

统一混沌系统的时延模糊控制^{*}

高 心[†] 刘兴文

(西南民族大学电气信息学院, 成都 610041)

(2006 年 4 月 16 日收到, 2006 年 5 月 24 日收到修改稿)

在将统一混沌系统表达为 T-S 模型的基础上, 利用泛函微分方程的 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论和线性矩阵不等式(LMIs)方法, 设计出一个新的带时延状态反馈模糊控制器. 仿真结果显示, 所设计的控制器能有效地控制统一混沌系统的混沌时间轨迹到其平衡点, 且控制简单可靠.

关键词: 统一混沌系统, 时延, 混沌控制, T-S 模糊模型

PACC: 0545

1. 引 言

混沌控制是目前非线性科学中的一个十分活跃的研究领域. 在许多实际系统中, 混沌现象作为一种不期望的现象, 可能导致振荡或无规则运行, 进而使系统彻底崩溃, 因此, 人们希望能找到一些方法来控制系统中的混沌行为. 自从 OGY 方法^[1]出现以后, 人们对各种混沌系统的控制方法进行了广泛深入地研究. 如线性^[2,3]、非线性反馈^[4-6]以及时延反馈控制^[7-9], 自适应控制^[10,11], 基于 T-S 模糊模型对混沌系统进行控制与同步^[12-16]等. 由于模糊控制在不确定系统模型的情况下, 仍能取得较理想的控制效果, 具有鲁棒性强和逼近能力好等优点, 近几年研究者们开始注意将基于 T-S 模糊模型的模糊控制方法用到混沌控制中^[17]. 其基本思想是利用模糊集与模糊推理, 将一个复杂的非线性系统分解为多个用 IF-THEN 规则来表达的模糊规则(此过程称为模糊化), 每个规则是用一个局部线性模型来表示的; 然后通过模糊混合, 将这些线性模型结合, 得到原来的非线性模型在一定范围内的精确表示. 这样, 就能够利用线性系统理论来进行非线性系统的分析与设计.

事实上, 基于 T-S 模糊模型的混沌系统的控制研究已经有了大量的成果. 但是我们没有见到有关在模糊这个框架下的时延状态反馈控制研究的相关

文献. 因此, 本文拟研究在将混沌系统表达为 T-S 模型的基础上, 如何采用测得的延迟的系统状态, 对原系统进行部分(仅对原系统的某些方程施加的控制)和完全(对原系统的各个方程均施加控制)控制. 我们采用的数学模型是吕金虎、陈关荣等人提出的一个新的混沌系统——统一系统, 这个系统连接了 Lorenz 吸引子和 Chen 吸引子, 并包含 Lü 系统作为它的一个特例, 统一系统的提出为混沌控制和同步等提供了一个新的研究模型. 本文将应用 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论和线性矩阵不等式(LMIs)方法, 并通过推证的系统渐近稳定性控制准则, 设计一个带时延状态反馈的模糊控制器以有效地控制统一混沌系统.

2. 统一混沌系统及其 T-S 模糊模型

统一混沌系统^[3,18]的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (25a + 10) x_2 - x_1, \\ \dot{x}_2 &= (28 - 35a) x_1 - x_3 x_1, \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - \frac{8+a}{3} x_3, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $a \in [0, 1]$ 为系统参数. 特别地, 对于参数 $a \in [0, 1]$, 系统均为混沌态且仅含一个关键参数. 当 $a \in [0, 0.8)$ 时, 统一系统属于广义 Lorenz 系统; 当 $a \in (0.8, 1]$ 时, 统一系统属于广义 Chen 系统, 如图 1(a) 所示; 而当 $a = 0.8$ 时, 统一系统属于广义

^{*} 国家民委重点科研项目(批准号: 05XN07)资助的课题.

