

电磁波与电离波面相互作用过程中的 静磁场模和振荡电场

屈卫星 余 玮 张文琦 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(1995 年 7 月 7 日收到; 1996 年 7 月 11 日收到修改稿)

利用了匀速运动的均匀等离子体中电磁场的色散关系, 对电磁波与由强激光驱动的运动电离波面的相互作用过程中出现的静磁模进行了研究, 发现在特定的条件下振荡电场也会在该过程中出现, 并确定了振荡电场产生的条件.

PACC: 5240D; 4110H

1 引 言

在等离子体与真空的相交处, 由于空间折射率的突变, 导致了电磁波在该界面上发生相应的反射和透射, 所以真空-等离子体界面可作为透镜, 对电磁波进行反射和透射. 若这种真空-等离子体界面是运动的, 则由此产生的反射波和透射波的频率会由于多普勒效应而发生相应的频移, 反射波的频率产生上移(蓝移), 而透射波的频率一般出现下移(红移). 同样利用这种运动的真空-等离子体界面也可对电磁脉冲进行压缩和展宽. 由于多普勒效应只有当运动速度接近光速时才较为显著, 因此要使反射波频率有较大的上移以及使反射脉冲得到较明显的压缩, 真空-等离子体界面必须是高速运动相对论界面.

实验上通常利用强激光电离中性气体的方法来产生高速运动的等离子体界面^[1,2]. 当一强激光束在稀薄气体中传播时, 由于激光束中的强电场可以将气体分子或原子迅速电离成中性等离子体, 因此在激光束所经过的区域形成等离子体区域, 而在激光束尚未到达的区域仍为气体区域, 这样在激光束前便形成高速运动的电离波面, 其运动速率为^[1]

$$U = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_d^2}}, \quad (1)$$

其中 ω_p 和 ω_d 分别为等离子体的电子振荡频率和驱动激光场的频率.

对于电磁波在这种高速运动的电离波面上的反射和透射现象, 可以在两种不同的惯性参考系中来研究: 一种是与界面一同运动的波面参考系 Σ , 在该参考系中, 电离波面是静止的, 而界面两侧的气体 and 等离子体均以速度 U 同向运动, 并且反射波和透射波的频率均与入射波的频率相同. 另一种是实验室参考系 Σ' , 在 Σ' 中, 电离波面以速度 U 运动, 而界面两侧的气体 and 等离子体均是静止的. 而且由于多普勒效应, 反射波和透射波的频率也不同于入射波的频率. 为了不引起混淆, 本文中所有上标带撇的量均为实验室参考

系中的观测值,上标不带撇的为波面参考系中的观测值.由于固定边界便于讨论,我们先在波面参考系 Σ 中求出反射场和透射场,然后再通过电磁场的相对论变换得到实验室参考系 Σ' 中相应的反射场和透射场.由于讨论不仅仅局限于文献[3]所讨论的垂直入射的情况,所以首先要确定在非垂直入射情况下整体运动的等离子体中可能存在哪几种模式的电磁场.

2 运动等离子体中的电磁场方程

在波面参考系 Σ 中,电离波面是静止的,而其两侧的气体和等离子体以同方向运动.设等离子体的定向运动速度 $\mathbf{U}$ 远大于等离子体中的电子的热运动速度,因此可将电离波面后的等离子体视为冷等离子体.另外,若电磁波的频率 ω 远大于等离子体频率 ω_p ,则可忽略离子对电磁场的响应,因此可从下列电子流体动力学方程和电磁场方程出发^[4]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2b)$$

$$\mathbf{J} = -en_e \mathbf{V}_e + en_i \mathbf{U}, \quad (2c)$$

$$m_e n_e \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + m_e n_e (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e = -en_e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad (2d)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{V}_e) = 0, \quad (2e)$$

式中 m_e 等于电子的运动质量, n_i 和 n_e 分别为离子密度和电子密度.由于等离子体是整体运动的,所以在电流密度矢量 $\mathbf{J}$ 中应考虑离子定向运动的贡献.将 $n_i = n_0$, $n_e = n_0 + n$ 和 $\mathbf{V}_e = \mathbf{U} + \mathbf{V}$ 代入方程组(2),对方程组(2)线性化,只保留一级小量,得出方程组

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (3b)$$

$$\mathbf{J} = -en_0 \mathbf{V} - en\mathbf{U}, \quad (3c)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{U} \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad (3d)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{V} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) n = 0. \quad (3e)$$

将方程(3a)和(3b)联立,消去 $\mathbf{B}$,并利用(3c)式,得到波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi e}{c^2} \left(n_0 \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{U} \frac{\partial n}{\partial t} \right). \quad (4)$$

设电子振荡速度 $\mathbf{V}$ 和密度 n 均以 $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ 的形式随空间和时间变化,利用(3d)和(3e)式可从(4)式中消去 $\mathbf{V}$ 和 n ,经化简整理,最后得到关于电场矢量所满足的齐次方程

