

# Kerr 非线性对一维光子晶体能带的影响<sup>\*</sup>

刘念华 傅继武

(南昌大学物理系, 南昌 330047)

(2002 年 9 月 16 日收到, 2002 年 11 月 8 日收到修改稿)

研究 Kerr 非线性对一维光子晶体的能带的影响. 光子晶体中加入 Kerr 非线性材料后, 光子晶体的带边可随局部光强调制. 由于带边随光强变化, 线性光量子阱中的电磁本征模将进入线性带隙的频率范围而形成孤子类电磁模. 由于非线性的作用, 带隙中有许多新的孤子模出现.

关键词: 光子晶体, Kerr 非线性, 带隙孤子

PACC: 4270Q, 4265S, 4265

## 1. 引言

自从 1987 年 Yablonovitch 和 John 提出光子晶体的概念以来<sup>[1,2]</sup>, 光子晶体已成为光电子材料的一个重要研究领域. 光子晶体是按照晶体的对称性制备的周期性介电结构, 其电磁模式像晶体中的电子态一样具有能带结构. 光子晶体的能带由光子晶体的对称性、组分材料的介电函数和原胞的尺寸决定. 通过改变材料的介电函数或改变原胞的大小, 可以调制光子晶体的带隙的位置和带隙的宽度. 特别是在一维情况下, 光子晶体的带隙很容易通过改变介电常数或几何结构或掺杂得到调制<sup>[3,4]</sup>. 因此, 可以像剪裁半导体的能带构造限制电子运动的量子阱那样, 构造限制光子运动的光子晶体量子阱<sup>[5-7]</sup>. 一般情况下, 组成光子晶体的材料的介电函数或折射率为常数, 其带隙的位置和带隙的宽度是固定的. 然而, 对于 Kerr 非线性材料, 其介电函数与光的强度有关. 通过改变光的强度, 可以改变材料的介电函数, 从而改变光子晶体的能带.

1987 年 Chen 和 Mills 发现非线性光学超晶格中存在带隙孤子 (gap soliton)<sup>[8,9]</sup>. 近年来对一维非线性光子晶体的光学响应有不少研究<sup>[10-14]</sup>. 对于具有周期结构的 Kerr 类非线性介质, 其孤波解可在缓变包络近似下求解耦合模方程得到<sup>[10]</sup>. 若介电函数具有  $\delta$  函数的形式, 则波的传播行为可用迭代的方法

严格求得<sup>[11,12]</sup>. 作者最近研究了局部有 Kerr 非线性材料的一维光子晶体的电磁模<sup>[14]</sup>, 发现由于非线性的作用, 在光子晶体的带隙中存在丰富的孤子类电磁模. 这些孤子类电磁模在(线性)带隙内形成部分透明的通带, 并具有多稳态性质. 当调整光的强度使之满足与孤子模共振的条件时, 光子晶体对于频率位于线性截止带内的光将变成透明或部分透明的.

本文将进一步研究非线性对一维光子晶体的能带的影响. 计算在光子晶体中加入 Kerr 非线性材料后, 局部光强对光子晶体的带边位置的调制.

## 2. 模型

我们考虑由以下介电函数描述的带边可调的一维光子晶体. 设在周期性的格点上介电函数具有  $\delta$  函数的形式<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned}\epsilon(z) = & \sum_{n=-1}^{-\infty} \alpha_0 \delta(z-n) \\ & + \sum_{n=0}^N (\alpha - \beta |E(z)|^2) \delta(z-n) \\ & + \sum_{n=N+1}^{\infty} \alpha_0 \delta(z-n),\end{aligned}\quad (1)$$

其中  $\alpha_0$  和  $\alpha$  分别是不同区域的介电函数的线性项,  $-\beta |E(z)|^2$  是中间区域的介电函数的 Kerr 非线性项. 为了单位约化方便起见, 本文将晶格周期取为 1, 即坐标空间的长度单位, 将真空中的光速  $c$  取

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 60268001), 教育部高等学校骨干教师资助计划(1963)与国家 863 计划(批准号 863-416-1-10-5)资助的课题.