[†] E-mail: gxin7993@163.com

Li 系统(如图 1(b)所示),它具有连接 Lorenz 系统和 Chen 系统的重要作用。

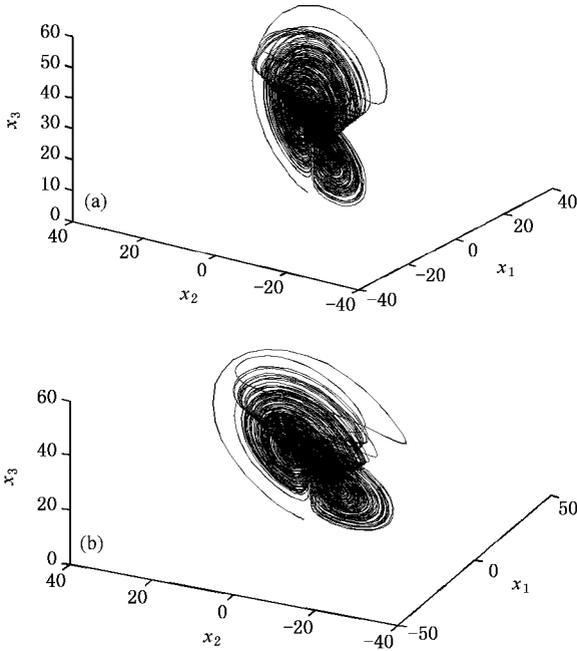


图 1 统一混沌系统的相图

为了采用并行分布补偿(PDC)技术^[13]控制混沌系统,首先应将系统(1)变换为 T-S 模糊模型,这里 $x_1(t) \in [-b, b]$, $b > 0$ 并选 $b = 25$ 。

规则 $i(i = 1, 2)$:如果 $x_1(t) = M_i$,则 $\dot{x}(t) = A_i x(t)$,这里 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ 。

$M_1(x_1(t)) = \frac{x_1(t) + b}{2b}$, $M_2(x_1(t)) = \frac{b - x_1(t)}{2b}$ 且

$$A_1 = \begin{bmatrix} -25a - 10 & 25a + 10 & 0 \\ 28 - 35a & 29a - 1 & -b \\ 0 & b & -\frac{8+a}{3} \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -25a - 10 & 25a + 10 & 0 \\ 28 - 35a & 29a - 1 & -b \\ 0 & -b & -\frac{8+a}{3} \end{bmatrix},$$

利用模糊混合方法,(1)式可表示为

$$\begin{pmatrix} A_i R + R A_i^T + h X_1 + X_4 + Q & P - R + R A_i^T & h X_x^T - X_4^T + X_5 - G_i \\ P - R + A_i R & h X_6 - 2R & -G_i \\ h X_2 - X_4 + X_5^T - G_i^T & -G_i^T & h X_3 - X_5 + X_5^T - Q \end{pmatrix} < 0, i = 1, 2, \quad (7)$$

且

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(t) A_i x(t), \quad (2)$$

为了控制(2),引入控制输入 $u(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T \in R^3$, 即

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(t) A_i x(t) + u(t). \quad (3)$$

基于 PDC 控制技术,考虑以下时延状态模糊控制规则:

控制规则 $i(i = 1, 2)$:如果 $x_i(t) = M_i$,则 $u = -F_i x(t-h)$ 这里 h 是时延, $F_i = [F_{i1}, F_{i2}, F_{i3}]^T \in R^{3 \times 3}$ 是一个常数增益矩阵, $F_{il}(l = 1, 2, 3) \in R^3$. $F_{il} \neq 0$ 时,表示控制输入 $u_i(t)$ 加到系统(3)的第 l 个方程中; $F_{il} = 0$ 时, $u_i(t) = 0$. 于是控制器可表示为

$$u(t) = - \sum_{i=1}^2 M_i(t) F_i x(t-h). \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式得

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(t) \{A_i x(t) - F_i x(t-h)\}, \quad (5)$$

或

$$\dot{x}(t) = y(t),$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 M_i(t) \{A_i x(t) - F_i x(t-h)\}. \quad (6)$$

本文的目的是设计出增益矩阵 F_i , 使得系统(6)稳定,进而对原系统(1)进行局部范围内的有效控制。

3. 时延模糊控制器的设计及稳定性分析

3.1. 稳定性分析

本节研究系统的渐近稳定性准则.其方法是基于 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论和线性矩阵不等式(LMIs)方法。

定理 1 若存在对称正定矩阵 $P > 0, Q > 0, R > 0$, 以及矩阵 $G_i, X_j(j = 1, 2, \dots, 6)$, 使(7)式成立 则系统(5)是渐进稳定的,且增益矩阵 $F_i = G_i R^{-1}$ 。

$$\begin{pmatrix} X_1 & X_2^T & X_4^T \\ X_2 & X_3 & X_5^T \\ X_4 & X_5 & X_6 \end{pmatrix} > 0.$$

