

饱和光谱中带弛豫项的光学 Bloch 方程的微扰解法

王庆吉 谢 川

(北京大学无线电电子学系)

1985 年 7 月 27 日收到

提 要

本文利用微扰论方法,直接求解带弛豫项的光学 Bloch 方程,给出了计算各级微扰的递推公式,具体地给出了一级和二级微扰近似的解析表达式,并对所得结果做了物理解释.

一、引 言

1972 年, Haroche 等人用微扰法求解饱和光谱中气体原子(或分子)体系的密度矩阵元运动方程^[1],推导出原则上可以求得任意级近似结果的递推公式,并给出一级近似的解析表达式;该文虽给出二级近似的函数曲线,但未给出具体的二级近似解析表达式. 1977 年和 1984 年, Cotrim Vasconcellos^[2,3] 用矢量模型和微扰法讨论了气体介质的饱和吸收和饱和色散效应. Cotrim 等人的做法是,求解不计弛豫项的光学 Bloch 方程,然后唯象地引入计及弛豫作用的因子 $e^{-\theta/\tau}$ (其中 $\theta = t - t'$, t' 为上次扰动时间; τ 为上能级粒子寿命),对 θ 积分以求得最终结果. 本文进一步完善和发展了 Cotrim 的矢量模型方法,即利用拉氏变换的终值定理,直接求解带弛豫项的光学 Bloch 方程;对 Bloch 方程中描述粒子状态的矢量按弱光振幅作幂级数展开,得到计算各级微扰的递推公式. 这样,就把矢量模型方法推广应用于饱和光谱学中,并达到与密度矩阵算法同样完善的程度;此外,本文引入一些中间变量之后,使所得结果的解析表达式比 Haroche 用密度矩阵方法求得的公式更为简洁、明瞭,特别是本文给出的饱和吸收和饱和色散的二级近似解析表达式,是以往文献中未曾叙及的. 最后,对所得结果进行了物理解释.

二、光学 Bloch 方程与递推公式

一个孤立的二能级原子(或分子)体系,其运动状态可用矢量 $\mathbf{R}$ 描述, $\mathbf{R}$ 应满足光学 Bloch 方程

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R} + [\Gamma, \mathbf{R}], \quad (1)$$

式中 $\boldsymbol{\Omega}$ 为矢量 $\mathbf{R}$ 的进动角频率, Γ 为等弛豫速率 ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_{12}$) 情况下体系的弛豫速

率, $[\Gamma, \mathbf{R}]$ 代表弛豫作用. 在饱和光谱中, 粒子与两束光——强光(饱和光)和弱光(探测光)相互作用. 假设强光和弱光是频率相同(ω)、偏振方向(x 方向)相同、传播方向(z 方向)相反的线偏振光. 一个速度为 $v_z = v$ 的粒子, 在以速度 v 沿 z 方向运动的参考系 μ 中, 看到的强光(ε_1)和弱光(ε_2)分别为

$$\varepsilon_1 = E_1 \cos(\omega_- t - \varphi_0), \quad \varepsilon_2 = E_2 \cos(\omega_+ t - \varphi_0),$$

其中 $\omega_{\pm} = \omega \pm kv$, $\varphi_0 = kz_0$, k 为光的波数, φ_0 为初位相, z_0 为 $t = 0$ 时刻粒子在 μ 系的位置坐标. 在 μ 参考系中, 粒子同时受到两个不同频率的光电场作用, 故(1)式中 $\mathbf{\Omega}$ 为

$$\mathbf{\Omega} = \boldsymbol{\omega}_l + \delta\boldsymbol{\omega},$$

$\boldsymbol{\omega}_l$ 为 $\mathbf{R}$ 在强光电场作用下进动的角速度, $\delta\boldsymbol{\omega}$ 为由于弱光的存在, 对 $\boldsymbol{\omega}_l$ 的修正. 它们的分量表达式为

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -(2\mu_{12}/\hbar) \cdot E_1 \cos(\omega_- t - \varphi_0), & \delta\omega_1 &= -(2\mu_{12}/\hbar) E_2 \cos(\omega_+ t + \varphi_0), \\ \omega_2 &= 0, & \delta\omega_2 &= 0, \\ \omega_3 &= \omega_0, & \delta\omega_3 &= 0. \end{aligned}$$

式中 ω_0 为原子共振频率, μ_{12} 为感生电偶极矩矩阵元. 将 μ 系变换到以角速度 ω_- 绕 $\mathbf{R}$ 空间第三轴转动的 μ' 系中, 利用旋波近似(RWA)条件, 则(1)式变为

$$\frac{d\mathbf{R}'}{dt} = \mathbf{\Omega}' \times \mathbf{R}' + [\Gamma, \mathbf{R}'], \quad (2)$$