为 1,将背景介电常数取为 1,因此在本文中出现的长度、波数与频率均约化为无量纲的量,而无量纲的波函数定义为  $\psi = \sqrt{\beta E}$ .适当选择  $\alpha_0$  和  $\alpha$  可使线性带边构成光量子阱结构,而通过改变光强可调制非线性区域的带边.

在文献 [14] 中,运用转移矩阵方法,严格导出了这一可进行非线性带边调制的光子晶体的本征模式满足的方程,并进行了数值求解.本文将作进一步的计算,发现随着光强的变化电磁模由余弦函数型本征模转变为双曲正割函数型孤子类局域模,并由此引起能带在坐标空间调制.

### 3. 结 果

首先给出线性周期性结构的光子带隙结构.在方程 (1) 中,  $\alpha$  (或  $\alpha_0$ ) 代表线性散射势的强度.当晶格周期给定后,带隙的宽度与位置由  $\alpha$  (或  $\alpha_0$ ) 决定.在图 1 中给出  $\alpha_0 = 1.0$  和  $\alpha = 0.6$  的线性晶格的能带结构.对于  $\alpha = 1.0$ ,其禁带的低端位于  $\omega_{L0} = 1.721$ ,而对于  $\alpha = 0.6$ ,其禁带的低端位于  $\omega_L = 2.042$ .两者的禁带高端频率均为  $\omega_{H0} = \omega_H = \pi$ ,这一具有共同的上禁带边的现象是由介电函数的  $\delta$  函数近似引起的<sup>[12,14]</sup>.从  $\omega_L$  到  $\omega_H$  是各区域的共同的禁带范围.由于从  $n = 0$  到  $n = N$  的中间区域的禁带比  $n < 0$  和  $n > N$  的两边区域的禁带窄,使得中间区域有一部分允许带落入两边区域的禁带中( $\omega_{L0} < \omega < \omega_L$ ).在禁带中波函数是指数衰减的,而在允许带中波函数为 Bloch 波,因此两边的区域相当于量子势垒,而中间区域相当于一个量子势阱.所以这一结构类似半导体量子阱结构.在这一光量子阱结构中存在着离散电磁本征模<sup>[14]</sup>.

当中间区域具有 Kerr 非线性时,表征散射势强度的  $\alpha$  应由与光强有关的量  $(\alpha - \beta |E|^2)$  替代,我们将其定义为  $\alpha_{\text{eff}}$ .在图 2 中给出了带边随  $\alpha_{\text{eff}}$  的变化情况,图中阴影区表示禁带.我们看到,在  $\alpha_{\text{eff}} = 0$  处禁带消失,随  $\alpha_{\text{eff}}$  的增加禁带逐渐加宽.由于我们考虑的是负的 Kerr 非线性,所以随着光强的增加,  $\alpha_{\text{eff}}$  将减小,这就使得禁带部分地被关闭.

由于  $\alpha_{\text{eff}}$  的变化,将使光量子阱内的等效势函数的形状发生变化,从而使电磁本征模发生变化.按照文献 [14] 的方式,我们将本征模频率表示成  $C_0$  的函数,这里  $C_0$  是一个正比于  $n = 0$  处的波函数的

