

# 一种双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距新方法的理论分析\*

王国超 颜树华<sup>†</sup> 杨俊 林存宝 杨东兴 邹鹏飞

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

(2012年9月25日收到; 2012年12月3日收到修改稿)

本文提出了一种双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距的新方法, 结合基于双光梳互相关的多外差距离测量和基于重复频率的梳间拍频距离测量, 在不需要依靠脉冲飞行时间先验判断以及扫描重复频率或扫描参考光路的前提下实现 km 量程高精度绝对测距. 文章在光梳基本原理和测距方案的基础上, 建立了基于双光梳的大尺寸距离测量链理论模型, 讨论了多外差最低谱线和光梳重复频率稳定度对测量结果的影响, 并进行了大量仿真计算; 仿真结果表明, 在理想相位解调精度的前提下, 该方法的测距误差优于  $\pm 50$  pm, 且多外差最低谱线的频率偏差对测距造成的影响远低于多外差测量的测距分辨力, 验证了该方法能够用于开展大尺寸高精度绝对测距研究.

**关键词:** 激光测距, 飞秒光梳, 重复频率, 多外差干涉

**PACS:** 06.30.Bp, 07.60.Ly, 42.62.Eh, 78.20.Bh

**DOI:** 10.7498/aps.62.070601

## 1 引言

传统的激光测距技术存在两大矛盾: 一方面基于飞行时间的激光脉冲测距技术已被广泛应用于地形、工程和卫星轨道等大距离测量领域<sup>[1,2]</sup>, 但受限于快速光电探测器只能达到皮秒分辨力, 其测量精度仅为毫米量级, 测量分辨力和精度相对有限<sup>[3,4]</sup>; 另一方面, 基于零差和外差理论的激光干涉纳米测量技术虽然能达到纳米分辨力<sup>[5,6]</sup>, 却又存在两大局限: 一是测量量程不够大, 无法满足大距离测量要求, 二是难以实现绝对测距. 2005年诺贝尔物理学奖使科学界目光聚焦于精密光谱学和时间频率基准具有划时代意义的技术——飞秒光学频率梳(简称飞秒光梳)<sup>[7]</sup>. 飞秒光梳实现了微波频标与光学频率的直接连接, 极大地促进了时间、频率和波长及其相关物理量的精密测量<sup>[8-10]</sup>. 同时, 飞秒光梳的出现也为激光脉冲测距技术提供了新的技术手段, 其通过在传统激光脉冲测距中引入光学相干技术, 将激光干涉、多波长合成和脉冲飞

行时间技术完美地融合在一起, 创新性地解决了大量程和高精度的突出矛盾, 促进了光学长度度量的提高, 为实现 km 级以上的大距离纳米级测量创造了可能<sup>[11,12]</sup>.

基于飞秒光梳的绝对测距技术最早是由 Minoshima 于 2000 年在光梳诞生后不久提出的<sup>[13]</sup>, 当时的飞秒光梳实现技术还不够成熟, 但经过十多年的理论研究和技術发展, 飞秒光梳实现技术和基于飞秒光梳的绝对测距技术均取得了重大进展<sup>[14,15]</sup>: 飞秒光梳已经发展为小型化、高功率、宽频带、高稳定性和可靠性的光纤飞秒光梳, 并被成功应用于光学精密测量领域<sup>[16-18]</sup>; 基于飞秒光梳的绝对测距技术也探索了诸多方法来解决大尺寸高精度绝对测距问题, 主要有结合非相干原理和相干原理的测距法<sup>[19,20]</sup>、多波长干涉测距法<sup>[21]</sup>、光谱干涉法<sup>[22,23]</sup>、基于时间飞行原理的非干涉测距法和集成时间飞行、光谱干涉及合成波长的测距法等<sup>[24-26]</sup>.

针对现有的飞秒光梳测距方法主要依靠脉冲

\* 国家自然科学基金(批准号: 51275523)、国防科技大学优秀研究生创新项目(批准号: B120305)和湖南省研究生科研创新项目(批准号: CX2012B015)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: yanshuhua996@163.com

飞行时间测量来进行先验判断和大量程拓展, 以及需要借助扫描重复频率或扫描参考光路等中间测量过程, 本文提出了一种新的双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距方法, 通过对不同重复频率的两个飞秒光梳进行多外差干涉将距离信息调制于不同的外差频率成分中, 并结合梳间拍频距离测量以及相关谱线相位解调技术, 在不需要扫描重复频率或扫描参考光路的前提下实现大尺寸高精度绝对测距. 文章在介绍基本测距方案的基础上, 建模分析了双光梳多外差绝对测距方法, 讨论了多外差最低谱线这一受控参量和光梳重复频率稳定度对测量结果的影响, 并通过计算机仿真验证了该方法实现大尺寸高精度测距的可行性.

## 2 基本原理与测距方案

### 2.1 飞秒光梳的基本原理简介

飞秒光梳由“锁模激光器”产生, 是一种由飞秒激光脉冲串组成的新型激光光源. 飞秒激光脉冲是通过锁定飞秒激光器内所有能够振荡的激光纵模的相位而形成周期性脉冲. 一般情况下, 谐振腔输出的脉冲串的电场强度在时域内的表达式为

$$E(t) = A(t) \exp \left[ i\phi(t) \right] \otimes \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT) \exp(im\Delta\phi), \quad (1)$$

其中  $A(t)$  为脉冲包络,  $mT$  为第  $m$  个间隔为  $T$  的飞秒脉冲,  $\otimes$  代表卷积运算, 在频域内, 光学频率梳是由一系列相等频率间隔  $f_r$  的窄谱线构成的梳状光谱. 光学频率梳有两个重要的可调频率参数, 一个是梳齿间隔即重复频率  $f_r$ , 另一个是载波包络频移  $f_0$ , 如图 1 所示. 光学频率梳的频域表达式为

$$\begin{aligned} \hat{E}(f) &\propto \hat{A}(f - f_c) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - f_n) \\ &= \hat{A}(f - f_c) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_r - f_0), \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\hat{A}(f - f_c)$  为频谱包络, 且 (1) 和 (2) 式由关系式  $f_r = \frac{1}{T}$ ,  $f_0 = \frac{\Delta\phi}{2\pi T} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} f_r$  联系起来. 由于其时域和频域的物理特性, 它能将微波频率标准的频率稳定度转移到宽频谱范围内一个或多个光学频率上, 输出一条拥有数十万个准单模谱线的光学频率链,

且其频率稳定性最高可达到  $10^{-18}$ , 这是其他光源无法比拟的 [27-29].

