levi F, Calonico D, Calosso E, Godone A, Micalizio S, Costanzo A 2014 *Metrologia* **51** 270
- [29] Li R X, Gibble K, Szymaniec K 2011 *Metrologia* **48** 283
- [30] Fang F, Li M S, Lin P W, Chen W L, Liu N F, Lin Y G, Wang P, Liu K, Suo R, Li T C 2015 *Metrologia* **52** 454
- [31] Niering M, Holzwarth R, Reichert J, Pokasov P, Udem T H, Weitz M, Hansch T W, Lemonde P, Santarelli G, Abgrall M, Laurent P, Salomon C, Clairon A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5496
- [32] Mohr P J, Taylor B N, Newell D B 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1527
- [33] Dirac P A M 1937 *Nature* **139** 323
- [34] Srianand R, Chand H, Petitjean P, Aracil B 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 121302
- [35] Bize S, Wolf P, Abgrall M, Cacciapuoti L, Clairon A, Grunert J, Laurent Ph, Lemonde P, Luiten A N, Maksimovic I, Mandache C, Marion H, Pereira Dos Santos F, Rosenbusch P, Salomon C, Santarelli G, Sortais Y, Tobar M E, Vian C, Zhang S 2004 *Lect. Notes Phys.* **648** 189
- [36] Marion H, Pereira Dos Santos F, Abgrall M, Zhang S, Sortais Y, Bize S, Maksimovic I, Calonico D, Grunert J, Mandache C, Lemonde P, Santarelli G, Laurent P H, Clairon A, Salomon C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 150801
- [37] Ashby N, Heavner T P, Jefferts S R, Parker T E, Radnaev A G, Dudin Y O 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 070802
- [38] Wolf P, Chapelet F, Bize S, Clairon A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 060801
- [39] Zhang S 2004 *Ph. D. Dissertation* (Paris: Université de Paris VI)
- [40] Sortais Y, Bize S, Nicolas C, Clairon A, Salomon C, Williams C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3117
- [41] Marion H, Bize S, Cacciapuoti L, *et al.* 2004 *18th European Frequency and Time Forum* Guildford, England, 2004 p49
- [42] Hinkle N, Sherman J A, Phillips N B, Chioppo M S, Lemke N D, Beloy K, Pizzocaro M, Oates C W, Ludlow A D 2013 *Science* **341** 1215
- [43] Hagemann C, Grebing C, Lisdat C, Falke S, Legero T, Sterr U, Riehle F, Michael J, Martin, Ye J 2014 *Opt. Lett.* **39** 5102
- [44] Bloom B J, Nicholson T L, Williams J R, Campbell S L, Bishof M, Zhang X, Zhang W, Bromley S L, Ye J 2014 *Nature* **506** 71
- [45] Ushijima I, Takamoto M, Das M, Ohkubo T, Katori H 2015 *Nat. Photon.* **9** 185
- [46] Chou C W, Hume D B, Koelemeij J C J, Wineland D J, Rosenband T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 070802
- [47] Gao K L 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 853
- [48] Zhang T G, Wang Y F, Zang X R, *et al.* 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2033
- [49] Wang Y F, Wang D Y, Zhang T G, *et al.* 2013 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **56** 1107

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Progress towards primary frequency standard*

Ruan Jun Wang Ye-Bing Chang Hong Jiang Hai-Feng Liu Tao Dong Rui-Fang
Zhang Shou-Gang[†]

(National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

(Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standard, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

(Received 11 July 2015; revised manuscript received 13 August 2015)

Abstract

The cesium fountain clock as primary frequency standard is widely used in the areas, such as time-keeping system, satellite navigation, fundamental physics research, etc. The principle of operation of cesium fountain clock is introduced. The noise source and frequency shift term are analyzed. The major noise source influencing frequency stability are cold atom loading time, microwave phase noise related to Dick effect, and detection laser frequency noise. The major frequency bias influencing frequency uncertainty is blackbody radiation frequency shift, cold atom collision frequency shift, distributed cavity phase frequency shift and microwave leakage frequency shift. The key technique to achieve high-performance cesium fountain clock is summarized. The application of cesium fountain clock is presented. The status of space cesium clock and future primary frequency standard of optical clock are shown.

Keywords: cesium fountain clock, frequency stability, frequency uncertainty, optical clock

PACS: 03.75.Dg, 32.70.Jz, 07.77.Gx, 06.30.Ft

DOI: 10.7498/aps.64.160308

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61127901, 91336101, 11074252, 11273024, 11174282).

[†] Corresponding author. E-mail: szhang@ntsc.ac.cn

基于里德堡原子的电场测量

黄巍 梁振涛 杜炎雄 颜辉 朱诗亮

Rydberg-atom-based electrometry

Huang Wei Liang Zhen-Tao Du Yan-Xiong Yan Hui Zhu Shi-Liang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160702 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

不同波长下氩原子高阶阈上电离的类共振增强结构

Resonance-like enhancement in high-order above-threshold ionization of argon at different wavelengths

物理学报.2015, 64(14): 143201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.143201>

高频激光脉冲作用下原子的光子和光电子发射

Photon and photoelectron emission of the atom under the action of high-frequency laser pulse

物理学报.2015, 64(4): 043201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.043201>

两束同色激光场和中红外场驱动氦原子在等离激元中产生的单个阿秒脉冲

Single isolated attosecond pulse generated by helium atom exposed to the two laser pulses with the same color and midinfrared intense laser pulse in the plasmon

物理学报.2014, 63(20): 203201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.203201>

μ 介子氢原子在双色激光场驱动下产生单个阿秒脉冲

Single zeptosecond pulse generation from muonic atoms under two-color XUV fields

物理学报.2014, 63(7): 073201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.073201>

一种宽温双光谱红外搜索跟踪系统的设计

Design of an infrared dual-band search and tracking system operating in widen temperature range

物理学报.2013, 62(9): 090702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090702>

专题: 量子精密计量与操控

基于里德堡原子的电场测量*

黄巍¹⁾ 梁振涛¹⁾ 杜炎雄¹⁾ 颜辉^{1)†} 朱诗亮^{1)2)‡}

1)(华南师范大学物理与电信工程学院, 广东省量子调控工程与材料重点实验室, 广州 510006)

2)(南京大学物理学院, 固体微结构物理国家重点实验室, 南京 210093)

(2015年3月11日收到; 2015年5月12日收到修改稿)

里德堡原子具有大的极化率、低的场电离阈值和大的电偶极矩, 对外部电磁场十分敏感, 可以用来测量电场强度特别是微波电场的强度. 利用里德堡原子的量子干涉效应(电磁诱导透明和 Autler-Townes 效应)测量微波电场强度的灵敏度远高于传统采用偶极天线测量微波电场的灵敏度. 此外, 里德堡原子电场计可以溯源到标准物理量, 不需要额外校准; 采用玻璃探头, 对待测电场干扰少; 灵敏度也不依赖于探头的物理尺寸. 同时, 该电场计还可以实现对微波电场的偏振方向的测量, 实现亚波长和近场区域电场成像与测量. 通过选择不同的里德堡能级, 可以实现 1—500 GHz 超宽频段范围内微波电场强度的测量. 主要综述基于里德堡原子的电场精密测量研究, 详细介绍了里德堡原子电场计的原理与实验进展, 并简单讨论了其发展方向.

关键词: 里德堡原子, 电场计, 电磁诱导透明, Autler-Townes 效应

PACS: 07.50.Ls, 32.80.Rm, 42.62.Fi, 37.10.De

DOI: 10.7498/aps.64.160702

1 引言

由于原子体系具有可重复、精确和稳定等优点, 基于原子体系已经建立了多种测量标准并发展了多种测量技术, 例如, 测量原子跃迁频率用作时间和长度的标准, 原子钟的测量精度已经优于 10^{-14} [1]; 在磁场测量方面也取得了惊人的进步, 目前原子磁力计的灵敏度已经达到 $\text{fT Hz}^{-1/2}$ [2–6]; 同时, 基于原子体系的电场测量, 特别是微波电场测量技术也得到了迅速发展. 这些新技术已经在基本物理常数的测量甚至全球定位系统中得到了广泛应用. 电场的精确测量有很多重要的应用, 如精确地测量微波电场可以用来稳定微波源的幅度, 从而可以精确测定固体材料在微波波段的光学性质.

代表性的工作包括“原子蜡烛”, 一种将电场强度稳定到原子拉比频率的系统 [7,8]. 对于 K 波段的微波电场测量, 则在高分辨率的天气雷达和卫星通信方面有着重要应用; 同时, 微波电场测量还可以应用到生物医学方面的小尺度生物成像.

一直以来, 测量微波电场均采用偶极天线, 如图 1 所示. 这种传统的方法有很多不足之处 [9]: 1) 需要校准, 为了校准一个探头, 需要将这个探头放在一个已知场强的电场里, 但是要知道这个已知电场的大小又需要用到一个被校准过的探头; 2) 测量微波电场时, 探头的长度一般要小于微波波长, 探头的灵敏度受限于偶极子的长度; 3) 金属探头会对待测电场产生干扰; 4) 能探测到的最小电场强度约为 1 mV/cm , 但不确定度很大, 通常用于探测 $5\text{—}10 \text{ mV/cm}$ 量级的电场. 除了偶极探头外, 也有

* 国家自然科学基金(批准号: 11474107, 11125417)、广东省自然科学基金杰出青年基金(批准号: 2014A030306012)、广东省高等学校优秀青年教师培养计划(批准号: Yq2013050)、广州市珠江科技新星(批准号: 2014010)、教育部长江学者创新团队(批准号: IRT1243)、广东省普通高校毕业生创新人才项目、华南师范大学青年教师科研培育基金(批准号: 14KJ04)和华南师范大学研究生科研创新基金(批准号: 2014ssxm12)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yanhui@scnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: slzhunju@163.com

用非线性材料制作的电场探头,这种类型的探头灵敏度一般为 0.1 mV/cm 左右,但也需要校准,同时也会干扰待测电场. 最近几年发展起来的里德堡原子量子干涉电场计可用于测量频率 $1\text{--}500\text{ GHz}$ 的微波电场,实验探测的最小电场强度为 $8\text{ }\mu\text{V/cm}$,并有可能探测到小于 100 nV/cm 的电场^[10]. 这种原子电场计可溯源到基本物理量,即用原子参数进行自校准. 而且,由于使用的探头是玻璃泡原子气体,对待测电场产生的干扰很小. 特别是可以用来校准目前没有办法测量的毫米波和亚太赫兹波^[9,11].



图1 常规偶极探头^[9]

Fig. 1. Common type of dipole probe^[9].

2 用里德堡原子测量静电场

主量子数为 n 的里德堡原子极化率正比于 n^7 , 场电离的电场强度阈值正比于 n^{-4} ^[12]. 因此, 处于里德堡态的原子对电场非常敏感, 通过微波^[13,14]或激光^[15,16]谱线来测量里德堡原子能级移动, 从而可以测出微弱静电场的大小. 目前能测到的最小静电场强度为 $\pm 20\text{ }\mu\text{V/cm}$ ^[13], 该实验用氪原子高里德堡态的真空紫外线-毫米波双共振谱来测量里德堡态的Stark位移. 图2是氪原子 $n = 91$, 直流偏置电压为 $0\text{--}44\text{ mV}$ 时测量到的Stark谱.

用原子芯片操控的冷原子里德堡态的Stark效应, 则可以测量金属电介质表面附近的电场^[14]. 其测量方法是先利用磁光阱冷却并囚禁中性原子, 然后关闭四极磁场, 将原子释放并同时激发到高里德堡态(如 $36\text{S}_{1/2}$). 同时改变偏置电极板的电场强度, 当偏置电场与周围平均电场抵消时, 里德堡原子信号出现极大值. 测量结果如图3所示, 在距离金属电介质表面不同的位置, 抵消周围平均电场所需的偏置电场强度也发生变化. 由于原子芯片附近电场的均匀性, 不可能在所有位置都完全抵消掉周围电场, 该方法测量电场的精确度受电场不均匀

性以及电场强度随时间变化等因素的影响, 实际测量的不确定度能够达到 0.15 V/cm .

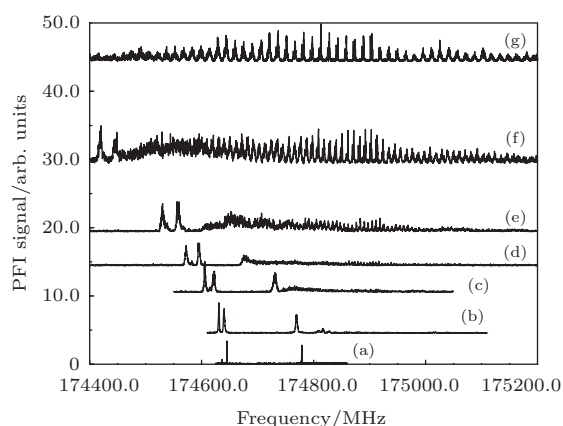


图2 氪原子 $n = 91$ 时用真空紫外线-毫米波双共振激发方法得到的Stark谱^[13]. 电场强度分别为: (a) 0 mV/cm ; (b) 4.65 mV/cm ; (c) 10.57 mV/cm ; (d) 14.53 mV/cm ; (e) 19.43 mV/cm ; (f) 29.45 mV/cm ; (g) 44.43 mV/cm .

Fig. 2. Stark spectra of krypton at $n = 91$ recorded following vuv-millimeter wave double-resonance excitation^[13]. The value of the applied electric field: (a) 0 mV/cm ; (b) 4.65 mV/cm ; (c) 10.57 mV/cm ; (d) 14.53 mV/cm ; (e) 19.43 mV/cm ; (f) 29.45 mV/cm ; (g) 44.43 mV/cm .

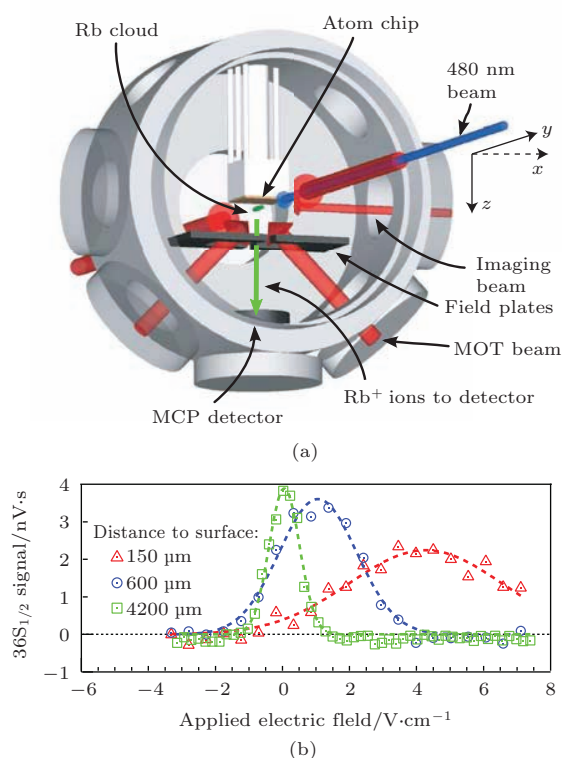


图3 冷原子里德堡态Stark效应测量金属电介质表面附近电场实验装置和测量得到的里德堡信号与偏置电场强度、表面位置的关系^[14].

Fig. 3. Electric-field sensing near the surface microstructure of an atom chip using cold Rydberg atoms, set-up and the Rydberg excitation spectra^[14].

国内的一些研究组也在静电场对里德堡原子的 Stark 效应方面做了很多的研究,例如测量了钡原子高激发里德堡态的 Stark 谱,以及氢原子和铯原子的里德堡态受电场作用 Stark 效应的影响^[17-22]. 这种用里德堡原子 Stark 效应测量静电场的方法虽然能够达到 $\pm 20 \mu\text{V}/\text{cm}$ 的精确度,但是由于探测里德堡原子时需要采用场电离的方式,场电离后原子的里德堡态已经被破坏,因此无法做到连续测量. 而且一般来说,场电离探测里德堡原子的系统比较复杂,占用空间较大,很难小型化.

3 用里德堡原子的电磁诱导透明和 Autler-Townes 效应测量微波电场

里德堡原子不但可以用来测量静电场,还可以测量微波电场. 由于里德堡原子具有较大的电偶极矩 ($\propto n^2$)^[12],因此和微弱的微波电场也能达到很高的耦合强度. 如 ^{87}Rb 原子的 $5\text{D} \rightarrow 5\text{F}$ 共振跃迁频率约为 13.9 GHz ,当微波电场强度为 $64 \mu\text{V}/\text{cm}$ (对应功率密度为 $5 \text{ fW}/\text{cm}^2$) 时,所对应的跃迁拉比频率约为 1 MHz . 最近德堡原子电磁诱导透明(EIT) 已经在原子汽室^[23]、原子束^[24]和冷原子^[25]中得到了实现. Autler-Townes (AT) 效应也被用于研究里德堡原子相互作用^[26,27]. 结合里德堡原子的电磁诱导透明和 Autler-Townes 效应来测量微波电场,不但能够进行连续测量,而且只需要使用微米量级大小的原子气体,因此可以用来实现便携式的原子微波电场计.

3.1 微波电场测量标准的提高

测量微波电场的基本概念和校准仪器依照的标准,最早由 Hertz 在 19 世纪 80 年代提出^[28]. 测量微波电场依照的标准是用标准天线和标准场的方法得到的^[29,30]. 对于高达 40 GHz 的场,用来校准的电场强度最小值约为 $1 \text{ mV}/\text{cm}$. 目前探测微波电场所依照的标准是基于光学手段测量由天线转换的电磁场,这种技术能够探测到低到 $30 \mu\text{V}/\text{cm}$ 的微波电场强度,测量的灵敏度达到 $1 \text{ mV}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$ ^[31]. 这类技术主要受限于天线的转换效率、对待测场的干扰以及带外干涉效应. 而基于里德堡原子量子干涉效应测量微波电场的方法,能够达到 $30 \mu\text{V}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$ 的灵敏度,并且能测量的最小电场为 $8 \mu\text{V}/\text{cm}$ ^[10],比传统基于天线的测量标准要好一个数量级,可作为新的微波电场测量标准.

基于里德堡原子的电场计采用的四能级系统和实验装置如图 4 所示,探测和耦合光相向传播通过一个 10 cm 长的铷泡,在没有微波场作用时,如图 4(a) 中插图的上半部分所示,是一个标准的阶梯型能级 EIT 的透射峰;当增加一微波场与邻近的里德堡原子能级共振时,透射峰出现分裂. 透射峰分裂的大小取决于耦合的微波场强,也就是对应跃迁的拉比频率 $\Omega_{\text{MW}} = \mu_{\text{MW}}E/\hbar$. 其中, E 是微波的电场幅度, μ_{MW} 是对应跃迁的电偶极矩. 理论上来说,用这种方法可以测量小于 $100 \text{ nV}/\text{cm}$ 的微波电场.

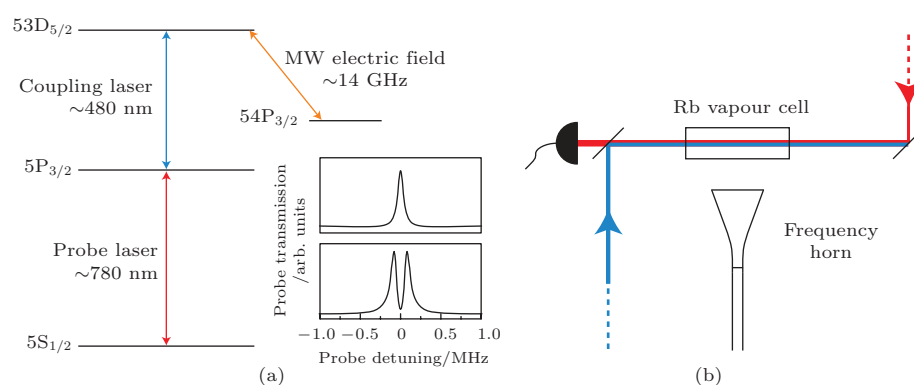


图 4 用 EIT 效应测量微波电场的能级示意图和实验装置图^[10] (a) 右边插图中的上半部分是没有微波场作用时三能级 EIT 的透射谱; 下部分是有微波场作用时, EIT 窗口出现 AT 分裂

Fig. 4. Level diagram and experimental set-up using EIT effect to measure microwave electric field^[10]. The top part of the inset of Fig. (a) shows an example EIT feature associated the three-level system without a microwave electric field, the bottom part shows an example of the bright resonance that is produced within the EIT window when a microwave electric field is present.

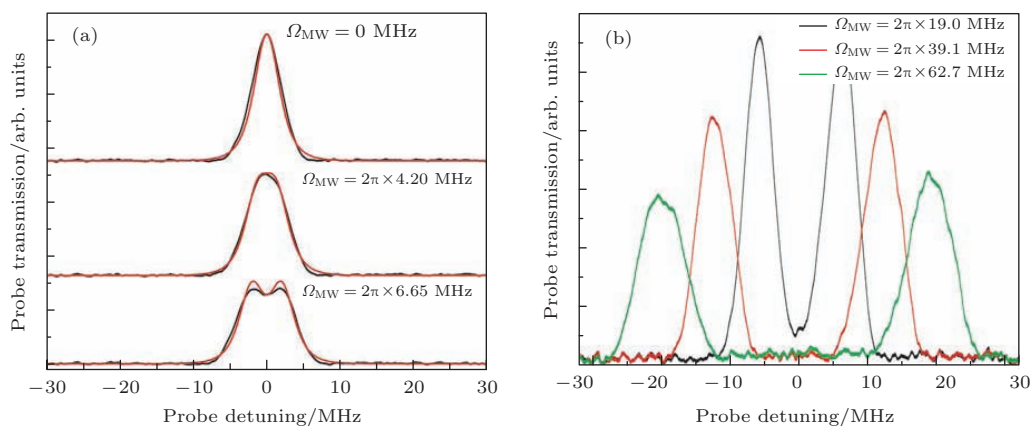


图5 三能级EIT的透射谱和由微波电场导致的AT分裂^[10] (a) 微波电场强度较低时的实验测量(黑线)和理论计算(红线)结果; (b) 微波电场强度很强时, $53D_{5/2} \rightarrow 54P_{3/2}$ 里德堡跃迁发生明显的AT分裂
Fig. 5. Three-level EIT and splitting from the microwave electric fields^[10]: (a) the experimental bright resonance dip and attenuation of the EIT transmission signal for low microwave electric field amplitudes (black) with theory curves (red); (b) Autler-Townes splitting of the $53D_{5/2} \rightarrow 54P_{3/2}$ Rydberg transition that occurs for larger microwave electric field strengths.

如图5(a)所示,当电场强度较小时,微波电场使EIT透射峰展宽同时峰值减小;逐渐增大微波电场强度, EIT透射峰出现小凹陷. 如图5(b)所示,当微波电场强度很大时,透射峰发生分裂. 这时,透射峰的分裂现象可以用 $53D_{5/2}$ 态的AT分裂来解释. 探测透射峰的线型,会受到激光线宽、渡跃时间展宽、散粒噪声以及里德堡态的衰减和退相干等因素的影响.

微波场的跃迁偶极矩要比探测光和耦合光作用的跃迁偶极矩大三个数量级. 考虑多普勒平均效应,探测光波长 $\lambda_P = 780$ nm和耦合光波长 $\lambda_C = 480$ nm, 两个分裂峰的间距为 $\lambda_C/\lambda_P \times \Omega_{MW}/(2\pi) = 0.615 \times \Omega_{MW}/(2\pi)$. 为了精确地测量微波场,必须要精确地知道探测光和耦合光的波长比. 商用实验室波长计测量波长的精度约为 10^{-8} , 因此测量探测光和耦合光的波长比的误差不会影响微波电场的测量精确度. 另一方面,可以使用比耦合光波长更长的探测光来放大AT分裂. 结合利用光学频率测量得到的AT分裂和计算得到的跃迁电偶极矩测得的微波电场强度的不确定度约为0.5%. 该方法的测量误差主要源于背景地磁场的影响、微波源的频率及强度不稳、耦合光和探测光的频率及强度不稳等因素.

这种新的利用里德堡原子的量子干涉效应(EIT和AT效应),将对微波电场的强度测量转化为透射光谱频率测量,不仅提高了微波电场的测量精度,而且因为测量过程中没有破坏原子的里德堡

态,因此可以进行连续测量. 同时,测量所需的里德堡态原子可以在原子气室中制备,原子气室可以做得很小,有利于测量设备的小型化.

3.2 微波偏振方向的测量

基于里德堡原子和量子干涉效应测量微波电场的方法也可以用来测量微波的偏振^[32]. 选用的原子能级和图4中的一样,改变探测光、耦合光和微波电场的偏振组合可以得到如图6所示的结果. 当探测光、耦合光是线偏振并且和微波电场偏振方向一致时, π 跃迁驱动系统所有的激发能级都构成一个四能级体系,这样就得到AT分裂的两个峰,如图6中黑线所示;当探测光和耦合光是 σ^+ 偏振,微波电场偏振沿 z 方向时,由于微波电场 π 跃迁不能耦合到 $54P_{3/2}$ 态,三能级激发路径占主要部分,如图6中红线所示;如果探测光和耦合光都是线偏振并相互平行,但是和微波电场的偏振方向垂直,三能级和四能级的激发路径同时起作用,结果如图6中蓝线所示. 实验中,微波场的不均匀性会使谱线增宽;小量的电离会使谱线不完全对称,为了减小电离对测量的影响,需要限制蓝光的功率.

任意方向的微波电场可以分为两部分,其中一部分耦合 $54P_{3/2}$ 态,另一部分与 $54P_{3/2}$ 态没有作用. 这两部分的相对强度取决于微波电场偏振和激光偏振方向的夹角,所以改变微波偏振方向时探测光透射谱也会随着改变. 探测光和耦合光的偏振方向是已知的,这样就可以推出微波电场的偏振方

向. 如图7所示, 微波电场矢量和激光偏振方向的夹角改变时, 探测光透射谱也会变化, 利用这种方法测量得到的夹角可以精确到 0.5° .

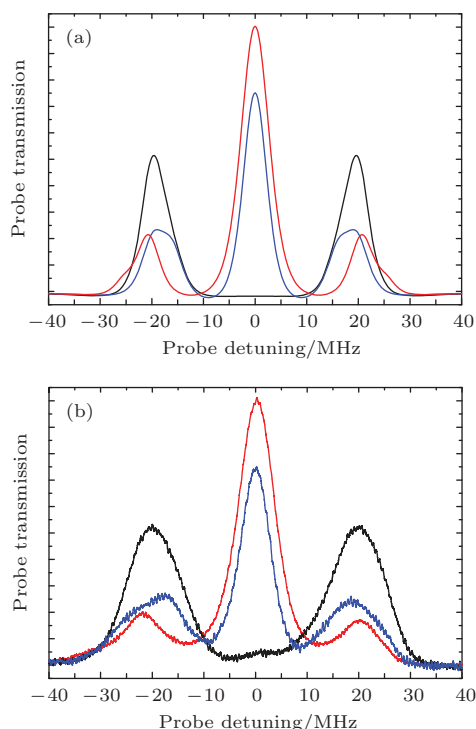


图6 微波偏振测量理论 (a) 和实验 (b) 数据 [32] 黑线表示探测光、耦合光和微波电场偏振都沿 x 方向; 蓝线表示探测光和耦合光沿 y 方向, 微波电场沿 x 方向; 红线表示探测光和耦合光是 σ^+ 偏振, 微波场沿 z 方向

Fig. 6. Theoretical (a) and experimental (b) results of microwave polarization measurement [32]: probe laser, coupling laser and microwave electric field all x polarized (black); probe laser, coupling laser y polarized, microwave electric field x polarized (blue); probe laser and coupling laser σ^+ polarized and microwave electric field z polarized (red).

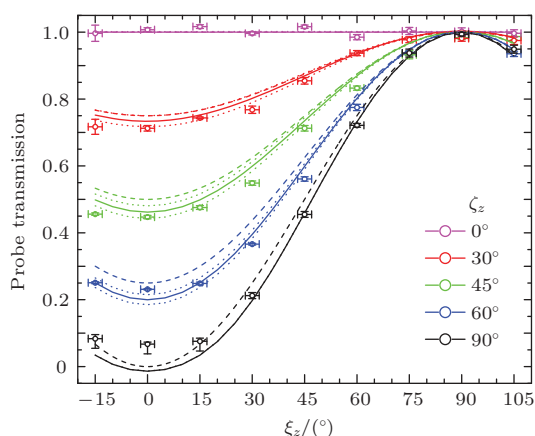


图7 探测光共振透射率与激光偏振和微波电场偏振夹角的关系 [32].

Fig. 7. Probe laser transmission on resonance for different angles between the laser polarizations and the microwave electric field vector [32].

3.3 宽带微波电场测量

传统的偶极天线通过改变物理尺寸针对某一频率微波场进行调节和优化, 基于里德堡原子的微波电场计只需要改变耦合光的波长从而改变需要的里德堡态跃迁, 就能测量不同频率的微波电场强度. 耦合光波长改变的精度决定了用哪两个里德堡态做微波电场测量; 两个里德堡态之间的能级差决定了待测微波场的频率. 通过改变耦合光波长可以将原子激发到不同的里德堡态, 实现测量很宽频率范围内的微波电场强度 [9].

如图8所示, 在 ^{85}Rb 原子四能级系统中, 耦合光波长为479.32 nm时激发到 $100D_{5/2}$ 里德堡态, 测量的微波电场与 $101P_{3/2}$ 态耦合, 频率约为2 GHz; 耦合光波长为483.60 nm时激发到 $25D_{5/2}$ 里德堡态, 测量的微波电场与 $26P_{3/2}$ 态耦合, 频率约为150 GHz. 用这种方法能够实现宽带的微波电场测量, 可以测量的微波频率范围为1—500 GHz. 实验上已经实现15—105 GHz的宽带微波测量 [9].

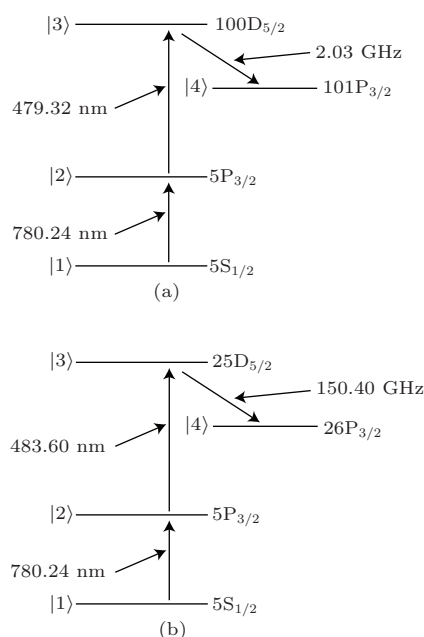


图8 ^{85}Rb 原子四能级系统 [9] (a) 测量频率为2 GHz的微波电场; (b) 测量频率为150 GHz的微波电场

Fig. 8. Four-level atomic system for ^{85}Rb : (a) 2 GHz transition, and (b) 150 GHz transition [9].

传统用偶极电极测量微波电场的方法在测量不同频段的微波电场时, 要使用尺寸不一的不同探头, 而用里德堡态原子作探头, 只需要调节耦合光波长, 比传统方法要方便很多.

3.4 微波电场亚波长成像

传统的用来测量电场的探头尺寸一般为待测微波场波长的 $1/2-1/4$, 这种探头测量到的是探头长度范围内的平均电场. 因此, 用这种探头测量特征长度小于一个波长的电场空间分布, 特别是当存在小于波长的百分之一的孔、缝隙等结构时, 会有很多问题. 而使用里德堡原子和EIT进行微波电场测量的方法, 空间分辨率能够达到 $100\text{ }\mu\text{m}$ ^[33]. 由于电场的实际感应范围由微波场、探测光和耦合光的重叠区域决定, 当激光束的直径很小时就能做到较高的空间分辨率.

图9是频率为 104.77 GHz 的微波电场在气室中的分布, 实线为理论值, 点虚线为实验测量值. 微波电场测量的空间分辨率由激光束的宽度决定, 理论上的空间分辨率受限于光学衍射极限. 这种方法可以用来对印刷电路板或一些介质表面的电场进行成像, 有着重要的应用价值.

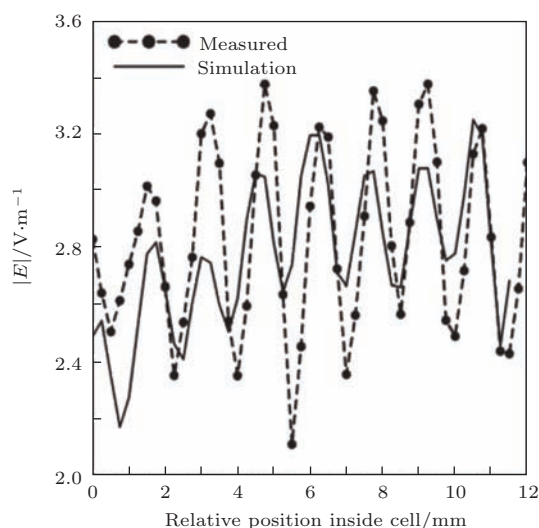


图9 微波频率为 104.77 GHz 时气室中不同位置电场强度的分布^[33]

Fig. 9. Comparison of experimental and simulated $|E|$ as a function of position inside the cell at 104.77 GHz ^[33].

4 总结和展望

里德堡原子具有大的极化率、低的场电离阈值和大的电偶极矩, 对于外部电磁场十分敏感. 利用里德堡原子的Stark效应测量静电场的精确度已经达到 $20\text{ }\mu\text{V/cm}$. 利用里德堡原子的量子干涉效应(EIT和AT分裂)测量微波电场, 理论上能够测量小到 100 nV/cm 的电场强度. 目前, 实验上已经

实现了最小值为 $8\text{ }\mu\text{V/cm}$ 的电场强度测量, 同时灵敏度为 $30\text{ }\mu\text{V}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$, 远优于传统偶极天线测量微波电场的标准. 同时里德堡原子电场计可以溯源到基本物理常数, 可以利用原子参数进行自校准, 对待测电场干扰少, 不依赖于探头的物理尺寸. 此外, 还可以测量微波电场的偏振方向, 实现亚波长电场成像. 通过选择合适的里德堡态, 可以实现 $1-500\text{ GHz}$ 宽频段的微波电场测量. 为了将微波电场计带出实验室, 真正得到广泛应用, 小型化是必然的发展趋势. 除了使用芯片式原子气室外, 可利用空心光纤取代原子气室(图10)^[9], 实验上已经实现了将空心光纤中的原子激发到里德堡态^[34].

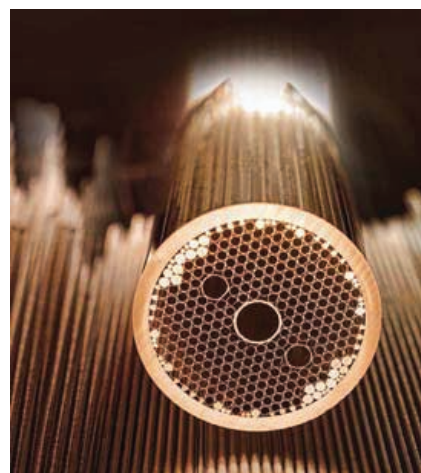


图10 基于空心光纤的原子气室^[9]

Fig. 10. Hollow-core photonic bandgap fiber based vapor cell^[9].

除了将电场强度测量转化为谱线(频率)测量外, 还可以将电场强度测量转化为相位测量^[35]. 里德堡原子可用来构造量子相位门^[36-38]; 以里德堡原子作为探头, 通过绝热通道^[39-41]、超绝热通道^[42-45]、几何相位操控^[46-54]等新兴的量子调控技术实现构成内态量子干涉仪所需的高保真度 $\pi/2$ 和 π 的门操作; 利用内态量子干涉仪测量由微波电场与里德堡态相互作用所积累的相位因子, 可以实现微波电场的测量. 相位测量可以通过实验累积来提高测量精度, 这种将强度测量转化为相位测量的方法有望进一步提高电场测量的精度.

参考文献

- [1] Hall J L 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 1279
- [2] Savukov I M, Seltzer S J, Romalis M V, Sauer K L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 063004

- [3] Balabas M V, Karaulanov T, Ledbetter M P, Budker D 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 070801
- [4] Wasilewski W, Jensen K, Krauter H, Renema J J, Balabas M V, Polzik E S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 133601
- [5] Koschorreck M, Napolitano M, Dubost B, Mitchell M W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 093602
- [6] Wang P F, Ju C Y, Shi F Z, Du J F 2103 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2920
- [7] Camparo J C 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 222
- [8] Swan-Wood T, Coffer J G, Camparo J C 2001 *IEEE Trans. Inst. Meas.* **50** 1229
- [9] Holloway C L, Gordon J A, Jefferts S, Schwarzkopf A, Anderson D A, Miller S A, Thaicharoen N, Raithel G 2014 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **62** 6169
- [10] Sedlacek J A, Schwettmann A, Kubler H, Low R, Pfau T, Shaffer J P 2012 *Nature Phys.* **8** 819
- [11] Gordon J A, Holloway C L, Schwarzkopf A, Anderson D A, Miller S A, Thaicharoen N, Raithel G 2014 *Appl. Phys. Lett.* **105** 024104
- [12] Gallagher T F 1994 *Rydberg Atoms* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [13] Osterwalder A, Merkt F 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1831
- [14] Carter J D, Cherry O, Martin J D D 2012 *Phys. Rev. A* **86** 053401
- [15] Abel R P, Carr C, Krohn U, Adams C S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023408
- [16] Bason M G, Tanasittikosol M, Sargsyan A, Mohapatra A K, Sarkisyan D, Potvliege R M, Adams C S 2010 *New J. Phys.* **12** 065015
- [17] Li B, Liu H P 2013 *Chin. Phys. B* **22** 013203
- [18] Yang H F, Gao W, Cheng H, Liu X J, Liu H P 2013 *Chin. Phys. B* **22** 013202
- [19] Li H Y, Yue D G, Liang Z Q, Yi C H, Chen J Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 203401 (in Chinese) [李红云, 岳大光, 梁志强, 伊长红, 陈建中 2013 物理学报 **62** 203401]
- [20] Wang Y, Zhang H, Chen J, Wang L M, Zhang L J, Li C Y, Zhao J M, Jia S T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 093201 (in Chinese) [王勇, 张好, 陈杰, 王丽梅, 张临杰, 李昌勇, 赵健明, 贾锁堂 2013 物理学报 **62** 093201]
- [21] Jiang L J, Zhang X Z, Jia G R, Zhang Y H, Xia L H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 013101 (in Chinese) [蒋丽娟, 张现周, 贾光瑞, 张永慧, 夏立华 2013 物理学报 **62** 013101]
- [22] Wang L M, Zhang H, Li C Y, Zhao J M, Jia S T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 013201 (in Chinese) [王丽梅, 张好, 李昌勇, 赵健明, 贾锁堂 2013 物理学报 **62** 013201]
- [23] Mohapatra A K, Jackson T R, Adams C S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 113003
- [24] Mauger S, Millen J, Jones M P A 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** F319
- [25] Weatherill K J, Pritchard J D, Abel R P, Bason M G, Mohapatra A K, Adams C S 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 201002
- [26] Autler S H, Townes C H 1955 *Phys. Rev.* **100** 703
- [27] Zhang H, Zhang L, Wang L, Bao S, Zhao J, Jia S 2014 *Phys. Rev. A* **90** 043849
- [28] Tishchenko V A, Tokatly V I, Lukyanov V I 2003 *Meas. Tech.* **46** 76
- [29] Kanda M, Orr R D 1988 *NBS Technical Note* 1319
- [30] Kanda M 1993 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **41** 1349
- [31] Kanda M 1994 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **36** 261
- [32] Sedlacek J A, Schwettmann A, Kubler H, Shaffer J P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 063001
- [33] Holloway C L, Gordon J A, Schwarzkopf A, Anderson D A, Miller S A, Thaicharoen N, Raithel G 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 244102
- [34] Epple G, Kleinbach K S, Euser T G, Joly N Y, Pfau T, Russell St P J, Low R 2014 *Nature Commun.* **5** 4132
- [35] Dolde F, Fedder H, Doherty M W, Nöbauer T, Rempp F, Balasubramanian G, Wolf T, Reinhard F, Hollenberg L C L, Jelezko F and Wrachtrup J 2011 *Nature Phys.* **7** 459
- [36] Muhammad R, Hoogerland M, Jamil Y 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2134
- [37] Sun R H, Ye M Y, Lin X M 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 1755
- [38] Feng G, Xu G, Long G L 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 190501
- [39] Bergmann K, Theuer H, Shore B W 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1003
- [40] Klein J, Beil F, Halfmann T 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 113003
- [41] Du Y X, Liang Z T, Huang W, Yan H, Zhu S L 2014 *Phys. Rev. A* **90** 023821
- [42] Berry M V 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 365303
- [43] Chen X, Lizuain I, Ruschhaupt A, Guéry-Odelin G, Muga J G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 123003
- [44] Bason M G, Viteau M, Malossi N, Huillery P, Arimondo E, Ciampini D, Fazio R, Giovannetti V, Mannella R, Morsch O 2012 *Nature Phys.* **8** 147
- [45] Zhang J F, Shim J H, Niemeyer I, Taniguchi T, Teraji T, Abe H, Onoda S, Yamamoto T, Ohshima T, Isoya J, Suter D 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 240501
- [46] Zanardi P, Rasetti M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 94
- [47] Duan L M, Cirac J I, Zoller P 2001 *Science* **292** 1695
- [48] Zhu S L, Wang Z D 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 097902
- [49] Zhu S L, Wang Z D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 187902
- [50] Zhu S L, Wang Z D, Zanardi P 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 100502
- [51] Abdumalikov Jr A A, Fink J M, Juliusson K, Pechal M, Berger S, Wallraff A, Filipp S 2013 *Nature* **496** 482
- [52] Arroyo-Camejo S, Lazariev A, Hell S W, Balasubramanian G 2014 *Nature Commun.* **5** 4870
- [53] Zu C, Wang W B, He L, Zhang W G, Dai C Y, Wang F, Duan L M 2014 *Nature* **514** 72
- [54] Tan X, Zhang D W, Zhang Z, Yu Y, Han S, Zhu S L 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 027001

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Rydberg-atom-based electrometry*

Huang Wei¹⁾ Liang Zhen-Tao¹⁾ Du Yan-Xiong¹⁾ Yan Hui^{1)†} Zhu Shi-Liang^{1)2)‡}

1) (Guangdong Provincial Key Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Materials, School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

2) (National Laboratory of Solid State Microstructures, School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Received 11 March 2015; revised manuscript received 12 May 2015)

Abstract

Atom in Rydberg state has large polarizability, large electric dipole and low ionization threshold field. It is very sensitive to electric field, therefore it can be used to measure the amplitude of electric field, especially the microwave electric field. The new developed scheme is based on quantum interference effects (electromagnetically induced transparency and Autler-Townes splitting) in Rydberg atoms. Instead of the direct amplitude measurement, this method tests the Rabi frequency value of the transmission spectrum which is determined by the microwave electric field strength and the corresponding atom nature. The minimum measured strengths of microwave electric fields are far below the standard values obtained by traditional antenna methods. Compared with the traditional methods, this new scheme has several advantages, such as self-calibration, non-perturbation to the measured field and independence of the probe length. Besides, this scheme can also be used to measure the polarization direction of microwave electric field and realize sub-wavelength imaging. Through adjusting the wavelength of coupling laser, a broadband 1–500 GHz microwave electric field measurement can be achieved. This new scheme is beneficial to conducting the continue electric field measurement and the miniaturization of the test equipment. In this paper, the researches about using Rydberg atom to measure electric field with high precision are reviewed. The basic theory and experimental techniques are introduced. Finally, we discuss a promising method of using Rydberg atom interferometer to detect the accumulated phase in the process of interaction between electric field and Rydberg atoms. This method converts amplitude measurement into phase test, which may improve the precision and sensitivity.

Keywords: Rydberg atom, electric field measurement, electromagnetically induced transparency, Autler-Townes effect

PACS: 07.50.Ls, 32.80.Rm, 42.62.Fi, 37.10.De

DOI: 10.7498/aps.64.160702

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11474107, 11125417), the Natural Science Fund for Distinguished Young Scholars of Guangdong Province, China (Grant No. 2014A030306012), the Project for Outstanding Young Teachers in Higher Education of Guangdong Province, China (Grant No. Yq2013050), the Zhujiang Nova Program of Guangdong Province, China (Grant No. 2014010), the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in Universities of Ministry of Education of China (Grant No. IRT1243), the Program for Young Innovation Scholars in Universities of Guangdong Province, China, the Science Research Foundation for Young Teachers in South China Normal University (Grant No. 14KJ04), and the Science Research Foundation for Graduate Student of South China Normal University (Grant No. 2014ssxm12).

† Corresponding author. E-mail: yanhui@scnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: slzhunju@163.com

光子高阶轨道角动量制备、调控及传感应用研究进展

陈理想 张远颖

Research progress on preparation, manipulation, and remote sensing applications of high-order orbital angular momentum of photons

Chen Li-Xiang Zhang Yuan-Ying

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 164210 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.164210

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164210>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

与 Ising 链耦合的中心双量子比特系统的量子关联

[Quantum correlation for a central two-qubit system coupled to Ising chain](#)

物理学报.2013, 62(13): 130305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.130305>

Majorana 表象下的纠缠动力学

[Entanglement dynamics in Majorana representation](#)

物理学报.2013, 62(3): 030303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.030303>

多进制量子图态纠缠的确定

[Determining the entanglement of quantum nonbinary graph states](#)

物理学报.2012, 61(22): 220304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.220304>

利用因式化纠缠模拟纠缠动力学行为的有效性研究

[On the validity of factorization law for the entanglement evolution of two qubits](#)

物理学报.2012, 61(21): 210304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.210304>

专题: 量子精密计量与操控

光子高阶轨道角动量制备、调控及传感
应用研究进展*

陈理想† 张远颖

(厦门大学物理学系, 厦门 361005)

(2015年3月23日收到; 2015年5月4日收到修改稿)

光子既是经典信息也是量子信息的理想载体. 单个光子不仅可以携带自旋角动量(与光波的圆偏振相关), 还可以携带轨道角动量(与光波的螺旋相位相关). 而轨道角动量的重要意义在于可利用单个光子的量子态构建一个高维的 Hilbert 空间, 从而实现高维量子信息的编码. 自 Allen 等于 1992 年确认光子轨道角动量的物理存在以来, 轨道角动量在经典光学和量子光学领域展现了诸多诱人的应用前景, 目前已成为国际光学领域的研究热点之一. 本综述将着重介绍高阶轨道角动量光束的制备与调控技术, 特别是高阶轨道角动量的量子纠缠态操控、旋转 Doppler 效应测量及其在远程传感和精密测量技术中的应用.

关键词: 光子轨道角动量, 量子纠缠, 旋转 Doppler 效应, 量子遥感技术

PACS: 42.50.Tx, 03.67.Mn, 43.28.Py, 07.07.Df

DOI: 10.7498/aps.64.164210

1 引言

光是非常有趣的, 因为我们尚未完全知道它究竟是什么, 它的一些属性仍令人捉摸不定. 关于光是什么, 这是自古以来科学家们一直探索的问题. 现代物理学理论已经普遍认为, 光具有波粒二象性, 即它不仅具有电磁波的宏观属性, 如频率(ν)、波长(λ)、偏振态(σ)和相位(φ), 也具有粒子的微观属性, 如能量(E)、动量(p)、自旋角动量(S)和轨道角动量(L). 早在 1905 年, 爱因斯坦就提出了“光子”理论, 认为光的能量是一份一份的, 每一份能量叫作“光子”, 简称“光子”, 并利用公式 $E = h\nu$, 将微观单个光子的能量和宏观电磁波的频率联系起来. 受此启发, 德布罗意进一步提出了“物质波”思想, 认为“任何物质都伴随着波, 而且不能将物质的运动和波的传播分离开”. 他也用了简洁的公式, $p = h/\lambda$, 将描述微观粒子属性的动量和描述波动属性的波长用普朗克常数巧妙地联系起来. 那

么, 我们能否将单个光子的自旋和轨道角动量这两种不同的微观自由度也和电磁波的某些宏观属性有效对应呢?

