均匀流中剪切变形加筋层合板声与振动特性研究*

金叶青† 姚熊亮 庞福振 张阿漫

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013 年 3 月 4 日收到; 2013 年 4 月 3 日收到修改稿)

基于一阶剪切变形理论, 建立了分析均匀流中周期加筋层合板声振特性的理论模型. 该模型应用对流波动方程及边界条件精确考虑了均匀流与层合板的耦合作用, 加强筋通过法向线力及扭矩与层合板相互作用, 利用傅里叶波数变换和稳相法, 得到了位移谱和辐射声压的解析表达式. 计算结果与已有公开数据符合良好, 验证了模型的有效性. 数值结果表明, 在高频段不能忽略剪切变形和加强筋扭转运动的影响; 增大均匀流速度可降低结构的辐射声压; 适当调整板厚和加强筋间距可有效避开结构的辐射声压波峰.

关键词: 均匀流, 第一阶剪切变形理论, 层合板, 波数变换

PACS: 43.30.+m, 43.40.+s **DOI:** 10.7498/aps.62.134306

1 引 言

加筋板结构已被广泛应用于航空、航海及汽车制造等领域 [1−19], 是一类具有大刚度质量比、良好抗冲击、吸声和抑振性能的结构. 特别是, 随着近年来快速发展的复合材料大量应用于该类结构, 使得其优良的性能得到进一步提高. 实际上飞机、火车、船舶等都经常处于高速运动的状态, 因而复合材料加筋板结构在外部流场作用下的振动和声辐射问题日益受到人们的重视, 主要是结构声场的传入和传出而产生的舱室噪声和辐射噪声问题. 为了降低噪声, 有必要深入开展均匀流中加筋层合板的振动和声辐射机理研究, 从而为设计低噪声要求的结构奠定必要的理论基础.

对于材料为各向同性金属的周期加筋薄板的振动和声辐射问题已有不少研究 [4−12]. Mace[5−7] 研究了流体负载中被一列、两列平行和正交分布肋板加强的无限大平板在外部激励作用下的声辐射问题; 为了便于研究, 只考虑了加强肋板等效拉力对平板的影响. Maxit[8] 通过充分考虑加强筋的弯曲运动和扭转运动, 采用离散傅里叶变换法建立了单向加筋板声辐射的理论模型; 但是 Maxit 所给出理论模型仅适用于求解单向加筋板的声辐射问题. Xin 等 [9,10] 采用等效弹簧和扭簧模型建立了正交加筋夹层板结构的声辐射和声透射理论模型. 当材料为复合材料层合板时, 公开发表的文献比较少. Yin[11] 先利用经典层合板理论通过拓展 Mace[6] 的工作研究了双周期加强的层合板声辐射问题. Cao 等 [12] 利用一阶剪切变形层合板理论进一步拓展了 Yin 等 [11] 的研究, 建立了双周期加强的层合板和圆柱壳的声辐射理论模型.

针对光滑平板在外部流场作用下的结构声学问题存在许多相关理论研究 [13−16]. Koval[13] 理论研究了均匀流、板曲率和舱内压力对平板声透射的影响, 研究发现平均流的存在能加强结构的传声损失. Atalla 和 Nicolas[14] 通过拓展 Berry 等 [15] 的研究建立外部存在理想均匀流时矩形板的声辐射理论模型, 其中均匀流的影响显示地体现在附加质量和声辐射阻抗公式中. 最近, Schmidt 和 Frampton[16] 建立超音流作用下简支在无限大障板中矩形平板的声振耦合系统理论模型.

由上述可知, 有关流动介质中加筋结构声辐射问题还没有公开发表的文献; 基于一阶剪切变形理论建立正交加筋层合板的研究非常缺乏; 以往在处

* 国家自然科学基金优秀青年科学基金 (批准号: 51222904)、国家安全重大基础研究项目 (批准号: 613157)、国家自然科学基金重点项目 (批准号: 50939002) 和国家自然科学基金 (批准号: 51209052) 资助项目.

