

基于 Takagi-Sugeno 模糊模型的超混沌系统 自适应投影同步及参数辨识^{*}

王兴元[†] 孟 娟

(大连理工大学电子与信息工程学院, 大连 116024)
(2007 年 12 月 27 日收到, 2008 年 1 月 22 日收到修改稿)

研究了不确定超混沌系统的自适应投影同步问题. 基于 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型, 设计了一种自适应模糊控制器和参数更新规则. 利用 Lyapunov 稳定性理论, 证明了所提方案可以实现不确定超混沌系统的投影同步, 并同时辨识出未知的系统参数. 通过对超混沌 Lorenz 系统的数值仿真实验进一步验证了所提方案的有效性.

关键词: Takagi-Sugeno 模糊模型, 自适应, 投影同步, 超混沌

PACC: 0545, 0555

1. 引 言

自 1963 年 Lorenz 在天气变化的研究中发现了混沌以来^[1], 混沌一直是非线性科学研究的热点课题之一^[2]. 1990 年, Ott, Grebogi 和 Yorke^[3,4]通过参数微扰法(即 OGY 法)成功地控制了混沌; Pecora 和 Carroll^[5,6]提出了混沌同步的方案, 并在电路实验中实现了两个耦合混沌系统的同步. 混沌控制及同步由于其在信息科学、医学、生物、工程等领域所具有的应用潜力及发展前景, 引起了人们的广泛关注与兴趣^[2,7-9]. 目前, 已从不同的角度实现了不同类型的混沌同步, 如: 完全同步、相同步、延迟同步、广义同步和投影同步等^[10-19]. 投影同步指的是驱动-响应系统同步到一个比例因子上. 这一比例特性可用于保密通信中将二进制数扩展到 M 进制数以实现更快的传输. 因此, 关于投影同步的研究具有重要的理论意义和应用价值. 然而, 目前国内外关于投影同步的研究主要集中于参数精确已知的低维混沌系统^[16-19]. 超混沌系统具有高性能、高安全性以及高效率, 在非线性电路、保密通讯、神经网络以及生物系统等领域中具有广阔的应用前景. 近年来, 模糊逻辑作为一种有力的非线性控制工具引起了控制专家们的广泛关注. 模糊控制器设计简单, 具有很强的处

理非线性和干扰的能力^[20]. 本文基于 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型^[21], 设计了一种自适应模糊控制器. 该控制器可以在驱动系统参数未知的情况下, 实现超混沌系统的自适应投影同步并同时辨识出未知的系统参数. 理论分析和数值模拟进一步验证了所提方案的可行性和有效性.

2. 预备知识

考虑一超混沌系统, 其 T-S 模糊模型为

$$R^i: \text{若 } z_1(t) \text{ 为 } M_1^i, \dots, z_p(t) \text{ 为 } M_p^i,$$

则

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) \quad (i = 1, 2, \dots, r), \quad (1)$$

这里, $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)]^T$ 是前件变量; $x(t) \in R^n$ 为系统的状态变量; $M_j^i (j = 1, 2, \dots, p)$ 是模糊集合; A_i 为第 i 个子系统相应维数的矩阵; r 为模糊规则总数.

采用单点模糊化、乘积推理和加权平均去模糊化方法, (1) 式可以表示成如下全局系统方程:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x(t), \quad (2)$$

其中

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}, \quad (3)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60573172)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20070141014)和辽宁省自然科学基金(批准号: 20082165)资助的课题.

[†] E-mail: wangxy@dlut.edu.cn

$$w_i(\mathbf{z}(t)) = \prod_{j=1}^p M_j^i(\mathbf{z}(t)), \quad (4)$$

$M_j^i(\mathbf{z}(t))$ 是模糊集合 M_j^i 的隶属度函数,且有

$$\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1. \quad (5)$$

响应系统的 T-S 模糊模型可以表示为

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}'(t)) \{ \mathbf{A}_i' \mathbf{y}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{u}(t) \in R^m$ 为控制输入, $\mathbf{A}_i'$ 和 $\mathbf{B}_i$ 为第 i 个子系统具有适当维数的矩阵.

定义 1 对于系统 (2) 和系统 (6), 如果 $\alpha \mathbf{x}$ 与 $\mathbf{y}$ 渐进同步, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{y} - \alpha \mathbf{x}\| = 0, \quad (7)$$

则称系统 (2) 和系统 (6) 获得了广义投影同步, α 称为比例因子. 其中 $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数.

