

Cabibbo 角的 规范理论*

邝宇平 马中骥 许伯威 易余萍
(兰州大学)

提 要

本文从研究统一规范理论中强作用对称性与弱-电磁作用对称性的联系出发,在设轻子对称性为 $SU(2) \times SU(2) \times U(1)$ 的情况下,得到 Cabibbo 角的一个理论解释,求得 Cabibbo 角的数值为 $\theta = \tan^{-1}(2 - \sqrt{3}) \sim 0.262$.

一、引 言

近来许多理论工作表明基本粒子的弱作用和电磁作用之间可能存在着内在的联系,它们可能统一在一定的规范群中^[1]. 以下称此群为 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$. 在这类理论中,强子直接参与弱作用和电磁作用,即它们除具有通常的强作用对称性 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 外,还具有 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的对称性. 在将强子状态填入 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的表示中时,需要唯象地引入一个 Cabibbo 转动,以获得 Cabibbo 流.

Bars, Halpern 和 Yoshimura (以后简称 BHY)^[2] 提出了另一种方案,将强作用、弱作用和电磁作用都统一在规范理论中. 在这方案中,强子只具有一种对称性,它们只作为 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的表示出现,因而它们只与 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的规范场发生强作用;轻子则只作为 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的表示出现,它们只与 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的规范场发生弱作用和电磁作用. 自发破缺机制将这两种规范场耦合起来. 这样,强子就通过 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的规范场参与弱作用和电磁作用. 在他们的理论中,也是由唯象地引入 Cabibbo 转动来获得 Cabibbo 流的.

实际上, Cabibbo 流体现着 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 与弱作用性质之间的一种联系. 从统一规范理论的角度来看,这应当就取决于 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 及其与 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 之间的联系. 因此可以设想,在统一规范理论中,不必事先引入唯象的 Cabibbo 转动,而可从研究 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 及其与 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 之间的联系着手,探讨所得到的强子带电弱流如何能具有 Cabibbo 形式. 这样就可给 Cabibbo 角以理论的解释.

要得到 Cabibbo 流,就必须使理论中 $\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = 1$ 的强子带电弱流与弱作用规范场的耦合有差别. 最简单的可能性就是假定 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 中包含两种不同的带电弱作用规范场,一种和 $\Delta S = 0$ 的强子弱流耦合,一种和 $\Delta S = 1$ 的强子弱流耦合. 为了使理论中尽量少包含未发现的重轻子,我们假设 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 为 $SU(2) \times SU(2) \times U(1)$.

关于强子方面, $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的性质(即 $U(3)_L \times U(3)_R$) 是已经清楚的. 我们认为 Cabibbo

* 1974年2月19日收到;1974年7月1日收到修改稿.

角主要取决于两种对称性之间的联系,与强子结构的具体模型关系不大.因此本文采取尽量简单的强子模型来进行计算.假设强子是由普通的三个层子所组成,采用 BHY 的方案,使它们通过 $\mathcal{G}_s$ 的规范场与弱作用规范场耦合起来.于是 $\mathcal{G}_s$ 与 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 之间的联系就完全由自发破缺机制给出.在这样的做法下,如要求所得的强子带电弱流具有 Cabibbo 形式,则可求得 Cabibbo 角的理论公式为

$$\tan \theta = \frac{(g_2/m_{W^{(2)}})^2}{(g_1/m_{W^{(1)}})^2}, \quad (1)$$

其中 g_1 和 g_2 分别为两个 $SU(2)$ 群的作用常数, $m_{W^{(1)}}$ 和 $m_{W^{(2)}}$ 分别为两个带电弱作用规范场的质量.具体计算得

$$\theta = \tan^{-1}(2 - \sqrt{3}) \sim 0.262, \quad (2)$$

这与实验定出的数值相近¹⁾.

在我们的理论中存在着传递层子之间强相互作用的 $\mathcal{G}_s$ 的规范场.由于本文不打算讨论强作用的具体机制和性质,所以也就不仔细考虑这些规范场的性质及其实质,它们只是作为一种手段引入的.只要求它们能给出正确的 V-A 型裸强子带电弱流,以及作为媒介将强子弱流和弱作用规范场联系起来.顺便指出,我们也曾用通常场代数中的有效拉氏函数⁽⁴⁾作为强作用部分的等效拉氏函数进行过计算.这种有效拉氏函数完全未考虑强子的具体结构,在其中 $\mathcal{G}_s$ 的规范场就是已发现的 1^- 和 1^+ 介子.用这些介子的具体质量代入计算,得到与(1)和(2)式完全相同的结果,而这样的理论包含了场代数中与强作用现象符合的全部成功结果.这说明对强作用部分来说, Cabibbo 角主要涉及其对称性,因而用上述简单强作用模型进行计算是允许的.