事实上, 光子角动量的研究具有悠久的历史, 至少可以追溯到 1909 年, 当时 Poynting^[1] 就意识到光具有角动量——自旋角动量, 并率先将光的自旋角动量与光波的偏振态联系起来. 1936 年, 美国 Princeton 大学的 Beth 等^[2] 根据四分之一波片可以改变光波偏振态的特性, 利用力学实验首次巧妙地验证了左、右圆偏振光子分别携带 $\pm\hbar$ 的自旋角动量. 但直到 1992 年, 荷兰 Leiden 大学的 Allen 等^[3] 才在理论上确认光子也可以携带另外一种形式的角动量——轨道角动量, 它来源于光波的螺旋相位. 他们发现具有相位结构 $\exp(i\ell\phi)$ 的光场, 其中 ϕ 是方位角, 如拉盖尔-高斯光束, 平均每个光子携带 $\pm\ell\hbar$ 的轨道角动量, 其中 ℓ 是任意整数. 如图 1 所示, 这类光束的等相位面在三维空间中的螺旋度与旋向分别取决于 ℓ 的绝对值与符号. 特别

* 国家自然科学基金(批准号: 11104233, 11474238)、教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-13-0495)、福建省杰出青年基金(批准号: 2015J06002)、福建省高等学校新世纪优秀人才支持计划和厦门大学校长基金(批准号: 2012121015)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chenlx@xmu.edu.cn

地, 当 $\ell = \pm 3$ 时, 该螺旋结构还非常类似于意大利面, 如图 1(e) 所示. 1995 年, 澳大利亚 Queensland 大学研究组首次实验观测到了轨道角动量从光束

到氧化铜微粒的传递, 并驱使后者发生转动^[4]. 因此, 光的轨道角动量不仅是数学层次上的一个新概念, 更是一种真实的物理存在.

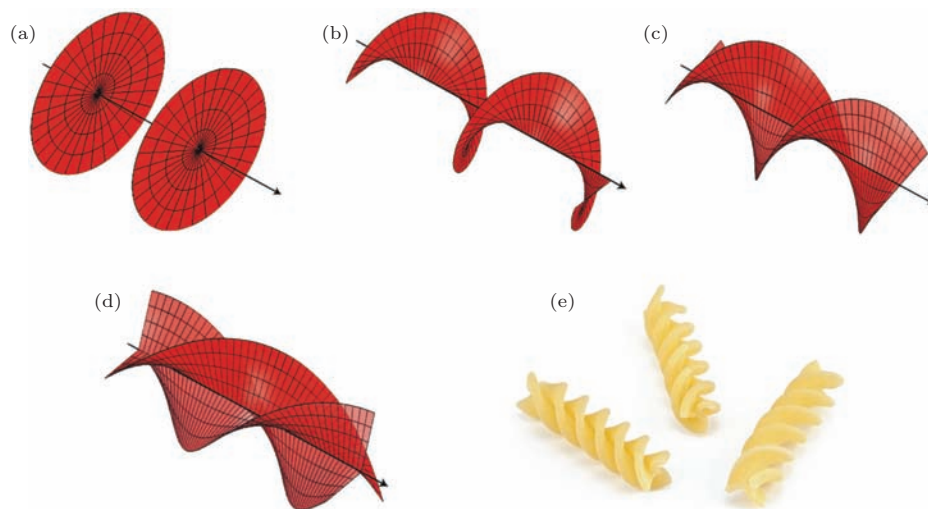


图1 (a) 基模高斯光束的平面波前; (b) $\ell = 1$ 轨道角动量光束的等相位面; (c) $\ell = 2$ 具有二重螺旋的等相位面; (d) $\ell = 3$ 具有三重螺旋的等相位面^[5]; (e) 形象地说明 $\ell = 3$ 的三重螺旋相位具有类似意大利面的造型
Fig. 1. (a) The planar phase front of a fundamental Gaussian beam; (b) helical phase front of an $\ell = 1$ OAM beam; (c) two-fold helical phase with $\ell = 2$; (d) three-fold helical phase with $\ell = 3$ ^[5]; (e) shows that the wavefront for $\ell = 3$ is shaped like fusilli pasta.

目前光子轨道角动量已成为国际光学领域的一个研究热点, 在基础物理、应用物理以及天文、生物等交叉学科中的研究中都具有重要的应用价值^[5-7]. 例如, 由于轨道角动量光束具有特殊的螺旋相位和中空光场, 因此可应用于微观世界的微操控技术^[8]. 早在 1986 年, Ashkin 等^[9]就在实验上证实一束聚焦高斯光束产生的光场梯度力可用于微观粒子的三维囚禁, 这种技术被形象地称为“光学镊子”. 而利用轨道角动量光束, 不仅可以实现微粒的光学囚禁, 而且当光束的轨道角动量部分地传递给微粒后, 后者还会受到一个力矩的驱动而发生转动^[10,11], 这一新颖的力学效应被英国 Glasgow 大学 Padgett 教授形象地称为“光学扳手”^[12]. 2001 年, 英国 St Andrews 大学 Paterson 等^[13]利用带有轨道角动量的旋涡光束干涉图样, 演示了光学扳手在生物学微型机械中的应用. 由于高阶轨道角动量光束对生物组织如细胞或 DNA 分子的热损伤小, 因此光镊和光扳手两种技术有机结合, 在微纳尺度下的激光囚禁和操控, 如光学导引、微马达等都具有广阔的应用前景^[14]. 由于具有特殊的相位螺旋结构, 轨道角动量光束在相衬成像系统也具有新颖的应用, 如图像的边缘增强效应和浮雕效果^[15-17]. 与轨道角动量密切相关的另一种成像技

术是 2005 年由意大利 ICFO 光子中心 Torner 等^[18]提出的数字螺旋成像 (digital spiral imaging). 在这种新概念成像技术中, 待测样品的强度信息和相位信息被记录在透射光或反射光离散的轨道角动量谱中. 最近, 该技术被进一步用于刻画微观介质球的尺寸和位置信息^[19]. 同时, 轨道角动量与当下光学领域的另一个研究热点——等离激元光子的结合, 为纳米级尺度下动态调控光场的聚焦、传输与变化, 以及现代光子集成电路的设计打开了新的思路^[20-24].

由于光子轨道角动量本征态在数学上构成了一组完备的正交基矢, 因此可以利用轨道角动量来实现高维信息的编码, 这种优势不仅体现在经典光通信领域^[25,26], 也体现在量子通信领域^[27]. 在经典光通信领域, 早在 1997 年, 英国 Glasgow 大学 Gibson 等^[28]首次提出了基于轨道角动量本征模式编码的保密通信方案. 同年, 美国 Southern California 大学的 Willner 研究组首次同时将轨道角动量复用和偏振复用技术与高速光通信系统中的波分复用技术有效结合, 实现了高达 2.56 Tbit/s 的自由空间数据率^[29,30]. 他们随后又将该复用技术扩展到支持空间模式传输的特种光纤网络^[31]. 就在刚刚过去的 2014 年, 奥地利 Vienna 大学 Zeilinger

研究组, 基于16种不同轨道角动量叠加态的图像编码和图样识别技术, 在维也纳城市上空演示了大气空间中长达1 km的实时图像传输, 这表明轨道角动量在卫星通信系统中具有潜在的实用价值^[32]. 在量子通信领域, 基于传统光学手段的量子信息协议目前基本上都是以光子的偏振自由度作为信息的载体, 而偏振态仅能在二维 Hilbert 空间实现量子比特的编码. 而如何构建具有实用性的高维量子体系, 已成为量子信息发展的一个关键问题. 这是因为高维量子体系具有特殊的优越性, 特别在有噪声的量子密钥分发协议中可显著提高信息的容量和安全性^[33]; 同时, 在高维的量子系统中执行量子计算, 也可大大简化逻辑运算的复杂程度^[34]. 而光子轨道角动量正好是高维量子信息的理想载体. 尤其是2001年, 奥地利 Vienna 大学 Zeilinger 研究组^[35]在《Nature》报道他们实验观测到自发参量下转化双光子具有高维的轨道角动量纠缠特性, 从而首次实现了光子角动量与现代量子信息技术在真正意义上的对接. 2010年, 英国 Glasgow 大学 Leach 等^[36]在《Science》又报道了角位移和角动量这对共轭量之间表现出更强的量子关联, 这为提高未来量子密码网络的带宽带来了崭新的机遇. 由于这两项开创性的研究工作, 光子角动量目前已经成为国际上量子信息前沿研究的一大亮点和热点^[37]. 基于高维轨道角动量纠缠, Zeilinger 研究组还提出纠缠浓缩协议, 用以制备轨道角动量的最大化纠缠态^[38], 这在扩展 Bell 不等式检验^[39]以及量子密钥分发技术^[40]中都是必需的. 另外, 2005年, Illinois 大学 Kwiat 研究组^[41]制备了超纠缠态, 即双光子同时纠缠于自旋、轨道角动量和能量-时间这三个不同的自由度. 而超纠缠体系是拓展高维 Hilbert 空间的一种有效工具^[42–45]. 特别是2008年, Kwiat 研究组^[46]在《Nature Physics》上利用超纠缠态辅助 Bell 态测量, 成功打破了传统线性超密集编码信道容量的极限. 2011年, 英国 Glasgow 大学 Padgett 研究组^[47]也在《Nature Physics》上发表封面文章, 利用高达11维的轨道角动量纠缠态, 报道了扩展 Bell 不等式的破坏, 这有望成为下一代量子纠缠的新维度. 2012年, 意大利 Rome 大学研究组^[48]也发展了一种基于轨道角动量的免调试的量子通信技术. 2014年, 英国 Glasgow 大学 Padgett 研究组和加拿大 Ottawa 大学 Boyd 研究组合作, 在《Nature Communications》报道他们将强测量与弱测量两种技术有效结合, 直接测量了高达27维的轨道角动量态矢^[49].

在国内, 目前关于轨道角动量纠缠的研究更多的是理论工作. 中国科技大学郭光灿院士团队^[50]首次理论研究了轨道角动量纠缠在表面等离子波中的演化行为. 北京师范大学汪凯戈教授课题组^[51]提出了一种新型的自旋-轨道量子受控非门. 上海大学李春芳教授^[52]从横向性条件出发引入一个量子规范势, 即 Berry 势, 清楚地阐述了近轴 Laguerre-Gauss 光束的角动量可以近似地分解成独立于螺旋度的轨道和依赖于螺旋度的自旋两部分. 最近, 中国科学院上海光学精密机械研究所徐至展院士团队^[53]基于光学轨道角动量传输, 提出了一种相对论激光脉冲驱动的新型光扇. 我们也和中山大学余卫龙教授合作, 从数学模型和实验设计的角度出发, 提出了一些新型的量子信息协议, 如任意轨道角动量 Bell 态和 Greenberger-Horne-Zeilinger 态的制备^[54]、多自由度的量子态隐形传输^[55], 还演示了自旋-轨道超纠缠态浓缩方案^[56]. 在实验上, 南开大学王慧田教授课题组^[57]揭示了沿径向变化的杂化偏振矢量光场可以携带源于偏振旋度的一类新型光学轨道角动量. 南京邮电大学赵生妹教授课题组也在实验上深入研究了大气湍流对轨道角动量态的像差校正^[58]、量子密钥分发协议^[59], 以及鬼成像系统中彩色物体的编码技术^[60]. 近年来, 我们也和英国 Glasgow 大学 Padgett 教授研究组开展了合作研究, 在实验上通过测量高维轨道角动量纠缠所对应的 Shannon 维度, 定量确认了杨氏双缝鬼衍射所具有的高维量子特性^[61]; 基于二维的轨道角动量子空间, 实验演示 Hardy 非定域性理论的递推式论证^[62]. 我们还将数字螺旋成像技术与高维的轨道角动量纠缠结合, 获得了分数涡旋相位物体的非局域轨道角动量螺旋谱^[63]. 另外, 郭光灿院士团队^[64,65]在《Nature Communications》和《Physical Review Letters》分别实验报道了具有轨道角动量空间结构的单光子脉冲以及量子纠缠态在冷原子系综中的存储与释放, 这为高维量子中继器的实现迈出了关键的一步. 2015年年初, 中国科技大学潘建伟院士和陆朝阳教授团队^[66]在《Nature》上撰文, 报道了他们利用六光子纠缠态在实验上完成了同一个光子的偏振态和轨道角动量态的同步隐形传输. 这是继1997年量子态隐形传输技术实现以来, 科学家们第一次成功传输了单光子的多个自由度, 从而为构建未来超大容量的量子网络, 提供了光明的前景. 最近, 深圳大学袁小聪教授研究组^[67]也在《Light:

Science & Applications》上报道基于自行设计的“光学旋涡达曼光栅”，完成了对多路轨道角动量的能量均分和高效并行检测，从而在实验上创下了160 Tbit/s的超高速率自由光通信记录。

我们知道，光子所携带的轨道角动量 $\ell\hbar$ 与旋涡光场的螺旋相位 $\exp(i\ell\phi)$ 相对应，而单个光子轨道角动量量子数 ℓ 的取值在理论上是无穷且不受限的。2012年奥地利Vienna大学的Zeilinger研究组^[68]率先实验报道了轨道角动量(OAM)量子数高达 $\ell = \pm 300$ 的量子纠缠态。因为高阶轨道角动量光束在相位空间结构上具有高度的旋转对称性，因此与传统的偏振纠缠相比，利用高阶轨道角动量纠缠可以获得更高灵敏度的角度传感与测量，例如他们在实验中获得了测量精度100倍的提升。该创造性的工作表明高阶轨道角动量在精密测量物理中具有十分重要的应用价值。因此，本文将着重介绍高阶轨道角动量光束制备和调控的一些关键技术，特别是高阶轨道角动量在高维量子纠缠态操控、旋转Doppler效应测量等方面的最新研究进展。

2 高阶光子轨道角动量的制备

轨道角动量光束的制备方法主要有四种。1) 叉型衍射光栅^[69-71]：如图2(a)所示，一束基模高

斯光束通过加载了 $\exp(i\ell\phi)$ 相位信息的叉型光栅后，产生的一级衍射光获得了 ℓ 重的螺旋相位结构，因此平均每个光子携带 $\ell\hbar$ 的轨道角动量。这种衍射光栅可以通过计算全息或者光刻的方法制备。2) 螺旋相位板^[72,73]：如图2(b)所示，一束基模高斯光束通过螺旋相位板后会在光束中引入一个奇异相位。这种办法原理上看似简单，但是在制作过程中由于需要加工非常精细的螺旋表面，因此具有一定的挑战性。3) 柱透镜组合^[74-76]：如图2(c)所示，该光学元件又称为“几何光学模式转换器”，可用于厄米-高斯光束与拉盖尔-高斯光束相互之间的模式转换，包括 $\pi/2$ 模式转换器与 π 模式转换器，其中 $\pi/2$ 模式转换器可以将入射的厄米-高斯光转换为同阶的拉盖尔-高斯光；而 π 相位转换器的作用。只对光束的轨道角动量的符号进行反转，即改变轨道角动量的旋向。4) 集成轨道角动量发射器^[77]：2012年英国Bristol大学余思远研究组设计了一类基于硅基光波导的环形光学微腔和环形微纳光栅，如图2(d)所示，演示了携带不同轨道角动量涡旋光束的阵列发射，该技术可用于光子芯片的光波导互联，因此对未来适用于高维量子信息处理的光子芯片的设计具有启发性。

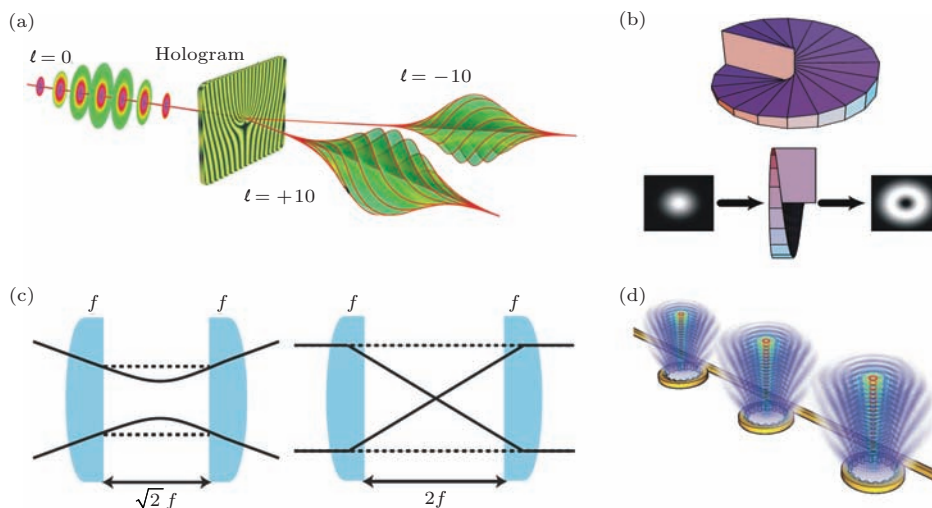


图2 轨道角动量制备技术 (a) 叉型光栅^[69,78]; (b) 螺旋相位板^[72]; (c) 几何光学模式转换器^[74]; (d) 轨道角动量涡旋光束阵列的发射器^[77]

Fig. 2. The generation methods of OAM: (a) fork grating^[69,78]; (b) spiral phase plate^[72]; (c) mode converter^[74]; (d) vortex array emitter^[77].

高阶轨道角动量的研究可以追溯到1997年英国Glasgow大学Courtial等^[79]尝试利用一个焦距为 f 的柱面透镜在椭圆高斯光束中引入像散，使得聚焦后的像散椭圆高斯光束获得比标准的拉盖

尔-高斯光束大许多倍的轨道角动量。在实验中，他们预测像散光束中平均每个光子携带的轨道角动量可高达 $1000\hbar$ ^[79]。但是，高阶轨道角动量的研究真正引起科学家们的兴趣只是近年来的事情。这

里, 我们首先着重介绍制备高阶轨道角动量的三种关键技术.

2.1 空间光调制器 (spatial light modulator, SLM)

目前制备光子轨道角动量最广泛采用的设备就是空间光调制器^[80], 空间光调制器是一种像素化的液晶显示器, 每个像素都能独立调控反射或者透射光波的相位或振幅. 它还可以通过与计算机交互使用, 实时而便捷地产生各种图样的计算机全息光栅, 具有响应速度快、频谱范围宽等优点.

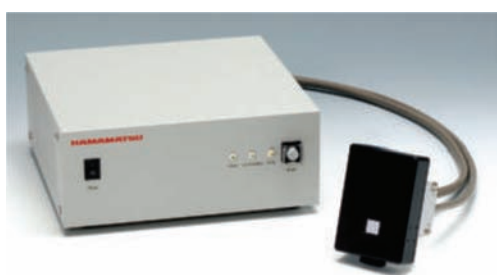


图3 日本滨松 X10468 系列的空间光调制器

Fig. 3. Spatial light modulator (Hamamatsu, X10469).

图3是我们实验室目前使用的日本滨松光子学公司 X10468 系列的空间光调制器, 像素阵列列为 792×600 , 每个像素的尺寸为 $20 \mu\text{m}$. 为了制备高阶轨道角动量光束, 我们采用如图4(a)的 LabVIEW 算法, 从一束标准拉盖尔-高斯光束中分别提取强度信息和相位信息, 其中相位项为 $\exp(i\ell\phi)$. 让环形的强度分布恰好充满空间光调制器的液晶窗口, 对相位矩阵则乘以整数 N , 从而将原来相位螺旋度提高 N 倍, 这样修正后的拉盖尔-高斯光束携带的轨道角动量将高达 $N\ell$. 这样, 我们就可以让计算机产生的叉形光栅尽量占据更多的像素, 如图4(b), 从而提高衍射轨道角动量光束的品质. 利用该技术, 我们制备了轨道角动量高达 $\ell = 150, 240, 360$ 三重叠加态和 $\ell = 30, 60, 90, 120$ 四重叠加态. 图5显示的是四重叠加态的理论模拟和实验结果^[81]. 最近, 我们还模拟法拉第旋光效应, 在实验上基于改进的 Mach-Zender 干涉仪实现了高阶轨道角动量与偏振态的耦合, 并实现了高阶轨道角动量以及光学分数涡旋的高效分离^[82]; 另外, 基于高阶轨道角动量叠加态 ($\ell = \pm 100$) 的偏振操控, 我们也再次在波粒二象性的框架内演示了“路径实验”和“量子擦除实验”^[83].

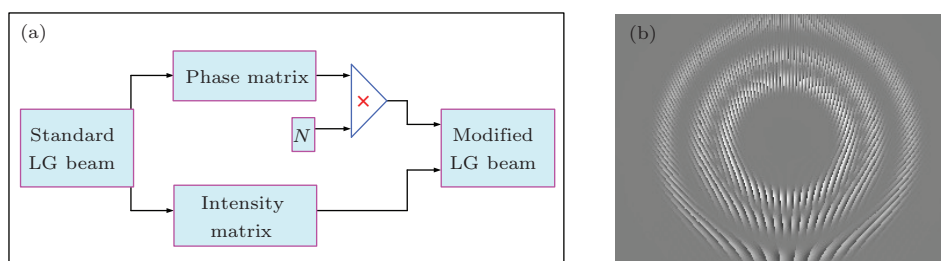


图4 (a) 制备高阶轨道角动量光束的 LabVIEW 算法; (b) 计算叉形光栅

Fig. 4. (a) The LabVIEW algorithm for making high OAM; (b) computer-generated fork grating.

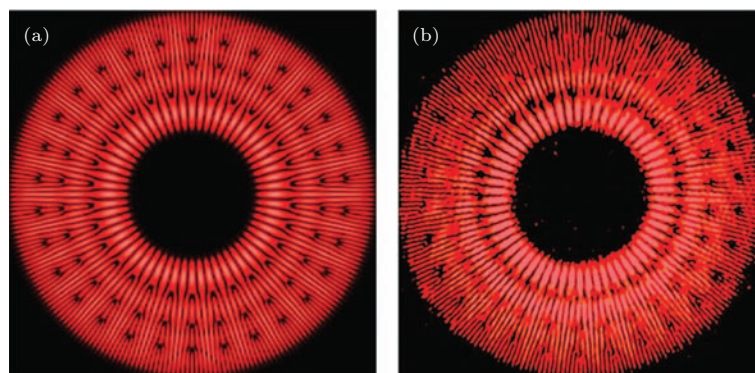


图5 四重轨道角动量叠加态 (a) 理论模拟结果; (b) 实验测量结果

Fig. 5. Optical Superposition of four OAM states: (a) numerical simulation; (b) experimental measurement.

2.2 螺旋相位镜 (spiral phase mirror, SPM)

螺旋相位镜是一种直接由超精密单点金刚石加工而成具有螺旋相位面的反射镜. 它通过精密的机械加工将待产生的涡旋光束的相位结构刻蚀在镜面衬底, 入射光经过其表面以后, 几乎所有的入射光都被反射, 且反射光波前携带了相应的相位信息, 并且转化效率理论上接近 100% [84]. 图 6 是澳大利亚国立大学 Lam 研究组制备的铝质螺旋相位镜, 用于产生量子数高达 $\ell = 1020$ 的轨道角动量光束. 该螺旋相位镜直径为 1 英寸, 对应的入射波长为 532 nm. 图 6 (a) 是通过白光干涉技术对螺旋相位镜台阶表面形貌的重构图, 图 6 (b) 与 (c) 分别代表中心缺陷与径向台阶的放大微结构. 这种微结构的精度可达 100 nm, 轨道角动量的阶数可高达 5010 [85]. 为了检测螺旋相位镜产生的高阶轨道角动量的品质, 可以利用 Mach-Zender 干涉仪装置分别将 $\ell = 1020$ 或 $\ell = 5050$ 的涡旋光束与基模高斯光束干涉, 如图 7 所示. 其中参考光波前的曲率半径与理想涡旋光束匹配, 所得到的干涉图样不仅检测了制备涡旋光束的质量, 而且更加细致地刻画了轨道角动量光束的螺旋相位构造. 螺旋相位镜的加

工精度受到铝质衬底反射率的影响. 但是, 它的制造具有操作简单、精度高的特点. 基于此方法, 还可以加工以高分子材料或晶体材料为基底的反射型或透射型涡旋光学元件.

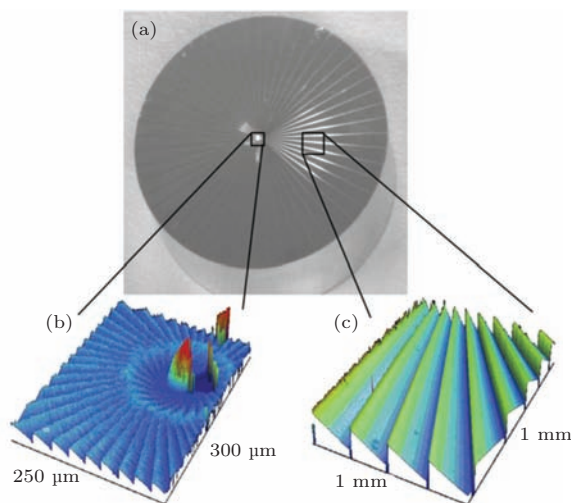


图 6 (a) 量子数高达 $\ell = 1020$ 的铝质螺旋相位镜; (b) 相位镜中心的台阶表面形貌重构图; (c) 相位镜的径向台阶表面形貌重构图 [84]

Fig. 6. (a) Metal spiral phase mirror with $\ell = 1020$; (b) the reconstructed surface near the mirror center; (c) the reconstructed surface for radial step of the spiral phase mirror [84].

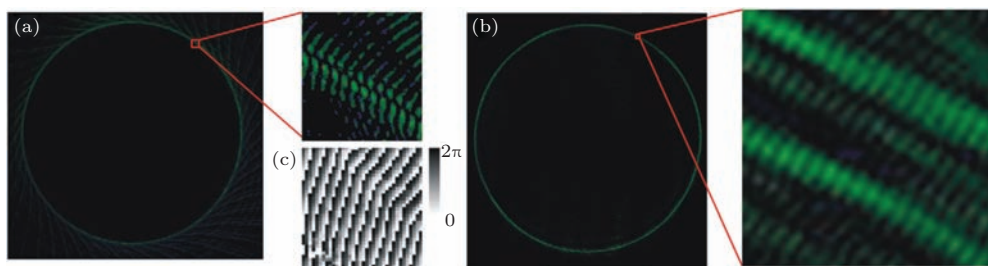


图 7 超高阶轨道角动量光束与基模高斯光束干涉图样 (a) $\ell = 1020$; (b) $\ell = 5050$; (c) $\ell = 1020$ 轨道角动量光束的相位分布 [85]

Fig. 7. The interference pattern between a high OAM beam and a fundamental Gaussian beam: (a) $\ell = 1020$; (b) $\ell = 5050$; (c) the phase profile for $\ell = 1020$ OAM beam [85].

2.3 Q板 (Q-plate)

Q板是由液晶分子构成的一种特殊的各向异性双折射相位板 [86], 它可用于实现光子自旋与轨道角动量的相互转化 [87]. 特别是近年来, 科学家们基于液晶光控取向法, 设计了一类新型的Q板, 用于产生高阶的轨道角动量 [88], 目前技术已达到 $\ell = 100$ [89]. 另外, 其响应速度理论上高达 GHz, 而且便捷性可与空间光调制器相媲美. Q板一般由单轴双折射晶体制作而成, 如图 8 所示的是偏光显微镜下Q板的微结构. 在横向平面内, 光轴的取向具

有特定的方位角分布, 即 $\alpha(r, \phi) = \alpha_0 + q\phi$, 其中 α_0 是个常数; 而在 Z 轴方向有一个固定的相位延迟 δ . Q板对入射光子态的作用算符可以用量子力学语言描述如下 [90]:

$$\hat{O} = |R, m + 2q\rangle \langle L, m| + |L, m - 2q\rangle \langle R, m|, \quad (1)$$

其中 $|L\rangle, |R\rangle$ 分别表示左右旋圆偏振光子. (1) 式还可以利用图 9 来形象地描述, 即左旋圆偏振光子经过Q板后, 变为右旋圆偏振态, 同时获得 $\ell = +2q$ 的轨道角动量. 而右旋圆偏振光子经过Q板后, 变为左旋圆偏振态, 同时获得 $\ell = -2q$ 的轨道角动量.

一般情况下, Q板的转换效率取决于它的纵向相位延迟 δ , 这与材质的选择、厚度等因素有关. 在实际操作中可以通过温度调节或电场调制获得 $\delta = \pi$, 从而优化转换效率^[91,92]. 迄今为止, Q板在光通信技术及量子信息领域都已经展现出了广阔的应用前景^[93].

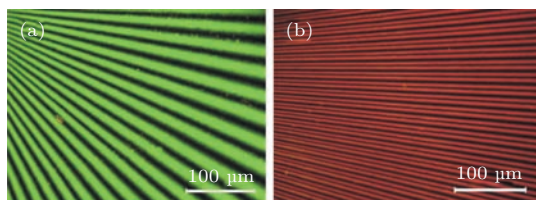


图8 偏光显微镜下的Q板微结构^[89] (a) $q = 15$; (b) $q = 150$

Fig. 8. The microscopic structure of the Q-plate by polarizing microscope^[89]: (a) $q = 15$; (b) $q = 150$.

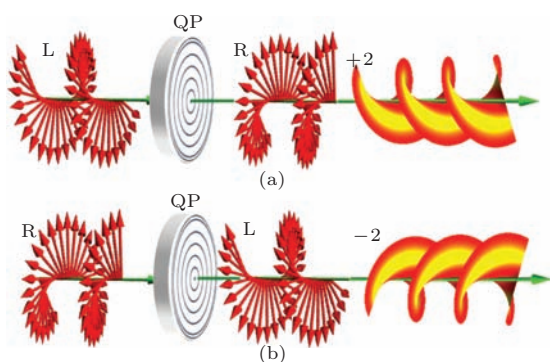


图9 (a) 左旋圆偏振光子经过Q板后变为右旋圆偏振, 同时获得 $+2q$ 的轨道角动量; (b) 右旋圆偏振光子经过Q板后变为左旋圆偏振, 同时获得 $-2q$ 的轨道角动量 (这里 $q = 1$)^[93]

Fig. 9. (a) A left-handed circularly polarized photon is converted to a right-handed one, while acquiring an OAM of $+2q$; (b) a right-handed circularly polarized photon is converted to a left-handed one, while acquiring an OAM of $-2q$ ^[93].

3 高阶光子轨道角动量在高精度传感技术中的应用

由于在高灵敏度传感和高精确度测量中的潜在应用价值, 高阶轨道角动量光束在近年来引起了科学家们浓厚的研究兴趣. 在这里我们将着重介绍高阶轨道角动量在量子纠缠态操控、旋转 Doppler 效应测量及其在现代精密测量技术中的最新研究进展.

3.1 高阶轨道角动量纠缠态操控

具有螺旋相位面的单光子携带量子化的轨道角动量, 单光子轨道角动量在理论上没有上限, 它

们的纠缠性质对于量子物理的基础研究和量子信息技术的应用发展具有重要意义^[38]. 其中最引人瞩目的是轨道角动量旋向相反的两个光子之间建立的纠缠. 这种纠缠的特性可以用经典的语言这样描述: 一个量子微观世界的花样滑冰者, 它具有一种不可思议的能力, 既可以顺时针又同时逆时针地旋转 (即处于顺时针和逆时针旋转的“相干叠加态”), 而且它的旋转与另外一个滑冰者是紧密相关的, 即不论它们距离有多远, 两者的旋向总是保持相反. 2012年 Zelinger 等^[68] 利用干涉仪通过偏振-轨道纠缠变换技术, 将双光子的偏振纠缠态转化为量子数高达 $\ell = \pm 300$ 的高阶轨道角动量纠缠态. 这意味着量子客体如光子, 有望携带接近于宏观量级的轨道角动量, 因此拉近了量子物理与经典物理的界限, 为制备宏观纠缠态迈出了关键的一步. 在应用领域, 由于携带高阶轨道角动量的光子具有高度的旋转对称性, 属于单光子水平下的微弱光源, 因此对于生物学细胞或组织的无损伤探测具有重要的应用前景.

由于自发参量下转换双光子的轨道角动量纠缠态具有有限的带宽, 即光子对的产率随着量子数 ℓ 的增大急剧地降低^[94,95], 因此 Zelinger 研究组并未直接利用该轨道角动量纠缠态, 而是先基于第二类相位匹配制备了如下偏振纠缠态,

$$|\psi_{\text{in}}\rangle = (1/\sqrt{2}) (|H\rangle |V\rangle + |V\rangle |H\rangle) \otimes |0\rangle |0\rangle, \quad (2)$$

其中, H 与 V 分别代表水平与竖直偏振, 0 表示利用单模光纤仅过滤轨道角动量 $\ell = 0$ 的光子. 然后将方程 (2) 描述的纠缠态输入到图 10(b) 所示的干涉仪, 通过偏振分束器和高分辨率空间光调制器 (像素阵列 1920×1080 , 最小像素尺寸 $8 \mu\text{m}$), 让水平和垂直偏振光子分别获得 $+\ell$ 和 $-\ell$ 的轨道角动量. 在干涉仪的出射端口, 再利用 45° 偏振片将偏振态的关联信息擦除, 从而获得轨道角动量纠缠态,

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = (1/\sqrt{2}) (|+\ell\rangle |-\ell\rangle + |-\ell\rangle |+\ell\rangle). \quad (3)$$

考虑到轨道角动量叠加态, $|\chi\rangle = (|\ell\rangle + \exp(i\varphi)|-\ell\rangle)/\sqrt{2}$, 可以产生花瓣状的环形干涉条纹, 其中花瓣的数目恰好为 $N = 2\ell$, 如图 11 所示, 分别是 $\ell = \pm 10$, $\ell = \pm 100$, $\ell = \pm 300$ 对应的花瓣图样. 他们通过类比, 利用激光在黑色掩模板上打孔, 产生了类似图 11 的花瓣图样. 根据光路可逆原理, 这些周期性的圆孔阵列结合单模光纤和探测器反过来恰好可用于探测 $\pm\ell$ 高阶轨道角动量叠加态, $|\chi\rangle = (|\ell\rangle + \exp(i\varphi)|-\ell\rangle)/\sqrt{2}$.

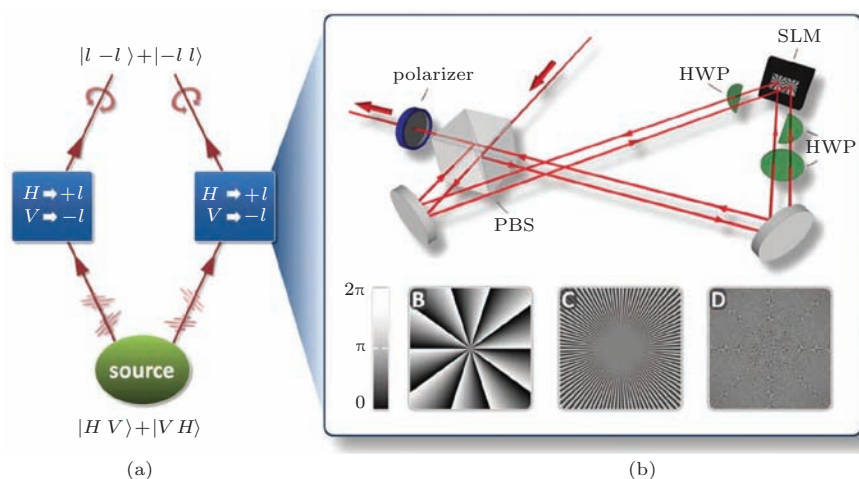


图 10 基于偏振-轨道纠缠变换技术制备高阶的轨道角动量纠缠态 [64]

Fig. 10. The generation of OAM entanglement by polarization-OAM entanglement swapping [64].

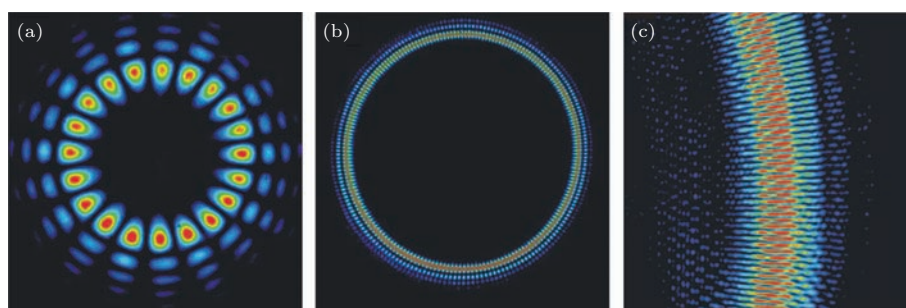

 图 11 携带 $+\ell$ 和 $-\ell$ 轨道角动量光子叠加态 (a) $\ell = \pm 10$; (b) $\ell = \pm 100$; (c) $\ell = \pm 300$ [68]

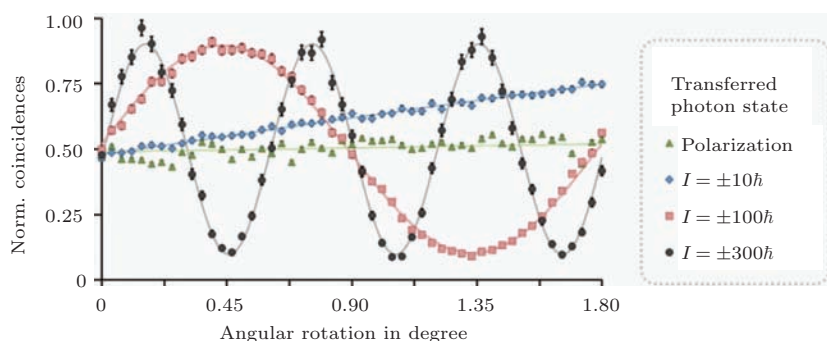
 Fig. 11. The superposition of $\pm \ell$ OAM states: (a) $\ell = \pm 10$; (b) $\ell = \pm 100$; (c) $\ell = \pm 300$ [68].


图 12 基于高阶轨道角动量纠缠态实现角度传感分辨率的显著提高 [68]

Fig. 12. Sensing improvement of angular resolution based on the high OAM entanglement [68].

在双光子纠缠实验中, Zelinger 研究组在信号光路和闲置光路分别放置这类具有周期性圆孔阵列的掩模板, 并记录了双光子符合测量计数与两块掩模板相对取向角的变化关系. 图 12 是他们的实验结果, 其中绿色曲线 (三角形对应实验数据点) 对应常见的偏振纠缠态, 而蓝色曲线 (菱形)、红色曲线 (正方形) 和黑色曲线 (圆形) 分别对应 $\ell = \pm 10$,

± 100 和 ± 300 的高阶轨道角动量纠缠态. 首先, 他们基于符合测量实验结果, 计算获得了相应的纠缠见证 (entanglement witness) 达到 $\hat{W} = 1.6 \pm 0.3$, 从而验证了高阶轨道角动量的纠缠特性. 更重要的是, 他们的实验结果还表明, 当所使用的轨道角动量阶数越大时, 符合计数对旋转角度的变化就更为灵敏. 这是因为高阶轨道角动量光束具有高度的旋

转对称性, 因此可显著提高角度传感的灵敏度, 在理论上探测精度可提高 $N = 2\ell$ 倍, 该优势在量子遥感领域具有重要的应用.

3.2 旋转多普勒效应

多普勒效应于 1842 年由奥地利物理学家及数学家多普勒 (Doppler) 首先提出. 它描述的是波源辐射的波长或频率会因为波源和观测者的相对运动而发生变化. 具体而言, 当波源靠近观测者时接收频率会变高, 称为蓝移; 而当波源远离观测者时接收频率会变低, 称为红移. 同样地, 在天文学中, 当光和星体发生相对移动时, 光也会产生红移或蓝移现象. 因此, 根据频移测量结果, 可以计算出波源沿着观测方向的运动速度. 由于这种多普勒效应和物体的相对平移运动有关, 因此又称为平移多普勒效应, 已广泛应用于声纳和雷达测速.

与平移多普勒效应不同, 人们比较不熟悉的是由于物体旋转所引起的频移, 即旋转多普勒效应 [96]. 事实上早在 1979 年, 物理学家就演示了由于二分之一波片的转动, 导致激光光束产生了 $\Delta\omega = 2\Omega$ 的频率移动 [97], 其中 Ω 为波片的旋转角速度. Simon 等 [98] 利用 Poincaré 球分析了频移来源于几何 Berry 相位的动态演化; 而 Bretenaker 和 Le Floch [99] 认为该频移是能量守恒及光波与介质自旋角动量交换的结果. 我们知道, 轨道角动量来源于光波的螺旋相位, 而自旋角动量来源于光波的圆偏振态, 两者物理机理显然不同, 但科学家们仍致力于寻找它们之间的相似性 [100]. Allen 等 [101] 首先理论预言了光子轨道角动量也能引起旋转多普勒效应. 随后, 英国 Glasgow 大学 Courtial 等 [102,103] 利用毫米波实验证实了 Allen 等的预言: 具有轨道角动量 $\ell\hbar$ 的光束, 如果以速率 Ω 旋转, 那么将会产生一个 $\ell\Omega$ 的频移. 我们也提出理论方案利用旋转的 Q 板制备单光子多自由度的纠缠态, 发现旋转多普勒频移来源于光波与 Q 板的总角总动量交换, 并揭示了它与 Q 板的旋转对称性密切相关 [104].

近年来, 关于旋转多普勒效应最引人瞩目的工作是 2013 年英国 Glasgow 大学 Padgett 研究组 [105] 在《Science》上报道他们利用可见光范围内的高阶轨道角动量实现了旋转物体角速度的实时探测. 其中, 探测到的频移 $\Delta\omega = \ell\Omega$, 恰好完美地正比于检测光束的轨道角动量数, 测量精度在理论上提高了

ℓ 倍, 该工作在旋转物体的高精度远程传感技术中具有重要的应用价值. 在平移多普勒效应中, 当波源和接收者之间相对移动的速度为 v , 那么光波频率的改变量 $\Delta f = f_0 v/c$, 其中 f_0 是波源的固定频率, c 为光速. 同样地, 对于具有螺旋相位 $\exp(i\ell\varphi)$ 光束入射到沿着光轴旋转的物体表面, 观察者接收到的散射光波频率的改变量 $\Delta f = \ell\Omega/(2\pi)$.

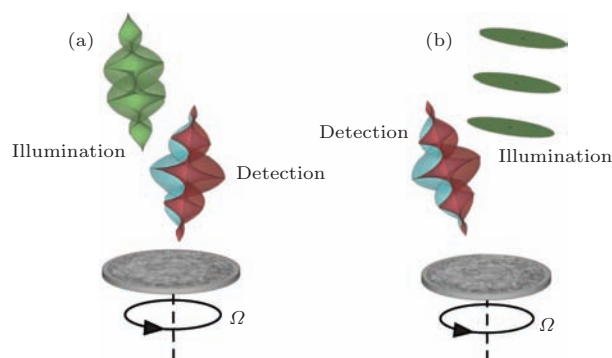


图 13 旋转多普勒频移的测量方案 (a) 以轨道角动量为 $\pm\ell$ 叠加光束作为入射光; (b) 以基模-高斯光束作为入射光, 其中金属圆盘的旋转速度为 Ω [105]

Fig. 13. The scheme of measuring the rotational Doppler shift: (a) using the $\pm\ell$ OAM superposition as the input light; (b) using the fundamental Gaussian state as the input light, the rotational speed of the metal disk is denoted as Ω [105].

Padgett 研究组采用了如下两个方案: 第一, 利用轨道角动量为 $\pm\ell$ 的叠加光束作为入射光, 然后结合多模光纤来探测散射光的频移, 如图 13(a) 所示; 第二, 利用基模-高斯光束作为入射光, 然后结合单模光纤来探测轨道角动量为 $\pm\ell$ 叠加的散射光频移, 如图 13(b) 所示. 在实验装置图 14(a) 中, 将波长为 670 nm 激光耦合到单模光纤中, 经准直输出后入射到空间光调制器 (SLM). 为了获得特定 $\pm\ell$ 轨道角动量叠加, 需要在空间光调制器上加载特定的相位全息光栅, 如图 14(b) 所示. 因此, 经光阑选择出的空间光调制器第一级衍射光随即获得了所需轨道角动量叠加态, 如图 14(c) 显示的是 $\ell = \pm 18$ 叠加光束类似环形花瓣的光强图样. 该轨道角动量叠加光束而后入射到待探测的高速旋转的金属圆盘表面 (由马达驱动, 转速可达 200—500 rad/s), 散射光经透镜与多模光纤 (MMF) 耦合进入光电探测器 (PD), 将探测到的时域光强信号经过快速傅里叶变换后, 最终得到相关频域信号.

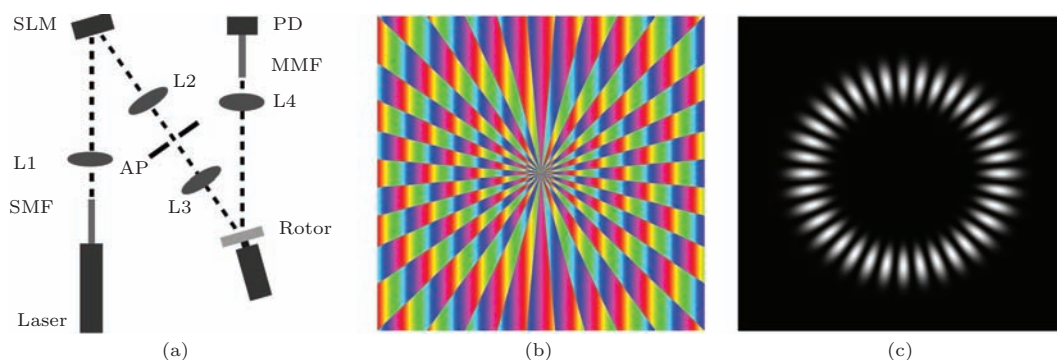

 图 14 (a) 旋转多普勒效应实验光路图; (b) 相位型全息光栅; (c) $\ell = \pm 18$ 轨道角动量叠加态^[105]

 Fig. 14. (a) Experimental configuration for observing the Rotational Doppler shifts; (b) phase holographic grating; (c) interference pattern of two OAM $\ell = \pm 18$ ^[105].

图 15 显示的是部分实验结果, 这里金属圆盘的旋转角速度 $\Omega \approx 383$ rad/s, 探测光束的轨道角动量 $\ell = \pm 18$. 在实验中, 他们通过对光电探测器记录到的时域光强信号实施傅里叶变换后, 得到了图 15(a) 所示的频域信号. 不难看出, 调制频率的峰值大约出现在 $f_{\text{mod}} = (2346 \pm 1)$ Hz, 恰好与关系式

$$f_{\text{mod}} = 2|\ell|\Omega/(2\pi) \quad (4)$$

的预测一致. 根据轨道角动量本征态的正交完备性^[106], 可以将描述圆盘粗糙表面的函数 $u(r, \phi)$ 展开为一系列螺旋相位函数的叠加, 即

$$u(r, \phi) = \sum_{\ell} A_{\ell}(r) \exp(i\ell\phi). \quad (5)$$

当金属圆盘以角速度 Ω 旋转时, 等效在每个轨道角动量分量中引入一个相移 $\Delta\phi_{\ell} = \ell\Omega t$, 即

$$u(r, \phi, \Omega) = \sum_{\ell} A_{\ell}(r) \exp(i\ell\phi) \exp(i\ell\Omega t). \quad (6)$$

所以当入射光为轨道角动量 $\pm\ell$ 叠加光束时, 将分别引起 $\pm\ell\Omega$ 的频率移动. 因此, 光电探测器记录的光强信号的调制频率峰值, 将出现在频谱位置 $\Delta\omega = 2|\ell|\Omega$, 即 $f_{\text{mod}} = 2|\ell|\Omega/(2\pi)$. 图 15(b) 说明了实验测量结果与理论预测高度符合. 显然调制频率的峰值与旋转速度 Ω 和轨道角动量 ℓ 均成正比. 这意味着, 当利用高阶轨道角动量进行探测时, 探测信号将被放大 $2|\ell|$ 倍, 所以旋转多普勒效应在天文学领域可用于高精度探测遥远星体的转速等信息^[107,108]. 目前基于金属螺旋相位镜制备的轨道角动量可高达 $\ell = 5050$ ^[85], 这意味着若将此技术与量子纠缠态操控和旋转多普勒测量有效结合, 角度传感精度将有四个数量级的改善, 这在精密测量物理学中具有重要的意义.

