

# 全息明孤子的波导特性<sup>\*</sup>

张绘蓝 张光勇 王 程 刘时雄 刘劲松<sup>†</sup>

(华中科技大学光电科学与技术学院 武汉 430074)

(2006 年 4 月 26 日收到 2006 年 5 月 25 日收到修改稿)

研究了光折变晶体中的全息明孤子所产生的波导的特性. 结果表明波导所有可能的导模数依赖于产生波导的全息明孤子光的强度. 利用数值计算给出了在不同的孤子强度时波导的导模并考察了波导对导模和正弦余弦波的动态导引.

关键词: 非线性光学, 全息孤子, 波导, 导模

PACC: 4265J, 4265S, 4240E

## 1. 引 言

全息孤子是一种基于双光束耦合而产生的新型的空间孤子. 两束(或多束)相干光在非线性晶体中的干涉会对该介质的折射率产生一个周期性的变化, 从而形成一个介质折射率光栅. 同时光束在通过该光栅时产生 Bragg 衍射形成对光束的聚焦从而平衡光束本身由于衍射所导致的发散. 这一过程保证了两束光同时保持不变的波形在晶体中传输. 也就是说两束光相互作用共同形成了全息孤子, 而且每束光都是全息孤子不可分离的一部分. 这也是全息孤子不同于以往大量研究的那些空间孤子, 全息孤子是作为其组成分量的两束光之间的互相位调制产生的, 而传统研究的那些孤子是基于自陷自相位调制产生的. Cohen 提出了全息孤子的基本理论并预言了全息孤子能够在光折变晶体中存在<sup>[1]</sup>.

目前对全息孤子的研究已经引起了广泛的兴趣<sup>[2-6]</sup>. 而关于全息孤子产生时在光折变晶体中写入的波导特性的研究还没有开展. 本文由线性波导理论出发研究了全息明孤子所产生的波导特性, 分析了该波导的导模数和产生该波导全息明孤子的光强的关系, 并且从理论上给出了这些导模的波形和在波导中的动态导引. 最后考察了实验上常见的三角波在全息明孤子产生的波导中的导引.

## 2. 基本理论

我们考虑 Cohen 提出的光折变晶体中的全息孤子, 入射光的光场满足方程<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2ik \cos(\theta) \frac{\partial A}{\partial z} \\ + \frac{2k^2 \Delta n_0 \cos(2\theta)}{n_0} \frac{|B|^2}{|A|^2 + |B|^2 + I_B} A = 0, \\ \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + 2ik \cos(\theta) \frac{\partial B}{\partial z} \\ + \frac{2k^2 \Delta n_0 \cos(2\theta)}{n_0} \frac{|A|^2}{|A|^2 + |B|^2 + I_B} B = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$A, B$  是两束入射光的复数振幅包络, 波矢  $k = n_0 k_0$  ( $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  是光波在自由空间的波长),  $n_0$  是未受扰动时介质的折射率,  $I_B$  为背景光强,  $\theta$  为波矢和  $z$  轴的夹角并且  $\theta \ll 1$ . 设  $U = I_B^{-1/2} A, V = I_B^{-1/2} B$  并采用无量纲变量  $s = x/x_0, \xi = z(z_0 \cos \theta), z_0 = kx_0^2$ ,  $x_0$  是任意的空间宽度. 代入(1)式得到

$$\begin{aligned} i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \eta \frac{|V|^2}{|U|^2 + |V|^2 + 1} U = 0, \\ i \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} + \eta \frac{|U|^2}{|U|^2 + |V|^2 + 1} V = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\eta = \frac{k^2 x_0^2 \Delta n_0 \cos(2\theta)}{n_0}$ , 对明孤子  $\eta > 0$  而对暗孤子  $\eta < 0$ . 本文采用以下参数值  $x_0 = 25 \mu\text{m}, \Delta n_0 = 1.55 \times 10^{-6}, \lambda_0 = 50 \mu\text{m}, \theta = 0.1^\circ, n_0 = 2.37$  因而  $\eta = 0.36$ .

\* 国家自然科学基金(批准号:10574051)资助的课题.