二、强子和轻子的描述

假设强子由普通的三个层子所组成,强作用系统具有 $U(3)_L \times U(3)_R$ 的区域规范不变性,即系统的拉氏函数对下面变换保持不变:

$$\Psi_{(q)} \longrightarrow U_{(h)} \Psi_{(q)}, \quad (3)$$

$$U_{(h)} \equiv \begin{pmatrix} S_{(h)L} & 0 \\ 0 & S_{(h)R} \end{pmatrix}, \quad \Psi_{(q)} \equiv \begin{pmatrix} \psi_{(q)L} \\ \psi_{(q)R} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\psi_{(q)R}^L = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5) \psi_{(q)}, \quad S_{(h)R}^L = \exp i F_{\alpha}^L \omega_R^{\alpha}(x), \quad (5)$$

下标 L 和 R 分别代表左旋和右旋状态, $\psi_{(q)}$ 是由三个层子场函数组成的列矩阵, $F_{\alpha} = \frac{\lambda_{\alpha}}{2}$ ($\alpha = 0, 1, \dots, 8$) 是通常的 $U(3)$ 群算子^[5].拉氏函数对变换(3)的不变性意味着存在十八个强作用规范场 $V_{\alpha\mu}^L = V_{\alpha\mu} \mp A_{\alpha\mu}$, 其中 $V_{\alpha\mu}$ 是矢量场, $A_{\alpha\mu}$ 是赝矢量场.

对轻子,假设它们具有 $SU(2)^{(1)} \times SU(2)^{(2)} \times U(1)$ 对称性,其无穷小算子为 $\mathbf{t}^{(1)}$, $\mathbf{t}^{(2)}$ 和 Y , 并假设左旋轻子属于 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}^*, 0\right\}$ 表示,右旋轻子属于 $\{0, 0, y\}$ 表示(这里 y 是

1) A. Pais^[3] 也曾从与我们不完全相同的考虑得出(1)式.但在他的文章中未能求出 θ 的具体数值.

$U(1)$ 群的量子数). 具体模型是

$$\phi_{(e)L} = \begin{pmatrix} \frac{E^0 + \nu_e}{\sqrt{2}} & E^+ \\ e^- & \frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_L, \quad \phi_{(\mu)L} = \begin{pmatrix} \frac{M^0 + \nu_\mu}{\sqrt{2}} & M^+ \\ \mu^- & -\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}_L, \quad (6)$$

$$\phi_{(l)R}: e_R^-, E_R^0, E_R^+, \mu_R^-, M_R^0, M_R^+.$$

这里左旋和右旋状态的意义与 (5) 式相同. 在此模型中包含了四个重轻子 E^0, E^+, M^0 和 M^+ . 此外, 在 (6) 式中 $\left(\frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}}\right)_L$ 和 $\left(\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}}\right)_L$ 间差一个 $e^{i\pi}$ 的相因子, 这是 Cabibbo 角的方程有解所要求的. 一般说来, 此两状态之间可以差任意相因子^[3], 不过本文不考虑 CP 破坏问题, 所以相角差只能是 0 或 π .

和 BHY 的做法类似, 我们将 $SU(2)^{(1)} \times SU(2)^{(2)} \times U(1)$ 群嵌入 $SU(3)_L^{(1)} \times SU(3)_L^{(2)} \times SU(3)_R^{(1)} \times SU(3)_R^{(2)}$ 群中, 无穷小算子的关系是

$$\mathbf{t}^{(1)} = \mathbf{I}_L^{(1)} = (F_{1L}^{(1)}, F_{2L}^{(1)}, F_{3L}^{(1)}), \quad \mathbf{t}^{(2)} = \mathbf{V}_L^{(2)} = \left(F_{4L}^{(2)}, F_{5L}^{(2)}, \frac{1}{2}F_{3L}^{(2)} + \frac{\sqrt{3}}{2}F_{8L}^{(2)}\right),$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}}F_{3L}^{(1)} + \frac{1}{2}F_{3L}^{(2)} - \frac{1}{2\sqrt{3}}F_{8L}^{(2)} + F_{3R}^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}}F_{8R}^{(1)} + F_{3R}^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{3}}F_{8R}^{(2)}. \quad (7)$$

以后将看出, 这样就可以通过自发破缺机制使 $SU(2)^{(1)}$ 的规范场 $W_\mu^{(1)}$ 传递 $\Delta S = 0$ 过程的弱作用, $SU(2)^{(2)}$ 的规范场 $W_\mu^{(2)}$ 传递 $\Delta S = 1$ 过程的弱作用. 用此嵌入群的写法, 则轻子状态可写成

$$\Psi_{(l)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \phi_{(l)L} & 0 & 0 \\ \phi_{(l)L}^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{(l)R} \\ 0 & 0 & \phi_{(l)R}^c & 0 \end{pmatrix} \quad l = e, \mu,$$

$$\phi_{(e)L} = \begin{pmatrix} \frac{E^0 + \nu_e}{\sqrt{2}} & 0 & E^+ \\ e^- & 0 & \frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_L, \quad \phi_{(\mu)L} = \begin{pmatrix} \frac{M^0 + \nu_\mu}{\sqrt{2}} & 0 & M^+ \\ \mu^- & 0 & -\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (8)$$

$$\phi_{(e)R} = \begin{pmatrix} \frac{E^0}{\sqrt{2}} & 0 & E^+ \\ e^- & 0 & \frac{E^0}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_R, \quad \phi_{(\mu)R} = \begin{pmatrix} \frac{M^0}{\sqrt{2}} & 0 & M^+ \\ \mu^- & 0 & -\frac{M^0}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_R,$$

