

非均匀等离子体湍流的重正化准线性理论(II)

湍性等离子体中的共振扩散

邱孝明

(中国西南物理研究所)

1979 年 2 月 1 日收到

提 要

本文在文献[1]的理论基础上,导出了用稳态湍流谱 $S_k^0(0)$ 表出的共振扩散张量的具体表式,与 Birmingham 等人的结果做了比较。我们在文献[1]中导出的色散关系也同时在这里与 Birmingham 等人的相应结果做了比较。

一、引 言

我们在文献[1]中导出了包括非均匀性效应的扩散方程与扩散张量的表式以及色散关系,并看到由于 $\beta, \gamma_{ij}, \delta, \alpha$ 与相关函数的复杂关系,文献[1]的(4.9)–(4.11)式以及(5.4)式实际应用起来相当困难。Birmingham 等人^[2]研究了有强等离子体湍流时的共振扩散,发现对于高频纵向振荡的情形,可以导出只用稳态湍流谱表出的共振扩散张量的具体表式。目前稳态湍流谱——至少稳态朗缪尔谱和稳态离子声谱——已有办法算出^[3–5],这样一来 Birmingham 等人导得的扩散方程与扩散张量[见文献[2]的(11)式和(4)式以及(28)式]就可供实际应用。但是 Birmingham 等人的理论基础是属于 Weinstock 关于均匀等离子体强湍流的统计理论^[6],虽然他们也是讨论的非均匀等离子体。本文在文献[1]的理论基础上,对于高频纵向振荡的情形也导出了只用稳态湍流谱 $S_k^0(0)$ 表出的共振扩散张量的具体表式,与 Birmingham 等人的结果做了比较,证明他们的结果是不完整的,只是我们结果的极特殊的近似情形。同时在这里把我们在文献[1]中导出的色散关系也与 Birmingham 等人的相应结果[见文献[7]的(9)式]做了比较。

二、共振扩散张量

用 ω_k 和 γ_k 分别表示本征模的振荡频率和增长率。Birmingham 等人所说的高频振荡是指

$$|\gamma_k| \ll |\omega_k| \quad (1)$$

的情形。所以在高频纵向振荡的情况下并且只考察本征模的情形,

$$\mathbf{E}'_{\mathbf{k}}(t) = |\mathbf{E}'_{\mathbf{k}}| \hat{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} t},$$

式中 $\hat{\mathbf{k}}$ 是 $\mathbf{k}$ 的单位矢量。于是文献[1]的(4.10)和(4.11)式中的 $\mathbf{S}'_{\mathbf{k}}(\tau)$ 变成

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}(\tau) &= S^0_{\mathbf{k}}(0) \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}} \tau}, \\ S^0_{\mathbf{k}}(0) &\equiv \frac{q^2}{m^2} \frac{(2\pi)^3}{W} \langle |\mathbf{E}'_{\mathbf{k}}|^2 \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

这就是说在高频纵向本征振荡的情况下, 相关函数只与过程的长短 τ 有关, 而与 t 无关——平稳随机过程。

把 $\mathbf{S}$ 的傅里叶分解

$$\mathbf{S}(t - t_1 | \tau_1 \mathbf{v}, \tau_1) = \int \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\mathbf{k} \cdot \tau_1 \mathbf{v}} d\mathbf{k} \quad (3)$$

代入文献[1]的(3.16)和(3.17)式中, 则

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}, t - t_1) = \int_0^\infty d\tau_1 \mathbf{S}(t - t_1 | \tau_1 \mathbf{v}, \tau_1) = \int_0^\infty d\tau_1 \int \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{k}, \quad (4)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}, t - t_1) = \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \int \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{k}, \quad (5)$$

$$[\partial_v \cdot \mathbf{D}(\mathbf{v}, t - t_1)] = \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \int i\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{k}, \quad (6)$$

$$[\partial_v \cdot \mathbf{F}(\mathbf{v}, t - t_1)] = \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1^2 \int i\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} d\mathbf{k}. \quad (7)$$

把(4)–(7)式代入文献[1]的(3.43)–(3.46)式, 得

$$\begin{aligned} \beta &= - \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} i\mathbf{k} \cdot \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} \\ &\quad + \int_0^\tau dt_1 \int d\mathbf{k} i\mathbf{k} \cdot \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1^2 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= - \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} \int d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}, ij}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} \\ &\quad - \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}, ii}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} \\ &\quad + \int_0^\tau dt_1 \int d\mathbf{k} \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}, ij}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} \end{aligned} \quad (9)$$

[$\mathbf{S}'_{\mathbf{k}, ij}{}^{-t_1}(\tau_1)$ 是张量 $\mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1)$ 的分量],