假设 1 定义模糊函数

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}') \mathbf{A}_i' \mathbf{x}, \quad (8)$$

$\mathbf{w}(\mathbf{x})$ 是 Lipschitz 的, 即存在常数 γ 满足

$$\|\mathbf{w}(\mathbf{x}_1) - \mathbf{w}(\mathbf{x}_2)\| \leq \gamma \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|. \quad (9)$$

引理 1^[22] 如果 $f(t)$ 是一致连续函数, 且满足

$$\int_0^\infty |f(\tau)| d\tau < \infty, \text{ 则当 } t \rightarrow \infty \text{ 时 } f(t) \rightarrow 0.$$

3. 模糊投影同步设计

定义系统 (2) 和系统 (6) 的误差变量为 $\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}(t) - \alpha \mathbf{x}(t)$, 则误差动力系统可以表述为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{y}}(t) - \alpha \dot{\mathbf{x}} = & \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{y}(t) \\ & + \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) - \sum_{i=1}^r h_i \mathbf{A}_i \alpha \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $h_i' = h_i(\mathbf{z}'(t))$, $h_i = h_i(\mathbf{z}(t))$.

本文主要研究在驱动系统参数未知的情况下, 超混沌系统的广义投影同步问题. 假设 $\hat{\mathbf{A}}_i$ 为未知参数 $\mathbf{A}_i$ 的估计值, 且定义参数误差为

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}_i. \quad (11)$$

定理 1 对于驱动系统 (2) 和响应系统 (6), 若设计控制器为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) = & \frac{1}{\sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{B}_i} \left(\sum_{i=1}^r h_i \hat{\mathbf{A}}_i \alpha \mathbf{x}(t) \right. \\ & \left. - \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \alpha \mathbf{x}(t) - \mathbf{K} \mathbf{e}(t) \right), \end{aligned} \quad (12)$$

其中正定矩阵 $\mathbf{K} \in R^{n \times n}$ 满足

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}) \geq \gamma, \quad (13)$$

这里 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵 $\cdot$ 的最小特征根. 并且参数更新规则满足

$$\dot{\hat{\mathbf{A}}}_i = -h_i \alpha \mathbf{e}(t) \mathbf{x}^T(t), \quad (14)$$

则系统 (2) 和系统 (6) 将获得广义投影同步.

证明 将 (12) 式代入 (10) 式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) = & \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{y}(t) - \sum_{i=1}^r h_i \mathbf{A}_i \alpha \mathbf{x}(t) \\ & + \sum_{i=1}^r h_i \hat{\mathbf{A}}_i \alpha \mathbf{x}(t) - \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \alpha \mathbf{x}(t) - \mathbf{K} \mathbf{e}(t) \\ = & \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{e}(t) + \sum_{i=1}^r h_i (\hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}_i) \alpha \mathbf{x}(t) \\ & - \mathbf{K} \mathbf{e}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

构造 Lyapunov 函数

$$\mathbf{V}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{A}}_i), \quad (16)$$

易证 $\mathbf{V}(t)$ 是非负函数.

对 (16) 式关于时间 t 求导, 并采用 (14) 和 (15) 式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t) = & \mathbf{e}^T \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{K} \mathbf{e} \\ & + \mathbf{e}^T \sum_{i=1}^r h_i (\hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}_i) \alpha \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r \text{tr}(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \dot{\tilde{\mathbf{A}}}_i) \\ = & \mathbf{e}^T \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{K} \mathbf{e} \\ & + \text{tr} \left(\sum_{i=1}^r h_i \alpha (\hat{\mathbf{A}}_i - \mathbf{A}_i)^T \mathbf{e} \mathbf{x}^T + \tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{A}}_i \right) \\ = & \mathbf{e}^T \sum_{i=1}^r h_i' \mathbf{A}_i' \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{K} \mathbf{e} \\ \leq & \gamma \|\mathbf{e}\|^2 - \lambda_{\min}(\mathbf{K}) \|\mathbf{e}\|^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

令 $l = \lambda_{\min}(\mathbf{K}) - \gamma$, 则

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) dt \leq & \frac{1}{l} (\mathbf{V}(0) - \mathbf{V}(\infty)) \\ \leq & \frac{1}{l} \mathbf{V}(0) < \infty. \end{aligned} \quad (18)$$