证明 令 $\mathcal{R} = R^{-1}$, $\mathcal{P} = \mathcal{R}P\mathcal{R}$, $\mathcal{X}_i = \mathcal{R}X_i\mathcal{R}$, $\mathcal{Q} = \mathcal{R}Q\mathcal{R}$, 以及

$$\begin{aligned} V(t) = & \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s) \mathcal{L}_6 \dot{x}(s) ds d\theta \\ & + \int_{t-h}^t x^T(x) \mathcal{L} x(s) ds + V_1(t) + V_2(t), \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(t) &= x^T(t) \mathcal{A} x(t), \\ V_2(t) &= \int_0^t \int_{\theta-h}^{\theta} \begin{bmatrix} x(\theta) \\ x(\theta-h) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathcal{X}_1 & \mathcal{X}_2^T & \mathcal{X}_4^T \\ \mathcal{X}_2 & \mathcal{X}_3 & \mathcal{X}_5^T \\ \mathcal{X}_4 & \mathcal{X}_5 & \mathcal{X}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\theta) \\ x(\theta-h) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds d\theta. \end{aligned}$$

对 $V_1(t)$ 求导, 并利用 (6) 式得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2x^T(t) \mathcal{A} \dot{x}(t) \\ &= 2x^T(t) \mathcal{A} y(t) + \mathcal{X} x^T(t) + y^T(t) \\ &\quad \times \mathcal{R} \left\{ \sum_{i=1}^2 M_i(t) [A_i x(t) - F_i x(t-h)] - y(t) \right\}. \end{aligned}$$

对 $V_2(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \int_{t-h}^t \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathcal{X}_1 & \mathcal{X}_2^T & \mathcal{X}_4^T \\ \mathcal{X}_2 & \mathcal{X}_3 & \mathcal{X}_5^T \\ \mathcal{X}_4 & \mathcal{X}_5 & \mathcal{X}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds \\ &= x^T(t) \mathcal{X} [h\mathcal{X}_1 + \mathcal{X}_4 + \mathcal{X}_4^T] x(t) + 2x^T(t) \mathcal{X} [h\mathcal{X}_2^T - \mathcal{X}_4^T + \mathcal{X}_5] x(t-h) \\ &\quad + x^T(t-h) \mathcal{X} [h\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_5 + \mathcal{X}_5^T] x(t-h) + \int_{t-h}^t y^T(s) \mathcal{L}_6 y(s) ds. \end{aligned}$$

定义 $\eta = [x^T(t), y^T(t), x^T(t-h)]^T$, 则

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^2 M_i(t) \eta^T \begin{pmatrix} \mathcal{R}A_i + A_i^T \mathcal{R} + h\mathcal{X}_1 + \mathcal{X}_4 + \mathcal{X}_4^T & \mathcal{P} - \mathcal{R} + A_i^T \mathcal{R} & h\mathcal{X}_2^T + \mathcal{X}_5 - \mathcal{X}_4^T - \mathcal{R}F_i \\ \mathcal{P} - \mathcal{R} + \mathcal{R}A_i & h\mathcal{X}_6 - 2\mathcal{R} & -\mathcal{R}F_i \\ h\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4 + \mathcal{X}_5^T - F_i^T \mathcal{R} & -F_i^T \mathcal{R} & h\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_5 - \mathcal{X}_5^T - \mathcal{Q} \end{pmatrix} \eta, \quad (9)$$

