

基于三种方法的新 Lü 混沌系统的同步*

王兴元[†] 朱全龙 张晓鹏

(大连理工大学电子信息与电气工程学部, 大连 116024)

(2011年1月2日收到; 2011年1月20日收到修改稿)

分别用状态观测器法、主动控制法和 Backstepping 法研究了含有常数项的新 Lü 混沌系统的自同步问题. 针对非严格反馈的新 Lü 混沌系统, 分别基于以上三种方法设计了自适应控制器, 依据 Lyapunov 稳定性原理证明了这些控制器能够较好地实现新 Lü 混沌系统的渐近自同步. 数值仿真实验进一步验证了以上三种同步方法的有效性. 经对三种同步方法比较分析, 发现基于状态观测器的同步方法更加灵活高效.

关键词: 混沌同步, 状态观测器, 主动控制, Backstepping

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Gg

1. 引言

1990年, Pecora 和 Corroll 提出了“混沌同步”的概念^[1], 并在实验室实现了同一信号驱动下两个相同的耦合混沌系统的同步^[2]. 由于混沌同步在生命科学、信号处理、大型旋转机械、保密通信等方面有着十分广阔的应用前景及巨大的市场潜在价值, 因此引起了人们极大的重视, 并对此进行了广泛而深入地研究^[3-5]. 目前, 针对各种混沌系统, 许多学者已经提出了不同的混沌同步方法, 如 PC 法、反馈同步法、自适应同步法、激活控制法、观测器同步法、Backstepping 同步法、模糊同步法、神经网络同步法等^[6-16]. 然而针对某一混沌系统, 采用不同的同步方法实现其同步, 并进行同步性能比较的研究并不多见. 为此, 本文分别采用状态观测器同步法、激活控制同步法、Backstepping 同步法研究了新 Lü 混沌系统的同步问题, 设计了自适应控制器. 理论分析和数值仿真均证实了上述三种方法的有效性. 经比较, 状态观测器同步法较另外两种方法更加灵活高效.

2. 系统描述

Lü 等提出的新 Lü 混沌系统^[17], 其动力学方程

可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{ab}{a+b}x_1 - x_2x_3 + c, \\ \dot{x}_2 &= ax_2 + x_1x_3, \\ \dot{x}_3 &= bx_3 + x_1x_2,\end{aligned}\quad (1)$$

式中 x_1 , x_2 和 x_3 是状态变量, $a < 0$, $b < 0$, c 是系统参数且为实常数. 当 $a = -10$, $b = -4$, $|c| < 19.2$ 时, 系统(1)处于混沌状态^[17]. 此系统(1)的吸引子与 Lorenz 系统的吸引子同构却不等价, 其动力学特性也较为复杂. 作者任选系统(1)的状态变量的初值为(0.1, 0.5, 2.1), 参数 $c = 1$ 或 $c = 10$ 时, 利用 MATLAB 软件对系统进行数值模拟仿真, 发现此含有常数项的非线性系统(1)表现出了复杂的混沌动力学行为, 其奇异吸引子如图 1 所示.

3. 基于状态观测器法的同步

3.1. 控制器的设计

系统(1)可以被改写为系统(2)的第一式的形式

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + BF(x) + D, \\ w &= Kx + F(x),\end{aligned}\quad (2)$$

其中 x 是系统状态变量, A 和 B 是已知的定常矩

* 国家自然科学基金(批准号:60573172, 60973152)、高等学校博士学科点专项基金(批准号:20070141014)和辽宁省自然科学基金(批准号:20082165)资助的课题.

[†] E-mail: wangxy@dlut.edu.cn, zqlong1979@qq.com

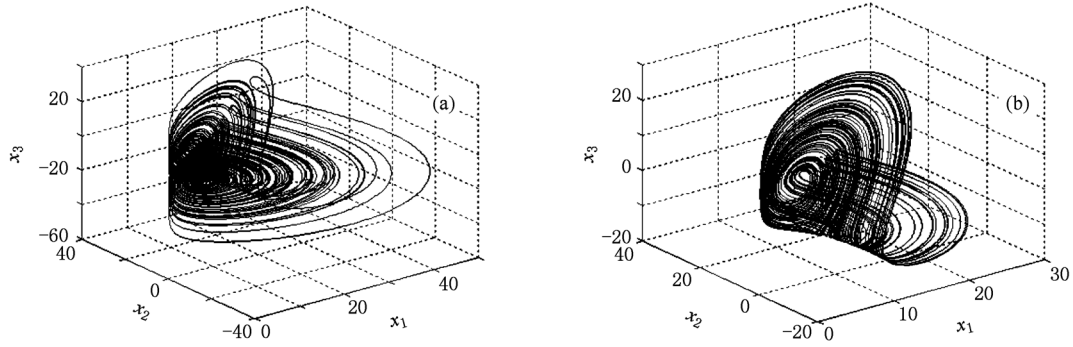


图1 新 Lü 混沌系统的吸引子 (a) $c=1$, (b) $c=10$

阵, D 是系统的常数项, w 是驱动系统的输出, K 是要求的反馈增益矩阵. 比较(1)与(2)式, 可得到系统参数为

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{ab}{a+b} & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$F(x) = \begin{pmatrix} x_2 x_3 \\ x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}.$$

3.2. 数值仿真

取

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ 或 } D = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

这里已知 $a = -10$, $b = -4$.

