

# 二极管间隙距离对场致发射过程中空间电荷效应的影响

左应红<sup>1)2)†</sup> 王建国<sup>2)</sup> 范如玉<sup>1)2)</sup>

1) (清华大学工程物理系, 北京 100084)

2) (西北核技术研究所, 西安 710024)

(2012年4月3日收到; 2012年6月1日收到修改稿)

在强电场条件下, 由阴极通过场致发射产生的电子具有很强的空间电荷效应, 因此真空二极管的空间电荷限制电流是设计高功率微波源等强流电子束器件时需要考虑的重要参数. 场致发射电流密度只和阴极材料、阴极表面电场等有关, 而空间电荷效应则会受二极管电压、间隙距离等因素的影响. 为研究二极管间隙距离对场致发射过程中空间电荷效应的影响, 建立了由场致发射阴极构成的一维平板真空二极管物理模型, 利用第一性原理的粒子模拟方法, 研究了二极管间隙距离和外加电压等参数变化时的阴极表面电场随时间的演变特性, 得到了阴极表面稳态电场和二极管间隙距离之间的关系. 结果表明, 场致发射过程开始后, 阴极表面电场先有个振荡过程, 随后趋于稳定; 在同一外加电场条件下, 间隙距离越长, 稳态电场的绝对值越小, 且达到稳态所需的时间也越长; 间隙距离越短, 当阴极表面电场达到稳定状态时, 二极管间隙区的电场分布变化越剧烈.

**关键词:** 二极管, 场致发射, 空间电荷效应, 间隙距离

**PACS:** 52.59.Mv, 79.70.+q, 85.30.Fg

## 1 引言

真空二极管是获得强流电子束、X射线、 $\gamma$ 射线、高功率微波 (HPM) 以及强激光等的关键部件<sup>[1,2]</sup>, 对于这种类型的二极管而言, 在外加强电场条件下, 阴极的爆炸电子发射方式是其产生电子束的主要机制, 而在爆炸电子发射的早期阶段则是由场致发射产生电子<sup>[3]</sup>, 场致发射过程持续时间短, 是一个非稳态的物理过程. 强电场条件下场致发射所产生的电流密度能达到  $10^{11}$  A/m<sup>2</sup> 以上, 发射进入二极管间隙区的电子具有很强的空间电荷效应, 因此真空二极管的空间电荷限制电流是设计高功率微波源等强流电子束器件时需要考虑的重要参数<sup>[4]</sup>. 场致发射产生的电流密度只和阴极材料、阴极表面电场等因素有关<sup>[5]</sup>, 而空间电荷效应则受二极管两端所加电压、阴阳极的间隙距离等因素的

影响<sup>[6,7]</sup>.

当给二极管加载一个高压以至于二极管阴极表面电场超过  $10^9$  V/m 时, 阴极表面将会由于很强的电场作用而开启场致发射过程. Barbour 等<sup>[8]</sup> 通过实验观察到场致发射电流要比采用经验公式预测的电流低, 他们通过实验和理论分析方法研究了当电流密度大于  $6 \times 10^6$  A/cm<sup>2</sup> 时的场致发射过程中的空间电荷效应, 并研究了逸出功对这种效应的影响. Anderson<sup>[9]</sup> 的研究工作中比较了当考虑空间电荷效应和不考虑空间电荷效应两种情况下的发射电流密度与电场强度之间的依赖关系, 并且对矩形、圆柱和球形三种几何形状下的依赖关系进行了研究. Feng<sup>[10]</sup> 利用粒子模拟软件 OOPD1 (object-oriented plasma device) 研究了从场致发射到空间电荷限制发射的转变过程中的空间电荷效应的非线性作用, 重点研究了发射电子的初始速度、阴极材料的逸出功和二极管阴极表面的局部电场

† E-mail: zuoyinghong@tsinghua.org.cn

增强因子对该转变过程的影响, 在其计算过程中, 二极管阴阳极之间的距离始终为一常数, 没有考虑到其变化会对空间电荷效应的影响. 文献 [11, 12] 经过理论分析, 使用了一种经过修正后的一维和三维 Child-Langmuir (CL) 公式描述了空间电荷效应对场发射电流的影响, 研究了多个单一发射体和一维场致发射之间的关系.