据 (7) 式易得

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \mathcal{R}A_i + A_i^T \mathcal{R} + h\mathcal{X}_1 + \mathcal{X}_4 + \mathcal{X}_4^T + \mathcal{Q} & \mathcal{P} - \mathcal{R} + A_i^T \mathcal{R} & h\mathcal{X}_2^T + \mathcal{X}_5 - \mathcal{X}_4^T - \mathcal{R}F_i \\ \mathcal{P} - \mathcal{R} + \mathcal{R}A_i & h\mathcal{X}_6 - 2\mathcal{R} & -\mathcal{R}F_i \\ h\mathcal{X}_2 - \mathcal{X}_4 + \mathcal{X}_5^T - F_i^T \mathcal{R} & -F_i^T \mathcal{R} & h\mathcal{X}_3 - \mathcal{X}_5 - \mathcal{X}_5^T - \mathcal{Q} \end{pmatrix} \\ &= \text{diag}[\mathcal{R}, \mathcal{R}, \mathcal{R}] \begin{bmatrix} A_i R + R A_i^T + hX_1 + X_4 + Q & P - R + R A_i^T & hX_2^T + X_5 - X_4^T - G_i \\ P - R + A_i R & hX_6 - 2R & -G_i \\ hX_2 - X_4 + X_5^T - G_i^T & -G_i^T & hX_3 - X_5 - X_5^T - Q \end{bmatrix} \\ &\quad \times \text{diag}[\mathcal{R}, \mathcal{R}, \mathcal{R}] < 0, i = 1, 2, \end{aligned}$$

所以由 (9) 式得 $\dot{V}(t) < 0$. 证毕.

3.2. 模糊控制器设计步骤

下面, 给出对系统 (2) 设计模糊控制器的步骤:

1) 先确定需要在(2)的哪些分量上加入控制,再确定增益矩阵 F_i 的对应行为非零行.

2) 选择一个充分小的整数 h_0 和 μ , 令 $h = h_0$, 求解线性矩阵不等式(7)以解得 G_i . 如果存在可行解, 则令 $k = 1$ 并进入下一步; 如果不存在可行解, 则本方法无效.

3) 令 $h = h_k (h_k = h_{k-1} + \mu, k = 1, 2, \dots)$.

4) 解线性矩阵不等式(7)以解得 G_i . 如果存在可行解, 则令 $k = k + 1$ 并返回步骤 3) 否则进入下一步.

5) 时延上界为 $h^* = h_k$, 且反馈增益矩阵 $F_i = G_i R^{-1}$. 最后的模糊控制器为

$$u(t) = - \sum_{i=1}^2 M_i(t) F_i x(t - h^*).$$

显然, 对于任意时延 $h < h^*$, 总可以设计出相应的控制器.

4. 数值仿真分析

在进行仿真前, 我们定义 t_s 为控制加入的时间, 时延 $h > 0, h^*$ 为时延上界, 初始状态 $x(0) = [1 \ 2 \ 3]^T$, 所有的仿真都将采用这个初始状态.

首先进行部分反馈控制的仿真分析(仅对系统的某些方程施加控制). 这里采用的是在方程(2), (3)中加上控制输入, 即 $F_i = [0 \ F_{i2} \ F_{i3}]^T$. 应用定理 1, 当系统参数 $a = 0.1, h^* = 0.0351$ 时, 增益矩阵

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 15.0850 & 12.0204 & -24.2209 \\ 0.4867 & 24.5093 & 10.4348 \end{pmatrix},$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 15.0850 & 12.0204 & 24.2209 \\ -0.4867 & -24.5093 & 10.4348 \end{pmatrix}.$$

图 2 示出了 $x(t)$ 的控制轨线和控制输入 $u(t)$ 的仿真曲线.

由于统一混沌系统在不同的系统参数区间有不同的混沌吸引子, 在应用定理 1 进行仿真分析中所得到的时延上界是不同的. 如系统参数 $a = 0.8$ 的时延上界为 $h^* = 0.0297$.

根据我们的推导过程, 对于任意小于上界的时延 $h < h^*$, 都可以设计出有效的控制器. 例如当系统参数 $a = 0.8$ 时延 $h = 0.02$ 时, 根据定理 1, 可得如下的增益矩阵:

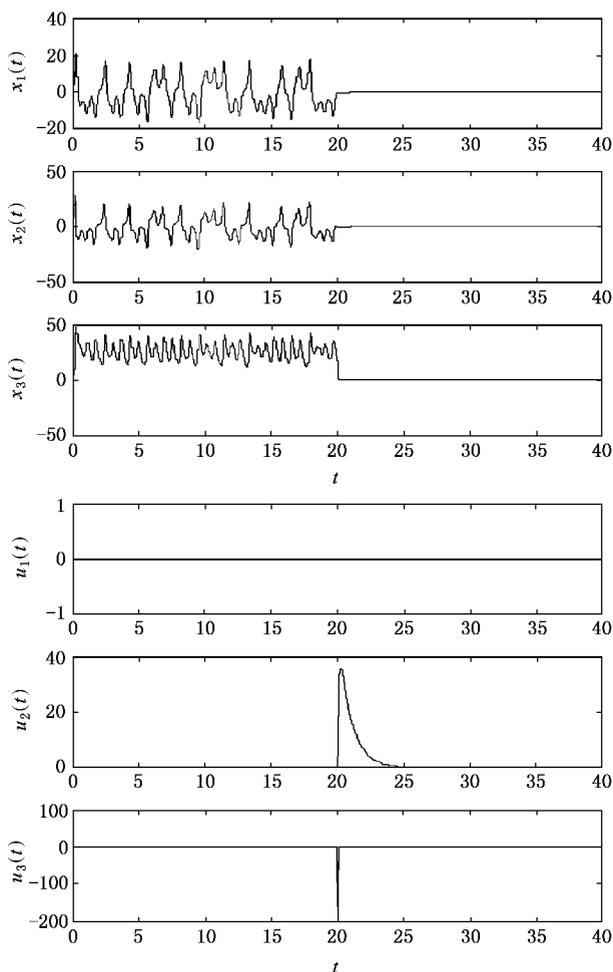


图 2 $h^* = 0.0351, t_s = 20 (a = 0.1)$

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.0460 & 25.9645 & -24.1508 \\ -0.0583 & 25.3399 & 19.6836 \end{pmatrix},$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.0460 & 25.9645 & 24.1508 \\ 0.0583 & -25.3399 & 19.6836 \end{pmatrix}.$$

仿真结果如图 3 所示. 从仿真结果看, 当时延小于上界时, 控制效果理想.

现在, 我们考虑完全反馈控制的仿真分析(对系统的各个方程均施加控制). 即 $F_i = [F_{i1} \ F_{i2} \ F_{i3}]^T$. 应用定理 1, 当参数 $a = 0.1, t_s = 10s, h^* = 0.0373$ 时, 增益矩阵为

$$F_1 = \begin{pmatrix} 24.9463 & 0.5666 & 0.0001 \\ 0.0673 & 10.3133 & -24.1182 \\ 1.6399 & 24.4694 & 10.2700 \end{pmatrix},$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 24.9463 & 0.5666 & -0.0001 \\ 0.0673 & 10.3133 & 24.1182 \\ -1.6399 & -24.4694 & 10.2700 \end{pmatrix},$$