其中 $\mathbf{\Omega}'_i = \boldsymbol{\omega}'_i + \delta\boldsymbol{\omega}'_i$ ($i = 1, 2, 3$), 且有

$$\begin{aligned} \omega'_1 &= -(\mu_{12}E_1/\hbar) \cos \varphi_0, & \delta\omega'_1 &= -(\mu_{12}E_2/\hbar) \cos(\alpha t + \varphi_0), \\ \omega'_2 &= (\mu_{12}E_1/\hbar) \sin \varphi_0, & \delta\omega'_2 &= -(\mu_{12}E_2/\hbar) \sin(\alpha t + \varphi_0), \\ \omega'_3 &= \omega_0 - \omega_-, & \delta\omega'_3 &= 0. \end{aligned}$$

式中 $\alpha = \omega_+ - \omega_-$. 这时含时间因子仅存在于 $\delta\omega'_i$ 中, 故可用微扰法求解(2)式. 将 $\mathbf{R}'$ 按弱光电场振幅 E_2 作幂级数展开,

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}^{(0)} + \mathbf{R}^{(1)} \cdot E_2 + \mathbf{R}^{(2)} \cdot E_2^2 + \dots \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式中并比较 E_2 同次幂系数, 便可得到如下递推关系(为书写方便, 以下略去变量上的“'”号):

$$\frac{d\mathbf{R}^{(0)}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}^{(0)} + [\Gamma, \mathbf{R}^{(0)}], \quad (4a)$$

$$\frac{d\mathbf{R}^{(n)}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}^{(n)} + \frac{1}{E_2} \cdot \delta\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}^{(n-1)} + [\Gamma, \mathbf{R}^{(n)}]. \quad (4b)$$

它们相应的初条件分别为

$$\begin{aligned} R_1^{(0)}(0) = R_2^{(0)}(0) = 0, \quad R_3^{(0)}(0) = -1 \quad t = 0 \text{ 时, 上能级是空的;} \\ R_1^{(n)}(0) = R_2^{(n)}(0) = R_3^{(n)}(0) = 0 \quad \text{当 } n \geq 1 \text{ 时.} \end{aligned}$$

(4a) 式为零级近似(不存在弱光时)的光学 Bloch 方程, 它可以严格求解的. (4a) 式的拉氏变换为

$$\begin{aligned} R_1^{(0)}(s) = \frac{\omega_1 \Delta - \omega_2 (s + \Gamma)}{s[(s + \Gamma)^2 + \xi^2]}, \quad R_2^{(0)}(s) = \frac{(s + \Gamma) \omega_1 + \omega_2 \Delta}{s[(s + \Gamma)^2 + \xi^2]}, \\ R_3^{(0)}(s) = \frac{(s + \Gamma)^2 + \Delta^2}{s[(s + \Gamma)^2 + \xi^2]}. \end{aligned} \quad (5)$$

(4b) 式的拉氏变换为

$$\begin{aligned}(s + \Gamma)R_1^{(n)}(s) - \Delta \cdot R_2^{(n)}(s) - \omega_2 R_3^{(n)}(s) &= a_1^{(n)}(s), \\ \Delta \cdot R_1^{(n)}(s) + (s + \Gamma)R_2^{(n)}(s) + \omega_1 R_3^{(n)}(s) &= a_2^{(n)}(s), \\ \omega_2 R_1^{(n)}(s) - \omega_1 R_2^{(n)}(s) + (s + \Gamma)R_3^{(n)}(s) &= a_3^{(n)}(s).\end{aligned}\quad (6)$$

式中 $\Delta = \omega_- - \omega_0 = -\omega_3$, $G = \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar\Gamma}\right)^2$ 称作饱和参量, $\xi^2 = \Delta^2 + G$, s 为拉氏变换宗量, $a_i^{(n)}(s)$ 为

$$\begin{aligned}a_1^{(n)}(s) &= i(\mu_{12}/2\hbar) \cdot [e^{i\varphi_0}R_3^{(n-1)}(s - i\alpha) - e^{i\varphi_0}R_3^{(n-1)}(s + i\alpha)], \\ a_2^{(n)}(s) &= (\mu_{12}/2\hbar) \cdot [e^{-i\varphi_0}R_3^{(n-1)}(s + i\alpha) + e^{i\varphi_0}R_3^{(n-1)}(s - i\alpha)], \\ a_3^{(n)}(s) &= -(\mu_{12}/2\hbar) \cdot [e^{i\varphi_0}R_2^{(n-1)}(s - i\alpha) + e^{-i\varphi_0}R_2^{(n-1)}(s + i\alpha)] \\ &\quad + i(\mu_{12}/2\hbar) \cdot [e^{-i\varphi_0}R_1^{(n-1)}(s + i\alpha) - e^{-i\varphi_0}R_1^{(n-1)}(s - i\alpha)].\end{aligned}\quad (7)$$

