

利用 Raman 型的 Jaynes-Cummings 模型 传送未知原子态^{*}

林 秀

(中国科学技术大学量子通信与量子计算开放实验室,合肥 230026)
(福建师范大学物理系,福州 350007)
(2000 年 5 月 24 日收到,2000 年 7 月 7 日收到修改稿)

提出了一种利用 Λ 型三能级原子与大振幅相干态腔场的 Raman 相互作用来传送未知原子态的方案.
关键词: 隐形传送, Raman 型的 Jaynes-Cummings 模型
PACC: 4250

1 引 言

近来,通过对处于纠缠态体系的一个粒子测量,不仅可获得另一粒子所携带信息,而且使对另一粒子进行操作提供了可能性.这个显著的特性对实现量子密码术^[1]和量子计算机^[2]来说是十分有用的.近来,Bennett 等人^[3]已提出了量子纠缠态也能被用来传送未知量子态.首先,两个自旋为 1/2 的粒子被制备到最大纠缠态.然后,对被传送的粒子和处于最大纠缠态的两粒子中的一个进行联合测量.最后,联合测量的信息经由一经典信道传送给接收者,接收者根据所得信息对处于最大纠缠态两粒子中的另一个进行操作使之处于被传送粒子的未知量子态. Davidovich 等^[4]提出了一种在两个初态为纠缠态的高 Q 值腔场中传送未知原子态的方案. Cirac 等^[5]提出了只利用共振的 Jaynes-Cummings 模型实现量子态的隐形传送,但是它的实现必须借助一个四能级原子. Xu 等^[6]提出利用 V 型三能级原子与光场 Raman 相互作用传送光场的 Fock 叠加态. Zheng 等^[7,8]提出利用 Raman 型和共振的 Jaynes-Cummings 模型实现量子态的隐形传送.在这里提出另一种方案来传送原子态,它是基于 Raman 型的 Jaynes-Cummings 模型.

2 简并 Λ 型三能级原子与腔场 Raman 相互作用

考虑 Λ 型三能级原子与单模场相互作用如图 1

所示,系统有效哈密顿量为^[9](设 $\hbar=1$)

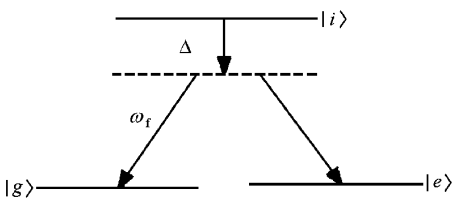
$$H = \lambda_1 \left(a^+ |g-i\rangle + a |i-g\rangle \right) + \lambda_2 \left(a^+ |e-i\rangle + a |i-e\rangle \right), \quad (1)$$


图 1 简并的 Λ 型三能级原子能级图

其中 λ_1 (λ_2) 为原子在 $|i\rangle$ 与 $|g\rangle$ ($|e\rangle$) 之间跃迁和腔模的耦合系数, a^+ 和 a 为腔场的产生和湮没算符, $|g\rangle$, $|e\rangle$, $|i\rangle$ 分别代表原子的三个能级,其中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 两个低能级的能量相等.适当调整原子跃迁频率 ω_0 与光场频率 ω_f ,使得原子与场失谐量 $\Delta = |\omega_f - \omega_0|$ 很大,以致于高能态能级 $|i\rangle$ 可绝热消除,在此情况下,系统有效哈密顿量可为

$$H_{\text{eff}} = -ga^+a(|e-g\rangle + |g-e\rangle) - a^+a(\beta_1|g-g\rangle + \beta_2|e-e\rangle), \quad (2)$$

其中

$$g = \lambda_1\lambda_2/\Delta, \beta_1 = \lambda_1^2/\Delta, \beta_2 = \lambda_2^2/\Delta,$$

参数 β_1 和 β_2 分别为能级 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 强度依赖的 Stark 移位,为了计算上的方便,取 $\lambda_1=\lambda_2$,则 $\beta_1=\beta_2=g$.

