

关于浅海声参量阵的应用

钱祖文 邵道远

(中国科学院声学研究所)

1985 年 10 月 12 日收到

提 要

Westervelt 远场参量阵理论表明,差频声压正比于它的降频比的平方,但对于近场,特别是到场点的距离比参量阵阵长小得可以忽略不计,但比发射换能器的瑞利长度大的情况下,结果应有所不同. 本文将作者之一的理论用之于这种情况,得到了浅海参量阵的设计公式,这个公式给出的参量声压不是正比于 f/f_0 的平方,而是正比于 R_0 . 此外,本文还对 Moffett 和 Mellen 的参量阵理论模型作了近似分析,得到了相同的设计公式,水池实验结果支持了本文的理论分析.

一、引 言

在吸收限制的情况下,准直束参量阵的远场差频声压可表为^[1,2]

$$p_f \sim \frac{SP_0^2}{r} \left(\frac{f}{f_0} \right)^2, \quad (1)$$

式中 S 为发射换能器的发射面积, P_0 和 f_0 分别为发射的原频声波的声压振幅和平均频率(或称为原频频率), r 为声源中心到场点的距离, f 为差频频率. 在推导(1)式时除了远场近似(即距离 r 远大于参量阵阵长 $1/2 \alpha_0$, α_0 为原波的吸收系数)外,还假设介质的声吸收系数正比于频率的平方. 从(1)式可以看出,差频声压正比于 $(f/f_0)^2$, 通常将 (f/f_0) 称为降频比,在工程应用中,一般取这个比值为 0.1 左右,从而保证参量声压不至于太低.

如果将参量阵应用于浅海,要求差频频率在 10 kHz 左右,若取降频比为 0.1,则 f_0 就要取为 100 kHz 左右,在这样的频率,参量阵阵长往往是几公里的量级(对于介质为水的情况),即使对于海水介质,其阵长也是几百米的量级,如果现场水深只是几十米时,参量阵的阵长得不到充分利用,这时还采用远场理论表达式(1)来进行设计显然是不合适的.

二、理 论 近 似

根据 Westervelt^[1] 理论可知,准直束参量阵的差频声压 p 可表为

$$p = \frac{sB P_0^2 Q^2}{4\pi\rho C^4} e^{iQr} Q_1. \quad (2)$$

这里

$$Q_1 = \int_0^L \frac{1}{r} e^{-(2\alpha_0 + ik)x - ikr} dx, \quad (3)$$

式中 L 为阵长度, S 为换能器的发射面积, B 为介质的非线性参数, P_0 为发射原频波的声压振幅, $\Omega = 2\pi f$, ρ 和 c 分别为介质的密度和声速, k 为差频波数. 如果参量阵的相互作用区主要是长度为瑞利长度 R_0 的准直束, 而且到场点的距离 r 是 R_0 的量级, 且 $r \geq R_0$ 时, Q_1 可以用文献 [3] 的 (17) 式来表示, 对于轴向差频声压来说, 令那里的 $\theta = 0$, 于是有

$$S(r, 0) = Q_1 = e^{-ikr} \sum_{m=0}^{\infty} B_m \left(\frac{R_0}{r} \right)^{m+1}, \quad (4)$$

式中

$$B_m = \left[\int_0^{kR_0} z^m e^{-\beta_1 z} dz \right] / (kr)^{m+1} \Big|_{\substack{r=R_0 \\ \theta=0}},$$

以及

$$\beta_1 = 2\alpha_0 + jk(1 - \cos \theta).$$

当 $\alpha_0 R_0 \ll 1$ 时, 近似地有

$$B_m = \frac{1}{m+1} e^{-2\alpha_0 R_0} \simeq \frac{1}{m+1},$$

将上式代入 (4) 式可得

$$Q_1 = e^{-ikr} \ln \frac{r}{r - R_0} \simeq \frac{R_0}{r} e^{-ikr}. \quad (5)$$

于是有

$$p \simeq \frac{\beta P_0^2 S \Omega^2 R_0}{4\pi \rho c^4 r} e^{j(\Omega t - kr)} \quad (6)$$

或者

$$|p| \sim \frac{S^2 P_0^2 f^2 f_0}{r} \sim S f_0^2 p_1. \quad (7)$$

这个结果告诉我们, 如果给定差频频率 f 和原波发射声功率 $SP_0^2/2\rho c$, 参量阵的差频声压正比于原频频率的增加, 并与发射面积成正比. 但根据远场理论公式 (1), f 一定时, 差频声压反比于原频频率 f_0 的平方, 两者的结论截然不同. 为了澄清这个问题, 我们首先对 Moffett 和 Mellen 理论模型^[4]进行近似分析(见附录), 结果表明, 在相同的近似条件下, 也得到了 (5) — (7) 式. 为了进一步澄清这个问题, 我们还在水池中进行了下述实验.