方程(6)是 $R_i^{(n)}(s)$ 的代数方程组, 求解得到

$$\begin{aligned}R_1^{(n)}(s) &= \{a_1^{(n)}(s)[(s + \Gamma)^2 + \omega_1^2] + a_2^{(n)}(s)[(s + \Gamma) \cdot \Delta \\ &\quad + \omega_1\omega_2] + a_3^{(n)}(s)[(s + \Gamma)\omega_2 + \omega_1 \cdot \Delta]\} / \{(s + \Gamma) \\ &\quad \cdot [(s + \Gamma)^2 + \xi^2]\}, \\ R_2^{(n)}(s) &= \{a_1^{(n)}(s)[\omega_1\omega_2 - (s + \Gamma) \cdot \Delta] + a_2^{(n)}(s)[(s + \Gamma)^2 \\ &\quad + \omega_2^2] - a_3^{(n)}(s)[(s + \Gamma)\omega_1 - \omega_1\Delta]\} / \{(s + \Gamma) \\ &\quad \cdot [(s + \Gamma)^2 + \xi^2]\}, \\ R_3^{(n)}(s) &= \{-a_1^{(n)}(s)[(s + \Gamma)\omega_2 + \omega_1\Delta] + a_2^{(n)}(s)[(s + \Gamma)^2\omega_1 \\ &\quad - \omega_2\Delta] + a_3^{(n)}(s)[(s + \Gamma)^2 + \Delta^2]\} / \{(s + \Gamma) \\ &\quad \cdot [(s + \Gamma)^2 + \xi^2]\}.\end{aligned}\quad (8)$$

在饱和光谱中主要研究介质对光的吸收和色散, 为此需讨论复电极化率 χ 和 R 的关系. 介质在强光作用下宏观感生电偶极矩为

$$\begin{aligned}p &= N\langle\mu\rangle = 2N\mu_{12}\text{Re}[(R_1 - iR_2)e^{-i\omega_-t}] \\ &= N\mu_{12}\{R_1[\cos(\omega_-t - \varphi_0) \cdot \cos\varphi_0 - \sin(\omega_-t - \varphi_0) \\ &\quad \cdot \sin\varphi_0] - R_2[\sin(\omega_-t - \varphi_0) \cdot \cos\varphi_0 \\ &\quad + \cos(\omega_-t - \varphi_0) \cdot \sin\varphi_0]\},\end{aligned}\quad (9a)$$

式中 N 为单位体积中粒子数目. 又知 $\chi = \chi' - i\chi''$, 它与 p 的关系为

$$\begin{aligned}p &= \text{Re}[(\chi' - i\chi'')\epsilon_0 E_1 e^{i(\omega_-t - \varphi_0)}] \\ &= \epsilon_0 E_1 [\chi' \cos(\omega_-t - \varphi_0) + \chi'' \sin(\omega_-t - \varphi_0)].\end{aligned}\quad (9b)$$

比较(9a)与(9b)式得到

$$\chi' = \frac{N\mu_{12}}{\epsilon_0 E_1} (R_1 \cos\varphi_0 - R_2 \sin\varphi_0), \quad \chi'' = -\frac{N\mu_{12}}{\epsilon_0 E_1} (R_2 \cos\varphi_0 + R_1 \sin\varphi_0).$$

令 $\chi = \chi^{(0)} + E_2\chi^{(1)} + E_2^2\chi^{(2)} + \dots$, 则有

$$\begin{aligned}\chi'^{(n)} &= (N\mu_{12}/\epsilon_0 E_1) \cdot (R_1^{(n)} \cos\varphi_0 - R_2^{(n)} \sin\varphi_0), \\ \chi''^{(n)} &= -(N\mu_{12}/\epsilon_0 E_1) \cdot (R_1^{(n)} \sin\varphi_0 + R_2^{(n)} \cos\varphi_0).\end{aligned}\quad (10)$$

