

裂缝性地层黏弹性地震多波波动方程^{*}

杜启振^{1)†} 杨慧珠²⁾

¹⁾ 石油大学(华东)地球资源与信息学院, 东营 257061)

²⁾ 清华大学工程力学系, 北京 100084)

³⁾ 石油大学中国石油天然气集团公司物探重点实验室, 北京 102249)

(2003 年 10 月 13 日收到, 2003 年 11 月 30 日收到修改稿)

裂缝检测是目前国内外石油勘探界研究的一个热点问题, 如何确定裂缝方位等参数是石油公司面临的难题, 而解决该难题就要确定裂缝方位等参数与地震波场传播之间的定量关系. 但是目前所采用的裂缝性地层介质模型不能完全定量地反映裂缝的方位特征和衰减特征. 针对该问题, 建立了具有任意裂缝方位的裂缝性地层介质模型; 并构造了时间增量的方法, 将非线性的卷积分采用近似的方法实现, 建立了以位移场表示的具有任意方位角的黏弹性方位各向异性介质的波动方程. 该波动方程定量地给出了黏弹性波场特征与裂缝走向的关系, 描述了黏弹性地震波在这种介质中的传播机理.

关键词: 裂缝, 各向异性, 黏弹性, 波动方程

PACC: 9100, 9130R

1. 引 言

地震勘探中具有实际意义的描述岩石各向异性的介质模型有两种: 横向各向同性和方位各向异性. 其中横向各向同性又称为具有垂直对称轴的横向各向同性(vertical transverse isotropy, 简记为 VTI), 该介质模型常常用于描述沉积薄层. 在近 50 年的地震勘探史中(始于 20 世纪 70 年代末), 只要一提起各向异性, 人们自然认为指的是极各向异性, 这主要是基于水平层状介质模型的假设. 但是, Nur^[1]于 1969 年用实验证实对岩石施加压力会产生各向异性. 此后不久, Gupta^[2]于 1973—1974 年间指出由于地壳沉积的非各向同性应力场的存在控制了裂缝的排列方向, 那么在地震波传播过程中也会出现类似的影响(尤其是横波), 并且把上述认识应用于对天然地震数据的研究中. 由于裂缝通常是沿着某一方位排列的, 因此这一认识奠定了研究地球介质方位各向异性的理论基础. 遗憾的是, 该研究并未引起人们的足够重视. 在此之后, Crampin^[3]发表了具有重要意义的文章, 指出横波分裂是方位各向异性介质的最主

要特征之一. 在天然地震学领域将方位各向异性的理论推进了一大步, 并指出了其深远的影响. 在地震勘探领域开始使用方位各向异性见于 20 世纪 80 年代初, 在 1986 年 SEG 年会上“各向异性”专题的设立更是预示着方位各向异性应用的到来.

随着对国外能源依赖程度的加深, 中国石油储备制度的缺陷开始暴露. “中国 21 世纪石油战略”已经基本确定将新疆、陕甘宁、川渝、青海四大油气区作为中国的四大战略储备油气田, 国家将有计划地把某些完成勘探或开发的油田(天然气田)封存或减量开采, 作为战略储备资源势在必行. 而在这些战略储备油气田中, 油气藏的储集空间是以裂缝性储集层为主. 裂缝性油气藏的研究应从力学机制研究入手, 国际上常用的描述裂缝性油气藏的力学介质模型就是方位各向异性介质模型. 但是, 由于当前对地震波在地震各向异性介质中的传播规律认识深度不足, 目前还没有形成一套系统的裂缝检测的理论和方法, 使得我国在裂缝性油气圈闭的勘探与开发上都处于起步阶段, 大部分裂缝性储集层的发现还属于偶然. 为此本文开展以裂缝方位作为参数的黏弹性波动方程的研究, 期望能够揭示裂缝方位及其黏

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 40304008)和中国石油天然气集团公司物探重点实验室开放基金(批准号: GPKL0407)资助的课题.

[†] E-mail: duqizhen@tsinghua.org.cn

弹性与地震波场在地球介质中传播的定量关系,为油田开发提供依据.