假设腔场初始时制备成相干态 $|\alpha\rangle$,而原子通过一个经典场 M ,使之制备在基态 $|e\rangle$,则整个系统

^{*} 福建省教育委员会自然科学基金(批准号:JA99150)资助的课题.

的初态

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle|e\rangle. \tag{3}$$

在相互作用绘景中,系统的态矢满足如下 Schrödinger 方程:

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H_{\text{eff}}|\psi(t)\rangle, \tag{4}$$

态矢 $|\psi(t)\rangle$ 由下式给出:

$$\begin{aligned} |\psi(t=\tau)\rangle &= \exp(-iH_{\text{eff}}t)|\psi(0)\rangle \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(|\alpha\rangle + |\alpha e^{2ig\tau}\rangle \right)|e\rangle \right. \\ &\quad \left. - \left(|\alpha\rangle - |\alpha e^{2ig\tau}\rangle \right)|g\rangle \right], \tag{5} \end{aligned}$$

表 1 不同的初态下,Δ 型三能级原子与腔场发生 Raman 相互作用的结果
(设原子与腔场的相互作用时间 τ 均满足(6)式)

初态	原子	$ g\rangle$	$ g\rangle$	$ e\rangle$	$ e\rangle$
	腔场	$ \alpha\rangle + -\alpha\rangle$	$ \alpha\rangle - -\alpha\rangle$	$ \alpha\rangle + -\alpha\rangle$	$ \alpha\rangle - -\alpha\rangle$
作用结果		$(\alpha\rangle + -\alpha\rangle) g\rangle$	$-(\alpha\rangle - -\alpha\rangle) e\rangle$	$(\alpha\rangle + -\alpha\rangle) e\rangle$	$-(\alpha\rangle - -\alpha\rangle) g\rangle$

3 量子态的隐形传送

假设量子态待传送的是一个简并的 Δ 类型的三能级原子(原子 a). 它初始时处于两个低能态 $|e_a\rangle$ 和 $|g_a\rangle$ 的叠加态

$$|\psi_a\rangle = c_e|e_a\rangle + c_g|g_a\rangle, \tag{8}$$

其中 c_e 与 c_g 为未知的叠加系数. 开始将一个腔场制备成幅度很大的相干态 $|\alpha\rangle$. 现在让另一个 Δ 类型的三能级原子(原子 b)穿过这个腔. 这个原子初始时处于态 $|e_b\rangle$. 对相互作用时间 τ_b 进行选择,使 $g\tau_b = \pi/2$,可得到

$$\begin{aligned} |\psi_{b+c}\rangle &= \frac{1}{2}\left[\left(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle \right)|e_b\rangle \right. \\ &\quad \left. - \left(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle \right)|g_b\rangle \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\alpha\rangle|e_b\rangle - |\alpha\rangle|g_b\rangle \right), \tag{9} \end{aligned}$$

其中 $|\alpha\rangle_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$, $|\alpha\rangle_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)$. 当幅度很大,即 $|\alpha|^2 \gg 1$ 的情况下,相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|-\alpha\rangle$ 是近似正交的,即 $\langle\alpha|-\alpha\rangle \approx 0$,所以 $|\alpha\rangle_+$ 和 $|\alpha\rangle_-$ 也是近似正交的,即 $\langle-\alpha|\alpha\rangle_+ \approx 0$. $|\psi_{b+c}\rangle$ 是最大纠缠态. 这时,态 $|\psi_a\rangle$ 与 $|\psi_{b+c}\rangle$ 的直积可展开为

其中 τ 为原子与腔场的相互作用时间. 可以通过调节原子的速度,使 τ 满足下式:

$$g\tau = \pi/2. \tag{6}$$

这样(5)式可表示为

$$\begin{aligned} |\psi(\tau)\rangle &= \frac{1}{2}\left[\left(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle \right)|e\rangle \right. \\ &\quad \left. - \left(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle \right)|g\rangle \right]. \tag{7} \end{aligned}$$