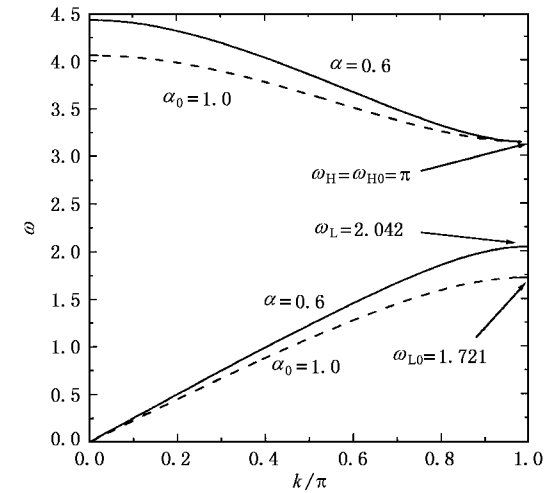


图 1 线性周期结构的光子带隙

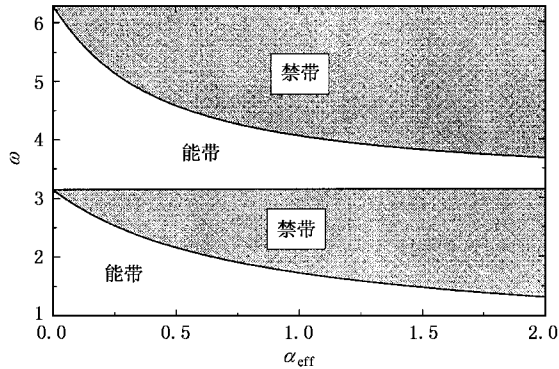


图 2 光子带隙随等效散射势强度  $\alpha_{\text{eff}}$  的变化

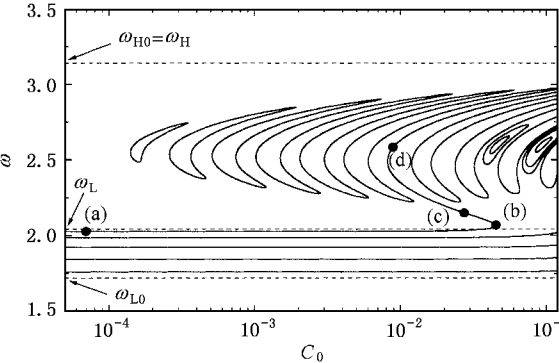


图 3 本征频率作为  $C_0$  的函数

量.在图 3 中给出的是本征模频率随  $C_0$  的变化情况,其中  $N = 16$ .当  $C_0$  很小时,电磁模频率趋于线性本征模频率.随  $C_0$  的增加,电磁模频率进入线性带隙中,而且出现了许多没有与线性本征模对应的新的孤子类电磁模,如图 3 中的环所示.与文献 [14]

中的  $\alpha = 0.5$  的情况比较, 我们发现在  $\alpha = 0.6$  的情况下, 在  $C_0$  较大的区域中的孤子模的环内出现了子环. 随  $\alpha$  增加子环越来越多.

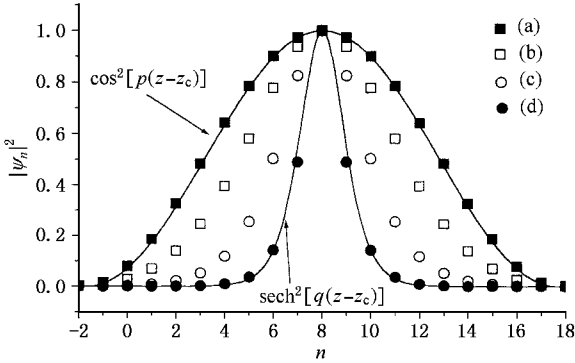


图 4 与图 3 中 (a)(b)(c)(d) 四种情况对应的晶格格点上的波函数

我们选择图 3 中 (a)(b)(c)(d) 四种情况计算了格点上的波函数. 标准化 (重新标度) 了的波函数的模平方如图 4 所示. 我们用余弦 (cos) 函数和双曲正割 (sech) 函数对波函数的包络进行了拟合, 发现其中 (a) 是典型的余弦型的本征模, 而 (d) 是典型的双曲正割型的孤子模. (b) 和 (c) 介于两者之间.

由波函数可得到  $\alpha_{\text{eff}}$  随坐标空间的变化, 从而可计算带边随坐标空间的变化. 以上 (a)(b)(c)(d) 四种情况对应的带边调制已示于图 5 中. 对于余弦型的本征模 (a), 带边几乎不变, 而对于双曲正割型