复杂各向异性介质的本构关系^[4]很多人做出了研究,但就裂缝性地层介质的力学研究而言,最具概括性的力学介质模型是各向异性黏弹性本构关系^[5]模型.基于广义标准线性固体模型,Carcione^[6,7]建立了各向异性黏弹性介质中的随时间变化的松弛矩阵,并且建立了针对各向异性黏弹性介质中的波动方程.在该方程中同时考虑了各向异性和黏弹性两种机制,可以用于各种常规的地震介质模型的分析,如VTI介质、HTI介质、正交各向异性介质等.但是,对于具有任意方位角的裂缝性地层模型(AHTI^[8-10]介质)而言,却无法建立地震波场特征与裂缝方位的定量关系.而油田工作者希望能够找到裂缝的发育方位,以便他们能够垂直于裂隙打水平井,从而获得最高的油产量,因此裂缝的发育方位是需要搞清楚

的重要参数.基于上述考虑,本文采用时间增量的方法,建立了以裂缝方位作为参数的黏弹性波动方程.

2. 基本方程

方位各向异性黏弹性本构关系中出现了卷积积分,这是波动方程实现的最大困难.因此,本节对本构关系重新表述以便于推导黏弹性波动方程,用到的参数、变量参见文献[6].

2.1. 观测坐标系内本构关系

假定松弛矩阵 Ψ' 定义在自然坐标系 F' ; 设求解坐标系 F 内的松弛矩阵为 Ψ (图1). 因此, 松弛矩阵的坐标变换为

$$\Psi_{IJ} = M_{IL} M_{JK} \Psi'_{LK}, \quad (1)$$

其中 M 是变换矩阵, 形式如下:

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\phi \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & 0 & 0 & 0 & \sin 2\phi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0.5 \sin^2 \phi & -0.5 \sin^2 \phi & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其分量为 M_{IJ} , 这些分量与空间的变化有关.

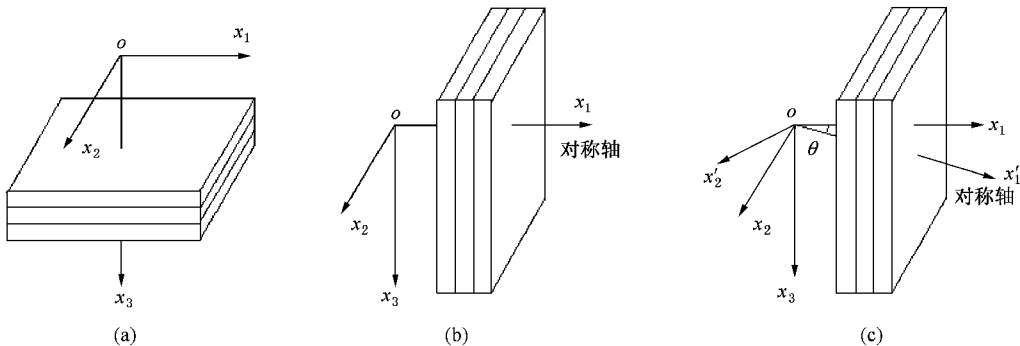


图1 坐标系旋转关系 (a)为VTI模型 (b)为HTI模型 (c)为AHTI模型

采用 Carcione^[6]建立的下述应力应变关系:

$$T_I = \Psi_{IJ} * \dot{S}_J = \{ [A_{IJ} + A_{IJ}^{(v)} x_v(t)] H(t) \} * \dot{S}_J. \quad (3)$$

这里 $x_v(t)$ 是与时间有关的松弛函数, 称之为“核”,

$$x_v = \left[1 - \sum_{l=1}^{L_v} \left(1 - \frac{\tau_{el}^{(v)}}{\tau_{ol}^{(v)}} \right) e^{-t/\tau_{ol}^{(v)}} \right], \quad v = 1, 2 \quad (4)$$