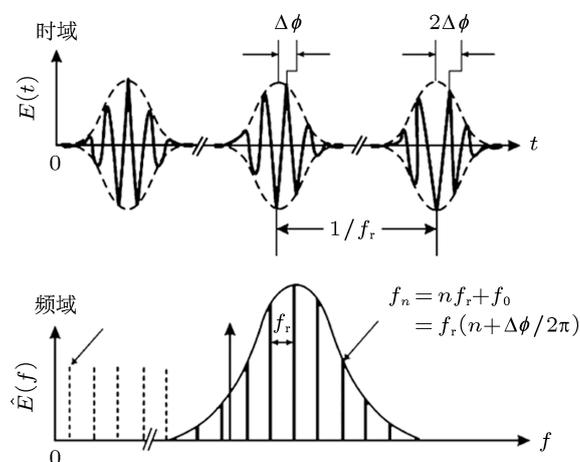


图 1 光学频率梳在时域和频域的表达

### 2.2 基本测距方案

双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距方法主要由参考光路和包含距离测量信息的测量光路组成, 且基于上述光路完成多组信号的同时提取, 其基本测距方案如图 2 所示: 重复频率分别为  $f_{r1}$  和  $f_{r2}$ , 且光矢量偏振方向互相垂直的飞秒光梳 FOFC1 和 FOFC2 分别出射中心波长分别为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的飞秒激光, 通过反射镜 M1 和偏振分光棱镜 PBS1 将两束光会聚成一束正交偏振的混合光, 再通过分光棱镜 BS1 进行分束, 反射光形成参考光路, 透射光先经过透镜装置 L 准直扩束, 再由目标反射镜 M2 返回形成测量光路. 在参考光路中, 混合光先经分光棱镜 BS2 分束, 其透射光经过偏振片 P1 后形成多外差干涉, 并由探测器 D1 接收; 其反射光经过 PBS2 后将两个不同偏振方向的混合光成分分开, 分别由探测器 D2, D3 接收. 在测量光路中, 其光路结构与参考光路完全相同, 多外差干涉结果由探测器 D4 接收, 不同偏振方向成分由探测器 D5, D6 接收. 需要说明的是, 本文所提出的测距方案是基于参考和测量光路的测量距离之差, 因此理论上要求参考和测量光路关于 BS1 严格对称. 为了实现该测距方案, 一方面需通过精密光机结构保证其稳定性, 另一方面可以预先标定参考和测量光路对 BS1 的光程差来补偿光路的不对称. 为便于分析讨论, 文章后面的理论建模分析均基于测量光路和参考光路严格对称.

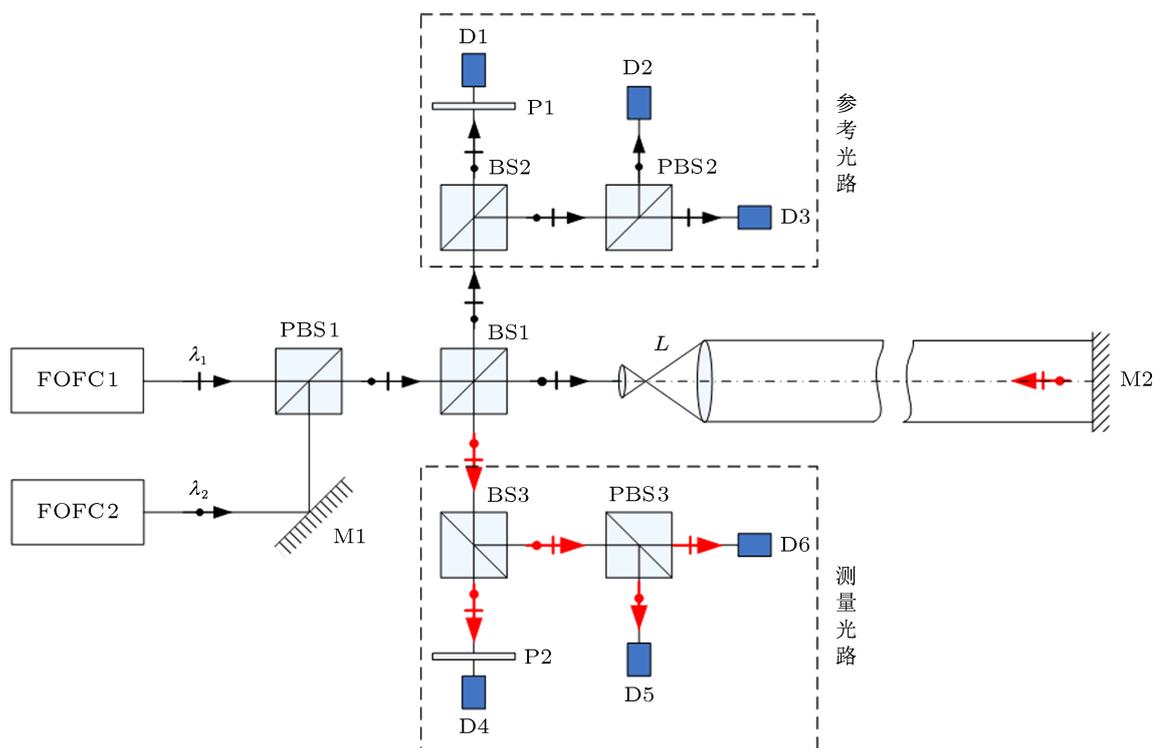


图2 双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距的基本方案

### 3 双光梳多外差绝对测距的理论模型

由于参考光路和测量光路的对称性, 这里不妨以测量光路为分析对象. 由 2.1 节光梳基本理论可知, 从目标返回的第一个光学频率梳可以表示为<sup>[30,31]</sup>

$$E_1(t) = \sum_n E_{1n} \exp \{ i [ 2\pi(nf_{r1} + f_{01})t - k_{1n}l ] \}, \quad (3)$$

式中,  $E_{1n}$  为第一个光学频率梳的傅里叶级数;  $f_{r1}$ ,  $f_{01}$  为其脉冲重复频率和载波包络频移;  $l$  为其经历的光路长度; 波数

$$k_{1n} = \frac{2\pi(nf_{r1} + f_{01})\eta^p}{c}, \quad (4)$$

式中,  $\eta^p$  为相折射率.