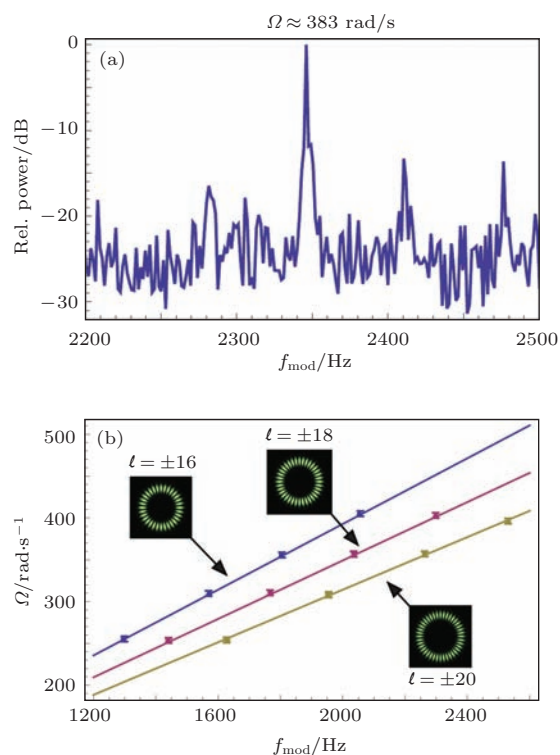

 图 15 (a) 经傅里叶变换获得的频域信号, 对应 $\ell = \pm 18$, 转速 $\Omega = 383$ rad/s; (b) 强度调制频率 f_{mod} 与转速 Ω 和轨道角动量 ℓ 之间的关系, 其中实线和数据点分别是理论和实验结果^[105]

 Fig. 15. (a) The frequency spectrum after FFT for $\ell = \pm 18$ and $\Omega = 383$ rad/s; (b) the relation between the modulation frequency and the OAM number, where the solid lines and points are the theoretical and experimental results, respectively^[105].

4 结 论

轨道角动量是光子一个新的独立自由度, 是实现高维量子体系的理想载体. 我们从基础物理和应用物理两个层面, 回顾了1992年以来轨道角动量研究的一些重要进展, 特别是高阶轨道角动量光束

的最新制备方法、调控手段及其在量子纠缠态操控和旋转多普勒效应测量中的最新应用. 这些工作既丰富了光子轨道角动量的基础物理理论, 也为高阶轨道角动量在工程领域的应用研究提供了崭新的思路和视角. 目前轨道角动量已然是国际物理学前沿研究的热点之一, 方兴未艾. 轨道角动量的一些崭新的特性和独特的潜在应用, 仍有待科学家们的继续思考和不懈探索. 在今后的几年时间里, 将是发展的关键时期, 充满了挑战, 但更多的是机遇!

参考文献

- [1] Poynting J H 1909 *Pro. R. Soc. London A* **82** 560
- [2] Beth R A 1936 *Phys. Rev.* **50** 115
- [3] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [4] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 826
- [5] Allen L, Barnett S M, Padgett M J 2003 *Optical Angular Momentum* (London: Institute of Physics Publishing)
- [6] Padgett M, Courtial J, Allen L 2004 *Phys. Today* **57** 35
- [7] Yao A M, Padgett M J 2011 *Adv. Opt. Photonics* **3** 161
- [8] Padgett M J, Bowman R 2011 *Nat. Photon* **5** 343
- [9] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, Chu Steven 1986 *Opt. Lett.* **11** 288
- [10] Friese M E J, Nieminen T A, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H 1998 *Nature* **394** 348
- [11] O'Neil A T, MacVicar I, Allen L, Padgett M J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 053601
- [12] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Opt. Lett.* **22** 52
- [13] Paterson L, MacDonald M P, Arlt J, Sibbett W, Bryant P E, Dholakia K 2001 *Science* **292** 912
- [14] Grier D G 2003 *Nature* **424** 810
- [15] Jesacher A, Fühapter S, Bernet S, Ritsch-Marte M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 233902
- [16] Davis J A, McNamara D E, Cottrell D M, Campos J 2000 *Opt. Lett.* **25** 99
- [17] Jack B, Leach J, Romero J, Franke-Arnold S, Ritsch-Marte M, Barnett S M, Padgett M J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 083602
- [18] Torner L, Torres J, Carrasco S 2005 *Opt. Express* **13** 873
- [19] Petrov D, Rahuel N, Molina-Terriza G, Torner L 2012 *Opt. Lett.* **37** 869
- [20] Barnes W L, Dereux A, Ebbesen T W 2003 *Nature* **424** 824
- [21] Shen Z, Hu Z J, Yuan G H, Min C J, Fang H, Yuan X C 2012 *Opt. Lett.* **37** 4627
- [22] Yu H H, Zhang H J, Wang Y C, Han S, Yang H F, Xu X G, Wang Z P, Petrov V, Wang J Y 2013 *Sci. Rep.* **3** 3191
- [23] Heeres R W, Zwiller V 2014 *Nano. Lett.* **14** 4598
- [24] Karimi E, Schulz S A, de Leon I, Qassim H, Upham J, Boyd R W 2014 *Light: Sci. Appl.* **3** e167
- [25] Yu S Y 2015 *Opt. Express* **23** 3075
- [26] Willner A E, Huang H, Yan Y, Ren Y, Ahmed N, Xie G, Bao C, Li L, Cao Y, Zhao Z, Wang J, Lavery M P J, Tur M, Ramachandran S, Molisch A F, Ashraf N, Ashrafi S 2015 *Adv. Opt. Photon* **7** 66
- [27] Boyd R W, Leach J, Jack B, Romero J, Jha A K, Yao A M, Franke-Arnold S, Ireland D G, Barnett S M, Padgett M J 2010 *Opt. Photon. News* **21** 48
- [28] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett S M, Franke-Arnold S 2004 *Opt. Express* **12** 5448
- [29] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren Y, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner A E 2012 *Nat. Photon* **6** 488
- [30] Willner A E, Wang J, Huang H 2012 *Science* **337** 655
- [31] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y, Tur M, Kristensen P, Huang H, Willner A E, Ramachandran S 2013 *Science* **340** 1545
- [32] Krenn M, Fickler R, Fink M, Handsteiner J, Malik M, Scheidl T, Ursin R, Zeilinger A 2014 *New J. Phys.* **16** 113028
- [33] Lanyon B P, Barbieri M, Almeida M P, White A G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 200501
- [34] Lanyon B P, Barbieri M, Almeida M P, Jennewein T, Ralph T C, Resch K J, Pryde G J, O'Brien J L, Gilchrist A, White A G 2009 *Nat. Phys.* **5** 134
- [35] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313
- [36] Leach J, Jack B, Romero J, Jha A K, Yao A M, Franke-Arnold S, Ireland D G, Boyd R W, Barnett S M, Padgett M J 2010 *Science* **329** 662
- [37] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L 2007 *Nat. Phys.* **3** 305
- [38] Vaziri A, Pan J W, Jennewein T, Weihs G, Zeilinger A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 227902
- [39] Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 240401
- [40] Gröblacher S, Jennewein T, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2006 *New J. Phys.* **8** 75
- [41] Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, Kwiat P G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 260501
- [42] Sheng Y B, Deng F G, Long G L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032318
- [43] Gu B, Huang Y G, Fang X, Zhang C Y 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100309
- [44] Ren X F, Guo G P, Li J, Li C F, Guo G C 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 552
- [45] Wang T J, Li T, Du F F, Deng F G 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 040305
- [46] Barreiro J T, Wei T C, Kwiat P G 2008 *Nat. Phys.* **4** 282
- [47] Dada A C, Leach J, Buller G S, Padgett M J, Andersson E 2011 *Nat. Phys.* **7** 677
- [48] D'Ambrosio V, Nagali E, Walborn S P, Aolita L, Slusarenko S, Marrucci L, Sciarrino F 2012 *Nat. Commun.* **3** 961
- [49] Malik M, Mirhosseini M, Lavery M P J, Leach J, Padgett M J, Boyd R W 2014 *Nat. Commun.* **5** 3115
- [50] Ren X F, Guo G P, Huang Y F, Li C F, Guo G C 2008 *Opt. Commun.* **281** 5063

- [51] Deng L, Wang H, Wang K 2007 *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 2517
- [52] Li C F 2009 *Phys. Rev. A* **80** 063814
- [53] Shi Y, Shen B F, Zhang L G, Zhang X M, Wang W P, Xu Z Z 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 235001
- [54] Chen L, She W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 032305
- [55] Chen L, She W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 012306
- [56] Chen L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 012311
- [57] Wang X L, Chen J, Li Y N, Ding J P, Guo C S, Wang H T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 253602
- [58] Zhao S M, Leach J, Gong L Y, Ding J, Zheng B Y 2012 *Opt. Express* **20** 452
- [59] Zhao S M, Gong L Y, Li Y Q, Yang H, Sheng Y B, Cheng W W 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 060305
- [60] Li Y Q, Yang H, Liu J, Gong L Y, Sheng Y B, Cheng W W, Zhao S M 2013 *Chin. Opt. Lett.* **11** 021104
- [61] Chen L, Leach J, Jack B, Padgett M J, Franke-Arnold S, She W 2010 *Phys. Rev. A* **82** 033822
- [62] Chen L, Romero J 2012 *Opt. Express* **20** 21687
- [63] Chen L, Lei J, Romero J 2014 *Light: Sci. Appl.* **3** e153
- [64] Ding D S, Zhou Z Y, Shi B S, Guo G C 2013 *Nat. Commun.* **4** 2527
- [65] Ding D S, Zhang W, Zhou Z Y, Shi S, Xiang G Y, Wang X S, Jiang Y K, Shi B S, Guo G C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 050502
- [66] Wang X L, Cai X D, Su Z E, Chen M C, Wu D, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2015 *Nature* **518** 516
- [67] Lei T, Zhang M, Li Y R, Jia P, Liu G N, Xu X G, Li Z H, Min C J, Lin J, Yu C Y, Niu H B, Yuan X C 2015 *Light: Sci. Appl.* **4** e257
- [68] Fickler R, Lapkiewicz R, Plick W N, Krenn M, Schaeff C, Ramelow S, Zeilinger A 2012 *Science* **338** 640
- [69] Bazhenov V Yu, Vasnetsov M V, Soskin M S 1990 *JETP Lett.* **52** 429
- [70] Ye F W, Li Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 328
- [71] Qi X Q, Gao C Q, Liu Y D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 264
- [72] Beijersbergen M W, Coerwinkel R P C, Kristensen M, Woerdman J P 1994 *Opt. Commun.* **112** 321
- [73] Oemrawsingh S S R, van Houwelingen J A W, Eliel E R, Woerdman J P, Verstegen E J K, Kloosterboer J G, Hooft G W 2004 *Appl. Opt.* **43** 688
- [74] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E I O, Woerdman J P 1993 *Opt. Commun.* **96** 123
- [75] Padgett M, Arlt J, Simpson N 1996 *Am. J. Phys.* **64** 77
- [76] Dmitri V. Petrov, Fernando Canal, Lluís Torner 1997 *Opt. Commun.* **143** 265
- [77] Cai X, Wang J, Strain M J, Johnson-Morris B, Zhu J, Sorel M, O'Brien J L, Thompson M G, Yu S 2012 *Science* **338** 363
- [78] Monroe D 2015 *Physics* **8** 7
- [79] Courtial J, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Opt. Commun.* **144** 210
- [80] Savage N 2009 *Nat. Photon* **3** 170
- [81] Chen L, Zhang W, Lu Q, Lin X 2013 *Phys. Rev. A* **88** 053831
- [82] Zhang W, Qi Q, Zhou J, Chen L 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 153601
- [83] Chen L, Zhang W, Cai K, Zhang Y, Qi Q 2014 *Opt. Lett.* **39** 5897
- [84] Campbell G, Hage B, Buchler B, Lam P K 2012 *Appl. Opt.* **51** 873
- [85] Shen Y, Campbell G T, Hage B, Zou H, Buchler B C, Lam P K 2013 *J. Opt.* **15** 044005
- [86] Marrucci L, Manzo C, Paparo D 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 221102
- [87] Marrucci L, Manzo C, Paparo D 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 163905
- [88] Slussarenko S, Murauski A, Du T, Chigrinov V, Marrucci L, Santamato E 2011 *Opt. Express* **19** 4085
- [89] D'Ambrosio V, Spagnolo N, Del Re L, Slussarenko S, Li Y, Kwek L C, Marrucci L, Walborn S P, Aolita L, Sciarrino F 2013 *Nat. Commun.* **4** 2432
- [90] Chen L, Lu X, Cheng Z 2011 *J. Opt. Soc. Am. B* **28** 2915
- [91] Karimi E, Piccirillo B, Nagali E, Marrucci L, Santamato E 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 231124
- [92] Piccirillo B, D'Ambrosio V, Slussarenko S, Marrucci L, Santamato E 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 241104
- [93] Marrucci L, Karimi E, Slussarenko S, Piccirillo B, Santamato E, Nagali E, Sciarrino F 2011 *J. Opt.* **13** 064001d
- [94] Torres J P, Alexandrescu A, Torner L 2003 *Phys. Rev. A* **68** 050301
- [95] Di Lorenzo Pires H, Florijn H C B, van Exter M P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 020505
- [96] Padgett M J 2006 *Nature* **443** 924
- [97] Garetz B A, Arnold S 1979 *Opt. Commun.* **31** 1
- [98] Simon R, Kimble H J, Sudarshan E C G 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 19
- [99] Bretenaker F, Le Floch A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2316
- [100] Padgett M J, Courtial J 1999 *Opt. Lett.* **24** 430
- [101] Allen L, Babiker M, Power W L 1994 *Opt. Commun.* **112** 141
- [102] Courtial J, Dholakia K, Robertson D A, Allen L, Padgett M J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3217
- [103] Courtial J, Robertson D A, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4828
- [104] Chen L, She W 2008 *Opt. Express* **16** 14629
- [105] Lavery M P J, Speirits F C, Barnett S M, Padgett M J 2013 *Science* **341** 537
- [106] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013601
- [107] Marrucci L 2013 *Science* **341** 464
- [108] Padgett M 2014 *Phys. Today* **67** 58

Research progress on preparation, manipulation, and remote sensing applications of high-order orbital angular momentum of photons*

Chen Li-Xiang[†] Zhang Yuan-Ying

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

(Received 23 March 2015; revised manuscript received 4 May 2015)

Abstract

Photons are an ideal candidate for encoding both classical and quantum information. Besides spin angular momentum associated with circular polarization, single photon can also carry other fundamentally new degree of freedom of orbital angular momentum related to the spiral phase structure of light. The key significance of orbital angular momentum lies in its potential in realizing a high-dimensional Hilbert space and in encoding a high-dimensional quantum information. Since Allen *et al.* [Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185] recognized the physical reality of photon orbital angular momentum in 1992, rapidly growing interest has been aroused in orbital angular momentum (OAM) from both classical and quantum points of view. Here we present an overall review on the high-order orbital angular momentum of photon, including its preparation and manipulation based on some specific techniques and also its applications. The spatial light modulator is a commercial device that has been widely employed to generate the OAM beams. We make and identify the optical OAM superposition with very high quantum numbers up to $\ell = 360$. Recently, the metallic spiral phase mirrors were also developed to produce high-order OAM beams up to $\ell = 5050$. In addition, the Q-plates made of anisotropic and inhomogeneous liquid crystals were invented to generate high-order OAM beams in a polarization-controllable manner, and the OAM superposition of $\ell = \pm 50$ were achieved. Owing to high rotational symmetry, these high OAM beams have been found to have more and more important applications in the fields of high-sensitivity sensing and high-precision measurements. Two fascinating examples are discussed in detail. The first example is that the research group led by Prof. Zeilinger has prepared and observed the quantum entanglement of high orbital angular momenta up to $\ell = \pm 300$ by the technique of polarization-OAM entanglement swapping, and they demonstrated that the angular resolution could be significantly improved by a factor of ℓ . Their result was the first step for entangling and twisting even macroscopic, spatially separated objects in two different directions. The second example is that the research group led by Prof. Padgett has demonstrated an elegant experiment of rotational Doppler effects for visible light with $\ell = \pm 20$ OAM superposition. They showed that a spinning object with an optically rough surface might induce a Doppler effect in light reflected from the direction parallel to the rotation axis, and the frequency shift was proportional to both the disk's angular speed and the optical OAM. The potential applications in noncontact measurement of angular speed and in significant improvement of angular resolution for remote sensing will be particularly fascinating.

Keywords: orbital angular momentum of light, quantum entanglement, rotation Doppler effect, quantum remote sensing

PACS: 42.50.Tx, 03.67.Mn, 43.28.Py, 07.07.Df

DOI: 10.7498/aps.64.164210

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11104233, 11474238), the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China (Grant No. NCET-13-0495), the Science Foundation of Fujian Province for Distinguished Young Scientists, China (Grant No. 2015J06002), the Program for New Century Excellent Talents in Universities of Fujian Province, China, and the Principal Fund of Xiamen University, China (Grant No. 2012121015).

[†] Corresponding author. E-mail: chenlx@xmu.edu.cn

腔光力学系统中的量子测量

陈雪 刘晓威 张可烨 袁春华 张卫平

Quantum measurement with cavity optomechanical systems

Chen Xue Liu Xiao-Wei Zhang Ke-Ye Yuan Chun-Hua Zhang Wei-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 164211 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.164211

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164211>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用破坏对称性的超导体人造原子制备 χ 型四比特纠缠态

The χ -type four-particle entangled state generated by using superconducting artificial atoms with broken symmetry

物理学报.2015, 64(18): 184207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184207>

结构库中二能级原子与自发辐射场间的纠缠演化

Evolution of entanglement between a two-level atom and spontaneous emission field in structured reservoir

物理学报.2014, 63(12): 124201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.124201>

飞秒脉冲正交位相压缩光的产生

Generation of femtosecond pulsed quadrature phase squeezed light

物理学报.2013, 62(16): 164206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164206>

N00N 态的 Wigner 函数及 N00N 态作为输入的量子干涉

Wigner function of N00N state and quantum interference with N00N state as input

物理学报.2013, 62(11): 114204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.114204>

光学微腔中少光子数叠加态的耗散动力学

Dissipative dynamics of few-photon superposition states in optical microcavity

物理学报.2012, 61(18): 184206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.184206>

专题: 量子精密计量与操控

腔光力学系统中的量子测量*

陈雪¹⁾ 刘晓威¹⁾ 张可焱^{1)†} 袁春华¹⁾ 张卫平¹⁾²⁾¹⁾(华东师范大学物理系, 量子研究所, 上海 200062)²⁾(华东师范大学, 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

(2015年7月11日收到; 2015年7月30日收到修改稿)

腔光力学系统近年来迅猛发展, 在精密测量、量子传感等方面已展现出重要的应用价值. 特别是与微纳技术和冷原子技术结合后, 这一系统正发展成为研究量子测量与量子操控的理想平台. 本文首先综述腔光力学在量子测量, 尤其是量子测量基础理论研究方面的进展; 然后分析腔光力学系统中的量子测量原理; 最后介绍我们近来在这方面的研究进展, 并通过我们设计的一系列新颖的基于腔光力学系统的量子测量方案来具体展示该系统在量子测量、量子操控等方面的潜在应用.

关键词: 腔光力学, 量子测量反作用, 量子全息测量, 微波单光子**PACS:** 42.50.Dv, 42.50.Wk, 03.65.Ta, 37.30.+i**DOI:** 10.7498/aps.64.164211

1 引言

近几十年来随着测量技术的飞速发展以及对测量精度要求的不断提高, 计量学的研究已从宏观世界迈入微观世界, 并与主宰微观世界的量子力学原理不断结合. 得益于这一趋势, 人们对量子测量的过程和结果都有了更深入和更细致的认识, 使得人们能够从更高的层次研究量子测量理论. 该方向的核心研究内容主要包含两个方面, 首先是量子力学不确定性原理对可观测的物理量的测量精度的限制, 其次是怎样在量子力学原理允许的范围内实现对测量精度量子限制的突破^[1]. 而近年来飞速发展的腔光力学系统恰好为这一研究领域提供了一个理想的平台.

腔光力学的起源可以追溯到20世纪七八十年代对宏观大尺度的宇宙现象——引力波的观测研究, 由于对引力波干涉仪测量精度的苛刻要求, 使得腔光力学研究不得不进入微观量子区域^[2,3]. 原

本极为微弱的电磁辐射压效应经谐振腔放大后驱动腔镜做机械振荡, 即构成一个基本的腔光力学系统. 该系统与同样在近年来发展迅速的微纳机电技术和超冷原子物理结合之后, 使得系统参量与尺度跨越了宏观与微观的界限. 其力学结构的振荡频率和有效质量取值都覆盖了极为宽广的范围, 分别为 $10\text{--}10^9\text{ Hz}$ 和 $10^3\text{--}10^{-20}\text{ g}$, 而电磁辐射也跨越了微波和光的波段^[4–6]. 这使得腔光力学这样一个简单的系统成为了一个精密操控、测量力学运动, 进而深入探索微观世界本质及其与宏观世界联系的研究平台. 尽管对引力波的测量尚未取得成功, 但是腔光力学的研究却在量子物理领域别出机杼, 在量子力学基础理论和量子信息处理等应用领域都发展迅速. 尤其是近来腔光力学在量子测量研究中取得了不少阶段性的成果, 展示出了广阔的应用前景. 例如, 基于光力学晶体的加速度计, 其精度已达 $10\text{ }\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ ^[7]. 又如腔光力学磁力计在一个极大的量程内都可以达到 $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的测量精度^[8]. 此外, 除了精密测量本身, 腔光力学在对量子测量

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2011CB921604)、国家自然科学基金(批准号: 11204084, 11234003, 11129402, 11474095, 91436211)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20120076120003)、上海自然科学基金(批准号: 12ZR1443400)和中央高校基本科研业务费资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ky Zhang@phy.ecnu.edu.cn

基础理论的研究方面也获得了大量成果. 例如, 借助于冷原子腔光力学装置压制热噪声, 从而在实验上观测到了辐射压的量子噪声(散粒噪声)效应^[9], 而由其导致的对弱力测量的标准量子极限也于不久之后被实验验证. 又如, 早年利用量子压缩的光场来突破标准量子极限的理论预言^[10], 也在前些年分别在微腔光力学系统^[11]和引力波探测器上实现^[12]. 再如, 量子测量理论的特征效应——量子测量反作用在腔光力学实验中被用作冷却机械振子至量子力学基态的有力工具^[13]. 这些结果都展现了腔光力学与量子测量研究之间密不可分的关系.

本文中我们将首先简述腔光力学中所涉及的量子测量理论, 然后介绍我们在该领域所做的几个理论创新工作. 主要包括利用复合振子来设计对量子测量反作用免疫的腔光力学系统, 该系统对弱力的测量精度将不再受各种量子测量极限的限制; 通过翻转腔光力学系统中机械振子与腔场的传统角色来实现一类特殊的腔光力学系统, 在这种系统中通过操控光场可以将机械振子制备到各种奇异量子态上, 更加重要的是, 通过这一系统可以对振子的量子态进行量子全息测量; 利用混合腔光力学系统将微波量子信号转换到光频域, 从而借助光频域成熟的量子测量技术来实现单光子水平下的微波信号精密测量. 最后对腔光力学在量子测量领域的发展给出总结与展望.

2 腔光力学系统中的量子测量原理

量子力学中最困难和最具挑战性的问题之一就是测量问题. 与宏观世界里的经典测量不同, 在主导微观世界的量子力学原理中, 测量不是独立于所观测的物理系统而单独存在的. 相反, 测量工具本身即是物理系统的一部分, 是等待测物体纠缠在一起的. 因此, 量子测量会对被测物体产生反作用, 改变其状态, 这就是量子测不准原理, 又称量子不确定原理的根源. 我们在本文中讨论的是“弱”量子测量, 即量子参量估计测量^[1], 与“强”量子测量, 即直接投影测量相对. 这种测量需要一个量子试探系统, 其演化依赖于待测参量. 如此就可以通过监控试探系统状态的变化来获取待测参量. 下面我们就以腔光力学系统对弱力测量为例, 来展示量子不确定原理为量子测量精度设置的极限.

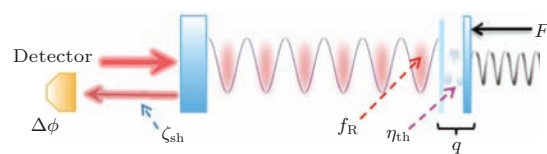


图1 基于腔光力学系统的弱力测量装置示意图. ζ_{sh} 代表在位移量纲下自由散粒噪声的影响, f_{R} 对应激光场辐射压力, η_{th} 是腔镜自身材料内部热运动阻尼力, $\Delta\phi$ 为相位改变, q 为腔镜位移, F 为待测弱力

Fig. 1. Schematic diagram of weak force measurement device based on cavity optomechanical system. ζ_{sh} , f_{R} and η_{th} represent the shot noise, the radiation pressure noise, and the thermal noise, respectively. $\Delta\phi$, q and F represent the phase change of the optical field, the displacement of the cavity mirror and the weak force to be measured, respectively.

如图1所示的腔光力学系统, 假设悬挂的腔镜受到一个弱力作用发生位移, 从而导致输出腔场的相位改变. 在理想情况下相位改变 $\Delta\phi$ 和腔镜位移 q 以及待测弱力 F 间有一一对应关系, 因此测量激光场的相位改变就可以获知弱力的大小. 然而, 在实际测量过程中激光场的散粒噪声将会影响对其相位的测量精度, 如果我们用 ζ_{sh} 代表在位移量纲下自由散粒噪声的影响, 则有 $\Delta\phi \sim q + \zeta_{\text{sh}}$. 此外腔镜位移 q 除了受待测弱力影响外, 还会受到激光场辐射压力 f_{R} 和其自身材料内部热运动阻尼力 η_{th} 的影响. 由于在大多数实际测量实验中, 待测信号以及噪声往往有特定的频率范围, 因此在频谱空间进行的信噪分析更具有实际意义. 假设腔镜的运动是一个受弱力以及其他噪声力驱动的单模谐振子, 则激光场的实际相位改变与信号和噪声之间有以下关系^[14]:

$$\Delta\phi(\omega) \sim \chi(\omega)F(\omega) + \chi(\omega)f_{\text{R}}(\omega) + \zeta_{\text{sh}}(\omega) + \chi(\omega)\eta_{\text{th}}(\omega), \quad (1)$$

其中右边第一项正是待测信号, $\chi(\omega)$ 是腔镜振动的力学极化率, 而第二、三、四项分别对应激光场的辐射压力噪声、散粒噪声以及腔镜热噪声的贡献. 在通常条件下热噪声远大于其他两者, 因此对腔镜的冷却往往是提高腔光力学测量装置精度的首要措施. 在极低的温度下热噪声被抑制后, 辐射压力噪声和散粒噪声的效果就突显出来了, 根据上式可得噪声的总功率密度谱为

$$S_{\text{noise}}^{\text{tot}}(\omega) = |\chi(\omega)|^2 S_f(\omega) + S_{\zeta}(\omega), \quad (2)$$

其中 $S_f(\omega)$, $S_{\zeta}(\omega)$ 分别为辐射压力噪声和散粒噪声的功率谱, 这两种噪声的来源是激光场振幅和

相位的量子起伏,即使在绝对零度下依然存在,所以量子力学在“弱”位移测量的精度上设置了限制.光子的散粒噪声限制了估算相移的精度^[15,16],我们似乎可以通过增加光强来压制散粒噪声,但实际上这样做会放大另一个噪声效应——光场的辐射压会影响腔镜的振动,这就是所谓的测量反作用.根据量子力学的测不准原理可得散粒噪声与辐射压噪声功率谱的关系^[17]

$$S_f(\omega)S_\zeta(\omega) \geq \frac{\hbar^2}{4}, \quad (3)$$

由此我们就可推算出腔光力学测量装置的附加噪声在信号与腔镜运动共振时的最小贡献, $S_{\text{noise}}^{\text{SQL}}(\omega_0) = \hbar/(m\gamma\omega_0)$, 其中 m , ω_0 和 γ 分别是腔镜的有效质量、振动的特征频率和力学阻尼.这个噪声谱极限值就给出了腔光力学系统对腔镜位移测量的最小不确定度,也称标准量子极限 $\delta q = \sqrt{\hbar/(2m\omega_0)}$, 恰好与量子简谐振子的零点涨落相同^[15,16].目前在实验上通过各种冷却技术压制热噪声,已经使得腔光力学的位移测量精度达到 $10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$, 约是标准量子极限的5倍^[18].需要强调的是,这个测量的标准量子极限并不是一个基本极限,利用压缩光场建立两种噪声之间的关联^[10]或者利用规避量子测量反作用的测量方案都可以突破这个测量极限^[19].

3 腔光力学在量子精密测量中的新应用

除了对位移或弱力这些实际物理量的精密测量外,利用腔光力学系统还可以对其中振子和光子的量子态进行操控、传输和测量.这些都是经典测量理论所无法涵盖的,我们将在下文中以我们最近的一些理论工作为例来展示这些量子测量的应用.

3.1 规避量子测量反作用的弱力测量

在上个章节我们展示了量子测量反作用对测量精度的限制,然而针对两体以上的耦合量子系统,则存在多个正则自由度,可以通过巧妙设计它们与待测量的耦合形式来规避量子测量反作用对测量精度的影响.

以腔光力学系统为例,我们考虑一个最简单的量子规律免疫子系统——双振子系统^[19].这两个

振子A和B必须有相同的频率和相反的质量,则其哈密顿量为

$$H_0 = \frac{p^2 - p'^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2(q^2 - q'^2). \quad (4)$$

我们假设它们通过光力学相互作用与一个共同的腔光场 c 和待测弱力 f_A , f_B 耦合,相互作用哈密顿量为

$$V = \hbar[\Delta_c + G(q + q')]c^\dagger c + f_A q + f_B q', \quad (5)$$

其中 Δ_c 和 G 分别为光腔的失谐和光力学偶和强度.定义复合变量

$$\begin{aligned} Q &= q + q', & P &= \frac{1}{2}(p + p'), \\ \Phi &= \frac{1}{2}(q - q'), & \Pi &= p - p', \end{aligned} \quad (6)$$

易证明 $[Q, \Pi] = 0$, 且

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{\Pi}{m}, & \dot{\Pi} &= -m\omega^2 Q + f_B - f_A, \\ \dot{c} &= i\Delta_c c - iGQc. \end{aligned} \quad (7)$$

上述复合位置算符 Q 与相对动量算符 Π 构成的动力学方程组形成了一个量子规律免疫的子系统.

(7)式描述了振子在外力差 $f_B - f_A$ 驱动下的运动导致腔场频率的移动,这种移动可以由干涉法测出.然而,与一般光力学情况不同,辐射压的效应在振子的方程中完全没有出现,因此这个系统能够突破位移测量的标准量子极限^[20].需要强调的是,这并不意味着没有量子测量反作用,而是反作用被诱导到了测量不关注的自由度上,图2展示了由测量引起的完整动力学关系图.

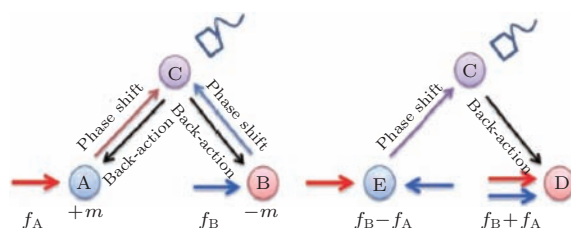


图2 测量反作用规避系统的原理图: 左图为原始表象, 右图为复合表象. 复合振子E的位移导致腔场C的相位变化, 这种变化可以通过干涉法测定, 但测量反作用只会影响到复合振子D

Fig. 2. Relationship diagram for the back-action evading setup in the “bare” (left) and “composite” (right) representations. The displacement of the composite oscillator E results in a change in the phase of the cavity field C that could be measured by homodyne detection, but the measurement back-action only affects the composite oscillator D.

这个方案的核心在于一对动力学响应完全相反的振子,即要求振子之一质量为负,这在经典力学系统中是不可能实现的,然而在量子力学的世界里却有不少等效的实现方案.例如,在光力学系统中用振幅调制的抽运场驱动腔模^[21],或者再额外添加一个红失谐驱动的腔^[22],甚至用一团能级交叉跃迁的原子自旋系综取代负质量的光力学振子^[23].在最近的工作中,我们建议使用光晶格调制原子玻色-爱因斯坦凝聚体的有效质量变负,然后搭建一个混合的腔光力学系统来规避量子测量反作用^[20].这些方案各有优劣,并且对信号测量的有效频域各不相同,可以互为补充.

3.2 反转型腔光力学系统中的量子全息测量

量子系统的所有特征都蕴含在其量子态中,然而量子态却无法直接测量,只可从对相关自由度的重复测量结果中重新构建出来,这就是所谓的量子全息测量.目前在离子阱系统和腔量子电动力学系统中,对原子和光子量子态的全息测量都已经实现^[24,25],这就为在腔光力学系统中开展相关研究奠定了基础.我们在最近的研究中就发现利用一个基于原子玻色爱因斯坦凝聚体的反转型腔光力学系统,不但可以通过对腔场的测量将原子凝聚体制备到各种奇异的量子态上,还可以对其量子态进行量子全息测量^[26].

与一般的基于原子凝聚体的腔光力学系统不同^[9,27],我们考虑的凝聚体被一个极为狭窄的势阱束缚在一个高品质的环形腔中,其内部能级受腔外光场激发后散射光子并被光腔收集.这个相互作用可以表达为哈密顿量

$$V \approx \hbar G (c^+ + c) a^+ a, \quad (8)$$

其形式与普通的光力学耦合完全一致,但光压项 $a^+ a$ 和振子位移项 $c^+ + c$ 却分别对应超冷原子场和腔光场,而光力学偶和强度 G 变为原子场的散射跃迁系数.也就是说其效果是原子物质场产生的“辐射压”驱动了“光学振子”,而不是一个无质量的光场产生的“辐射压”驱动了力学振子.腔光力学系统中光子与振子的角色反转后,适当调节系统参量后各种各样的非经典态都可以在玻色爱因斯坦凝聚体上产生^[28,29].例如,当腔场初始为真空态,原子场为相干态,系统演化时间为 $t = (2n+1)\pi/\omega_0$

时,通过测量腔场的正则位移,就可以将原子场制备到任意的近似数态^[26].

在此基础上,如果利用相位制备技术调节物质波场的初始相移^[30],使系统初态变为 $\rho = D(\beta)\rho_a D(-\beta) \otimes |0\rangle\langle 0|_c$,然后再测量腔场并重复这一过程,得到腔场在各数态上的概率分布 $P_c(n)$.重新改变相移值再获取新的分布概率.如此往复就可以从这些分布概率中重构原子场的 Wigner 函数^[24,25]:

$$\begin{aligned} W_a(\beta) &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \langle n | D(\beta) \rho_a D(-\beta) | n \rangle_a \\ &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} P_c(n) (1+i)^n. \end{aligned} \quad (9)$$

上式中 ρ_a 和 $D(\beta)$ 分别是原子场的初始密度矩阵和位移算符, β 则是用于移动原子场相位的相干场的复振幅. Wigner 函数 $W_a(\beta)$ 中包含了原子场量子态的所有信息.

3.3 单量子水平微波场信号的精密测量

由于微波光子的频率低、能量小,因此对极为微弱的尤其是单光子水平的微波信号的量子测量是极为困难的.目前实验中使用的单光子微波测量技术主要基于两种直接的思路:一是使用极为灵敏的探测装置,例如半导体量子点^[31]、超导量子比特^[32]、或是里德堡原子等^[33].但这些装置往往需要苛刻的使用环境,例如强磁场、超低温等.二就是利用线性放大技术增强微波信号^[34]但却容易抹去原信号的量子特征.与之相对,对单光子水平光学信号的测量技术却非常成熟,并催生出量子信息处理等一系列研究领域^[35].由于光子之间无相互作用,微波与光子信号无法直接传递,这使得通常无法借助光频测量技术来测量微波.但有鉴于近来混合腔光力学系统,尤其是耦合微波频域和光频域信号的腔光力学系统在理论^[36,37]与实验^[38,39]研究上的飞速发展,我们提出了一个新颖的微波量子测量方案^[40].我们建议利用腔光力学系统将微弱的微波信号转换为光信号后进行测量,这样就可以绕过两条常用思路面对的限制.

我们考虑这样一个混合腔光力学系统,其力学振子能同时耦合微波谐振器和光学腔.为了保证足够的耦合强度,我们用相干场驱动该系统,则系统

的有效相互作用哈密顿量为

$$V = \hbar G_a (\mathbf{a} + \mathbf{a}^+) (\mathbf{c} + \mathbf{c}^+) + \hbar G_b (\mathbf{b} + \mathbf{b}^+) (\mathbf{c} + \mathbf{c}^+). \quad (10)$$

其中, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ 分别为光场、微波场和力学振子的湮没算符. 通常情况下调节微波和光波谐振腔的驱动失谐量, 使之与力学振子频率共振就可以实现微波信号与光波信号之间的转换^[41,42]. 然而这种转换方式却会将大量的力学声子噪声引入信号, 影响最终的测量精度. 我们的方案是利用大失谐情况下的绝热转移技术来克服这一点. 用准粒子表象能够很清晰地解释这一原理. 利用对角化技术, 混合系统的哈密顿量可以变为

$$H = \hbar \omega_A \mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \hbar \omega_B \mathbf{B}^+ \mathbf{B} + \hbar \omega_C \mathbf{C}^+ \mathbf{C}, \quad (11)$$

这里的 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ 是准粒子的玻色湮没算符, 其能谱随光腔驱动失谐量 Δ_a 的变化以及与真实模式的关系都在图 3 中展示. 随着 Δ_a 在微波腔失谐值 Δ_b 附近的缓慢调节, 准粒子 B 从微波型的激发变为了光子型的激发, 而准粒子 C 则始终保持着声学激发性质不变. 这就意味着声子噪声几乎没有涉入光子与微波的转换.

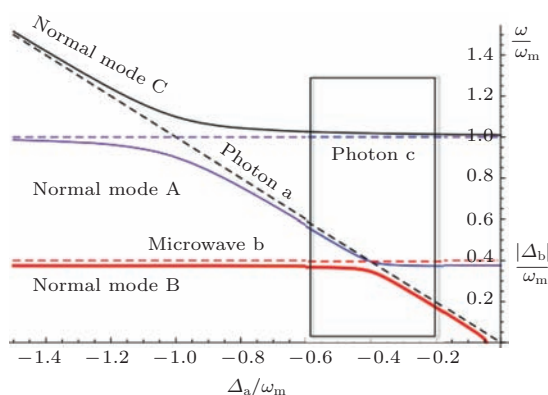


图 3 准粒子能谱图: 实线代表准粒子模式 A, B, C 的能量随光腔失谐量 Δ_a 的变化, 虚线对应无相互作用的光子模式 a、微波模式 b 和声子模式 c. 框内区域是混合腔光力学系统的工作区域

Fig. 3. The energy spectrum diagram of quasi-particles. The solid curves represent the energies of quasi particle modes A, B, and C with the change of optical detuning Δ_a . The dashed curves correspond to the noninteracting optical mode a, microwave mode b, and phonon mode c. The frame marks the effective working range of the hybrid cavity optomechanical system.

为了保证这种绝热转换, 对 Δ_a 的调节时间有特殊的要求: 既不能太快从而引起准粒子模式 B 和

A 之间的跃迁, 也不能太慢, 以致使腔场的损耗效应变得显著. 最终我们估计入射微波信号和出射光波信号的平均光子数有如下关系:

$$\bar{n}_o = \bar{n}_s + \frac{(G_b^2 + G_a^2) \gamma}{\omega_c^2 \kappa} (2\bar{n}_c + 1), \quad (12)$$

其中 $\bar{n}_o$, $\bar{n}_s$ 分别为光波信号和微波信号的平均光子数, 第二项代表的是声子噪声和双腔损耗的影响, 根据目前腔光力学的实验参量来估计, 其值约为 0.06, 远小于 1. 这就保证了混合系统能够实现单光子水平微波信号的测量.

4 结论与展望

量子腔光力学的快速发展使得它在量子测量领域发挥越来越重要的作用, 不但在测量弱力、弱场、微小移动等方面取得了许多成果, 在研究量子测量理论本身方面也展现了重大的价值. 配合微纳技术以及冷却技术的发展, 腔光力学系统不但展示出了标准量子极限, 从而验证了量子测量理论, 而且能通过运用量子力学原理突破测量极限. 此外, 通过结合量子全息技术和量子绝热通道技术, 腔光力学系统还能进行诸如对力学振子量子态的估计和对微波单光子的转换等许多更加复杂多样的量子测量研究. 未来, 随着能够进入量子区域的腔光力学系统的尺度不断增大, 该系统还将成为研究经典量子过渡物理的平台, 验证测量退相干理论. 量子测量理论中测量与制备量子态的一体两面性还可以使腔光力学系统在未来成为精密操控量子机械的研究起点. 总之, 腔光力学系统是量子测量理论理想的研究和实践平台.

参考文献

- [1] Yuan C H, Zhang K Y, Zhang W P 2014 *Sci. China Inform. Sci.* **44** 345 (in Chinese) [袁春华, 张可烨, 张卫平 2014 中国科学: 信息科学 **44** 345]
- [2] Braginsky V B, Vorontsov Y L, Thorne K S 1980 *Science* **209** 547
- [3] Caves C M, et al. 1980 *Rev. Mod. Phys.* **52** 341
- [4] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F 2014 *Rev. Mod. Phys.* **86** 1391
- [5] Marquardt F, Girvin S M 2009 *Physics* **2** 40
- [6] Meystre P 2013 *Ann. Phys.* **525** 215
- [7] Krause A G, Winger M, Blasius T D, Lin Q, Painter O 2012 *Nat. Photon.* **6** 768
- [8] Forstner S, Prams S, Knittel J, van Ooijen E D, Swaim J D, Harris G I, Szorkovszky A, Bowen W P, Rubinsztein-Dunlop H 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 120801

- [9] Murch K W, Moore K L, Gupta S, Stamper-Kurn D M 2008 *Nat. Phys.* **4** 561
- [10] Caves C M 1981 *Phys. Rev. D* **23** 1693
- [11] Hoff U B, Harris G I, Madsen L S, Kerdoncuff H, Lassen M, Nielsen B M, Bowen W P, Andersen U L 2013 *Opt. Lett.* **38** 1413
- [12] Aasi J, *et al.* 2013 *Nat. Photon.* **7** 613
- [13] Mancini S, Vitali D, Tombesi P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 688
- [14] Zhang W P, *et al.* 2014 *Advances in Quantum Optics* (Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press) p132 (in Chinese) [张卫平等 2014 量子光学研究前沿 (上海: 上海交通大学出版社) 第132页]
- [15] Braginsky V B, Khalili F Y 1992 *Quantum Measurement* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [16] Clerk A A, Devoret M H, Girvin S M, Marquardt F, Schoelkopf R J 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1155
- [17] Milburn G J, Woolley M J 2011 *Acta Physica Slovaca* **61** 483
- [18] Schliesser A, Arcizet O, Riviere R, Kippenberg T J 2009 *Nat. Phys.* **5** 509
- [19] Tsang M, Caves C M 2012 *Phys. Rev. X* **2** 031016
- [20] Zhang K Y, Meystre P, Zhang W P 2013 *Phys. Rev. A* **88** 043632
- [21] Clerk A A, Marquardt F, Jacobs K 2008 *New J. Phys.* **10** 95010
- [22] Fink J M, Steffen L, Studer P, *et al.* 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 163601
- [23] Hammerer K, Aspelmeier M, Polzik E S, Zoller P 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 020501
- [24] Leibfried D, Meekhof D M, King B E, Monroe C, Itano W M, Wineland D J 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 4281
- [25] Deléglise S, Dotsenko I, Sayrin C, Bernu J, Brune M, Raimond J M, Haroche S 2008 *Nature* **455** 510
- [26] Zhang K Y, Meystre P, Zhang W P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 240405
- [27] Brennecke F, Ritter S, Donner T, Esslinger T 2008 *Science* **322** 235
- [28] Mancini S, Man'ko V I, Tombesi P 1997 *Phys. Rev. A* **55** 3042
- [29] Bose S, Jacobs K, Knight P L 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4175
- [30] Gross C, Strobel H, Nicklas E, Zibold T, Bar-Gill N, Kurizki G, Oberthaler M K 2011 *Nature* **480** 219
- [31] Komiyama S, Astafiev O, Antonov V, Kutsuwa T, Hirai H 2000 *Nature* **403** 405
- [32] Houck A A, Schuster D I, Gambetta J M, *et al.* 2007 *Nature* **449** 328
- [33] Guerlin C, Bernu J, Deleglise S, *et al.* 2007 *Nature* **448** 889
- [34] Bozyigit D, Lang C, Steffen L, *et al.* 2011 *Nat. Phys.* **7** 154
- [35] Chunnillall C J, Degiovanni I P, Kück S, Müller I, Sinclair A G 2014 *Opt. Eng.* **53** 081910
- [36] Wang Y D, Clerk A A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 153603
- [37] Tian L 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 153604
- [38] Andrews R W, Peterson R W, Purdy T P, *et al.* 2014 *Nat. Phys.* **10** 321
- [39] Bochmann J, Vainsencher A, Awschalom D D, Cleland A N 2013 *Nat. Phys.* **9** 712
- [40] Zhang K Y, Bariani F, Dong Y, Zhang W P, Meystre P 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 113601
- [41] Andrews R W, Peterson R W, Purdy T P, *et al.* 2014 *Nat. Phys.* **10** 321
- [42] Bochmann J, Vainsencher A, Awschalom D D, Cleland A N 2013 *Nat. Phys.* **9** 712

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Quantum measurement with cavity optomechanical systems*

Chen Xue¹⁾ Liu Xiao-Wei¹⁾ Zhang Ke-Ye^{1)†} Yuan Chun-Hua¹⁾ Zhang Wei-Ping¹⁾²⁾1) (*Quantum Institute for Light and Atoms, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062, China*)2) (*State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China*)

(Received 11 July 2015; revised manuscript received 30 July 2015)

Abstract

Cavity optomechanics originates from the research of interferometric detection of gravitational waves, and later it has become a fast-growing area of techniques and approaches ranging from the fields of atomic, molecular, and optical physics to nano-science and condensed matter physics as well. Recently, it focused on the exploration of operating mechanical oscillators deep in the quantum regime, with an interest ranging from quantum-classical interface tests to high-precision quantum metrology. In this paper, recent theoretical work of our group in the field of quantum measurement with cavity optomechanical systems is reviewed. We explore the quantum measurement theory and its applications with several unconventional cavity optomechanical schemes working in the quantum regime. This review covers the basics of quantum noises in the cavity optomechanical setups and the resulting standard quantum limit of precision displacement and force measurement. Three novel quantum measurement proposals based on the hybrid optomechanical system are introduced. First, we describe a quantum back-action insulated weak force sensor. It is realized by forming a quantum-mechanics-free subsystem with two optomechanical oscillators of reversed effective mass. Then we introduce a role-reversed atomic optomechanical system which enables the preparation and the quantum tomography of a variety of non-classical states of atoms. In this system, the cavity field acts as a mechanical oscillator driven by the radiation pressure force from an ultracold atomic field. In the end, we recommend a multimode optomechanical transducer that can detect intensities significantly below the single-photon level via adiabatic transfer of the microwave signal to the optical frequency domain. These proposals demonstrate the possible applications of optomechanical devices in understanding of quantum-classical crossover and in achieving quantum measurement limit.

Keywords: cavity optomechanics, quantum measurement back-action, quantum tomography, single-photon-level microwave

PACS: 42.50.Dv, 42.50.Wk, 03.65.Ta, 37.30.+i

DOI: 10.7498/aps.64.164211

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2011CB921604), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11204084, 11234003, 11129402, 11474095, 91436211), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20120076120003), the Shanghai Foundation for Development of Science and Technology, China (Grant No. 12ZR1443400), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China.