通常我们关心的是稳态情况, 故(10)式中的 $R_i^{(n)}(t)$ 实际上就是 $R_i^{(n)}(\infty)$, 应用拉氏变换终值定理, 有

$$\begin{aligned}\chi^{(n)} &= (N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_1) \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [R_1^{(n)}(s) \cos \varphi_0 - R_2^{(n)}(s) \sin \varphi_0], \\ \chi''^{(n)} &= -(N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_1) \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [R_1^{(n)}(s) \sin \varphi_0 + R_2^{(n)}(s) \cos \varphi_0].\end{aligned}$$

对 φ_0 求平均后得到

$$\begin{aligned}\chi^{(n)} &= (N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_1) \cdot \frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [R_1^{(n)}(s) \cos \varphi_0 - R_2^{(n)}(s) \sin \varphi_0], \\ \chi''^{(n)} &= -(N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_1) \cdot \frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [R_1^{(n)}(s) \sin \varphi_0 \\ &\quad + R_2^{(n)}(s) \cos \varphi_0].\end{aligned}\quad (11)$$

若设介质对弱光的复电极化率 $\delta\chi = \delta\chi' - i\delta\chi''$, 则有

$$\begin{aligned}\delta\chi' &= (N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_2) \cdot \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \{e^{i\varphi_0} [R_1^{(n)}(s - i\alpha) \\ &\quad - iR_2^{(n)}(s - i\alpha)]\}, \\ \delta\chi'' &= -(N\mu_{12}/\varepsilon_0 E_2) \cdot \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \{e^{i\varphi_0} [R_1^{(n)}(s - i\alpha) \\ &\quad + iR_2^{(n)}(s - i\alpha)]\}.\end{aligned}\quad (12)$$

以上得到的 (5)、(7)、(8) 和 (11)、(12) 各式即为求解饱和光谱中介质复电极化率 (或介质的吸收与色散) 各级微扰近似的全部公式。

三、结 果

不难验证, 当 n 为偶数时, $\delta\chi^{(n)} = 0$, 即存在 $\chi^{(0)}, \chi^{(2)}, \chi^{(4)} \dots$; 当 n 为奇数时, $\chi^{(n)} = 0$, 仅存在 $\delta\chi^{(1)}, \delta\chi^{(3)} \dots$.

零级近似 $\chi^{(0)}$ 表示不存在弱光时, 介质对强光的复电极化率. 当 $E_2 = 0$ 时, $\mathbf{R}$ 可以严格解出, 即 $R_1^{(0)}$ 和 $R_2^{(0)}$, 将其代入 (10) 式并对 φ_0 求平均即可得到 $\chi^{(0)}$ 和 $\chi''^{(0)}$.

一级近似 $\delta\chi^{(1)}$ 表示强光存在时介质对弱光的复电极化率, $\delta\chi^{(1)}$ 和 $\delta\chi''^{(1)}$ 分别代表饱和光谱中介质对弱光的色散与吸收, 它们是饱和光谱中的重要参数. 取 (12) 式中 $n=1$, 并把零级近似结果 (5) 式代入 (7), (8) 两式得到 $R_i^{(1)}(s)$, 最后把 $R_i^{(1)}(s)$ 代入 (12) 式, 化简后有

$$\begin{aligned}\delta\chi^{(1)} &= -\frac{N\mu_{12}^2}{\varepsilon_0 \hbar \Gamma} \cdot \left\{ (1 - 3u + y^2) \left[(1 + f^2)(f - 2u) + \frac{1}{2} uG \right] \right. \\ &\quad + u(3 - u^2 + y^2) \left[(1 + f^2)(1 + uf - u^2) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} uGf \right] \right\} / \left\{ \delta(y, u) \right\}, \\ \delta\chi''^{(1)} &= \frac{N\mu_{12}^2}{\varepsilon_0 \hbar \Gamma} \cdot \frac{\eta(G, y^2, u)(1 + f^2) - GQ}{\delta(y, u)},\end{aligned}$$

其中

$$u = 2\omega\nu/(\Gamma c) = 2\hbar\nu/\Gamma, y^2 = f^2 + G, f = ((\omega - \omega_0)/\Gamma) - \frac{1}{2}u,$$

$$\delta(y, u) = (1 + y^2)(1 + u^2)[(1 + y^2 - u^2)^2 + 4u^2],$$

$$\delta(G, y^2, u) = (1 + y^2 - 3u) \cdot \left[1 + u(f - u) + \frac{1}{2} G \right] \\ + u(u^2 - y^2 - 3)(f - 2u),$$