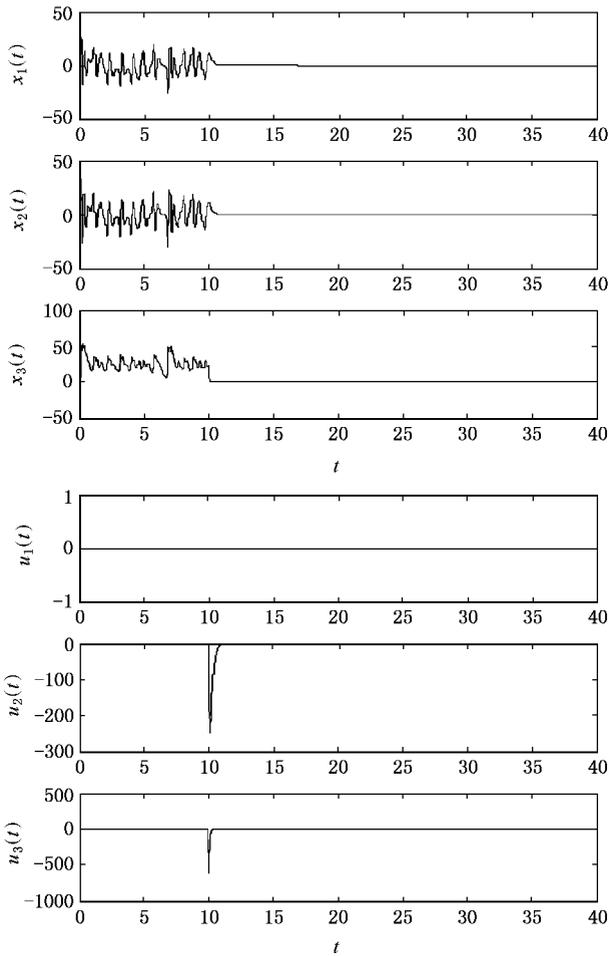


图 3 $h = 0.02, t_s = 10 (a = 0.8)$

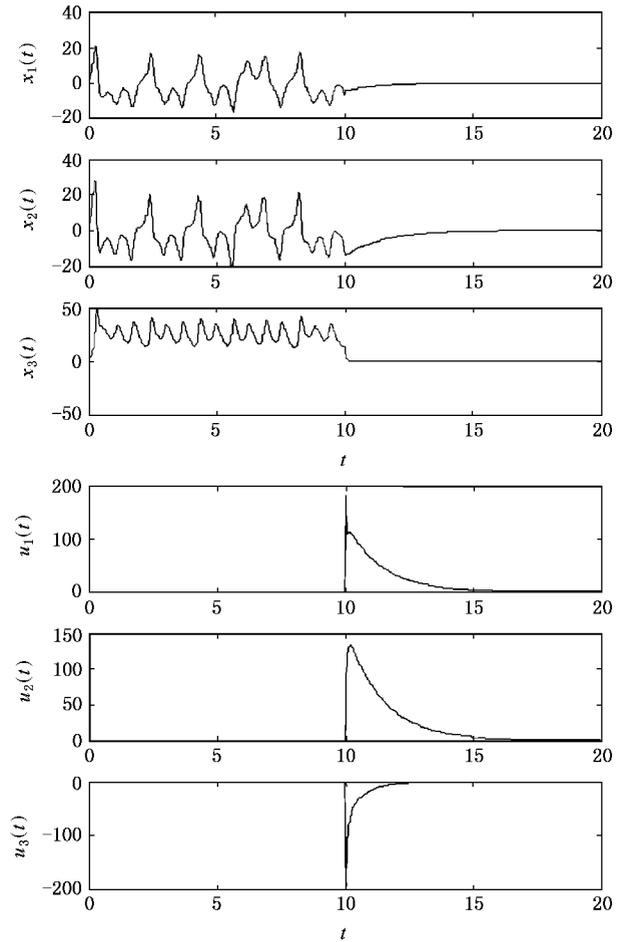


图 4 $h^* = 0.0373, t_s = 10 (a = 0.1)$

则 $x(t)$ 的控制轨线和控制输入 $u(t)$ 的仿真曲线如图 4 所示.

从仿真结果发现,完全反馈控制的时延上界较部分反馈控制有所提高.说明部分反馈控制和完全

反馈控制各有优势:前者需要较少的控制参数,后者则可以扩大时延的上界.

同理我们也作了当 $a = 0.8$,时延 $h = 0.02$ 时,完全反馈控制的仿真分析,控制效果也很理想.仿真结果如图 5 所示.

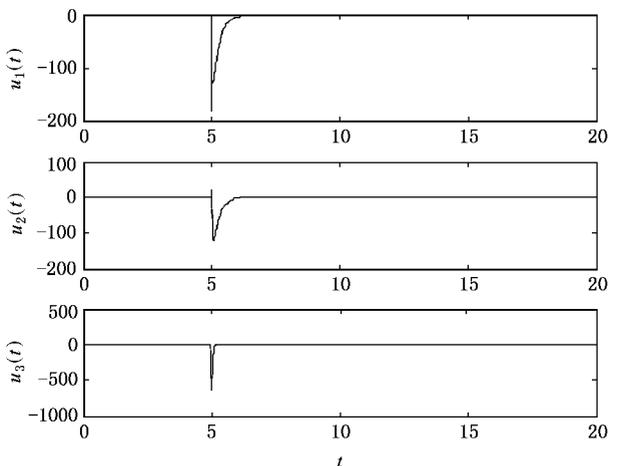
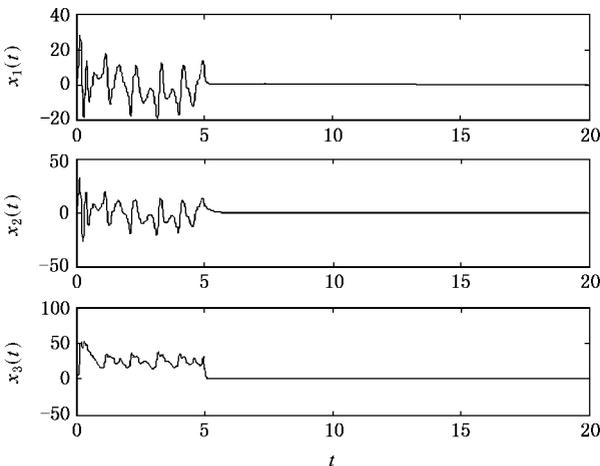