由于实验技术和理论不断发展, 对场致发射过程中空间电荷效应的研究已经获得了一些认识, 但仍然存在一些有待解决的问题. 本文在建立物理模型的基础上, 用数值模拟方法对二极管不同的间隙条件下场致发射过程中空间电荷效应进行了研究, 将有助于更好地认识场致发射物理特性, 有利于理解诸如电子发射材料的发射性能以及电子束非线性的空间电荷效应等物理问题 [13,14].

## 2 物理模型及方法

### 2.1 电子发射模型

对于真空平面二极管, 给定了二极管两板间的外加电压  $V_0$  和二极管的阴阳极间的距离  $d$  之后, 在假定模型为一维无限大平板和阴极表面电场为零的基础上, Child 和 Langmuir 得出的 CL 定律 [11,12] 描述了二极管所能运输的最大电流密度为

$$j_{scl} = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \frac{V_0^{3/2}}{d^2}, \quad (1)$$

其中,  $m_e$  和  $e$  分别是电子的质量和电荷量,  $\epsilon_0$  是真空介电常数.

二极管爆炸电子发射的初期以场致发射为主要特征. 场致发射的物理本质为, 当有外加垂直界面的电场存在时, 金属表面的势垒降低、变窄, 当势垒宽度降至与电子费米波长相当时, 电子的隧道效应开始起作用, 金属内部的电子遵循量子力学规律按一定的概率穿过表面势垒形成电子束. Fowler 和 Nordheim 在假设电子从金属电极发射及表面势为三角势的基础上, 采用自由电子近似的 WKB 方法, 得到了 Fowler-Nordheim (FN) 场致电子发射公式 [5]

$$j_{FN} = \frac{AE_s^2}{\phi t(y)} \exp\left(-\frac{B\phi^{3/2}\theta(y)}{E_s}\right), \quad (2)$$

其中,  $j_{FN}$  是发射的电流密度,  $E_s$  是垂直于阴极表面的电场,  $\phi$  是阴极材料的逸出功,  $t(y)$  和  $\theta(y)$

是 Nordheim 函数, 它们都是  $y = (eE_s/4\pi\epsilon)^{1/2}/\phi$  的函数.  $A$  和  $B$  是两个经验参数. 在数值模拟中, 我们采用文献 [15] 给出的近似表达式  $\theta(y) = 1 + 0.1107y^{1.33}$  和  $t(y) = 1 - y^{1.69}$ .

由海森堡测不准原理给出的场致电子发射需要的最低电场如下 [3]:

$$E = \frac{2\pi(2m_e\phi^3)^{1/2}}{he}, \quad (3)$$

式中,  $h$  是普朗克常数. 对于逸出功为 2.7 eV 的金属阴极而言, 场致发射所对应的电场阈值约为  $E \approx 2.3 \times 10^9$  V/m.

### 2.2 二极管物理几何模型

为研究二极管间隙距离对空间电荷效应的影响, 重点考虑电子发射过程中阴极表面电场的物理行为, 如图 1 所示. 采用一个平板几何结构的二极管模型, 该二极管由两块金属电极组成, 左边是阴极, 右边是阳极, 且以阴极指向阳极方向为  $x$  正方向. 外加电场  $E = -V_0/d$ , 其中  $-V_0$  是外加电压,  $d$  是二极管阴阳极之间的间隙距离.