$$Q = \frac{1}{4} (Q_1 + Q_2),$$

$$Q_1 = 2f \cdot \{ (1 - u^2 + y^2) \cdot f + 2u[1 - u(f - u)] \},$$

$$Q_2 = 2 \cdot \{ (1 - u^2 + y^2) \cdot [1 - u(f - u)] - 2fu \}.$$

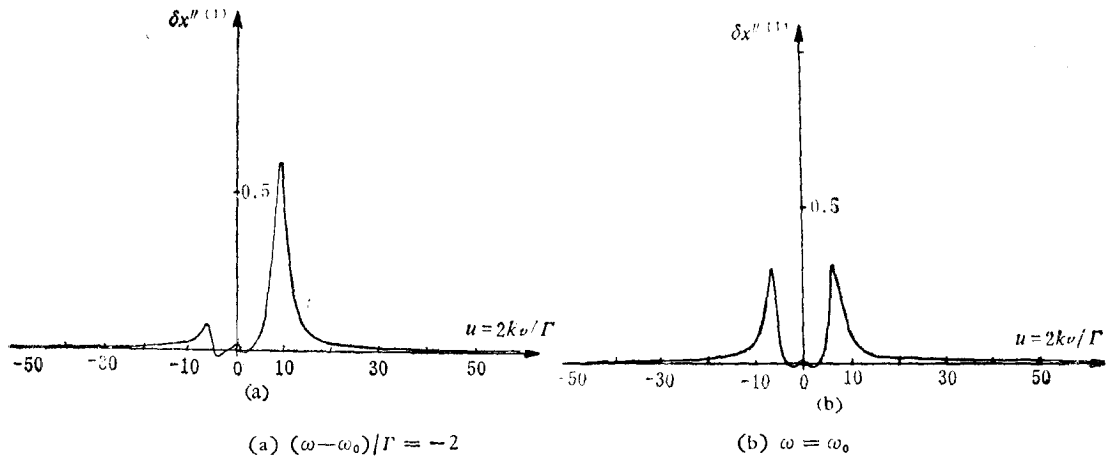


图 1

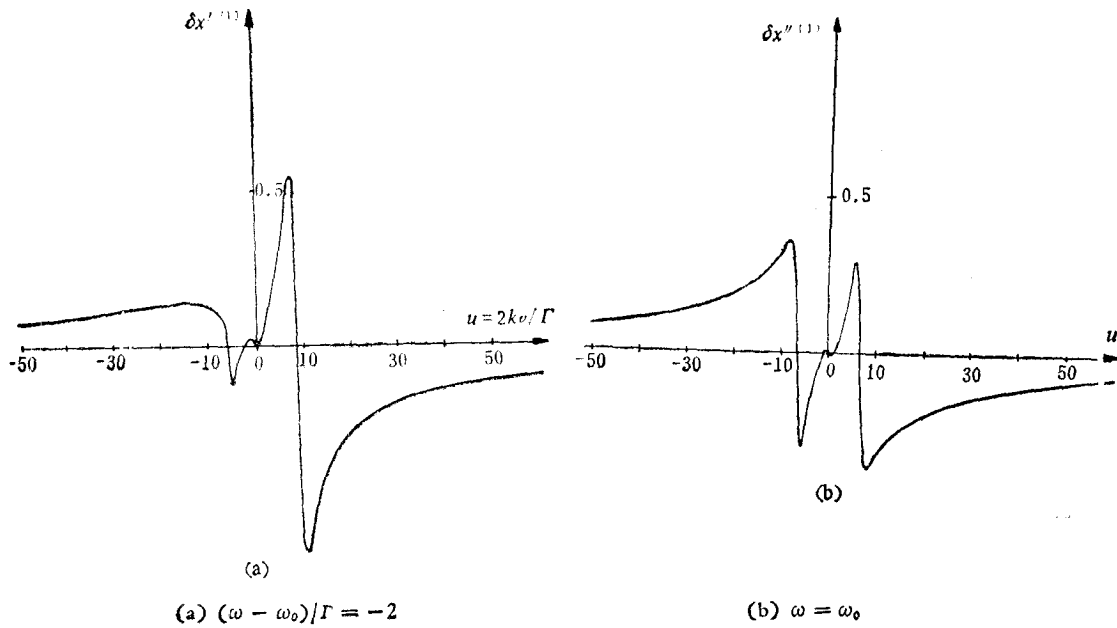


图 2

根据以上结果,用计算机绘出 $G = \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar\Gamma}\right)^2 = 30$ 时,在不同失谐情况下, $\delta\chi''^{(1)}$ 和 $\delta\chi''^{(2)}$ 随 u (或粒子速度)变化的曲线,示于图 1 和图 2 中. 本文用矢量模型微扰法所得结果与 Haroche 用密度矩阵方法求得的曲线完全一致.