其中 $\phi_{(l)R}^c$ 是 $\phi_{(l)R}$ 的电荷共轭状态. 轻子的区域规范变换可写成

$$\Psi_{(l)} \longrightarrow U_{(l)} \Psi_{(l)} U_{(l)}^{-1}, \quad (9)$$

其中 $U_{(l)}$ 是 4×4 对角超矩阵, 它的对角元分别为

$$\begin{aligned}
S_{(l)L}^{(1)} &= \exp i \left\{ \mathbf{I}_L^{(1)} \cdot \boldsymbol{\gamma}^{(1)}(x) + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{3L}^{(1)} \beta(x) \right\}, \\
S_{(l)L}^{(2)} &= \exp i \left\{ \mathbf{V}_L^{(2)} \cdot \boldsymbol{\gamma}^{(2)}(x) + \frac{1}{2} \left(F_{3L}^{(2)} - \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8L}^{(2)} \right) \beta(x) \right\}, \\
S_{(l)R}^{(1)} &= \exp i \left(F_{3R}^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8R}^{(1)} \right) \beta(x), \\
S_{(l)R}^{(2)} &= \exp i \left(F_{3R}^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8R}^{(2)} \right) \beta(x).
\end{aligned}$$

拉氏函数对变换 (9) 式的不变性意味着存在七个弱-电磁作用规范场 $\mathbf{C}_\mu^{(1)}$, $\mathbf{C}_\mu^{(2)}$ 和 B_μ , 它们分别属于规范群 $SU(2)^{(1)}$, $SU(2)^{(2)}$ 和 $U(1)$.

最后, 系统的电荷算符是

$$Q = Q_{(h)} + Q_{(l)} = \left(F_{3L} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8L} + F_{3R} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8R} \right) + (I_{3L}^{(1)} + V_{3L}^{(2)} + Y). \quad (10)$$

三、自发破缺

区域规范不变性的要求使得在拉氏函数中不能明显包含层子、轻子和各规范场的质量项, 它们的质量将由自发破缺机制给出. 为此需要引入一系列标量场.

首先为了给出层子的质量项, 需要引入标量场 Σ :

$$\Sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma^\dagger & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

其中 σ 属于 $U(3)_L \times U(3)_R$ 的 $\{3, 3^*\}$ 表示, 因此 Σ 的规范变换是

$$\Sigma \longrightarrow U_{(h)} \Sigma U_{(h)}^{-1}. \quad (12)$$

在拉氏函数中就可以引入下面的不变量:

$$- G_{(q)} \bar{\Psi}_{(q)} \Sigma \Psi_{(q)}. \quad (13)$$

这样, 在拉氏函数中引入适当的标量场相互作用项后, 可使 σ 具有非零真空期待值 $\langle \sigma \rangle_0$, 它是 3×3 对角矩阵, 对角元为实数: a, a, b . 这样 (13) 式就给出层子的质量为

$$m_{q_1} = m_{q_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} G_{(q)} a, \quad m_{q_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} G_{(q)} b. \quad (14)$$

为了给出轻子的质量项, 需要引入标量场 Φ

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \phi^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi^{(2)} \\ \phi^{(1)\dagger} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi^{(2)\dagger} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

其规范变换是

$$\Phi \longrightarrow U_{(l)} \Phi U_{(l)}^{-1}, \quad (16)$$

这里 $\phi^{(1)}$ 和 $\phi^{(2)}$ 各有四个独立实分量, 它们是

$$\phi^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_0^{(1)} & -\phi_0^{(1)\dagger} & 0 \\ \phi_-^{(1)} & \phi_0^{(1)\dagger} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \phi^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_0^{(2)} & 0 & -\phi_-^{(2)\dagger} \\ 0 & 0 & 0 \\ \phi_-^{(2)} & 0 & \phi_0^{(2)\dagger} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$\phi_0^{(1)}$ 和 $\phi_0^{(2)}$ 有实的非零真空期待值 $\langle \phi_0^{(1)} \rangle_0 = \eta_1$, $\langle \phi_0^{(2)} \rangle_0 = \eta_2$. 于是, 在拉氏函数中可引入如下的不变量:

$$- \text{Sp} \{ G_{(1)} \bar{\Psi}_{(1)} G_{(1)} \Phi G_{(1)} \Psi_{(1)} G_{(1)} \Phi \}^{(1)}, \quad (18)$$