是分别对应于准纵波 $v = 1$ 和准横波 $v = 2$ 的松弛函数, 变量 $\tau_{el}^{(v)}(x)$, $\tau_{ol}^{(v)}(x)$ 分别是材料的第 l 个机制的衰减时间, L_v 是松弛机制的总数. $A, A^{(v)}$ 是与空间有关的矩阵; $H(t)$ 是 Heavside 函数. 依据 Neumann 定律, 松弛矩阵具有的对称性依赖于材料的对称性. 合并方程(1)和(3), 并利用卷积的性质得到

$$T_l = M_{ll}M_{JK} \left[A_{lK}S_J + A_{lK}^{(v)} \frac{dx_v}{dt} * S_J \right]$$

$$= M_{ll}M_{JK} \left\{ [A_{lK} + A_{lK}^{(v)}M_{ww}] S_J + A_{lK}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} \varphi_{vl} * S_J \right\}. \tag{5}$$

这里,

$$\varphi_{vl} = \frac{dx_{vl}}{dt} = \frac{1}{L_v \tau_{ol}^{(v)}} \left(1 - \frac{\tau_{el}}{\tau_{ol}^{(v)}} \right) e^{-t/\tau_{ol}^{(v)}},$$

$$l = 1 \dots L_v, \tag{6}$$

称之为第 l 个松弛机制的响应函数.

$$M_{ww} \equiv x_v(0) = \left[1 - \frac{1}{L_v} \sum_{l=1}^{L_v} \left(1 - \frac{\tau_{el}}{\tau_{ol}^{(v)}} \right) \right], \quad V = 1 \ 2 \tag{7}$$

是非松弛模量. 函数 φ_{vl} 满足下述微分方程:

$$\dot{\varphi}_{vl} = -\varphi_{vl}(t) / \tau_{ol}^{(v)}. \tag{8}$$

定义下述记忆变量:

$$E_{Jl}^{(v)} = \varphi_{vl} * S_J,$$

$$v = 1 \ 2; J = 1 \dots 6;$$

$$l = 1 \dots L_v. \tag{9}$$

将这些量代入(5)式,得到观测坐标系下的本构关系

$$T_l = M_{ll}M_{JK} \left\{ [A_{lK} + A_{lK}^{(v)}M_{ww}] S_J + A_{lK}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{Jl}^{(v)} \right\}$$

$$\triangleq G_{IJ}S_J + B_{IJ} \sum_{l=1}^{L_v} E_{Jl}^{(v)}, \tag{10}$$

式中矩阵定义如下:

$$G_{IJ} = M_{ll}M_{JK} [A_{lK} + A_{lK}^{(v)}M_{ww}] \triangleq M_{ll}M_{JK}\alpha_{lK},$$

$$\alpha_{IJ} = A_{IJ} + A_{IJ}^{(v)}M_{ww}, \tag{11}$$

$$B^{(v)} = M A^{(v)} M,$$

其中与空间有关的矩阵 $A^{(v)}$ 在观测坐标系 F 下表示为 $B^{(v)}$, $\nu = 1$ 表示准纵波, $\nu = 2$ 表示准横波.

利用微分方程(8),并对记忆变量(9)式关于时间 t 进行求导,得到

$$\dot{E}_{Jl}^{(v)} = S_J \varphi_{vl}(0) - E_{Jl}^{(v)} / \tau_{ol}^{(v)}, \quad l = 1 \dots L_v. \tag{12}$$

重新整理上式,得到

$$\dot{E}_{Jl}^{(v)} + \frac{E_{Jl}^{(v)}}{\tau_{ol}^{(v)}} = S_J \varphi_{vl}(0). \tag{13}$$

这是一个一阶的线性微分方程,其通解为

$$E_{Jl}^{(v)} = \int_0^t \varphi_{vl}(0) e^{-(t-\tau) / \tau_{ol}^{(v)}} S_J(\tau) d\tau. \tag{14}$$