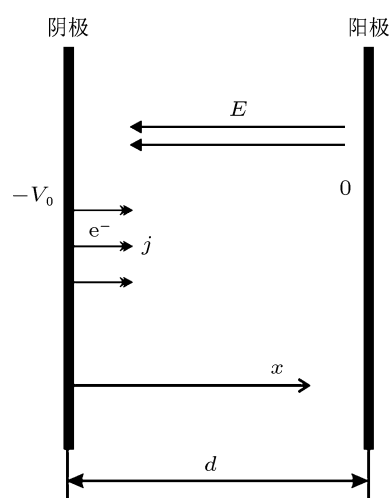


图 1 平板二极管几何模型示意图

### 2.3 数值模拟模型

为分析发射出的电子对阴极表面电场的影响, 采用一维 particle-in-cell (PIC) 静电模型 [16], 描述电子空间电荷效应的泊松方程和电场表达式如下:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (4)$$

$$E = -\nabla\varphi, \quad (5)$$

其中,  $\varphi$  为电势,  $\rho$  是电荷密度, 泊松方程采用的边界条件为两极板的电势值. 如图 1 所示, 边界条件为  $\varphi_c = -V_0$  和  $\varphi_a = 0$ . 本文的模型中, 电场仅有垂直于阴极表面亦即  $x$  方向的分量.

电子的运动则通过求解非相对论情况下的 Newton 运动方程得到:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = q_i E, \quad (7)$$

式中,  $x_i$  和  $v_i$  分别是模拟粒子在  $x$  方向的位置和速度,  $q_i$  和  $m_i$  分别是粒子的电荷量和质量. 在模拟的每一个时间步起始时刻, 一定数量的电子将从阴极表面发射进入到模拟区域, 每次发射的电子数量由当前时刻的电流密度决定, 即  $dN_e = j_{FN} \cdot S \cdot dt/e$ , 其中  $S$  是阴极发射面的面积, 在我们的一维模拟中, 发射的电流密度和阴极发射面的面积大小无关. 在每一个时间步中, 发射出电子之后, 需要将电子电荷按照一定的权重插值分配到各网格点上, 在每一个网格点上求解泊松方程, 然后计算出网格点上

的电场, 再将电场线性插值到电子所在的位置, 得到各模拟粒子的受力情况, 进而推进电子运动, 完成一个时间步的模拟.

### 3 结果及分析

由 (1) 和 (2) 式可知, 空间电荷限制电流密度只和二极板两极板之间的电势差及二极板两极板间的间隙距离有关系, 而场致发射的电流密度则还和其他一些参数有关, 比如阴极表面的电场、阴极材料的逸出功等. 基于上述模型, 选取一些关键参数, 考虑不同的外加电压及不同的间隙距离等对场致发射过程中空间电荷效应的影响.

#### 3.1 物理参数

图 2 中的实线是在阴极材料的逸出功为 2.7 eV 时, 场致发射的电流密度  $j_{FN}$  随外加电场强度的变化曲线, 其他线型则是通过 CL 定律计算得到的电流密度.

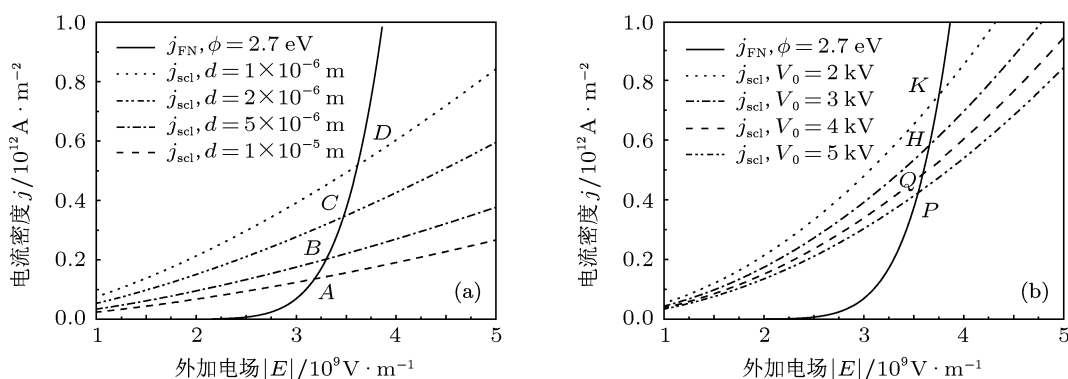


图 2 场致发射的电流密度  $j_{FN}$  与空间电荷限制电流密度  $j_{scl}$  随电场强度的变化 (a) 二极管间隙距离  $d$  一定的情况下; (b) 二极管外加电压  $V_0$  一定的情况下