$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1)^2 \int d\mathbf{k} \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}} \\ &\quad - \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha = \int_0^\tau dt_1 \int d\mathbf{k} \int_0^\infty d\tau_1 \tau_1 \mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1) e^{i\tau_1 \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}. \quad (11)$$

以上四个式子中的 $\mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1)$ 由(2)式给出。鉴于平稳随机过程的相关函数 $\mathbf{S}'_{\mathbf{k}}{}^{-t_1}(\tau_1)$ 在 $\tau_1 = 0$ 处取极大值[见文献[8]的(72.8)式], 因此以上四个式子中对 τ_1 的积分上限只须取到某个有限值即可, 这里取它为 τ 。于是把(2)式代入例如(8)式中, (8)式变成

$$\beta = - \int_0^\tau dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S^0_{\mathbf{k}}(0) i \int_0^\tau d\tau_1 \tau_1 e^{-i(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \tau_1}$$

$$+ \int_0^{\tau} dt_1 \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) i \int_0^{\tau} d\tau_1 \tau_1^2 e^{-i(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})\tau_1}. \quad (12)$$

现在来看积分

$$i \int_0^{\tau} d\tau_1 \tau_1 e^{-i(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})\tau_1}. \quad (13)$$

因为我们要导出的是共振扩散张量, 所以只考察共振速度区 ($|\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}| \sim 0$). 对于这个速度区, 只需取 (13) 式中指数函数的泰勒展开式的前两项, 第一项使 (13) 式出现虚数, 应抛弃 (因为 β 是实数); 保留第二项, (13) 式变成

$$\frac{\tau^3}{3} (\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}).$$

最后

$$\begin{aligned} \beta &= - \int_0^{\tau} dt_1 (\tau - t_1) \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \frac{\tau^3}{3} (\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \\ &\quad + \int_0^{\tau} dt_1 \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \frac{\tau^4}{4} (\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \\ &= \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \tau^5 \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) (\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \\ &= \frac{1}{12} \tau^5 \int d\mathbf{k} \mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) (\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}). \end{aligned} \quad (14)$$

同理, (9)–(11) 式变成

$$\gamma_{ij} = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \tau^3 \int d\mathbf{k} (\hat{k}\hat{k})_{ij} S_{\mathbf{k}}^0(0) - \frac{1}{2} \tau^3 \int d\mathbf{k} (\hat{k}\hat{k})_{ji} S_{\mathbf{k}}^0(0) \quad (15)$$

[($\hat{k}\hat{k}$)_{ij} 表示 $\hat{k}\hat{k}$ 的分量],

$$\delta = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \tau^4 \int d\mathbf{k} \hat{k}\hat{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) = \frac{1}{12} \tau^4 \int d\mathbf{k} \hat{k}\hat{k} S_{\mathbf{k}}^0(0), \quad (16)$$

$$\alpha = \tau^2 \int d\mathbf{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \hat{k}\hat{k}. \quad (17)$$

(14) 式或 (16) 式 τ^5 前面的系数 $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$ 或 τ^4 前面的系数 $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$ 第一个 $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$ 是与 $\mathbf{D}$ 联系着的, 第二个是与 $\mathbf{F}$ 联系着的 [(15) 式右边第一项 τ^3 前面的系数 $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$ 也是如此]. 所以很难像文献 [9] 中所说的那样: $\mathbf{D}$ 的贡献一定比 $\mathbf{F}$ 的贡献大, 从而略去 $\mathbf{F}$ 的贡献在一定程度上是合理的. 由我们导出的 (14) 和 (16) 式清楚地表明 (至少对于这里讨论的高频纵向本征振荡的情形是如此): 在 (14) 式中 $\mathbf{F}$ 的贡献就比 $\mathbf{D}$ 的大, 在 (16) 式中情况才反过来, 即使是这种情况, $\mathbf{F}$ 的贡献也只比 $\mathbf{D}$ 的稍小一些.

把 (14)–(16) 式代入文献 [1] 的 (4.9)–(4.11) 式, 最终得到速度空间中的扩散方程和只用稳态湍流谱 $S_{\mathbf{k}}^0(0)$ 表出的共振扩散张量的具体表式