从目标返回的第二个光学频率梳

$$E_2(t) = \sum_m E_{2m} \exp \{ i [ 2\pi(mf_{r2} + f_{02})t - k_{2m}l ] \}, \quad (5)$$

式中,  $E_{2m}$  为第二个光学频率梳的傅里叶级数;  $f_{r2}$ ,  $f_{02}$  为其脉冲重复频率和载波包络频移; 波数

$$k_{2m} = \frac{2\pi(mf_{r2} + f_{02})\eta^p}{c}. \quad (6)$$

不妨设  $f_{r1} > f_{r2}$ , 且两光学频率梳的重复频率之差为

$$\Delta = f_{r1} - f_{r2}. \quad (7)$$

#### 3.1 多外差互相关分析

在不考虑光强衰减系数的情况下, 双光梳经过偏振片混合叠加后的合光场可表示为

$$E_{\text{合}}(t) = E_1(t) + E_2(t), \quad (8)$$

则探测器接收到的光强为

$$\begin{aligned} I_{\text{合}}(t) &= [E_1(t) + E_2(t)] [E_1^*(t) + E_2^*(t)] \\ &= \sum_n E_{1n}^2 + 2 \sum_{N=1} \sum_n E_{1n} E_{1,n+N} \\ &\quad \times \cos \left( 2\pi N f_{r1} t - \frac{2\pi N f_{r1} \eta^g l}{c} \right) \\ &\quad + \sum_m E_{2m}^2 + 2 \sum_{M=1} \sum_m E_{2m} E_{2,m+M} \\ &\quad \times \cos \left( 2\pi M f_{r2} t - \frac{2\pi M f_{r2} \eta^g l}{c} \right) \\ &\quad + 2 \sum_n \sum_m E_{1n} E_{2m} \end{aligned}$$

$$\times \cos \left[ 2\pi(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02})t - \frac{2\pi(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02})\eta^g}{c}l \right], \quad (9)$$

一般而言, 式中群折射  $\eta^g$  通过关系式  $\eta^g = \eta^p - \lambda \frac{d\eta^p}{d\lambda}$  与相折射率  $\eta^p$  相关联 [12]; 上式的第一、二部分分别为两个光学频率梳的多外差自相关项, 第三部分为二者之间的多外差互相关检测项. 在 (9) 式的基础上, 不妨设

$$\Delta_0 = \text{sign}(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02}) \times \min \left[ \text{abs}(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02}) \right], \quad (10)$$

式中, 符号  $\text{sign}$  表示取正负号; 符号  $\min$  表示取最小值; 符号  $\text{abs}$  表示取绝对值. 对应任意一组载波包络频移  $f_{01}, f_{02}$ , 必存在一组  $n, m$  满足  $\Delta_0$  取到最小值, 可以将此时的  $\Delta_0$  定义为多外差最低谱线,  $n, m$  分别定义为  $n_0, m_0$ , 则有

$$\Delta_0 = n_0f_{r1} - m_0f_{r2} + f_{01} - f_{02}, \quad (11)$$

且  $\Delta_0$  满足

$$\text{abs}(\Delta_0) \leq \frac{\Delta}{2}. \quad (12)$$

则 (9) 式中的第三部分可改写为

$$\begin{aligned} & 2 \sum_n \sum_m E_{1n} E_{2m} \cos \left[ 2\pi(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02})t - \frac{2\pi(nf_{r1} - mf_{r2} + f_{01} - f_{02})\eta^g}{c}l \right] \\ &= 2E_{1n_0} E_{2m_0} \cos \left[ 2\pi\Delta_0 t - \frac{2\pi\Delta_0 \eta^g}{c}l \right] \\ &+ 2 \sum_{N \neq 0} E_{1, n_0+N} E_{2, m_0+N} \cos \left[ 2\pi(\Delta_0 + N\Delta)t - \frac{2\pi(\Delta_0 + N\Delta)\eta^g}{c}l \right] \\ &+ 2 \sum_{j \neq 0} \sum_N E_{1, n_0+j+N} E_{2, m_0+N} \cos \left[ 2\pi(\Delta_0 + N\Delta + jf_{r1})t - \frac{2\pi(\Delta_0 + N\Delta + jf_{r1})\eta^g}{c}l \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

分析 (13) 式可知,  $I_{\hat{\alpha}}(t)$  的第一部分和第二部分为低频成分且靠近频率坐标轴原点, 第三部分的频谱将众多高频率成分分成多个频率组, 如图 3 所示, 所有  $n-m$  值相同的相关项组成一个频率组, 且每一频率组中相邻频线之间的频率间隔为两光学频率梳的重复频率之差  $\Delta$ ; 且相邻两频率组的中心

谱线频率相差  $f_{r1}$ .

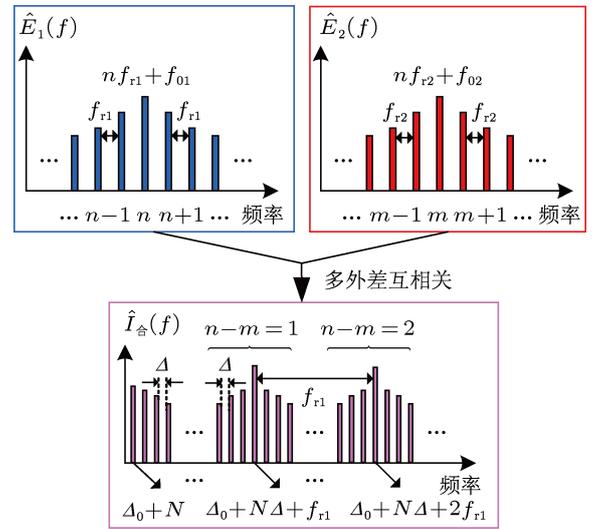


图 3 双光梳多外差互相关谱线图

### 3.2 频谱特性分析

通过 3.1 节的多外差互相关分析, (9) 式可写成

$$\begin{aligned} I_{\hat{\alpha}}(t) &= \sum_n E_{1n}^2 \\ &+ 2 \sum_{N=1} \sum_n E_{1n} E_{1, n+N} \cos(2\pi N f_{r1} t + \phi_{1N}) \\ &+ \sum_m E_{2m}^2 \\ &+ 2 \sum_{M=1} \sum_m E_{2m} E_{2, m+M} \cos(2\pi M f_{r2} t + \phi_{2M}) \\ &+ 2E_{1n_0} E_{2m_0} \cos[2\pi\Delta_0 t + \phi_0] \\ &+ 2 \sum_{N \neq 0} E_{1, n_0+N} E_{2, m_0+N} \cos[2\pi(\Delta_0 + N\Delta)t + \phi_N] \\ &+ 2 \sum_{j \neq 0} \sum_N E_{1, n_0+j+N} E_{2, m_0+N} \cos[2\pi(\Delta_0 + N\Delta + jf_{r1})t + \phi_{jN}], \quad (14) \end{aligned}$$