† Corresponding author. E-mail: kyzhang@phy.ecnu.edu.cn

基于回音壁微腔拉曼激光的纳米粒子探测

王涛 杨旭 刘晓斐 雷府川 高铭 胡蕴琪 龙桂鲁

Nano-partical sensing based on Raman laser in the whispering gallery mode microresonators

Wang Tao Yang Xu Liu Xiao-Fei Lei Fu-Chuan Gao Ming Hu Yun-Qi Long Gui-Lu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 164212 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.164212

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164212>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

强耦合腔量子电动力学中单原子转移的实验及模拟

Single-atom transfer in a strongly coupled cavity quantum electrodynamics: experiment and Monte Carlo simulation

物理学报.2014, 63(24): 244205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244205>

激光二极管抽运的Nd:YVO₄连续自拉曼1175nm激光器

Laser diode end-pumped continuous-wave Nd:YVO₄ self-Raman laser at 1175 nm

物理学报.2014, 63(15): 154208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154208>

激光回馈引起的微片Nd:YAG激光器频差调制

Frequency difference modulation of microchip Nd:YAG laser induced by laser feedback

物理学报.2014, 63(10): 104208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104208>

超高精细度微光学腔共振频率及有效腔长的精密测量

Precision measurement of resonate frequency and the effective cavity length of the high finesse optical micro-cavity

物理学报.2013, 62(19): 194203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.194203>

专题: 量子精密计量与操控

基于回音壁微腔拉曼激光的纳米粒子探测*

王涛¹⁾# 杨旭¹⁾# 刘晓斐¹⁾ 雷府川¹⁾ 高铭¹⁾
胡蕴琪¹⁾ 龙桂鲁^{1)2)3)†}

1)(清华大学物理系, 低维量子物理国家重点实验室, 北京 100084)

2)(清华信息科学技术国家实验室(筹), 北京 100084)

3)(量子物质科学协同创新中心, 北京 100084)

(2015年5月19日收到; 2015年8月17日收到修改稿)

回音壁模式光学微腔由于其品质因子高、模式体积小等优点, 近年来在非标记性的纳米粒子探测方面得到了广泛的重视, 开展了大量的研究, 取得了重要的进展. 利用回音壁微腔的拉曼激光, 通过测量纳米粒子造成的模式劈裂的拍频, 可以实现不同环境下纳米粒子的实时探测. 与传统的稀土离子掺杂法不同, 这种方法采用腔的内禀增益, 不仅提高了应用回音壁模式微腔进行纳米粒子探测的极限, 而且避免了传统方法中稀土离子能级对泵浦光的限制, 拓展了应用范围. 这种方法还可以应用于其他材料的回音壁微腔, 如硅基微环腔等, 以及光子晶体结构、超材料等受损耗限制的系统中. 本文简单介绍了回音壁模式光学微腔进行纳米粒子探测的基本原理以及最新研究进展.

关键词: 回音壁模式微腔, 纳米粒子探测, 拉曼激光, 光学传感器

PACS: 42.55.Sa, 42.55.Ye, 42.81.Pa

DOI: 10.7498/aps.64.164212

1 引言

随着生物医学、国土安全和疾病控制等的需求, 纳米粒子的探测需求越来越迫切^[1–12]. 纳米粒子是指尺寸在1–100 nm之间的微观颗粒, 包括人造纳米粒子、生物大分子(蛋白质大分子, 病毒分子等)、纳米尺度的微生物(支原体等)和大气中的纳米污染物等天然纳米粒子^[13–21]. 大气中的纳米颗粒被吸入或吸收后在人体中具有高度的可移动性, 可以直接引起细胞病变. 在医疗实践中, 纳米粒子能够被导入细胞改变细胞功能, 也能够作为载体为靶细胞输运药物. 纳米粒子的探测既可以用于环境(包括空气和水)中病原体的检测, 也可以用于人体潜在疾病的早期诊断. 人造的纳米粒子可以人为改变粒子的物理属性而直接做成产品应用, 也可以作

为中间产物掺杂到产品中. 人造纳米粒子正广泛地应用于医学、制药、生物、电子、光电子、太阳能和陶瓷等产业. 工程上对纳米粒子特性的控制、监控和品质保证要求越来越严格, 因此, 纳米粒子的监控和测量越来越重要, 要求能够对纳米粒子进行准确、实时和快速的探测、计数和特征分析, 包括大小、形状和折射率等.

目前探测纳米粒子主要是利用光学成像等手段, 辅以放射性或染料等化学物质的标记进行显微镜观察, 如扫描电子显微镜(SEM)、透射电子显微镜(TEM)及原子力显微镜(AFM)等^[22–26]. 这种方法的测量范围在5 nm–500 μm , 可测量的范围大, 适合观察粒子的形态和表面细节特征. 激光衍射法和光散射法等^[1,27–30]可以探测纳米粒子数目、大小和分布等宏观特性及统计信息^[7,11,31–34].

两位作者对本文贡献相等.

* 国家自然科学基金(批准号: 11175094, 11474181, 91221205)和国家重大基础研究计划(批准号: 2011CB9216002)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gllong@mail.tsinghua.edu.cn

然而蛋白质等生物分子在光照、放射性物质和化学物质的刺激下,会发生变性等影响,从而改变性质和功能.同时这些方法存在着设备价格昂贵、测量依赖于取样观察和处理时间较长等因素的限制.

生产、生活和科研要求人们研究免标记的、在极低浓度下有效的、达到实时探测的新型探测手段.光学微腔在众多新型探测手段中越来越受到人们的重视,而且最近在量子信息处理中也有潜在应用^[35–42],尤其是回音壁模式光学微腔越来越受到人们关注.人们利用回音壁微腔的线宽展宽、共振频率移动和模式劈裂等探测信号,已经成功地实现了蛋白质分子、病毒、DNA等纳米粒子在低浓度下的实时探测^[4,5,9,43–65].回音壁模式光学微腔品质因子高、模式体积小,而且对蛋白质等生物分子具有良好的亲和性.此外光学微腔结构微小,便于在芯片上集成,不需要真空、低温等特殊条件,在空气和水中都能进行有效探测,具有重大的应用价值和发展潜力.

回音壁模式光学微腔的探测极限主要受到品质因子 Q 和模式体积 V 的影响, Q/V 越大,理论探测极限就越高.回音壁模式微腔不能通过无限减小微腔体积的方法来缩减模式体积,因此增大品质因子,即减小模式线宽,是提高探测极限最有效的手段.腔的品质因子受到微腔形状结构、材料吸收和辐射等固有因素的限制.虽然可以通过优化设计,减少材料散射和辐射的损耗等方式提升,但是材料的固有损耗是无法消除的,这构成了微腔品质因子的极限.为克服这一障碍,人们在传统的被动腔基础上,发展了能产生增益和激光的主动腔^[9,66–76],采用在微腔制作过程中掺杂稀土离子的方式,在恰当的泵浦作用下,产生稀土离子激光,进行纳米粒子探测^[9,10,77].稀土离子掺杂的微腔制作过程复杂,泵浦光受到稀土离子能级的约束,同时这种掺杂可能影响器件的生物兼容性.为此,人们采用了微腔本征的拉曼激光^[78–87],在空气中实现了半径低至10 nm的纳米颗粒的实时探测.北京大学研究组^[87]还采用微腔拉曼激光创造性地实现了在水环境中的纳米粒子探测.本文介绍回音壁微腔的一些基本性质、制备过程以及如何利用回音壁微腔拉曼激光通过测量粒子散射造成的模式劈裂的拍频变化进行纳米粒子的实时探测的原理,并介绍近期的实验发展情况.

2 回音壁模式光学微腔

2.1 回音壁微腔结构和制作过程

光学微腔的共振能把光场束缚在很小的区域内.通常微腔具有很高的品质因子,腔内能够产生一个强度高、寿命长的光场,被广泛应用于腔量子电动力学、光通信器件、传感器、低阈值激光器等领域.微腔的几何形状多种多样,根据光场的束缚机制不同,光学微腔主要有法布里-珀罗(Fabry-Perot, FP)型微腔、回音壁(whispering gallery modes, WGM)光学微腔和光子晶体微腔等.实际应用中,光学微腔有两个重要的参数,一个是微腔品质因子 Q 值(quality factor),其定义如下:

$$Q = \frac{W(t)}{-\frac{dW(t)}{dt}/\omega_0}, \quad (1)$$

其中, ω_0 是微腔共振频率, $W(t)$ 是束缚在微腔内光场能量,而 $(dW(t)/dt)/\omega_0$ 正比于微腔内光场能量损耗,因此品质因子表征了在时域上光学微腔对光场的束缚能力, Q 值越高,存留于微腔内的时间就越长(光场不被材料吸收、辐射等损耗掉).

另一个重要参数是模式体积(mode volume),表征的是在空间上光学微腔对光场的束缚情况,模式体积越小,同样能量的光场在局部表现的光场强度就越大,光与物质相互作用就越强,其定义为

$$V = \frac{\int \varepsilon(\mathbf{r})|E(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{\max(\varepsilon(\mathbf{r}))|E(\mathbf{r})|^2}, \quad (2)$$

其中, $\varepsilon(\mathbf{r})$ 是微腔材质的介电常数, $E(\mathbf{r})$ 是微腔内光场场强.

随着纳米结构加工制备工艺的提高,回音壁模式的光学微腔的结构多种多样,图1显示了六种常用的光学微腔结构.微腔的制备原料有液滴、硅片、有机聚合物以及二氧化硅等^[21,88–92].微环腔(microring)和微盘腔(microdisk)的品质因子 Q 值比较高,通常为 10^4 — 10^6 .微芯圆环腔(micro-toroid)和微球腔(microsphere)具有超高的品质因子, Q 值可以达到 10^8 .本文介绍的探测方法采用了微球腔和微芯圆环腔^[88].

下面说明二氧化硅微芯圆环腔的制作过程,如图2所示.由于制作光学微腔所用硅片经过了热氧化,在硅表面有2 μm 厚的氧化硅层.将硅片表面

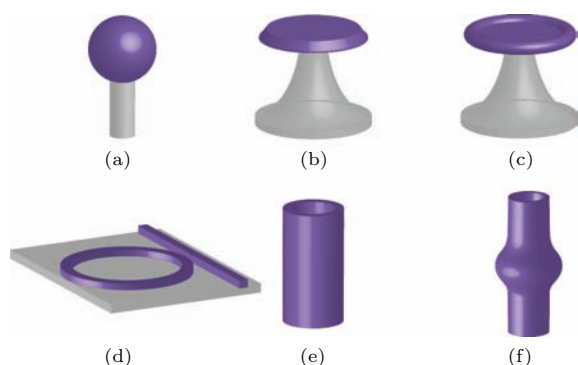


图1 常见的几种回音壁微腔 (a) 微球腔; (b) 微盘腔; (c) 微芯圆环腔; (d) 微环腔; (e) 微管腔; (f) 微泡腔

Fig. 1. Illustrations of various optical microcavities: (a) microsphere; (b) microdisk; (c) microtoroid; (d) microring; (e) microdisk; (f) microtoroid.

的二氧化硅层制成微芯圆环腔主要经过下面六个步骤. 1) 旋涂: 用旋涂法将光刻胶均匀覆盖在二氧化硅表面. 2) 曝光: 盖上掩模板, 然后紫外曝光. 3) 显影. 4) 湿腐蚀: 将样品放入氢氟酸缓冲

液中, 腐蚀二氧化硅层. 光刻胶曝光显影后形成的圆盘作为阻挡层可以保护二氧化硅层不与氢氟酸反应. 腐蚀一段时间后, 未被保护的二氧化硅被腐蚀移去, 从而形成了二氧化硅圆盘. 5) 干腐蚀: 用二氟化氙气体腐蚀硅, 最后成为有支柱支撑的圆盘腔, 从而使二氧化硅圆盘与硅衬底剥离开, 便于实验中与光纤耦合. 到这一步, 已经成功制成回音壁模式微盘腔. 6) 激光回流 (laser reflow): 用高功率的二氧化碳激光从顶部照射微盘腔. 二氧化硅对这个波长的激光吸收很强, 并且硅的导热性是二氧化硅的 100 多倍^[93], 当聚焦的激光光斑 (典型值为 $100 \text{ MW} \cdot \text{m}^{-2}$) 照射到微型圆盘表面时, 二氧化硅圆盘外围受热向内卷曲收缩, 而底部的硅不受影响, 几乎保持不变. 由于表面张力, 重新凝固中形成的微腔边缘将十分光滑, 这一步会有效地提高微腔的品质因子, 减小腔体由于粗糙引起的损耗. 这就形成了微芯圆环腔.

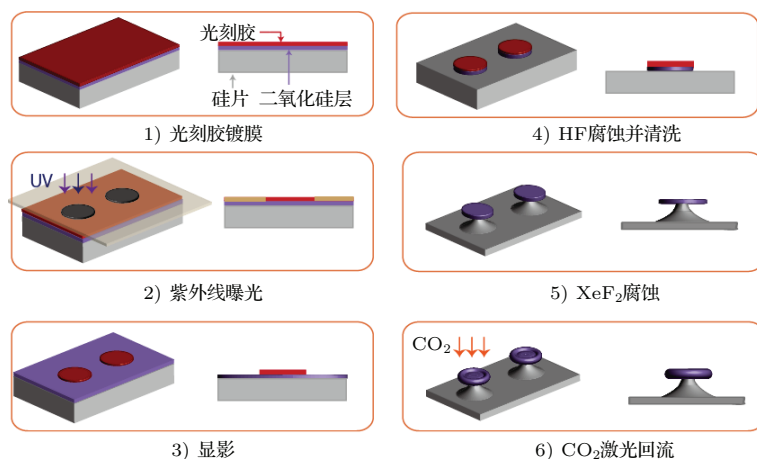


图2 硅衬底上制作二氧化硅微芯圆环腔流程

Fig. 2. Fabrication flow for silica microtoroid on a silicon substrate.

2.2 光纤锥近场耦合

微芯圆环腔等回音壁模式微腔具有旋转对称性, 有极高的品质因子, 人们一般用外部的近场耦合器件将光耦合进出微腔, 如光纤锥、光学波导和棱镜等^[94–96]. 目前实验中多采用光纤锥耦合. 图3(a), (b) 分别是我们实验室制备的微芯圆环腔和光纤锥系统的俯视图和侧视图. 光纤锥的制备有多种方法, 一般用氢氧焰来制备所需的光纤锥, 中间最细部分通常为几百纳米.

光纤锥-微腔耦合系统的腔动力学方程^[69,97,98] 可以表示为:

$$\frac{da}{dt} = - \left(i\omega_0 + \frac{\kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}}{2} \right) a - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} a_{\text{in}}, \quad (3)$$

其中 a 表示微腔内的光场, a_{in} 表示输入光场, ω_0 是腔共振频率, $\kappa_0 = \omega_0/Q_0$ 是模式本身内部损耗, 来自于二氧化硅本身对光场的吸收以及腔体表面粗糙造成散射、腔往外辐射等因素造成的损耗. $\kappa_{\text{ex}} = \omega_0/Q_{\text{ex}}$ 表示光纤锥耦合引入的损耗, 代表着光纤锥与回音壁模式的耦合强度. 结合输入输出关系

$$a_{\text{out}} = a_{\text{in}} + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} a, \quad (4)$$

可得到光纤锥透射谱,



图3 微芯圆环腔与光纤锥耦合 (a) 俯视图; (b) 侧视图

Fig. 3. Coupling between microtoroid and fiber taper: (a) top view; (b) side view.

$$T(\Delta\omega) = \frac{\Delta\omega^2 + \left(\frac{\kappa_0 - \kappa_{\text{ex}}}{2}\right)^2}{\Delta\omega^2 + \left(\frac{\kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}}{2}\right)^2}, \quad (5)$$

其中 $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ 表示频率失谐量, ω 是输入光纤锥的光场频率. 由此式可知透射谱是洛伦兹线型的, 当失谐量为零, 即 $\Delta\omega = 0$ 共振时,

$$T(0) = \left(\frac{\kappa_0 - \kappa_{\text{ex}}}{\kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}}\right)^2, \quad (6)$$

透射率 T 有最小值, 即输出光场最小. 如图4显示了我们实验室制备的一个光学微芯圆环腔的透射谱及其洛伦兹型的拟合结果, 其对应的微腔 Q 值约为 10^7 .

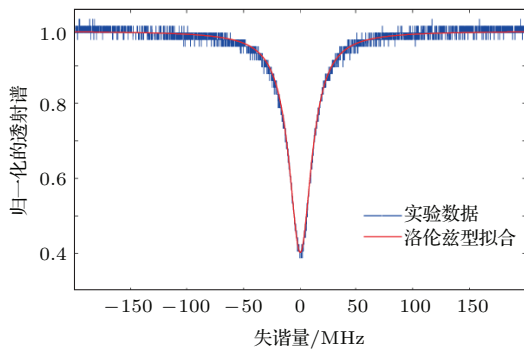


图4 光学微芯圆环腔的透射谱

Fig. 4. Transmission spectrum of the microtoroid.

2.3 瑞利散射导致的模式劈裂

对于微芯圆环腔等旋转对称结构的光学微腔, 可以同时存在多组两个频率简并的、沿着相反方向传输的回音壁光学模式: 顺时针 (CW: clockwise) 和逆时针 (CCW: counter-clockwise) 模式. 这两个简并模式有相同的共振频率和线宽. 当有纳米粒子吸附在微腔表面时, WGM 模式光场发生瑞利散射, 一部分光被散射到周围环境中损耗掉, 一部分光继

续在原来的方向传输, 还有一部分光被散射为相反的传输方向, 即 CW 模式的光被散射到了 CCW 模式, 反之亦然. 结果是 CW 和 CCW 模式耦合在一起, 两个模式耦合后, 形成了两个新的正交模, 它们的共振频率不再相同. 因而在透射谱上可以观察到两个共振吸收谷, 这个现象就是模式劈裂 (mode splitting) [4,99–102]. 事实上, 在高 Q 值的回音壁模式微腔中, 很多因素都可以导致模式劈裂, 比如微腔表面缺陷、黏附纳米粒子等.

纳米粒子尺寸属于亚波长范围, 因此它与光场的相互作用可以近似为偶极相互作用, 纳米粒子可以被近似看作偶极子. 假设纳米粒子对光场发生瑞利散射, 耦合系数为 g ,

$$g = -\frac{\alpha f^2(\mathbf{r})\omega_0}{2V_C}. \quad (7)$$

为了简单起见, 考虑空气中的情况, 假设所研究的纳米粒子是半径为 R 的球形颗粒, 球形粒子的极化率是

$$\alpha = 4\pi R^3 (n_p^2 - 1) / (n_p^2 + 2), \quad (8)$$

其中 n_p 表示纳米粒子的折射率. 由于瑞利散射引入的损耗项为

$$\Gamma_R = \alpha^2 f^2(\mathbf{r})\omega_0^4 / (6\pi v^3 V_C), \quad (9)$$

顺时针和逆时针传播方向光场的动力学方程 [8,69,100]:

$$\begin{aligned} \frac{da_{\text{CW}}}{dt} = & -\left(i\omega_0 + ig + \frac{\Gamma_R + \kappa_{\text{eff}} + \kappa_{\text{ex}}}{2}\right)a_{\text{CW}} \\ & -\left(ig + \frac{\Gamma_R}{2}\right)a_{\text{CCW}} - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}}a_{\text{CW}}^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{da_{\text{CCW}}}{dt} = & -\left(i\omega_0 + ig + \frac{\Gamma_R + \kappa_{\text{eff}} + \kappa_{\text{ex}}}{2}\right)a_{\text{CCW}} \\ & -\left(ig + \frac{\Gamma_R}{2}\right)a_{\text{CW}}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中, a_{CW} 和 a_{CCW} 分别表示顺时针传播和逆时针传播模式光场, ω_0 是微腔圆环腔共振频率, $v = c/\sqrt{\varepsilon_m}$, $a_{\text{CW}}^{\text{in}}$ 和 $a_{\text{CCW}}^{\text{in}}$ 分别表示顺时针传播和逆时针传播模式的光场输入. 定义 $a_{\pm} = (a_{\text{CW}} \pm a_{\text{CCW}})/\sqrt{2}$ 和 $a_{\pm}^{\text{in}} = (a_{\text{CW}}^{\text{in}} \pm a_{\text{CCW}}^{\text{in}})/\sqrt{2}$, 在频率域中求解 (10), (11) 式的稳态解有:

$$-\left[i(\Delta - 2g) + \frac{2\Gamma_R + \kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}}{2}\right]a_+ + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}}a_+^{\text{in}} = 0, \quad (12)$$

$$-\left[i\Delta + \frac{\kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}}{2}\right]a_- + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}}a_-^{\text{in}} = 0, \quad (13)$$

其中, $\Delta = \omega_0 - \omega$ 是输入光与微腔共振频率的失谐量. 对称模式 (a_+) 相对于原来简并模式发生 $2g$ 大小的频移, 并且谱线增宽 $2\Gamma_R$, 而反对称模式 (a_-) 不发生任何变化, 因此 $2g$ 的频率移动就对应 WGM 的模式劈裂效应.

将 (7) 和 (9) 式二者相除, 得到

$$\alpha = \frac{3\lambda^3}{8\pi^2} \cdot \frac{\Gamma_R}{g}. \quad (14)$$

(14) 式的结果与 (8) 式对比, 得到

$$R = \left(\frac{3\lambda^3/(8\pi^2)}{4\pi(n_p^2 - 1)/(n_p^2 + 2)} \cdot \frac{\Gamma_R}{g} \right)^{1/3}, \quad (15)$$

由 (15) 式可以估算导致模式劈裂的纳米粒子的半径大小. 本质上说, 这种探测方法探测的是粒子进入微腔模式体积后微腔极化率的变化, 在已知粒子折射率的情况下这一变化可以转化为尺寸.

3 微腔拉曼激光纳米粒子探测

采用回音壁模式微腔进行纳米粒子探测, 可以通过观察模式线宽展宽、共振频率移动、模式劈裂变化等机制来实现. 这些探测机制的探测极限都取决于两个模式 (展宽前和展宽后、频移前和频移后、劈裂形成的对称模式和反对称模式) 的洛伦兹型谱线的分辨极限, 因此压窄线宽是提高探测精度的有效手段. 稀土离子掺杂的主动腔突破了微腔品质因子由设计和材料等固有损耗决定的极限, 在纳米粒子探测中取得了良好的效果, 但这种掺杂带来的复杂性促使人们寻找非掺杂的主动腔. 在非掺杂的增益效应中, 拉曼激光受到关注. 人们在硅、二氧化硅和 CaF_2 等回音壁模式微腔中已经成功得到了拉曼激光 [66,71,79–84,103–110]. 受激拉曼散射在生物、材

料科学、环境监测、光通信等领域有广泛的应用, 它是一种非线性、非弹性散射过程, 当入射光子与物质的分子 (或原子) 相互作用时, 观察到散射出来的光子频率发生变化. 光子被散射粒子吸收, 同时发射出一个频率 $\omega_S = \omega_0 - \omega_R$ 的频率减小的斯托克斯 (Stokes) 光子, 伴随着产生一个声子; 相应的, 如果光子被散射粒子吸收, 同时吸收一个声子, 那么发射出一个频率为 $\omega_{\text{AS}} = \omega_0 + \omega_R$ 的反斯托克斯 (anti-Stokes) 光子 [80,110]. 受激拉曼散射或拉曼增益过程中, 由于分子振动能级寿命, 介质对于辐射场的响应时间是一个有限值, 因此增益谱线有一定的线宽, 这直接关系到拉曼激光器的阈值、转换效率等参数. 图 5 (a) 为二氧化硅材料的拉曼频移和对应增益 [80], 图 5 (b) 为我们研究组在实验中测到的拉曼激光光谱. 可以看出, 二氧化硅材料拉曼增益有不同的频移和对应增益量.

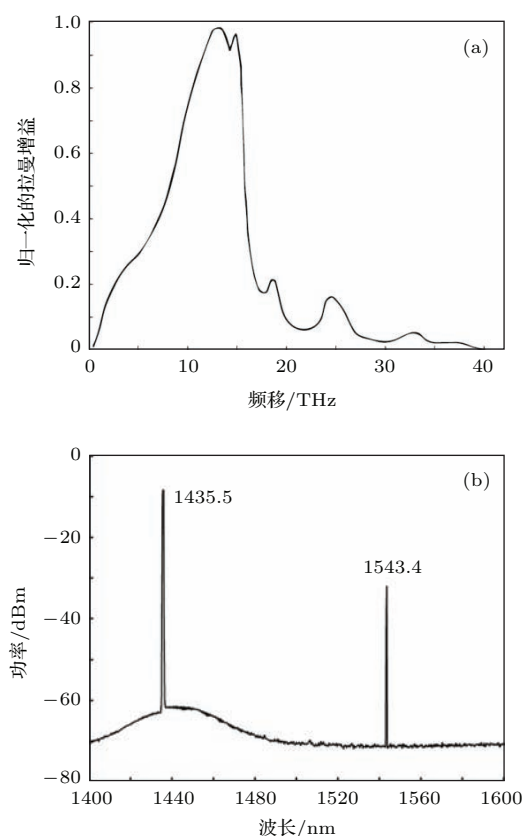


图5 拉曼增益带 [80] (a) 和我们在实验中测得的拉曼激光光谱 (b)

Fig. 5. Raman gain spectrum [80] (a) and Raman laser spectrum measured in our experiment (b).

具有拉曼增益和拉曼激光的主动腔中, 有两种方式可以提高探测极限. 一是在泵浦 (pump) 功率低于产生激光阈值时, 用 pump-probe 方法, 探

测光 (probe) 得到增益而补偿其损耗, 使得探测光的 Q 值增大, 线宽变窄. 二是如果泵浦功率超过拉曼激光阈值时, 由于激光的线宽通常比共振腔的线宽小得多. 因此利用主动腔泵浦产生的激光来探测纳米粒子可以大大提高探测灵敏度. 激光的基本线宽 $\Delta\nu_{\text{laser}}$ 由 Schawlow-Townes 公式^[80] 给出: $\Delta\nu_{\text{laser}} = \pi h \nu (\Delta\nu)^2 / P_{\text{out}}$, 其中 ν 是光子能量, $\Delta\nu = \nu/Q$ 是被动腔线宽, P_{out} 为激光输出功率. 例如, 微腔 Q 为 10^6 — 10^7 , 激光波长为 1550 nm, 激光输出功率 P_{out} 为 10 μW 时, 输出激光线宽在 1.5 Hz—1.5 kHz 范围.

北京大学研究组、华盛顿大学与清华大学联合研究组^[78,87] 在实验上实现了微腔拉曼激光的单纳米粒子探测, 其装置示意图如图 6 所示. 实验采用微芯圆环腔, 可调激光器能够输出一个波长范围连续可调的激光, 作为产生拉曼激光的泵浦光. 偏振控制器能够调节输入到微腔的激光偏振方向. 图 6 中上方的指向微腔的喷嘴连接的是纳米粒子发生装置, 能够喷出含有一定浓度的纳米粒子的气流. 由于设定的纳米粒子浓度比较低, 因此吸附到微腔表面的纳米粒子可以认为是一个个地分别吸附上去的, 平均每隔几秒有一个纳米粒子吸附到微腔表面, 纳米粒子吸附到微腔表面不会脱落. 光电探测器探测输出光强, 并把信号接到示波器. 光纤锥的输出信号由波分复用器 (wavelength division multiplexing, WDM) 将泵浦波长和产生的激光波长分开, 把激光输入到光电探测器中转换为电信号.

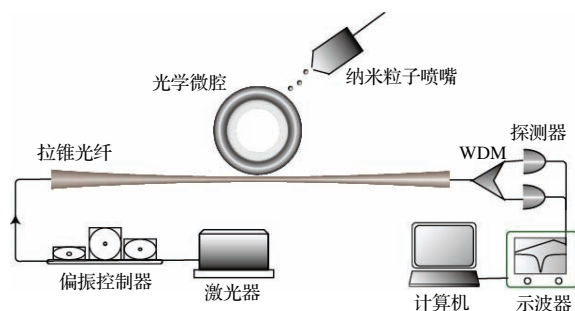


图 6 探测单纳米粒子实验装置^[78,87]

Fig. 6. Schematic of the experimental set-up for detecting single nanoparticle^[78,87].

实验中直径为几十纳米的纳米粒子落在微腔表面时, 会造成拉曼激光的模式产生模式劈裂. 原本单一的激光模式, 劈裂为频率差为 $2g$ 的两个激

光模式. 在实验中, 可以锁定泵浦光^[78], 调节耦合等条件使得频率差为 $2g$ 的两个激光模式同时被激发, 产生频率十分接近的两个激光. 它们在示波器上会形成拍频信号, 如图 7 所示. 对拍频信号做傅里叶变换, 可以看到频率值的跳跃. 监测拍频信号频率值一步一步的变化, 就可以实时探测一个一个落在光腔表面的纳米粒子. 拍频信号变化的统计规律可以用来判断纳米粒子的尺寸大小. 测量时也可以在泵浦模式附近扫描泵浦光^[87], 扫描的泵浦光会造成两个阈值有微小差异的劈裂模式的拉曼激光产生强烈的模式竞争, 在时域上形成周期性的快速震荡的波包. 这些波包内部的震荡频率是单调上升或者单调下降的, 可以截取波包振幅最大的时刻, 即波包的中心区的拍频频率, 来测量此时纳米粒子引入的模式劈裂的大小.

Özdemir 等^[78] 证明了在拉曼阈值以下, 微腔中的拉曼增益可以用来弥补损耗, 提高品质因子, 进而通过检测模式劈裂的方式提高纳米粒子检测的分辨率. 而当增益达到激光阈值时, 通过拍频的跃变监测纳米粒子与微腔的接触. 测量时温度等因素会造成微腔的共振频率移动, 传统的通过测量频移的方法, 将受到这些外部因素的干扰. 而测量模式劈裂和拍频的方法, 由于劈裂后的两个模式受到外部影响是同步的, 劈裂的两个模式提供了内部的参照, 这种自参照的方式将大大提高测量的稳定性. Özdemir 等^[78] 在空气中对 Au, polystyrene (PS) 和 NaCl 纳米粒子进行了有效探测, 在没有额外的稳定设施的条件下, 实现了半径低至 10 nm 纳米粒子的逐个探测 (极化率为 $3.82 \times 10^{-6} \mu\text{m}^3$). 这一极化率数值是之前的 Pound-Drever-Hall 法^[59] 的 1%. 北京大学研究组^[87] 用模式劈裂造成的拉曼激光拍频完成了纳米粒子探测. 他们在空气中实验后, 将腔和光纤锥组成的测量系统放入固定纳米平移台上的槽室中, 完成了液体环境中的测量. 纳米粒子可以通过注入含有纳米粒子的溶液的方式加入水中. 考虑到水的吸收光谱, 实验采用的泵浦波长是 680 nm 的红光. 此外由于硅片表面的污染物容易聚集到微芯圆环腔的探测区域, 实验采用了微球腔而不是微芯圆环腔. 实验通过优化参数等方式压缩探测的噪声, 在没有采用电浆等改善方法的条件下, 他们实时测量了半径为 40 和 20 nm 的 PS 粒子, 粒子在液体中的浓度约为 5 pM.

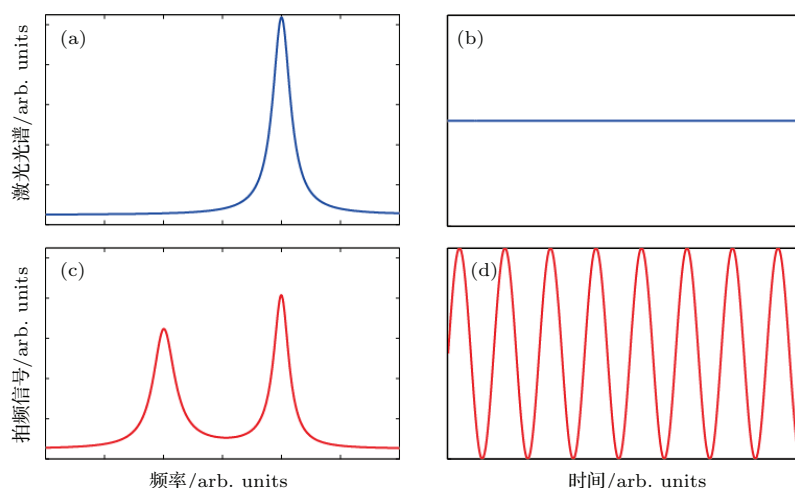


图7 拉曼激光光谱和拍频信号示意图 (a) 探测前的拉曼激光光谱; (b) 探测前没有拍频; (c) 纳米粒子造成的激光模式劈裂; (d) 纳米粒子造成的拍频.

Fig. 7. Raman laser spectrum and beat note signal: (a) Raman laser spectrum before detection; (b) no beat note before detection; (c) Raman laser mode splitting caused by nano-particle; (d) beat note signal caused by nano-particle.

采用回音壁微腔拉曼激光进行纳米粒子探测, 是纳米粒子探测工作的重要进展. 采用拉曼增益相比稀土离子掺杂具有多方面的优势. 拉曼增益是微腔的内禀增益, 不需要像稀土离子增益一样经历掺杂等复杂制备过程, 降低了应用条件, 而且因为没有掺杂, 在同等条件下其品质因子比掺杂的微腔的品质因子更高. 二氧化硅等材料具有良好的生物亲和性, 使用非掺杂的方法, 避免了掺杂造成的生物亲和性降低, 对蛋白质等生物分子的探测具有重要意义. 更重要的是, 相对于稀土离子激光, 拉曼激光不受泵浦激光波长的限制. 在从可见光到通讯波段的常用激光范围里, 拉曼激光都能有效的工作. 这避免了稀土离子激光对泵浦光源的苛刻要求, 拓展了设备的通用性和可移植性, 可以根据环境和目标粒子的需要和实验条件, 自由选择工作波长. 如在水中可以选用对水穿透能力强的红光, 对生物分子等可以选择相应的特殊波长. 还可以同时用多个泵浦光激发不同的拉曼激光进行探测, 落在一个激光模式体积外没有引起拍频变化的粒子, 可能落在另一个激光的模式体积中而引起拍频变化, 这样几个拍频的变化相互参照, 提高探测的准确性.

4 总 结

回音壁模式光学微腔进行纳米粒子探测具有许多优点, 本文介绍了其基本原理和最新进展. 北京大学研究组、华盛顿大学与清华大学联合研究

组利用回音壁微腔的拉曼激光中的模式劈裂实现了对纳米粒子的探测, 实验上通过测量劈裂引起的拍频, 可非常精确和快速探测黏附纳米粒子. 这一方法可以在不同环境下进行纳米粒子的实时探测. 为了提高测量精度, 需要提高微腔的品质因子. 与传统采用稀土离子掺杂法不同, 本文所介绍的方法采用微腔的内禀增益, 不仅进一步提高了回音壁模式微腔的纳米粒子探测的极限, 而且避免了稀土离子中能级对泵浦光的许多限制, 拓展了这种方法的应用范围. 这种实验方法如果配合等离子体效应、噪声压缩、激光频率稳定等措施^[48,50,53,54,59,61], 可以进一步推进探测极限. 同时根据 Wiersig 等^[111]的理论, 这种通过测量模式劈裂进行探测的传感器, 如果将起始状态设为所谓的 EP 点 (exceptional points), 将高品质因子的微腔的拉曼激光拍频和 EP 点的方式相结合, 探测灵敏度的极限还将获得很大提升. 这种无需掺杂、采用拉曼增益弥补损耗的方法, 不但可以应用于二氧化硅材料的微芯圆环腔, 而且对于其他材料的回音壁微腔 (如硅基微环腔) 以及光子晶体结构、超材料等受损耗限制的系统, 也有良好的应用前景. 由于回音壁微腔的独特优势, 其作为纳米粒子探测传感器的应用不断发展, 正向着产品化方向推进. 同时回音壁微腔, 尤其是微环腔和微芯圆环腔, 本身是基于芯片的结构, 芯片化和集成化是其未来的重要发展方向. 可以将多个回音壁微腔组成阵列, 扩大探测范围, 甚

至做成空间阵列, 逐层吸附^[112]. 也可以将其作为传感器的微腔与其他器件, 如微纳激光源、微纳滤波器器件^[95,113–118]集成在一起, 制成系统行的探测芯片. 可以预见, 随着微腔产品化的发展, 应用拉曼激光的微腔传感器在纳米粒子探测上将取得重要实际应用.

参考文献

- [1] Szymanski W W, Nagy A, Czitrovszky A, Jani P 2002 *Meas. Sci. Technol.* **13** 303
- [2] Van D M, Tchegotareva A, Orrit M, Lippitz M, Berciaud S, Lasne D, Cognet L, Lounis B 2006 *PCCP* **8** 3486
- [3] Burg T P, Godin M, Knudsen S M, Shen W, Carlson G, Foster J S, Babcock K, Manalis S R 2007 *Nature* **446** 1066
- [4] Vollmer F, Arnold S 2008 *Nat. Methods* **5** 591
- [5] Vollmer F, Arnold S, Keng D 2008 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **105** 20701
- [6] Fan X, White I M, Shopova S I, Zhu H, Suter J D, Sun Y 2008 *Anal. Chim. Acta* **620** 8
- [7] Naik A, Hanay M, Hiebert W, Feng X, Roukes M 2009 *Nat. Nanotechnology* **4** 445
- [8] Zhu J, Özdemir S K, Xiao Y F, Li L, He L, Chen D R, Yang L 2010 *Nat. Photonics* **4** 46
- [9] He L, Özdemir S K, Zhu J, Kim W, Yang L 2011 *Nat. Nanotechnology* **6** 428
- [10] Vollmer F, Yang L 2012 *Nanophotonics* **1** 267
- [11] Yurt A, Daaboul G G, Connor J H, Goldberg B B, Unlü M S 2012 *Nanoscale* **4** 715
- [12] Wang W, Tao N 2013 *Anal. Chem.* **86** 2
- [13] Colvin V L 2003 *Nat. Biotechnology* **21** 1166
- [14] Hoet P H, Brüske-Hohlfeld I, Salata O V 2004 *J. Nanobiotechnology* **2** 12
- [15] Alivisatos P 2004 *Nat. Biotechnology* **22** 47
- [16] Storhoff J J, Lucas A D, Garimella V, Bao Y P, Müller U R 2004 *Nat. Biotechnology* **22** 883
- [17] Cheng M M C, Cuda G, Bunimovich Y L, Gaspari M, Heath J R, Hill H D, Mirkin C A, Nijdam A J, Terraciano R, Thundat T, Ferrari M 2006 *Curr. Opin. Chem. Biol.* **10** 11
- [18] Sinha R, Kim G J, Nie S, Shin D M 2006 *Mol. Cancer. Ther.* **5** 1909
- [19] De M, Ghosh P S, Rotello V M 2008 *Adv. Mater.* **20** 4225
- [20] Smith A M, Nie S 2009 *Accounts Chem. Res.* **43** 190
- [21] Dai S X, Lu L W, Tao G M, Xu Y S, Yin D M, Niu X K, Zhang W 2012 *Laser & Optoelectronics Progress*. **49** 080001 (in Chinese) [戴世勋, 路来伟, 陶光明, 许银生, 尹冬梅, 牛雪珂, 张巍 2012 激光与光电子学进展 **49** 080001]
- [22] Betzig E, Trautman J, Harris T, Weiner J, Kostelak R 1991 *Science* **251** 1468
- [23] Zhang J, Dong L, Yu S H 2015 *Sci. Bull.* **60** 785
- [24] Seydack M 2005 *Biosens. Bioelectron.* **20** 245
- [25] Liu T G, Zhang F, Meng Z 2005 *Opt. Tech.* **31** 96 (in Chinese) [刘铁根, 张凡, 孟卓 2005 光学技术 **31** 96]
- [26] Wei Q, Qi H, Luo W, Tseng D, Ki S J, Wan Z, Göröcs Z, Bentolila L A, Wu T T, Sun R, Ozcan A 2013 *ACS Nano* **7** 9147
- [27] Plakhotnik T, Palm V 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 183602
- [28] Knollenber R G 1989 *J. Aerosol Sci.* **20** 331
- [29] Boyer D, Tamarat P, Maali A, Lounis B, Orrit M 2002 *Science* **297** 1160
- [30] Lindfors K, Kalkbrenner T, Stoller P, Sandoghdar V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 037401
- [31] Patolsky F, Zheng G, Hayden O, Lakadamyali M, Zhuang X, Lieber C M 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **101** 14017
- [32] Choi Y, Moody I S, Sims P C, Hunt S R, Corso B L, Perez I, Weiss G A, Collins P G 2012 *Science* **335** 319
- [33] Arlett J L, Myers E B, Roukes M L 2011 *Nat. Nanotechnology* **6** 203
- [34] Yue X J, Hong T S, Yang Z, Huang S P 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 821
- [35] Zhang L, Song Z D 2014 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **57** 880
- [36] Lu X K, Guo M T, Su J P, Gong Q X, Wu J K, Liu J L, Chen M, Ma F Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084208 (in Chinese) [卢小可, 郭茂田, 苏建坡, 弓巧侠, 武进科, 刘建立, 陈明, 马凤英 2013 物理学报 **62** 084208]
- [37] Nie W J, Lan Y H, Li Y, Zhu S Y 2014 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **57** 2276
- [38] Svedendahl M, Verre R, Käll M 2014 *Light: Science & Applications* **3** e220
- [39] Li W F, Du J J, Wen R J, Yang P F, Li G, Zhang T C 2014 *Acta. Phys. Sin.* **63** 244205 (in Chinese) [李文芳, 杜金锦, 文瑞娟, 杨鹏飞, 李刚, 张天才 2014 物理学报 **63** 244205]
- [40] Sheng Y B, Liu J, Zhao S Y, Zhou L 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 3507
- [41] Du J J, Li W F, Wen R J, Li G, Zhang T C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194203 (in Chinese) [杜金锦, 李文芳, 文瑞娟, 李刚, 张天才 2013 物理学报 **62** 194203]
- [42] Wang C, He L Y, Zhang Y, Ma H Q, Zhang R 2013 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **56** 2054
- [43] Arnold S, Khoshshima M, Teraoka I, Holler S, Vollmer F 2003 *Opt. Lett.* **28** 272
- [44] Hunt H K, Armani A M 2010 *Nanoscale* **2** 1544
- [45] Vollmer F, Braun D, Libchaber A, Khoshshima M, Teraoka I, Arnold S 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 4057
- [46] Sun Y, Fan X 2011 *Anal. Bioanal. Chem.* **399** 205
- [47] Armani A M, Kulkarni R P, Fraser S E, Flagan R C, Vahala K J 2007 *Science* **317** 783
- [48] Washburn A L, Luchansky M S, Bowman A L, Bailey R C 2009 *Anal. Chem.* **82** 69
- [49] Shopova S, Rajmangal R, Nishida Y, Arnold S 2010 *Rev. Sci. Instrum.* **81** 103110

- [50] Lu T, Lee H, Chen T, Herchak S, Kim J H, Fraser S E, Flagan R C, Vahala K 2011 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **108** 5976
- [51] Santiago-Cordoba M A, Boriskina S V, Vollmer F, Demirel M C 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 073701
- [52] Zhu J, Özdemir S K, He L, Chen D R, Yang L 2011 *Opt. Express* **19** 16195
- [53] Dantham V R, Holler S, Kolchenko V, Wan Z, Arnold S 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 043704
- [54] Santiago-Cordoba M A, Cetinkaya M, Boriskina S V, Vollmer F, Demirel M C 2012 *J. Biophotonics* **5** 629
- [55] Kim W, Özdemir S K, Zhu J, Monifi F, Coban C, Yang L 2012 *Opt. Express* **20** 29426
- [56] Yi X, Xiao Y F, Feng Y, Qiu D Y, Fan J Y, Li Y, Gong Q 2012 *J. Appl. Phys.* **111** 114702
- [57] Lin S, Crozier K B 2013 *ACS Nano* **7** 1725
- [58] Dantham V R, Holler S, Barbre C, Keng D, Kolchenko V, Arnold S 2013 *Nano Lett.* **13** 3347
- [59] Swaim J D, Knittel J, Bowen W P 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 183106
- [60] Shao L, Jiang X F, Yu X C, Li B B, Clements W R, Vollmer F, Wang W, Xiao Y F, Gong Q 2013 *Adv. Mater.* **25** 5616
- [61] Knittel J, Swaim J D, McAuslan D L, Brawley G A, Bowen W P 2013 *Sci. Rep.* **3** 2947
- [62] Wang T, Cao C, Wang C 2013 *Sci. China Inform. Sci.* **56** 1
- [63] Shopova S, Rajmangal R, Holler S, Arnold S 2011 *Appl. Phys. Lett.* **98** 243104
- [64] Baaske M D, Foreman M R, Vollmer F 2014 *Nat. Nanotechnology* **9** 933
- [65] Wu Y Q, Vollmer F 2014 *Cavity-Enhanced Spectroscopy and Sensing* (New York: Springer) **179** pp323–349
- [66] Yang L, Carmon T, Min B, Spillane S M, Vahala K J 2005 *Appl. Phys. Lett.* **86** 091114
- [67] Yang J, Guo L J 2006 *IEEE J. Sel. Top. Quant.* **12** 143
- [68] He L, Özdemir S K, Zhu J, Yang L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 053810
- [69] He L, Özdemir S K, Xiao Y F, Yang L 2010 *IEEE J. Quantum Electron* **46** 1626
- [70] He L, Özdemir S K, Zhu J, Yang L 2010 *Opt. Lett.* **35** 256
- [71] He L, Özdemir S K, Yang L 2013 *Laser. Photon. Rev.* **7** 60
- [72] Salzenstein P, Mortier M, Sérrier-Brault H, Henriët R, Coillet A, Chembo Y K, Rasoloniaina A, Dumeige Y, Féron P 2013 *Phys. Scripta.* **157** 014024
- [73] He L, Özdemir S K, Zhu J, Monifi F, Yilmaz H, Yang L 2013 *New J. Phys.* **15** 073030
- [74] Lei F, Peng B, Özdemir S K, Long G L, Yang L 2014 *Appl. Phys. Lett.* **105** 101112
- [75] Bradley J D, Hosseini E S, Purnawirman P, Su Z, Adam T N, Leake G, Coolbaugh D, Watts M R 2014 *Opt. Express* **22** 12226
- [76] Rasoloniaina A, Huet V, Nguyen T K N, Le Cren E, Mortier M, Michely L, Dumeige Y, Féron P 2014 *Sci. Rep.* **4** 4023
- [77] Özdemir S K, He L, Zhu J, Monifi F, Kim W, Kenekchukwu O, Yilmaz H, Huang S, Yang L 2013 *SPIE OPTO* 86270N
- [78] Özdemir S K, Zhu J, Yang X, Peng B, Yilmaz H, He L, Monifi F, Huang S H, Long G L, Yang L 2014 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **111** E3836
- [79] Spillane S M, Kippenberg T J, Vahala K J 2002 *Nature* **415** 621
- [80] Boyd R W 2003 *Nonlinear Optics* (2nd ed.) (London: Academic Press)
- [81] Kippenberg T J, Spillane S M, Armani D K, Vahala K J 2004 *Opt. Lett.* **29** 1224
- [82] Rong H, Jones R, Liu A, Cohen O, Hak D, Fang A, Paniccia M 2005 *Nature* **433** 725
- [83] Troccoli M, Belyanin A, Capasso F, Cubukcu E, Sivco D L, Cho A Y 2005 *Nature* **433** 845
- [84] Sennaroglu A, Kiraz A, Dünder M, Kurt A, Demirel A 2007 *Opt. Lett.* **32** 2197
- [85] Jiang X F, Xiao Y F, Yang Q F, Shao L, Clements W R, Gong Q 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 101102
- [86] Li B B, Xiao Y F, Yan M Y, Clements W R, Gong Q 2013 *Opt. Lett.* **38** 1802
- [87] Li B B, Clements W R, Yu X C, Shi K, Gong Q, Xiao Y F 2014 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **111** 14657
- [88] Vahala K J 2003 *Nature* **424** 839
- [89] Gorodetsky M L, Ilchenko V S 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 147
- [90] Bogaerts W, De Heyn P, van Vaerenbergh T, De Vos K, Kumar Selvaraja S, Claes T, Dumon P, Bienstman P, van Thourhout D, Baets R 2012 *Laser. Photon. Rev.* **6** 47
- [91] Zou C L, Dong C H, Cui J M, Sun F W, Yang Y, Wu X W, Han Z F, Guo G C 2012 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **42** 1155 (in Chinese) [邹长铃, 董春华, 崔金明, 孙方稳, 杨勇, 吴晓伟, 韩正甫, 郭光灿 2012 中国科学: 物理学 力学 天文学 **42** 1155]
- [92] Xiao Y F, Zou C L, Li Y, Dong C H, Han Z F, Gong Q 2010 *Frontiers of Optoelectronics in China* **3** 109
- [93] McLachlan A D, Meyer F P 1987 *Appl. Opt.* **26** 1728
- [94] Cai M, Painter O, Vahala K J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 74
- [95] Little B E, Chu S T, Haus H A, Foresi J, Laine J P 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 998
- [96] Gorodetsky M, Ilchenko V 1994 *Opt. Commun.* **113** 133
- [97] Yariv A 2000 *Electron. Lett.* **36** 321
- [98] Dumeige Y, Trebaol S, Ghisa L, Nguyễn T K N, Tavernier H, Féron P 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 2073
- [99] Weiss D, Sandoghdar V, Hare J, Lefevre-Seguin V, Raimond J M, Haroche S 1995 *Opt. Lett.* **20** 1835
- [100] Mazzei A, Götzinger S, Menezes L d S, Zumofen G, Benson O, Sandoghdar V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 173603

- [101] He L, Özdemir S K, Zhu J, Yang L 2010 *Appl. Phys. Lett.* **96** 221101
- [102] Yi X, Xiao Y F, Liu Y C, Li B B, Chen Y L, Li Y, Gong Q 2011 *Phys. Rev. A* **83** 023803
- [103] Rong H, Xu S, Cohen O, Raday O, Lee M, Sih V, Paniccia M 2008 *Nat. Photonics* **2** 170
- [104] Stiles P L, Dieringer J A, Shah N C, Van Duyne R P 2008 *Annu. Rev. Anal. Chem.* **1** 601
- [105] Grudinin I S, Maleki L 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 594
- [106] Liang D, Fiorentino M, Okumura T, Chang H H, Spencer D T, Kuo Y H, Fang A W, Dai D, Beausoleil R G, Bowers J E 2009 *Opt. Express* **17** 20355
- [107] Lu T, Yang L, Carmon T, Min B 2011 *IEEE J. Quantum. Electron.* **47** 320
- [108] Chistiakova M V, Armani A M 2012 *Opt. Lett.* **37** 4068
- [109] Monifi F, Özdemir S, Friedlein J, Yang L 2013 *Photonic. Tech. L.* **25** 1458
- [110] Agrawal G P 2007 *Nonlinear Fiber Optics* (4th ed.) (London: Academic Press)
- [111] Wiersig J 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 203901
- [112] Yu X C, Li B B, Wang P, Tong L, Jiang X F, Li Y, Gong Q, Xiao Y F 2014 *Adv. Mater.* **26** 7462
- [113] Xu Q, Lipson M 2007 *Opt. Express* **15** 924
- [114] Monifi F, Özdemir S K, Yang L 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 181103
- [115] Peng Y C, Zhao X W, Fu G S, Wang Y L 2004 *Chin. J. Quan. Elec.* **21** 273 (in Chinese) [彭英才, Zhao X W, 傅广生, 王英龙 2004 量子电子学报 **21** 273]
- [116] Zhang C Y, Liu X Y, Ma F Y, Zhu W B, Wang L J 2006 *Acta Opt. Sin.* **26** 111 (in Chinese) [张春玉, 刘星元, 马凤英, 朱万彬, 王立军 2006 光学学报 **26** 111]
- [117] Huang Y, Yang Y, Wang S, Xiao J, Che K, Du Y 2009 *Sci. China. E* **52** 3447
- [118] Dong C H, Shen Z, Zou C L, Guo G C 2015 *Sci. China. Phys. Mech. Astron.* **58** 050308

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Nano-partical sensing based on Raman laser in the whispering gallery mode microresonators*

Wang Tao¹⁾# Yang Xu¹⁾# Liu Xiao-Fei¹⁾ Lei Fu-Chuan¹⁾
 Gao Ming¹⁾ Hu Yun-Qi¹⁾ Long Gui-Lu¹⁾²⁾³⁾†

1) (State Key Laboratory for Low-dimensional Quantum Physics, Department of Physics,
 Tsinghua University, Beijing 100084, China)

2) (Tsinghua National Laboratory for Information Science and Technology, Beijing 100084, China)

3) (Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Beijing 100084, China)

(Received 19 May 2015; revised manuscript received 17 August 2015)

Abstract

In this review, the recent development of nano-particle detection using Raman lasers in the whispering gallery mode microcavities is presented. The fabrication of the microcavity, the working principles are given and the recent experimental progress is reviewed. Recent years, the demand for nano-particle sensing techniques was increased, since more and more nano-particles of sizes between 1 nm and 100 nm are employed in areas such as biomedical science and homeland security. In these applications, label-free, rapid and real-time sensing requirements are necessary. Whispering gallery mode (WGM) micro-resonators have high-quality factors and small mode volumes, and have achieved significant progress in the nano-particle sensing field. There are various measurement mechanisms for nano-particle sensing using WGM cavities, including resonance mode broadening, resonance frequency shift, and mode splitting changes. The key point to improve sensing limit is to narrow the resonance mode linewidth, which means reducing the optical cavity losses, or equivalently to enhance quality factor. An important approach to narrowing the mode linewidth is to fabricate active resonators that provide gain and produce laser by doping rare earth ions. According to Schawlow-Townes formula, the linewidth of corresponding laser will be narrower than that of the original optical cavity mode. Active resonators have outstanding performances in particle detection. However, doping process requires complex fabrication steps, and rare earth ions laser demands a certain pumping wavelength band. A new approach is to use low threshold Raman laser in an optical micro-resonator. The binding of nano-particles on WGM micro-resonator induces resonance mode splitting. Raman lasers of the two splitting modes irradiate the same photon detector and generate a beat note signal. By monitoring the jumps of the two split mode differential signals, one can easily recognize the nano-particle binding events, thus achieving real time nanoparticle detection. Using Raman laser in WGM cavities in nano-particle sensing is no longer limited by the stringent requirement of a suitable pump light source, which greatly expands the applicability of this method in different environments. It does not need additional fabrication process as compared with the rare earth doping method. It has also better biological compatibility, which makes it a promising technique in biomedical applications. Recently, two groups, i.e., Li *et al.* (*Proc. Natl. Acad. Sci.* **111** 14657) from Peking University, and

These authors contributed equally to this work.