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}) \left[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{k} - \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{E} \right] - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left\{ \omega \mathbf{E} + (\mathbf{U} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{k} - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}) \mathbf{E} \right.$$

$$+ \frac{\mathbf{U}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}} \left[\omega(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) + (\mathbf{U} \cdot \mathbf{E})k^2 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{U})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) \right] \Big\} = 0, \quad (5)$$

其中 $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_e}$ 为等离子体的电子振荡频率(洛伦兹不变量). 若只限于讨论 s 偏振(即电场 $\mathbf{E}$ 垂直于由 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{U}$ 构成的平面)的横波场($\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$), 则由(5)式得到两种模式的横波, 其色散关系分别为

$$\omega^2 = k_t^2 c^2 + \omega_p^2, \quad (6a)$$

$$\omega = \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{U}, \quad (6b)$$

分别称(6a)和(6b)为 t 模式和 m 模式. 由(6a)和(6b)式可看出: 在运动等离子体中, s 偏振电磁场以两种独立的横波模式出现, 其频率 ω 和波矢 $\mathbf{k}$ 分别满足关系 $\omega^2 = k_t^2 c^2 + \omega_p^2$ 和 $\omega = \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{U}$, 前者即为通常等离子体中的电磁波模式, 其传播特性是各向同性的, 但要求频率 ω 必须大于等离子体频率 ω_p , 若 $\omega < \omega_p$, 则该波在等离子体中无法传播; 频率和波矢满足后一种关系的电磁波只能出现在整体运动的等离子体中, 其传播特性是各向异性的, 传播速度不仅与等离子体的定向运动速度 $\mathbf{U}$ 而且还与波的传播方向有关. 在下一节中通过电磁场及其四维波矢的相对论变换可以证明: 如果在与等离子体一起运动的实验室坐标系 Σ' 观察这种模式的电磁波, 则观测到的只是静磁场模, 因此实验中等离子体中的静磁场模实际上是整体运动等离子体中 s 偏振的电磁场模式中的一种.

3 静磁场模和振荡电场模

设实验室参考系 Σ' 相对于波面参考系 Σ 的运动速度 $\mathbf{U} = U\hat{e}_x$, 并且两参考系的坐标轴具有相同的方向, 则通过电磁场及其频率和波矢的相对论变换^[5]

$$\mathbf{E}' = \gamma(\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}) - \frac{\gamma^2}{1 + \gamma}(\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E})\boldsymbol{\beta}, \quad (7a)$$

$$\mathbf{B}' = \gamma(\mathbf{B} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}) - \frac{\gamma^2}{1 + \gamma}(\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{B})\boldsymbol{\beta}, \quad (7b)$$

$$\omega' = \gamma(\omega - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta}c), \quad (7c)$$

$$\mathbf{k}'_{\parallel} = \gamma(\mathbf{k}_{\parallel} - \omega c^{-1}\boldsymbol{\beta}), \quad (7d)$$

$$\mathbf{k}'_{\perp} = \mathbf{k}_{\perp}, \quad (7e)$$

可分别求得参考系 Σ' 中的电磁场. 其中 $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, 下角标 $\parallel$ 和 $\perp$ 分别代表平行于矢量 $\mathbf{U}$ 方向和垂直于矢量 $\mathbf{U}$ 方向的分量. 我们首先将 Σ 系中的 m 模式变换到 Σ' 系中去, 取传播平面(由波矢 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{U}$ 构成的平面)为 xoy 坐标平面, 根据 s 偏振波的假设, 波面参考系 Σ 中的电磁场及其四维波矢应分别具有下列形式:

$$\mathbf{E}_m = (0, 0, E_m), \quad (8a)$$

$$\mathbf{B}_m = (-B_m \sin \theta_m, B_m \cos \theta_m, 0), \quad (8b)$$

$$K_m = (\mathbf{k}_m \cos \theta_m, \mathbf{k}_m \sin \theta_m, 0, i\omega c^{-1}), \quad (8c)$$

其中 θ_m 为波矢 $\mathbf{k}_m$ 与矢量 $\mathbf{U}$ 之间的夹角, 把(8a), (8b), (8c)式代入(7a)–(7e)式, 可求出实验室参考系 Σ' 中的场和四维波矢

$$\mathbf{E}'_m = (0, 0, \gamma \omega^{-1} (\omega - \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{U}) E_m), \quad (9a)$$

$$\mathbf{B}'_m = (-\gamma B_m \sin \theta_m, \gamma^{-1} B_m \cos \theta_m, 0), \quad (9b)$$

$$K'_m = (\mathbf{k}_m \gamma^{-1} \cos \theta_m, \mathbf{k}_m \sin \theta_m, 0, i \gamma (\omega - \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{U})). \quad (9c)$$

结合(6b)式不难得到 $\mathbf{E}'_m = 0, \omega' = 0$, 即在实验室参考系 Σ' 中观测到的是静磁场模.