式中

$$\phi_{1N} = -\frac{2\pi N f_{r1} \eta^g}{c}l, \quad (15)$$

$$\phi_{2M} = -\frac{2\pi M f_{r2} \eta^g}{c}l, \quad (16)$$

$$\phi_N = -\frac{2\pi(\Delta_0 + N\Delta)\eta^g}{c}l, \quad (17)$$

$$\phi_{jN} = \frac{2\pi(\Delta_0 + N\Delta + jf_{r1})\eta^g}{c}l. \quad (18)$$

为充分利用光梳中的主要频率成分, 选择两光梳中心载波频率  $f_c$  附近的梳齿频率对应的  $n, m$  分别为  $n_0, m_0$ , 即

$$n_0 = \text{round} \left\{ \frac{f_c}{f_{r1}} \right\}, \quad (19)$$

$$m_0 = \text{round} \left\{ \frac{f_c}{f_{r2}} \right\}, \quad (20)$$

round 为取整函数, 表示取到最接近自变量的整数. 则此时可通过对载波包络频移  $f_{01}$  和  $f_{02}$  的控制, 使得  $\Delta_0 = 0, \varphi_0 = 0$ . 事实上, 不可能将多外差最低谱线  $\Delta_0$  完全稳定地控制在理想的零频, 但其微小频率偏差不会影响整个系统对距离的准确测量, 后面会做详细分析. 由此 (14) 式可进一步简化为

$$\begin{aligned} I_{\text{合}}(t) = & \sum_n E_{1n}^2 + 2 \sum_{N=1} \sum_n E_{1n} E_{1,n+N} \cos(2\pi N f_{r1} t + \phi_{1N}) + \sum_m E_{2m}^2 + 2 \sum_{M=1} \sum_m E_{2m} E_{2,m+M} \cos(2\pi M f_{r2} t + \phi_{2M}) \\ & + 2E_{1n_0} E_{2m_0} + 2 \sum_{N \neq 0} E_{1,n_0+N} E_{2,m_0+N} \cos[2\pi N \Delta t + \varphi_N] + 2 \sum_{j \neq 0} \sum_N E_{1,n_0+j+N} E_{2,m_0+N} \\ & \times \cos[2\pi(N\Delta + j f_{r1})t + \varphi_{jN}]. \end{aligned} \quad (21)$$

对 (21) 式做傅里叶变换, 可得探测合光强的频谱

$$\begin{aligned} I_{\text{合}}(f) = & \text{FT}\{I_{\text{合}}(t)\} = \sum_n E_{1n}^2 \delta(f) + \sum_{N=1} \sum_n E_{1n} E_{1,n+N} [\delta(f - N f_{r1}) \exp(i\phi_{1N}) + \delta(f + N f_{r1}) \exp(-i\phi_{1N})] \\ & + \sum_m E_{2m}^2 \delta(f) + \sum_{M=1} \sum_m E_{2m} E_{2,m+M} [\delta(f - M f_{r2}) \exp(i\phi_{2M}) + \delta(f + M f_{r2}) \exp(-i\phi_{2M})] \\ & + 2E_{1n_0} E_{2m_0} \delta(f) + \sum_{N \neq 0} E_{1,n_0+N} E_{2,m_0+N} [\delta(f - N\Delta) \exp(i\varphi_N) + \delta(f + N\Delta) \exp(-i\varphi_N)] \\ & + \sum_{j \neq 0} \sum_N E_{1,n_0+j+N} E_{2,m_0+N} [\delta(f - N\Delta - j f_{r1}) \exp(i\varphi_{jN}) + \delta(f + N\Delta + j f_{r1}) \exp(-i\varphi_{jN})]. \end{aligned} \quad (22)$$

### 3.3 基于相频特性的测距分析

#### 3.3.1 大距离信息的多外差测量

须说明的是, 一般情况下, 我们总是利用 (21) 式中低频谱线部分进行测量, 即利用 (22) 式中的第三部分进行测量. 在基本测量方案中, 低谱线信号成分是通过偏振片使正交偏振混合光发生多外差干涉, 并由探测器 D1 和 D4 获取的, 其谱线相位则由后续的信号处理得到.

1) 两个不同的离散频率进行测量<sup>[31]</sup>

在绝对距离测量时, 为扩大测量范围并同时提高测量分辨率, 通常采用两个不同的离散频率进行测量, 其序号分别为  $N_L$  和  $N_H$  ( $N_H > N_L$ ), 第  $N_L$  个离散频率的整数条纹个数  $I_{N_L} = 0$  (由最大测量范围决定), 故有

$$\begin{aligned} l = & -\frac{c}{N_H \Delta \eta^g} \left( I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} \right) \\ = & -\frac{c}{N_L \Delta \eta^g} \left( 0 + \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi} \right), \end{aligned} \quad (23)$$

式中,  $\varphi_{N_L}$  为第  $N_L$  个离散频率的相位值;  $\varphi_{N_H}$  为第  $N_H$  个离散频率的相位值<sup>[28]</sup>.

可导出第  $N_H$  个离散频率的整数条纹个数

$$I_{N_H} = \text{round} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left( \frac{N_H}{N_L} \varphi_{N_L} - \varphi_{N_H} \right) \right\}. \quad (24)$$

对于测量光路, 有

$$I_{N_{TH}} = \text{round} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left( \frac{N_{TH}}{N_{TL}} \varphi_{N_{TL}} - \varphi_{N_{TH}} \right) \right\}, \quad (25)$$

$$l_T = -\frac{c}{N_{TH} \Delta \eta^g} \left( I_{N_{TH}} + \frac{\varphi_{N_{TH}}}{2\pi} \right). \quad (26)$$

由于光路的对称性, 对于参考光路, 同样有

$$I_{N_{RH}} = \text{round} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left( \frac{N_{RH}}{N_{RL}} \varphi_{N_{RL}} - \varphi_{N_{RH}} \right) \right\}, \quad (27)$$

$$l_R = -\frac{c}{N_{RH} \Delta \eta^g} \left( I_{N_{RH}} + \frac{\varphi_{N_{RH}}}{2\pi} \right). \quad (28)$$

则光路长度之差

$$\begin{aligned} \Delta l = & l_T - l_R \\ = & -\frac{c}{N_{TH} \Delta \eta^g} \left( I_{N_{TH}} + \frac{\varphi_{N_{TH}}}{2\pi} \right) \\ & + \frac{c}{N_{RH} \Delta \eta^g} \left( I_{N_{RH}} + \frac{\varphi_{N_{RH}}}{2\pi} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

若  $N_{TH} = N_{RH} = N_H$ , 则

$$\Delta l = -\frac{c}{N_H \Delta \eta^g} \left( I_{N_{TH}} - I_{N_{RH}} + \frac{\varphi_{N_{TH}} - \varphi_{N_{RH}}}{2\pi} \right), \quad (30)$$

得到绝对距离

$$d = \frac{\Delta l}{2} = -\frac{c}{2N_H \Delta \eta^g} \left( I_{N_{TH}} - I_{N_{RH}} + \frac{\varphi_{N_{TH}} - \varphi_{N_{RH}}}{2\pi} \right). \quad (31)$$

2) 利用多个离散频率进行测量

由 (17) 式可知,  $\varphi_N$  对  $N\Delta$  的一阶导数为

$$\frac{d\varphi_N}{d(N\Delta)} = -\frac{2\pi\eta^g l}{c}. \quad (32)$$

由多个离散频率求一阶导数的估计值

$$\left. \frac{d\varphi_N}{d(N\Delta)} \right|_{\text{估计}} = \frac{2}{K} \left( \frac{\text{mod}_{2\pi}(\varphi_2 - \varphi_1)}{\Delta} + \frac{\text{mod}_{2\pi}(\varphi_4 - \varphi_3)}{\Delta} + \dots + \frac{\text{mod}_{2\pi}(\varphi_{N_K} - \varphi_{N_K-1})}{\Delta} \right), \quad (33)$$

上式中  $K$  为偶数,  $\text{mod}$  表示取模运算. 则绝对距离量可以表示为

$$d = -\frac{c}{4\pi\eta^g} \left( \frac{d\varphi_{N_T}}{d(N_T\Delta)} - \frac{d\varphi_{N_R}}{d(N_R\Delta)} \right). \quad (34)$$

但需说明的是, 上述两种多外差距离测量方案均需在量程范围  $d \leq c/2\Delta\eta^g$  内执行.