二级近似 弱光的存在影响介质对强光的复介电常数 $\chi^{(n)}$, 这个影响在弱光强度不大时,主要由二级近似结果决定. 在 (7), (8) 式中,令 $n = 2$, 再将一级近似结果 $R_i^{(1)}(s)$ 代入得到 $R_i^{(2)}(s)$ 后,由 (11) 式得到 $\chi^{(n)}$ 的二级近似为

$$\chi''^{(2)} = -\frac{N\mu_{12}^2}{2\varepsilon_0\hbar\Gamma} \cdot \left(\frac{\mu_{12}}{2\hbar\Gamma}\right)^2 \cdot \frac{fA_1 + A_2 + A_3}{1+y^2},$$

$$\chi'^{(2)} = -\frac{N\mu_{12}^2}{2\varepsilon_0\hbar\Gamma} \cdot \left(\frac{\mu_{12}}{2\hbar\Gamma}\right)^2 \cdot \frac{(2+G)A_1 - 2fA_2 - 2fA_3}{1+y^2},$$

其中

$$A_1 = \frac{[(3-u^2+y^2)(2-u^2+2f^2-2uf) - (3+f^2-uf)(1+y^2-2u^2)]}{\delta(y, u)} \cdot u,$$

$$A_2 = \frac{(3-u^2+y^2)(3+f^2-uf)u^2 + (1-3u^2+y^2)(2+2f^2-u^2-2uf)}{\delta(y, u)},$$

$$A_3 = \{(1-3u^2+y^2) \cdot [2(1+f^2)(1+uf-u^2) - ufG] - u(3-u^2+y^2) \cdot [2(1+f^2)(f-2u) - uG]\} / \{\delta(y, u)\}.$$

在求解二级近似结果时我们发现,

$$\frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot R_1^{(1)}(s) \cos \varphi_0 = -\frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot R_2^{(1)}(s) \sin \varphi_0$$

$$\text{和} \quad \frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot R_1^{(1)}(s) \sin \varphi_0 = \frac{1}{2\pi} \int d\varphi_0 \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot R_2^{(1)}(s) \cos \varphi_0.$$

而且这一结果可以推广到 n 为任意整数的情况. 这个结果意味着, $\mathbf{R}$ 的横向分量 R_1 和 R_2 对 $\chi^{(n)}$ 的平均贡献是相等的.

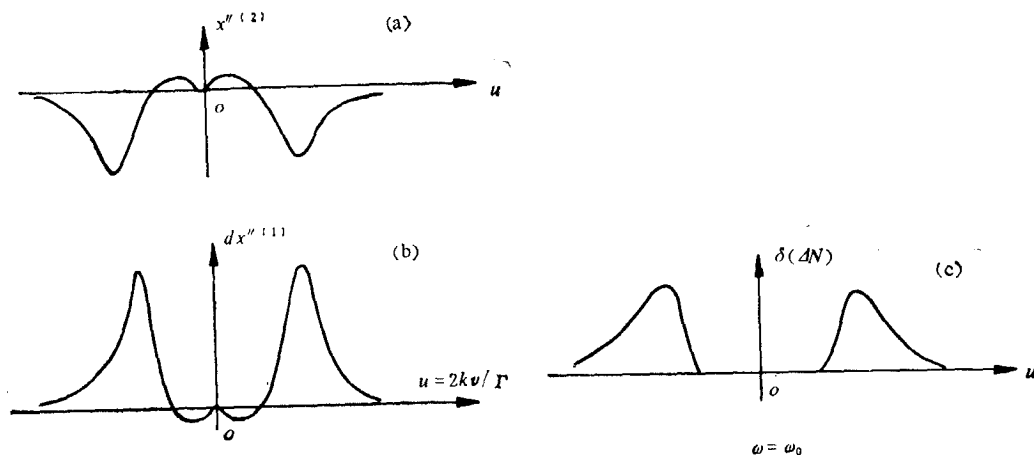


图 3

图 3(a) 给出了在共振时介质对强光吸收 $\chi''^{(2)}$ 随 u 的变化曲线, 它与 Haroche 文章

中的相应曲线也是完全一致的. 为了进一步讨论强光存在对弱光吸收 $\delta\chi^{(1)}$ 和弱光存在对强光吸收 $\chi^{(2)}$ 的影响, 以及 $\chi^{(2)}$ 和 $\delta\chi^{(1)}$ 之间的相互关系, 图 3(b), (c) 中分别绘出 $\delta\chi^{(1)}$ 和粒子数差的修正 $\delta(\Delta N)$ 与 u 的变化关系曲线.