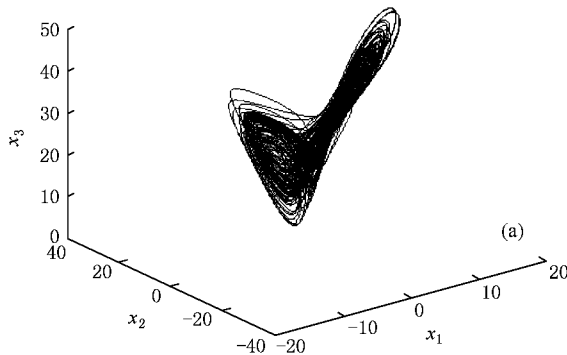
由 (18) 式可知, $\mathbf{e}(t)$ 和 $\hat{\mathbf{A}}_i$ 均有界, 因此 $\dot{\mathbf{e}}(t)$ 有界. 由此可知 $\mathbf{e}(t)$ 是一致连续的. 根据引理 1, 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0$. 可见, 驱动系统 (2) 与响应系统 (6) 可渐进地达到广义投影同步. 证毕.

4. 数值模拟

考虑超混沌 Lorenz 系统^[23], 其动力学方程为

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= a_1 x_1 - a_1 x_2, \\
 \dot{x}_2 &= a_2 x_1 - x_2 + x_4 - x_1 x_3, \\
 \dot{x}_3 &= a_3 x_3 + x_1 x_2, \\
 \dot{x}_4 &= -a_4 x_1.
 \end{aligned} \quad (19)$$

图 1 给出了当 $a_1 = -10$, $a_2 = 28$, $a_3 = -8/3$, $a_4 = 10$



时, 系统 (19) 的超混沌吸引子在空间 (x_1, x_2, x_3) 和空间 (x_1, x_2, x_4) 的投影图.

假设 $x_1(t) \in [-d, d]$, $d = 30$, 则超混沌 Lorenz 系统 (19) 的 T-S 模糊模型可以表示为

$$R^1 \text{ 若 } x_1(t) \text{ 为 } M_1 \text{ 则 } \dot{x}(t) = A_1 x(t),$$

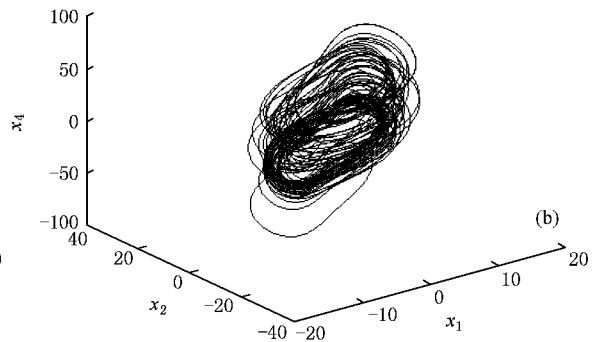


图 1 超混沌 Lorenz 吸引子的投影图 (a) (x_1, x_2, x_3) 空间投影图 (b) (x_1, x_2, x_4) 空间投影图

$$R^2 \text{ 若 } x_1(t) \text{ 为 } M_2 \text{ 则 } \dot{x}(t) = A_2 x(t),$$

其中

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}, \\
 A_1 &= \begin{pmatrix} a_1 & -a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -1 & -d & 1 \\ 0 & d & a_3 & 0 \\ -a_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 A_2 &= \begin{pmatrix} a_1 & -a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & -1 & d & 1 \\ 0 & -d & a_3 & 0 \\ -a_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

模糊集合的隶属度函数为

$$h_1(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x_1(t)}{d} \right),$$

$$h_2(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_1(t)}{d} \right),$$

这里驱动系统的参数 a_1, a_2, a_3 和 a_4 是未知的.

响应系统的模糊模型如下描述:

$$R^1 \text{ 若 } y_1(t) \text{ 为 } M_1,$$

$$\text{则 } \dot{y}(t) = A'_1 y(t) + B_1 u(t);$$

$$R^2 \text{ 若 } y_1(t) \text{ 为 } M_2,$$

$$\text{则 } \dot{y}(t) = A'_2 y(t) + B_2 u(t),$$

其中

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix},$$

$$A'_1 = \begin{pmatrix} a'_1 & -a'_1 & 0 & 0 \\ a'_2 & -1 & -d' & 1 \\ 0 & d' & a'_3 & 0 \\ -a'_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A'_2 = \begin{pmatrix} a'_1 & -a'_1 & 0 & 0 \\ a'_2 & -1 & -d' & 1 \\ 0 & -d' & a'_3 & 0 \\ -a'_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$a'_1 = -10, a'_2 = 28, a'_3 = -8/3,$$

$$a'_4 = 10, d' = 30.$$

且其相应的隶属度函数为

$$h_1(y_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{y_1(t)}{d'} \right),$$

$$h_2(y_1(t)) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{y_1(t)}{d'} \right).$$