### 3.3.2 基于梳间拍频的距离测量

首先需要说明的是, 这里的梳间拍频是指光梳的整数倍重复频率谱线. 尽管 3.3.1 节的多外差测量的量程能达到 km 数量级, 但受限于一一定的相位解调分辨力, 多外差距离测量的分辨力一般为几十个厘米. 因此, 有必要进一步提高测距分辨力. 利用光梳重复频率的高稳定性, 且参考多外差测量中外差频率与距离、相位之间的关系, 可以将距离信息相关的载波频率扩展到整数倍重复频率上来, 从而在同样的相位解调水平下通过降低量程来提高分辨力. 由 (15), (16) 和 (22) 式, 不妨假设从探测器 D2 和 D5 获取的是频率为  $Nf_{r1}$  的相位信息  $\phi_{R-2}$  和  $\phi_{T-5}$  ( $-\pi$  到  $+\pi$  之间), 则有

$$l_R = -\frac{c}{2\pi N f_{r1} \eta^g} (2\pi m_R + \phi_{R-2}) \quad (35)$$

$$l_T = -\frac{c}{2\pi N f_{r1} \eta^g} (2\pi m_T + \phi_{T-5}) \quad (36)$$

其中  $2\pi m_R$ ,  $2\pi m_T$  分别为与参考光路和测量光路相对应的  $2\pi$  整数倍相位信息, 将 (35) 式和 (36) 式的左右两边同时相减, 可得

$$d = \frac{1}{2}(l_T - l_R)$$

$$= -\frac{c}{4\pi N f_{r1} \eta^g} \left[ 2\pi(m_T - m_R) + \phi_{T-5} - \phi_{R-2} \right]. \quad (37)$$

由于探测器 D2 和 D5 获取的只是  $2\pi$  小数倍相位信息, 因此, 此时的距离测量的有效量程范围为  $d_1 = c/2Nf_{r1}\eta^g$ . 同理, 利用光梳另一个偏振方向上的相频信息, 由探测器 D3 和 D6 获取的有效测量范围为  $d_2 = c/2Mf_{r2}\eta^g$ . 利用光梳梳间拍频进行一定量程内的绝对测距的相关文献已很多<sup>[13,23,31,32]</sup>, 其测距技术和水平已得到验证和认可, 因此文章在此不做过多赘述.

### 3.3.3 大尺寸高精度距离测量链的建立

结合多外差测量和梳间拍频距离测量, 可以形成一条量程和分辨力互相补充、紧密衔接的绝对距离测量链, 且各量程段的测量过程均同步执行. 一般地, 如果重复频率  $f_{r1}$ 、 $f_{r2}$  分别为 100 MHz, 100.1 MHz, 且选择  $N = 1$ ,  $M = 500$ , 则依靠多外差干涉形成的有效测量范围约为 1.5 km, 依靠梳间重复频率形成的有效测量范围分别约为 1.5 m 和 3 mm; 以相位解调的一般分辨力水平  $0.1^\circ$  为参考, 其测距分辨力分别为 0.416 m, 0.416 mm 和 833 nm. 因此, 按照前一组测量的分辨力必须小于后一组二分之一量程的组合原则, 整个测量系统完全可以形成一条大中小测量范围分别约为 1.5 km, 1.5 m 和 3 mm, 低中高分辨力约为 0.416 m, 0.416 mm 和 833 nm 的大尺寸高精度距离测量链. 此外, 由于整个测量链的同步执行特点, 只需在测量前将参考和测量光路安装标定, 并将光梳重复频率和载波包络频率等参数调整好, 那么在测量过程中不需要借助先验判断及重复频率或参考光路扫描等辅助措施就能实现目标距离测量, 且测量速度可以做到很快、实时性较好.

### 3.3.4 多外差最低谱线的频率控制对测量结果的影响

由前面的分析可知多外差互相关测量对载波包络频移频率控制的理想要求是保证  $\Delta_0 = 0$ , 但是在实际的技术实现时, 不可能完全做到, 因此有必要对其影响做适当的分析. 由于  $\Delta_0 \neq 0$ , 将 (30) 式重新改写为

$$-\frac{c}{\Delta_0 + N_H \Delta} \left( I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} \right) = -\frac{c}{\Delta_0 + N_L \Delta} \left( 0 + \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi} \right). \quad (38)$$

将上式进行整形, 并定义  $x = \frac{\Delta_0}{N_L \Delta}$ , 可由泰勒级数展开得到下面关系式:

$$I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} = \left\{ 1 + \left( \frac{N_H}{N_L} - 1 \right) \times \left[ 1 - \frac{\Delta_0}{N_L \Delta} + \left( \frac{\Delta_0}{N_L \Delta} \right)^2 - \left( \frac{\Delta_0}{N_L \Delta} \right)^3 + \dots + o \left( \left( \frac{\Delta_0}{N_L \Delta} \right)^n \right) \right] \right\} \cdot \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi}. \quad (39)$$

由于光梳的载波包络频移和重复频率的长时间稳定性一般都能达到  $10^{-9}$ , 表现为几百 mHz 的频率抖动, 则  $\frac{\Delta_0}{N_L \Delta} < 10^{-5}$ , 那么不考虑二阶以上展开项, 上式可以简化为

$$I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} = \frac{N_H}{N_L} \cdot \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi} - \frac{(N_H - N_L)\Delta_0}{N_L^2 \Delta} \cdot \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi}. \quad (40)$$

只有当  $\Delta_0$  被控制在理想状态下, 即  $\Delta_0 = 0$  时, (40) 式才能简化为

$$I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} = \frac{N_H}{N_L} \cdot \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi}. \quad (41)$$

对比上面两个式子可知  $\Delta_0$  的微小频率偏差在计算整数  $I_{N_H}$  时, 造成的相位计算偏差很小, 因此不会对整数  $I_{N_H}$  的计算造成影响. 在保证能准确计算  $I_{N_H}$  的前提下, 再根据

$$l = -\frac{c}{\Delta_0 + N_H \Delta} \left( I_{N_H} + \frac{\varphi_{N_H}}{2\pi} \right) = -\frac{c}{\Delta_0 + N_L \Delta} \left( 0 + \frac{\varphi_{N_L}}{2\pi} \right) = -\frac{c \left[ I_{N_H} + \frac{1}{2\pi} (\varphi_{N_H} - \varphi_{N_L}) \right]}{(N_H - N_L) \Delta}, \quad (42)$$

则  $l$  值与  $\Delta_0$  无关, 因此, 在利用两个离散频率进行测量时  $\Delta_0$  的影响可以不考虑.