其中 $G_{(1)}$ 是 12×12 实对角矩阵, 对角元为 1, 1, 1, 1, 1, 1, $G_{(1)1}$, $G_{(1)2}$, $G_{(1)3}$, $G_{(1)4}$, $G_{(1)5}$, $G_{(1)6}$. 从而得到轻子的质量为

$$\left. \begin{aligned} m_e &= \frac{1}{2} G_{(e)2} G_{(e)4} \eta_1 \eta_2, & m_\mu &= \frac{1}{2} G_{(\mu)2} G_{(\mu)4} \eta_1 \eta_2, \\ m_{E^+} &= \frac{1}{2} G_{(e)1} G_{(e)6} \eta_1 \eta_2, & m_{M^+} &= \frac{1}{2} G_{(\mu)1} G_{(\mu)6} \eta_1 \eta_2, \\ m_{E^0} &= \frac{1}{2} G_{(e)1} G_{(e)4} \eta_1 \eta_2, & m_{M^0} &= \frac{1}{2} G_{(\mu)1} G_{(\mu)4} \eta_1 \eta_2. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

为了消除中微子和中性重轻子的交乘项, 取 $G_{(1)1} G_{(1)4} = G_{(1)2} G_{(1)6}$.

引入上述标量场后, 弱作用规范场也可以全部获得质量, 但强作用规范场则只有一部分可以获得质量. 如 Bardakci 和 Halpern^[6]所指出的, 要使全部强作用规范场都获得质量, 还必须引入两个标量场 x_L 和 x_R , 它们是 $3 \times n$ 矩阵. $x_L(x_R)$ 中的每一列都是 $U(3)_L(U(3)_R)$ 的一个三维表示, $x_L(x_R)$ 中的每一行可以是另外一个群的 n 维表示. BHY 就将此自由度取为 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的嵌入群. 这样就通过 x_L, x_R 将两种规范场耦合起来, 造成强子的弱-电磁作用. 这里 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的嵌入群是 $SU(3)_L^{(1)} \times SU(3)_L^{(2)} \times SU(3)_R^{(1)} \times SU(3)_R^{(2)}$, 所以需要取 $n = 6$, 即 x_L 和 x_R 都是 3×6 矩阵, 统一写成

$$\chi = \begin{pmatrix} x_L & 0 \\ 0 & x_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_L^{(1)} & x_L^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_R^{(1)} & x_R^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

其规范变换为

$$\chi \longrightarrow U_{(h)} \chi U_{(l)}^{-1}. \quad (21)$$

这样, 就可以写出本文中总的区域规范不变的拉氏函数:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} \text{Sp} \{ F_{\mu\nu,L} F_{\mu\nu,L} + F_{\mu\nu,R} F_{\mu\nu,R} \} - \frac{1}{4} \text{Sp} \{ F_{\mu\nu}^{(1)} F_{\mu\nu}^{(1)} + F_{\mu\nu}^{(2)} F_{\mu\nu}^{(2)} \} \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(B)} F_{\mu\nu}^{(B)} - \bar{\Psi}_{(q)} \gamma_\mu (\partial_\mu - i \Gamma_{(h)\mu}) \Psi_{(q)} - \text{Sp} \{ \bar{\Psi}_{(1)} \gamma_\mu (\partial_\mu \Psi_{(1)} - i [\Gamma_{(1)\mu}, \Psi_{(1)}]) \} \\ & - \frac{1}{2} \text{Sp} | \partial_\mu \Sigma - i [\Gamma_{(h)\mu}, \Sigma] |^2 - \frac{1}{2} \text{Sp} | \partial_\mu \Phi - i [\Gamma_{(1)\mu}, \Phi] |^2 \\ & - \frac{1}{2} \text{Sp} | \partial_\mu \chi - i (\Gamma_{(h)\mu} \chi - \chi \Gamma_{(1)\mu}) |^2 - G_{(q)} \bar{\Psi}_{(q)} \Sigma \Psi_{(q)} \\ & - \text{Sp} \{ G_{(1)} \bar{\Psi}_{(1)} G_{(1)} \Phi G_{(1)} \Psi_{(1)} G_{(1)} \Phi \} - \mathcal{V}(|\Sigma|^2) - \mathcal{V}(|\Phi|^2) - \mathcal{V}(|\chi|^2) \\ & - \text{Sp} \{ G_1 \Phi \chi^\dagger \Sigma \chi + \text{H.C.} \} - \text{Sp} \{ G_2 \Phi \chi^\dagger \chi \Phi + G_3 \chi^\dagger \chi \Phi \Phi \}, \end{aligned} \quad (22)$$

1) 此形式不是可重整化的汤川作用形式. 若再引入更复杂些的标量场, 可以将有关项写成汤川作用形式. 不过这与本文主要讨论的问题无关, 所以无需那样做. (18)式可理解为一种等效的拉氏函数, 在计算与 Φ 有关的过程时, 只要计算“树形图”.