对于波面参考系 Σ 中的 t 模式可利用同样的方法来处理, 最后的结果为

$$\mathbf{E}'_t = (0, 0, \gamma E_t (1 - \beta \cos \theta_t \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2})), \quad (10a)$$

$$\mathbf{B}'_t = \left(-B_t \sin \theta_t, \gamma B_t \left(\cos \theta_t - \frac{\beta}{\sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2}} \right), 0 \right), \quad (10b)$$

$$K'_t = \left(\gamma \omega c^{-1} (\cos \theta_t \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2} - \beta), \omega c^{-1} \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2} \sin \theta_t, \right. \\ \left. 0, i \gamma \omega (1 - \beta \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2} \cos \theta_t) \right), \quad (10c)$$

其中 θ_t 为波矢 $\mathbf{k}_t$ 与矢量 $\mathbf{U}$ 之间的夹角. 由(10a)–(10c)式不难看出: 若参考系 Σ 中的波是沿纵向传播, 即 $\theta_t = 0$, 并且其频率 ω 和等离子体的定向运动速度 U 满足如下关系:

$$\beta = \frac{U}{c} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \quad (11)$$

则由(10a)–(10c)式得到

$$\mathbf{E}'_t = (0, 0, \gamma^{-1} E_t), \quad (12a)$$

$$\mathbf{B}'_t = 0, \quad (12b)$$

$$\mathbf{k}'_t = 0, \quad (12c)$$

$$\omega' = \gamma^{-1} \omega. \quad (12d)$$

将(12d)和(11)式结合, 得到 $\omega' = \omega_p$, 即在实验室参考系 Σ' 中观测到的是振荡电场, 其振荡频率等于等离子体频率. 若将电离波面前的稀薄气体视为真空, 并假设 Σ' 系中的入射波频率等于 ω'_i , 则 Σ' 中的入射波矢 $\mathbf{k}'_i = \frac{\omega'_i}{c} \hat{e}_z$, 由(7c)式的逆变换得到 Σ 系中相应的入射频率

$$\omega_i = \omega'_i \gamma (1 + \beta) = \omega'_i \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}. \quad (13)$$

由于在 Σ 系中电离波面是静止的, 所以 $\omega = \omega_i$, 将此关系代入(11)式, 可得到

$$\omega_p^2 / \omega_i^2 = (1 + \beta)^2. \quad (14)$$

可定义 $N = \omega_p^2 / \omega_i^2$ 为无量纲的等离子体密度. 结合(10c)式不难看出: 在垂直入射的情况下, 若 $N < (1 + \beta)^2$, 在实验室参考系 Σ' 中观测到的是沿入射方向传播的透射波, 即通常的透射波; 若 $N > (1 + \beta)^2$, 则在 Σ' 系中观测到的是沿电离波面运动方向传播的透射波, 即后向透射波^[6]; 只有当 $N = (1 + \beta)^2$ 时, 才可观测到振荡的电场, 其振荡频率为 $(1 + \beta) \omega'_i$.

由于电离波面的速度 β 与驱动激光频率 ω'_d 有关 (见(1)式), 因此只有当驱动激光频率 ω'_d 与入射激光频率 ω'_i 满足条件

$$\omega_d' = \omega_i' \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad (15)$$

时,在实验室中才会出现振荡电场.另外由于 $\beta \cos \theta_i \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2}$ 始终小于 1, 所以波面参考系 Σ 中 t 模式的透射波在任何情况下都不可能变换成实验室参考系 Σ' 中的静磁场模.

- [1] H. C. Kepteyn and M. M. Murnane, *J. Opt. Soc. Am.*, **B8**(1991), 1657.
- [2] R. L. Savage, Jr., C. Joshi and W. B. Mori, *Phys. Rev. Lett.*, **68**(1992), 946.
- [3] Yu Wei, Sheng Zhengmin, Feng Xianpin, Xu Zhizhan, Zhu Jiazhen and Wang gengguo, *J. Phys.*, **D26**(1993), 1141.
- [4] D. R. Nicholson, *Introduction to Plasma Theory* (John Wiley & Sons, New York, 1983).
- [5] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York, 1975).
- [6] W. B. Mori, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 5118.

THE STATIC MAGNETIC MODE AND THE OSCILLATING ELECTRIC FIELD IN THE INTERACTION OF ELECTRO- MAGNETIC FIELD WITH IONIZATION FRONT

QU WEI-XING YU WEI ZHANG WEN-QI XU ZHI-ZHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 7 July 1995; revised manuscript received 11 July 1996)

ABSTRACT

Using the electromagnetic dispersion relation in the cold plasma, we research the static magnetic mode that arises in the process of interaction of electromagnetic wave with moving ionization front driven by an intense laser and find that an oscillating electric field is excited under a special condition. We also define the condition under which the oscillating electric field appears.

PACC: 5240D; 4110H