以 (42) 式两个离散谱线分析为基础, 当利用多个相邻谱线进行测量时, 由于此时  $N_H - N_L = 1$  及量程的限制, 相邻两个谱线的距离测量公式可表示为

$$l = -\frac{c \cdot \text{mod}_{2\pi}(\varphi_{N_H} - \varphi_{N_L})}{2\pi \Delta}, \quad (43)$$

(43) 式说明各组相邻谱线的距离测量关系均与  $\Delta_0$  无关.

### 3.3.5 重复频率稳定性对测量的影响

从前面的分析可知, 不管是多外差距离测量还是梳间拍频距离测量, 都离不开解析目标信号的频率成分, 多外差距离测量利用了两光梳重复频

率之差, 梳间拍频距离测量则利用了光梳的整数倍重复频率, 因此, 整个测量过程直接与飞秒光梳的重复频率紧密联系. 在不考虑相位解调精度和群折射率影响的条件下, 这里只分析测距精度与重复频率稳定度的关系. 为做进一步分析, 假设测量过程中双光梳重复频率的变化分别为  $\Delta f_{r1}$ 、 $\Delta f_{r2}$ , 定义  $\delta = \Delta f_{r1} - \Delta f_{r2}$ , 那么多外差间隔  $\Delta$  的变化量  $\Delta_\delta = \Delta + \delta$  造成的测量误差  $\delta_d$  为

$$\delta_d = d_{\Delta_\delta} - d \approx d \frac{\delta}{\Delta}. \quad (44)$$

以现有光梳的重复频率稳定度水平, 测量误差  $\delta_d$  远小于测量值的  $10^{-5}$ , 同时也远小于多外差测量分辨力, 因此完全不影响大尺寸距离值的确定. 同理, 对于梳间拍频距离测量, 当重复频率变化时, 其测量误差可以表示为  $\delta_{d1} \approx d_1 \frac{\Delta f_{r1}}{f_{r1}}$ 、 $\delta_{d2} \approx d_2 \frac{\Delta f_{r2}}{f_{r2}}$ , 误差均为各自量程的  $10^{-9}$  量级. 因此, 光梳重复频率稳定度完全能够满足实现大尺寸纳米级测量的需求.

## 4 双光梳多外差绝对测距的仿真结果

为了验证双光梳多外差绝对测距方法的可行性, 文章在以上建模分析的基础上对双光梳多外差大尺寸测距方法进行了仿真. 参考 MenloSystem FC1500 光梳的性能参数, 将用于建模仿真的光梳参数设定如下: 光梳中心波长均为 1550 nm; 光梳重复频率分别为 100 MHz, 100.1 MHz; 载波脉冲包络为高斯包络, 由于演算能力的限制, 飞秒光梳半峰值脉宽均选定为 800 fs. 图 4 为仿真算法演算产生的光梳电场时域图.

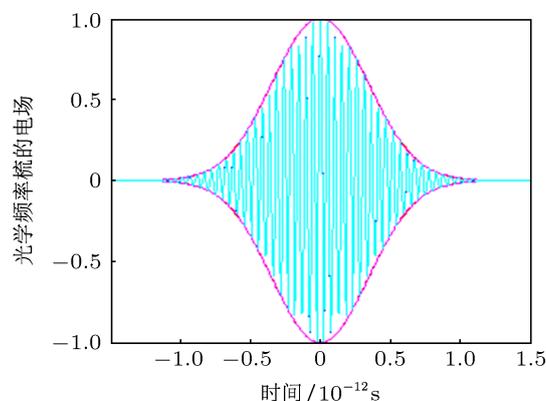


图 4 用于仿真测量的光梳电场时域图

在 2.2 节光路设计的基础上, 两个光梳正交偏

振光经过偏振片后会发生干涉, 时域上对应两个光梳电场的互相关, 图 5 为测量光路的时域互相关强度关系图 (由于参考光路类似, 予以省略). 从图中可以看出互相关强度的峰值相对强度得到了较大加强, 且峰值出现的重复时间间隔为  $1.0 \times 10^{-5}$  s, 对应双光梳重复频率之差  $\Delta = 100$  kHz.

多外差测量就是从双光梳的互相关强度中分析和解调出多个外差频率谱线所对应的相位和距离信息. 图 6 即为参考光路和测量光路的双光梳互相关强度的频域分析结果, 由于 Matlab 图形输出的限制以及多外差测量只关注低谱线区间, 因此图 6 对幅频和相频分析结果进行了放大截取. 从图中可以清晰地看到, 相邻外差谱线的间隔均为 100 kHz, 且随着谱线级次的升高, 谱线对应的相位值将随频

率升高呈线性增加, 进行多外差测量正是利用其中的两根或多根谱线进行测量.