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11175094, 11474181, 91221205) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2011CB9216002).

† Corresponding author. E-mail: gllong@mail.tsinghua.edu.cn

Özdemir *et al.* from University of Washington and Tsinghua University, have successfully completed the demonstration experiments. Özdemir *et al.* (*Proc. Natl. Acad. Sci.* **111** E3836) have achieved a nano-particle sensing limit down to 10 nm without labelling, and Li *et al.* (*Proc. Natl. Acad. Sci.* **111** 14657) realized real-time detection of single nano-particles with WGM cavity Raman laser in an aqueous environment. Both experiments have shown the great potential of the new approach. The new technique can also be used in other photonic systems, such as the photonic crystal or metal materials.

Keywords: whispering gallery mode microcavity, nanoparticle sensing, Raman laser, optical sensor

PACS: 42.55.Sa, 42.55.Ye, 42.81.Pa

DOI: [10.7498/aps.64.164212](https://doi.org/10.7498/aps.64.164212)

准一维半导体量子点中电偶极自旋共振的物理机理

李睿

The mechanisms of electric-dipole spin resonance in quasi-one-dimensional semiconductor quantum dot

Li Rui

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 167303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.167303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.167303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

热处理温度对量子点粒度分布的影响

[Influence of annealing temperature on the distribution of particle sizes of quantum dots doped glass](#)

物理学报.2015, 64(12): 127302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.127302>

电子-声子相互作用对平行双量子点体系热电效应的影响

[Influences of electron-phonon interaction on the thermoelectric effect in a parallel double quantum dot system](#)

物理学报.2015, 64(7): 077301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.077301>

耦合锗量子点中空穴态对称特性研究

[Asymmetry of hole states in vertically coupled Ge double quantum dot](#)

物理学报.2014, 63(22): 227301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.227301>

混合量子点器件电致发光的能量转移研究

[Electroluminescent energy transfer of hybrid quantum dots device](#)

物理学报.2014, 63(17): 177301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.177301>

界面电子转移对量子点荧光闪烁行为的影响

[Influence of interfacial electron transfer on fluorescence blinking of quantum dots](#)

物理学报.2014, 63(16): 167302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.167302>

专题: 量子精密计量与操控

准一维半导体量子点中电偶极自旋共振的物理机理*

李睿†

(北京计算科学研究中心, 量子光学与量子信息实验室, 北京 100094)

(2015年3月3日收到; 2015年5月20日收到修改稿)

半导体量子点中的电子自旋具有较长相干时间以及可扩展性的特点, 在近十几年来引起了人们的广泛兴趣. 人们常常利用电子自旋共振技术来对单个自旋进行操纵. 这样不但需要一个静磁场来使电子产生塞曼劈裂, 同时还需要一个与之垂直的局域振荡磁场. 但是, 在实验上产生足够强且具有固定频率的局域磁场是比较困难的. 后来人们发现, 局域的振荡电场也可以操纵单个电子自旋, 也就是所谓的电偶极自旋共振. 众所周知, 自旋只有自旋磁矩, 不会与电场有任何直接的相互作用. 所以, 电偶极自旋共振的发生必须依赖于某些媒质. 这些媒质包括: 量子点材料中的自旋轨道耦合作用, 量子点中的局域磁场梯度, 以及量子点中电子自旋与核自旋的超精细相互作用. 这些媒质能诱导出自旋与电场之间间接的相互作用, 从而外电场操纵单个电子自旋得以实现. 本文总结归纳了目前半导体量子点系统中发生电偶极自旋共振的三种主要物理机理.

关键词: 量子点, 电子自旋共振, 电偶极自旋共振

PACS: 73.21.La, 71.70.Ej, 76.30.-v

DOI: 10.7498/aps.64.167303

1 引言

近几十年来, 量子计算和量子信息处理引起了人们的广泛兴趣^[1]. 我们知道, 经典计算中的比特只能取两个值, 要么是 0 要么是 1. 而量子计算不同于经典计算, 量子比特可取的态是定义在一个希尔伯特空间上. 空间的基矢为两个正交归一的量子力学波函数, 我们标记为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$. 根据量子力学中的态叠加原理, 量子比特可以取为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的任意叠加态 $a|0\rangle + b|1\rangle$, 其中 a 和 b 为归一化系数 $|a|^2 + |b|^2 = 1$. 目前, 至少在解决某些特殊问题时, 比如说大数分解, 量子计算被证实确实要比经典计算更加优越^[2]. 这里所说的量子态的定义是非常广义的. $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 可以是电子自旋沿外磁场的两个不同取向, 也可以是光子的两个偏振方向, 原子的最低两个轨道能级, 等等. 总之它们必须是一个比较理想的两能级系统的本征态^[3-7]. 因为实际

的两能级系统可能并不真实存在, 我们认为只要一个系统的最低两个能级与其他不相关的能级分离比较远时, 这两个最低的能级就可以看作是理想的两能级系统.

1998年, 在半导体量子点这种系统中, 电子自旋作为一个理想的两能级系统被提出用来设计成量子比特^[8]. 在随后的十几年内, 自旋量子计算成为一个极其重要的研究方向^[9-19]. 无论是在理论上还是在实验上, 这个领域都取得了突破性的研究进展^[20]. 目前, 对于自旋量子比特, 人们可以做到对量子比特实现高精度的初始化^[21]、相干操纵^[22,23]以及单点测量^[24-26]. 量子点自旋量子比特具有一些比较好的性质. 比如, 它受外界环境噪声的影响较小, 所以自旋量子比特具有较长的退相干时间^[27], 当然, 这里的退相干时间是相对于量子比特的操纵时间而言的. 我们需要在量子比特的退相干时间内, 对量子比特进行足够多的操纵次

* 国家自然科学基金 (批准号: 11404020) 和中国博士后科学基金 (批准号: 2014M560039) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: rl.rueili@gmail.com

数. 此外, 局域在量子点中的电子自旋还具有可扩展性的特点. 我们进行量子计算时, 往往需要多个量子比特间具有耦合作用. 而在双量子点中, 两个电子自旋之间的海森堡交换相互作用刚好提供了两比特之间的有效耦合^[28–31]. 通过海森堡相互作用, 人们可以实现两个自旋量子比特之间的控制非门^[32].

人们常常利用电子自旋共振技术来操纵电子自旋^[33]. 由于电子自旋只有自旋磁矩, 所以自旋只能与微波场的磁场分量耦合, 而单个自旋与微波场的耦合强度往往非常弱, 通常在赫兹数量级^[34,35]. 这么弱的耦合强度不足以产生任何可观的物理效应. 所以电子自旋共振通常应用于自旋系统, 也就是其包含有大量的相互独立的电子自旋的集合^[33]. 微波场同时操纵很多个自旋, 是可以在实验上观察到的. 要想观察到单个电子的自旋共振, 必须实现足够强的自旋与磁场的相互作用^[22,36]. 而在实验上产生足够强的振荡磁场往往是很困难的. 后来人们发现在某些特殊的量子点材料中, 微波电场也可以实现对单个电子自旋的操纵, 也就是所谓的电偶极自旋共振^[37–43]. 当驱动电场的频率与电子的赛曼劈裂发生共振时, 电子自旋能被电场从一个方向旋转到另一个方向. 而我们在实验上产生一个足够强的振荡电场是比较容易的^[44]. 所以电偶极自旋共振给单个量子比特的操纵带来了很大的便利.

如前所述, 电子自旋只有自旋磁矩, 不可以与电场发生任何直接的相互作用. 人们对电偶极自旋共振的理论以及实验研究发现, 电偶极自旋共振的发生必须依赖于某些特殊的媒质. 在半导体量子点中, 正是由于这些媒质的存在, 能诱导出电子自旋与电场之间的间接相互作用^[45–49], 从而电场操控电子自旋得以实现. 目前在实验上被证实的媒质包括: 量子点体材料中的自旋轨道耦合作用^[50–53]; 量子点中的磁场梯度, 磁场梯度与电子自旋的作用会产生一个人工的自旋轨道耦合作用^[38,39,54,55]; 以及量子点中电子自旋与核自旋的超精细相互作用^[40,56,57]. 本文总结了半导体量子点中自旋量子比特的电操纵的三种实现机理, 并简要阐明了这些机理背后的物理.

2 电子自旋共振

在这一小节中我们将简单介绍单个电子自旋共振背后的物理机理^[33]. 我们知道电子具有自旋

自由度, 其自旋量子数为 $1/2$. 由于电子自旋磁矩的存在, 在外加静磁场 $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ 的作用下, 其哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H} = \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^z, \quad (1)$$

这里 g_e 为电子有效 g 因子, μ_B 为玻尔磁子, $\boldsymbol{\sigma}^z$ 为泡利矩阵. 我们发现沿平行或者反平行于磁场方向的电子自旋指向具有不同的能量, 这正是电子自旋的赛曼劈裂 $\Delta E = g_e \mu_B B$. 现在我们外加一束微波到这个电子上, 值得注意的是我们必须控制微波的磁场方向与所加的静磁场方向垂直, 我们暂且把微波磁场方向定义为 x 方向. 加上微波后, 系统的哈密顿量可以表示为^[10]

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^z + \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^x \cos(\nu t), \quad (2)$$

其中 ν 为微波场的频率. 我们不难发现这正是量子光学中的拉比振荡哈密顿量^[58]. 当微波场的频率与电子的赛曼劈裂发生共振时 $\hbar\nu = g_e \mu_B B$, 电子能共振吸收或者发射光子. 从能级跃迁的角度来讲, 假如电子自旋初始处于高能级, 那么它可以放出一个光子, 而跃迁到低能级. 从电子自旋的自旋朝向来讲, 假如电子自旋初始处于平行于外磁场方向, 那么在微波场的作用下, 它会绕振荡磁场方向做相干进动. 释放一个光子, 对应于自旋从平行于磁场方向旋转 180° 到反平行于磁场方向. 实验上正是利用这个技术来操纵自旋的相干旋转. 如图 1 所示, 我们控制微波场的作用时间使得 $\Omega_R t = \pi$ 时, 其中 $\Omega_R = g_e \mu_B B / (2\hbar)$ 为拉比频率, 刚好把电子自旋翻转了 180° .

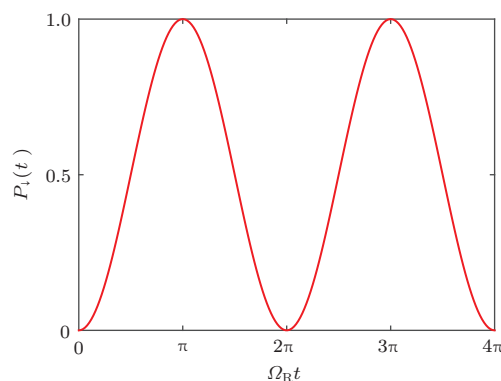


图1 给定初始自旋指向 $|\uparrow\rangle$, 在共振情况下, 通过方程 (2) 给出的自旋指向朝下的概率. 当 $\Omega_R t = \pi$ 时, 实现了自旋翻转, 其中 $\Omega_R = g_e \mu_B B / (2\hbar)$ 为拉比频率

Fig. 1. The spin-down probability of the electron calculated via Eq. (2) for a given initial spin-up state. When we control the spin-field interaction time to satisfy the condition $\Omega_R t = \pi$, the electron spin is flipped. Here $\Omega_R = \frac{g_e \mu_B B}{2\hbar}$ is the Rabi frequency.

从理论上讲操纵单个电子自旋是比较容易的,可是在实验上并不那么简单,原因是产生足够强且具有固定频率的振荡磁场并不容易. 所以,利用电子自旋共振来操纵单个电子并不实用. 而实验上往往利用电子自旋共振技术来操纵自旋系统. 自旋系统是大量数目的相互独立的电子自旋集合.

3 电偶极自旋共振

鉴于利用传统的电子自旋共振技术来操纵单个电子自旋是比较困难的,人们开始寻找其他可能的方案. 很容易想到的是利用微波电场来操纵单个自旋量子比特. 下面我们将简单介绍三种主要的电偶极自旋共振方案,它们最终实现的都是类似于方程(2)的哈密顿量.

3.1 磁场梯度诱导的电偶极自旋共振

考虑一个局域在半导体量子点中的电子自旋. 我们给量子点加上两个相互垂直的磁场,其中一个为静磁场 $\mathbf{B}_s = B\mathbf{e}_x$, 沿着坐标轴 x 方向,利用它来使电子自旋产生塞曼劈裂; 另一个是依赖于坐标 x 的梯度磁场 $\mathbf{B}_g = (2\alpha x)/(g\mu_B)\mathbf{e}_y$, 沿着坐标轴 y 方向,其中 α 为磁场倾斜的强度. 我们以最简单的一维量子点为例来说明这种电偶极自旋共振背后的物理. 量子点中局域有一个导带电子时的哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H} = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx + \frac{g_e\mu_BB}{2}\sigma^x, \quad (3)$$

其中 $p = -i\hbar\partial_x$ 为电子的正则动量, m_e 为半导体中电子的有效质量, g_e 为半导体中电子的有效 g 因子, μ_B 为玻尔磁子; 第二项为外加的静电势,我们用简谐势来描述量子点的受限势能; 第三项是由于磁场梯度而引入的人工自旋轨道耦合项 [38,39,54]; 第四项是塞曼场. 我们的目标是要研究电子自旋对外加电场的响应,也就是说我们要研究如下的哈密顿量:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{tot}} = & \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx + \frac{g_e\mu_BB}{2}\sigma^x \\ & + eEx\cos(\nu t), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ν 为外加微波驱动电场的频率. 给定电子的初始自旋指向,例如自旋平行于静磁场方向,我们想利用所加的微波电场来操纵自旋指向,也就是翻转自旋.

现在我们可以对方程(4)进行一些一般化的讨论. 假如方程(4)中不包含 $a\sigma^yx$ 这个项,那么自旋算符 σ^x 将会是守恒量. 也就是说假如自旋初始处于自旋朝上 $|\uparrow_x\rangle$, 那么无论我们加或者不加外在的微波电场驱动,电子自旋永远都处于自旋朝上的状态. 电场并不能翻转自旋. 正是由于 $a\sigma^yx$ 这个项的存在,电子的自旋算符 σ^x 不再是守恒量,相反,电子的自旋与其运动的坐标 x 杂化在一起. 所以外加驱动电场通过调控电子的轨道运动是可能影响到电子的自旋指向的. 当然这只是一般化的讨论,下面我们将从严格的数学推导来证明.

我们的目标很简单,即要把哈密顿量(4)化简成类似于方程(2)的形式. 第一步是要求出量子点中的最低两个能级. 直接求解是比较困难的,我们将采用微扰论的办法来求解. 在实验上,赛曼劈裂 $g_e\mu_BB$ 要比量子点的轨道能级间隔 $\hbar\omega$ 小很多. $g_e\mu_BB$ 的数量级大概在 μeV , 而 $\hbar\omega$ 的数量级大概在 meV , 所以赛曼场确实可以被当成微扰.

我们可以把哈密顿量拆分为两部分,

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1, \\ \mathbf{H}_0 &= p^2/(2m_e) + (1/2)m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx, \\ \mathbf{H}_1 &= (g_e\mu_BB/2)\sigma^x, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{H}_0$ 是比较容易对角化的部分, $\mathbf{H}_1$ 是微扰部分. 同过平移算符 $\mathbf{D}(x_0) = e^{ipx_0/\hbar}$, 可以很容易将 $\mathbf{H}_0$ 对角化:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \mathbf{D} \left(\frac{\alpha\sigma^y}{m_e\omega^2} \right) \left(\frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 - \frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{m_e\omega^2} \right) \\ &\times \mathbf{D}^\dagger \left(\frac{\alpha\sigma^y}{m_e\omega^2} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

这样, $\mathbf{H}_0$ 的本征值可以表示为 $\varepsilon_n = (n+1/2)\hbar\omega - \frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{m_e\omega^2}$, 而且其相应的本征函数也可以很容易得到:

$$\begin{aligned} |\Psi_{n\uparrow}\rangle &= \psi_n \left(x + \frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) |\uparrow_y\rangle \\ &= \mathbf{D} \left(\frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) \psi_n(x) |\uparrow_y\rangle, \\ |\Psi_{n\downarrow}\rangle &= \psi_n \left(x - \frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) |\downarrow_y\rangle \\ &= \mathbf{D} \left(-\frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) \psi_n(x) |\downarrow_y\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

可以发现, $\mathbf{H}_0$ 的每一条能级是二重简并的. 所以我们必须利用简并微扰论来求解 $\mathbf{H}$ 的能量本征值以及本征函数. 最低的两个轨道能级可以当成一个理想的两能级系统. 在 $n=0$ 这个简并的希尔伯特

子空间中, 微扰哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H}_1 = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \times \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

将这个哈密顿量对角化之后, 就可以得到一阶的微扰本征值

$$\varepsilon_{0p}^{\pm} = \pm \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \quad (9)$$

以及零阶的微扰波函数 $|\Psi_0^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_{0\uparrow}\rangle \pm i|\Psi_{0\downarrow}\rangle)$. 利用得到的零阶波函数, 代入到一阶微扰波函数公式 $|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = |\Psi_0^{\pm}\rangle + \sum_{\Psi'} \frac{\langle \Psi'^0 | H_1 | \Psi_0^{\pm} \rangle}{E^0 - E'^0} |\Psi'^0\rangle$ [59], 就可以得到一阶的微扰波函数:

$$\begin{aligned} |\Psi_{0p}^{+}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_{0\uparrow}\rangle + i|\Psi_{0\downarrow}\rangle) \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{g_e \mu_B B}{\hbar \omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \left(\frac{\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{\hbar m_e \omega^3}} \right)^n \\ &\times \frac{1}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n i |\Psi_{n\downarrow}\rangle + |\Psi_{n\uparrow}\rangle], \\ |\Psi_{0p}^{-}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_{0\uparrow}\rangle - i|\Psi_{0\downarrow}\rangle) \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{g_e \mu_B B}{\hbar \omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \left(\frac{\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{\hbar m_e \omega^3}} \right)^n \\ &\times \frac{1}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n i |\Psi_{n\downarrow}\rangle - |\Psi_{n\uparrow}\rangle]. \end{aligned} \quad (10)$$

这样, 我们就得到了量子点中最低的两个能级, 这两个能级可以用来编码一个量子比特. 所以哈密顿量(5)式可以表示为 $H = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \tau^Z$, 其中 $\tau^Z = |\Psi_{0p}^{+}\rangle\langle\Psi_{0p}^{+}| - |\Psi_{0p}^{-}\rangle\langle\Psi_{0p}^{-}|$. 由于我们还加上了外加的电场驱动, 电场能调控这个量子比特. 由于驱动哈密顿量可以表示为 $eEx \cos(\nu_0 t)$, 现在我们可以计算坐标算符 x 在量子比特希尔伯特空间中的跃迁矩阵元:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{0p}^{+} | x | \Psi_{0p}^{+} \rangle &= \langle \Psi_{0p}^{-} | x | \Psi_{0p}^{-} \rangle = 0, \\ \langle \Psi_{0p}^{+} | x | \Psi_{0p}^{-} \rangle &= -\frac{\alpha}{m_e \omega^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

综合以上所得的结果, 量子点与外加电场驱动的总哈密顿量(4)式在量子比特的希尔伯特空间中可以表示为

$$H_{\text{tot}} = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \tau^Z - \frac{\alpha}{m_e \omega^2} \tau^X \cos(\nu_0 t), \quad (12)$$

其中 $\tau^X = |\Psi_{0p}^{+}\rangle\langle\Psi_{0p}^{-}| + |\Psi_{0p}^{-}\rangle\langle\Psi_{0p}^{+}|$. 这样我们就实现了类似于方程(2)的哈密顿量, 当驱动电场的频率与量子比特的能级劈裂发生共振

时 $g_e \mu_B B e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} = \hbar \nu_0$, 电场能有效地操纵量子比特.

3.2 自旋轨道耦合诱导的电偶极自旋共振

某些半导体材料中具有比较强的自旋轨道耦合作用. 半导体中之所以会有自旋轨道耦合作用主要是由于晶格反演对称破缺所造成的[60]. 利用这些半导体材料(例如, InAs, InSb 材料)做成的量子点本身就能发生电偶极自旋共振. 我们考虑一个准一维的纳米线量子点对外加电场的响应[53,61–63]. 首先, 量子点的哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha_R \boldsymbol{\sigma}^y p \\ &+ \alpha_D \boldsymbol{\sigma}^x p + \frac{\gamma_e B}{2} \boldsymbol{\sigma}^n, \end{aligned} \quad (13)$$

其中第一项为电子在量子点中的动能项, 第二项为外加的量子点势能项, 第三和第四项分别表示为纳米线中的 Rashba[64] 以及 Dresselhaus[65] 自旋轨道耦合作用, 最后一项为赛曼场; $\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$ 表示在 x - y 平面上外磁场的方向. 我们要研究量子点对外加电场的响应, 第一步要得出量子点中的最低两个能级.

首先把 $\alpha_R \boldsymbol{\sigma}^y + \alpha_D \boldsymbol{\sigma}^x$ 对角化成 $\alpha \boldsymbol{\sigma}^a$, 其中 $\alpha = \sqrt{\alpha_R^2 + \alpha_D^2}$, 以及 $\mathbf{a} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$, 其中 $\varphi = \arctan(\alpha_R/\alpha_D)$. 这样 $\mathbf{a}$ 就为 x - y 平面上一个单位矢量, 我们还可以定义另一个与 $\mathbf{a}$ 垂直的单位矢量 $\mathbf{b} = (-\sin \varphi, \cos \varphi)$. 这样就可以把哈密顿量(13)式写成如下简单的形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha \boldsymbol{\sigma}^a p \\ &+ \frac{\gamma_e B}{2} [\cos(\theta - \varphi) \boldsymbol{\sigma}^a + \sin(\theta - \varphi) \boldsymbol{\sigma}^b]. \end{aligned} \quad (14)$$

严格求解这个哈密顿量的能谱是非常困难的[66–68]. 正如上个计算方法一样, 当赛曼场比量子点的轨道能级差要小很多的时候, 我们可以用微扰论来求解哈密顿量的能谱, 把哈密顿量分成两部分 $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$, 其中

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha \boldsymbol{\sigma}^a p \\ \mathbf{H}_1 &= \frac{\gamma_e B}{2} [\cos(\theta - \varphi) \boldsymbol{\sigma}^a + \sin(\theta - \varphi) \boldsymbol{\sigma}^b]. \end{aligned} \quad (15)$$

在微扰计算中, 微扰参量定义为 $\xi = g_e \mu_B B / (\hbar \omega)$. 同时, 我们还引入了一个描述自旋轨道耦合强度的物理参量 $\eta = x_0/x_{\text{so}}$, 其中 $x_0 = \sqrt{\hbar/(m_e \omega)}$ 为量子点的尺寸, $x_{\text{so}} = \hbar/(m_e \alpha)$ 为自旋轨道耦合长

度. 哈密顿量 H_0 的能量本征值以及本征函数比较容易得到

$$\varepsilon_n = n + \frac{1}{2} - \frac{\eta^2}{2},$$

$$|\Psi_n\rangle = \begin{cases} e^{-i\eta x} \psi_n(x) |\uparrow_a\rangle, \\ e^{i\eta x} \psi_n(x) |\downarrow_a\rangle, \end{cases} \quad (16)$$

其中 $\psi_n(x)$ 为简谐振子 $\frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2$ 的本征函数. 这样我们看到每一条能级是两重简并的. 在 $n=0$ 这个简并的希尔伯特空间中可以把微扰哈密顿量表示为

$$H_1 = \begin{pmatrix} \frac{\xi}{2} \cos(\theta - \varphi) & i\frac{\xi}{2} \sin(\theta - \varphi) e^{-\eta^2} \\ -i\frac{\xi}{2} \sin(\theta - \varphi) e^{-\eta^2} & -\frac{\xi}{2} \cos(\theta - \varphi) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

将这个哈密顿量对角化就可以得到一阶微扰能量本征值

$$\varepsilon_{0p}^{\pm} = \pm \frac{\xi}{2} \sqrt{\cos^2 \phi + e^{-2\eta^2} \sin^2 \phi}, \quad (18)$$

同时也得到了零阶的微扰本征函数

$$|\Psi_0^{\pm}\rangle = c_0^{\pm} |\Psi_{0\uparrow}\rangle + d_0^{\pm} |\Psi_{0\downarrow}\rangle, \quad (19)$$

其中展开系数的表达式如下:

$$c_0^{\pm} = \frac{\cos(\theta - \varphi) \pm f}{\sqrt{2[f^2 \pm f \cos(\theta - \varphi)]}},$$

$$d_0^{\pm} = \frac{-ie^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi)}{\sqrt{2[f^2 \pm f \cos(\theta - \varphi)]}}. \quad (20)$$

这样, 通过一阶微扰公式

$$|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = |\Psi_0^{\pm}\rangle + \sum_{\Psi'} \frac{\langle \Psi'^0 | H_1 | \Psi_0^{\pm} \rangle}{E^0 - E'^0} |\Psi'^0\rangle \quad [59],$$

我们就可以得到一阶的微扰波函数

$$|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = c_0^{\pm} |\Psi_{0\uparrow}\rangle + d_0^{\pm} |\Psi_{0\downarrow}\rangle + i\frac{\xi}{2} e^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi)$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2}i\eta)^n}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n c_0^{\pm} |\Psi_{n\downarrow}\rangle - d_0^{\pm} |\Psi_{n\uparrow}\rangle]. \quad (21)$$

至此, 我们已经得到了理想的两能级系统, 它的希尔伯特空间结构也已经很好地得到. 下面我们考虑电偶极自旋共振效应, 给量子点外加一个电场驱动, 整个哈密顿量可以表示为

$$H_{\text{tot}} = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \alpha_R\sigma^y p + \alpha_D\sigma^x p$$

$$+ \frac{g_e\mu_B B}{2}\sigma^n + eEx \cos(2\pi\nu t). \quad (22)$$

通过以上的计算, 这个哈密顿量可以约化为理想的两能级系统与驱动电场的相互作用

$$H_{\text{tot}} = \frac{1}{2}E_{\text{qu}}\tau^Z + eEx \cos(2\pi\nu t),$$

其中

$$E_{\text{qu}} = \frac{\xi}{2} \sqrt{\cos^2 \phi + e^{-2\eta^2} \sin^2 \phi}$$

为量子比特的能级劈裂, $\tau^Z = |\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^+| - |\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^-|$. 我们先计算电偶极算符 x 在量子比特希尔伯特空间中的跃迁矩阵元:

$$\langle\Psi_{0p}^+|x|\Psi_{0p}^+\rangle = \langle\Psi_{0p}^-|x|\Psi_{0p}^-\rangle = 0,$$

$$\langle\Psi_{0p}^+|x|\Psi_{0p}^-\rangle = -ix_0\xi\eta e^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi), \quad (23)$$

所以在量子比特的希尔伯特空间中, 就得到了简单的拉比振荡哈密顿量

$$H_{\text{tot}} = (1/2)E_{\text{qu}}\tau^Z + h\Omega_R\tau^Y \cos(2\pi\nu t), \quad (24)$$

其中

$$\Omega_R = \left(\frac{eEx_0}{h}\right) \xi\eta e^{-\eta^2} |\sin(\theta - \varphi)| \quad (25)$$

为拉比频率, $\tau^Y = -i|\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^-| + i|\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^+|$. 我们仍然得到了类似于方程 (2) 的哈密顿量, 这正是自旋轨道耦合作用诱导的电偶极自旋共振背后的物理.

3.3 电子自旋与核自旋超精细相互作用诱导的电偶极自旋共振

由不同的半导体材料相互接触而形成的异质结, 在接触界面上会积累有二维电子气. 常见的 III-V 族半导体异质结有 GaAs/AlGaAs 异质结. 通过在二维电子气上施加门电压可以做成量子点. 通常局域在量子点内的电子自旋与衬底材料中的核自旋之间具有超精细相互作用 [69–74]. 在实验上观测到, 单纯这种电子与核子之间的超精细相互作用也能诱导出电偶极自旋共振 [40, 56]. 下面简要分析这个机理. 我们可以把量子点与外加驱动的哈密顿量写成如下形式:

$$H_{\text{tot}} = \frac{p_x^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \sum_{l=1}^N AS \cdot I_l \delta(x - x_l)$$

$$+ \gamma_e BS_x + eEx \cos(\nu t), \quad (26)$$

其中我们已经把静磁场加在沿坐标 x 轴方向, 方程中的第三项正是量子点中电子与核子超精细相互作用的具体表达式, N 为量子点内的总核自旋数, S 与 I_l 分别表示电子自旋以及第 l 个核自旋算符.

由于超精细相互作用中包含有坐标 x , 所以严格求解这个哈密顿量是非常困难的. 我们首先要得到量子点的能级结构, 然后再考虑驱动的影响. 为了方便计算, 我们把量子点的哈密顿量分成两部分:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1, \\ \mathbf{H}_0 &= \frac{p_x^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \gamma_e B \mathbf{S}_x, \\ \mathbf{H}_1 &= \sum_{l=1}^N A \left[\mathbf{S}_x \mathbf{I}_l^x + \frac{1}{2}(\mathbf{S}_+ \mathbf{I}_l^- + \mathbf{S}_- \mathbf{I}_l^+) \right] \\ &\quad \times \delta(x - x_l), \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\mathbf{S}_{\pm} = \mathbf{S}_y \pm i\mathbf{S}_z$ 和 $\mathbf{I}_{\pm} = \mathbf{I}_y \pm i\mathbf{I}_z$ 分别表示电子和第 l 个核自旋的上升以及下降算符. 值得注意的是这里选取的自旋量子化方向沿着 x 方向. 这么做的目的是想把哈密顿量 $\mathbf{H}_1$ 当成微扰. $\mathbf{H}_1$ 当成微扰所需要满足的条件为

$$\sum_{l=1}^N (A_l/4) \ll \gamma_e B \ll \hbar\omega. \quad (28)$$

这样, 哈密顿量 $\mathbf{H}_0$ 的本征值以及本征函数就很容易得到:

$$\begin{aligned} E_{n\sigma_e\chi_m}^0 &= (n + 1/2)\hbar\omega + (1/2)(-1)^{\sigma_e}\gamma_e B, \\ |\Psi_{n\sigma_e\chi_m}^0\rangle &= \psi_n(x)|\sigma_e\rangle \otimes |\chi_m\rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $n = 0, 1, 2, \dots$ 为量子点中的轨道量子数; $\sigma_e = 0, 1$ 为电子自旋量子数, 在这里我们约定 $|0\rangle \rightarrow |\uparrow_x\rangle$ 而且 $|1\rangle \rightarrow |\downarrow_x\rangle$, $|\chi_m\rangle = |\sigma_1^m \sigma_2^m \cdots \sigma_N^m\rangle$ 描述核自旋的状态, 在数学上, 可将它看作为对一个十进制数 $m = 0, 1, \dots, (2^N - 1)$ 的 N 位二进制表示. 同时, $\psi_n(x)$ 为简谐振子的本征函数,

$$\begin{aligned} \psi_0(x) &= 1/(\pi^{1/4}x_0^{1/2})\exp[-x^2/(2x_0^2)], \\ \psi_1(x) &= 2^{1/2}/(\pi^{1/4}x_0^{1/2})(x/x_0) \\ &\quad \times \exp[-x^2/(2x_0^2)], \end{aligned} \quad (30)$$

这里 $x_0 = \sqrt{\hbar/(m_e\omega)}$ 为量子点的特征长度. 我们关心的是量子点中的赛曼劈裂, 所以通过一阶微扰论可以得出相应的能量本征值以及本征函数:

$$\begin{aligned} E_{00\chi_m} &= (1/2)\hbar\omega + (1/2)\gamma_e B \\ &\quad + \sum_{l=1}^N (A_l/4)(-1)^{\sigma_l^m}, \\ E_{01\chi_m} &= (1/2)\hbar\omega - (1/2)\gamma_e B \end{aligned}$$

$$- \sum_{l=1}^N (A_l/4)(-1)^{\sigma_l^m}, \quad (31)$$

以及

$$\begin{aligned} &|\Psi_{00\chi_m}\rangle \\ &= |\Psi_{00\chi_m}^0\rangle + \sum_{l=1}^N \frac{A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l)}{2(\gamma_e B - \hbar\omega)} \sigma_l^m \\ &\quad \times \psi_1(x)|1\rangle \otimes |\sigma_1^m \cdots \sigma_{l-1}^m 0 \sigma_{l+1}^m \cdots \sigma_N^m\rangle, \\ &|\Psi_{01\chi_m}\rangle \\ &= |\Psi_{01\chi_m}^0\rangle + \sum_{l=1}^N \frac{A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l)}{2(-\gamma_e B - \hbar\omega)} \frac{(-1)^{\sigma_l^m} + 1}{2} \\ &\quad \times \psi_1(x)|0\rangle \otimes |\sigma_1^m \cdots \sigma_{l-1}^m 1 \sigma_{l+1}^m \cdots \sigma_N^m\rangle. \end{aligned} \quad (32)$$

这样, 假如量子点中的电子初始处于量子态 $|\Psi_{00\chi_m}\rangle$, 我们就可以得到这个量子态跃迁到量子态 $|\Psi_{01\chi'_m}\rangle$ 的矩阵元^[52,75]

$$\begin{aligned} g_l^m &= \langle \Psi_{00\chi_m} | eEx | \Psi_{01\chi'_m} \rangle \\ &\approx -\frac{eEx_0}{\sqrt{2}\hbar\omega} \sigma_l^m A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l), \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $|\chi_m\rangle = |\sigma_1^m \cdots \sigma_l^m \cdots \sigma_N^m\rangle$, 同时 $|\chi'_m\rangle \equiv |\sigma_1^m \cdots \sigma_{l-1}^m 0 \sigma_{l+1}^m \cdots \sigma_N^m\rangle$. 从而, 我们可以得到如下拉比哈密顿量:

$$\begin{aligned} H_{\text{tot}} &= \frac{\gamma_e B + \sum_{l=1}^N (A_l/2)(-1)^{\sigma_l^m}}{2} \tau^Z \\ &\quad + g_l^m \tau^X \cos(\nu t). \end{aligned} \quad (34)$$

这里引申出另外一个问题, 对于纯态 $|\Psi_{00\chi_m}\rangle$, 存在有许多量子态与这个纯态有跃迁矩阵元, 只要在量子态中第 l 个位上的值取 $\sigma_l^m = 1$. 但是, 对于自旋翻转, 我们仍然有如下简单的概率公式:

$$P_{\downarrow x}^m(t) = \sin^2(\Omega_m t), \quad (35)$$

其中

$$\Omega_m = \left[\sum_{l=1}^N (g_l^m)^2 \right]^{1/2}. \quad (36)$$

所以我们仍然可以翻转单个量子比特.

对于这种由电子自旋与核自旋超精细相互作用诱导的电偶极自旋共振, 电子自旋翻转的保真度并不高, 目前实验上观测到的翻转效率大概只有 70%^[56]. 如何提高这个翻转概率也是一个非常有意义的问题.

4 结 论

本文简要介绍了半导体量子点中发生电偶极自旋共振的三个主要物理机理. 我们只讨论了如何利用电场来操纵量子比特的问题, 并没有讨论量子比特的退相干问题. 实际上, 真正的电子自旋是一个比较孤立的系统, 完全不受外界电噪声的影响, 所以电子自旋的退相干时间比较长. 而我们引入磁场梯度、自旋轨道耦合作用以及电子自旋与核自旋的超精细相互作用, 确实可以将量子点中电子的自旋自由度与轨道自由度杂化在一起. 从而可以通过微波电场来调控这个杂化的量子比特. 从这个角度来讲, 电偶极自旋共振确实给单量子比特操纵提供了很大的便利. 但是, 量子比特既然能够与电场耦合, 也能够与外在的环境电噪声相互作用^[76–80], 所以量子比特的退相干时间也受到很大的影响. 目前实验上测到的退相干时间大概是几十个纳秒^[44], 远远小于纯自旋量子比特微秒量级的退相干时间^[27]. 如何既能有效地操纵量子比特, 又能使量子比特的退相干时间足够长, 是目前需要解决的重要问题之一.

总之, 要想实现电偶极自旋共振, 必须先通过一些媒介把量子点中的自旋和轨道自由度杂化起来. 这些杂化的物理机理包括: 磁场梯度产生的人工自旋轨道耦合, 自旋轨道耦合作用, 电子自旋与核自旋的超精细相互作用. 杂化后的量子比特不再是真正的自旋, 不过由于这种杂化往往都比较弱, 所以在很多方面, 杂化量子比特表现有自旋的性质. 在应用方面, 人们可以利用电偶极自旋共振来极化量子点中的核自旋, 目前可达到的极化率大概在 20%^[40]. 同时, 人们还可以通过电偶极自旋共振对静磁场方向的响应来探测半导体量子点中的自旋轨道耦合强度^[53].

感谢北京计算科学研究中心游建强教授的有益讨论.

参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2002 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Shor P W 1994 *Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* (Los Alamitos: IEEE Computer Soc. Press)
- [3] Buluta I, Ashhab S, Nori F 2011 *Rep. Prog. Phys.* **74** 104401
- [4] You J Q, Nori F 2005 *Phys. Today* **58** 42
- [5] You J Q, Nori F 2011 *Nature* **474** 589
- [6] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [7] Xiang Z, Yu T, Zhang W, Hu X, You J Q 2012 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **55** 1549
- [8] Loss D, DiVincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [9] Hanson R, Petta J R, Tarucha S, Vandersypen L M K 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 1217
- [10] Awschalom D D, Bassett L C, Dzurak A S, Hu E L, Petta J R 2013 *Science* **339** 1174
- [11] Yang Y, Wang A M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130305 (in Chinese) [杨阳, 王安民 2013 物理学报 **62** 130305]
- [12] Xie M Q, Guo B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130303 (in Chinese) [谢美秋, 郭斌 2013 物理学报 **62** 130303]
- [13] Seo K J, Tian L 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 070302
- [14] Liu D Q, Chang Y C, Liu G Q, Pan X Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164208 (in Chinese) [刘东奇, 常彦春, 刘刚钦, 潘新宇 2013 物理学报 **62** 164208]
- [15] He L M, Ji Y, Wu H Y, Xu B, Sun Y B, Zhang X F, Lu Y, Zhao J J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 077601
- [16] Wang C, He L Y, Zhang Y 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2054
- [17] Chen W, Xue Z Y, Wang Z D, Shen R 2014 *Chin. Phys. B* **23** 030309
- [18] Yan L, Yin W, Wang F W 2014 *Chin. Phys. B* **23** 100303
- [19] Li H, Yao B, Tu T 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 1919
- [20] Petta J R, Johnson A C, Taylor J M, Laird E A, Yacoby A, Lukin M D, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2005 *Science* **309** 2180
- [21] Johnson A C, Petta J R, Taylor J M, Yacoby A, Lukin M D, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2005 *Nature* **435** 925
- [22] Koppens F H L, Buizert C, Tielrooij K J, Vink I T, Nowack K C, Meunier T, Kouwenhoven L P, Vandersypen L M K 2006 *Nature* **442** 766
- [23] Foletti S, Bluhm H, Mahalu D, Umansky V, Yacoby A 2009 *Nat. Phys.* **5** 903
- [24] Elzerman J M, Hanson R, Willems van Beveren L H, Witkamp B, Vandersypen L M K, Kouwenhoven L P 2004 *Nature* **430** 431
- [25] Barthel C, Reilly D J, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 160503
- [26] Morello A, Pla J J, Zwanenburg F A, Chan K W, Tan K Y, Huebl H, Mottonen M, Nugroho C D, Yang C, van Donkelaar J A, Alves A D C, Jamieson D N, Escott C C, Hollenberg L C L, Clark R G, Dzurak A S 2010 *Nature* **467** 687
- [27] Bluhm H, Foletti S, Neder I, Rudner M, Mahalu D, Umansky V, Yacoby A 2011 *Nat. Phys.* **7** 109
- [28] Burkard G, Loss D, DiVincenzo D P 1999 *Phys. Rev. B* **59** 2070
- [29] Hu X, Das Sarma S 2000 *Phys. Rev. A* **61** 062301

- [30] Kestner J P, Wang X, Bishop L S, Barnes E, Das Sarma S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 140502
- [31] Wang X, Bishop L S, Kestner J P, Barnes E, Sun K, Das Sarma S 2012 *Nat. Commun.* **3** 997
- [32] Li R, Hu X, You J Q 2012 *Phys. Rev. B* **86** 205306
- [33] Slichter C P 1980 *Principles of Magnetic Resonance* (Berlin: Springer-Verlag)
- [34] Trif M, Golovach V N, Loss D 2008 *Phys. Rev. B* **77** 045434
- [35] Hu X, Liu Y X, Nori F 2012 *Phys. Rev. B* **86** 035314
- [36] Veldhorst M, Hwang J C C, Yang C H, Leenstra A W, de Ronde B, Dehollain J P, Muhonen J T, Hudson F E, Itoh K M, Morello A, Dzurak A S 2014 *Nat. Nanotechnol.* **9** 981
- [37] Nowack K C, Koppens F H L, Nazarov Y V, Vandersypen L M K 2007 *Science* **318** 1430
- [38] Pioro-Ladriere M, Obata T, Tokura Y, Shin Y S, Kubo T, Yoshida K, Taniyama T, Tarucha S 2008 *Nat. Phys.* **4** 776
- [39] Tokura Y, van der Wiel W G, Obata T, Tarucha S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 047202
- [40] Laird E, Barthel C, Rashba E, Marcus C, Hanson M, Gossard A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 246601
- [41] Nadj-Perge S, Frolov S M, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2010 *Nature* **468** 1084
- [42] Schroer M D, Petersson K D, Jung M, Petta J R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 176811
- [43] Nadj-Perge S, Pribiag V S, van den Berg J W G, Zuo K, Plissard S R, Bakkers E P A M, Frolov S M, Kouwenhoven L P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 166801
- [44] van den Berg J W G, Nadj-Perge S, Pribiag V S, Plissard S R, Bakkers E P A M, Frolov S M, Kouwenhoven L P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 066806
- [45] Levitov L S, Rashba E I 2003 *Phys. Rev. B* **67** 115324
- [46] Zhao N, Zhong L, Zhu J L, Sun C P 2006 *Phys. Rev. B* **74** 075307
- [47] Flindt C, Sorensen A S, Flensberg K 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 240501
- [48] Khomitsky D V, Gulyaev L V, Sherman E Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 125312
- [49] Ban Y, Chen X, Sherman E Y, Muga J G 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 206602
- [50] Rashba E I, Efros A L 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 126405
- [51] Golovach V N, Borhani M, Loss D 2006 *Phys. Rev. B* **74** 165319
- [52] Rashba E I 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195302
- [53] Li R, You J Q, Sun C P, Nori F 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 086805
- [54] Brunner R, Shin Y S, Obata T, Pioro-Ladriere M, Kubo T, Yoshida K, Taniyama T, Tarucha S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 146801
- [55] Szechenyi G, Palyi A 2014 *Phys. Rev. B* **89** 115409
- [56] Shafiei M, Nowack K C, Reichl C, Wegscheider W, Vandersypen L M K 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 107601
- [57] Osika E N, Szafran B, Nowak M P 2013 *Phys. Rev. B* **88** 165302
- [58] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [59] Landau L D, Lifshitz E M 1965 *Quantum Mechanics, Course of Theoretical Physics* (Vol. 3) (New York: Pergamon)
- [60] Winkler R 2003 *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems* (Berlin: Springer)
- [61] Pershin Y V, Nesteroff J A, Privman V 2004 *Phys. Rev. B* **69** 121306(R)
- [62] Nowak M P, Szafran B 2013 *Phys. Rev. B* **87** 205436
- [63] Li R, You J Q 2014 *Phys. Rev. B* **90** 035303
- [64] Bychkov Y A, Rashba E I 1984 *J. Phys. C* **17** 6039
- [65] Dresselhaus G 1955 *Phys. Rev.* **100** 580
- [66] Bulgakov E N, Sadreev A F 2001 *JETP Lett.* **73** 505
- [67] Tsitsishvili E, Lozano G S, Gogolin A O 2004 *Phys. Rev. B* **70** 115316
- [68] Rashba E I 2012 *Phys. Rev. B* **86** 125319
- [69] Coish W A, Loss D 2004 *Phys. Rev. B* **70** 195340
- [70] Witzel W M, Das Sarma S 2006 *Phys. Rev. B* **74** 035322
- [71] Yao W, Liu R B, Sham L J 2006 *Phys. Rev. B* **74** 195301(R)
- [72] Deng C, Hu X 2006 *Phys. Rev. B* **73** 241303(R)
- [73] Cywinski L, Witzel W M, Das Sarma S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 057601
- [74] Li R 2012 *Phys. Rev. A* **86** 032333
- [75] Rudner M S, Levitov L S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 246602
- [76] Khaetskii A V, Nazarov Y V 2001 *Phys. Rev. B* **64** 125316
- [77] Cheng J L, Wu M W, Lu C 2004 *Phys. Rev. B* **69** 115318
- [78] Golovach V N, Khaetskii A, Loss D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 016601
- [79] Huang P, Hu X 2014 *Phys. Rev. B* **89** 195302
- [80] Jing J, Huang P, Hu X 2014 *Phys. Rev. A* **90** 022118

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

The mechanisms of electric-dipole spin resonance in quasi-one-dimensional semiconductor quantum dot^{*}

Li Rui[†]

(Quantum Optics and Quantum Information Division, Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100094, China)

(Received 3 March 2015; revised manuscript received 20 May 2015)

Abstract

Because of the long coherence time and the easy way to achieve the qubit scalability, quantum dot spin qubit has obtained considerable attentions recently. Single spin manipulation is usually achieved using the traditional electron spin resonance technique. This method not only needs a static Zeeman field, but also needs an ac magnetic field which is perpendicular to the static one. However, it is not easy to produce a local ac magnetic field experimentally. Recently, instead of an ac magnetic field, an ac electric field can also be used to manipulate an electron spin, an effect called electric-dipole spin resonance. As is well-known, there is no direct interaction between the spin and the electric field. Thus, the electric-dipole spin resonance must be mediated by some mechanisms. These mediums in the quantum dot can be: the slanting magnetic field, the spin-orbit coupling, and the electron-nucleus hyperfine interaction. This paper summarizes three main mechanisms of the electric-dipole spin resonance in semiconductor quantum dot.