在弱黏滞性条件下^[11](黏滞系数随频率线性变化,即忽略二次以上的项)利用时间增量的方法求解此非线性方程,可得其近似解为

$$E_{Jl}^{(v)}(t + \Delta t) = \int_0^t \dot{\varphi}_{vl}(0) e^{-(t+\Delta t-\tau) / \tau_{ol}^{(v)}} S_J(\tau) d\tau$$

$$+ \int_t^{t+\Delta t} \dot{\varphi}_{vl}(0) e^{-(t+\Delta t-\tau) / \tau_{ol}^{(v)}} S_J(\tau) d\tau$$

$$= e^{-\Delta t / \tau_{ol}^{(v)}} E_{Jl}^{(v)}(t) + \dot{\varphi}_{vl}(0) S_J(t) \tau_{ol}^{(v)}$$

$$\times (1 - e^{-\Delta t / \tau_{ol}^{(v)}}). \tag{15}$$

因此,采用时间增量的方法,利用上一时刻记忆变量的值可以确定出下一时刻记忆变量的值.

2.2. 运动方程

三维黏弹性各向异性介质的运动方程以分量形式表示为^[6,7]

$$D_{ij}T_j + f_i = \rho \ddot{u}_i, \tag{16}$$

其中 $u(x, t)$ 是质点位移向量, $F(x, t)$ 是体力向量, $\rho(x)$ 是密度, D 是散度算子,定义如下:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

2.3. 应变位移关系

应变与位移的关系以分量形式表示为^[6,7]

$$S_J = D_{Ji}u_i. \tag{18}$$

3. 波动方程

将几何关系(18)式代入本构方程(10)中,然后将得到的本构关系代入运动方程(16),可得黏弹性方位各向异性介质的波动方程,

$$\nabla_{il} G_{IJ} \nabla_{Jj} u_j + \nabla_{il} B_{IJ}^{(v)} \sum_{l=1}^{L_v} E_{Jl}^{(v)} + \rho f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}. \tag{19}$$

3.1. 方位各向异性黏弹性介质的波动方程

采用位移分量的形式表示三维方位各向异性黏弹性介质的波动方程

$$\left(G_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_{55} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2G_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) u_x + \left(G_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_{45} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (G_{12} + G_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) u_y$$

$$\begin{aligned}
& + \left((G_{13} + G_{55}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + (G_{36} + G_{45}) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) u_z + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial x} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{11}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} + B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} \right) E_{1l}^{(2)} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{12}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} - B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} \right) E_{2l}^{(2)} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{13}^{(2)} \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial x} \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} B_{45}^{(2)} \frac{\partial E_{4l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{55}^{(2)} \frac{\partial E_{5l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} + B_{66}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} \right) E_{6l}^{(2)} + \rho f_x = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \quad (20a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(G_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_{26} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_{45} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (G_{12} + G_{66}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) u_x + \left(G_{66} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_{22} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2G_{26} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) u_y \\
& + \left((G_{36} + G_{45}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + (G_{23} + G_{44}) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) u_z + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial y} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{12}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} + B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} \right) E_{1l}^{(2)} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{11}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} - B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} \right) E_{2l}^{(2)} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{13}^{(2)} \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial y} \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} B_{44}^{(2)} \frac{\partial E_{4l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{45}^{(2)} \frac{\partial E_{5l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{66}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} - B_{16}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} \right) E_{6l}^{(2)} + \rho f_y = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \quad (20b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((G_{13} + G_{55}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + (G_{36} + G_{45}) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) u_x + \left((G_{36} + G_{45}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + (G_{23} + G_{44}) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \right) u_y \\
& + \left(G_{55} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + G_{44} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + G_{33} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2G_{45} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) u_z + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial z} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} B_{13}^{(2)} \frac{\partial E_{1l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{13}^{(2)} \frac{\partial E_{2l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} B_{33}^{(2)} \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{44}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} + B_{45}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} \right) E_{4l}^{(2)} \\
& + \sum_{l=1}^{L_v} \left(B_{45}^{(2)} \frac{\partial}{\partial y} + B_{55}^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} \right) E_{5l}^{(2)} + \rho f_z = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \quad (20c)
\end{aligned}$$