由图 2 中可看出, 当指向阴极表面的外加电场强度超过  $2.3 \times 10^9$  V/m 之后, 场致发射电流密度随电场强度的增大而剧烈上升, 而由 CL 定律描述的电流密度的变化则较为平缓, 并且在电场小于该临界值时, 按照 CL 定律的理论, 二极管中也允许输运一定的电流, 因此电流密度曲线出现了交叉点. 图 2(a) 比较了不同二极管间隙距离下的空间电荷限制电流  $j_{scl}$  和  $j_{FN}$  之间的关系, A—D 对应的电场强度  $|E|$  值分别为  $3.18 \times 10^9$ ,  $3.30 \times 10^9$ ,

$3.47 \times 10^9$  和  $3.62 \times 10^9$  V/m. 图 2(b) 则是不同二极管外加电压下的  $j_{scl}$  和  $j_{FN}$  随外加电场变化的比较, 图中 P—K 对应的电场强度  $|E|$  值分别为  $3.55 \times 10^9$ ,  $3.60 \times 10^9$ ,  $3.66 \times 10^9$  和  $3.76 \times 10^9$  V/m.

根据前述数值模拟模型, 二极管的外加电压参数由上述曲线交叉点的电场强度值和二极管的阴阳极间隙距离确定, 模拟的时间步长  $dt$  选取为  $1 \times 10^{-16}$  s, 每个模拟粒子中包含的真实电子数为  $10^7$  个.

### 3.2 模拟结果及分析

图 3 是当外加电场  $E = -3.18 \times 10^9 \text{ V/m}$ , 二极管阴阳极之间的距离  $d$  分别为  $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ ,  $2 \times 10^{-6} \text{ m}$ ,  $5 \times 10^{-6} \text{ m}$  和  $1 \times 10^{-5} \text{ m}$  时的结果. 图 3(a) 中的曲线记录的是阴极表面电场随时间的变化情况, 由于电场方向沿  $x$  轴负方向, 因此电场强度为负值. 由图 3(a) 中曲线可看出, 阴极表面的电场随时间呈现振荡的规律, 振荡持续约  $1\text{--}3 \times 10^{-4} \text{ ns}$  之后达到稳定状态. 当给二极管加上高电压之后, 在阴极表面产生超过场致发射阈值的强电场, 随后立即发射电子, 发射电子之后, 阴极表面电场强度随之下降. 由曲线上看, 在开始的  $0.3 \times 10^{-4} \text{ ns}$  这段极短的时间内, 阴极表面电场强度近似为线性下降, 随后下降趋势变得较慢, 二极管阴阳极之间的距离越长, 阴极表面的电场下降

幅度也越厉害, 阴极表面所能达到的电场强度的最低点也越低. 从图 3(a) 中的曲线还能看出, 二极管阴阳极之间的距离越短, 阴极表面电场达到稳定状态所需要的时间也越短, 阴极表面电场达到稳态时的强度也越大. 阴极表面电场振荡的周期也和阴阳极之间距离有关, 二极管间隙距离越长, 振荡周期也越长.

图 3(b) 是当阴极表面电场达到稳定状态时二极管间隙区的电场分布情况. 由图中的四条电场分布曲线可知,  $d = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$  情况下的阴阳极表面电场强度之间的差值最大, 但电场随距离的变化最为平缓;  $d = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$  情况下的阴阳极表面电场强度之间的差值最小, 但电场随距离的变化最剧烈. 在同样的外加电场条件下, 二极管间隙距离越长, 亦即二极管电压越大时, 当阴极表面电场达到稳态时, 二极管间隙区的电场分布也越平缓.