Keywords: quantum dot, electron spin resonance, electric-dipole spin resonance

PACS: 73.21.La, 71.70.Ej, 76.30.-v

DOI: 10.7498/aps.64.167303

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11404020) and the Postdoctoral Science Foundation of China (Grant No. 2014M560039).

[†] Corresponding author. E-mail: rl.rueili@gmail.com

核磁共振中的量子控制

李俊 崔江煜 杨晓东 罗智煌 潘健 余琦 李兆凯 彭新华 杜江峰

Quantum control of nuclear magnetic resonance spin systems

Li Jun Cui Jiang-Yu Yang Xiao-Dong Luo Zhi-Huang Pan Jian Yu Qi Li Zhao-Kai Peng Xin-Hua Du Jiang-Feng

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 167601 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.167601

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.167601>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用量子相干性判定开放二能级系统中非马尔可夫性

[Non-Markovianity of open two-level system by means of quantum coherence](#)

物理学报.2015, 64(14): 140302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140302>

三维传输子量子比特的退相干参数表征

[Decoherence characterization of three-dimensional transmon](#)

物理学报.2014, 63(22): 220305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220305>

表面离子阱的衬底效应模型研究及新型离子阱设计

[Substrate effect on surface-electrode ion trap and hybrid design for ion trap](#)

物理学报.2014, 63(6): 060303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060303>

优化重聚脉冲提高梯度场核磁共振信号强度

[Optimization of nuclear magnetic resonance refocusing pulses to enhance signal intensity in gradient Bfield](#)

物理学报.2013, 62(14): 147602 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.147602>

初态对光波导阵列中连续量子行走影响的研究

[Effects of initial states on continuous-time quantum walk in the optical waveguide array](#)

物理学报.2013, 62(9): 090301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090301>

专题: 量子精密计量与操控

核磁共振中的量子控制*

李俊¹⁾ 崔江煜¹⁾ 杨晓东¹⁾ 罗智煌¹⁾ 潘健¹⁾ 余琦¹⁾ 李兆凯¹⁾
彭新华^{1)2)†} 杜江峰¹⁾²⁾

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥微尺度物质科学国家实验室, 合肥 230026)

2) (中国科学技术大学, 量子信息与量子科技前沿协同创新中心, 合肥 230026)

(2015年4月29日收到; 2015年6月12日收到修改稿)

近年来, 随着量子信息科学的发展, 对由量子力学原理描述的微观世界的主动调控已成为重要的前沿研究领域. 为构造实际的量子信息处理器, 一个关键的挑战是: 如何对处于噪声环境下的量子体系实现一系列高精度的任意操作, 以完成目标量子信息处理任务. 为此, 人们将经典系统控制论的思想方法延伸到量子体系的领域, 提出了大量的量子控制方法以及相关的数值技术 (如量子优化控制、量子反馈控制等), 并取得了丰富的研究成果. 核磁共振自旋体系具备成熟的系统理论和操控技术, 为量子控制方法的实用性研究提供了优秀的实验测试平台. 因此, 基于核磁共振的量子控制成为量子控制领域的重要方向. 本文简要介绍了量子控制的基本概念和方法; 从系统控制论的角度对核磁共振自旋体系的基本原理和重要控制任务做了阐述; 介绍了近些年来在该领域发展的相关控制方法及其应用; 对基于核磁共振体系的量子控制的进一步的研究做了几点展望.

关键词: 量子控制, 量子计算, 核磁共振**PACS:** 76.60.-k, 03.65.Yz, 03.67.Lx**DOI:** 10.7498/aps.64.167601

1 量子控制与核磁共振

一个世纪以来, 量子力学在解释微观物理现象方面取得了巨大的成功. 直到最近数十年, 人们开始不仅仅只是寻求对微观世界的描述, 还关心如何去调控量子系统以完成所需的动力学演化. 调控量子系统逐渐成为重要的前沿科研领域, 并诞生了丰富的研究成果^[1-4]. 这在很大程度上得益于人们对发展量子计算与量子信息技术的极大兴趣. 由于基于量子力学原理的计算机被认为具有本质上优于经典计算机的计算能力^[5,6], 人们投入极大的精力寻求构建实际可行的量子物理计算体系. 而应用量子物理机制来进行信息处理的一个核心问题

是: 对由量子力学描述的微观体系进行精确而有效的操控是量子控制的主要研究目标. 量子控制论可看作是经典控制论在量子领域的延伸. 然而由于量子体系相比于经典情形所具有的独特性质 (如纠缠、退相干、测量坍缩等), 常常并不能简单地直接将经典控制理论 (如优化、反馈、噪声、滤波等核心概念) 应用于量子体系. 因此发展适用于量子体系的量子控制方法, 以及在实际物理体系中应用这些控制方法来实现特定的控制任务, 就成为量子控制研究的主要内容.

上述量子控制发展的一般图景, 十分适用于描述基于核磁共振体系的量子控制的研究方向. 经过半个多世纪的发展, 核磁共振 (NMR) 谱学已经发展成为十分成熟的实验学科. 人们能够定量地

* 国家重点基础研究发展规划 (批准号: 2013CB921800, 2014CB848700)、国家杰出青年科学基金 (批准号: 11425523)、国家自然科学基金 (批准号: 11375167, 11227901, 91021005)、中国科学院战略性先导科技专项 (B) (批准号: XDB01030400) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20113402110044) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xhpeng@ustc.edu.cn

刻画实验条件、从实验结果中获取有用信息、对实验现象做出可靠的解释以及通过计算机进行高精度的数值仿真. 在现代NMR谱学中, 可以做到对多达数百个核自旋组成的大分子样品上施加十分复杂的脉冲序列. 因此, 核磁共振技术成为研究物质微观结构的最精密的探测手段之一. 而随着量子信息技术的发展, 提出了基于NMR的核自旋量子信息处理的物理实现方案^[6,7], 这进一步使人们对核自旋动力学的调控达到了新的水平^[8,9]. NMR核自旋体系作为量子信息处理器, 具有较长的相干时间, 已经被用来很好地演示许多量子算法(如Deutsch-Jozsa算法^[10,11]、Grover搜索算法^[12]、Shor大数分解算法^[13]、量子随机行走^[14]、量子模拟(如氢分子能级模拟^[15]、观测Heisenberg模型的基态几何相^[16]、模拟任意子分数统计^[17])以及其他量子信息处理方案^[18,19]. 在NMR体系上, 人们还实现了12个量子比特的相干操控, 迄今为止这依然是实现的最大量子寄存器的普适操控^[20,21]. 最近, 人们又完成了在7个量子比特体系上对复杂Clifford门的门平均保真度的实验估计(结果约为55.1%), 这也在一定程度上代表了当前人们在该方向达到的操控精度水平^[22]. 这些实验的实现与NMR量子控制技术的发展息息相关, 特别是量子控制理论与方法在NMR体系中的应用. NMR已经成为当前测试和发展量子控制技术以及量子信息处理任务的重要物理平台.

本文介绍基于NMR的量子控制. 文章的结构如下: 首先对量子控制的基本概念做简单的描述, 接着从控制论的角度对NMR核自旋系统作为受控系统建立控制模型, 然后简要讨论近些年所发展的NMR中的量子控制方法, 最后给出展望.

2 量子控制的基本概念简介

量子系统的演化是由量子力学原理支配的^[23]. 量子力学原理有其一套形式化的数学描述框架, 包括对量子态、量子操作、量子测量等基本概念的定义. 基于这样的量子力学框架, 建立受控量子系统的定量且适用的控制模型, 是实现对其精确主动操控的重要基础. 最一般地, 可将所研究的对象分类为封闭系统和开放系统. 如果一个量子系统不与其他量子系统产生任何能量、物质和信息交换, 我们称该系统是封闭的(或孤立的). 有时在已知的

量子系统-控制手段作用方式的情形下(比如对原子施加激光场), 也认为该系统是封闭的^[24]. 当然大多数实际情形是受控系统还时刻受到环境噪声的影响, 此时研究开放系统动力学的性质就十分必要. 因此, 总体而言, 设计精确可行的量子控制方案, 离不开对系统的动态演化、制备与测量过程以及环境噪声等方面做严格的刻画.

由于量子控制领域的广泛性, 要全面介绍是很困难的. 因此, 本文主要集中于NMR量子控制中涉及的基本概念及主要方法. 更深入的关于量子力学基本原理以及量子控制基本概念的介绍可参考文献^[1, 2, 6, 23, 25, 26].

2.1 量子态

在量子力学中, 量子态是由复Hilbert空间 $\mathcal{H}$ 中的单位矢量描述的, 这一单位矢量通常可用Dirac符号标记为 $|\psi\rangle$, 此时量子系统的态称为纯态(pure state). 以两能级纯态系统为例, 其状态可表示为

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

其中 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. 根据量子力学的几率幅假设, $|\psi\rangle$ 处于 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的几率分别为 $|\alpha|^2$ 和 $|\beta|^2$. 这种叠加性显示出量子系统状态描述与经典情形的本质不同. 一个二能级系统可以看作一个量子比特, 例如处于磁场中发生塞曼分裂(Zeeman splitting)的自旋(图1(a)).

为了分析和应用的方便, 通常在球坐标系里表示态 $|\psi\rangle$,

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos(\theta/2) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2) |1\rangle \right), \quad (2)$$

其中 $\gamma \in \mathbb{R}$, $\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi)$. 由于整体相位 γ 不具有可观测的物理效应, 可认为 $|\psi\rangle$ 和 $e^{-i\gamma}|\psi\rangle$ 表示的是同一个物理状态. 于是上式简化为

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2) |1\rangle. \quad (3)$$

图1(b)形象地给出了单量子比特纯态的几何表示.

为了描述一般的量子系统(纯态或混态), 需要引入密度矩阵(density matrix)的概念. 假设一个量子系统是由一组纯态 $\{|\psi_j\rangle\}$ 按一定的几率分布 $\{p_j\}$ 混合组成, 则相应的密度矩阵定义为

$$\rho = \sum_j p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j|, \quad (4)$$

其中 $p_j \geq 0$, 且 $\sum_j p_j = 1$. 换句话说, 密度矩阵即是一组纯态的凸组合. 对任意密度矩阵 ρ 都有 $\text{Tr}(\rho^2) \leq 1$. 满足 $\text{Tr}(\rho^2) < 1$ 的量子态称作混态 (mixed state), 否则系统处于纯态, 即 ρ 具有 $|\psi\rangle\langle\psi|$ ($|\psi\rangle \in \mathcal{H}$) 的形式. 因此我们定义 $p(\rho) = \text{Tr}(\rho^2)$ 是在密度算符空间上的纯度函数.

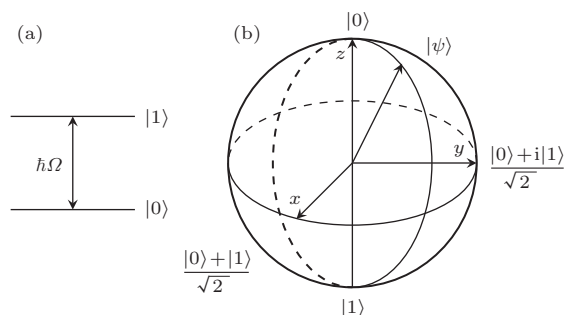


图1 (a) 二能级系统 (能级差为 $\hbar\Omega$) 作为一个量子比特; (b) 单比特量子纯态的 Bloch 矢量表示

Fig. 1. (a) Two-level system as a quantum bit; (b) Bloch vector representation for a qubit in pure state.

在态空间引入距离的概念以表示态与态之间的相似程度是十分有用的. 比如通过度量施加该控制后得到的末态与理论预期的目标态之间的接近程度可以来评估某实际控制的效果. 最常用的一个度量是量子态保真度 (quantum state fidelity) [6,8]. 在经典情况下, 两个概率分布 $\{p_x\}$ 和 $\{q_x\}$ 的相似度可由 $F(p_x, q_x) = \sum_x \sqrt{p_x q_x}$ 来表征. 类似地, 两个纯态 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ 的保真度定义为

$$F(|\psi\rangle, |\phi\rangle) = |\langle\psi|\phi\rangle|^2, \quad (5)$$

易知 $0 \leq F \leq 1$. 简单地说, 保真度反映了两个量子态的交叠程度, 若两个量子态完全一样, 则此交叠程度达到最大值 1. 对于混态, 系统状态须用密度矩阵表示. 一个纯态 $|\psi\rangle$ 和一个混态 ρ 之间的保真度的表达式为

$$F(|\psi\rangle, \rho) = \sqrt{\langle\psi|\rho|\psi\rangle}. \quad (6)$$

当 $\rho = |\phi\rangle\langle\phi|$, 就退化到两个纯态的保真度公式 (5). 描述两个混态 ρ 和 σ 之间的保真度, 则定义为

$$F(\sigma, \rho) = \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\sigma} \rho \sqrt{\sigma}}. \quad (7)$$

表达式中的 ρ 和 σ 是对称的, 只要其中一个是纯态, 就退化到 (6) 式的情形.

在量子控制中, 往往需要研究两个甚至多个系统的相互作用, 这时就需要引入更大的

Hilbert 空间去描述整个系统的状态. 以两体系统为例, 总的空间是两个子系统空间的直积, 即 $\mathcal{H}_{AB} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$, 复合空间的维度为 $\dim(\mathcal{H}_{AB}) = \dim(\mathcal{H}_A) \dim(\mathcal{H}_B)$. 对于两体系统的任意纯态矢量 $|\psi\rangle_{AB} \in \mathcal{H}_{AB}$ 可以写为一个子系统态的线性组合, 即

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum_{k,l} \alpha_{kl} |a_k\rangle_A \otimes |b_l\rangle_B, \quad (8)$$

其中 $\alpha_{k,l} \in \mathbb{C}$, 且 $\sum_{k,l} |\alpha_{k,l}|^2 = 1$. 这里 $\{|a_k\rangle\}$ 和 $\{|b_l\rangle\}$ 分别为 Hilbert 空间 $\mathcal{H}_A$ 和 $\mathcal{H}_B$ 的正交完备基矢. 如果纯态 $|\psi\rangle_{AB}$ 能够写为 $|\psi\rangle_{AB} = |\phi\rangle_A \otimes |\phi'\rangle_B$ 的形式, 这里纯态 $|\phi\rangle_A \in \mathcal{H}_A$, $|\phi'\rangle_B \in \mathcal{H}_B$, 此时系统的态 $|\psi\rangle_{AB}$ 称为直积态 (product state), 否则此两体系统就处于纠缠态 (entangled state). 对于一般的混态 $\rho_{AB} \in \mathcal{H}_{AB}$ 可以写为

$$\rho_{AB} = \sum_{k,k'} \sum_{l,l'} \rho_{kk',ll'} |a_k\rangle_A \langle a_{k'}| \otimes |b_l\rangle_B \langle b_{l'}|. \quad (9)$$

当且仅当 $\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_{iA} \otimes \rho_{iB}$, 两体系统的态是可分离的 (separable state), 否则此两体系统就是纠缠的. 纠缠性是量子体系独有的性质, 在量子计算和量子通信中起着至关重要的作用.

2.2 量子逻辑门

在量子计算中, 通过对量子态进行一系列酉变换来实现某些逻辑功能的量子操作称作量子门. 量子门是在物理上实现量子计算的基础, 量子门通常由幺正矩阵表示, 即满足 $U^\dagger U = I$ (I 为单位矩阵) 的复矩阵 U .

单比特量子门可由 2×2 的矩阵表示, 其中最基本的是泡利矩阵:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

应用的比较广泛的有 Hadamard 门 (记为 H), $\pi/8$ 门 (记为 T)

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix},$$

以及旋转变换

$$U = R_n(\theta) = \exp \left[-\frac{i\theta}{2} (n_x X + n_y Y + n_z Z) \right],$$

其中 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 为转动轴方向的单位矢量 (即满足 $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$), θ 为转动角度.

多比特量子门的典型是受控非门 (controlled-NOT gate), 记作 CNOT, 它是一个两比特量子逻辑门, 其形式为

$$U_{\text{CNOT}} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

如果用 $|c\rangle$ 表示控制比特, 用 $|t\rangle$ 表示目标比特, 其作用可以表示为: $|c\rangle|t\rangle \rightarrow |c\rangle|t \oplus c\rangle$, $\oplus$ 表示模 2 加法, 即控制比特是 $|1\rangle$ 时目标比特翻转, 是 $|0\rangle$ 时则不做操作. 受控非门的重要性是基于这样一个事实: 任意的多量子比特门都可以分解成受控非门和单量子比特门的组合 [6,27].

2.3 量子测量

为了更好地控制量子系统, 往往需要通过不同方式的测量从受控的系统中获取必要的信息. 量子测量和经典测量有着极大的区别, 因为测量一个量子系统将不可避免地对其造成影响 [28]. 量子力学中具有可观测的物理特性的量 (可观测量) 可由 Hilbert 空间中的厄米算符来表示. 由于海森堡不确定性原理的限制, 同时观察两个不对易的可观测量是不可能的.

根据量子力学的测量公理, 量子测量由一组测量算子 $\{M_m\}$ 描述, 满足完备性方程 $\sum_m M_m^\dagger M_m = I$, 指标 m 表示实验中可能的测量结果. 若测量前的量子态为 $|\psi\rangle$, 则结果 m 发生的概率为

$$p(m) = \langle \psi | M_m^\dagger M_m | \psi \rangle, \quad (11)$$

测量后的量子态变为

$$\frac{M_m |\psi\rangle}{\sqrt{p(m)}}. \quad (12)$$

当上述的测量算子 M_m 为正交投影算子, 即满足 $M_m M_n = \delta_{mn} M_m$ 时, 上述的一般量子测量便退化为投影测量 (projective measurement). 投影测量是可重复的. 然而在量子力学中许多重要的测量都不是投影性测量, 因此需要考虑以上的一般量子测量公理. 当只关心量子测量的统计, 而并不关心测量后的状态时, 可采用正算子值测度 (positive operator-valued measure, POVM) 测量方法进行分析, 其 POVM 测量算子定义为正

定算子 $E_m = M_m^\dagger M_m$, 满足 $\sum_m E_m = I$ 及 $p(m) = \langle \psi | E_m | \psi \rangle$.

2.4 动力学: 封闭系统与开放系统

封闭量子系统的演化方程最早由 Schrödinger 在 1926 年建立 [29]. 对于一个处于纯态 $|\psi(t)\rangle$ 的封闭系统, 其时间演化由 Schrödinger 方程描述

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle, \quad (13)$$

这里我们约定 $\hbar = 1$, $H(t)$ 是系统哈密顿量算符. 若系统处于混态 $\rho(t)$, 其时间演化就由 Liouville-von Neumann 方程描述

$$\dot{\rho}(t) = -i[H(t), \rho(t)]. \quad (14)$$

如果量子系统与外界环境存在耦合, 称该系统是开放的. 图 2 为开放系统演化示意图. 一个开放量子系统总可看作是更大的封闭系统的子系统. 将所关心的这个子系统称作系统, 而将封闭系统的其他部分统称为环境. 设系统和环境的总哈密顿量具有如下形式:

$$H = H_S + H_E + H_I, \quad (15)$$

其中 H_S , H_E , H_I 分别是系统、环境以及系统-环境之间相互作用的哈密顿量. 设整体系统处于状态 $\sigma(t)$, 那么根据 Liouville 方程, 有

$$\dot{\sigma}(t) = -i[H(t), \sigma(t)]. \quad (16)$$

定义系统的演化状态为

$$\rho(t) = \text{Tr}_E \sigma(t), \quad (17)$$

则得

$$\dot{\rho}(t) = -i \text{Tr}_E ([H(t), \sigma(t)]). \quad (18)$$

推导系统的演化方程, 就是要将环境对系统的影响以一组物理参数来表征. 在 (18) 式中为了能得到 $\rho(t)$ 的显式动态方程, 就需要对环境做偏迹运算. 这一点不可能在任意情形的环境下都能做到. 显然, 不同的系统-环境相互作用导致的量子过程是不一样的. 常见的开放量子过程包括耗散、退相干、弛豫、Markovian 或 non-Markovian 等.

在量子信息领域, 人们十分关心的是环境对系统造成的退相干影响. 在信息处理中, 常常将环境看作系统的噪声来源, 例如 NMR 样品中分子热运动导致核自旋系统的弛豫过程. 为了定量地刻画这些噪声的影响, 需要建立系统动力学的演化方程.

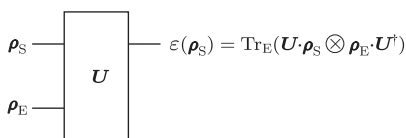


图2 开放系统演化示意图, 设系统初态为直积态, 整个体系在么正演化下, 对所关心的系统部分的动力学描述可通过取环境偏迹得到

Fig. 2. Illustration of open system evolution. Assume the initial state is the product of system state and environmental state. Suppose the total system is under unitary evolution, then the concerned subsystem evolution can be obtained by partial tracing the environmental effects.

一种较普适的、描述开放量子体系演化的方式由Kraus表示(Kraus representation, 也称为operator-sum representation) 给出^[6,30]. Kraus表示定理指出, 定义在 Hilbert 空间 $\mathcal{H}$ 上的一个量子通道(quantum channel)总可有如下表示:

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_k \mathbf{E}_k \rho \mathbf{E}_k^\dagger, \quad (19)$$

其中 $\{\mathbf{E}_k\}$ 为 $\mathcal{H}$ 中的一组算符, 且满足完备性关系

$$\sum_k \mathbf{E}_k^\dagger \mathbf{E}_k = \mathbf{I}. \quad (20)$$

这里我们考虑的是保迹的情形, 即 $\mathcal{E}$ 本身完全描述了这个量子操作的过程. 算子 $\{\mathbf{E}_k\}$ 是量子通道 $\mathcal{E}$ 的操作元素, 有时被称为噪声算子(noise operator)或误差算子(error operator), 因为它们反映了环境对系统的干扰效应.

Kraus表示可以看作开放系统的一种输入-输出模型, 有时我们更希望获得系统状态时间演化的模型, 这方面研究较多的是Markovian量子系统. 通常情况下, 对处于耗散过程的受控量子系统, 可假设其处于Markovian环境, 此时系统动力学可由Lindblad方程描述^[28,31,32]:

$$\dot{\rho}(t) = \hat{\mathbf{L}}\rho(t) = -i[\mathbf{H}, \rho(t)] + \hat{\mathbf{R}}\rho(t), \quad (21)$$

其中 $\hat{\mathbf{R}}$ 代表系统演化的非么正超算符, 描述耗散演化部分:

$$\hat{\mathbf{R}}\rho = \sum_{m,n=1}^{N^2-1} \lambda_{mn} (2\mathbf{L}_n \rho \mathbf{L}_m^\dagger - \mathbf{L}_m^\dagger \mathbf{L}_n \rho - \rho \mathbf{L}_m^\dagger \mathbf{L}_n), \quad (22)$$

这里 $\{\mathbf{L}_m\}_{m=1,\dots,N^2-1}$ 是系统 Hilbert 空间上的任意一组线性算子基底, $\{\lambda_{mn}\}$ 是一组动力学参数. 系数矩阵 $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_{mn})$ 必须是正定的, 以保证方程具有保迹(trace-preserving) 和完全正(completely

positive) 的性质. Lindblad方程可进一步写成对角形式:

$$\dot{\rho} = -i[\mathbf{H}, \rho] + \sum_{\alpha=1}^{N^2-1} \gamma_\alpha (2\mathbf{L}_\alpha \rho \mathbf{L}_\alpha^\dagger - \rho \mathbf{L}_\alpha^\dagger \mathbf{L}_\alpha - \mathbf{L}_\alpha^\dagger \mathbf{L}_\alpha \rho). \quad (23)$$

在环境常定的情形下, 经常可以假定Lindblad方程的弛豫超算子 $\hat{\mathbf{R}}$ 是不含时的, 这将大大简化对系统演化的分析.

下面给出几个基本的量子过程的Kraus表示和相应的主方程描述^[33]. 定义自旋算符 $\mathbf{I}_x = \mathbf{X}/2$, $\mathbf{I}_y = \mathbf{Y}/2$ 及 $\mathbf{I}_z = \mathbf{Z}/2$.

例1 (相位衰减通道: phase damping channel) 单比特系统的相位衰减通道常用来描述其横向弛豫 T_2 过程, 其Kraus表示如下:

$$\mathcal{E}(\rho) = (1-p)\rho + p\mathbf{I}_z \rho \mathbf{I}_z, \quad (24)$$

其中 $p = \frac{1}{2}(1 - e^{-t/T_2})$. 相应的主方程是

$$\dot{\rho} = \frac{1}{2T_2} [\mathbf{I}_z, [\mathbf{I}_z, \rho]], \quad (25)$$

其中 $\mathbf{I}_z/\sqrt{2T_2}$ 是Lindblad算子.

例2 (幅度衰减通道: amplitude damping channel) 单比特系统的幅度衰减通道常用来描述其纵向弛豫 T_1 过程, 其Kraus表示如下:

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_k \mathbf{E}_k \rho \mathbf{E}_k^\dagger. \quad (26)$$

其中 $\{\mathbf{E}_k\}$ 为Kraus算子:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \sqrt{p} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-\gamma} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{E}_1 &= \sqrt{p} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\gamma} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{E}_2 &= \sqrt{1-p} \begin{pmatrix} \sqrt{1-\gamma} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{E}_3 &= \sqrt{1-p} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{\gamma} & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

其中 p 表征热平衡态的极化, 且 $\gamma = 1 - e^{-t/T_1}$. 相应的主方程是

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \frac{p}{T_1} \left[\mathbf{I}^+ \rho \mathbf{I}^- - \frac{1}{2} (\mathbf{I}^- \mathbf{I}^+ \rho + \rho \mathbf{I}^- \mathbf{I}^+) \right] \\ &+ \frac{1-p}{T_1} \left[\mathbf{I}^- \rho \mathbf{I}^+ - \frac{1}{2} (\mathbf{I}^+ \mathbf{I}^- \rho + \rho \mathbf{I}^+ \mathbf{I}^-) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

其中上升算符和下降算符分别为

$$\mathbf{I}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

这里 Lindblad 生成子由 $\sqrt{p/T_1}\mathbf{I}^+$, $\sqrt{(1-p)/T_1}\mathbf{I}^-$ 给出.

对于 Markovian 量子过程, Kraus 表示与 Lindblad 主方程描述具有内在的联系, 是可以相互转换的^[34]. 在实际情况下, 会根据研究问题的不同, 视方便可以选取它们中的任何一种.

2.5 开环优化量子控制模型

人们已经发展出多种量子控制模型, 如双线性模型、Markovian 主方程、随机主方程、基于环境驱动的控制 (environment engineering) 等^[2]. 一般认为构成一个量子模型的要素应包括: 1) 系统动力学的定量描述; 2) 控制手段的确定; 3) 控制任务的指标, 如图 3 所示. 在 NMR 体系上, 并不是所有的控制模型都得到了成熟的发展, 有些还处于初步的研究中. 从 NMR 量子控制发展的角度, 这里将主要介绍对于封闭系统和 Markovian 系统建立开环优化控制模型.

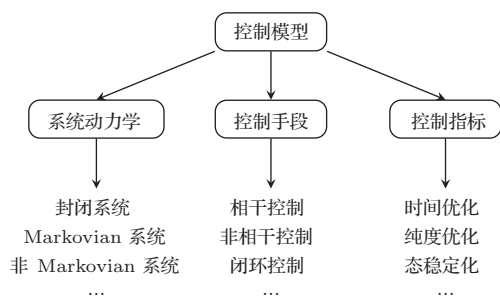


图3 建立量子系统的控制模型所涉及到的几个要素

Fig. 3. Factors that constitute a quantum system control model.

设系统哈密顿量为 $\mathbf{H}_S$, 相干控制哈密顿量为

$$\mathbf{H}_C(t) = \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k, \quad (28)$$

其中 $\{u_k(t)\}_{k=1}^m$ 表示含时控制输入变量, $\{\mathbf{H}_k\}_{k=1}^m$ 是与控制输入耦合相应的系统算符. 该受控系统的演化遵循 Schrödinger 方程

$$|\dot{\psi}(t)\rangle = -i[\mathbf{H}_S + \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k]|\psi(t)\rangle, \quad (29)$$

或等价地,

$$\dot{U}(t) = -i[\mathbf{H}_S + \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k]U(t). \quad (30)$$

现在用几何控制的语言进一步表述上述控制系统的优化问题. 设 $G = SU(2^n)$ 表示 $\mathcal{H}$ 上的幺正变换群, $\{\mathbf{H}_k\}_{k=1}^m$ 为定义在 G 上的 m 个独立的右不变向量场. 那么对每个实连续向量场 $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$, 确定出 G 上从恒等元出发的一条轨迹. 因此, 为了将系统驱动到某个目标状态, 或换句话说, 为了实现某个目标幺正变换, 就相当于找到控制函数 $\mathbf{u}(t)$ 使得系统的演化轨迹能够连接恒等元到目标变换. 因而, 有如下控制模型, 称为双线性控制系统^[35,36]:

模型 (双线性控制封闭系统) 给定紧致联通 Lie 群 $G = SU(2^n)$, 其 Lie 代数为 $\mathfrak{g} = \mathfrak{su}(2^n)$, 考虑定义在 G 上的动力系统

$$\dot{U} = [\mathbf{H}_d + \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k]U, \quad (31)$$

其中 $\mathbf{H}_d \in \mathfrak{g}$, $\mathbf{H}_k \in \mathfrak{g}$, $u_k(t) \in \mathbb{R}$ ($k = 1, 2, \dots, m$), 初始条件为 $U(0) = U_i$, $U_i \in G$. 对任意 $U_f \in G$, 找到 $\{u_k(t)\}_{k=1}^m$ 使得存在时刻 T , 满足 $U(T) = U_f$.

(31) 式中 $\mathbf{H}_d$ 和 $(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_m)$ 分别称为偏移项和控制方向. 显然, 系统的容许控制集至少应包含所有的分段连续函数. 优化控制问题 (31) 式可以容易地推广到开放系统的情形.

模型 (Markovian 系统) 考虑如下受控 Lindblad 方程

$$\dot{\rho} = [\mathbf{H}_d + \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k]U + \hat{\mathbf{R}}\rho. \quad (32)$$

设初始条件为 $\rho(0) = \rho_i$, 找到 $\{u_k(t)\}_{k=1}^m$ 使得存在时刻 T , 满足 $\rho(T) = \rho_f$.

数学上, 问题 (31), (32) 的解并不惟一. 而在实际情形下, 也并不是每个解都满足要求, 因此需要定义一个评价函数来评价控制解的优劣. 这样的评价函数又称为性能指标 (performance index). 在量子信息中, 一大类控制问题都可归于这种优化控制模型. 性能指标依具体控制任务而定, 其一般形式表示为如下泛函:

$$\mathcal{J}[U(\cdot), u(\cdot)] = \mathcal{F}(U(T)) + \int_0^T \mathcal{G}(U(t), u(t)) dt, \quad (33)$$

其中 $\mathcal{F}$ 是定义在 $SU(2^n)$ 上的连续可微函数, $\mathcal{G}$ 是定义在 $SU(2^n) \times \mathbb{R}^m$ 上的连续可微函数. 若 $\mathcal{J}$ 只含第一项, 则称为 Mayer 型泛函; 若其只含第二项, 则称为 Lagrange 型泛函^[37,38].

问题 (31), (32) 式可以方便地表述为约束优化问题, 即要求实现目标操作的保真度最大化,

$$\begin{aligned} \max \mathcal{J}[U(\cdot), u(\cdot)] &= F(U(T), U), \\ \text{s.t. } \dot{U} &= [\mathbf{H}_d + \sum_{k=1}^m u_k(t) \mathbf{H}_k] U. \end{aligned} \quad (34)$$

对于态制备的情形, 任务是将系统从初态 ρ_i 变换到与目标态 ρ_f 尽可能接近的末态, 因此目标泛函可以取为

$$\mathcal{F}(U(T)) = F(U(T) \rho_i U(T)^\dagger, \rho). \quad (35)$$

Lagrange 型优化控制问题包括时间极小控制

$$\min \mathcal{F}(U(\cdot), u(\cdot)) = \int_0^T 1 dt \quad (36)$$

和能量极小控制

$$\min \mathcal{F}(U(\cdot), u(\cdot)) = \int_0^T |u(t)|^2 dt. \quad (37)$$

2.6 可控性、可达集

可控性 (controllability) 是控制理论的基本概念. 在量子体系的调控中, 它很自然地与量子计算通用性具有着紧密的联系 [39]. 人们已经发展出了几种不同的量子可控性的概念 [40,41].

定义 1 (纯态可控性) 量子系统 (29) 称为纯态可控的: 如果对每个初态 $|\psi_i\rangle$ 和末态 $|\psi_f\rangle$, 存在控制函数 $u(t) = \{u_k(t)\}$ 和时间 T , 使得控制模型 (29) 的相应的动力学解满足, 在初始条件 $|\psi(0)\rangle = |\psi_i\rangle$ 下, 在 T 时刻有 $|\psi(T)\rangle = |\psi_f\rangle$.

关于受控系统 (29) 的可控性的一个基本结论是: 如果由 $\{H_k\}_{k=1}^m$ 生成的 Lie 代数 g 满足 $g = su(2^n)$, 系统是纯态可控的.

定义 2 (算符可控性) 量子系统 (30) 称为算符可控的: 如果存在控制函数 $u(t) = \{u_k(t)\}$ 将系统时间演化算符 U 从 I 驱动到任意目标, 么正算符 $U_f \in SU(2^n)$.

给定控制输入 u 和初始点 U_0 , 问题 (31), (32) 在时刻 t 的解记作 $U(t; u, U_0)$. 对于 $T \geq 0$, 系统在 T 时刻可以达到的所有点的集合记作 $R_T(U_0)$, 称为系统在 T 时刻的可达状态集. 系统在所有时刻可以达到的点的集合称为系统的可达状态集.

$$R(U_0) = \bigcup_{T \geq 0} R_T(U_0) \subset G. \quad (38)$$

显然, 如果 $R(U_0 = I) = G$, 则系统是可控的.

3 NMR 系统理论简介

本部分的内容主要是介绍液体自旋 1/2 NMR 体系的系统论, 包括液体自旋系统的哈密顿量、弛豫过程、控制手段以及重要控制任务. 更详细的关于 NMR 系统动力学的介绍可以参考文献 [42—46].

3.1 NMR 系统的哈密顿量理论

任何真实的 NMR 样品都包括了大量的电子和原子核. 原则上整个样品的系统演化由以下含时薛定谔方程描述, 即

$$|\dot{\psi}_{\text{full}}\rangle = -i H_{\text{full}} |\psi_{\text{full}}\rangle, \quad (39)$$

这里整体哈密顿量 H_{full} 包含了所有电子、原子核以及磁场之间的相互作用. 尽管上面的方程是完备的, 但实际上并无法研究这么复杂的动态方程. 为了简化问题, 在 NMR 系统中, 只考虑核自旋部分, 而电子的影响则以平均的效应包含在核自旋哈密顿量里. 这即是所谓的自旋哈密顿量假设. 因此有

$$|\dot{\psi}_{\text{spin}}\rangle \simeq -i H_{\text{spin}} |\psi_{\text{spin}}\rangle. \quad (40)$$

从上式可以看出, 要足够好地描述核自旋的动力学行为以及实现精确的量子控制, 必须能够给出 H_{spin} 的具体形式. 为了方便, 以后一律简称为 H . 自旋哈密顿量 H 由外部哈密顿量和内部哈密顿量组成. 外部哈密顿量主要有外加磁场产生, 如静磁场、射频场和梯度场. 内部哈密顿量主要包括化学位移、偶极-偶极 (DD) 耦合和 J 耦合. 由于这里主要考虑自旋数为 1/2 的情形, 所以四偶极作用可以暂时忽略. 表 1 和图 4 分别给出了核自旋哈密顿量各项的物理来源和相对量级. 我们将逐一解释其各个组成部分的物理机制及数学表示.

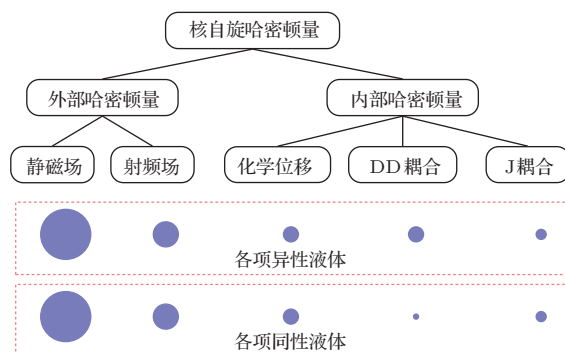


图 4 液体 (自旋 1/2) NMR 系统的哈密顿量各个组成成分以及定性的相对大小

Fig. 4. Illustration of various coupling Hamiltonians present in liquid (spin number = 1/2) NMR systems and their relative weights.

表1 液体(自旋1/2)NMR系统中存在的各种形式的哈密顿量
Table 1. Various forms of Hamiltonian present in liquid NMR (spin-1/2) systems.

各项	类型	意义
H^Z	塞曼 (Zeeman)	核自旋与外部静磁场的相互作用
H^{CS}	化学位移	核自旋与其周围的电子云诱导磁场的相互作用
H^J	J 耦合	核自旋之间的两体相互作用, 通过化学键传递
H^{DD}	偶极耦合	核自旋之间的偶极磁相互作用
H_{rf}	射频哈密顿量	核自旋与外加的时变、相干射频场的相互作用
H'	随机哈密顿量	局部、随机涨落哈密顿量, 主要由分子空间自由度的热运动产生, 宏观上导致非幺正的弛豫效应
	其他哈密顿量	由其他因素(静磁场不均匀性、射频场不均匀性等)导致的哈密顿量

3.1.1 静磁场

静磁场 $\mathbf{B}_0$ 主要是通过超导线圈产生, 其大小保持不变. 在实验坐标系下, 一般约定静磁场 $\mathbf{B}_0$ 的方向为 z 轴方向. 因此静磁场可以写为 $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$, 其中 $\hat{z}$ 为 z 方向的单位矢量. 处于静磁场下的核自旋将发生塞曼分裂, 其哈密顿量为

$$H_j^Z = -\gamma_j \mathbf{B}_0 I_z^j = -\Omega_j I_z^j, \quad (41)$$

其中 γ_j 为第 j 个核自旋的旋磁比, $\Omega_j = \gamma_j B_0$ 为 Larmor 频率. 由于塞曼分裂作用, 可将自旋系统 NMR 系统, 其具有两个本征能级, 记为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$, 其能级差为 Ω . 在液体 NMR 系统中, $\mathbf{B}_0$ 的典型值为 (5—15) T, 核进动频率大小在几百 MHz 量级, 跟核的旋磁比成正比, 因此异核之间的 Larmor 频率相差很大. 几种常见的原子核的 Larmor 频率如表 2 所示.

表2 在 9.4 T 静磁场下的几种常见原子核的 Larmor 频率 (单位为 MHz)

Table 2. Larmor frequencies (MHz) for some common nuclei under the static field (9.4 T).

核	^1H	^2H	^{13}C	^{15}N	^{19}F	^{31}P
$\Omega/2\pi$	400	61.6	100.8	40.8	376	161.6

3.1.2 射频场

为实现对核自旋的主动操控, 需要引入 x - y 平面内的射频场 $\mathbf{B}_1(t)$ 来进行激发. 若在接近 Larmor 频率附近施加以频率 ω_{rf} 振荡的射频场 $\mathbf{B}_1(t)$, 此时

哈密顿量具有如下形式

$$H_{rf}(t) = -\sum_j \gamma_j B_1 [\cos(\omega_{rf}t + \phi) I_x^j + \sin(\omega_{rf}t + \phi) I_y^j], \quad (42)$$

其中 $\mathbf{B}_1$, ω_{rf} 和 ϕ 分别是射频场 $\mathbf{B}_1$ 的幅度、旋转频率和相位. 一般说来, $\omega_1 = \gamma \mathbf{B}_1$ 在液体 NMR 中最大达到 50 kHz, 固体 NMR 中达到几百 kHz.

在实验室坐标系中, 要形象地描述核自旋在静磁场和射频场作用下的运动比较难. 一般会将问题变换到绕 z 轴以 ω_{rf} 速度旋转的旋转坐标系中去. 考虑进动频率为 Ω_0 的单自旋体系, 在旋转坐标系下, 态的变换法则为

$$|\psi\rangle^{\text{rot}} = \exp(-i\omega_{rf}t I_z) |\psi\rangle, \quad (43)$$

将上式代入到 Schrödinger 方程, 可以得到旋转坐标系下的哈密顿量

$$H_{rf}^{\text{rot}} = -(\Omega_0 - \omega_{rf}) I_z - \omega_1 [I_x \cos \phi + I_y \sin \phi]. \quad (44)$$

很容易看出, 当 $\Omega_0 = \omega_{rf}$ 满足共振条件时, 在旋转坐标系中自旋围绕 $\mathbf{B}_1$ 方向做章动, 其中选取相位 ϕ 可以达到对转动轴的调制. 而当 $\Omega_0 \neq \omega_{rf}$ 不满足共振条件时, 如图 5 所示. 设偏共振频差为 $\Delta\omega = \Omega_0 - \omega_{rf}$, 则自旋绕偏离 z 方向 $\alpha = \arctan(\omega_1/\Delta\omega)$ 的角度的轴以 $\omega'_1 = \sqrt{\Delta\omega^2 + \omega_1^2}$ 的转速运动.

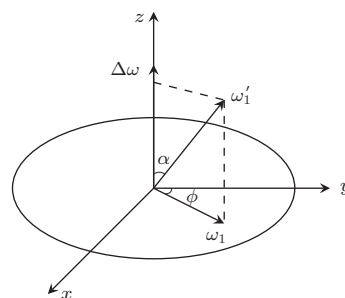


图5 非共振效应

Fig. 5. Off-resonance effect.

3.1.3 化学位移

在样品内, 各个核感受到的周围电子云环境是有差别的. 核周围的电子分布及运动会产生局部的磁场. 这就是化学位移的概念, 在化学上具有重要应用. 它的产生机制可看成: 外加静磁场 $\mathbf{B}_0$ 产生分子电流, 而分子电流反过来产生诱导局部磁场 $\mathbf{B}_{\text{induced}}$, 从而对核自旋起到一定的屏蔽作用, 如图 6 所示.

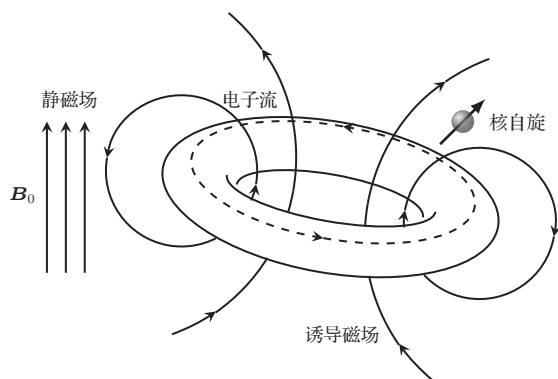


图6 化学位移产生的物理机制, 即外加静磁场 B_0 产生分子电流, 而分子电流反过来产生诱导局部磁场 B_{induced}

Fig. 6. Physical mechanism of chemical shift. The external static field B_0 induces molecular electronic currents, which in turn induce local magnetic fields B_{induced} .

因此核自旋在外磁场下感受的总磁场为

$$B_{\text{loc}} = B_0 + B_{\text{induced}}. \quad (45)$$

在较好的近似程度上, 诱导场线性依赖于静磁场 B_0 , 有

$$B_{\text{induced}} = \sigma B_0, \quad (46)$$

其中 σ 称为化学位移张量. 典型的化学位移范围依赖于不同的原子核, 比如对 ^1H 来说, 它的范围约为 10 ppm (百万分之一, NMR 常用的频率单位), 对 ^{13}C 和 ^{19}F 则约为 200 ppm. 在静磁场 B_0 为 10 T 时, 化学位移的值大概从几 kHz 到数十 kHz, 相比于 Larmor 频率的百 MHz 的数量级来说还是非常小的.

3.1.4 偶极-偶极耦合

每个核自旋可视为一个小磁体, 其周围产生的磁场依赖于该自旋的磁矩. 如图 7 所示, 两个自旋通过彼此产生的磁场相互作用, 即所谓的偶极-偶极耦合. 可以看出这种耦合形式完全通过空间直接相连, 与第三方介质无关. 所以又称偶极-偶极耦合为直接耦合. 它的相互作用可以写成

$$H_{jk}^{\text{DD}} = -\frac{\mu_0 \gamma_j \gamma_k \hbar}{4\pi r_{jk}^3} [3(I_j \cdot e_{jk})(I_k \cdot e_{jk}) - I_j \cdot I_k], \quad (47)$$

其中 μ_0 是真空磁导率, $r_{jk} = r_{jk} e_{jk}$ 是连接自旋 j 和 k 的空间向量.