为了后面讨论问题的方便,表 1 给出不同的初态下, Δ 型三能级原子与腔场发生 Raman 相互作用的结果.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2}\left[|\psi\rangle^-(c_e|e_b\rangle + c_g|g_b\rangle) \right. \\ &\quad + |\psi\rangle^+(c_e|e_b\rangle - c_g|g_b\rangle) \\ &\quad - |\phi\rangle^-(c_e|g_b\rangle + c_g|e_b\rangle) \\ &\quad \left. - |\phi\rangle^+(c_e|g_b\rangle - c_g|e_b\rangle) \right], \tag{10} \end{aligned}$$

其中 $|\psi\rangle^\pm$ 与 $|\phi\rangle^\pm$ 为原子与腔模所构成系统的 Bell 基^[10]

$$|\psi\rangle^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle_+|e_a\rangle \pm |\alpha\rangle_-|g_a\rangle), \tag{11}$$

$$|\phi\rangle^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle_-|e_a\rangle \pm |\alpha\rangle_+|g_a\rangle). \tag{12}$$

现在将原子 a 注入腔中,对相互作用时间 τ_a 也进行选择, $g\tau_a = \pi/2$. 这时,四个 Bell 基演化为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle^\pm &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle_+|e_a\rangle \mp |\alpha\rangle_-|e_a\rangle) \\ &= \begin{cases} |-\alpha\rangle|e_a\rangle, \\ |\alpha\rangle|e_a\rangle; \end{cases} \tag{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\phi\rangle^\pm &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\alpha\rangle_-|g_a\rangle \pm |\alpha\rangle_+|g_a\rangle) \\ &= \begin{cases} |-\alpha\rangle|g_a\rangle, \\ |\alpha\rangle|g_a\rangle. \end{cases} \tag{14} \end{aligned}$$

因为当幅度很大时 $\langle\alpha|-\alpha\rangle \approx 0$,所以可以采用通常

的关于正交态的测量方法^[11,12]对腔场进行探测. 这样, 通过对原子 a 和腔场的探测可实现对原子 a 与腔模所构成系统的 Bell 基的探测. 测得结果为每个 Bell 基的概率是 $1/4$. 当然, 进行一次测量只能得到一个结果, 亦即原子 a 和腔场的子系统在测量之后将坍缩到其中的一个 Bell 基上, 并与原子 b 消纠缠. 基于量子非局域性, 原子 b 将由原来的纠缠态坍缩到相应的量子态上. 按照 (10) 式不难看出, 对原子 a 和腔场的 Bell 基测量将导致原子 b 处于如表 2 所示的量子态上.

表 2

测量之后原子 a 和腔 场可能的量子态	测量之后原子 b 可能的量子态
$ \psi^-\rangle$	$c_e e_b+c_g g_b\rangle= 1_b\rangle$
$ \psi^+\rangle$	$c_e e_b-c_g g_b\rangle= 2_b\rangle$
$ \phi^-\rangle$	$-c_e g_b+c_g e_b\rangle= 3_b\rangle$
$ \phi^+\rangle$	$-c_e g_b-c_g e_b\rangle= 4_b\rangle$

量子隐形传送的目的是将原子 b 制备到原子 a 原先的量子态上, 亦即态 $|\psi_b=c_e|e_b+c_g|g_b\rangle$. 由表 2 可知, 如用 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 表示态 $|e\rangle$, 用 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 表示态 $|g\rangle$, 测量后原子 b 所处的量子态与欲传送的量子态之间有如下关系:

$$\begin{aligned} |1_b\rangle &= U_1 \begin{pmatrix} c_e \\ c_g \end{pmatrix}, U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \\ |2_b\rangle &= U_2 \begin{pmatrix} c_e \\ c_g \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \\ |3_b\rangle &= U_3 \begin{pmatrix} c_e \\ c_g \end{pmatrix}, U_3 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \\ |4_b\rangle &= U_4 \begin{pmatrix} c_e \\ c_g \end{pmatrix}, U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

将对原子 a 与腔场联合测量所得结果(经典信息), 经由经典信道传给原子 b , 便能确定原子 b 的状态,

然后对原子 b 实施相应的么正变换, 即可使它处于被传送的未知态 $|\psi_b=c_e|e_b+c_g|g_b\rangle$ 上. 例如, 当测得原子 a 与腔场的量子态为 $|\phi^-\rangle$ 时, 则原子 b 将处于 $|3_b\rangle$ 上, 只要对其施加么正变换 U_3^{-1} , 便可使原子 b 处于欲传送的量子态 $|\psi_b=c_e|e_b+c_g|g_b\rangle$ 上, 而原子 a 在联合测量之后, 原始态 $|\psi_a=c_e|e_a+c_g|g_a\rangle$ 已被破坏掉, 这样就实现了将未知量子态的传送, 而不违背量子不可克隆定理.