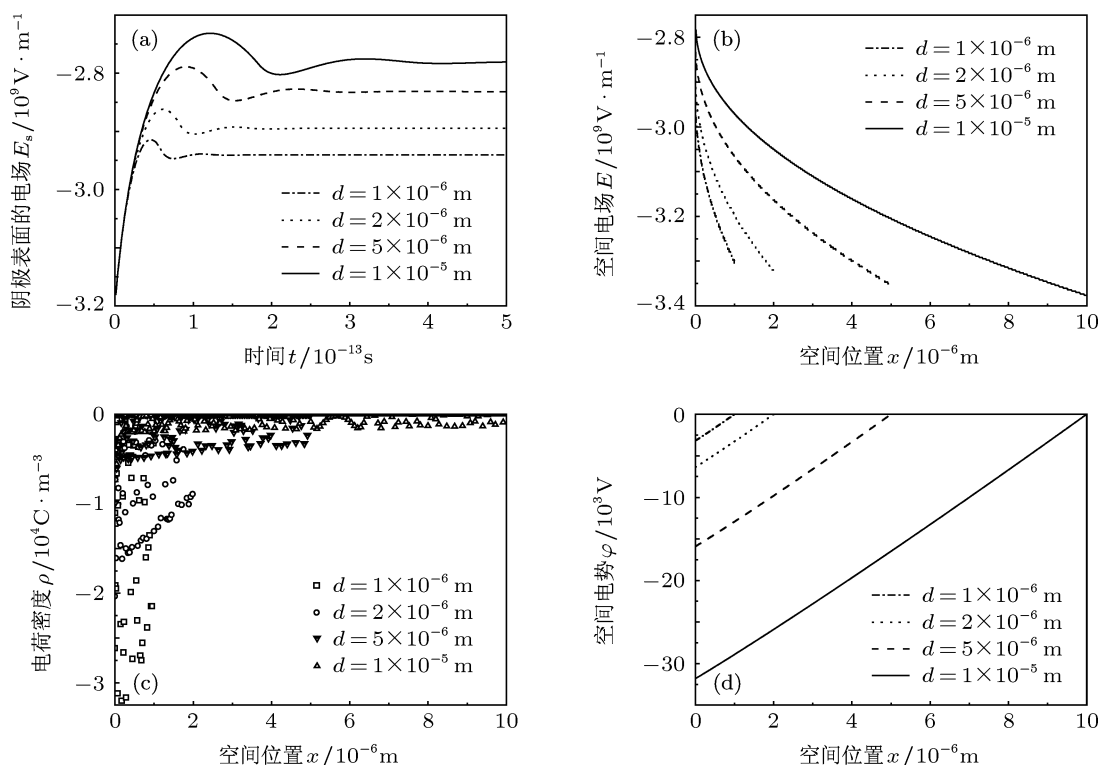


图 3 外加电场  $E = -3.18 \times 10^9 \text{ V/m}$  的结果 (a) 阴极表面电场随时间的变化; (b) 二极管间隙区的稳态电场分布; (c) 二极管间隙区的电荷密度分布; (d) 二极管间隙区的电势分布

图 3(c) 是不同间隙距离条件下, 当阴极表面电场达到稳态时, 二极管间隙区的电荷密度分布图. 由图中的电荷密度分布情况来看, 无论二极管间隙距离较大还是较短, 电荷密度都集中分

布于阴极表面附近. 不同的二极管间隙距离, 会导致靠近阳极处的电荷密度差别较大, 比如  $d = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$  间隙的二极管的阳极附近的电荷密度约为  $-1 \times 10^4 \text{ C/m}^3$ , 而间隙  $d = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$  的二极

管的阳极附近的电荷密度则约为  $-0.4 \times 10^4 \text{ C/m}^3$ , 并且间隙距离越短, 电荷密度分布也越不均匀, 这和图 3(b) 中的电场分布情况是一致的.

图 3(d) 是当阴极表面电场达到稳定状态时二极管间隙区的电势分布情况. 由图显示, 间隙距离对稳态条件下二极管间隙区电势分布的影响不大, 这几种间隙长度情况下, 电势仍与空间位置基本成线性关系.

图 4 是当外加电场  $E = -3.62 \times 10^9 \text{ V/m}$ , 二极管的间隙距离不同时, 模拟得到的阴极表面电场随时间的变化情况和阴极发射电流密度随时间的变化情况. 图 4(a) 中阴极表面电场所反映的物理规律和图 3(a) 中基本一致, 但在同一种间隙长度条件下, 由于外加电场的不同, 阴极表面电场所达到的稳态值也不相同. 图 4(b) 中电流密度随时间的变化

情况和图 4(a) 中阴极表面的电场强度随时间变化规律一致.