$$(\partial_t + \bar{L})\bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = (\partial_{\mathbf{v}} \cdot \mathcal{D} \cdot \partial_{\mathbf{v}} + \partial_{\mathbf{v}} \cdot \mathcal{F} \cdot \boldsymbol{\epsilon})\bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \int_0^{\infty} d\tau \int d\mathbf{k} \hat{k}\hat{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \exp \left\{ -i \left[(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})\tau \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{12} \tau^5 \mathbf{k} \cdot \int d\mathbf{k}' \mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) (\omega_{\mathbf{k}'} - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \exp \left\{ i \left[\frac{1}{2} \tau^3 k_j \int d\mathbf{k}' (\hat{k}' \hat{k}')_{ji} S_{\mathbf{k}'}^0(0) \frac{\partial}{\partial v_i} \right] \right\} \\
& \cdot \exp \left[-\frac{1}{12} \tau^4 \mathbf{k} \mathbf{k} : \int d\mathbf{k}' \hat{k}' \hat{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \right] \\
& \cdot \exp \left[\tau^2 \int d\mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \hat{k}' \hat{k}' : \partial_v \partial_v \right] [1 + \tau \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\epsilon}] \\
& \cdot \exp \left[-\tau^2 \int d\mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \hat{k}' \hat{k}' : \partial_v \partial_v \right], \tag{19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} = & \int_0^\infty d\tau \tau \int d\mathbf{k} \hat{k} \hat{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \exp \left\{ -i \left[(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \tau \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{12} \tau^5 \mathbf{k} \cdot \int d\mathbf{k}' \mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) (\omega_{\mathbf{k}'} - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) \right] \right\} \\
& \cdot \exp \left\{ i \left[\frac{1}{2} \tau^3 k_j \int d\mathbf{k}' (\hat{k}' \hat{k}')_{ji} S_{\mathbf{k}'}^0(0) \frac{\partial}{\partial v_i} \right] \right\} \\
& \cdot \exp \left[-\frac{1}{12} \tau^4 \mathbf{k} \mathbf{k} : \int d\mathbf{k}' \hat{k}' \hat{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \right]. \tag{20}
\end{aligned}$$

而对于与我们讨论的完全同样的情形 (粒子在有高频纵向本征振荡的非均匀等离子体中的共振扩散), Birmingham 等人导出的扩散方程和共振扩散张量 [见文献 [2] 的 (11) 和 (4) 式以及 (28) 式]——采用本文的符号——是

$$(\partial_t + \bar{L}) \bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \partial_v \cdot \mathcal{D}_B \cdot \partial_v \bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \tag{18_B}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_B = & \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{k} \hat{k} \hat{k} S_{\mathbf{k}}^0(0) \exp \left\{ -i \left[(\omega_{\mathbf{k}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \tau \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{6} \tau^5 \mathbf{k} \cdot \int d\mathbf{k}' \mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) (\omega_{\mathbf{k}'} - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) \right] \right\} \\
& \cdot \exp \left[-\frac{1}{3} \tau^4 \mathbf{k} \mathbf{k} : \int d\mathbf{k}' \hat{k}' \hat{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \right]. \tag{19_B}
\end{aligned}$$

我们看到无论是本文的结果 (18)–(20) 式, 还是文献 [2] 的结果 (18_B), (19_B) 式, 其共同的地方在于结果都只用稳态湍流谱 $S_{\mathbf{k}}^0(0)$ 表出; 然而两者 [(18)–(20) 式和 (18_B), (19_B) 式] 的差别也是显而易见的. 首先, 文献 [2] 的 (18_B) 式没有代表非均匀效应引起的扩散贡献, 虽然他们讨论的也是非均匀等离子体湍流; 其次在 Birmingham 等人的 (19_B) 式中没有代表非马尔科夫贡献的 $\exp \left[-\tau^2 \int d\mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \hat{k}' \hat{k}' : \partial_v \partial_v \right]$, 也没有代表扩散贡献的 $\exp \left[\tau^2 \int d\mathbf{k}' S_{\mathbf{k}'}^0(0) \hat{k}' \hat{k}' : \partial_v \partial_v \right]$; 再次 (19_B) 式没有

$$\exp \left\{ i \left[\frac{1}{2} \tau^3 k_j \int d\mathbf{k}' (\hat{k}' \hat{k}')_{ji} S_{\mathbf{k}'}^0(0) \frac{\partial}{\partial v_i} \right] \right\};$$

最后 (19_B) 式中 τ^5 或 τ^4 前面的系数也与 (19) 式中相应的系数不一样. 假定:

1. $\tau_c \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\epsilon} \ll 1$ (这里 τ_c 的意义见文献 [1] 中 (3.8) 式下面的说明), 即弱非均匀性的等离子体, 则略去这个小量后文献 [1] 的 (4.9) 和 (4.10) 式变成

$$(\partial_t + \bar{L}) \bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \partial_v \cdot \mathcal{D} \cdot \partial_v \bar{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \tag{18'}$$

$$\mathcal{D} = \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{k} S_{\mathbf{k}}(\tau) \exp[i\tau \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}] \exp[-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta}] \exp[-ik_j \gamma_{ij} \frac{\partial}{\partial v_i}] \exp[-\mathbf{k} \mathbf{k} : \boldsymbol{\delta}], \tag{19'}$$

式中 $S_k(\tau)$ 由(2)式给出;