根据系统(2)可设计其状态观测器为

$$\begin{aligned} \dot{y} &= Ay + BF(y) + B(w - v) + D, \\ v &= Ky + F(y), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 y 是状态观测器的状态变量, v 是状态观测器的输出, D 是系统的常数项.

定义系统(2)和(3)的误差矢量为

$$e = y - x, \quad (4)$$

对(4)式求导, 再将(3)与(2)式代入, 得到如下的动力学误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{y} - \dot{x} \\ &= A(y - x) + B(F(y) - F(x)) \\ &\quad + B(-K(y - x) - (F(y) - F(x))) \end{aligned}$$

$$= (A - BK)e. \quad (5)$$

即 $\dot{e} = (A - BK)e$. 令 $M = A - BK$, 则 $\dot{e} = Me$.

定理1 如果对角矩阵 K 满足条件: $\lambda_i \leq 0$, 其中 λ_i 是矩阵 M 的特征值, 则(5)式的状态向量渐近收敛到零, 即驱动系统(2)和响应系统(3)渐近同步.

证明 解微分方程 $\dot{e} = Me$ 得

$$\|e(t)\| = \|e^{Mt}e(0)\|.$$

根据矩阵 M 的特征值均为不大于零的实数, 因此 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|e\| \rightarrow 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$.

此时驱动系统(2)和响应系统(3)渐近同步, 证毕.

下面我们利用极点配置法来求增益矩阵 K . 可以任意设极点为下列形式(只要实部为负即可, 虚部可以为0也可以不为0):

$$J = (-7 + 3j \quad -7 - 3j \quad -11), \quad (6)$$

则可得到

$$K = \begin{pmatrix} -9.8571 & -3.0000 & 0 \\ -3.0000 & -3.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 7.0000 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

利用 MATLAB 软件对以上得出的数据进行数值模拟, 利用四阶 Runge-Kutta 算法检验驱动系统(2)与它的状态观测器(3)是否达到同步. 取步长为 $\tau = 0.001$, 驱动系统(2)及其状态观测器(3)的初始值为 $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = 0.5$, $x_3(0) = 2.1$ 以及 $y_1(0) = -0.1$, $y_2(0) = -3$, $y_3(0) = 5$; 由误差计算公式 $e = y - x$ 可得初始误差为 $e_1 = -0.2$, $e_2 = -3.5$, $e_3 = 2.9$. 图2显示了驱动-响应系统的对应状态分量随时间变化的曲线. 图3为误差系统分量 e_1 , e_2 和 e_3 随时间变化的曲线. 从图2和图3可以看出, 利用作者设计的增益矩阵 K , 很快实现了驱动系统(2)和其状态观测器之间的同步. 同时还可得出结

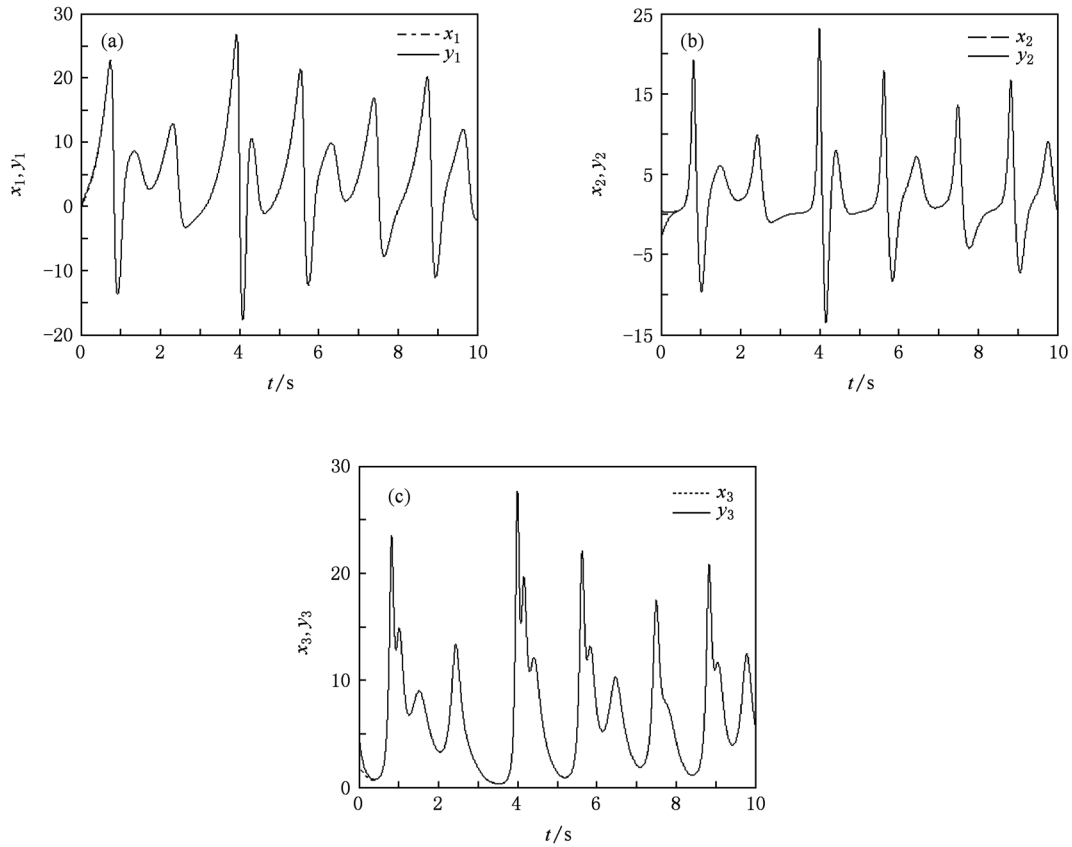


图2 基于状态观测器同步法系统(2)和(3)对应状态分量随时间的变化曲线

论:对 J 取不同的值,通过极点配置法,可以得到多种增益矩阵 K ,即可设计多种状态控制器.这说明基于状态观测器的同步法非常灵活,方便,具有很多优点.