阴极表面发射的电流密度由阴极表面的电场等参数决定, 反之, 阴极表面发射的电流进入二极管间隙区后, 电子空间电荷会对阴极表面电场强度产生削弱作用, 该削弱作用使发射的电流密度减弱, 从而产生的电子数量就会降低, 空间电荷效应相应减弱, 使得阴极表面电场所受的削弱作用下降. 由于二极管的间隙距离不一致, 因而间隙区中所存在的电子总数也不一致. 从图 3(a) 和 4(a) 中可看出, 二极管的间隙距离越长, 阴极表面电场受到的削弱作用越强, 这正是因为在一个外加电场强度的情况下, 当二极管间隙距离越长时, 二极管间隙区的电子数目也越多, 所产生的空间电荷效应就越强.

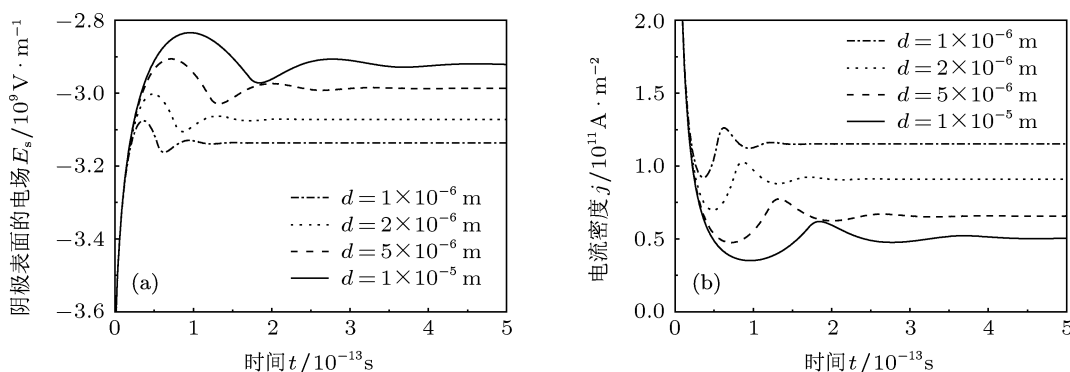


图 4 外加电场强度  $E = -3.62 \times 10^9 \text{ V/m}$  的结果 (a) 阴极表面电场随时间的变化; (b) 阴极发射电流密度随时间的变化

图 5(a) 是不同的外加电场条件下阴极表面的稳态电场随二极管间隙距离的变化曲线. 由图中的单条曲线可看出, 当二极管间隙距离较小时, 阴极表面的稳态电场强度随距离增大而呈现出较快降低的规律, 当二极管间隙距离较大时, 阴极表面的稳态电场值随距离增大而降低的速率较慢, 这说明二极管间隙距离较小时, 间隙距离的变化会对阴极表面电场产生较大影响. 图 5(b) 是将阴极表面的稳态电场  $E_{st}$  除以外加电场  $E$  之后得到的比值与间隙距离  $d$  之间的关系. 该比值越接近 1, 说明阴极表面电场受空间电荷效应的削弱作用越小, 从曲线上明显看出, 间隙距离越大, 该比值越远离 1; 从曲线的斜率上看, 间隙距离较小时, 该比值主要受间隙距离的影响, 间隙距离较大时, 该比值主要受外加电场值的影响; 且当间隙距离变化 10 倍时, 该比值

变化约为 0.05.

对比图 5(a) 和图 5(b), 当外加电场值为  $-3.18 \times 10^9 \text{ V/m}$  时, 相比于其他较大的外加电场而言, 该外加电场情况下, 阴极表面的稳态电场值强度最低, 但阴极表面的稳态电场值与外加电场值的比值却最接近 1. 这主要是因为外加电场较小时, 所发射的电流密度较小, 所产生的电子数目较少, 因而其空间电荷效应相对较弱.