† E-mail: jslu4508@vip.sina.com

令  $U = V = r^{1/2} u(s) \exp(i\alpha\xi)$  其中  $\alpha$  是非线性的传播常数,  $r$  定义为强度最大值,  $u(s)$  是归一化的振幅包络. 代入(2)式可得到

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + 2\eta \frac{ru^2}{2ru^2 + 1} u - 2\alpha u = 0. \quad (3)$$

(3) 式的解已经得到了广泛的研究, 在合适的边界条件下(3)式的明暗孤子解可以通过积分得到<sup>[16-9]</sup>, 并且在明孤子时  $\alpha = \eta/2 - \eta \ln(1 + 2r)/4r$ , 在暗孤子时  $\alpha = -r/(2r + 1)$ . 从波导理论出发可以这样理解空间孤子, 当一束光在非线性晶体中产生一个有效的波导, 并且该束光正好是这个波导的一个导模时, 就意味着这束光是空间光孤子<sup>[10]</sup>. 将这一观点推广到全息明孤子, 孤子解  $r^{1/2} u(s)$  描述了全息孤子的  $U$  分量同时也描述了  $V$  分量, 由波导理论这两个分量组成的全息孤子一旦形成就会在光折变晶体中产生一个梯度波导并能够导引这个孤子本身. 这个折射率波导为<sup>[11]</sup>

$$n(x) = n_0 + \Delta n(x) = n_0 + \Delta n_0 \frac{ru^2(x)}{2ru^2(x) + 1} \cos(2\theta) + \text{c.c.} \quad (4)$$

由于在对(3)式求明暗孤子解的过程中,  $u(s)$  在  $\eta$  固定时由  $r$  决定, 因而此时由全息孤子产生的波导结构也完全依赖于  $r$ .

### 3. 全息明孤子产生波导的导模

现在我们分析由明全息孤子所产生的波导特性, 入射一束探测光到由(4)式所描述的波导中, 设探测光的光波场为  $E_{\text{probe}}(x, z, t) = P(x, z) \exp(ikz - i\omega t) + \text{c.c.}$ ,  $P(x, z)$  为振幅包络,  $\omega$  是探测光的频率, 探测光具有与明全息孤子相同的波长和极化方向. 将  $E_{\text{probe}}(x, z, t)$  连同(4)式代入到亥姆赫兹方程中, 并且对  $x$  轴和  $z$  轴采用  $s = x/x_0$ ,  $\xi' = z/(kx_0^2) = \xi \cos(\theta)$  的无量纲变换(为了能和全息明孤子在相同的  $x$  轴表述, 此处的  $x_0$  和用来无量纲化(1)式的取相同值), 得到

$$\frac{\partial^2 P}{\partial s^2} + 2i \frac{\partial P}{\partial \xi'} + 2\eta \frac{ru^2(s)}{1 + 2ru^2(s)} P = 0. \quad (5)$$

将上式中的  $P(s, \xi')$  用一种常用的表述写成  $P(s, \xi') = A^{1/2} y(s) \exp(i\beta\xi')$ , 代入(5)式得到

$$\frac{\partial^2 y}{\partial s^2} + 2\eta \frac{ru^2(s)}{1 + 2ru^2(s)} y - 2\beta y = 0, \quad (6)$$

$\beta$  为传播常数,  $A$  为探测光最大光强,  $y(s)$  是探测光的归一化的振幅包络. 通过解(6)式可以得到能够存

在于由(4)式所描述的波导中的导模, 而(6)式实际上就是一个本征值问题. 对比(3)和(6)式, 发现  $u(s)$  是(6)式的一个本征值为  $\beta = \alpha$  的本征解. 由于  $u(s)$  是明孤子的包络所以没有通过零点, 因而它是全息明孤子所产生的波导的第一个模式即基模. 这一点已经对所有的明孤子得到了证实<sup>[11, 12]</sup>.

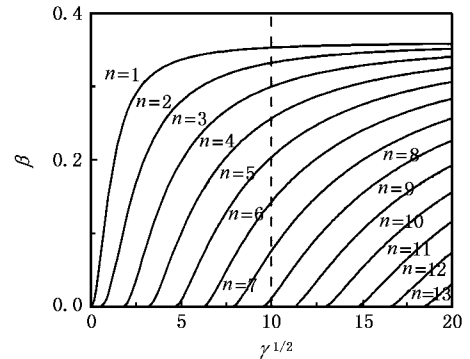


图1 不同的  $r^{1/2}$  和不同模式对应的传播常数  $\beta$  从虚线与所有曲线的交点可以看出在  $r^{1/2} = 10$  时波导有 8 个模式