其中 $F_{\mu\nu, L_R} = \partial_\mu V_{\nu, L_R} - \partial_\nu V_{\mu, L_R} - if[V_{\mu, L_R}, V_{\nu, L_R}]$, $V_{\mu, L_R} = F_a V_{a\mu, L_R}$, f 是强作用常数;
 $F_{\mu\nu}^{(j)} = \partial_\mu C_\nu^{(j)} - \partial_\nu C_\mu^{(j)} - i \frac{g_j}{\sqrt{2}} [C_\mu^{(j)}, C_\nu^{(j)}]$, $j = 1, 2$, $C_\mu^{(1)} = \sqrt{2} \mathbf{I}_L^{(1)} \cdot \mathbf{C}_\mu^{(1)}$, $C_\mu^{(2)} = \sqrt{2} \mathbf{V}_L^{(2)} \cdot \mathbf{C}_\mu^{(2)}$, $F_{\mu\nu}^{(3)} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$, g_1 , g_2 和 g' 分别为 $SU(2)^{(1)}$, $SU(2)^{(2)}$ 和 $U(1)$ 群的作用常数; $\Gamma_{(h)\mu}$ 是 2×2 对角超矩阵, 对角元为 $fV_{\mu, L}$ 和 $fV_{\mu, R}$; $\Gamma_{(l)\mu}$ 是 4×4 对角超矩阵, 对角元为 $g_1 \mathbf{I}_L^{(1)} \cdot \mathbf{C}_\mu^{(1)} + g' \frac{1}{\sqrt{3}} F_{3L}^{(1)} B_\mu$, $g_2 \mathbf{V}_L^{(2)} \cdot \mathbf{C}_\mu^{(2)} + g' \frac{1}{2} \left(F_{3L}^{(2)} - \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8L}^{(2)} \right) B_\mu$, $g' \left(F_{3R}^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8R}^{(1)} \right) B_\mu$ 和 $g' \left(F_{3R}^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{3}} F_{8R}^{(2)} \right) B_\mu$; G_1, G_2 和 G_3 都是对角矩阵. (22) 式中要对 $l=e, \mu$ 求和. (22) 式中前八项分别是规范场、强子场、轻子场和标量场的动能项; 第六项到第十项, 在自发破缺后给出各规范场和强子、轻子的质量, 第八项还给出两种规范场的耦合; $\mathcal{V}(|\Sigma|^2)$, $\mathcal{V}(|\Phi|^2)$ 和 $\mathcal{V}(|\chi|^2)$ 是通常的含有标量场的二次项、四次项的相互作用部分; 最后两项是不同标量场之间的相互作用部分. 和 BHY 文中的讨论一样, 可知在计及这些标量场的相互作用项后, 它们确可获得前面所需的 $\langle \sigma \rangle_0, \langle \Phi \rangle_0$, 而且 $\mathbf{x}_L^{(1)}$, $\mathbf{x}_L^{(2)}$, $\mathbf{x}_R^{(1)}$ 和 $\mathbf{x}_R^{(2)}$ 得到相同的非零真空期待值 $\langle \mathbf{x}_L^{(1)} \rangle_0 = \langle \mathbf{x}_L^{(2)} \rangle_0 = \langle \mathbf{x}_R^{(1)} \rangle_0 = \langle \mathbf{x}_R^{(2)} \rangle_0 = \kappa \mathbf{1}$, $\kappa \mathbf{1}$ 是 3×3 实常数矩阵. 这样, 除电磁场外的二十四个规范场, 在消去 $[(\mathbf{x}_L^{(1)} - \mathbf{x}_L^{(2)}) - (\mathbf{x}_L^{(1)\dagger} - \mathbf{x}_L^{(2)\dagger})]$, $[(\mathbf{x}_R^{(1)} - \mathbf{x}_R^{(2)}) - (\mathbf{x}_R^{(1)\dagger} - \mathbf{x}_R^{(2)\dagger})]$, $\phi^{(1)}$, $\phi^{(2)}$, $(\phi_0^{(1)} - \phi_0^{(1)\dagger})$, $(\phi_0^{(2)} - \phi_0^{(2)\dagger})$ 等二十四个粒子后全部获得质量. 其余的标量场在适当地取 G_1, G_2, G_3 及 $\mathcal{V}(|\Sigma|^2), \mathcal{V}(|\Phi|^2), \mathcal{V}(|\chi|^2)$ 中的参量值后, 都可以具有任意大小的质量. 理论中不包含 Goldstone 粒子.

由 (22) 式的第六、七、八项可求得各规范场的质量, 其中与后面的讨论有关的各带电规范场的质量为

$$\begin{aligned} m_{V^{12}}^2 &= 2f^2 \kappa^2, \quad m_{V^{13}}^2 = 2f^2 \left[\kappa^2 + \frac{1}{4} (b-a)^2 \right], \\ m_{A^{12}}^2 &= 2f^2 (\kappa^2 + a^2), \quad m_{A^{13}}^2 = 2f^2 \left[\kappa^2 + \frac{1}{4} (b+a)^2 \right], \\ m_{W^{(1)}}^2 &= \frac{1}{2} g_1^2 (\eta_1^2 + \kappa^2), \quad m_{W^{(2)}}^2 = \frac{1}{2} g_2^2 (\eta_2^2 + \kappa^2), \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} V_\mu^{12} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (V_{1\mu} - iV_{2\mu}), \quad A_\mu^{12} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{1\mu} - iA_{2\mu}), \\ V_\mu^{13} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (V_{4\mu} - iV_{5\mu}), \quad A_\mu^{13} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{4\mu} - iA_{5\mu}), \\ W_\mu^{(1)} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (C_{1\mu}^{(1)} - iC_{2\mu}^{(1)}), \quad W_\mu^{(2)} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (C_{1\mu}^{(2)} - iC_{2\mu}^{(2)}). \end{aligned} \quad (24)$$