图 6 反映了不同的外加电压条件下阴极表面的稳态电场  $E_{st}$  随间隙距离  $d$  的变化. 当给定一个外加电压后, 间隙距离的变化实际上也导致外加电场也随之变化. 图中结果显示, 给定一个外加电压后, 当间隙距离增大时, 亦即外加电场逐渐减小时, 阴极表面电场也随之减小, 且减小的幅度随距离的增大而越来越慢.

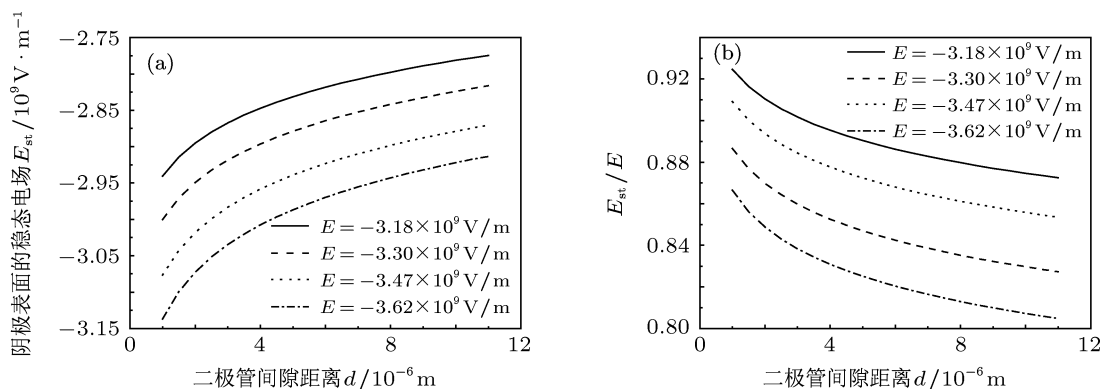


图5 (a) 阴极表面稳态电场与二极管间隙距离的关系; (b) 阴极表面稳态电场值与外加电场的比值随二极管间隙距离的变化关系

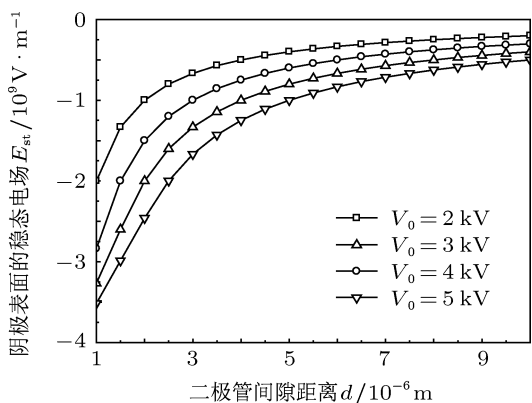


图6 不同的外加电压条件下阴极表面稳态电场随间隙距离的变化关系

## 4 结论

本文利用 PIC 静电模型对一维平板二极管中场致发射过程中的空间电荷效应进行了模拟, 重点研究了二极管间隙距离对空间电荷效应的影响. 二极管阴极表面的电场由两部分构成, 一部分是由于加载电压所产生的外加电场, 另一部分是场致

发射后进入二极管间隙区的电子空间电荷产生的电场, 电子的空间电荷效应会导致使阴极表面电场强度降低, 电场强度的降低又会使场致发射产生的电流密度发生改变. 模拟结果表明, 在场致发射过程中, 阴极表面的电场随时间呈现振荡规律, 经过约  $1-3 \times 10^{-4}$  ns 之后达到稳定状态, 在同一个外加电场条件下, 二极管间隙距离越大, 则阴极表面电场达到稳态所需的时间越长, 并且间隙距离越短时, 当阴极表面电场达到稳定状态时, 二极管间隙区的电场分布变化越剧烈.

当二极管的间隙距离变化时, 最直接的影响是使得二极管间隙区所存在的电子数目发生变化, 同一个外加电场条件下, 间隙距离越长, 则二极管间隙区的电子数目越多, 且二极管间隙区电荷密度分布越平缓. 因此间隙距离的改变, 会使空间电荷效应发生改变. 本文的模拟工作研究了这种复杂的非线性效应, 尤其是考察了其对阴极表面电场随时间的变化规律以及对阴极表面稳态电场的的影响规律, 将有助于更好地认识场致发射的物理特性.