四、讨 论

1. 强光不仅影响能级粒子数差, 而且也改变粒子辐射线形, 在三个不同速度范围内弱光出现三个强度不等的吸收峰 (见图 1). 弱光吸收线的这个独特性质可用高频场中的斯塔克效应^[4]来解释. 在强光场中, 两个能级每一个都分裂成两个支能级,

$$E_2^{(1,2)} = E_2 + \frac{\delta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar}\right)^2}, \quad E_1^{(1,2)} = E_1 - \frac{\delta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar}\right)^2},$$

式中 $\delta = \omega - \omega_0 - k\nu$ 为强光频率相对于运动粒子谐振频率的失谐. 在强光作用下, 粒子获得三个谐频率为

$$\omega_{1,2} = (\omega - k\nu) \pm \left[\delta^2 + \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \omega_3 = \omega - k\nu. \quad (13)$$

对于粒子而言, 弱光的频率为 $\omega' = \omega + k\nu$, 由谐振条件可得与场发生谐振相互作用的粒子速度为

$$(k\nu)_{1,2} = -\frac{1}{3}(\omega - \omega_0) \pm \frac{2}{3} \left[(\omega - \omega_0)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (k\nu)_3 = 0.$$

当精确谐振时 ($\omega = \omega_0$), 对弱光吸收有主要贡献的粒子速度满足

$$(k\nu)_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\mu_{12}E_1}{\hbar}.$$

将计算所用参数 $G = \left(\frac{\mu_{12}E_1}{\hbar\Gamma}\right)^2 = 30$ 代入, 得到图 1 各吸收峰所对应的粒子速度:

$$\text{当 } (\omega - \omega_0)/\Gamma = -2 \text{ 时, } u_{1,2} = (2k\nu/\Gamma)_{1,2} \simeq 8.2, -5.6; \quad u_3 = 0.$$

$$\text{当 } \omega = \omega_0 \text{ 时, } u_{1,2} = (2k\nu/\Gamma)_{1,2} \simeq \pm 6.3.$$

这与图 1(a), (b) 所绘曲线一致.

2. 图 1 曲线表明, 谐振 ($\omega = \omega_0$) 时, 弱光的强吸收峰不是出现在 $(k\nu) = 0$ 处, 而是在对于零点对称的位置上出现两个强度相同的吸收峰. 失谐时 ($\omega \neq \omega_0$), 弱光的强吸收峰的位置也不同于速率方程所得之结果, 这是因为非共振强光使粒子能级发生移动的缘故^[5].

关于上述两种现象, 可以用矢量进动模型加以解释^[6]. 在微波波谱学中, 磁矩 μ 在恒定磁场 H_0 ($H_0 = -\frac{\Omega_0}{\gamma}$) 和频率为 Ω 的交变磁场 H_1 作用下, 将绕有效磁场 H_f 作进动 (见图 4), 其进动频率为 $[(\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_1^2]^{\frac{1}{2}}$, 其中 $\Omega_1 = \mu_{12}H_1/\hbar$. 在实验室坐标系看, μ 作章动, 它的频谱为 $\Omega \pm [(\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_1^2]^{\frac{1}{2}}$. 当用频率满足

$$\Omega' = \Omega \pm [(\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_1^2]^{1/2} \quad (14)$$

的光探测时将会产生共振吸收. 把上述进动模型推广到饱和光谱中时, 只需将 Ω_0 换成

ω_0 , Ω 换成 $\omega - k\nu$, $\Omega_1 = \mu_{12}E_1/\hbar$, Ω' 换成 $\omega + k\nu$ 就行了. 这时得到的弱光吸收强峰的位置与由 (13) 式所得结果一致, 即失谐时, 强吸收峰出现在 $u = 8.2$ 处, 共振时, 出现双峰且位置在 $u = \pm 6.3$ 处.

3. 在失谐的情况下, 在 $(k\nu) < 0$ 和 $(k\nu) = 0$ 处存在的两个弱吸收峰 (见图 1(a)), 可用喇曼和瑞利多光子过程给以解释. 喇曼过程是粒子吸收两个强光光子并同时释放一个弱光光子, 从下能级跃迁到上能级的过程, 该过程应满足

$$2(\omega - k\nu) - (\omega + k\nu) = \omega_0,$$

即 $k\nu = -\frac{1}{3}(\omega_0 - \omega)$ 附近的粒子群以喇曼方式跃迁, 导致介质对弱光吸收的减弱; 瑞利过程是粒子吸收一个强光光子同时释放一个弱光光子, 或吸收一个弱光光子同时释放一个强光光子的过程, 在该过程中应满足

$$(\omega - k\nu) = (\omega + k\nu),$$

即 $k\nu = 0$ 附近的粒子发生瑞利过程而产生对弱光的吸收.