4 结 论

1. 尽管我们在制备原子纠缠态时所使用的原子与文献 [7] 相同, 但文献 [7] 的方法是, 首先把腔场制备成真空态 $|0\rangle$ 和 1 光子态 $|1\rangle$ 的相干叠加态, 而为了实现对 Bell 基的探测不得不又注入与腔场发生单光子共振相互作用的另一类二能级原子. 而本文的方案首先只需要将腔场制备成相干态, 而任何一个量子谐振子在经典源的驱动下都将产生相干态光场^[13], 这在实验上要比制备真空态 $|0\rangle$ 和 1 光子态 $|1\rangle$ 的相干叠加态容易得多, 本文的方案只用到一类原子, 且为了实现 Bell 基的探测无须借助另一个原子.

2. 将我们的方案与文献 [4] 及 [5] 的方案做一个比较. 首先, 在我们的方案中只需要用一个腔, 而文献 [4] 与 [5] 的方案中都需要用两个腔. 其次, 我们方案中的步骤比文献 [4] 与 [5] 的步骤少. 此外, 由于我们利用了简并的 Λ 型三能级原子的两个低能态的叠加态做为待传送的量子态. 这样, 在量子态的传送过程中原子的自发发射可得到抑制. 因而, 原子的相干性可得到较好的保持.

总之, 利用 Λ 型三能级原子与相干态腔场的 Raman 相互作用, 在较简单的条件下, 实现量子态的隐形传送, 与以往的方案相比较, 本文的方案简单可行.

作者感谢与李洪才教授进行的有益讨论.

[1] A. K. Ekert, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 661.

[2] D. Deutsch, R. Jozsa, *Proc. R. Soc. London*, **A439**(1992), 553.

[3] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, W. Wootters, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 1895.

[4] L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), R895.

[5] J. I. Cirac, A. S. Parkins, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), R4441.

[6] X.M. Xu, W. D. Luo, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 2155 (in Chinese) 许雪梅、罗文东, *物理学报*, **48**(1999), 2155.]

[7] S. B. Zheng, G. C. Guo, *Phys. Lett.*, **A232**(1997), 171.

[8] S. B. Zheng, *J. Mod. Opt.*, **167**(1999), 111.

[9] L. Xu, Z. M. Zhang, *Z. Phys.*, **B95**(1994), 507.

[10] S. L. Braunstein , A. Mann , M. Revzen , *Phys. Rev. Lett.* , **68** (1992) , 3259.

[11] C. C. Gerry , *Phys. Rev.* , **A53** (1996) , 4591.

[12] M. Brune *et al.* , *Phys. Rev.* , **A45** (1992) , 5193.

[13] M. Sargent III , M. O. Scully , W. E. Lamb , Jr. , *Laser Physics* (Addison-Wesley , Reading , MA , 1974) p. 249.

TELEPORTATION OF AN UNKNOWN ATOMIC STATE THROUGH

THE RAMAN ATOM-CAVITY FIELD INTERACTION *

LIN XIU

(Laboratory of Quantum Communication and Quantum Computation , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China)

(Department of Physics , Fujian Teachers University , Fuzhou 350007 , China)

(Received 24 May 2000 ; revised manuscript received 7 July 2000)

ABSTRACT

A scheme is presented for the teleportation of an unknown atomic state through the Raman interaction of Λ -type three-level atom with a coherent state cavity-field of large amplitude.

Keywords : teleportation , Raman interaction

PACC : 4250

* Project supported by the Science Foundation of Education Commission of Fujian Province , China (Grant No. JA99150).