2. $F = 0$, 此时(14)和(16)式中与 F 联系着的都为零, 即

$$\beta = -\frac{1}{6} \tau^5 \int d\mathbf{k} k S_k^0(0) (\omega_k - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}),$$

$$\delta = \frac{1}{3} \tau^4 \int d\mathbf{k} \hat{k} \hat{k} S_k^0(0);$$

3. D 是反对称张量, 即 $D_{ij} = -D_{ji} \rightarrow \dot{D}_{ij} = 0$, 则由文献[1]的(3.44)式,

$$\gamma_{ij} = 0.$$

把这些代入(19')式, (19')式就变成(19_B)式. 这就是说, 只有在以上三个假定下, 本文的结果(18)–(20)式才化为 Birmingham 等人的结果(18_B), (19_B)式. 可见文献[2]建立在文献[6]理论上导出的结果是不完整的, 只是我们结果的极特殊的近似情形. 这正说明了 Weinstock 理论的局限性.

三、色散关系的比较

我们在文献[1]中导出的色散关系是[见文献[1]的(5.4)式]

$$\begin{aligned} 1 = & i \frac{4\pi q^2}{m} k^{-2} \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{v} \exp[i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})\tau] \exp[i\mathbf{k} \cdot \beta] \\ & \cdot \exp\left[ik_i \gamma_{ij} \frac{\partial}{\partial v_j}\right] \exp[-\mathbf{k} \mathbf{k} : \delta] \\ & \cdot \exp[\partial_v \cdot \alpha \cdot \partial_v] \mathbf{k} \cdot \{[1 + \tau \mathbf{v} \cdot \epsilon] \exp[-\partial_v \cdot \alpha \cdot \partial_v] \partial_v \vec{f} \\ & + \exp[-\partial_v \cdot \alpha \cdot \partial_v] \tau \epsilon \vec{f}\}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中 β , γ_{ij} , δ 和 α 由文献[1]的(3.43)–(3.46)式给出. Birmingham 等人的色散关系[见文献[7]的(9)式]——采用本文的符号——是

$$\begin{aligned} 1 = & i \frac{4\pi q^2}{m} k^{-2} \int_0^\infty d\tau \int d\mathbf{v} \exp\left\{i\left[(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})\tau - \frac{1}{2} \tau^2 \mathbf{k} \cdot \{\partial_v \cdot D(\mathbf{v}, \tau)\}\right]\right. \\ & \left. - \frac{1}{3} \tau^3 \mathbf{k} \mathbf{k} : D(\mathbf{v}, \tau)\right\} \mathbf{k} \cdot \partial_v \vec{f}. \end{aligned} \quad (21_B)$$

这里可以看到, 像扩散方程和共振扩散张量一样, 文献[7]的色散关系也远不如我们的完整. 事实上, 除了上面三条假定 ($\tau \mathbf{v} \cdot \epsilon \ll 1$, $F = 0$ 和 D 是反对称张量) 以外, 若进一步假定文献[1]的(3.43)和(3.45)式中的 D 还是 t_1 的缓变函数, 则不难证明, 在这四条假定下本文的(21)式化为 Birmingham 等人的(21_B)式.

感谢比利时的 Balescu 教授和法国的 Misguich 教授审阅本文.

参 考 文 献

- [1] 邱孝明, 本刊本期, 1093.
- [2] T. J. Birmingham *et al.*, *Phys. Fluids*, **15**(1972), 1778.
- [3] V. G. Makhankov *et al.*, *Plasma Phys.*, **12**(1970), 191.
- [4] V. N. Tsytovich, *Plasma Phys.*, **13**(1971), 741.

-
- [5] S. Ichimaru *et al.*, *J. Plasma Phys.*, **12**(1974), 381.
[6] J. Weinstock, *Phys. Fluids*, **12**(1969), 1045.
[7] T. J. Birmingham *et al.*, *Phys. Fluids*, **15**(1972), 1785.
[8] B. C. 普伽切夫著, 田欣为等译, 随机函数理论及其在自动控制中的应用(中译本 1966 年版).
[9] J. H. Misguich and R. Balescu, *J. Plasma Phys.*, **13**(1975), 385.

RENORMALIZED QUASI-LINEAR THEORY OF TURBULENCE IN NON-UNIFORM PLASMA (II)

RESONANT DIFFUSION IN A TURBULENT PLASMA

QIU XIAO-MING (S. M. Chiu)

(Southwestern Institute of Physics, China)

ABSTRACT

Upon the basis of the theory in article I, we have derived an explicit expression of resonant diffusion tensor in terms of the steady-state turbulent spectrum $S_k^0(0)$ and compared our result with that given by Birmingham *et al.* We also compare the dispersion relation derived in I with the corresponding result derived by Birmingham *et al.*