在高场下, 哈密顿量 (47) 式中的非久期项被平

均掉, 只有久期项被保留. 对于同核系统,

$$H_{jk}^{\text{DD}} = -\frac{\mu_0 \gamma_j \gamma_k \hbar}{8\pi r_{jk}^3} (3 \cos \Theta_{jk} - 1)(3I_{jz}I_{kz} - I_j \cdot I_k), \quad (48)$$

这里 $\cos \Theta_{jk} = e_{jk} \cdot \hat{z}$. 对于异核系统, 可进一步简化为

$$H_{jk}^{\text{DD}} = -\frac{\mu_0 \gamma_j \gamma_k \hbar}{8\pi r_{jk}^3} (3 \cos \Theta_{jk} - 1) 2I_{jz}I_{kz}. \quad (49)$$

偶极-偶极耦合相互作用大小一般为几十 kHz 左右. 在液体 NMR 中, 不论是分子间还是分子内的偶极-偶极耦合, 由于分子的快速滚动都被平均掉了. 而在固体 NMR 中, 可以通过施加多脉冲序列或者魔角旋转技术实现类似的简单哈密顿量形式.

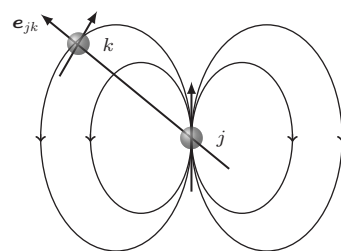


图7 偶极-偶极耦合产生的物理机制 e_{jk} 是平行于 r_{jk} 的单位矢量; j 自旋产生的磁场作用于 k 自旋上, 反之亦然; 彼此间的相互作用产生偶极-偶极耦合

Fig. 7. Physical mechanism of dipole-dipole coupling, i.e., the magnetic interaction between the pair of spins. Here e_{jk} is a unit vector in parallel to r_{jk} .

3.1.5 J 耦合

J 耦合又称间接耦合, 因为这种相互作用机制来源于原子间化学键中的共享电子, 或者电子波函数的交叠产生的费米接触相互作用, 其大小依赖于相互作用的原子核种类, 并随着化学键数目的增多而减少. 在同一分子中自旋 j 和 k 的 J 耦合相互作用完全形式为

$$H_{jk}^{\text{J}} = 2\pi I_j \cdot J_{jk} \cdot I_k, \quad (50)$$

其中 J_{jk} 是 J 耦合张量. 在各向同性液体中, J 耦合张量被分子的快速翻滚运动所平均. 因而哈密顿量具有简化形式

$$H_{jk}^{\text{J}} = 2\pi J_{jk} I_j \cdot I_k. \quad (51)$$

这里 $J_{jk} = (J_{jk}^{xx} + J_{jk}^{yy} + J_{jk}^{zz})/3$, 称为各向同性 J 耦合或标量耦合常数. 而如果体系是异核情形, 则可继续应用久期近似, 得到更简单的哈密顿量形式

$$H_{jk}^{\text{J}} = 2\pi J_{jk} I_z^j I_z^k. \quad (52)$$

J耦合有正负,可由适当的脉冲序列测定,例如二维 COSY 实验和一维的 CNOT 门序列,其绝对大小也可通过读出不同自旋的谱线劈裂来得到. 典型的 J 耦合强度通常为几个 Hz 到几百 Hz,例如氢氢间三键的 J 耦合大小约为 7 Hz; 碳氢间一键的 J 耦合大小约为 135 Hz; 而碳碳间一键的 J 耦合大小约为 50 Hz.

3.2 弛豫过程动力学

弛豫是系统回到热平衡态的过程. 首先来看热平衡态的形式. 温度 T 下核自旋系综的热平衡态满足 Boltzmann 分布,即

$$\rho_{\text{eq}} = \frac{e^{-\beta H_S}}{\text{Tr}(e^{-\beta H_S})},$$

其中 $\beta = 1/(k_B T)$ (k_B 为 Boltzmann 常数), H_S 为系统哈密顿量. 由于在室温以及高磁场的情形有 $\|H_S\|/(k_B T) \approx 10^{-5} \ll 1$, 故可采用高温高场近似

$$\begin{aligned} \rho_{\text{eq}} &\simeq \frac{1}{2^n} I^{\otimes n} - \beta H_S, \\ &\simeq \frac{1}{2^n} I^{\otimes n} - \frac{1}{k_B T} \sum_{k=1}^n \Omega_k I_z^k, \end{aligned} \quad (53)$$

其中第一项是最大混态部分且不产生可观测信号,第二项为极化部分. 热平衡态的极化部分的强度 ($\sim 10^{-5}$) 是很弱的.

弛豫过程的重要特性是,无论系统从何初态出发,在弛豫影响下最终将趋向于惟一的热平衡态. 在 NMR 中,弛豫是通过分子的自旋自由度与空间自由度热运动之间的相互作用调制而实现的. 当对样品施加外加射频场后,核自旋被激发,体系能量增加,使得分子热运动加剧. 停止施加脉冲后,自旋系综相对于其热平衡态的能量增量,会通过分子空间自由度与环境热库的热交换方式也即分子热运动转移出去,直到原初的热平衡恢复,这是最基本的弛豫图像.

在最简单的现象学描述下,自旋系综的弛豫过程分为两类:布居子空间中布居数分布恢复到热平衡态的 Boltzmann 分布;相干子空间中相干的衰减. 在该描述下,每个核的磁化强度的衰减都遵循它自己的纵向弛豫时间 T_1 和横向弛豫时间 T_2 . 因此,在纯弛豫下对第 k 个核就有

$$\begin{aligned} M_x^k(t) &= M_x^k(0) e^{-t/T_2^k}, \\ M_y^k(t) &= M_y^k(0) e^{-t/T_2^k}, \end{aligned}$$

$$M_z^k(t) = M_0^k + (M_z^k(0) - M_0^k) e^{-t/T_1^k}.$$

这里 M_0^k 是第 k 个核热平衡态的纵向极化. 显然该模型假设导致各个核各自的弛豫效应,以致发生错误的噪声相互之间是独立的,称之为 Bloch 弛豫模型或无关联弛豫模型. 可以根据随机噪声微扰论推导出单个核自旋情形下的 Bloch 方程,其处理方式可以是完全经典的.

Bloch 弛豫模型虽然能很好地描述许多 NMR 实验现象,但从系统控制的角度看,它仍然是对系统动力学过程的简化. 为了更准确地刻画系统演化,我们需要将其应用于基本的开放量子系统理论,而这对控制方法的发展至关重要.

弛豫过程可视为是重要的一类开放量子系统动力学过程. 根据液体 NMR 弛豫理论,通常做 Born 近似和 Markovian 近似.

1) Born 近似:也称为弱耦合近似,即系统与环境之间的耦合足够弱,使得环境对系统的影响可以忽略.

2) Markovian 近似:系统与环境的动力学行为发生在不同的时间尺度,环境要远快于系统的演化. 这意味着从系统的时间尺度上来看,它感受到的环境作用是几乎完全随机的驱动噪声. 这使得系统动力学呈现无记忆特性,即系统当前的运动趋势与它的过去是无关的.

在满足上述假设的情况下,系统演化可以由 Lindblad 方程描述. 但这样的描述十分复杂,因为方程中 Lindblad 算子数目随着系统的大小而指数增长. 幸运的是,实际上真正起作用的有效 Lindblad 算子数目是大大减少的. 这需要考察系统-环境的各种相互作用是如何导致弛豫效应的,也就是弛豫机制的确定. 只有弄清了实际系统的弛豫机制,才能对其环境的影响做出适当的假设,从而对有效 Lindblad 算子有更深入的认识.

对液体自旋 1/2 NMR 系综,处于样品不同位置的自旋感受到不同局部扰动的涨落场,这些涨落场导致了宏观的非幺正效应即弛豫. 局部涨落场的存在主要是由于样品分子在不停地做无规热运动,具体生成机制包括^[42]:

1) 化学位移各向异性 (chemical shift anisotropy) 外部磁场产生分子内电子电流,而电子电流在局部产生感应磁场,当分子发生旋转时,电子电流的局部感应磁场也随之改变;

2) 偶极-偶极耦合的涨落 当分子发生快速转动时自旋的极化保持, 但它们之间的相对空间位置发生了变化, 从而偶极-偶极相互作用也发生变化;

3) 交叉弛豫机制(cross-relaxation) 化学位移各向异性弛豫机制和偶极-偶极耦合的涨落机制均来源于分子热运动, 显然它们并不是独立的, 它们之间的关联称为交叉弛豫.

在了解体系的弛豫机制后, 我们知道含时涨落的局部微扰哈密顿量具有如下形式:

$$H'(t) = H_{\text{CSA}}(t) + H_{\text{DD}}(t) + H_{\text{CR}}(t), \quad (54)$$

其中 $H_{\text{CSA}}(t)$, $H_{\text{DD}}(t)$, $H_{\text{CR}}(t)$ 分别代表 CSA 机制、DD 机制和 CSA-DD 交叉弛豫机制. 基于弛豫机制模型推导出系统弛豫方程, 由 Redfield 理论给出. 由于理论较复杂, 其主要内容可以参见文献[47]. 基于 Redfield 理论导出的 Redfield 方程或 Lindblad 方程, 能较好地描述体系的弛豫动力学, 为研究弛豫过程的主动控制提供了基础.

3.3 开环控制手段

3.3.1 相干控制: 射频脉冲

在 NMR 体系中, 射频场是最直接、可以用来实现相干控制的手段. 射频控制哈密顿量的形式可以见 (42) 式. 由于任何么正操作都可以分解为一系列单比特门和 CNOT 门操作, 我们现在来看如何应用射频场实现这些基本逻辑门.

例 3 (单量子比特门实现) 当射频脉冲与自旋发生共振 ($\Omega_0 = \omega_{\text{rf}}$) 时, 在旋转坐标系中, 由 (44) 式可知核自旋体系的时间演化算符为 $U(T) = \exp[-iH_{\text{rf}}^{\text{rot}}T] = \exp[i\omega_1(I_x \cos \phi + I_y \sin \phi)T]$, 其中 T 是脉冲作用时间. 若选取 $\phi = 0^\circ$ 或 $\phi = 90^\circ$, 则演化算符对应着绕 x 或 y 轴的旋转操作. 调节时间 T 和强度 ω_1 可以控制旋转的任意角度, 即 $\theta = \omega_1 T$. 对于任意一个单比特的旋转变换存在实数 α , γ , β 和 δ 满足

$$U = e^{i\alpha} R_x(\beta) R_y(\gamma) R_x(\delta), \quad (55)$$

可以看出只需要有绕 x 和 y 的旋转就能实现任意的单量子比特门.

例 4 (两量子比特门实现) 在两量子比特门的实现中, 需要用到系统内部的耦合作用. 例如在旋转坐标系中弱耦合的两自旋体系, J 耦合演化为

$U_J = \exp[-i2\pi J I_z^1 I_z^2 t]$, 即

$$U_J = \begin{bmatrix} e^{-i\pi Jt/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{+i\pi Jt/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{+i\pi Jt/2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\pi Jt/2} \end{bmatrix}.$$

容易验证有等式

$$U_{\text{CNOT}} = \sqrt{i} R_z\left(\frac{\pi}{2}\right) R_z^2\left(\frac{\pi}{2}\right) R_x^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \times U_J\left(\frac{1}{2J}\right) R_y^2\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

异核之间的 Larmor 频率相差很大, 很容易实现对不同核自旋的单独操控. 而对于同核体系, 不同核自旋的单独操控可以通过它们化学位移的不同而得以实现. 因此, 为了在同核体系中对其中的某个或某些自旋进行操控, 就需要用到选择性脉冲 (又称软脉冲, 是指射频强度比较小、持续时间比较长的脉冲) 的激发. 软脉冲的强度一般在 $\gamma B_1/(2\pi) \leq \Delta F$, 其中 ΔF 为体系化学位移的整个频谱宽度[48]. 由于其在频谱上激发的范围与 $\gamma B_1/(2\pi)$ 约在同一个量级, 一般可以被用来做核自旋选择、多重态选择或单跃迁激发选择. 为了获得更好的选择性, 软脉冲一般被调制成不同的形状 (形状脉冲), 主要有纯振幅调制和纯相位调制两种类型. 常见的振幅调制的形状有高斯型[49]、Sinc 型[50] 和 Hermite 型[51] 脉冲, 均可用来实现在固定频域内对自旋的激发或翻转, 其原理可以简单地这样描述: 将 NMR 系统近似地看成线性系统, 即 NMR 响应是翻转角 α ($\alpha \ll 1$ rad) 的线性函数; 由线性系统响应的卷积定理, 设 $g(t)$, $h(t)$ 为连续函数, 以 $\mathcal{F}$ 表示傅里叶变换算符, 那么有 $\mathcal{F}(g(t)h(t)) = \mathcal{F}(g(t)) * \mathcal{F}(h(t))$, 则在输入脉冲为形状函数 $h(t)$ 的情形, 系统的响应为其傅里叶变换. 所以有一个简单的准则来判断形状脉冲的选择性: 选择性脉冲的激发谱形状近似为其傅里叶变换.

例 5 (Gaussian 线型) Gaussian 线型因其良好的选择性而具有广泛的应用, 其可以表示为

$$G(t)|_{t=0}^T = M \exp\left[-\frac{(t-T/2)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (56)$$

其中 M , T , σ 分别是线型的幅度、脉宽和方差. 一般地, Gaussian 选择性脉冲具有如下表达式

$$G(t) = (G(t) \cos(\omega_{\text{rf}}t + \phi), G(t) \sin(\omega_{\text{rf}}t + \phi)), \quad (57)$$

其中 ω_{rf} , ϕ 分别是 Gaussian 型施加的照射频率和相位. 因此 Gaussian 选择性脉冲的可调制参数就包括幅度、脉宽、方差、照射频率和相位. 图 8 示意了它的脉冲形状及其傅里叶变换和激发谱.

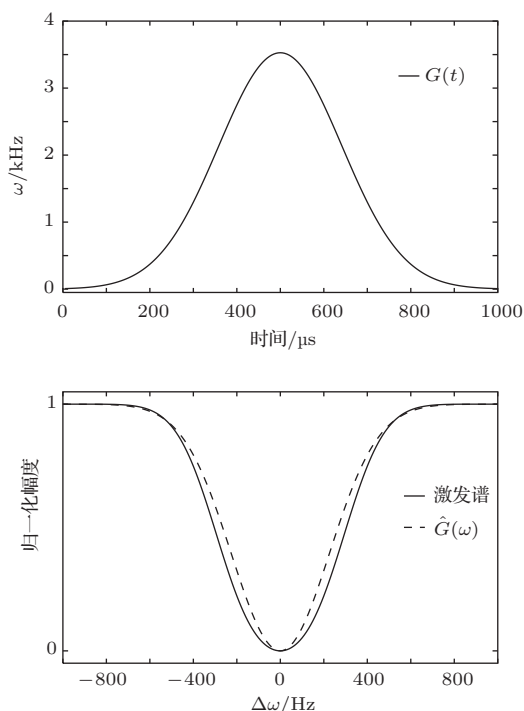


图 8 Gaussian 脉冲的线型、傅里叶变换以及其激发谱. 从图中可以看出其 Fourier 变换与激发谱的近似程度

Fig. 8. The Gaussian lineshape, and its Fourier transform and excitation profile. It can be seen from the figure that the Fourier transform approximately equal to the excitation profile.

这类形状脉冲在 NMR 领域有着广泛的研究, 有很多的精心设计的复杂的形状脉冲用来实现不同带宽、激发频率下的量子操控, 有些形状脉冲还能有效地抵抗实验环境的不完美性 (例如磁场的均匀性). 然而, 这些形状脉冲在对目标核进行操控的同时, 也会对其余的核产生附加的影响, 其中特别值得关注的是偏共振以及在脉冲作用时段内发生的 J 耦合演化 (详见 4.3.2 节). 因此在进行量子计算实验的过程中, 我们需要精确地掌握形状脉冲的整体作用.

例 6 (通过单跃迁激发选择脉冲实现 CNOT 门) CNOT 门也可以通过两比特的单跃迁激发哈密顿量 $H_{\text{trn}} = \pi I_x^1(1/2 + I_z^2)$ 来实现. 然而在实际实验中, 当在单跃迁共振频率 (例如 $|00\rangle \rightarrow |10\rangle$) 上施加一个长时间、低功率 ($\Omega_1 \ll 2\pi J$) 的线选脉冲时, 实际作用在系统上的操作 U_{exp} 将偏离理想目标

操作 $U_{\text{tar}} = \exp[-i\pi I_x^1(1/2 + I_z^2)]$, 能够近似为

$$U_{\text{exp}} \approx U_{\text{tar}} U_z(\alpha),$$

其中 $U_z(\alpha) = \exp(-i\alpha_1 I_z^2) \exp[-i\alpha_2 I_z^1(1/2 + I_z^2)]$ 代表一系列条件相位因子. 这个结果可以推广到更多比特的系统中 [52].

设计选择性脉冲, 除了激发谱是重要的考虑因素, 还有其他特定要求需要考虑, 比如绝热脉冲系列 [53] 可消弱耦合效应的自聚焦脉冲. 更一般地, 人们可以采用数值优化的办法. 比如将振幅随时间变化的形状脉冲写成几个基本函数的合成 [54]:

$$\omega_1(t) = A_0 + \sum_n A_n \cos\left(n \frac{2\pi}{T} t\right) + B_n \sin\left(n \frac{2\pi}{T} t\right),$$

然后采用数值算法找出最优的参数, 例如退火算法、遗传算法等.

相位调制形状脉冲则是让相位随着时间变化. 例如让相位随时间线性变化 $\phi(t) = kt$, 则可对应于激发频率为 $\omega_{\text{rf}} + k$ 的脉冲:

$$H_{\text{rf}} = \omega_1 \{ \cos[(\omega_{\text{rf}} + k)t + \phi_0] I_x + \sin[(\omega_{\text{rf}} + k)t + \phi_0] I_y \}.$$

其中 ω_{rf} 和 ϕ_0 分别为脉冲的中心频率和初始相位. 可以用来同步脉冲中的 Bloch-Siegert 效应 [55].

考虑最一般的射频形状脉冲, 即 x - y 平面上的任意时变射频场 $\mathbf{B}(t) = (B_x(t), B_y(t))$. 此时射频哈密顿量写为

$$H_{\text{rf}}(t) = - \sum_j \gamma_j [B_x(t) I_x^j + B_y(t) I_y^j]. \quad (58)$$

量子控制的一个重要的任务就是能够让系统按照任意想要的目标操作进行演化. 原则上, 在不考虑噪声的情况下, 通过射频场就可以实现这一点. 在 NMR 量子控制 (以及量子计算) 中, 调制射频场的强度、频率和相位等元素以实现系统的主动驱动是最基本的方法. 因此, 我们又把射频场产生的哈密顿量称之为控制哈密顿量.

3.3.2 非相干控制: 相循环、梯度场和弛豫效应

除了射频控制以外, NMR 还提供了其他操控手段, 包括相循环、梯度场和弛豫效应. 它们的共同特征是所导致的系统演化是非么正的. 这使得我们可以研究非么正控制手段在 NMR 量子控制中的应用. 弛豫效应已在 3.2 节中介绍, 下面简要说明前两种控制手段.

在NMR中,常把密度算符按照相干阶分解,即

$$\sigma = \sum_{-p_{\max}}^{p_{\max}} \sigma^p, \quad (59)$$

其中 p 为 σ^p 的相干阶数. 射频脉冲可以改变相干阶数,而自由进动则不改变相干阶数. 图9示意了一个脉冲路线图及其相应的相干路径图. 图中对应着两条相干路径 $0 \rightarrow 1 \rightarrow -1$ 和 $0 \rightarrow -1 \rightarrow -1$. 在量子控制中有时需要选择这些路径中的一条,即相干路径选择,这种操作是非相干的,后面会了解相位循环中实际上是一种经典的叠加. 相位循环的基本依据是:若脉冲相位改变 $\Delta\phi$,则这个脉冲作用下相干阶改变为 Δp 的信号成分产生的相位变化为 $-\Delta p\Delta\phi$. 若脉冲序列含有 n 个脉冲,每个都会改变一点相位,对于一条相干路径(假设相干阶的依次变化为 $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_n$)的总的改变相位为

$$\Phi_{\text{path}} = -\sum_i^n \Delta p_i \Delta \phi_i - \phi_{\text{rec}}, \quad (60)$$

其中 ϕ_{rec} 为接收相位. 一般实验进行 m 组,将其结果经典累加,那么到达 $\sum_j^m e^{i\Phi_{\text{path}}^j} \neq 0$ 的相干路径得到保持, $\sum_j^m e^{i\Phi_{\text{path}}^j} = 0$ 的被抛弃. 实验中一般选取对脉冲序列中的一个脉冲的相位和接收相位做变化,遵循的一般原则可参见文献[42]. 这种非相干手段可以用于赝纯态的制备(时间平均法).

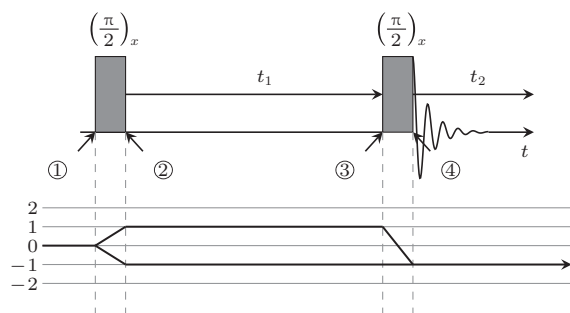


图9 图例: 脉冲路线图和对应的相干路径图

Fig. 9. The pulse sequence and the corresponding coherence path.

NMR量子控制中,常使用到梯度场来消相干,起到散相的效果. 例如,单自旋的体系,在 $\hat{z}$ 方向加上不均匀的磁场,则 $\mathbf{B}(z, t) = \mathbf{B}_0 \hat{z} + B'(t, z) \hat{z}$,其中取 $B'(t, z) = g(t)z$ 也即 $g(t) = \partial B_z(t)/\partial z$ (称为磁场空间梯度). 此时的哈密顿量为 $H =$

$\gamma[B_0 + g(t)z]I_z = (\omega_0 + \omega')I_z$. 那么 p 阶相干项 σ^p 在梯度场作用下的时间演化为

$$\begin{aligned} \sigma^p(t) &= \exp(-iHt)\sigma^p \exp(iHt) \\ &= \exp\left[-ip\left(\omega t + \int \gamma g(t)z dt\right)\right]\sigma^p. \end{aligned} \quad (61)$$

若 $g(t) = g$ 不随时间变化,可得 $\sigma^p(t) = \exp[-ip(\omega t + \gamma g z t)]\sigma^p$. 由于NMR体系是系综,需考虑空间平均,即对 $\hat{z}$ 方向进行积分,则可以得出

$$\langle \sigma^p(t) \rangle = \sigma^p \delta_{p,0}. \quad (62)$$

可以看出,除了 $p = 0$ 阶项,其他相干项全部消除,该过程显然是非相干的. 赝纯态制备的空间平均法使用了这种非相干手段. 也可以利用“梯度回波(gradient echo)”技术[56]选择性地消除某些自旋上的相干. 另外梯度场可以代替相位循环实现相干路径选择[42].

3.4 闭环控制手段: 辐射阻尼效应

辐射阻尼(radiation damping)效应是NMR体系中存在的一种基本作用机制. 早在1954年, Bloembergen[57]就在他的研究中分析了作用于自旋进动的多种阻尼机制,接着包含辐射阻尼的磁化动力学理论就被建立起来并在实验[58]上得到了验证. 早期人们普遍认为辐射阻尼效应对于NMR体系的控制是不利的,于是发展了很多方法去压制它. 而近年来辐射阻尼效应被重新发掘,作为一种闭环控制手段应用到了自旋体系的操控中.

辐射阻尼效应[59]是高场NMR体系中仅在特定频域发生的现象. 在测量过程中,核自旋绕着外加静磁场发生进动,在探测线圈中产生了震荡的电流,从而产生电磁场作用于样品上,便在系统的测量中产生了一个反馈效应. 在某些频域,辐射阻尼信号太弱,以至于完全被弛豫效应所淹没,在其他的一些特定频域如含有丰富自旋溶剂的频域中,辐射阻尼效应就能与弛豫效应相当甚至超过它. 由探测线圈产生的宏观辐射阻尼场的表达式可以写为[60]:

$$\mathbf{B}_{\text{rd}}(t) = \frac{1}{\gamma T_{\text{rd}}} \begin{pmatrix} -\langle M_y(t) \rangle \\ \langle M_x(t) \rangle \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (63)$$

其中 T_{rd} 称作辐射阻尼特征时间,并且

$$T_{\text{rd}} = \frac{2}{\gamma \mu_0 f Q M_0}, \quad (64)$$

上式中 μ_0 表示真空磁导率, f 表示线圈的填充系数, Q 表示线圈的品质因子. 显然辐射阻尼场依赖于系统当前所处的状态. 如果对辐射阻尼场加以调制, 就可以生成反馈作用场

$$\mathbf{B}_{\text{fb}} = e^{-i\varphi} \mathbf{B}_{\text{rd}}, \quad (65)$$

其中 φ 是反馈控制场与辐射阻尼场的相对相位. 辐射阻尼与反馈场的几何图像见图 10 (a). 将反馈控制场加入到特定控制模型中, 就能将实时反馈控制的方法应用到具体的 NMR 体系控制任务中.

可以将基于辐射阻尼效应的反馈控制场与系统弛豫效应进行比较. 反馈控制场是宏观的经典场, 因此它对体系的影响是幺正的. 图 10 (b) 体现出系统的演化路径在辐射阻尼效应和在弛豫效应的驱动下的本质不同 [60].

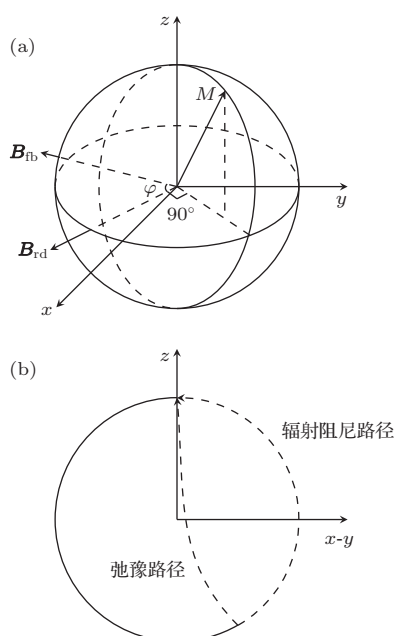


图 10 (a) 辐射阻尼场的几何图示; (b) 辐射阻尼效应与弛豫效应导致的演化路径对比

Fig. 10. (a) Geometric illustration of radiation damping field; (b) comparison of the evolution pathway lead by radiation damping and relaxation effects.

3.5 自旋系综的重要控制任务

3.5.1 脉冲设计

在传统 NMR 谱学和 NMR 量子控制中, 脉冲设计都是十分重要的任务. 在脉冲设计过程中, 人们需要考虑很多实际因素, 包括 1) 静磁场的非均匀性; 2) 控制不完美性, 这可能是源于脉冲发生器未能生成理想的脉冲波形, 也可能是实际样品体系各处感受到的射频场的差异; 3) 系统内部结构的

不确定性, 比如在温度不稳定的情况下, 液晶样品的哈密顿量发生变化; 4) 弛豫过程引起的退相干效应; 5) 脉冲设计的复杂度问题. 为了克服这些方面的问题, 传统 NMR 谱学已经积累了大量的研究. 然而随着量子控制领域的发展, 人们能够更明确地理解所要考虑的控制模型, 从而有利于更加有效地设计出优化而精确的脉冲控制.

3.5.2 绝热量子模拟和绝热量子计算

在 1928 年, Born 和 Fock [61] 提出了量子绝热定理: 假设哈密顿量各本征态间存在能隙, 如果系统在 $t = 0$ 时处于初始哈密顿量 $H(0)$ 中的某一个本征态, 令为 $|n(0)\rangle$, 则当系统改变的足够缓慢时, 即满足绝热条件

$$|\langle n(t)|\dot{m}(t)\rangle/[\varepsilon_n(t) - \varepsilon_m(t)]| \ll 1, \quad (66)$$

其中 $m \neq n$, 系统在 t 时刻后依然保持在瞬时哈密顿量 $H(t)$ 所对应的第 n 个瞬时本征态 $|n(t)\rangle$ 上.

量子绝热定理被应用于量子计算中 (绝热量子计算模式) [62], 与上面介绍的量子电路计算模式有本质的区别, 其主要利用绝热量子演化原理进行计算, 关键点是绝热产生目标哈密顿量, 它的基态编码了所研究问题的输出. 因此, 如何精确地实现到达目标哈密顿量的绝热路径演化是量子控制在绝热量子计算中的主要任务. 具体地, 在 $t = 0$ 时刻, 系统开始于一个合适的初始哈密顿量 H_0 的基态 $|\psi_g(0)\rangle$, 缓慢地改变系统的哈密顿量使得在 $t = T$ 时刻到达目标哈密顿量 H_P :

$$H(t) = [1 - s(t)]H_0 + s(t)H_P, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (67)$$

这里控制函数 $s(t)$ 满足 $s(0) = 0$ 到 $s(T) = 1$, 通过测量 $H(T)$ 的基态 $|\psi_g(T)\rangle$, 就获得了所研究问题的解. 整个过程需要满足两个条件: 1) 基态与第一激发态间的能隙不为零; 2) $s(t)$ (即含时哈密顿量) 足够缓慢地变化, 使得满足绝热条件 (67). 为了获得问题的解, 系统需要在 $t = T$ 时刻依然保持在 $H(T) = H_P$ 的基态 $|\psi_g(T)\rangle$, 因此, 一旦 H_0 和 H_P 被确定, $s(t)$ 路径的设计就是绝热量子计算中至关重要的控制问题. 最直接的方法是线性插值 H_t , 即 $s(t) = t/T$, 然而这种方法效率极低, 绝热的时间非常长, 导致很多实验无法进行. 因此, 对于特定的问题, 我们能够对绝热扫描函数 $s(t)$ 进行优化, 使得绝热效果最佳.

已有理论证明, 在计算复杂性上, 绝热量子计算和传统的量子计算具有等价性^[63]. 绝热量子计算特别适合处理组合优化问题, 已经发展出的绝热量子算法包括 3-SAT 算法^[62,64]、未分类的数据库搜索算法^[65]和大数质因子分解问题^[66]等已用于解决经典的优化问题. 一些小规模的量子绝热算法在 NMR 系统已被实验实现^[67–69], 包括绝热大数质因子分解 21^[66]和目前最大的数 143^[70]. 由于绝热量子计算具有十分突出的抗退相干能力和强的容错能力, 因此有着重要的应用前景. 另一方面, 一些绝热量子算法的时间标度行为仍是不完全清楚的, 特别是对非确定性多项式 (NP) 完全问题^[71]. 在对某些特定的例子进行的数值分析中发现, 一些例子呈指数复杂性的时间标度^[72], 而另一些例子呈多项式复杂性的时间标度^[62,73]. 但对于 NP 完全问题, 人们一直认为在最坏情况下是指数复杂性的^[74].

量子绝热的控制手段在量子模拟中也得到了广泛应用. 1982 年, Feynman^[5]提出了基于量子力学原理构建的计算机可以有效地模拟复杂的量子系统, 完成经典计算机无法胜任的难题. 量子绝热控制非常合适研究多体复杂量子体系的基态行为, 如量子相变^[67,75–77] (发生在绝对零度的相变现象, 它的发生代表着在量子多体系统中基态性质随着外部参数的连续变化发生突然的骤变). 量子绝热演化也能用于一些初态制备中^[15,16].

3.5.3 赝纯态制备

量子计算一般要求将所有的计算量子比特制备到一个合适的初态, 通常为基态. 然而, 室温下 NMR 自旋体系处于热平衡态, 即 (53) 式, 是一个高度的混和态, 不适合作为量子计算的初态. 最直接的方式是通过降低温度将体系冷却到它们的能量基态, 但是在液态 NMR 中这种方法是不切实际的, 因为与热能相比, Zeeman 能级分裂太小, 绝对零度将冻结液态样品. 代替产生一个纯的基态, 1997 年 Gershenfeld 和 Chuang^[78]引入了赝纯态 (pseudo-pure states or effective pure states) 的概念, 赝纯态的提出使得液态分子 NMR 量子计算成为可能. 对于 n 比特体系, 赝纯态具有如下形式的密度矩阵:

$$\begin{aligned}\rho_{\text{pps}} &= (1 - \eta)I/2^n + \rho_{\Delta} \\ &= (1 - \eta)I/2^n + \eta|\psi\rangle\langle\psi|, \quad |\psi\rangle \in \mathcal{H}, \quad (68)\end{aligned}$$

其中极化因子 η 又称为赝纯态的有效纯度. 可以看出, 除了极化因子 η , 偏移密度矩阵 ρ_{Δ} 的演化规律 (任何么正变换) 和观测效应完全等价于纯态 $|\psi\rangle$. 因此, 高度混和的赝纯态能作为 NMR 系统量子计算的基准初态. 由于 ρ_{pps} 和 ρ_{eq} 的本征值不同, 从 ρ_{eq} 到 ρ_{pps} 的制备过程需要包含非相干操作. 至今, 人们已经提出了多种不同的制备赝纯态的方法, 如逻辑标记法^[78]、时间平均法^[79]以及空间平均法^[80].

例 7 (空间平均法) 两比特赝纯态制备的基本步骤如下:

$$\begin{aligned}I_z^1 + I_z^2 \\ R_x^1\left(\frac{\pi}{3}\right) : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 - \frac{\sqrt{3}}{2}I_y^1 + I_z^2 \\ \text{grad}_z : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 + I_z^2 \\ R_x^2\left(\frac{\pi}{4}\right) : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 + \frac{\sqrt{2}}{2}I_z^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}I_y^2 \\ 1/2J : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 + \frac{\sqrt{2}}{2}I_z^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}I_z^1I_x^2 \\ R_x^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 + \frac{\sqrt{2}}{2}I_z^1I_x^2 + \frac{1}{2}I_z^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}I_x^2 + \frac{1}{2}I_z^1I_z^2 \\ \text{grad}_z : &\rightarrow \frac{1}{2}I_z^1 + \frac{1}{2}I_z^2 + \frac{1}{2}I_z^1I_z^2\end{aligned}$$

其中 grad_z 表示 z 方向的梯度场. 这里梯度场非相干作用用来消除产生的非对角项.

赝纯态制备问题就是从热平衡态制备到赝纯态, 其中所关心的重要指标是赝纯态的有效纯度. 在室温下, 热平衡态 (53) 式的极化强度是很低的. 原则上可以通过提高核自旋的极化度以接近真正的纯态. 大多数其他固态方案中, 能够直接通过冷却技术来提高体系的极化度. 在固态 NMR 中, 核自旋可达到接近 1 的极化度. 另外一些提高极化度的方法包括: 算法冷却 (algorithmic cooling)^[81,82]、光泵技术 (optical pumping)^[83]、动态核极化 (dynamic nuclear polarization)^[84] 和化学诱导动态核极化 (chemically induced dynamic nuclear polarization)^[85].

最近, 我们提出了一种新的制备赝纯态的方法^[86], 该方法的核心思想是利用弛豫效应实现赝纯态制备所必需的非么正操作. 以两比特的系统为例, 赝纯态 (68) 式可以写成这样的形式: $\rho_{\text{pps}} = II/4 + \eta/4(ZI + IZ + ZZ)$, 即三个纵向分

量相等, 于是可以设计一个“系数平均化过程”. 我们对样品施加周期性脉冲 $[\tau - V]_m$, 这里 τ 表示自由弛豫演化, V 是系统密度矩阵对角元的轮换操作, 即 $V: \rho = II/4 + x_1ZI + x_2IZ + x_3ZZ \rightarrow \rho = II/4 + x_2ZI + x_3IZ + x_1ZZ$, m 是序列的周期数. 在弛豫调制和 V 轮换对密度矩阵纵向分量的不断作用下, 最终系统趋向于一个周期性的稳态, 这个稳态近似满足赝纯态 (68) 式的形式. 在 Bruker Avance III 400 MHz 谱仪上, 应用该方法制备氯仿赝纯态, 实验结果得到的有效纯度 $\eta \approx 7.48\varepsilon_C$, 其中 ε_C 为碳核的热平衡极化. 而通常的空间平均法达到的有效纯度 $\eta \approx 6.12\varepsilon_C$. 该结果表明相比于空间平均法, 弛豫方法能达到更高的有效纯度, 从而显示出弛豫控制手段具有重要的利用价值.

3.5.4 极化转移

极化转移 (polarization transfer) 即在核与核之间进行极化传递, 是 NMR 中的基本技术 [87]. 其主要应用为, 将极化度高的核的极化转移到极化度低的核, 以增强一些不灵敏核的灵敏度、增大信息量, 从而实现更好的观测.

例 8 (极化转移增强不灵敏核技术 (INEPT) [87]) 考虑弱耦合、异核、两比特 C-H 系统, 其热平衡态的形式为

$$\rho_{\text{eq}} \propto \gamma_C ZI + \gamma_H IZ.$$

通过如下 INEPT 脉冲序列

$$R_y^H(90^\circ) - \frac{1}{2J} - R_x^H(90^\circ) - R_y^C(90^\circ) - \frac{1}{2J},$$

可实现从 H 核到 C 核极化转移, 使得 C 核信号的提升为 $\gamma_H/\gamma_C \approx 4$ 倍.

可以进一步把极化转移的问题模型化. 在更一般的意义上, 人们考虑: 在系统密度算符 Liouville 空间中, 如何通过容许控制操作, 实现系统状态从一个态矢 (极化) 方向到另一个态矢 (极化) 方向的转移. 在实际应用中, 所关心的最重要的问题就是设计实验方案, 尽可能地提高极化转移效率, 如图 11 所示.

在封闭系统控制的情形, 极化转移效率问题已经有了较充分的结论, 即由所谓的自旋动力学通用界 (universal bound on spin dynamics) [88–90] 的概念刻画. 具体而言, 自旋动力通用界指的是 Liouville 空间中, 对于给定初始状态和目标极化方向, 通过么正变换能达到的极化转移效率的界.

考虑 N 维量子系统, 设 ρ 和 σ 为 Liouville 空间中给定的密度算符. 对于任意 $U \in SU(N)$, 总可以做如下正交分解:

$$U\rho U^\dagger = \eta\sigma + \varsigma, \quad \text{Tr}(\sigma^\dagger\varsigma) = 0. \quad (69)$$

易知

$$\eta = \frac{\text{Tr}(U\rho U^\dagger\sigma)}{\text{Tr}(\sigma^2)}.$$

极化转移效率问题相当于确定 η 可达的范围.

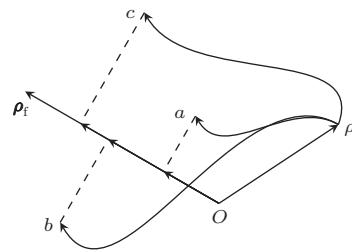


图 11 极化转移问题示意图 在 N 维 Bloch 空间中, 原点 O 为 I/N , 系统状态由 Bloch 空间中的矢量表示; 对于任意初态 ρ , 设极化转移的目标方向为 σ , 不同的控制输入导致不同的演化轨迹 a, b, c , 产生不同的极化转移效率

Fig. 11. Illustration of the polarization transfer problem. In N -dimensional Bloch space, the origin is the maximally mixed state I/N , and the system state is represented by a vector. For any initial state ρ , suppose the target direction of polarization transfer is along σ , then different controls lead to different final state which results in different polarization transfer efficiency.

命题 (自旋动力学通用界 [88,89]) 设密度算符 ρ 和 σ 的本征值向量按照降序排列分别为

$$\lambda^\rho: \lambda_1^\rho \geq \lambda_2^\rho \geq \cdots \lambda_N^\rho,$$

$$\lambda^\sigma: \lambda_1^\sigma \geq \lambda_2^\sigma \geq \cdots \lambda_N^\sigma.$$

则从自旋态 ρ 到 σ 的极化转移效率的界为

$$\begin{aligned} \eta_{\max} &= \max_{U \in SU(N)} \left[\frac{\text{Tr}(U\rho U^\dagger\sigma)}{\text{Tr}(\sigma^2)} \right] \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^\rho \lambda_i^\sigma}{\sum_{i=1}^N (\lambda_i^\sigma)^2}, \end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\min} &= \min_{U \in SU(N)} \left[\frac{\text{Tr}(U\rho U^\dagger\sigma)}{\text{Tr}(\sigma^2)} \right] \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_{N-i+1}^\rho \lambda_i^\sigma}{\sum_{i=1}^N (\lambda_i^\sigma)^2}. \end{aligned} \quad (71)$$

这里简要给出上面命题的证明.

证明 设 ρ, σ 的对角化形式分别为

$$\rho = V \Lambda^\rho V^\dagger = V \begin{bmatrix} \lambda_1^\rho & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N^\rho \end{bmatrix} V^\dagger,$$

和

$$\sigma = W \Lambda^\sigma W^\dagger = W \begin{bmatrix} \lambda_1^\sigma & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N^\sigma \end{bmatrix} W^\dagger.$$

将上面式子代入 η 的表示公式,

$$\begin{aligned} \eta_{\max} &= \max_{U \in SU(N)} \left[\frac{\text{Tr}(UV \Lambda^\rho V^\dagger U^\dagger W \Lambda^\sigma W^\dagger)}{\text{Tr}(\sigma^2)} \right] \\ &= \max_{U \in SU(N)} \left[\frac{\text{Tr}(U \Lambda^\rho U^\dagger \Lambda^\sigma)}{\text{Tr}(\sigma^2)} \right] \\ &= \max_{U \in SU(N)} \left[\frac{d(U \Lambda^\rho U^\dagger) \cdot \lambda^\sigma}{\sum_{i=1}^N (\lambda_i^\sigma)^2} \right], \end{aligned}$$

其中 $d(U \Lambda^\rho U^\dagger)$ 表示 $U \Lambda^\rho U^\dagger$ 的对角元向量. 根据 Schur 定理^[91], 密度矩阵在么正作用后的对角元向量可以写成其本征值向量的所有排列的凸组合, 即

$$d(U \Lambda^\rho U^\dagger) = \sum_{k=1}^{N!} \mu_k P_k \lambda^\rho,$$

其中 $\mu_k \geq 0$ 且 $\sum_{k=1}^{N!} \mu_k = 1$, $\{P_k\}_{k=1}^{N!}$ 是 $N!$ 阶置换群. 又根据重排不等式, 有 $\forall P_k$:

$$P_k \lambda^\rho \cdot \lambda^\sigma \leq \sum_{i=1}^N \lambda_i^\rho \lambda_i^\sigma.$$

因此 (70) 式得证. 同理可得 (71) 式.

例 9 (C-H 的极化转移通用界) 根据自旋动力学通用界公式 (70), 容易计算出对于弱耦合的异核两自旋 C-H 系统, 可提升 C 核自旋极化的上界为 $\gamma_H/\gamma_C \approx 4$.

例 8 中利用 J 耦合演化的极化转移 INEPT 技术实现了么正操作下极化转移的上界, 而应用开放系统的控制能够达到更高的极化转移效率. 例如在稳态核 Overhauser 效应中利用交叉弛豫效应可以提升 C 核自旋极化至 $1 + \gamma_H/\gamma_C \cdot \sigma_{CH}/\rho_C$ 倍, 这里

ρ_C 是 C 核自旋的弛豫参数, σ_{CH} 是交叉弛豫参数. 因此, 只要系统弛豫参数满足 $\sigma_{CH}/\rho_C \geq 1 - \gamma_C/\gamma_H$, 则开放系统的控制可使得 C 核自旋极化的提升超过自旋动力学通用界^[42,86]. 这一点意味着即使系统与环境之间有耦合, 这种与外界的相互作用产生的弛豫效应并不总是降低系统纯度的, 反而有可能对于特定的控制任务达到比封闭系统控制更高的纯度.

3.5.5 弛豫动力系统的控制

在液体 NMR 体系中, 分子热运动是系统的环境噪声来源之一. 在较好的近似程度下, 系统的演化是满足 Redfield 弛豫理论的, 也即可以通过 Lindblad 主方程去描述. 这种(几乎)确定性的动力学过程使得精确的主动控制成为可能. 因此为了抵抗或利用弛豫效应, 就需要研究弛豫过程 Lindblad 主方程 (22) 的控制论. 具体而言, 从系统控制的角度看, 所关心的重要问题就包括:

- 1) 系统建模 建立有效的动态方程能描述系统的么正演化和弛豫过程;
- 2) 可控性分析/可达集分析 给定初态和目标态, 是否存在控制场使得系统在有限时间内能演化到目标状态; 给定时刻 T , 研究在 T 时间内通过控制, 系统能达到的所有的态的集合;
- 3) 优化控制 如果可控性满足, 给定控制性能指标, 解析地或数值地给出控制场的解来优化性能指标;
- 4) 稳定性 分析受控动力学对系统参数不确定、控制不完美、环境噪声等的 Robust 性质.

4 NMR 中的量子控制理论与方法

随着不断复杂的 NMR 技术和应用的发展, 自旋动力学理论已经成为相关研究中不可缺少的一部分. 这些理论的方法常用于对复杂脉冲序列的设计、核磁共振实验的数值模拟以及对新实验的认识和理解. 下面我们主要介绍几种在 NMR 量子控制应用的理论与方法.

4.1 平均哈密顿量理论及其应用

在封闭量子系统中, 我们知道, 密度矩阵随时间的演化满足 $\rho(t) = U(t)\rho(0)U(t)^\dagger$. 这里传播子

$U(t)$ 满足

$$\frac{dU}{dt} = -iH(t)U(t). \quad (72)$$

当系统哈密顿量 $H(t)$ 是含时的情形时, 一般不能解析获得方程 (72) 的解. 数值上, 我们可以把演化过程分成很多足够小的时间片段: $T = \sum_{m=1}^N \tau_m$, 而在每段时间内的哈密顿量则视为不含时的, 即 $H(t)|_{\tau_m}^{\tau_{m+1}} = H_m$ ($m = 1, \dots, N$). 则传播子 $U(T)$ 近似地满足

$$U(T) \simeq \prod_{m=1}^N \exp(-iH_m \tau_m). \quad (73)$$

这是在计算复杂脉冲序列的演化中常用的数值方法. 平均哈密顿量理论是要用一个不含时的有效平均哈密顿量 $\bar{H}$ 来等效地刻画 $H_0, H_1, \dots, H_N$ 这一系列哈密顿量的整体作用, 即

$$U(T) \simeq \exp(-i\bar{H}T). \quad (74)$$

根据 Baker-Campbell-Hausdorff 关系

$$e^A e^B = \exp\left\{A + B + \frac{1}{2}[A, B] + \frac{1}{12}([A, [A, B]] + [[A, B], B]) + \dots\right\},$$

可以得到

$$\bar{H} = \bar{H}^0 + \bar{H}^1 + \bar{H}^2 + \dots, \quad (75)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{H}^0 &= \frac{1}{T} \{H_1 \tau_1 + \dots + H_N \tau_N\}, \\ \bar{H}^1 &= \frac{-i}{2T} \{[H_2 \tau_2, H_1 \tau_1] + [H_3 \tau_3, H_2 \tau_2] \\ &\quad + [H_3 \tau_3, H_1 \tau_1] + \dots\}, \\ \bar{H}^2 &= \dots \end{aligned} \quad (76)$$

平均哈密顿量理论是分析脉冲序列对自旋内部哈密顿量影响的常用理论方法, 如去耦脉冲技术, 在传统 NMR (特别是固体 NMR) 中, 是主要考虑消除偶极-偶极耦合或 J 耦合、取得高分辨率谱线的一种重要技术. 人们已经发展出了许多类型的去耦序列, 如连续波 (cw) 去耦、组合脉冲去耦 (WHH4^[92]、MREV^[93] 和 BLEW12^[94]) 等. 这里基于平均哈密顿量理论来形式地理解这些序列是如何工作的.

任意一个组合脉冲去耦序列的表示如图 12 所示, 图中 U_m 为第 m 个理想射频脉冲的传播子,

τ_{m-1} 为第 $m-1$ 和第 m 个脉冲之间的自由演化间隔, 其相应的演化算子为 $\exp(-iH_S \tau_{m-1})$, 总的时间 $T = \sum_{m=1}^N \tau_m$, 则总的传播子为

$$U(T) = \prod_{m=1}^N \exp(-iH_S \tau_m) U_m.$$

可以将其改写为

$$U(T) = \prod_{m=1}^N U_m \prod_{m=1}^N \exp(-i\tilde{H}_{S(m)} \tau_m). \quad (77)$$

其中 $\tilde{H}_{S(k)} = U_k^\dagger \dots U_2^\dagger U_1^\dagger H_S U_k \dots U_2 U_1$. 若取 $\prod_{m=1}^N U_m = U_N \dots U_2 U_1 = I$, 利用平均哈密顿量理论 (76) 式, 可以得出零阶的平均哈密顿量为

$$\bar{H}^0 = \frac{1}{\tau_c} \sum_{k=1}^N \tau_k \tilde{H}_{S(k)}. \quad (78)$$

一般取零阶平均哈密顿量为想要的哈密顿量, 当循环时间 τ_c 取足够短时, 高阶项被消除.