4. 基于主动控制法的同步

4.1. 控制器的设计

定义如下形式的驱动系统:

$$\dot{x} = Ax + f(x) + D, \quad (8)$$

其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ 是驱动系统的状态矢量, $A \in R^n \times R^n$ 是 n 阶常数矩阵, $f(x)$ 是一个连续向量函数, $D \in R^n$ 是系统的常数矢量.

构造响应系统的动力学方程为

$$\dot{y} = Ay + f(y) + D + u(t), \quad (9)$$

其中 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ 是响应系统的状态矢量, $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))^T \in R^n$ 为待定的控制器矢量.

作者的目的是通过设计恰当的控制器的 $u(t)$ 把

响应系统(9)的轨道逐渐控制到驱动系统(8)的轨道上去,最后使两个系统达到同步,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y - x\| = 0,$$

这里 $\|\cdot\|$ 是指欧氏范数.

定义系统(9)与(8)的误差 $e = y - x$,从而得到误差动力系统为

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{x} = Ae + F(x, y) + u(t), \quad (10)$$

其中 $F(x, y) = f(y) - f(x)$; $u(t)$ 定义为

$$u(t) = V(t) - F(x, y), \quad (11)$$

这里 $V(t) = Ke$ 是一个含有 e 的线性项.将(11)式代入(10)式可得

$$\dot{e} = Ae + V(t). \quad (12)$$

因为 $V(t) = Ke, K \in R^{n \times n}$ 是常数对角矩阵.因此(12)式可改写为

$$\dot{e} = (A + K)e. \quad (13)$$

根据定理1可知,当取 $(A + K)$ 的特征值的实部均为负时,求解微分方程 $\dot{e} = (A + K)e$ 可得

$$\|e(t)\| = \|e^{(A+K)t}e(0)\|.$$

故当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\|e\| \rightarrow 0$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$.

这表明驱动系统(8)和响应系统(9)实现了渐

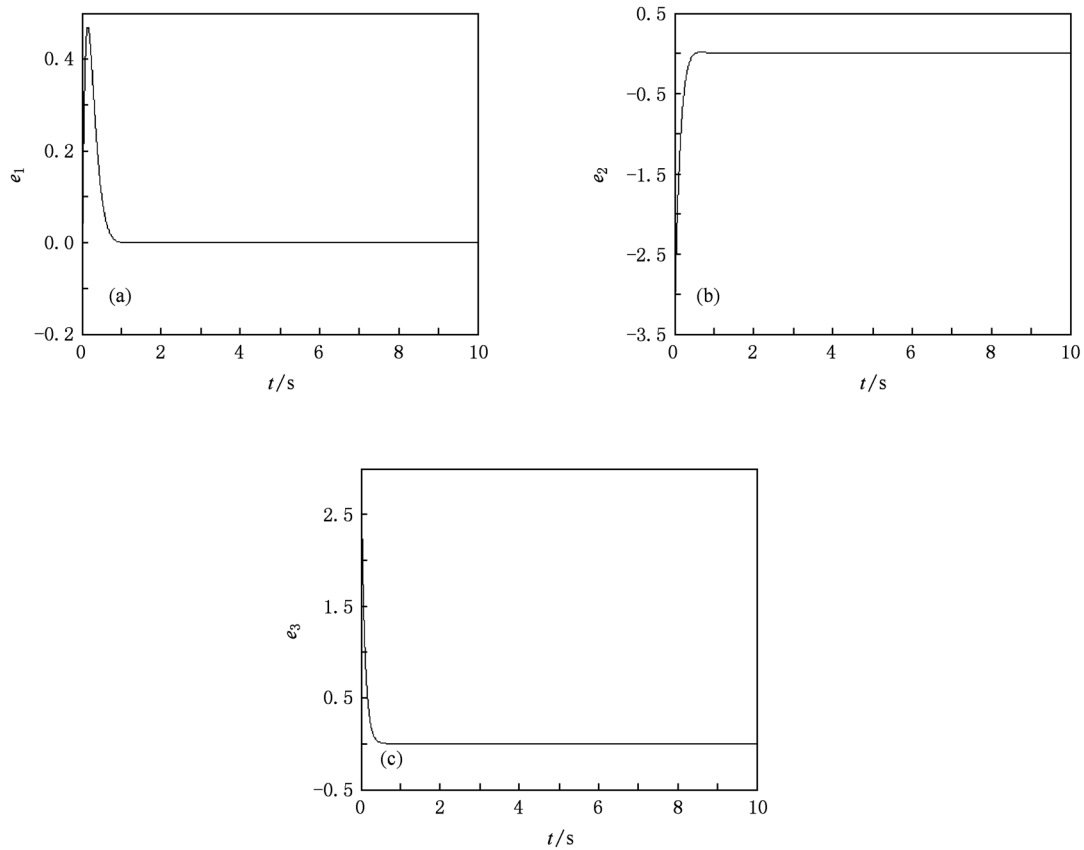


图3 基于状态观测器同步法系统(2)和(3)的误差曲线

近同步.