三、实 验

实验是在一个 $13 \times 5 \times 7 \text{ m}^3$ 的水池中进行的, 使用了三个圆形活塞型发射换能器, 它们的共振频率分别为 120, 180 和 310 kHz, 相应的直径分别为 11, 11 和 13 cm, 实验

中同时采用了双频脉冲发射和键控填充脉冲发射系统,前者的两个原频差为 12.5kHz, 后者的键控频率为 12.5 kHz, 差频轴向声压是在 7 m 附近测量的,从而满足 $r > R_0$ 以及 R_0 与 r 可以比较的条件,而且 $\alpha_0 R_0 \ll 1$ 的条件也是绝对满足的. 调节匹配电感,使换能器工作在谐振状态,利用自互易校准法^[5,6]对三个换能器的发射响应 β 作了校准,实验结果列于表 1 中,其中所有数值都相对于 182kHz 作了归一化. 表中 RE 是差频为 12.5kHz 的相对声压的实验值(用 182 kHz 的值进行归一化), RT 是按 (7) 式算得的理论值(本文的理论近似式), RF 是按远场公式 (1) 求得的值. 由表 1 可知,当 f_0 增大时,按远场理论算得的差频声压比从 1.41 降到 0.27,亦即是说,当原波频率从 120 kHz 增高到 310 kHz 时,差频声压比值降低 5 倍;可是本文的近似公式 (7),声压比由 0.42 增大到 1.91,即增大到 5 倍左右,而实验值也由 0.22 增大到 0.8,即增大到四倍,亦即是说差频声压随原频的增高而增大,从而支持了本文的近似结果.

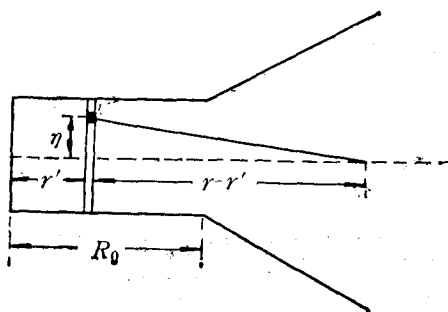
表 1 差频声压比

$f_0(\text{kHz})$	120	182	310
$2a(\text{cm})$	11	11	13
β/β_{182}	1	1	1.5
RT	0.42	1	1.91
RE	0.22	1	0.8
RF	1.41	1	0.27

附 录

图 1 描述 Moffett 和 Mellen 的理论模型,从这个图形很易算出参量阵差频轴向声压的理论表示式形如 (2) 式所示,其中的 Q_1 可表为

$$Q_1 = -\frac{1}{S} \int_0^a \int_0^{R_0} \frac{e^{-2i\alpha r}}{\sqrt{(r-r')^2 + \eta^2}} \cdot \exp[-ikr' - ik\sqrt{(r-r')^2 + \eta^2}] \cdot 2\pi\eta d\eta dr' \quad (\text{A.1})$$



假设

$$kr \left[\frac{a}{r-R_0} \right]^2 \ll \pi, \quad (\text{A.2})$$

$$k^2 a^2 \left[\frac{a}{r-R_0} \right]^2 \ll \pi, \quad (\text{A.3})$$

以及

$$\alpha_0 R_0 \ll 1, \quad (\text{A.4})$$

从 (A.2) 式可得

$$[(r-r')^2 + a^2]^{1/2} \simeq r-r' + \frac{1}{2} \frac{a^2}{r-r'}. \quad (\text{A.5})$$

而由 (A.3) 和 (A.4) 式可得

$$e^{-i k a^2 / [2(r-r')]} \simeq 1 - \frac{ik}{2} \frac{a^2}{r-r'} \quad (\text{A.6})$$

将这些结果代入 (A.1) 式可得

$$Q_1 = -\ln \frac{r-R_0}{r} e^{-ikr} \simeq \frac{R_0}{r} e^{-ikr}, \quad (\text{A.7})$$

即为文中的 (5) 式.

参 考 文 献

- [1] P. J. Westervelt, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **35**(1963), 535.
- [2] H. O. Berklay, *J. Sound Vib.*, **2**(1965), 435.
- [3] 钱祖文, 物理学报, **30**(1981), 1479.
- [4] M. B. Moffett, and R. H. Mellen, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **61**(1977), 325.
- [5] R. J. Urick, *Principles of Underwater Sound*, Second ed., McGraw-Hill Company, New York, (1975), 48.
- [6] R. B. Patterson, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **42**(1967), 653.

ON APPLICATIONS OF PARAMETRIC ACOUSTIC
SOURCES TO SHALLOW WATER

Qian Zu-wen Shao Dao-yuan

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

ABSTRACT

As is shown by westervelt, the difference-frequency sound pressure of the parametric array in the far field is proportional to the second power of f/f_0 , the downshift ratio of the frequency. However, a different result may occur in the near field, especially, when the distance to the field point is much less than the length of the parametric array, but larger than R_0 , the Rayleigh length of the transducer. In this paper, our previous theory^[3] is applied to the case of shallow water and an expression for the parametric array design has been given. It is shown that the parametric pressure is proportional to R_0 , instead of proportional to the length of the parametric array or to the second power of f/f_0 . Furthermore, an analysis for Moffett and Mellen's theory is also made in this paper and an identical expression has been obtained. Finally, an experiment is carried out in a pool and the results obtained support the theory.