驱动系统和响应系统的初始值分别选取为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = (1.0, 2.0, 3.0, 4.0)$ 和

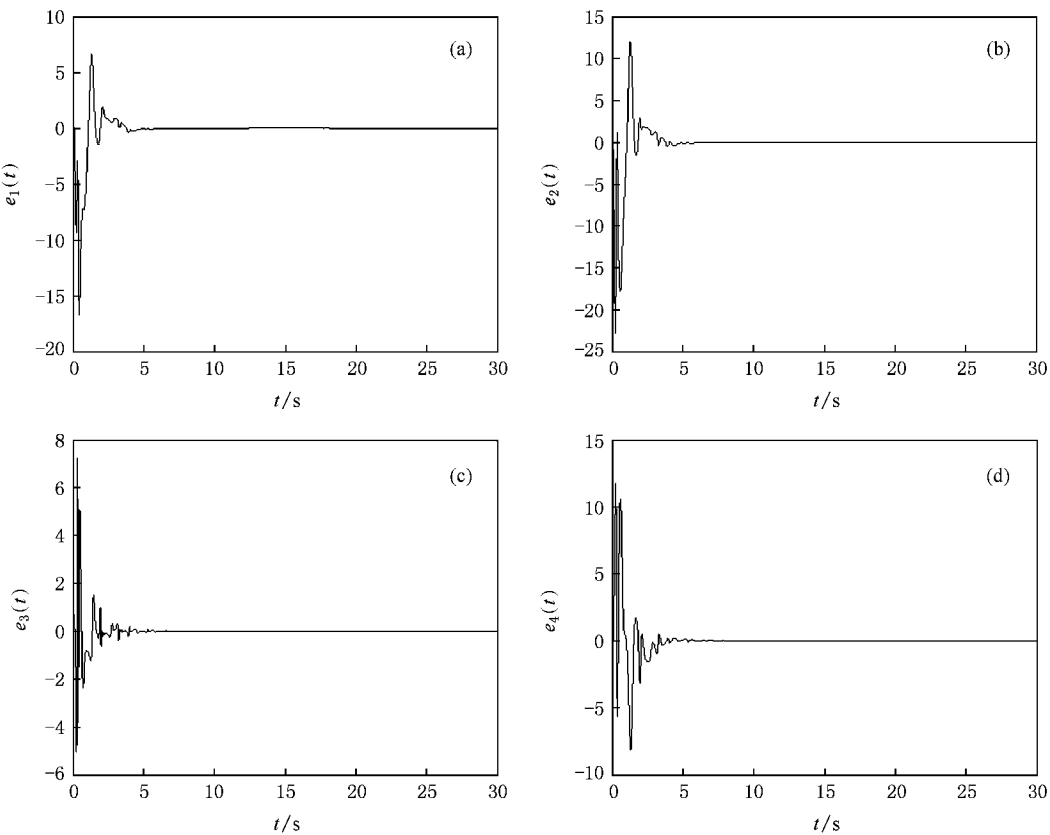


图 2 $\alpha = 1.5$ 时 广义投影同步误差效果图 (a)误差变量为 $e_1(t)$ (b)误差变量为 $e_2(t)$ (c)误差变量为 $e_3(t)$ (d)误差变量为 $e_4(t)$