4.2. 数值仿真

由新 Lü 系统(1)构造其对应的响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -\frac{ab}{a+b}y_1 - y_2y_3 + c + u_1, \\ \dot{y}_2 &= ay_2 + y_1y_3 + u_2, \\ \dot{y}_3 &= by_3 + y_1y_2 + u_3, \end{aligned} \quad (14)$$

取参数 $a = -10, b = -4, c = 9$, 此时系统(1)处于混沌状态^[17].

用响应系统(14)减去驱动系统(1), 可得到误差动力学系统为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\frac{ab}{a+b}e_1 - (y_2y_3 - x_2x_3) + u_1, \\ \dot{e}_2 &= ae_2 + (y_1y_3 - x_1x_3) + u_2, \\ \dot{e}_3 &= be_3 + (y_1y_2 - x_1x_2) + u_3. \end{aligned} \quad (15)$$

构造主动控制器函数为

$$\begin{aligned} u_1 &= (y_2y_3 - x_2x_3) + w_1, \\ u_2 &= -(y_1y_3 - x_1x_3) + w_2, \\ u_3 &= -(y_1y_2 - x_1x_2) + w_3, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 w_1, w_2 和 w_3 是控制输入项. 把(16)式代入(15)式可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\frac{ab}{a+b}e_1 + w_1, \\ \dot{e}_2 &= ae_2 + w_2, \\ \dot{e}_3 &= be_3 + w_3. \end{aligned} \quad (17)$$

可见这里要研究的误差系统(17)是一个线性系统, 式中 w_1, w_2 和 w_3 是误差系统变量函数 e_1, e_2 和 e_3 的控制输入项. 当系统(17)在控制输入项 w_1, w_2 和 w_3 的作用下趋于稳定时, 误差变量 e_1, e_2 和 e_3 在时间 t 趋于无限时渐近为零. 这表明驱动系统(1)和响应系统(14)实现了同步. 由此, 作者选择控制输入项如下:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

上式中 \mathbf{K} 是一个 3×3 的常数对角矩阵. 为使系统(17)渐近稳定, 它的特征矩阵的所有特征值必须具有负实部. 满足这一条件的 \mathbf{K} 矩阵有很多, 作者构造常数对角矩阵 \mathbf{K} 如下:

$$K = \begin{pmatrix} \frac{ab}{a+b} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -b - 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

把(18)式代入(17)式,可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -e_1, \\ \dot{e}_2 &= -e_2, \\ \dot{e}_3 &= -e_3, \end{aligned}$$

即 $\dot{e} = Me$, 这里

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

这样,这个闭环系统(17)的三个特征值均为 -1 . 由

定理 1 可知应用上面的主动控制法,驱动系统(1)和响应系统(14)可实现同步.

下面使用 Matlab 软件进行数值模拟,作者利用四阶 Runge-Kutta 算法来求解系统的微分方程. 取步长 $t = 0.001$, 驱动系统(1)和响应系统(14)的初值分别为 $x_1(0) = -1.5, x_2(0) = 2.25, x_3(0) = 2.1; y_1(0) = 1, y_2(0) = 3, y_3(0) = 5.4$. 图 4 显示了驱动-响应系统的对应状态分量随时间变化的曲线. 图 5 为误差系统分量 e_1, e_2 和 e_3 随时间变化的曲线. 从图 4 和图 5 可以看出,用作者设计的控制器,同步误差能够较快速的趋近于零,说明系统(1)和(14)实现了渐近稳定.