[1] Han M, Zou X B, Zhang G X 2010 *Fundamentals of Pulsed Power Technology* (Beijing: Tsinghua University Press) p124-146 (in Chinese) [韩旻, 邹晓兵, 张贵新 2010 脉冲功率技术基础 (北京: 清华大学出版社) 第 124-146 页]

[2] Barker R J, Schamiloglu E (Translated by Zhou C M, Liu G Z et al.) 2005 *High-Power Microwave Sources and Technologies* (Beijing: Tsinghua University Press) pp277-312 (in Chinese) [Barker R J, Schamiloglu E 著, 周传明, 刘国治等译 2005 高功率微波源与技术 (北京: 清华大学出版社) 第 277-312 页]

[3] Mesyats G A 1998 *Explosive Electrons Emission* (Ekaterinburg: URO-Press) pp1-49

[4] Li F, Xiao L, Liu P K, Yi H X, Wan X S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 097901 (in Chinese) [李飞, 肖刘, 刘濮鲲, 易红霞, 万晓声 2011 物理学报 **60** 097901]

[5] Fowler R H, Nordheim L 1928 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **119** 173

[6] Child C D 1911 *Phys. Rev.* **32** 492

[7] Langmuir I 1913 *Phys. Rev.* **2** 450

[8] Barbour J P, Dolan W W, Trolan J K, Martin E E, Dyke W P 1953 *Phys. Rev.* **92** 45

- [9] Anderson W A 1993 *J. Vac. Sci. Technol. B* **11** 383  
 [10] Feng Y 2007 *Ph. D. Dissertation* (Berkeley: University of California)  
 [11] Jensen K L 2009 *J. Appl. Phys.* **107** 014905  
 [12] Rokhlenko A, Jensen K L, Lebowitz J L 2010 *J. Appl. Phys.* **107** 014904  
 [13] Wang X X, Liao X H, Luo J R, Zhao Q L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1924 (in Chinese) [王小霞, 廖显恒, 罗积润, 赵青兰 2008 物理学报 **57** 1924]  
 [14] Liu J, Shu T, Li Z Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2622 (in Chinese) [刘静, 舒挺, 李志强 2010 物理学报 **59** 2622]  
 [15] Jonge N D, Allieux M, Doytcheva M, Kaiser M, Teo K B K, Lacerda R G, Milne W I 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 1607  
 [16] Birdsall C K 1991 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **19** 65

## Influence of diode gap distance on space charge effects in field emission

Zuo Ying-Hong<sup>1)2)†</sup> Wang Jian-Guo<sup>2)</sup> Fan Ru-Yu<sup>1)2)</sup>

1) (*Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

2) (*Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China*)

(Received 3 April 2012; revised manuscript received 1 June 2012)

### Abstract

Under intense electric field, the electrons emitted from the cathode by field emission have strong space charge effects, so the space charge limited current of a diode is an important parameter in the design of many intense electron beam apparatus, such as the high power microwave source devices. The field emission current density depends on cathode material and electric field at the cathode surface, while the space charge limited current density is a function of applied voltage and diode gap distance. To investigate the influence of the diode gap distance on space charge effect in field emission, in the paper we build a model of a planar vacuum diode operating with a field emission cathode. The time evolutions of the electric field at the cathode surface with various diode gap distance and applied voltage are studied using the particle-in-cell method, and the steady value of the electric field at the cathode surface is obtained. The electric field at the cathode surface first oscillates and finally reaches a steady state. At a given applied electric field, the longer the diode gap distance, the higher the absolute value of the electric field at the cathode surface is, and it takes more time to reach the steady state for longer diode gap distance; the distribution of the electric field in the diode gap region is steeper for shorter diode gap distance after the electric field at the cathode surface has reached a steady state.

**Keywords:** diode, field emission, space charge effects, gap distance

**PACS:** 52.59.Mv, 79.70.+q, 85.30.Fg

† E-mail: zuoyinghong@tsinghua.org.cn