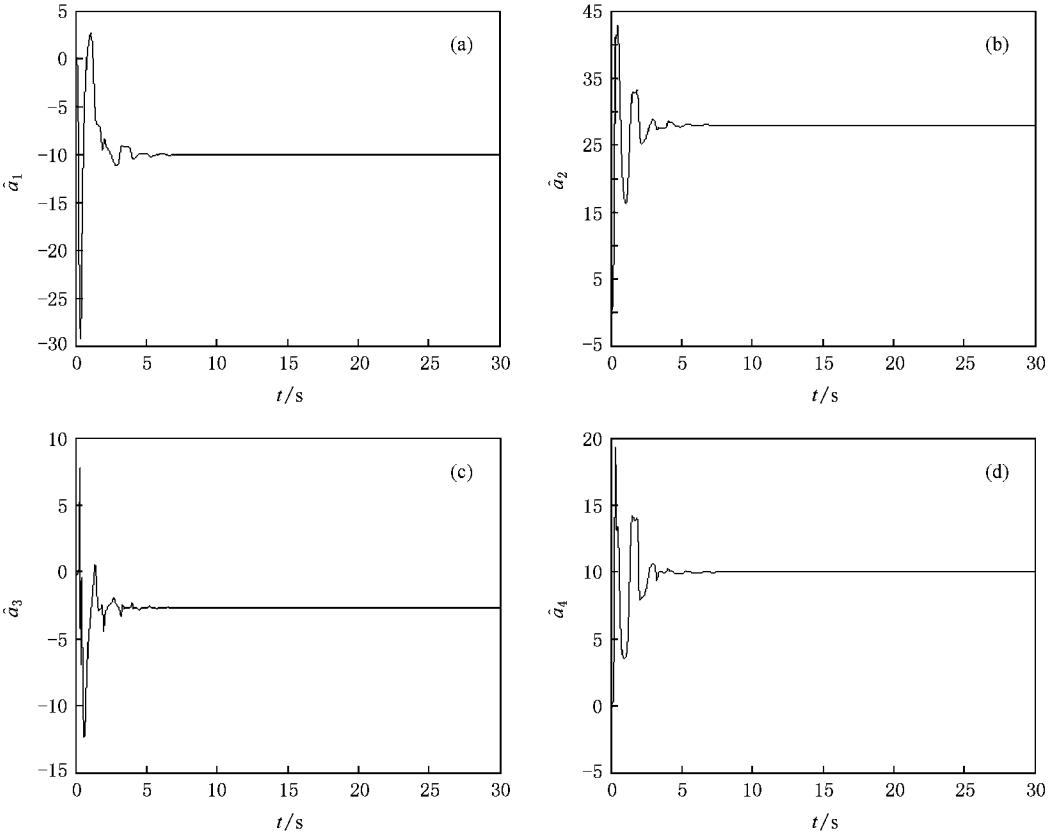
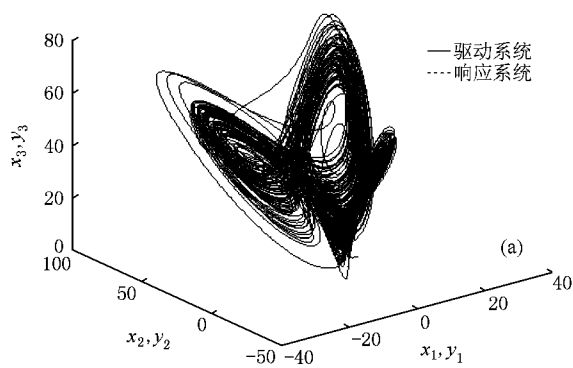


图 3 $\alpha = 1.5$ 时 未知参数的辨识过程 (a)参数为 $\hat{a}_1$ (b)参数为 $\hat{a}_2$ (c)参数为 $\hat{a}_3$ (d)参数为 $\hat{a}_4$

$(y_1(0), y_2(0), y_3(0), y_4(0)) = (5.0, 5.0, 5.0, 5.0)$.
参数的估计值 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 和 $\hat{a}_4$ 的初始值设置为 0.
为了方便计算, 选取正定矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

当比例因子 $\alpha = 1.5$ 时, 数值模拟的结果如图



2—4 所示. 从误差效果图 2 可以看出, 所设计的控制器可以实现超混沌 Lorenz 系统的广义投影同步, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$. 从未知参数辨识过程图 3 可以看出, 系统的估计参数 $\hat{a}_1(t), \hat{a}_2(t), \hat{a}_3(t)$ 和 $\hat{a}_4(t)$ 最终分别获得了稳定. 可见, 利用参数更新规则(14), 可以辨识出系统的未知参数. 图 4 给出了驱动系统和响应系统的超混沌吸引子在空间 (x_1, x_2, x_3) 和平面 (x_2, x_3) 上的投影图.