根据电荷算符 Q (见 (10) 式), 利用典型的方法^[7], 很易求得在此理论中电磁场是

$$\begin{aligned} A_\mu &= \sin \delta \left(\frac{\sqrt{3}}{2} V_{3\mu} + \frac{1}{2} V_{8\mu} \right) + \cos \delta \frac{g_2 g' C_{3\mu}^{(1)} + g_1 g' C_{3\mu}^{(2)} + g_1 g_2 B_\mu}{(g_1^2 g'^2 + g_2^2 g'^2 + g_1^2 g_2^2)^{1/2}}, \\ \tan \delta &= \frac{2g_1 g_2 g'}{\sqrt{3} f (g_1^2 g'^2 + g_2^2 g'^2 + g_1^2 g_2^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

电荷 e 为

$$e = \frac{\sqrt{3}}{2} f \sin \delta = \frac{\sqrt{3} f g_1 g_2 g'}{[4g_1^2 g_2^2 g'^2 + 3f^2 (g_1^2 g'^2 + g_2^2 g'^2 + g_1^2 g_2^2)]^{1/2}}. \quad (26)$$

四、Cabibbo 角的计算

由(22)式中的第四、五、八项,可求得在此理论中层子、轻子和各带电规范场之间的相互作用为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\text{带电}} = & i \frac{f}{\sqrt{2}} [\bar{q}_1 \gamma_\mu q_2 V_\mu^{12} - \bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_2 A_\mu^{12} + \bar{q}_1 \gamma_\mu q_3 V_\mu^{13} - \bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_3 A_\mu^{13}] \\ & + i \frac{g_1}{4} [\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^- + \bar{E}^0 \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^- - \bar{E}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{E}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) E^0 \\ & + \bar{\nu}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu^- + \bar{M}^0 \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu^- + \bar{M}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_\mu - \bar{M}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) M^0] W_\mu^{(1)} \\ & + i \frac{g_2}{4} [\bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^- - \bar{E}^0 \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^- - \bar{E}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e - \bar{E}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) E^0 \\ & - \bar{\nu}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu^- + \bar{M}^0 \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \mu^- - \bar{M}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_\mu - \bar{M}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) M^0] W_\mu^{(2)} \\ & + \frac{1}{2} f g_1 \kappa^2 (V_\mu^{12} - A_\mu^{12}) W_\mu^{(1)*} + \frac{1}{2} f g_2 \kappa^2 (V_\mu^{13} - A_\mu^{13}) W_\mu^{(2)*} + \text{H. C.} \end{aligned} \quad (27)$$

由此立刻看出,在此理论中 μ 粒子衰变和 $\Delta S = 0$, $\Delta S = 1$ 的半轻子衰变过程如图 1 所

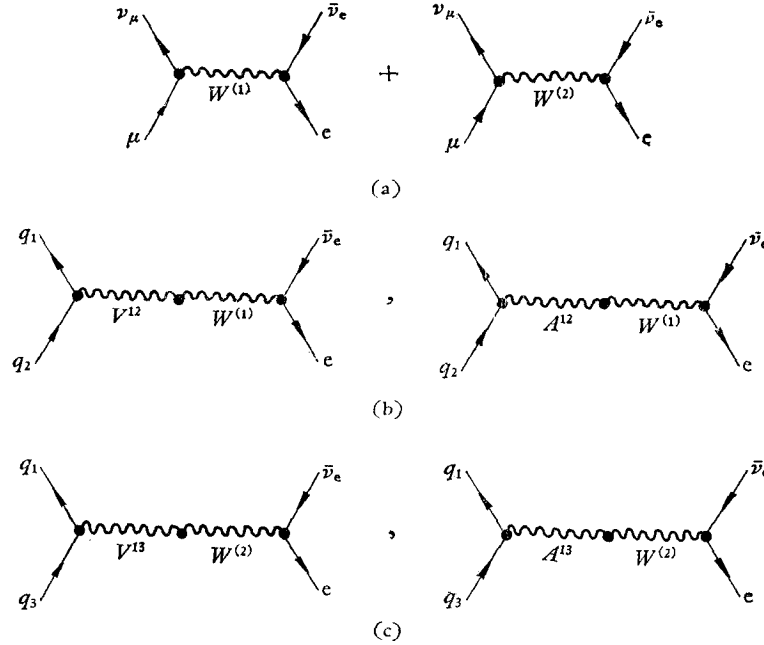


图 1 (a) μ 粒子衰变 (b) $\Delta S = 0$ 半轻子衰变 (c) $\Delta S = 1$ 半轻子衰变

示. 为了能给出正确的 V-A 型裸强子弱流, 取 $\kappa \gg a$, $\kappa \gg b$, 即

$$m_{V^{12}}^2 = m_{A^{12}}^2 = m_{V^{13}}^2 = m_{A^{13}}^2 = 2f^2 \kappa^2 \quad (28)$$