其中, 记忆变量 $E_{jl}^{(v)}$, $j=1, \dots, 6$ 由下式确定:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} E_{1l}^{(v)}(t + \Delta t) \\ E_{2l}^{(v)}(t + \Delta t) \\ E_{3l}^{(v)}(t + \Delta t) \\ E_{4l}^{(v)}(t + \Delta t) \\ E_{5l}^{(v)}(t + \Delta t) \\ E_{6l}^{(v)}(t + \Delta t) \end{bmatrix} &= e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}} \begin{bmatrix} E_{1l}^{(v)}(t) \\ E_{2l}^{(v)}(t) \\ E_{3l}^{(v)}(t) \\ E_{4l}^{(v)}(t) \\ E_{5l}^{(v)}(t) \\ E_{6l}^{(v)}(t) \end{bmatrix} + \phi_{il}(0) \tau_{ol}^{(v)} (1 - e^{-\Delta t/\tau_{ol}^{(v)}}) \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x(t)}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y(t)}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z(t)}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y(t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(t)}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z(t)}{\partial x} + \frac{\partial u_x(t)}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x(t)}{\partial y} + \frac{\partial u_y(t)}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (21)
\end{aligned}$$

3.2. 黏弹性 HTI 介质的波动方程

理想的方位各向异性介质模型是 HTI 介质模型, 即具有水平对称轴的横向各向同性介质模型. 换言之, 就是方位角为零的 AHTI 介质模型. 该介质模型在早期的裂缝性油气藏勘探中起到了至关重要的作用. 对上述 AHTI 介质模型的黏弹性地震波

的波动方程进行退化, 可以得到 HTI 介质模型的黏弹性地震波的波动方程.

当方位角为零时, 即测线方位和裂缝走向一致时, 松弛矩阵 $G_{IJ} \rightarrow \alpha_{IJ}$, $I, J=1, \dots, 6$ (参见 (11) 式), 与空间有关的矩阵 $B_{IJ}^{(2)} \rightarrow A_{IJ}^{(2)}$, $I, J=1, \dots, 6$. 代入波动方程并化简后得到

$$\begin{aligned} & \left(\alpha_{33} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_{44} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_{44} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u_x + \alpha_{44} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \alpha_{44} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial x} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) \\ & + \sum_{l=1}^{L_v} \left(\frac{4}{3} G \frac{\partial E_{1l}^{(2)}}{\partial x} - \frac{2}{3} G \frac{\partial E_{2l}^{(2)}}{\partial x} - \frac{2}{3} G \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial x} + c_{44} \frac{\partial E_{5l}^{(2)}}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial E_{6l}^{(2)}}{\partial y} \right) + \rho f_x = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{44} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \left(\alpha_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_{11} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_{66} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u_y + \alpha_{66} \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z} + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial y} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) \\ & + \sum_{l=1}^{L_v} \left(-\frac{2}{3} G \frac{\partial E_{1l}^{(2)}}{\partial y} + \frac{4}{3} G \frac{\partial E_{2l}^{(2)}}{\partial y} - \frac{2}{3} G \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial y} + G \frac{\partial E_{4l}^{(2)}}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial E_{6l}^{(2)}}{\partial x} \right) + \rho f_y = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (22b)$$

$$\begin{aligned} & (\alpha_{13} + \alpha_{44}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + (\alpha_{11} - \alpha_{66}) \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial z} + \left(\alpha_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_{66} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_{11} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u_z \\ & + \sum_{l=1}^{L_v} \left(D - \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial}{\partial z} (E_{1l}^{(1)} + E_{2l}^{(1)} + E_{3l}^{(1)}) + \sum_{l=1}^{L_v} \left(-\frac{2}{3} G \frac{\partial E_{1l}^{(2)}}{\partial z} - \frac{2}{3} G \frac{\partial E_{2l}^{(2)}}{\partial z} \right. \\ & \left. + \frac{4}{3} G \frac{\partial E_{3l}^{(2)}}{\partial z} + G \frac{\partial E_{4l}^{(2)}}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial E_{5l}^{(2)}}{\partial x} \right) + \rho f_z = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (22c)$$

其中,记忆变量 $E_{jl}^{(v)}$, $j=1, \dots, 6$ 由(21)式确定.