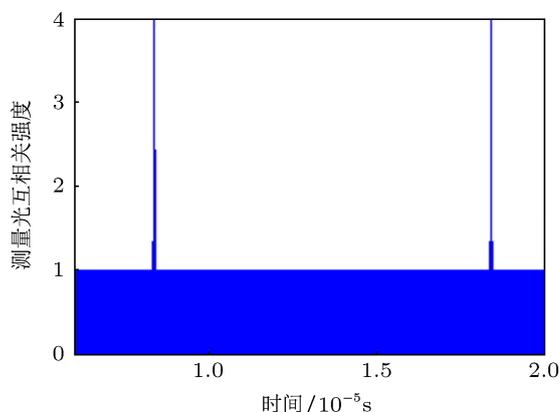


图 5 双光梳外差互相关时域结果

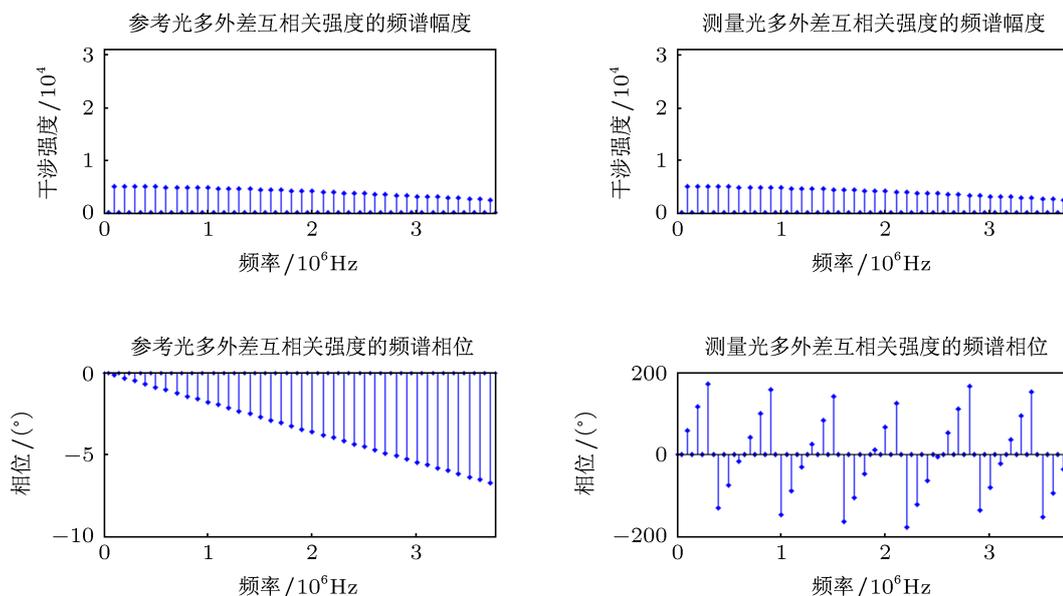


图 6 双光梳外差互相关频域分析

在多外差理论分析的基础上, 结合梳间拍频距离测量, 建立了大尺寸高精度距离测量模型, 并利用 Matlab 对整个测距过程进行了计算仿真, 仿真测量结果以及和理论值的比较结果如图 7 所示. 图 7 中坐标原点较近的两个测量点分别对应 1 m 和 10 m 的距离, 其余测量点均选定在量程范围内相邻间隔为 100 m. 需说明的是, 由于是利用程序来模拟整个距离测量过程, 测量方法和模型中所有参数均为理想值, 特别是仿真过程中的相位提取精度相对实际的相位测量精度尤其要高, 因此, 设定距离和测量距离之间的比较测量误差非常小, 如图 7 右侧纵坐标所示, 在整个量程的测量过程中均保持在

$\pm 50$  pm 范围之内. 如此理想的仿真测量结果在实际测量中是很难实现的, 但微米级的误差结果却说明和验证了利用本文提出方法进行大尺寸高精度绝对测距的正确性.

在 3.3.4 节分析多外差最低谱线频率控制影响的基础上, 为进一步探寻多外差最低谱线  $\Delta_0 \neq 0$  时的微小频率偏差对测量结果的影响程度, 本文在上述多外差大尺寸绝对测距理论仿真中给两个光梳的载波包络频移各自增加了一个频率的随机变量, 以此来模拟载波包络频移控制多外差最低谱线偏差, 由于光梳重复频率和载波包络频移具有极高稳定性, 因此  $\Delta_0$  的模拟范围不需要很大, 锁相后的长

时间频率偏差一般不会超过几个赫兹. 如图 8 所示, 在多次仿真实验基础上, 图中选取了 3 组极具代表

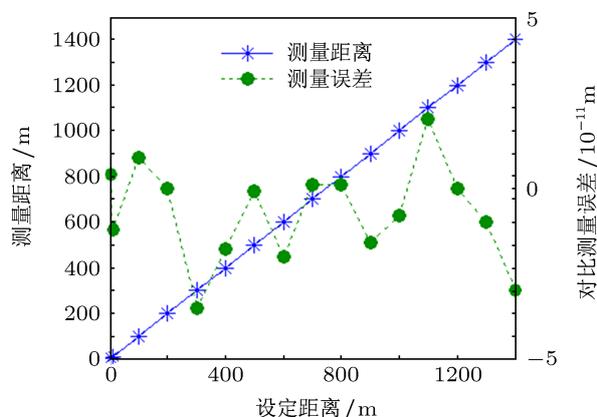


图 7 双光梳多外差测距方法的仿真结果

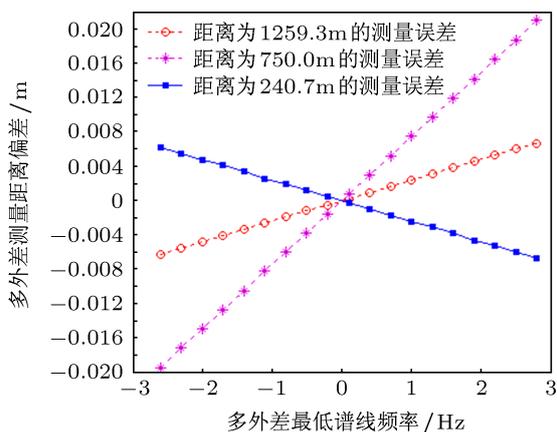


图 8 多外差最低谱线  $\Delta_0$  的微小频率偏差对测量的影响

性的测量结果, 它们分别是在 1259.3 m, 750 m, 240.7 m 距离点上不同的  $\Delta_0$  所对应的测量误差.

从图中可以看出, 多外差最低谱线  $\Delta_0$  在范围  $[-3, 3]$  内所造成的测量误差绝对值均不超过 22 mm, 远低于多外差测量的测距分辨力. 事实上, 考虑到现有光梳频率锁定的水平,  $\Delta_0$  的波动范围是远小于  $[-3, 3]$  范围的, 因此其带来的误差根本不会影响多外差测量的结果. 此外, 仿真实验还说明: 测量误差与频率偏差呈线性关系; 距离之和为量程 1500 m 的两个测量点关于  $\Delta_0$  的测量误差互为相反数; 距离 750 m 的测量误差关于  $\Delta_0$  的测量直线具有最大斜率.

## 5 结论

在进行双光梳多外差理论分析的基础上, 本文创新性地提出了一种双光梳多外差大尺寸高精度绝对测距的新方法, 通过对不同重复频率的两个飞秒光梳进行多外差干涉将距离信息调制于不同的外差频率成分中, 并结合梳间拍频距离测量以及相关谱线相位解调技术, 从而实现大尺寸绝对测距. 在建模分析的基础上, 大量仿真结果表明, 该方法在不考虑相位解调精度的前提下实现了优于  $\pm 50$  pm 的测量误差, 且多外差最低谱线的偏差对测距造成的影响远低于多外差测量的测距分辨力, 验证和说明了该方法完全能够用于开展大尺寸高精度绝对测距. 值得一提的是, 相比飞秒光梳绝对测距的其他方法, 该方法光路设计新颖, 在不需要距离信息的先验判断以及重复频率或参考光路扫描等辅助措施的前提下也能完成大尺寸高精度绝对测距任务, 测量速度相对较快, 且实时性好, 对飞秒光梳绝对测距技术的研究及应用发展具有重要价值和意义.