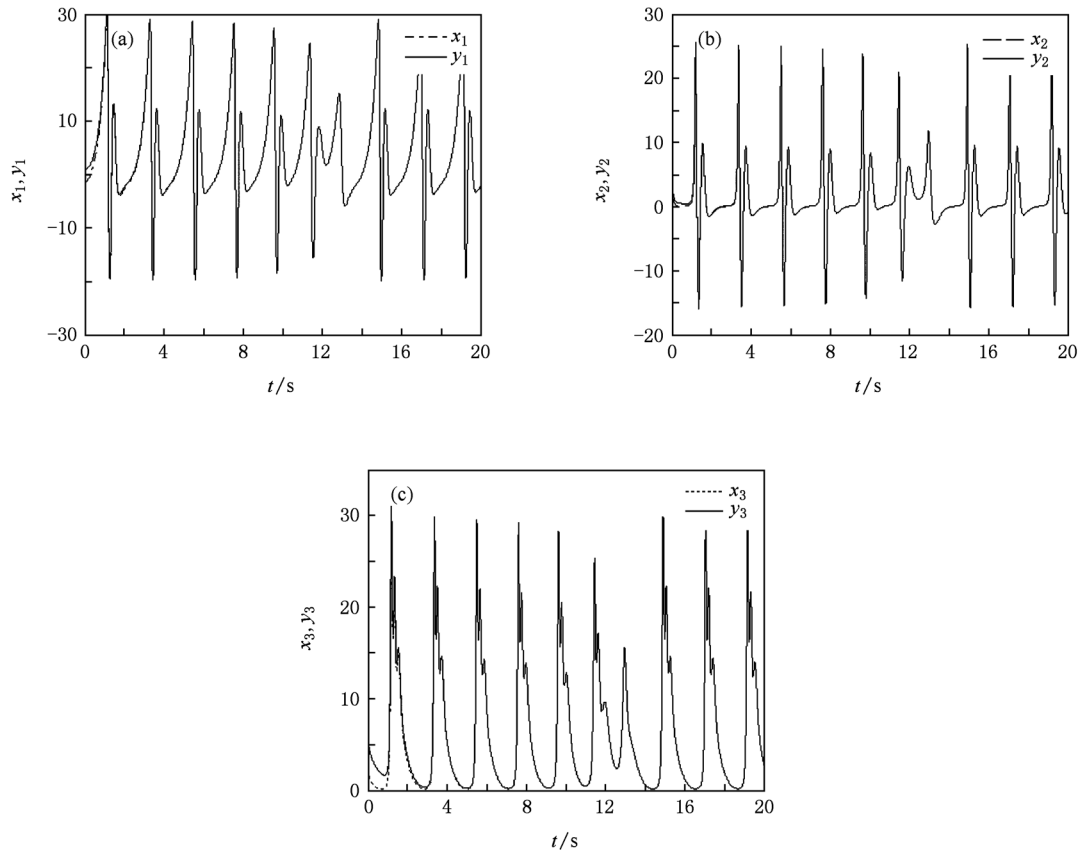


图 4 基于主动控制法同步法系统(1)和(14)对应状态分量随时间的变化曲线

5. 基于 Backstepping 方法混沌同步

5.1. 控制器的设计

仍然选择系统(1)作为驱动系统,系统(14)作为响应系统,定义系统(1)和系统(14)的误差为

$$\begin{aligned} e_1 &= y_1 - x_1, \\ e_2 &= y_2 - x_2, \\ e_3 &= y_3 - x_3. \end{aligned} \quad (21)$$

对(21)式求导,然后将(14)式和(1)式代入,可得误差动力学系统

$$\dot{e}_1 = -\frac{ab}{a+b}e_1 - (y_2y_3 - x_2x_3) + u_1,$$

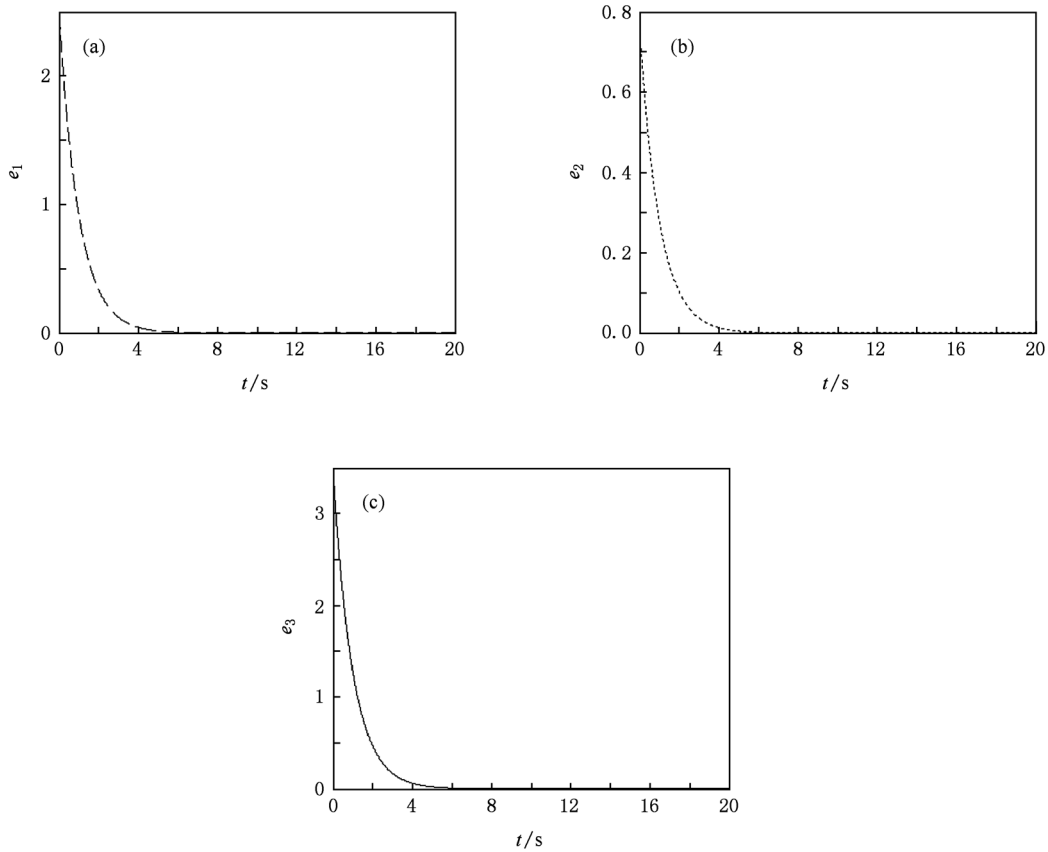


图5 基于主动控制法系统(1)和(14)的同步误差曲线

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= ae_2 + (y_1y_3 - x_1x_3) + u_2, \\ \dot{e}_3 &= be_3 + (y_1y_2 - x_1x_2) + u_3. \end{aligned}$$

将(21)式的变形并代入上式,可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\frac{ab}{a+b}e_1 - (e_2e_3 + e_2x_3 + x_2e_3) + u_1, \\ \dot{e}_2 &= ae_2 + (e_1e_3 + x_1e_3 + e_1x_3) + u_2, \\ \dot{e}_3 &= be_3 + (e_1e_2 + x_1e_2 + e_1x_2) + u_3, \end{aligned} \quad (22)$$

式中变量 x_1 , x_2 和 x_3 是系统(1)中的输入信号. 控制同步的目的就是通过加入的 u_1 , u_2 和 u_3 把响应系统的轨道控制到驱动系统的轨道上去,使系统(1)和(14)之间的状态误差渐近趋于0. 因此,驱动系统和响应系统的同步问题就转化成了实现误差系统(22)的渐近稳定问题. 为实现这一目标,只需找到合适的 u_1 , u_2 和 u_3 , 能够使得系统(22)在原点渐近稳定.