如前所述, 本文主要讨论两种对称性的联系. 这里的 $V_{a\mu}$, $A_{a\mu}$ 只是作为一种手段引

入的, 它们只起一个媒介的作用, 通过自发破缺机制将强子的弱流和 $W_\mu^{(1)}$, $W_\mu^{(2)}$ 联系起来. 事实上, 我们曾用场代数中的有效拉氏函数作为强作用部分的拉氏函数进行过计算. 在那里 $V_{a\mu}$, $A_{a\mu}$ 就是 1^- , 1^+ 介子. 理论中考虑了这些介子的 $(3, 3)$ 破坏和 $V_{a\mu}$, $A_{a\mu}$ 的质量差别. 这样计算出 Cabibbo 角的公式和数值与本节用此简单模型求得的完全一样. 这里没有必要写出那些繁复的计算.

在上述考虑下, 根据图 1 和 (27), (28) 式, 立刻看出, μ 粒子衰变、 $\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = 1$ 的半轻子衰变过程的等效拉氏函数, 具有 Cabibbo 理论形式的条件是

$$\begin{aligned} \frac{1}{16} \left\{ \left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2 - \left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2 \right\} &= \frac{G}{\sqrt{2}}, \\ \frac{1}{16\sqrt{2}} \left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2 &= \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta, \\ \frac{1}{16\sqrt{2}} \left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2 &= \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta, \end{aligned} \quad (29)$$

这里 G 是普适弱作用常数, θ 是 Cabibbo 角. 由此条件可解出 $\left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2$ 和 $\left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2$ 应取之值及相应的 Cabibbo 角 θ 值. 由 (29) 式立即得到

$$\tan \theta = \frac{(g_2/m_{W^{(2)}})^2}{(g_1/m_{W^{(1)}})^2}.$$

并且

$$\tan^2 \theta - 4 \tan \theta + 1 = 0.$$

由此解出满足 (29) 式的解是

$$\theta = \tan^{-1}(2 - \sqrt{3}) \sim 0.262. \quad (30)$$

此值与实验定出的值相近.

由 (29) 式的后两式和 (26) 式得

$$\begin{aligned} m_{W^{(1)}} &= \frac{g_1}{4\sqrt{G \cos \theta}} > \frac{e}{4\sqrt{G \cos \theta}} = 22.6 \text{ GeV}, \\ m_{W^{(2)}} &= \frac{g_2}{4\sqrt{G \sin \theta}} > \frac{e}{4\sqrt{G \sin \theta}} = 43.7 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

五、讨 论

先讨论半轻子弱作用过程. $\langle x_L^{(1)} \rangle_0 = \langle x_L^{(2)} \rangle_0 = \langle x_R^{(1)} \rangle_0 = \langle x_R^{(2)} \rangle_0$ 取实常数矩阵 $\kappa \mathbf{1}$, 使得理论中不存在 $\Delta S = 1$ 的中性流. 这保证了 $K_L^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ 等反应在一级弱作用过

1) 如果在 (6) 式中 $\left(\frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}} \right)_L$ 与 $\left(\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}} \right)_L$ 之间不差 $e^{i\pi}$ 的相因子, 则 (29) 式的第一式将成为 $\frac{1}{16} \left\{ \left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2 + \left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2 \right\} = \frac{G}{\sqrt{2}}$. 这样 (29) 式就不存在 $\left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2 > 0$, $\left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2 > 0$ 的解.

程中不出现。(6)式里中微子和中性重轻子的混合角是 $\frac{\pi}{4}$, 这使得在理论中没有纯中微子的中性流。此外,(6)式中 $\left(\frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}}\right)_L$ 和 $\left(\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}}\right)_L$ 所差的相关因子 $e^{i\pi}$ 对所有一级半轻子过程都没有实质性的影响, 仍保持 $\mu-e$ 对称性。因此本文的理论与半轻子弱作用过程的主要实验结果能够基本相符。

再讨论非轻子衰变。由于在本文的理论中不存在 $\Delta S = 1$ 的中性流, 并且 $W_\mu^{(1)}$ 和 $W_\mu^{(2)}$ 没有混合, 所以上述机制在一级弱作用的情况下, 不能产生 $\Delta S = 1$ 的非轻子衰变。非轻子衰变要由另外的机制产生。可以再引入一个标量场:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega^\dagger & 0 \end{pmatrix},$$

其中 ω 属于 $U(3)_L \times U(3)_R$ 的 $\{3, 3^*\}$ 表示。在拉氏函数(22)式中再加入以下的项:

$$- \frac{1}{2} \text{Sp} |\partial_\mu Q - i[\Gamma_{(h)\mu}, Q]|^2 - \mathcal{V}(|Q|^2) - \mathcal{V}(\Sigma^\dagger Q) - \text{Sp} \{G_4 \Phi \chi^\dagger Q \chi + \text{H.C.}\},$$