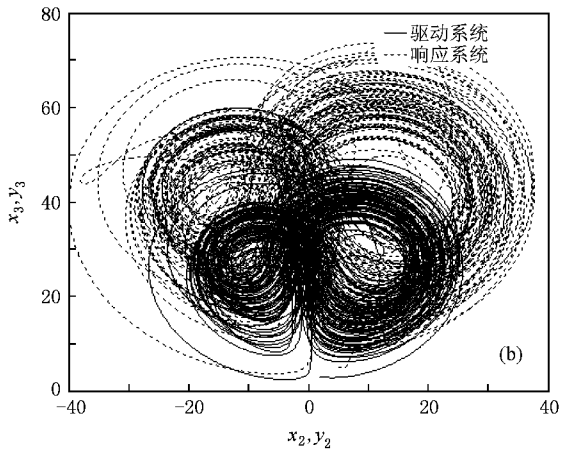
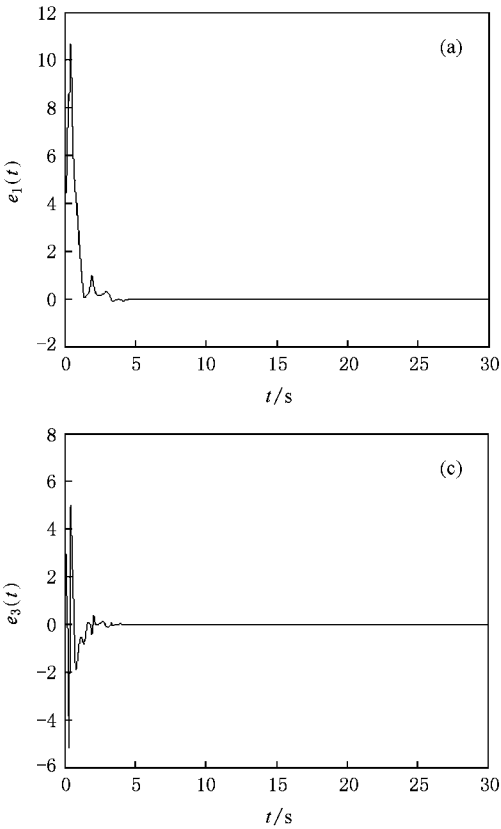


图 4 $\alpha = 1.5$ 时, 驱动-响应超混沌吸引子投影图 (a) $(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$ 空间投影图 (b) (x_2, y_2, x_3, y_3) 平面投影图
当比例因子 $\alpha = -0.8$ 时, 数值模拟的结果如图



5—7 所示. 从图 5 和图 6 中可以看出, 所设计的控

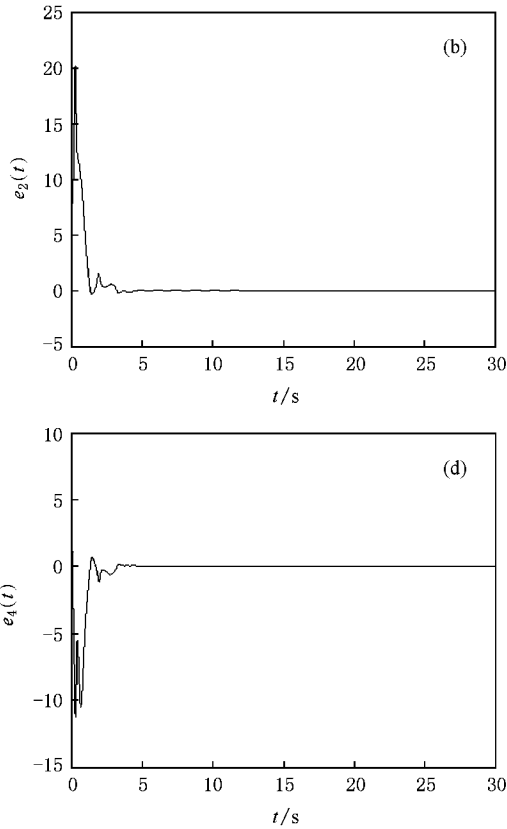


图 5 $\alpha = -0.8$ 时, 广义投影同步误差效果图 (a) 误差变量为 $e_1(t)$ (b) 误差变量为 $e_2(t)$ (c) 误差变量为 $e_3(t)$ (d) 误差变量为 $e_4(t)$

制器可以在实现超混沌 Lorenz 系统的广义投影同步的同时辨识出未知的系统参数. 另外, 从吸引子图 7 中可以看出, 此时, 驱动系统和响应系统的状态矢量表现为相反方向的旋转.