首先定义 $z_1 = e_1$, 考虑系统

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\frac{ab}{a+b}e_1 - (e_2e_3 + e_2x_3 + x_2e_3) \\ &\quad + u_1, \end{aligned} \quad (23)$$

上式中 $e_2 = \alpha_1(z_1)$ 可以看作是一个虚拟的控制器.

为了设计 $\beta_1(w_1)$ 以实现系统(23)的稳定,我们选择 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2. \quad (24)$$

对 V_1 求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1\dot{z}_1 \\ &= z_1 \left(-\frac{ab}{a+b}z_1 - (e_2e_3 + e_2x_3 + x_2e_3) + u_1 \right) \\ &= z_1 \left(-\frac{ab}{a+b}z_1 - \alpha_1(e_3 + x_3) - x_2e_3 + u_1 \right). \end{aligned} \quad (25)$$

假设 $\alpha_1 = 0$ 而且 $u_1 = x_2e_3 + z_1\left(\frac{ab}{a+b} - 1\right)$, 则

有

$$\dot{V}_1 = -z_1^2 < 0. \quad (26)$$

可使得系统(23)渐近稳定. 把 e_2 看成是控制器,那么函数 $\alpha_1(z_1)$ 是 e_2 的估计函数. e_2 和 $\alpha_1(z_1)$ 的误差表示如下:因为 $\alpha_1 = 0$, 有

$$z_2 = e_2 - \alpha_1 = e_2. \quad (27)$$

研究 (z_1, z_2) 组成的如下系统

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\frac{ab}{a+b}z_1 - (z_2e_3 + z_2x_3 + x_2e_3) + u_1, \\ \dot{z}_2 &= az_2 + (z_1e_3 + x_1e_3 + z_1x_3) + u_2, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $e_3 = \alpha_2(z_1, z_2)$ 看作虚拟控制器. 构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z_2^2, \quad (29)$$

对它求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -z_1^2 - z_2z_1(e_3 + x_3) \\ &\quad + z_2(az_2 + (z_1e_3 + x_1e_3 + z_1x_3) + u_2) \\ &= -z_1^2 - z_2^2 + z_2^2 + z_2(-z_1(e_3 + x_3) \\ &\quad + az_2 + (z_1e_3 + x_1e_3 + z_1x_3) + u_2) \\ &= -z_1^2 - z_2^2 + z_2(z_2 + (az_2 + x_1e_3 + u_2)) \\ &= -z_1^2 - z_2^2 + z_2(z_2 + az_2 + x_1e_3 + u_2). \end{aligned} \quad (30)$$

假设 $\alpha_2 = 0$, 从而有

$$u_2 = -z_2 - az_2 - x_1e_3 = -z_2 - az_2, \quad (31)$$

那么

$$\dot{V}_2 = -z_1^2 - z_2^2 < 0$$

是负定的. 这表明系统(28)渐近稳定. 定义误差系统变量 z_3 为

$$z_3 = e_3 - \alpha_2. \quad (32)$$

研究 (z_1, z_2, z_3) 构成的如下三维混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\frac{ab}{a+b}z_1 - (z_2z_3 + z_2x_3 + x_2z_3) + u_1, \\ \dot{z}_2 &= az_2 + (z_1z_3 + x_1z_3 + z_1x_3) + u_2, \\ \dot{z}_3 &= bz_3 + (z_1z_2 + x_1z_2 + z_1x_2) + u_3. \end{aligned} \quad (33)$$

为了使得这个系统(33)渐近稳定, 构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}z_3^2. \quad (34)$$

对 V_3 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + z_3\dot{z}_3 \\ &= -z_1^2 - z_2^2 + z_2x_1z_3 + z_3\dot{z}_3 \\ &= -z_1^2 - z_2^2 + z_2x_1z_3 + z_3(bz_3 \\ &\quad + (z_1z_2 + x_1z_2 + z_1x_2) + u_3) \\ &= -z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 + z_3^2 + z_2x_1z_3 \\ &\quad + z_3(bz_3 + (z_1z_2 + x_1z_2 + z_1x_2) + u_3) \\ &= -z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 + z_3(z_3 + z_2x_1 + bz_3 \\ &\quad + (z_1z_2 + x_1z_2 + z_1x_2) + u_3). \end{aligned} \quad (35)$$

如果

$$\begin{aligned} u_3 &= -z_3 - z_2x_1 - bz_3 - (z_1z_2 + x_1z_2 + z_1x_2) \\ &= -(1+b)z_3 - 2z_2x_1 - z_1(z_2 + x_2), \end{aligned} \quad (36)$$

则有

$$\dot{V}_3 = -z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 < 0.$$

可见 V_3 是负定的, 它遵循 Lyapunov 稳定性理论. 三维系统(33)在平衡点 $(0, 0, 0)$ 处是渐近稳定的. 考虑到 $e_2 = \alpha_1(z_1)$, $z_2 = e_2 - \alpha_1$, $z_3 = e_3 - \alpha_2$, 这表明 e_1, e_2 和 e_3 渐近趋于零, 即响应系统(14)的轨道渐近趋向于驱动系统(1)的轨道.