4. 结论和讨论

本文建立的波动方程与 Carcione^[6,7]建立的黏弹性各向异性介质的波动方程有以下两个方面的不同(1)Carcione 虽然也对坐标系进行了旋转,但只是为了“本构关系更为方便地描述”.本文对旋转角赋予了明确的物理意义,即把旋转角定义为裂缝的方位角,由此建立的波动方程比较适合于对裂缝性油气藏进行裂缝走向的分析.据此,油田工作者可以根据裂缝走向打水平井,从而获得最高的油产量.(2)针对记忆变量的处理方法不同.Carcione 直接利用(12)式的微分关系式建立了递推格式,本文对微分关系式(12)进一步整理,得到了关于记忆变量的一阶微分方程.在弱黏滞性条件下,采用时间增量的方

法,把上述一阶微分方程的通解用近似解来代替,从而建立了递推公式.采用这种方法不仅避免了卷积运算,而且更为直观.

在波动方程中实现方位各向异性黏弹性本构关系的最大障碍是卷积积分.本文构造了时间增量的方法,将非线性的卷积积分采用近似的方法实现,解决了黏滞性变形对地震波场传播造成的影响.建立了以位移场表示的具有任意方位角的黏弹性方位各向异性介质的波动方程.该波动方程以裂缝走向作为其中的一个重要参数,定量地描述了黏弹性波场特征与裂缝走向的关系.同时,由于在本构关系中含有两种松弛函数,所以该波动方程也描述了不同模式波(纵波、横波)的波场特征与黏弹性参数的定量关系.总之,本文建立的黏弹性方位各向异性介质的波动方程定量地揭示了裂缝方位与地震波传播的关系,能够为油田的开发战略提供依据.

[1] Nur A 1969 *J. Geophys. Res.* **74** 6667

[2] Gupta I N 1973 *Bull. Seis. Soc. Am.* **63** 1157

[3] Crampin S 1985 *Geophysics* **50** 343

[4] Li Y, Song J Zhang Z M 2003 *Chin. Phys.* **12** 1187

[5] Christenson R M 1982 *Theory of Viscoelasticity, an Introduction* (New York: Academic Press) p38

[6] Carcione J M 1990 *Geophys. J. Int.* **101** 739

[7] Carcione J M 1995 *Geophysics* **60** 537

[8] Du Q Z, Yang H Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2101 (in Chinese) [杜启振、杨慧珠 2002 物理学报 **51** 2101]

[9] Du Q Z, Yang H Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2010 (in Chinese) [杜启振、杨慧珠 2003 物理学报 **52** 2010]

[10] Du Q Z 2003 *Ph. D. Thesis* (Beijing: Tsinghua University) p31 (in Chinese) [杜启振 2003 博士学位论文(北京:清华大学)第31页]

[11] Futterman W I 1962 *J. Geophys. Res.* **67** 5279

Viscoelastic wave equations of seismic multi-wave in fractured media^{*}

Du Qi-Zhen^{1)†} Yang Hui-Zhu²⁾

¹⁾(School of Oil Resources and Information , University of Petroleum (East China) , Dongying 257061 , China)

²⁾(Department of Engineering Mechanics , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

³⁾(Key Laboratory of Geophysical Prospecting of China National Petroleum Corporation , University of Petroleum , Beijing 102249 , China)

(Received 13 October 2003 ; revised manuscript received 30 November 2003)

Abstract

In the field of the oil exploration , the research is focused on the fracture detection in recent years . The difficulty is how to determine the orientation of the crack . To solve this problem , the relationship between the wave equations and the orientation of the crack should be determined . Unfortunately , the existing wave equations cannot completely reveal these relations . This paper studies the fractured media with arbitrary azimuthal angles . The convolution integral is solved incrementally , and then the corresponding time-domain wave equations are presented . The wave equations may be solved to model the wave propagation in the azimuthally anisotropic and viscoelastic media and to reveal the mechanisms of seismic multi-wave propagation in fractured media .

Keywords : fracture , anisotropy , viscoelasticity , wave equation

PACC : 9100 , 9130R

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40304008) and the China National Petroleum Corporation (Grant No. GPKL0407).

[†] E-mail : duqizhen@tsinghua.org.cn