- [1] Shelus P J 2001 *Surveys in Geophysics* **22** 517
- [2] Peggs G N, Maropoulos P G, Hughes E B, Forbes A B, Robson S, Ziebart M, Muralikrishnan B 2009 *Proc. IMechE* **223** 571
- [3] Kopeikin S M, Pavlis E, Pavlis D, Brumberg V A, Escapa A, Getino J, Gusev A, Muller J, Ni W T, Petrova N 2008 *Advances in Space Research* **42** 1378
- [4] Battat J B R, Chandler J F, Stubbs C W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 241103
- [5] Keem T, Gonda S, Misumi I, Huang Q X, Kurosawa T 2004 *Applied Optics* **43** 2443
- [6] Kim J W, Kang C S, Kim J A, Eom T, Cho M J, Kong H J 2007 *Optics Express* **15** 15759
- [7] Liu Q, Huang Y, Cao J, Ou B Q, Guo B, Guan H, Huang X R, Gao K L 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 013201
- [8] Hall J L 2006 *Reviews of Modern Physics* **78** 1279
- [9] Meng F, Cao S Y, Cai Y, Wang G Z, Cao J P, Li T C, Fang Z J 2011 *Acta Phys. Sin.* **6** 100601 (in Chinese) [孟飞, 曹士英, 蔡岳, 王贵重, 曹建平, 李天初, 方占军 2011 物理学报 **60** 100601]
- [10] Nathan R N 2011 *nature photonics* **5** 186
- [11] Hall J L 2011 *Phil. Trans. R. Soc. A* **369** 4090
- [12] Kim S W 2009 *Nature Photonics* **3** 313
- [13] Minoshima K, Matsumoto H 2000 *Applied Optics* **39** 5512
- [14] Scott A, Diddams 2010 *J. Opt. Soc. Am. B* **27** B51
- [15] Cao S Y, Meng F, Lin B K, Fang Z J, Li T C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134205 (in Chinese) [曹士英, 孟飞, 林百科, 方占军, 李天初 2012 物理学报 **61** 134205]
- [16] Schliesser A, Picqué N, Hänsch T W 2012 *Nature Photonics* **6** 440
- [17] Kim S M, Kim Y S, Park J Y, Han S Y, Park S, Kim Y J, Kim S W

- 2012 *Optics Express* **20** 15054
- [18] Meng F, Cao S Y, Cai Y, Wang G Z, Cao J P, Li T C, Fang Z J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100601 (in Chinese) [孟飞, 曹士英, 蔡岳, 王贵重, 曹建平, 李天初, 方占军 2012 物理学报 **60** 100601]
- [19] Ye J 2004 *Optics Letters* **29** 1153
- [20] Dong W, Satoru T, Kiyoshi T, Hirokazu M 2011 *Optics Express* **19** 4881
- [21] Nicolas S, Yves S 2006 *Optics Letters* **31** 3101
- [22] Joo K N, Kim S W 2006 *Optics Express* **14** 5954
- [23] Berg S A, Persijn S T, Kok G J P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 183901
- [24] Coddington I, Swann W C, Nenadovic L 2009 *Nature Photonics* **3** 351
- [25] Lee J, Kim Y, Lee K 2010 *Nature Photonics* **4** 716
- [26] Joo K N, Kim Y, Kim S W 2008 *Optics Express* **16** 19799
- [27] Han H N, Zhang W, Wang P, Li D H, Wei Z Y, Shen N C, Nie Y X, Gao Y P, Zhang S G, Li S Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2760 (in Chinese) [韩海年, 张炜, 王鹏, 李德华, 魏志义, 沈乃, 聂玉昕, 高玉平, 张首刚, 李师群 2007 物理学报 **56** 2760]
- [28] Ye J, Cundiff S T 2004 *Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation, and Applications* (1st Ed.) (Springer Norwell, MA) p11
- [29] Zhang W, Han H N, Teng H, Wei Z Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1105
- [30] Dong W, Satoru T, Kiyoshi T, Hirokazu M 2009 *Optics Express* **17** 7011
- [31] Shuko Y, Toshiyuki Y, Yuki H, Tsutomu A, Takeshi Y 2009 *Optics Express* **17** 17324
- [32] Zhang J T, Wu X J, Li Y, Wei H Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100601 (in Chinese) [张继涛, 吴学健, 李岩, 尉昊赞 2012 物理学报 **61** 100601]

# Analysis of an innovative method for large-scale high-precision absolute distance measurement based on multi-heterodyne interference of dual optical frequency combs\*

Wang Guo-Chao Yan Shu-Hua<sup>†</sup> Yang Jun Lin Cun-Bao  
Yang Dong-Xing Zou Peng-Fei

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 25 September 2012; revised manuscript received 3 December 2012)

## Abstract

Femtosecond optical frequency comb (FOFC) has been widely used in time-frequency technique and precision spectral measurement. The derivative technique for absolute distance measurement by FOFC, which has features of high-speed, large-scale and high-precision, has become a worldwide research hotspot and is promising to be directly applied in some precision ranging missions, such as large equipment manufacturing, satellites formation flying, laser radar and space gravitation measurement, etc. An innovative method for large-scale and high-precision absolute distance measurement based on multi-heterodyne of dual FOFCs, is proposed in this paper. This method combines the multi-heterodyne cross-correlation distance measurement of dual optical combs with the beat-frequency distance measurement based on repetition frequency of the comb, so that it achieves large-scale and high-precision absolute distance measurement without relying on the earlier judgment with time-of-flight measurement, scanning the repetition frequency or scanning the reference beam path. Based on the basic theory of FOFC and the ranging scheme, the theoretical model for large scale distance measurement chain based on dual FOFCs has been constructed; influence of the multi-heterodyne lowest spectral lines and the repetition frequency stability on the measurement results has been discussed, and lots of simulation calculations have been done. Simulation results show that the method has achieved measurement errors better than  $\pm 50$  pm on the premise of not considering the phase demodulation accuracy, and the impact caused by the deviation of the lowest multi-heterodyne spectrum is figured out to be far below the ranging resolution of the multi-heterodyne measurement, which has verified that the proposed method may be used to realize large-scale and high-precision absolute distance measurement.

**Keywords:** laser ranging, femtosecond optical frequency comb, repetition frequency, multi-heterodyne interference

**PACS:** 06.30.Bp, 07.60.Ly, 42.62.Eh, 78.20.Bh

**DOI:** 10.7498/aps.62.070601

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275523), the Excellent Graduate Innovative Fund of NUDT (Grant No. B120305), and the Graduate Innovative Research Fund of Hunan Province (Grant No. CX2012B015).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yanshuhua996@163.com