通过数值求解(6)式可以得到该波导的其他模式. 正如前面所提到的, 波导结构由  $r$  所决定, 因此  $r$  给定意味着波导结构也给定. 在本征方程的边界条件下, 对每一个特定的  $r$ , 可以得到(6)式的一组本征值  $\beta$ , 每一个  $\beta$  对应我们所求波导的一个可能的模式, 我们把  $\beta$  逐一代入(6)式并对(6)式数值积分就可以得到在给定的  $r$  值的所有的(6)式的本征解, 即全息明孤子所产生波导的导模. 我们用  $n$  来区分这一组模式中的每一个模式, 如  $n=1$  就对应基模. 图1给出了在  $0 \leq r \leq 400$  区间的每一个  $r$  所对应的  $\beta$ , 例如  $n=2$  的曲线是在  $0 \leq r \leq 400$  区间内所有  $n=2$  模式所对应的  $\beta$  值的集合. 图中虚线标出了在  $r^{1/2} = 10$  时所对应的一组  $\beta$  值, 而在由这个  $r$  值决定的波导的模式数可以从这条虚线和所有表示  $\beta$  值的曲线的交点数得到, 在  $r^{1/2} = 10$  波导有 8 个模式. 我们可以看到除了在  $r < 0.25$  时只有一个模式存在, 在这个范围之外随着  $r$  的增大模式数会越来越多, 这是因为大的  $r$  值对应的更宽的波导, 因而也就可以允许更多的导模. 图2给出了一部分(6)式的本征解, 即归一化的导模. 从图2可以看到高阶模相对于低阶模有更短的振荡周期和更多的峰.

下面研究导模在有全息明孤子产生的波导中的动态演化过程. 需要注意的是由于在解本征值方程(6)时, 探测光的最大光强值  $A$  可以任意取值, 因此将由(6)式得到的导模的归一化包络乘上一个任意的

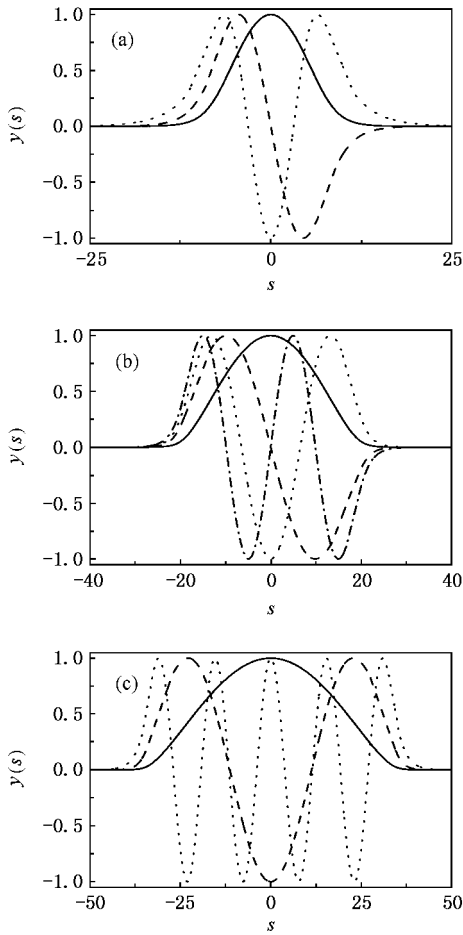


图 2 (a) 全息明孤子产生的波导在  $r = 10$  时的归一化导模 (实线表示  $n = 1$  模式, 划线表示  $n = 2$  模式, 点线表示  $n = 3$  模式) (b) 全息明孤子产生的波导在  $r = 100$  时的归一化导模 (实线表示  $n = 1$  模式, 划线表示  $n = 2$  模式, 点线表示  $n = 3$  模式, 点划线表示  $n = 4$  模式) (c) 全息明孤子产生的波导在  $r = 400$  时的归一化导模 (实线表示  $n = 1$  模式, 划线表示  $n = 3$  模式, 点线表示  $n = 9$  模式)

$A^{1/2}$  作为初始入射光代入 (5) 式可以得到该波导的导模在这个波导中的动态演化. 图 3 给出了  $r = 400$ ,  $m = 2$  和  $r = 400$ ,  $m = 3$  两个模式的演化, 可以看到这两个模式都能在演化过程中  $\xi' = \mathfrak{X} (z \approx 2 \text{ cm})$  保持不变的波形, 也就是说这两个模式的确是  $r = 400$  全息明孤子产生的波导的导模能被这个波导所引导, 从而验证了我们所得到的结果.