5.2. 数值仿真

为了验证上面的分析结果, 接下来作者用 MATLAB 进行数值仿真实验. 采用四阶 Runge-Kutta 方法来实现系统(1)和系统(14)的同步. 取步长为 0.001, 驱动系统(1)和响应系统(14)的初值分别为 $x_1(0) = -1.5$, $x_2(0) = 2.25$, $x_3(0) = 2.1$ 和 $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 3$, $y_3(0) = 5.4$. 图6显示了驱动-响应系统的对应状态分量随时间变化的曲线. 图7为误差系统分量 e_1, e_2 和 e_3 随时间变化的曲线. 从图6和图7可以看出, 利用上述 Backstepping 方法, 可实现了驱动系统(1)和响应系统(14)之间的同步.

6 结 论

本文使用了三种方法分别研究了新 Lü 混沌系统的同步问题. 利用极点配置技术提出了一个标准化的解析方法, 实现了新 Lü 混沌系统的基于状态观测器的同步; 通过构造恰当的 Lyapunov 函数, 推导出基于 Backstepping 方法或主动控制法的控制器, 再利用 Lyapunov 稳定性的判据证明了误差动力学系统在原点处渐近稳定. 数值模拟进一步证明了上述三种同步方法的有效性.

经对三种同步方法比较得出, 基于状态观测器的同步法较后面两种方法具有以下优点: 1) 不要求拆分主系统; 2) 不要求对主系统的精确复制(即驱动系统和响应系统可以是异构的); 3) 不需求解误差系统的 Lyapunov 函数; 4) 选用不同的增益矩阵 K 就能构造出多种状态观测器; 5) 同步速度快, 并且稳定性好.