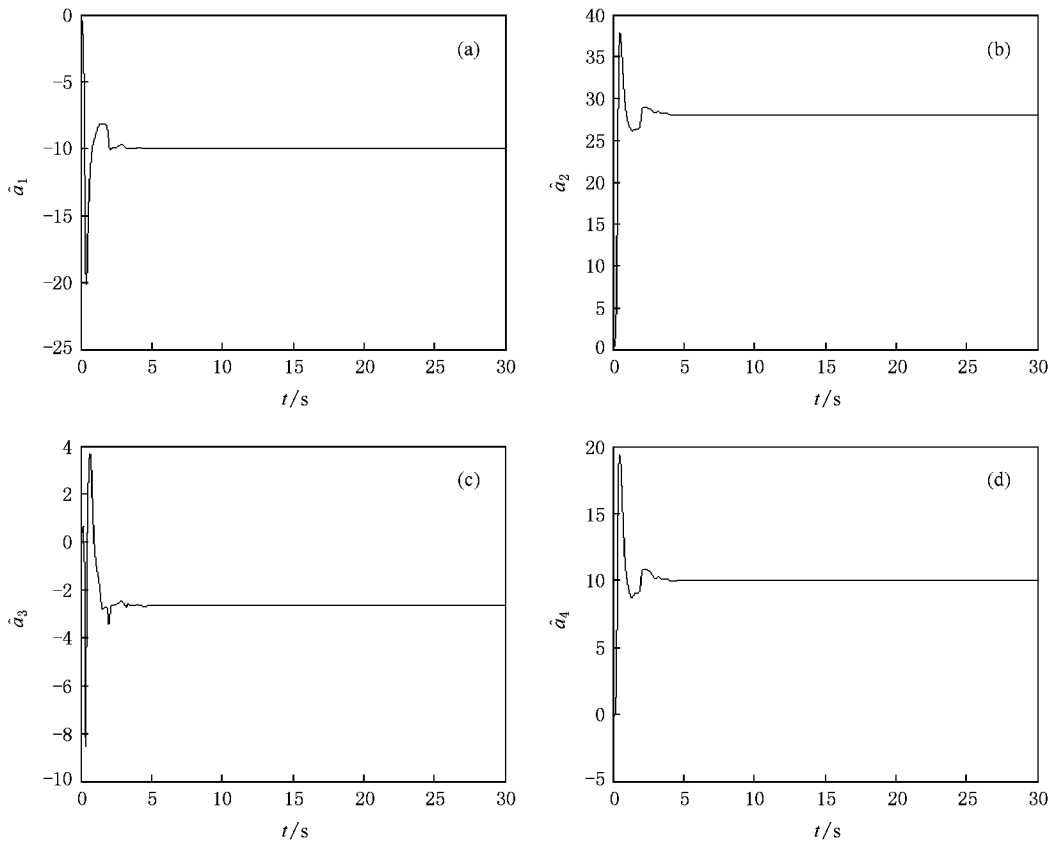


图6 $\alpha = -0.8$ 时, 未知参数的辨识过程 (a) 参数为 $\hat{a}_1$ (b) 参数为 $\hat{a}_2$ (c) 参数为 $\hat{a}_3$ (d) 参数为 $\hat{a}_4$

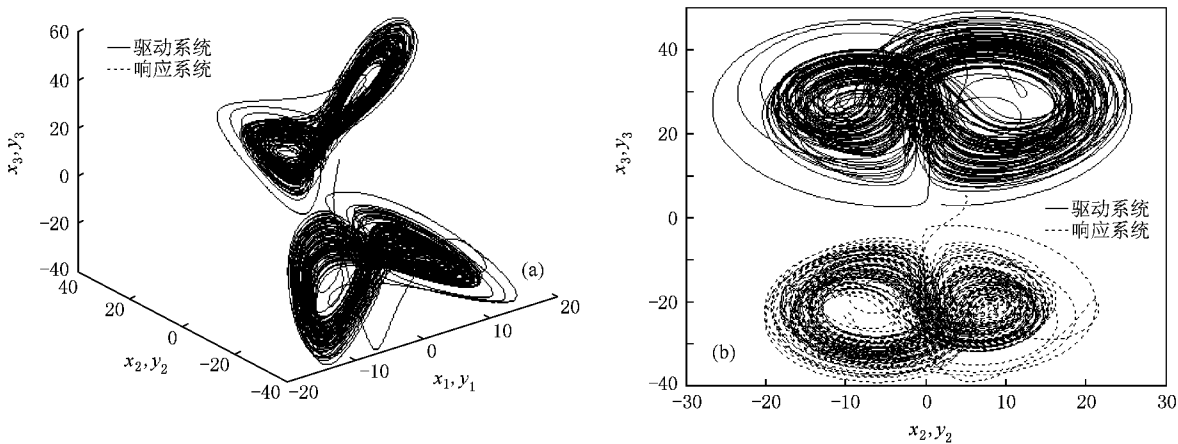


图7 $\alpha = -0.8$ 时, 驱动-响应超混沌吸引子投影图 (a) $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ 空间投影图 (b) x_2, y_2, x_3, y_3 平面投影图