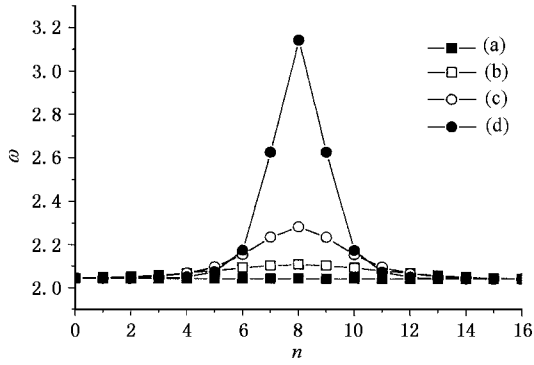


图 5 与图 3 中 (a)(b)(c)(d) 四种情况对应的光子带隙的下带边随晶格格点的变化

的孤子模 (d), 在波函数的峰值处的下禁带边已移至  $\omega = \pi$  处, 即线性禁带的高频端. 由于带边的移动, 使电磁模的频率发生了变化.

4. 结 论

本文严格计算了介电函数为  $\delta$  函数型并具有 Kerr 非线性的一维光子晶体中的电磁模. 由于介电函数与光的强度有关, 致使光子晶体的能带随光强的空间分布而调制. 由于禁带边局部地移入线性禁带中, 使带隙中出现丰富的孤子类电磁模. 随着光强的变化电磁模由余弦函数型本征模转变为双曲正割函数型孤子类局域模.

[ 1 ] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059

[ 2 ] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486

[ 3 ] Wang H and Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2172 [ in Chinese ] 王辉、李永平 2001 *物理学报* **50** 2172 ]

[ 4 ] Zhou P, You H Y, Wang S Y, Li H Y, Yang Y M and Chen X L 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2276 [ in Chinese ] 周 鹏、游海洋、王有松、李合印、杨月梅、陈良尧 2002 *物理学报* **51** 2276 ]

[ 5 ] Jiang Y, Niu C and Lin D L 1999 *Phys. Rev.* **B 59** 9981

[ 6 ] Qiao Feng, Zhang Chun, Wan Jun and Zi Jian 2000 *Appl. Phys. Lett.* **77** 3698

[ 7 ] Yano S, Segawa Y, Bae J S, Mizuno K, Miyazaki H, Ohtaka K, Yamaguchi S 2001 *Phys. Rev.* **B 63** 153316

[ 8 ] Chen W, Mills D L 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 160

[ 9 ] Chen W, Mills L. 1987 *Phys. Rev.* **B 36** 6269

[ 10 ] Li S M, Wang Q, Wu Z and Wei Qing 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 489 [ in Chinese ] 李松茂、王 齐、吴 中、卫 青 2001 *物理学报* **50** 489 ]

[ 11 ] Li Qiming, Chan C T, Ho K M and Soukoulis C M 1996 *Phys. Rev.* **B 53** 15577

[ 12 ] Lidorikis E, Li Qiming and Soukoulis C M 1996 *Phys. Rev.* **B 54** 10249

[ 13 ] Lidorikis E, Busch K, Li Qiming, Chan C T and Soukoulis C M 1997 *Phys. Rev.* **B 56** 15090

[ 14 ] Liu Nian-Hua, Zhu Shi-Yao, Chen Hong 2001 *Phys. Rev.* **B 64** 165105

# Effects of Kerr nonlinearity on the band-gap structure of one-dimensional photonic crystals<sup>\*</sup>

Liu Nian-Hua   Fu Ji-Wu

( *Department of Physics , Nanchang University , Nanchang 330047 ,China* )

( Received 16 September 2002 ; revised manuscript received 8 November 2002 )

## Abstract

The effects of Kerr nonlinearity on the band-gap structure of one-dimensional photonic crystals was investigated. The photonic band-gap in the nonlinear region can be modulated by changing the intensity. It was found that due to the nonlinear modulation, the electromagnetic eigenmodes of cosine function type go into the linear gap and become soliton-like modes of hyperbolic secant function type. A number of novel soliton-like electromagnetic modes are found in the gap.

**Keywords :** photonic crystal , Kerr nonlinearity , gap soliton

**PACC :** 4270Q , 4265S , 4265

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 60268001 ), by the Foundation for University Key Teachers from the Ministry of Education of China( 1963 ), and by the National High-Tech ICF Committee in China( Grant No.863-416-1-10-5 ).