图 5 $h = 0.02, t_s = 5 (a = 0.8)$

为验证控制器的有效性,我们还做了大量的仿真实验.即对不同的系统参数,不同的时延和控制加入的时间,研究结果均表明了控制方法的有效性.限于篇幅,仿真结果从略.

5. 结 论

本文研究了基于 T-S 模糊模型的统一混沌系统

带时延状态反馈控制的问题,给出了时延状态反馈模糊控制准则.数值仿真表明,该控制准则对统一模糊混沌系统能有效地进行部分和完全反馈控制,且控制简单可靠.值得指出的是,该法经过适当推广,即可应用于任意连续光滑混沌系统的控制.

-
- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Gao T G, Chen Z Q, Yuan Z Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3274 (in Chinese)[高铁杠、陈增强、袁著祉 2004 物理学报 **53** 3274]
- [3] Tao C H, Lu J A, Li J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1497 (in Chinese)[陶朝海、陆君安、吕金虎 2002 物理学报 **51** 1497]
- [4] Min F H, Xu Z Y, Xu W B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1360 (in Chinese)[闵富红、徐振源、须文波 2003 物理学报 **52** 1360]
- [5] Park J H 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **25** 699
- [6] Park J H 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **23** 1049
- [7] Chen Y Y, Peng J H, Shen Q H, Wei J J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1871 (in Chinese)[陈艳艳、彭建华、沈启宏、魏俊杰 2001 物理学报 **50** 1871]
- [8] Zhang X M, Peng J H, Chen G R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2864 (in Chinese)[张晓明、彭建华、陈关荣 2004 物理学报 **53** 2864]
- [9] He G G, Zhu P, Chen H P, Cao Z T 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1040 (in Chinese)[何国光、朱 萍、陈宏平、曹志彤 2006 物理学报 **55** 1040]
- [10] Hua C C, Guan X P, Shi P 2005 *Chaos, Solitons and Fractals* **23** 757
- [11] Guan X P, Fan Z P, Peng H P, Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2108 (in Chinese)[关新平、范正平、彭海朋、王益群 2001 物理学报 **50** 2108]
- [12] Wu Z Q, Yue D, Xu S F 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1193 (in Chinese)[吴志强、岳 东、许世范 2002 物理学报 **51** 1193]
- [13] Tanaka K, Wang H O 2001 *Fuzzy control systems design and analysis, a linear matrix inequality approach.* (New York : Wiley)
- [14] Wang Y N, Tan W, Duan F 2006 *Chin. Phys.* **15** 89
- [15] Dou C X 2005 *Chin. Phys.* **14** 1347
- [16] Lu J G 2005 *Chin. Phys.* **14** 703
- [17] Guan X P 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 1031
- [18] Liu J, Chen S H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese)[刘 杰、陈世华、陆君安 2003 物理学报 **52** 1595]

Delayed fuzzy control of a unified chaotic system *

Gao Xin Liu Xing-Wen

(*School of Electrical and Information Engineering , Southwest University for Nationalities , Chengdu 610041 ,China*)

(Received 16 April 2006 ; revised manuscript received 24 May 2006)

Abstract

In this paper , we have studied a new delay-dependent chaos control approach via delayed state feedback. This approach uses Takagi-Sugeno fuzzy model to represent a unified chaotic system and adopts the theory of Lyapunov-Krasovskii stability and linear matrix inequalities (LMIs). Simulation results show that the delay-dependent state feedback controller we designed can stabilize the unified chaotic system to its equilibrium.

Keywords : unified chaotic system , delayed state , chaos control , T-S fuzzy model

PACC : 0545

* Project supported by the Natural Science Foundation of the State Nationalities Affairs Commission of China (Grant No. 05XN07).