5. 结 论

本文研究了超混沌系统的模糊投影同步问题. 基于 T-S 模糊模型, 设计了一种自适应模糊控制器和参数更新规则. 基于 Lyapunov 稳定性理论的理论

分析验证了所提方案的可行性. 本文方案可以在驱动系统参数未知的情况下, 实现超混沌系统的广义投影同步, 并同时辨识出未知的系统参数. 所设计的控制器适用于大多数的超混沌系统, 具有一定的普遍性. 通过对超混沌 Lorenz 系统的数值模拟实验进一步验证了所提方案的有效性.

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmosph. Sci.* **20** 130
- [2] Wang X Y 2003 *Chaos in the Complex Nonlinearity System* (Beijing : Electronics Industry Press) Chapt. 2 (in Chinese) [王兴元 2003 复杂非线性系统中的混沌(北京 : 电子工业出版社)第二章]
- [3] Ott E ,Grebogi C ,Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [4] Shinbort T ,Grebogi C ,Ott E ,Yorke J A 1993 *Nature* **363** 411
- [5] Pecora L M ,Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [6] Carroll T L ,Pecora L M 1991 *IEEE Trans. Cir. Sys.* **38** 453
- [7] Guan X P ,Fan Z P ,Chen C L ,Hua C C 2002 *Chaotic Control and its Application on Secure Communication* (Beijing : National Defence Industry Press) Chapt. 9 (in Chinese) [关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用(北京 : 国防工业出版社)第九章]
- [8] Sundar S ,Minai A A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5456
- [9] Feki M 2003 *Chaos Soliton. Fract.* **18** 141
- [10] Yu X ,Song Y 2001 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **11** 1737
- [11] Hao J H ,Li W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3491 (in Chinese) [郝建红、李 伟 2005 物理学报 **54** 3491]
- [12] Zhang T X ,Zheng Z G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3287 (in Chinese) [张廷宪、郑志刚 2004 物理学报 **53** 3287]
- [13] Ho M C ,Hung Y C ,Chou C H 2002 *Phys. Lett. A* **296** 43
- [14] Michael G R ,Arkady S P ,Jurgen K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 4193
- [15] Yang X S 2001 *Appl. Math. Comp.* **122** 71
- [16] Mainieri R ,Rehacek J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3042
- [17] Yan J P ,Li C P 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **26** 1119
- [18] Li G H 2006 *Chaos Soliton. Fract.* **30** 77
- [19] Hung Y C ,Hwang C C ,Liao T L 2006 *Chaos* **16** 033125
- [20] Lee C C 1990 *IEEE Trans. Sys. Man Cyber.* **20** 404
- [21] Takagi T ,Sugeno M 1985 *IEEE. Trans. Sys. Man Cyber.* **15** 116
- [22] Gopalsamy K 1992 *Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics* (Dordrecht : Kluwer Academic Publishers) Chapt. 3
- [23] Celikovsky S ,Chen G 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 1789

Adaptive projective synchronization and parameter identification of Takagi-Sugeno fuzzy hyperchaotic systems^{*}

Wang Xing-Yuan[†] Meng Juan

(School of Electronic & Information Engineering , Dalian University of Technology , Dalian 116024 , China)

(Received 27 December 2007 ; revised manuscript received 22 January 2008)

Abstract

The projective synchronization problems of uncertain hyperchaotic systems is investigated. Based on the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model , an adaptive controller and the parameter update rule are designed. The feasibility of the proposed scheme is verified according to Lyapunov stability theory. Using the designed controller , parameters identification and the projective synchronization of uncertain hyperchaotic systems can be achieved simultaneously. Hyperchaotic Lorenz system is employed to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords : Takagi-Sugeno fuzzy model , adaptive , projective synchronization , hyperchaotic

PACC : 0545 , 0555

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60573172) , the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20070141014) , and the Natural Science Foundation of Liaoning Province , China (Grant No. 20082165).

[†] E-mail : wangxy@dlut.edu.cn