从图 1(a) 中看到, 在 $\nu = 0$ 附近, $k\nu > 0$ 时弱光吸收较弱, 而 $k\nu < 0$ 时弱光吸收较强. 这是因为, 在瑞利过程中, 粒子吸收一个 $(\omega - k\nu)$ 强光光子的同时又释放一个 $(\omega + k\nu)$ 的弱光光子, 该过程在 $\omega < \omega_0$ 时, 使 $k\nu$ 稍大于零处释放弱光光子效应较强, 而使 $k\nu$ 稍小于零处释放弱光光子效应较弱, 其结果导致 $k\nu > 0$ 处弱光的净吸收减弱, 而对 $k\nu < 0$ 处弱光的净吸收影响不大. 同理, 若 $\omega > \omega_0$, 由于瑞利过程, 将使 $k\nu < 0$ 处弱光净吸收减弱.

4. 当精确谐振 ($\omega = \omega_0$) 时, 在 $\nu = 0$ 附近发生瑞利过程, 粒子吸收强光光子并释放弱光光子, 从而使强光吸收 $[\chi''^{(2)}]$ 为正, 而弱光吸收 $[\delta\chi''^{(1)}]$ 为负 (即得到放大), 粒子数差不变 (见图 3). 在远离 $\nu = 0$ 处则产生喇曼过程, 粒子吸收两个弱光光子同时释放一个强光光子, 从下能级跃迁到上能级, 因此, 弱光吸收为正, 强光吸收为负, 且前者幅值为后者幅值的二倍, 并且粒子数差增大.

5. 一级近似情况下, 弱光的色散曲线 $\delta\chi'^{(1)}$ 如图 2 所示, 它与吸收线形 $\delta\chi''^{(1)}$ 满足 K-K 关系^[7]. 由 K-K 关系, 不难由强光二级吸收线形 $\chi''^{(2)}$ 推断出二级色散 $\chi'^{(2)}$ 的曲线形状.

二级近似结果的具体推算过程, 为更高级近似结果的获得提供方法, 只要机械地套用这一演算过程, 就可得到更高一级的近似结果.

6. 考虑强光影响对弱信号吸收线形的独特性质, 可用来测定能级弛豫常数 Γ , 以及研究能级精细结构; 强光存在时弱波吸收与 $(\mu_{12}E/\hbar)$ 有关, 故可依弱信号吸收线形, 直接测量偶极矩矩阵元 μ_{12} .

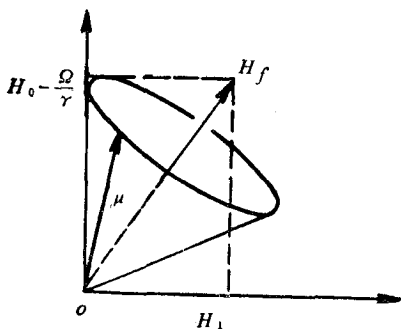


图 4

本文撰写过程中得到本系郑乐民教授的热情指导; 中国科学院物理研究所叶佩弦副研究员仔细地审阅了本文, 在此一并表示感谢.

参 考 文 献

- [1] S. Haroche, F. Hatmann, *Phys. Rev.*, **6A**(1972), 1280.
- [2] J. I. Cotrim Vasconcellos, *Phys. Rev.*, **15A**(1977), 261.
- [3] J. I. Cotrim Vasconcellos, *J. Phys. B*, **17**(1984), 1189.
- [4] E. V. Baklanov, V. P. Chebotayev, *Zh. Eksp. i Teor. Fiz.*, **61**(1971), 922.
- [5] 王义遒、王庆吉, *物理*, **10**(1981), 467.
- [6] Charles P. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance*, Chap. 2.
- [7] 朱如曾编译, *激光物理*, 科学出版社, 北京, (1979), 404 页.

THE PERTURBATION SOLUTION OF OPTICAL BLOCH EQUATION WITH RELAXATION TERMS IN SATURATED SPECTROSCOPY

WANG QING-JI XIE CHUAN

(Department of Radio-electronics, Peking University)

ABSTRACT

In this paper, the optical Bloch equation with relaxation terms in saturated spectroscopy is solved directly by using the perturbation theory. The recurrent formulas are given, approximate results of any order can be obtained from them. The first and second order solutions are derived and explained.