现在我们看看全息明孤子所产生的波导对一般的初始入射光的导引, 由于三角波和图 2 所示的导模存在比较大的相似度, 因此用常见的三角波作为初始入射波代入 (5) 式. 图 4 (a) 给出了当  $A = 0.1$  初始入射的归一化包络为  $y(s) = \cos(2\pi s/d)$  且周期  $d = 20$  的余弦波在  $r = 200$  时全息明孤子产生的波导中的传播, 图 4 (b) 给出了  $A = 0.1$  时归一化包络为  $y(s) =$

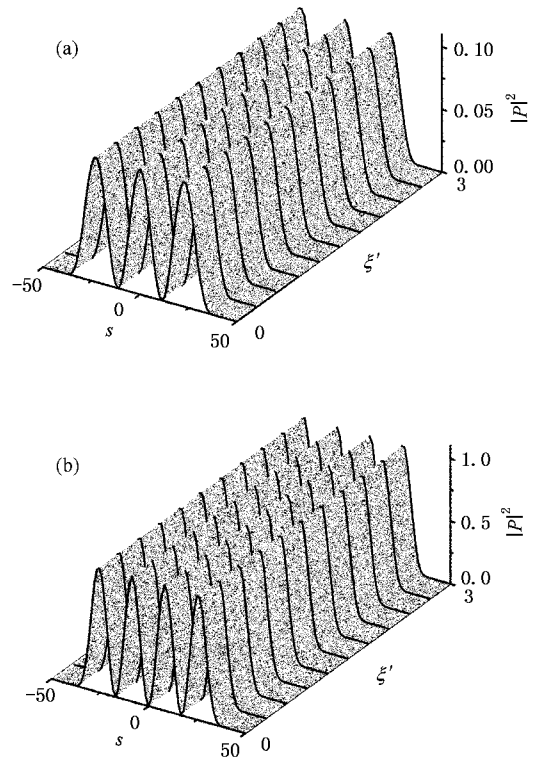


图 3 (a)  $r = 400$  时  $n = 3$  模式在全息明孤子产生的波导中的动态演化 (b)  $r = 400$  时  $n = 4$  模式在全息明孤子产生的波导中的动态演化

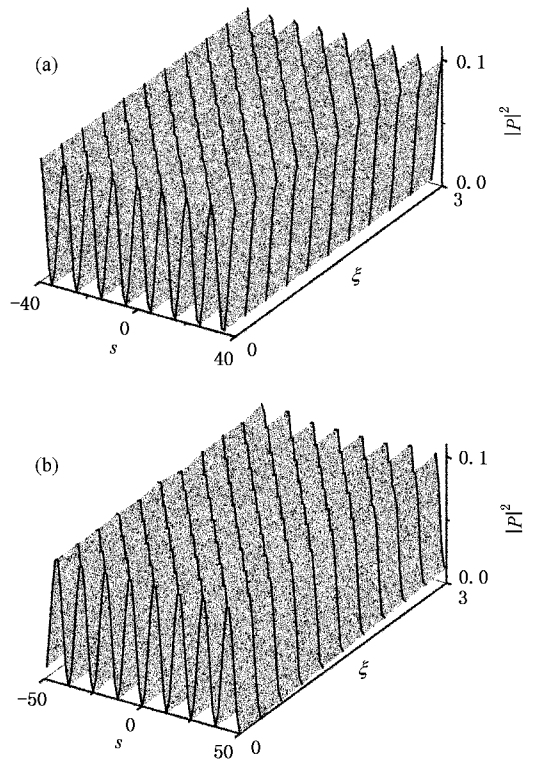


图 4 (a) 余弦波在由  $r = 200$  的全息明孤子产生的波导中的传播 (b) 正弦波在由  $r = 400$  的全息明孤子产生的波导中的传播

$\sin(2\pi s/d)$ 且周期  $d = 25$  的正弦波在  $r = 400$  的全息明孤子产生的波导中的传播.从图中可以看到,此时这两个入射波在  $z \approx 2$  cm 的传播中几乎保持完全不变的波形.从这个意义上讲,全息明孤子产生的波导能够实现三角波的导引.