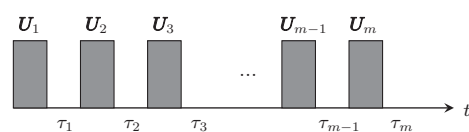


图 12 去耦序列示意图, 这里 U_m 均为理想硬脉冲
Fig. 12. Illustration of decoupling sequence. Here U_m are ideal hard pulses.

例 10 (WAHUHA-4 去耦序列)

$$\tau \bar{X} \tau Y 2\tau \bar{Y} \tau X \tau$$

塞曼项的变化为 $-I_z \rightarrow -I_y \rightarrow -I_x \rightarrow -I_y \rightarrow -I_z$, 零阶效果为 $-\frac{1}{\sqrt{3}}(I_x + I_y + I_z)$; 对应的偶极-偶极耦合相互作用变化为: $D_z \rightarrow D_y \rightarrow D_x \rightarrow D_y \rightarrow D_z$, 其中 $D_\alpha = 3I_\alpha^i I_\alpha^j - I^i \cdot I^j$ ($\alpha = x, y, z$), 则偶极-偶极耦合的平均零阶项为 0, 因此该序列消除了偶极-偶极相互作用. 实际中可能由于脉冲的不完美性和循环时间不能足够小, 不能完全消除高阶项, 依然保留残余的偶极-偶极耦合的影响.

在开放系统量子控制中发展的动力学去耦 (dynamic decoupling) 是用来消除环境引起退相干影响的重要手段之一. 设系统和环境整体的哈密顿量可以写为

$$H = H_S + H_B + H_{SB},$$

其中 $\mathbf{H}_S$ 是系统哈密顿量, $\mathbf{H}_B$ 是热库的哈密顿量和 $\mathbf{H}_{SB}$ 是系统与热库的相互作用哈密顿量. 由于环境的不可控性, 利用作用在系统上的可控操作来消除环境对系统的退相干影响, 即使得系统与环境之间的相互作用 $\mathbf{H}_{SB} \approx 0$. 其主要思想源于传统 NMR 中自旋回波技术, 与去耦技术的主要差别在于控制的作用对象, 可用平均哈密顿量理论来分析.

例 11 (Bang-bang 控制序列, 也即 CPMG 序列)

$$\tau \mathbf{X}(\pi) \tau \mathbf{X}(\pi) \tau.$$

设系统与环境之间的相互作用是相位退相干噪声, 即 $\mathbf{H}_{SB} = \sum_i b_i I_z S_{iz}$, 其中 b_i 为相互作用强度. 由于

$$\begin{aligned} & \mathbf{X}(\pi) \exp(-i \mathbf{H}_{SB} \tau) \mathbf{X}^\dagger(\pi) \exp(-i \mathbf{H}_{SB} \tau) \\ &= \exp[-i \mathbf{X}(\pi) \mathbf{H}_{SB} \tau \mathbf{X}^\dagger(\pi)] \exp(-i \mathbf{H}_{SB} \tau) \\ &= \mathbf{I}, \end{aligned}$$

因此有 $\mathbf{H}_{SB} = 0$, 系统与环境之间的相互作用被消除.

CPMG 序列作为最基本的动力学去耦序列, 在此基础上, 发展出了一系列的动力学去耦序列. 为了提高去耦效果, Uhrig^[95] 设计非等间距的动力学去耦序列来消除相位退相干相互作用的高阶项; 针对更一般的相互作用形式 $\mathbf{H}_{SB} = \sum_i a_i I_x S_{ix} + b_i I_y S_{iy} + c_i I_z S_{iz}$, 多旋转轴的 XY-4 序列被使用^[96]; 通过将基本的动力学去耦序列级联嵌套(concatenated dynamic decoupling)的方式进一步提高效率^[97]等.

4.2 几何优化控制论及其应用

假设控制哈密顿量的大小相比于系统内部哈密顿量足够大, 那么可以认为, 实现如下控制变换群中的任意元素的时间都可忽略,

$$K = \exp(\mathfrak{h}_{\{H_k\}_{k=1}^m}), \quad (79)$$

其中 $\mathfrak{h}$ 是由 $\{H_k\}_{k=1}^m$ 生成的 Lie 代数, 而 K 即是该 Lie 代数所对应的 Lie 群^[98]. 进一步地, 从 $\mathbf{U}_i$ 出发, 产生任意变换 $k\mathbf{U}_i, k \in K$ 的时间也可忽略. 这说明可以把 $\mathbf{U}_i$ 到 $\mathbf{U}_f$ 的时间最优路径问题转化为寻找从陪集 $K\mathbf{U}_i$ 到 $K\mathbf{U}_f$ 的最快控制, 如图 13 所示. 在控制哈密顿量为形式 (42) 时, 显然 K 相当于所有单比特操作的集合.

在双线性控制系统中, Lie 群分解有着重要的应用. 对于 n 比特系统, 任意么正变换 $\mathbf{U} \in SU(2^n)$ 总可以分解成

$$\mathbf{U} = \cdots \mathbf{U}_m \mathbf{U}_{m-1} \cdots \mathbf{U}_1, \quad (80)$$

其中 $\mathbf{U}_m$ ($m = 1, 2, \dots$) 是更为简单的么正变换 (比如单比特旋转、两比特局部操作). 在量子计算中, (80) 式可以解释为实现一个量子变换的基本逻辑门序列. 因此一种寻找最优控制的途径就是, 根据目标操作的分解, 把问题约化到考虑一系列相对更简单、维数更低的么正操作的优化控制.

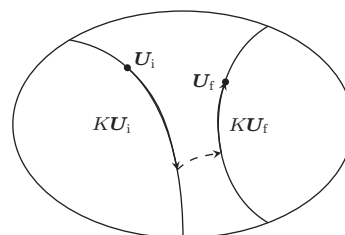


图 13 $\mathbf{U}_i$ 到 $\mathbf{U}_f$ 的时间优化路径几何图示

Fig. 13. Geometric illustration of time optimal path from $\mathbf{U}_i$ to $\mathbf{U}_f$.

Lie 群具有多种分解方式, 其中 Cartan 分解是最重要的一类. 应用 Cartan 分解来解决自旋系统的优化控制问题, 最早由 Khaneja 等^[99] 提出, 并取得了一些重要的结果^[100,101].

对 n 自旋系统, 作用于其上的任意么正变换 $\mathbf{U} \in SU(2^n)$ 都具有如下 Cartan 分解

$$\mathbf{U} = K_1 A K_2, \quad (81)$$

其中 $K_1, K_2 \in SU(2^{n-1}) \otimes SU(2^{n-1}) \otimes U(1)$, $A \in \exp(\mathfrak{h})$, 这里 $\mathfrak{h}$ 是 Riemannian 对称空间的 Cartan 子代数

$$\frac{SU(2^n)}{SU(2^{n-1}) \otimes SU(2^{n-1}) \otimes U(1)}. \quad (82)$$

现在来看应用 Cartan 分解解决时间优化控制问题的最简单的例子.

例 12 考虑如下基于控制模型 (31) 的单比特时间优化控制问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & T, \\ \text{s.t.} \quad & \dot{\mathbf{U}}(t) = -i [I_z + u_x(t) I_x] \mathbf{U}(t), \\ & \mathbf{U}(0) = \mathbf{I}, \\ & \mathbf{U}(T) = \mathbf{U}_f. \end{aligned}$$

对任意 $\mathbf{U}_f \in SU(2)$, 存在惟一 $\beta \in [0, 2\pi]$ 使得

$$\mathbf{U}_f = \exp(-i\alpha I_x) \exp(-i\beta I_z) \exp(-i\gamma I_x), \quad (83)$$

其中 $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$. 则生成 $\mathbf{U}_f$ 的时间极小控制的总时间为 β .

4.3 数值优化控制

几何优化控制论成功地被应用到量子控制领域, 然而它的局限也是明显的, 最主要的一点就是在比特数超过 2 的情形要得到理论上的分析解就十分困难了. 此时需借助数值优化控制的方法去搜索想要的脉冲.

4.3.1 基于梯度搜索的脉冲优化: GRAPE

基于最优化算法搜索的脉冲优化的常用技术有 Cory 等^[83,102] 提出的强调制脉冲技术 (SMP) 与 Glaser 等^[103] 提出的梯度上升优化方法 (gradient ascent pulse engineering: GRAPE). 由于 GRAPE 有更好的应用前景, 下面介绍 GRAPE 方法设计特定么正操作的优化脉冲的方法.

考虑封闭系统的双线性控制模型 (31). 假设目标操作为 $\mathbf{U}_f$, 脉冲总时间为 T (T 须足够长以保证在该时间内存在相应的控制场实现 $\mathbf{U}_f$). 将总的演化时间平均地分为 N 个离散片段, 每个片段的时间为 $\Delta t = T/N$, 在每段内射频场强度为固定值, 第 j 段时间内的幅度用 $u_k(j)$ 表示. 那么第 j 段演化的传播子可以表示为

$$\mathbf{U}_j = \exp \left\{ -i\Delta t \left[\mathbf{H}_S + \sum_{k=1}^m u_k(j) \mathbf{H}_k \right] \right\},$$

从而整个脉冲对应的传播子为 $\mathbf{U}(T) = \mathbf{U}_N \cdots \mathbf{U}_1$, 其与目标操作 $\mathbf{U}_f$ 之间的保真度为

$$\Phi = F(\mathbf{U}_f, \mathbf{U}(T)) = \left| \text{Tr} \left(\mathbf{U}_f^\dagger \cdot \mathbf{U}(T) \right) \right|^2. \quad (84)$$

当 $\Phi = 1$ 时, 表明该形状脉冲可以很好地实现目标操作 (至多相差整体相位).

GRAPE 算法的实质是将保真度 Φ 看作参数集 $\{u_k(j)\}$ 的多元函数, 从而把脉冲搜索转化为多元函数的极值优化问题. 因此算法中最重要的就是求出 Φ 对于各个参数的梯度, 从而可以按照梯度的方向迭代. 经运算可知, 在一阶近似下有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Phi}{\partial u_k(j)} \\ &= -2\text{Re} \left[\mathbf{U}_f^\dagger \cdot \mathbf{U}_N \cdots (-i\Delta t \mathbf{H}_k) \mathbf{U}_j \cdots \mathbf{U}_1 \right]. \end{aligned} \quad (85)$$

基于该梯度表达式, 一个完整的梯度上升算法 (GRAPE) 的流程如下:

1) 初始化 设置参数 $u_k(j)$ 的初值, 可以随机生成, 也可以一个不完美的脉冲序列参数作为初值;

2) 梯度迭代方向 对 $j = 1, \dots, N$, 按照 (85) 式计算梯度 $\mathbf{g}_k : \mathbf{g}_k(j) = \partial \Phi / \partial u_k(j)$;

3) 迭代步长搜索 应用一维搜索算法求出上升方向的最优步长 $\bar{l} = \max_l \Phi(u_k(j) + l \mathbf{g}_k(j))$;

4) 计算 $\Phi(u_k(j) + \bar{l} \mathbf{g}_k(j))$, 若未达到目标要求, 返回第 2) 步.

该流程的跳出条件是 Φ 达到目标要求, 或是在迭代前后 Φ 值的变化小于一个给定的值 (即说明已达到局部最优解).

GRAPE 算法作为基于梯度优化的算法, 原则上只能给出局部极值. 然而实践表明, GRAPE 算法具有很好的实用性, 可用于完成一些 NMR 量子计算、量子模拟实验的核心技术. 为了说明为什么 GRAPE 常常能给出很好的数值解, Rabitz 等^[104–107] 在一系列文章中对态跃迁优化控制问题 (optimal control for state transition probability) 做了详细的研究, 提出了所谓的 topology of optimal control landscape, 即通过将目标函数按照控制输入参数化, 考察最大化态跃迁几率问题的局部极值的存在性. 他们发现局部极值 (或称为陷阱 trap) 是极少存在的. 在实践中, 如果参数选取得当 (比如初始脉冲值), 那么几乎不会陷入局部极大值. 他们的研究能很好地解释为什么通常的数值优化结果能找到很好的极值解.

4.3.2 脉冲编译技术 (pulse compiler)

对于自旋数目较小 (≈ 5) 的体系, GRAPE 数值程序能很好地解决脉冲搜索问题. 然而, 如果考虑更大的体系 (比如 ≥ 10), GRAPE 计算所需消耗的时间与空间资源就十分可观了. 这是因为经典计算机模拟量子动力学演化的复杂度随着体系大小是成指数式增长的. 因此在这种情况下, 新的脉冲搜索技术就是十分必要的了. 对于比特数目更大的自旋体系, Laflamme 实验组^[9] 发展了所谓的脉冲编译技术 (pulse compiler). 该技术已被应用于 7 bit 和 12 bit 的赝纯态制备实验^[20,108], 显示出其重要的实用价值.

脉冲编译技术所解决的问题可以如此表述: 在通常情况下, 进行一特定量子计算任务的逻辑网络可以分解为一系列单比特操作和自由 J 耦合演化的

脉冲序列, 当采用选择性形状脉冲实现各个单比特旋转时会带来局部的相位误差; 随着脉冲的增加, 这些相位误差不断集聚, 造成脉冲序列的效果远远偏离理想的情形. 为了纠正这类相位集聚的误差, 脉冲编译技术有效地追踪各个选择性脉冲产生的局部相位误差, 并加以补偿之.

举个简单的例子. 考虑一个高斯型形状脉冲, 假设激发的目标核的共振频率与其他核离得很远. 那么在施加这段形状脉冲的时间内, 虽然该形状脉冲没有激发其余的核, 但是其余的核会因为偏共振以及彼此间 J 耦合演化出不同的附加相位. 设一个 180° 选择性形状脉冲时长为 1 ms, 对于一个偏共振频率处于 3 kHz 的核自旋, 偏共振效应导致的附加相位大约为 15° ; 而如果系统的 J 耦合量级为 ~ 50 Hz, 那么在 1 ms 的时间内所发生的 J 耦合演化同样也是不可忽略的; 即使单个选择性脉冲导致的相位误差不大, 但对于稍微复杂的脉冲序列, 其所有的相位误差仍可能集聚起来, 使得整体控制精度下降. 因此如果要精确补偿脉冲控制的相位误差, 首先就必须计算出脉冲序列中的各个局部附加相位.

现在来说明脉冲编译技术的核心思想. 考虑弱耦合自旋体系, 设施加形状脉冲 $\mathbf{H}_{\text{rf}}(t)$ 的形式如下:

$$\mathbf{H}_{\text{rf}}(t) = \sum_k \mathbf{G}_k(t) [\cos(2\pi\omega_{\text{rf}}^k t + \phi_k) \mathbf{X}_k + \sin(2\pi\omega_{\text{rf}}^k t + \phi_k) \mathbf{Y}_k],$$

其中 $\mathbf{G}(t)$ 为选择性脉冲线型. $\mathbf{H}_{\text{rf}}(t)$ 能同时选择性激发多个频率 $\{\omega_{\text{rf}}^k\}_k$ (或多个核). 如果各个频率的选择性足够好, 偏共振效应和 J 耦合演化所产生的附加相位能够有效地通过在脉冲前后对称地引入一组前置误差 (pre-error) 和后置误差 (post-error) 来描述, 其具体数学模型如下:

$$\begin{aligned} U_{\text{sim}} &= \mathbf{T} \left[e^{-i \int \left(\mathbf{H}_{\text{rf}}(t) + \sum_i \omega_i Z_i + \sum_{i < j} J_{ij} Z_i Z_j \right) dt} \right] \\ &\simeq \prod_i e^{-i \alpha_i^{\text{post}} Z_i} \prod_{i < j} e^{-i \beta_{ij}^{\text{post}} Z_i Z_j} \cdot U_{\text{ideal}} \\ &\quad \times \prod_i e^{-i \alpha_i^{\text{pre}} Z_i} \prod_{i < j} e^{-i \beta_{ij}^{\text{pre}} Z_i Z_j} \\ &= U_{\text{post}} U_{\text{ideal}} U_{\text{pre}}, \end{aligned} \quad (86)$$

其中 U_{sim} 是实际形状脉冲所对应的么正操作, $\mathbf{T}$ 是时序算符, U_{ideal} 是想得到的么正操作; 而 α_i^{pre} ,

α_i^{post} , $\beta_{i,j}^{\text{pre}}$ 以及 $\beta_{i,j}^{\text{post}}$ 是前置和后置误差参数 ((86) 式给出的模型能在相当好的近似程度上描述液态样品的选择性脉冲的实际效果. 但是当脉冲时间变得很长、射频强度变大或者系统哈密顿量中具有强耦合项时, 由于哈密顿量中射频部分、强耦合部分中存在的 I_x , I_y 项与 Z 旋转和 ZZ 耦合演化不对易, 公式的高阶近似项变得不可忽略, 模型的描述精确度就会变差).

这种近似分解形式将前置和后置误差算符表示为绕 Z 旋转和 ZZ 耦合演化的组合, 能很好地描述脉冲的一阶、二阶近似项产生的效果. 可以应用优化算法在数值上搜索出使 (86) 式的近似程度达到最好的一组误差参数:

$$\begin{aligned} &\text{寻找 } \alpha_i^{\text{pre}}, \alpha_i^{\text{post}}, \beta_{i,j}^{\text{pre}}, \beta_{i,j}^{\text{post}}, \\ &\quad i < j, \quad i, j = 1, \dots, n \\ &\max \text{Re} \left(\text{Tr} \left[U_{\text{sim}}^\dagger \cdot U_{\text{post}} U_{\text{ideal}} U_{\text{pre}} \right] \right) / 2^n. \end{aligned} \quad (87)$$

可以看出数值计算中所要优化的参数个数为 $2n + n(n-1) = O(n^2)$. 因此随着比特数 n 的增加, 脉冲编译技术所要搜索的参数个数是多项式地增长的, 计算速度优于直接计算 GRAPE 脉冲. 对于常用的 90° , 180° 脉冲操作, 如果各个核自旋之间共振频率间距比较大, 那么大多数情况下通过脉冲编译技术能够将脉冲的保证度达到 99.5% 以上.

一旦确定出所有的误差参数, 就需要采取办法补偿它们. 这里只简单介绍消除 Z 旋转误差的原理. 一种方式是人为地在 U_{sim} 前后添加 Z 旋转操作, 抵消掉 Z 前置和后置误差, 但这种方式显得有些复杂. 更好的方法是做态假设, 在实际算法执行过程中, 往往系统在某个量子门处所处的状态可能是已知的, 比如系统初态为纯态 $|0\rangle^{\otimes n}$ 或最大混态 J/N . 如果假定系统在目标操作 U_{ideal} 之前 (或之后) 处于对角态, 在这种情形下, 前置 (或后置) 误差算符与系统密度算符对易, 这样就可以不必考虑它们了. 当然须注意, 在态假设的基础上, 如果只消除前置 (或后置) 误差, 那么实际所实现的就并不是真正的目标操作 U_{ideal} , 而关心的是目标态了.

例 13 (Gaussian 脉冲实现单量子比特操作)

系统为单量子比特, 其进动频率 $\Omega = 100$ Hz. 设控制目标为: $\rho_i = Z \rightarrow \rho_f = -Y$, 理想操作是将量子比特绕 x 轴旋转 90° . 实际施加控制为选择性 Gaussian 脉冲, 其时长为 100 μs , 方差为 40. 图 14 中蓝色曲线表示当 Gaussian 脉冲的施加相位为 $\phi = 0$ 时的系统演化轨迹, 由于系统进动, 实际末

态相比于理想末态具有后置误差 $\alpha^{\text{post}} = 36.1^\circ$. 将 Gaussian 脉冲的施加相位按照后置误差修正后, 得到红色演化轨迹, 此时末态即是想要的理想末态.

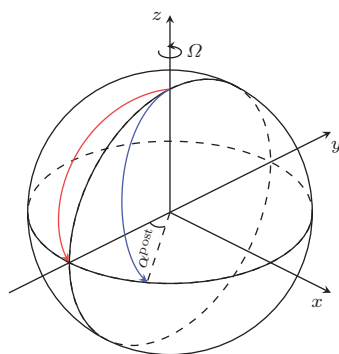


图 14 单量子比特 Gaussian 脉冲后置误差及其补偿, 这里控制目标是将比特从 Z 转到 $-Y$, 蓝色曲线为未修正相位误差的磁化演化轨迹, 红色曲线为修正相位误差后的磁化演化轨迹

Fig. 14. Illustration of post-error and its compensation for a Gaussian pulse applied to a single qubit. Here the task is to rotate the qubit from the north pole to $-Y$. Blue curve represents the evolution of the magnetization without phase calibration, red curve represents the evolution of the magnetization with phase calibration.

表 3 C_1 核 90° 形状脉冲经过编译后的 pre-error 和 post-error 项. 表中的数值以角度制形式给出, 对角项给出 α_i^{pre} 和 α_i^{post} 项, 由于实验上将照射频率设置在 C_1 , 这两项数值上一样. 对角线上方给出了两两核 (ZZ) 之间的 pre-error 项, 即 $\beta_{i,j}^{\text{pre}}$ 项. 对角线下方给出了两两核 (ZZ) 之间的 post-error 项, 即 $\beta_{i,j}^{\text{post}}$ 项. 由于选择的形状脉冲时间段, J 耦合的演化时间少, 所以 ZZ 误差项小

Table 3. An instance of the pre-errors and post-errors for a 90° shaped pulse acting on C_1 . The values on the diagonal line are α_i^{pre} and α_i^{post} (here since the rf pulse is on resonance with C_1 , so $\alpha_i^{\text{pre}} = \alpha_i^{\text{post}}$). The values above the diagonal line give the pre-errors $\beta_{i,j}^{\text{pre}}$, and the values below the diagonal line give the post-errors $\beta_{i,j}^{\text{post}}$. The ZZ phase errors are relatively small since the duration of the shaped pulse is small.

	M	H ₁	H ₂	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
M	0.00	0.01	0.00	0.26	-0.01	0.01	0.00
H ₁	0.01	-16.14	0.03	0.00	0.29	-0.01	0.01
H ₂	0.00	0.03	-16.13	0.00	0.00	0.29	0.01
C ₁	0.26	0.00	0.00	0.00	0.09	0.01	0.02
C ₂	-0.01	0.29	0.00	0.09	11.58	0.13	0.00
C ₃	0.01	-0.01	0.29	0.01	0.13	-24.53	0.13
C ₄	0.00	0.01	0.01	0.02	0.00	0.13	-5.89

在多比特系统中用基本形状脉冲实现单量子比特操作将会出现更复杂的情况. 表 3 给出了

850M NMR 谱仪上基于 ^{13}C 标记的 Crotonic 的 7 量子比特样品中 Gaussian 脉冲实现 C_1 核 90° 旋转操作产生的各相位误差项的一个例子. 表 3 给的是其中一个特定脉冲的各相位误差项的例子. 该例子显示, 使用基本形状脉冲来实现单个核的旋转操作, 如果不做相位误差补偿, 其门保真度和态保真度都是较低的, 而做相位修正后态保真度基本上可以达到 $\sim 99.9\%$.

4.4 NMR 体系的闭环控制

在 NMR 中, 开环的量子控制已经在一些简单的体系中取得了很大的成功, 然而在更复杂的量子控制任务中, 开环控制受到了很多限制, 例如体系的哈密顿量往往并不是完全清楚的、控制参数控制的不完美性、仪器的噪声、环境的扰动、其他的一些不确定因素以及体系维度变得很大薛定谔方程无法准确求解等. 为了克服这些困难, 人们在实验中引入了闭环控制策略来实现对复杂量子体系的控制, 这给量子控制领域的发展带来了重要的革新^[109]. 按照控制设计思想的不同, 可以将闭环控制分为闭环学习控制 (closed-loop learning control) 和量子反馈控制 (quantum feedback control)^[2]. 闭环学习控制中的每一次循环都是在一个新的个体上执行的, 从而避免了测量对于系统初值的影响. 而实时反馈控制中整个控制过程都执行在同一个个体上, 并且测量将对系统演化产生显著的影响, 因而它们具有本质的区别^[4].

4.4.1 闭环学习控制

闭环学习控制最早由 Judson 和 Rabitz^[110] 提出, 并在化学反应实验上实现. 闭环学习控制一般由三个要素组成: 1) 初始的输入, 可以是精心设计的输入, 也可以是随机输入; 2) 实验室中产生作用于系统的一系列控制和测量它所引起的实验结果; 3) 特定的学习算法, 即根据前一个实验测量结果决定下个循环的控制输入. 如此循环直至达到目标状态. 好的学习算法应该是对初值不敏感的, 即初值的选择不会很大程度上影响算法的收敛效率和优化效果. 常用的学习算法是进化算法^[111] (evolution algorithms), 这一算法又包括遗传算法 (genetic algorithms) 和进化策略 (evolution strategies) 等.

闭环学习策略与控制系统的模型无关, 且对存在于实验过程中的不可预知的噪声和扰动, 无论是

模型本身的、测量仪器具有的还是环境造成的,也都有着很好的适应性,因为学习算法只根据控制作用后的实际效果来判断控制方案的好坏,而噪声和扰动的作用已在测量的结果中体现出来了.另外,它还具有对多个独立量子系统进行控制的能力,且可以很快的速率来转换控制场.正是由于闭环学习控制具有上述诸多的优势,它已被广泛地用于各种实验中^[4],如飞秒脉冲整形技术、光学体系物理化学现象的控制、软X射线相干控制、原子中多光子的转化、分子中的电子激发等.但是,目前NMR体系中的闭环学习控制还研究得比较少,仍然是前沿问题之一.

4.4.2 量子反馈控制

早在1983年^[112]就提出了量子系统的反馈控制概念,而量子反馈限定基本理论在1994年由Wiseman和Milburn提出,并实现了对光电流进行瞬时的反馈控制^[113,114].量子反馈控制主要包括两个关键步骤:获得系统的信息以及根据这个信息建立有效的实时反馈系统来制定相应控制函数的调整策略作用到系统上.在经典控制理论中,反馈控制是一个有效的策略,能够弥补不可预知的扰动对控制系统的影响,或当系统初始状态未知时使其可能成为自动控制的系统.然而,经典反馈控制论并不能直接应用到量子系统中,这是因为通过量子测量获得量子系统的信息时,不可避免地干扰了量子体系的本身状态.因此,在量子反馈控制策略中,必须考虑量子测量对量子系统演化的影响.测量的结果产生经典的控制信息驱动合适的控制器与被控制的量子系统直接作用.被控制的系统是量子的,而控制器可以是量子、经典或者量子/经典的杂化系统.在量子反馈控制中有两种测量量子态的方式:投影测量和连续弱测量^[115].弱测量使得在测量过程中尽可能对被控系统不产生干扰.实际上,投影测量是连续弱测量在测量强度无限大时的极限情形.投影测量的反馈模型已经被应用于减少激光噪声以及量子比特、量子纠缠的控制和量子纠错等许多物理问题.通过弱测量的方式,实验上实现了两个量子比特的纠缠的反馈制备、光学极化量子比特的反馈控制以及非线性系统的反馈控制等.另外还有一类没有测量的相干量子反馈控制(coherent feedback control)策略,其中不含有经典测量产生的信号,使用另一个量子系统作为控制器,反馈循环中的控制操作通过直接与被控制量子

系统相互作用的么正变换来实现.由于在相干量子反馈控制中使用了体系的全部量子信息,因此能够完成经典信息反馈控制器不能完成的任务,同时避免了由于量子测量带来的不可避免的噪声.相干量子反馈控制已经被应用到光学体系中^[115],如光场的压缩相干控制等.在量子尺度操控系统的动力学理论和实验都充满了许多挑战,还有许多问题需要进一步解决.

辐射阻尼效应是NMR上实现基于测量利用经典信息进行量子反馈控制的较为直接的方法.基于辐射阻尼效应的反馈控制实验上实现了诸如加速回到热平衡态^[116]、增强磁共振成像(magnetic resonance imaging)中图像对比度^[117,118]等应用,同时也提出了一些实现实时量子反馈控制的实验方案^[119].下面以加速回到热平衡态为例,简要地说明辐射阻尼效应在NMR体系的实时反馈控制中所起的作用.

辐射阻尼场和自旋相互作用可用如下Bloch方程描述^[116]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_x}{\partial t} &= \frac{1}{T_{rd}}(-M_x M_z \cos \varphi - M_y M_z \sin \varphi) - \frac{M_x}{T_2}, \\ \frac{\partial M_y}{\partial t} &= \frac{1}{T_{rd}}(M_x M_z \sin \varphi - M_y M_z \cos \varphi) - \frac{M_y}{T_2}, \\ \frac{\partial M_z}{\partial t} &= \frac{1}{T_{rd}}(M_x^2 + M_y^2) \cos \varphi + \frac{1 - M_z}{T_1},\end{aligned}$$

这里同时也考虑了横向弛豫 T_2 与纵向弛豫 T_1 的作用; M_x, M_y, M_z 是归一化的磁化矢量强度;辐射阻尼效应的强度由它的特征时间 T_{rd} 来表征; φ 是辐射阻尼场关于磁化矢量的相对相位,可由楞次定理决定(一般 $\varphi = 0$).通过这一方程的求解,便可以清楚地看到辐射阻尼效应在加速回到热平衡态中所起的作用,例如当 $T_{rd} \ll T_1, T_2$ 时,磁化矢量将按图10所示的辐射阻尼路径以 T_{rd} 为特征时间回到 z 方向.由(64)式可知,通过改变探头线圈的品质因子 Q 可以改变辐射阻尼场的强度.因此,Huang等^[116]在实验中设计了一个外加反馈电路,通过探测自旋的自由衰减(free-induction decay)信号来调节线圈的品质因子 Q ,以加强辐射阻尼场使磁化矢量以比弛豫时间 T_1 更快的速度回到 z 方向.这一技术对于磁共振成像的进一步发展有着重要的意义.

5 展 望

本文从控制论的语言描述了NMR核自旋体系的控制模型与方法,给出了基于NMR的量子控制

方面研究的基本图景. 然而这里的介绍并不能完全涵盖近些年来人们在相关领域已取得的成果. 对于自旋系综的主动调控, 尽管已经取得了很多重要的进展, 但我们相信仍然还有大量的控制问题有待进一步研究. NMR 中的量子控制涉及到 NMR 谱学、量子控制、量子信息等领域. 一方面, 我们可以看到, NMR 量子计算在促进传统 NMR 谱学和量子信息处理之间技术转移的潜在作用. 来自量子信息方面大量的理论与实际问题不断地提出新的研究课题, 例如, 已经证明复杂的幺正变换能够在实验中非常简单直接地实现, 进一步思考混态量子计算模式和纠缠在量子计算中的作用以及弛豫机制对开放量子系统控制的影响等问题. 另一方面, NMR 体系中发展出来的量子控制方法(例如形状脉冲、GRAPE 程序、Compiler 技术等)也可以延伸应用到其他物理体系中去. 这个过程已经在一些其他物理系统(比如囚禁 Bose-Einstein 凝聚动力系统^[120]、金刚石 NV 色心^[121]、耦合 Josephson qubits^[122]等)开始.

虽然许多经典控制的思想已经被应用和延伸到量子系统中来, 但量子控制仍处于其初期发展阶段, 有很多问题有待人们进一步研究. 现在我们简要地展望 NMR 量子控制未来可能研究的重要问题.

1) NMR 非相干控制: 在 NMR 中, 通过射频脉冲进行体系的相干控制是十分直接有效的控制模式, 并且给出了许多重要的结果. 然而, 存在一些量子控制任务仅凭借相干控制的方法是无法实现的. 针对这点, 非相干资源需要被引入进来. 最重要的非相干手段包括量子测量、梯度场、相循环、弛豫效应等, 尽管这些非相干效应的数学模型比较清楚, 但相应的受控方动态方程的许多性质还没有完全理解, 因此十分有必要在未来开发系统的新方法中发展精确有效的非相干(或相干与非相干混合)的控制手段.

2) NMR 反馈控制: 在经典的控制论中, 反馈占据了重要的地位. 同样在新兴的量子应用中也需发展一套系统的反馈控制方法. 目前, 在 NMR 中尽管已经有了一定的反馈控制方面的工作, 但是这些实验往往只针对十分具体的控制任务而设计, 还没有解决一些重要的基本问题, 例如在量子反馈中, 测量如何影响量子系统、反馈控制律的一般设计方法、量子系统反馈控制的复杂度如何衡量.

3) 量子系统的鲁棒性控制: 量子系统不可避

免地存在多种不确定性因素, 包括干扰和噪音. 例如, 在传统 NMR 谱学中, 抑制静场、射频场不均匀性一直是重要的研究课题. 这些不确定性在规模较大的自旋体系上对控制精度造成的影响尤为明显, 因此有必要应用鲁棒控制实现更高精度的主动控制.

4) 更复杂样品体系的操控: 目前 NMR 量子控制大多局限于考虑液体核磁样品, 进一步可以考虑针对更为复杂的液晶、高自旋、固体等样品建立控制模型, 实现精确调控.

参考文献

- [1] Wiseman H M, Milburn G J 2010 *Quantum Measurement and Control* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Dong D, Petersen I R 2010 *IET Control Theory Appl.* **4** 2651
- [3] Alessandro D D 2007 *Introduction to Quantum Control and Dynamics* (London: Chapman & Hall)
- [4] Brif C, Chakrabarti R, Rabitz H 2010 *New J. Phys.* **12** 075008
- [5] Feynman R P 1982 *Int. J. Theor. Phys.* **21** 467
- [6] Nielsen M A, Chuang I L 2010 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [7] Vandersypen L M K 2001 *Ph. D. Dissertation* (Stanford: Stanford University)
- [8] Vandersypen L M K, Chuang I L 2004 *Rev. Mod. Phys.* **76** 1037
- [9] Ryan C A, Negrevergne C, Laforest M, Knill E, Laflamme R 2008 *Phys. Rev. A* **78** 012328
- [10] Chuang I, Vandersypen L, Zhou X, Leung D, Lloyd S 1998 *Nature* **393** 143
- [11] Wu Z, Li J, Zheng W Q, Luo J, Feng M, Peng X H 2011 *Phys. Rev. A* **84** 042312
- [12] Jones J, Mosca M, Hansen R 1998 *Nature* **393** 344
- [13] Vandersypen L M K, Steffen M, Breyta G, Yannoni C S, Sherwood M H, Chuang I L 2001 *Nature* **414** 883
- [14] Lu D W, Zhu J, Zou P, Peng X H, Yu Y H, Zhang S M, Chen Q, Du J F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022308
- [15] Du J F, Xu N Y, Peng X H, Wang P F, Wu S F, Lu D W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 030502
- [16] Peng X H, Wu S F, Li J, Suter D, Du J F 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 240405
- [17] Feng G R, Long G L, Laflamme R 2013 *Phys. Rev. A* **88** 022305
- [18] Laflamme R, Knill E, Zurek W, Catasti P, Mariappan S 1998 *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A* **356** 1941
- [19] Cory D G, Price M D, Maas W, Knill E, Laflamme R, Zurek W H, Havel T F, Somaroo S S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2152
- [20] Negrevergne C, Mahesh T S, Ryan C A, Ditty M, Cyr-Racine F, Power W, Boulant N, Havel T, Cory D G, Laflamme R 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 170501

- [21] Jones J A 2011 *Prog. Nucl. Mag. Res. Sp.* **59** 91
- [22] Lu D W, Li H, Trottier D A, Li J, Brodutch A, Krishnamanich A P, Ghavami A, Dmitrienko G I, Long G L, Baugh J, Laflamme R 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 140505
- [23] Dirac P A M 1958 *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford: Oxford University Press)
- [24] Rivas Á, Huelga S F 2012 *Open Quantum Systems: An Introduction* (New York: Springer-Verlag)
- [25] Heinosaari T, Ziman M 2012 *The Mathematical Language of Quantum Theory: From Uncertainty to Entanglement* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [26] Hayashi M 2006 *Quantum Information: An Introduction* (New York: Springer-Verlag)
- [27] Barenco A, Bennett C H, Cleve R, DiVincenzo D P, Margolus N, Shor P, Sleator T, Smolin J A, Winfarther H 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3457
- [28] Breuer H P, Petruccione F 2002 *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford: Oxford University Press)
- [29] Schrödinger E 1926 *Phys. Rev.* **28** 1049
- [30] Kraus K 1983 *States, Effects and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory* (New York: Springer-Verlag)
- [31] Lindblad G 1976 *Commun. Math. Phys.* **48** 119
- [32] Weiss U 1999 *Quantum Dissipative Systems* (Singapore: World Scientific)
- [33] Laforest M 2008 *Ph. D. Dissertation* (Waterloo: University of Waterloo)
- [34] Andersson E, Cresser J D, Hall M J W 2007 *J. Mod. Opt.* **54** 1695
- [35] Werschnik J, Gross E K U J 2007 *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** 175
- [36] Elliott D L 2009 *Bilinear Control Systems: Matrices in Action* (New York: Springer-Verlag)
- [37] Fouquieres P, Schirmer S G 2010 *arXiv:1004.3492v1* [quant-ph]
- [38] Stengel R F 1994 *Optimal Control and Estimation* (New York: Dover Publications)
- [39] Ramakrishna V, Rabitz H 1996 *Phys. Rev. A* **54** 1715
- [40] Albertini F, D'Alessandro D 2003 *IEEE Trans. Autom. Control* **48** 1399
- [41] Ibort A, Pérez-Pardo J M 2009 *Phys. A: Math. Theor.* **42** 205301
- [42] Levitt M H 2008 *Spin Dynamics: Basics of Nuclear Magnetic Resonance* (England: John Wiley & Sons Ltd)
- [43] Smith S A, Palke W E, Gerig J T 1992 *Concepts in Magnetic Resonance* **4** 107
- [44] Smith S A, Palke W E, Gerig J T 1992 *Concepts in Magnetic Resonance* **4** 181
- [45] Smith S A, Palke W E, Gerig J T 1992 *Concepts in Magnetic Resonance* **5** 151
- [46] Smith S A, Palke W E, Gerig J T 1992 *Concepts in Magnetic Resonance* **6** 137
- [47] Kowalewski J, Mäler L 2006 *Nuclear Spin Relaxation in Liquids: Theory, Experiments, and Applications* (Boca Raton: Taylor & Francis Group)
- [48] Freeman R 1998 *Prog. Nucl. Mag. Res. Sp.* **32** 59
- [49] Bauer C, Freeman R, Frenkiel T, Keeler J, Shaka A J 1984 *J. Magn. Reson.* **58** 442
- [50] Temps A J, Brewer C F 1984 *J. Magn. Reson.* **56** 355
- [51] Warren W S 1984 *J. Chem. Phys.* **81** 5437
- [52] Peng X H, Zhu X W, Fang X M, Feng M, Liu M L, Gao K L 2004 *J. Chem. Phys.* **120** 3579
- [53] Silver M S, Joseph R I, Hoult D I 1984 *J. Magn. Reson.* **59** 347
- [54] Geen H, Freeman R 1991 *J. Magn. Reson.* **93** 93
- [55] Steffen M, Vandersypen L, Chuang I 2000 *J. Magn. Reson.* **146** 369
- [56] Elster A D 1993 *Radiology* **186** 1
- [57] Bloembergen N, Pound R V 1954 *Phys. Rev.* **95** 1
- [58] Szöke A, Meiboom S 1959 *Phys. Rev.* **113** 2
- [59] Altafini C, Cappellaro P, Cory D 2010 *Systems & Control Letters* **59** 782
- [60] Mao X A, Ye C H 1997 *Concepts Magn. Reson.* **9** 173
- [61] Born M, Fock V A 1928 *Zeitschrift für Physik A* **51** 165
- [62] Farhi E, Goldstone J, Gutmann S, Lapan J, Lundgren A, Preda D 2001 *Science* **292** 472
- [63] Mizel A, Lidar D A, Mitchell M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 070502
- [64] Amin M H S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 130503
- [65] Roland J, Cerf N J 2002 *Phys. Rev. A* **65** 042308
- [66] Peng X H, Liao Z Y, Xu N Y, Qin G, Zhou X Y, Suter D, Du J F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 220405
- [67] Peng X H, Zhang J F, Du J F, Suter D 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 140501
- [68] Steffen M, van Dam W, Hogg T, Breyta G, Chuang I 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 067903
- [69] Mitra A, Mitra A, Ghosh A, Das R, Patel A, Kumar A 2005 *J. Magn. Res.* **177** 285
- [70] Xu N Y, Zhu J, Lu D W, Zhou X Y, Peng X H, Du J F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 130501
- [71] Garey M R, Johnson D S 1979 *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness* (San Francisco: Freeman)
- [72] Žnidarič M, Horvat M 2006 *Phys. Rev. A* **73** 022329
- [73] Hogg T 2003 *Phys. Rev. A* **67** 022314
- [74] Žnidarič M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 062305
- [75] Peng X H, Du J F, Dieter S 2005 *Phys. Rev. A* **71** 012307
- [76] Li Z K, Zhou H, Ju C Y, Chen H W, Zheng W Q, Lu D W, Rong X, Duan C K, Peng X H, Du J F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 220501
- [77] Peng X H, Luo Z H, Zheng W Q, Kou S P, Suter D, Du J F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 080404
- [78] Gershenfeld N, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350
- [79] Knill E, Chuang I, Laflamme R 1998 *Phys. Rev. A* **57** 3348
- [80] Cory D G, Price M D, Havel T F 1998 *Physica D* **120** 82
- [81] Schulman L J, Mor T, Weinstein Y 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 120501
- [82] Ryan C A, Moussa O, Baugh J, Laflamme R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 140501
- [83] Fortunato E M, Pravia M A, Boulant N, Teklemariam G, Havel T F, Cory D G 2002 *J. Chem. Phys.* **116** 7599
- [84] Jeffries C D 1963 *Dynamic Nuclear Orientation* (New York: Wiley)

- [85] Muus L T, Atkins P W, McLauchlan K A, Pedersen J B 1977 *Chemically Induced Magnetic Polarization* (Dordrecht: D. Reidel)
- [86] Li J, Lu D W, Luo Z H, Laflamme R, Peng X H, Du J F 2014 arXiv:1412.4146v1
- [87] Ernst R R, Bodenhausen G, Wokaun A 1987 *Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions* (Oxford: Oxford University Press)
- [88] Sørensen O W 1989 *Progress in NMR Spectroscopy* **21** 503
- [89] Sørensen O W 1990 *J. Magn. Reson.* **86** 435
- [90] Stoustrup J, Schedletsky O, Glaser S J, Griesinger C, Nielsen N C, Sørensen O W 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 2921
- [91] Horn R A, Johnson C R 2013 *Matrix Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [92] Waugh J S, Huber L M, Haeberlen U 1968 *Phys. Rev. Lett.* **20** 180
- [93] Mansfield P 1971 *J. Phys. C: Solid State Physics* **4** 1444
- [94] Burum D P, Linder M, Ernst R R 1981 *J. Magn. Reson.* **44** 173
- [95] Uhrig G S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 100504
- [96] Maudsley A A 1986 *J. Magn. Reson.* **69** 488
- [97] Khodjasteh K, Lidar D A 2007 *Phys. Rev. A* **75** 062310
- [98] Khaneja N, Brockett R, Glaser S J 2001 *Phys. Rev. A* **63** 032308
- [99] Khaneja N, Glaser S J 2001 *Chem. Phys.* **267** 11
- [100] Li B, Yu Z H, Fei S M, Li-Jost X Q 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2116
- [101] Bonnard B, Sugny D 2009 *Control and Cybernetics* **38** 1053
- [102] Boulant N, Edmonds K, Yang J, Pravia M A, Cory D G 2003 *Phys. Rev. A* **68** 032305
- [103] Khaneja N, Reiss T, Kehlet C, Herbrüggen T S, Glaser S J 2005 *J. Magn. Reson.* **172** 296
- [104] Rabitz A H, Hsieh M M, Rosenthal C M 2004 *Science* **303** 1998
- [105] Ho T S, Dominy J, Rabitz H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 013422
- [106] Hsieh M, Rabitz H 2008 *Phys. Rev. A* **77** 042306
- [107] Hsieh M, Rabitz H, Lidar D 2010 *Phys. Rev. A* **81** 062352
- [108] Knill E, Laflamme R, Martinez R, Tseng C H 2000 *Nature* **404** 368
- [109] Wiseman H M 1995 *Modern Phys. Lett. B* **9** 11
- [110] Judson R S, Rabitz H 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 10
- [111] Back T 1996 *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice* (Oxford: Oxford University Press)
- [112] Belavkin V P 1983 *Autom. Remote Control* **44** 178
- [113] Wiseman H M, Milburn G J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 548
- [114] Wiseman H M 1994 *Phys. Rev. A* **49** 2133
- [115] Chen C L, Wang L C, Wang Y Y 2013 *Sci. World J.* **2013** 869285
- [116] Huang S Y, Witzel T, Wald L L 2008 *Magnet. Reson. Med.* **60** 5
- [117] Huang S Y, Chung A P, Lin Y Y 2007 *Concept. Magn. Reson. A* **30** 6
- [118] Huang S Y, Yang S S, Lin Y Y 2009 *Magnet. Reson. Med.* **61** 4
- [119] Altafini C 2007 *Quantum Information Processing* **6** 1
- [120] Jäger G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 033628
- [121] Said R S, Twamley J 2009 *Phys. Rev. A* **80** 032303
- [122] Spörl A, Schulte-Herbrüggen T, Glaser S J 2007 *Phys. Rev. A* **75** 012302

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Quantum control of nuclear magnetic resonance spin systems*

Li Jun¹⁾ Cui Jiang-Yu¹⁾ Yang Xiao-Dong¹⁾ Luo Zhi-Huang¹⁾ Pan Jian¹⁾ Yu Qi¹⁾
Li Zhao-Kai¹⁾ Peng Xin-Hua^{1)2)†} Du Jiang-Feng¹⁾²⁾

1) (Hefei National Laboratory for Physical Sciences at Microscale, Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

2) (Synergetic Innovation Center of Quantum Information and Quantum Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(Received 29 April 2015; revised manuscript received 12 June 2015)

Abstract

With the development of quantum information science, the active manipulation of quantum systems is becoming an important research frontier. To build realistic quantum information processors, one of the challenges is to implement arbitrary desired operations with high precision on quantum systems. A large number of quantum control methods and relevant numerical techniques have been put forward in recent years, such as quantum optimal control and quantum feedback control. Nuclear magnetic resonance (NMR) spin systems offer an excellent testbed to develop benchmark tools and techniques for controlling quantum systems. In this review paper, we briefly introduce some of the basic control ideas developed for NMR systems in recent years. We first explain, for the liquid spin systems, the physics of various couplings and the causes of relaxation effects. These mechanisms govern the system dynamics, and thus are crucial for constructing rigorous and efficient control models. We also identify three types of available control means: 1) radio-frequency fields as coherent controls; 2) phase cycling, gradient fields and relaxation effects as non-unitary controls; 3) radiation damping effect as feedback control mechanism. Then, we elucidate some important control tasks, which may arise from the conventional NMR spectroscopy (e.g., pulse design and polarization transfer) or from quantum information science (e.g., algorithmic cooling and pseudo-pure state preparation). In the last part, we review some of the most important control methods that are applicable to NMR control tasks. For systems with a relatively small number of spins, it is possible to use analytic optimal control theory to realize the target unitary operations. However, for larger systems, numerical methods are necessary. The gradient ascent pulse engineering algorithm and pulse compiler techniques are the most successful techniques for implementing complicated quantum networks currently. There are some interesting topics of utilizing radiation damping and relaxation effects to achieve more powerful controls. Finally, we give an outline of the possible future work.

Keywords: quantum control, quantum computation, nuclear magnetic resonance

PACS: 76.60.-k, 03.65.Yz, 03.67.Lx

DOI: 10.7498/aps.64.167601

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2013CB921800, 2014CB848700), the National Natural Science Fund for Distinguished Young Scholars of China (Grant No. 11425523), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11375167, 11227901, 91021005), the Strategic Priority Research Program (B) of Chinese Academy of Sciences (Grant No. XDB01030400), and the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20113402110044).

† Corresponding author. E-mail: xhpeng@ustc.edu.cn