其中 G_4 为对角矩阵。这样, 在适当选择其中参量值时, ω 可具有如下的真空期待值:

$$\langle \omega \rangle_0 = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & w \\ 0 & w' & v \end{pmatrix}.$$

并可使 u, v 比 κ 小得多, w, w' 比 u, v 小得多, 且 w, w' 的一级贡献相当于一弱作用的数量级¹⁾。这样, w, w' 的作用就是造成 $S = 0$ 的强作用规范场与 $S = 1$ 的强作用规范场之间的一个弱耦合。这种弱耦合可以造成 $\Delta S = 1$ 的非轻子衰变²⁾。具体计算指出, 由此机制产生的 $\Delta S = 1$ 的非轻子衰变过程自然满足熟知的 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 定则, 这与实验很好地符合。由于 w, w' 的贡献是一级弱作用的数量级, 所以它们对半轻子弱作用过程的影响起码是二级弱作用的数量级, 故前面的所有结论仍然成立。

关于纯轻子弱作用过程, 前面已经讨论过 μ 粒子衰变, 现在再来讨论一下 $\bar{\nu}_e + e \longrightarrow \bar{\nu}_e + e$ 的反应。需要指出, (6)式中 $\left(\frac{E^0 - \nu_e}{\sqrt{2}}\right)_L$ 与 $\left(\frac{M^0 - \nu_\mu}{\sqrt{2}}\right)_L$ 之间所差的相关因子 $e^{i\pi}$ 对此过程有重要影响。与(29)式相此, $\bar{\nu}_e + e \longrightarrow \bar{\nu}_e + e$ 反应的振幅正比于

$$\frac{1}{16} \left\{ \left(\frac{g_1}{m_{W^{(1)}}} \right)^2 + \left(\frac{g_2}{m_{W^{(2)}}} \right)^2 \right\} = \left(\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} \right) \frac{G}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \frac{G}{\sqrt{2}}.$$

因此, 这反应截面的理论值是通常 V-A 理论的截面值 σ_{FG} 的三倍。实验测得 $\sigma(\bar{\nu}_e e \longrightarrow \bar{\nu}_e e) < 3\sigma_{FG}^{[9]}$, 相差不大。

总之, 本文的理论是可以与目前弱作用现象中的主要实验结果基本相符。

1) 在 w, w' 不为零时, $\langle x_L^{(1)} \rangle_0, \langle x_L^{(2)} \rangle_0, \langle x_R^{(1)} \rangle_0$ 和 $\langle x_R^{(2)} \rangle_0$ 也在相应位置有非零元素。但具体计算知, 只要 $\langle x_L^{(1)} \rangle_0, \langle x_L^{(2)} \rangle_0, \langle x_R^{(1)} \rangle_0$ 和 $\langle x_R^{(2)} \rangle_0$ 的对角元素无 (3, 3) 破坏, 它们的非对角元素对一级弱作用贡献互相抵消。而在它们的对角元素有 (3, 3) 破坏时, (例如场代数的计算) 只要适当取参量值, 如 $m_\pi \gg m_\omega$, 则这些非对角元素的贡献就比 w, w' 的贡献小得多, 可以忽略不计。

2) 非轻子衰变与半轻子衰变和纯轻子衰变机制不同的考虑早就有过^[8]。在本文的机制中, 纯轻子衰变只与 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 的规范场有关; 半轻子衰变与 $\mathcal{G}_{\text{弱电}}$ 及 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的规范场有关; 非轻子衰变则只与 $\mathcal{G}_{\text{强}}$ 的规范场有关。

参 考 文 献

- [1] S. Weinberg, *Phys. Rev. Letters*, **19** (1967), 1264; *Phys. Rev.*, **D5** (1972), 1412; H. Georgi, S. L. Glashow, *Phys. Rev. Letters*, **28** (1972), 1494; J. Prentki, B. Zumino, *Nucl. Phys.*, **B47** (1972), 99; M. A. B. Bég, A. Zee, *Phys. Rev. Letters*, **30** (1973), 675.
- [2] I. Bars, M. B. Halpern and M. Yoshimura, *Phys. Rev. Letters*, **29** (1972), 969; *Phys. Rev.*, **D7** (1973), 1233.
- [3] A. Pais, *Phys. Rev.*, **D8** (1973), 625.
- [4] S. Gasiorowicz, D. A. Geffen, *Rev. Mod. Phys.*, **41** (1969), 531.
- [5] M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1067.
- [6] K. Bardakci, M. B. Halpern, *Phys. Rev.*, **D6** (1972), 696.
- [7] S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D7** (1973), 1068.
- [8] R. E. Marshak, Riazuddin, and C. P. Ryan, *Theory of Weak Interactions in Particle Physics*, Chapter 6. (Wiley-Interscience, New York, 1969)
- [9] C. Baltay, *Neutrino 1* (1972), *Proceedings of the Europhysics Conference at Balatonfüred*, June 11—17, 1972 (Budapest, 1972), 205.