需要说明的是,虽然在求解过程中  $A^{1/2}$  能够随意给定,而且在我们的数值模拟中  $A^{1/2}$  的值并不影响导模的动态演化,但是孤子产生的波导理论是建立在假定被导引的探测光强很小的基础上的.这是因为当  $A$  比较大时就意味着探测光的强度比较大,这样就会导致探测光会和波导强烈的作用从而改变由全息明孤子形成的折射率波导,使得(5)和(6)式变成一个耦合的方程组.对这种情况就不能运用本文所采用的线性波导分析来解决,而应该用非线性

的波导方法<sup>[13]</sup>.我们可以通过取较小的探测光强  $A$  或者在光折变晶体中对产生波导的孤子光采用光折变晶体敏感的波长而对探测光采用不敏感的波长来避免探测光和波导之间大的相互作用.

## 4. 结 论

本文从线性波导理论出发研究了一维稳态全息明孤子产生的波导的性质,通过数值计算得到了在不同的孤子光强度时波导的导模,不仅对导模在波导中的动态演化进行了模拟,而且对实验上常见的正弦波和余弦波在波导中的演化也进行了模拟,结果表明全息明孤子所产生的波导能够导引这两种三角波.

- |   |   |
|---|---|
| [ 1 ] Cohen O , Carmon T , Segev M <i>et al</i> 2002 <i>Opt. Lett.</i> <b>27</b> 2031                 | [ 8 ] Shih M F , Chen Z G , Mitchell M <i>et al</i> 1997 <i>J. Opt. Soc. Am. B</i> <b>14</b> 3091 |
| [ 2 ] Salgueiro J R , Sukhorukov A A , Kivshar Yu S 2003 <i>Opt. Lett.</i> <b>28</b> 1457             | [ 9 ] Liu J S 2001 <i>Chin. Phys.</i> <b>10</b> 1037  |
| [ 3 ] Cohen O , Freedman B , Fleischer J W <i>et al</i> 2004 <i>Phys. Rev. Lett.</i> <b>93</b> 103902 | [ 10 ] Snyder A W , Mitchell D J , Polodian L <i>et al</i> 1990 <i>Opt. Lett.</i> <b>15</b> 471   |
| [ 4 ] Liu J S 2003 <i>Opt. Lett.</i> <b>28</b> 2239   | [ 11 ] Snyder A W , Mitchell D J , Luther-Davies B 1993 <i>J. Opt. Soc. Am. B</i> <b>10</b> 2345  |
| [ 5 ] Freedman B , Cohen O , Manela O <i>et al</i> 2005 <i>J. Opt. Soc. Am. B</i> <b>22</b> 1349      | [ 12 ] Snyder A W , Mitchell D J , Kivshar Y S 1995 <i>Mod. Phys. Lett. B</i> <b>9</b> 1479       |
| [ 6 ] Liu J S , Zhang H L , Zhang G Y <i>et al</i> 2006 <i>Chin. Phys.</i> <b>15</b> 394              | [ 13 ] Ostrovskaya E A , Kivshar Yu S 1998 <i>Opt. Lett.</i> <b>23</b> 1268                       |
| [ 7 ] Liu J S , Zhang D Y , Liang C H 2000 <i>Chin. Phys.</i> <b>9</b> 667                            |   |

# Waveguide induced by bright holographic solitons<sup>\*</sup>

Zhang Hui-Lan Zhang Guang-Yong Wang Cheng Liu Shi-Xiong Liu Jin-Song<sup>†</sup>

( State Key Laboratory of Laser Technology , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China )

( Received 26 April 2006 ; revised manuscript received 25 May 2006 )

## Abstract

The properties of waveguides induced by one-dimensional steady-state bright holographic solitons in photorefractive medium are studied numerically. The results show that the number of possible guided modes in such a waveguide depends on the peak intensity of the soliton. The dynamical evolutions of the guided modes of the waveguide are presented. And the wave guiding in such a waveguide is also considered for a probe beam with cosine dependence or sine dependence.

**Keywords** : nonlinear optics , holographic soliton , waveguide , guided modes

**PACC** : 4265J , 4265S , 4240E

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10574051 ).

† E-mail : jsliu4508@vip.sina.com