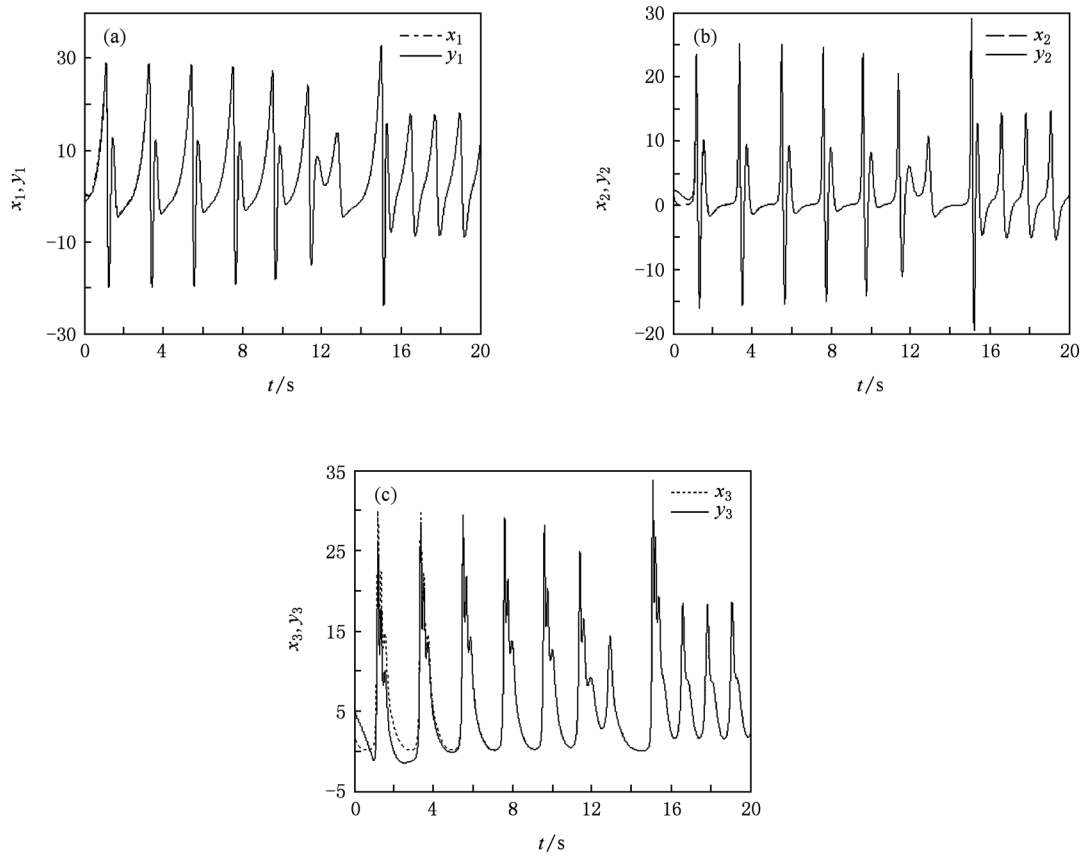


图6 基于 Backstepping 同步法系统(1)和(14)对应状态分量随时间的变化曲线

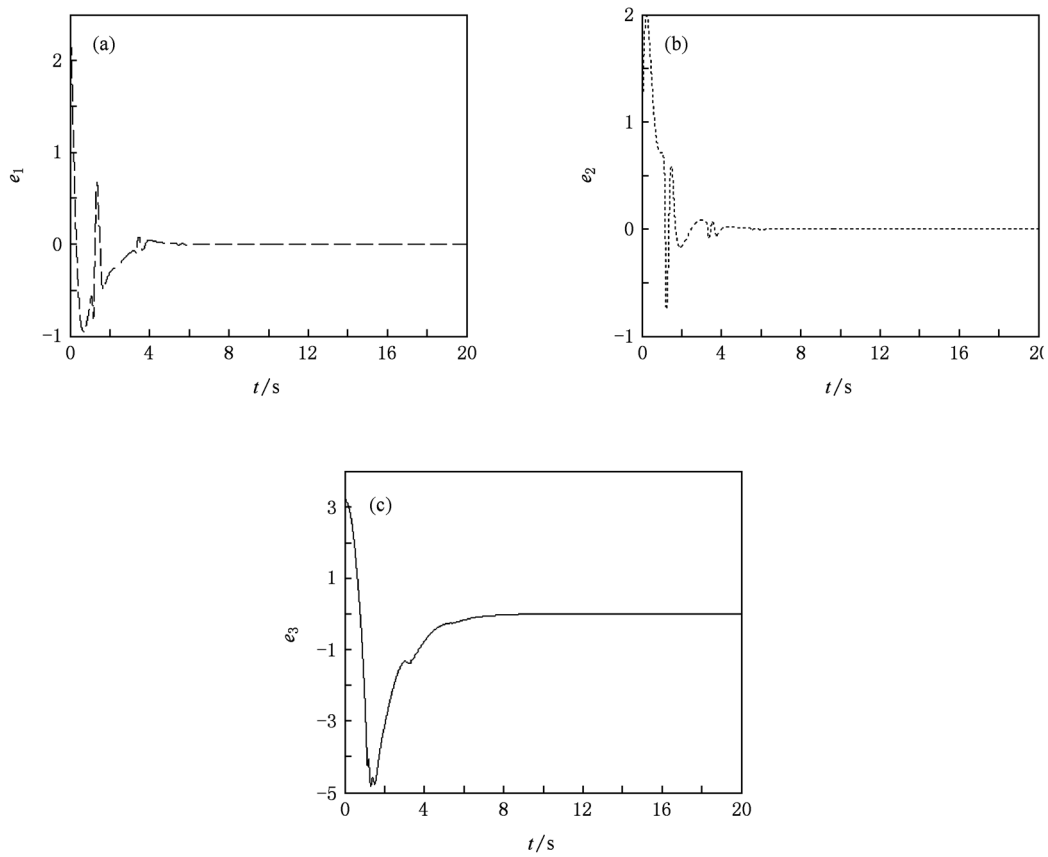


图7 基于 Backstepping 方法系统(1)和(14)的同步误差曲线

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Carroll T L, Pecora L M 1991 *IEEE T. Circuit-I* **38** 453
- [3] Chua L O, Kocarev L, Eckert K 1992 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **2** 705
- [4] Kocarev L 1993 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **3** 479
- [5] John J K, Amritkar R E 1994 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **4** 1687
- [6] Lü J H, Chen G R 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 659
- [7] Guan X P, Fan Z P, Chen C L 2002 *Chaotic Control And Its Application In Secret Communication* (Beijing: Defense Industry Press) p183 (in Chinese) [关新平、范正平、陈彩莲等 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用(北京:国防工业出版社) 第183页]
- [8] Chen G R, Lv J H 2002 *Dynamics Analysis, Control And Synchronization On Lorenz System Race* (Beijing: Science Press) p55 (in Chinese) [陈关荣、吕金虎 2002 Lorenz 系统族的动力学分析, 控制与同步(北京:科学出版社) 第55页]
- [9] Wang X Y, Wu X J 2006 *Chaos* **16** 033121
- [10] Wang Z S, Zhang H G, Wang Z L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2687 (in Chinese) [王占山、张化光、王智良 2006 物理学报 **55** 2687]
- [11] Zhang H G, Ma D Z, Wang Z S, Feng J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 147 (in Chinese) [张化光、马大中、王占山、冯 健 2010 物理学报 **59** 147]
- [12] Zhang H G, Ma T D, Huang G B, Wang Z L 2010 *IEEE T. Syst. Man. Cy. B* **40** 831
- [13] Wang T S, Wang X Y 2011 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **16** 1464
- [14] Zhang H G, Xie Y H, Wang Z L, Zheng C D 2007 *IEEE T. Neural Networ.* **18** 1841
- [15] Yang D S, Zhang H G, Zhao Y, Song C H, Wang Y C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1562 (in Chinese) [杨东升、张化光、赵 琰、宋崇辉、王迎春 2010 物理学报 **59** 1562]
- [16] Zhang H G, Liu D R, Wang Z L 2009 *Control- ling Chaos: Suppression, Synchronization and Chaotification* (London: Springer) p246
- [17] Lü J H, Chen G R, Cheng D Z 2004 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **14** 1507

Synchronization of new Lü chaotic system via three methods*

Wang Xing-Yuan[†] Zhu Quan-Long Zhang Xiao-Peng

(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

(Received 2 January 2011; revised manuscript received 20 January 2011)

Abstract

In this paper we study the chaos synchronization of a new Lü chaotic system containing constants via three methods, i. e., state observer, active control method, and backstepping method. Based on the above three methods, the we design an adaptive controller according to the Lyapunov stability theory which proves that the controller can well realize the asymptotical synchronization between two identical systems. Through numerical simulation, we further verify the effectiveness and the advantage of the above three synchronization methods. The synchronization method based on state observer is believed to be more flexible and efficient through the comparative analysis of three kinds of synchronization methods.

Keywords: chaos synchronization, observer synchronization, active control, backstepping

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60573172, 60973152), the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China (Grant No. 20070141014), and the National Natural Science Foundation of Liaoning province (Grant No. 20082165).

[†] E-mail: wangxy@dlut.edu.cn, zqlong1979@qq.com