† 通讯作者. E-mail: jinyeqing1234@126.com

理加强筋与平板之间的作用时, 都是采用弹簧和扭簧组合模型等效代替而忽略了加强筋真实运动, 或者只是片面考虑其弯曲运动而忽略了扭转运动的影响. 为了解决这些问题, 本文将通过充分考虑加强筋的弯曲和扭转运动, 基于一阶剪切变形理论, 对流波动方程和相应边界条件, 利用傅里叶波数变换和稳相法建立均匀流中剪切变形加筋层合板声振理论模型, 并研究不同系统参数对其特性的影响.

2 理论模型

考虑如图 1 所示, 总厚度为 h 的无限大正交加筋层合板结构置于如图所描述的坐标系中. 现取坐标系 x, y, z 中 z=0 的 xoy 面, 称之为中面, 且规定平分板厚的面作为中面. 假设层合平板的总层数为 n, 且每一单层平板都为正交各向异性单层板. 假设平板下半空间 $(z<0)$ 为真空, 平板的上半空间 $z>0$ 存在速度为 $\bar{U}$ 在平行 x-y 的平面内匀速运动理想流体. 理想流体静止时的密度和声速分别为 ρ_0 和 c_0. 平板下表面上有两组正交周期等间距分布的加强筋. 其中, 第一组加强筋沿 x 轴方向均匀排列, 其间距为 l_x; 第二组沿 y 轴方向均匀排列, 其间距为 l_y. 作用在平板上的外力为 $F_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}$, 方向指向 z 轴正向. 为了公式表达简洁, 下面的推导过程中时间项 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}$ 都被省略掉了.

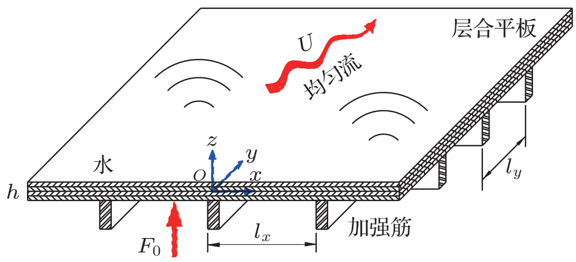

图 1 均匀流中点力作用下正交加筋层合板声辐射示意图

当机械外力作用从下半空间作用在平板上任意位置 (x_0, y_0) 时, 结构会产生横向弯曲振动, 并向上半空间的水中辐射声压. 本文假设加强筋与平板之间是刚性线接触, 在每一平板和加强筋线接触处, 平板和加强筋在 z 方向具有相同的线位移以及关于 x 和 y 方向相同的转角. 因此, 当平板做弯曲运动时, x 和 y 方向上的加强筋也将随之做弯曲和扭转运动. 本文以等间距离散分布的线力和线力矩来代替加强筋弯曲运动和扭转运动对平板所产生的反力和反力矩.

为了让本文所建立的理论模型更具一般性, 能够同时适用于求解各向同性的金属平板和各向异性的复合材料层合平板. 将经典薄板理论和一阶剪切变形理论下正交加筋板的振动控制方程统一于下面的形式:

$$
\begin{aligned}
D^*\{w(x,y)\} =& F_0\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)-P_{\mathrm{a}}(x,y,0)\\
&-\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Q_x(x,y)\delta(y-nl_y)\\
&+\sum_{n=-\infty}^{+\infty} M_{\mathrm{T}x}(x,y)\delta'(y-nl_y)\\
&-\sum_{m=-\infty}^{+\infty} Q_y(x,y)\delta(x-ml_x)\\
&+\sum_{m=-\infty}^{+\infty} M_{\mathrm{T}y}(x,y)\delta'(x-ml_x),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

其中, D^* 表示计及弹性力和惯性力在内的广义线性微分算子, $w(x, y)$ 为层合板的横向位移, $P_{\mathrm{a}}(x,y,0)$ 表示运动流体中的壁面声压, $Q_x(x,y)\delta(y-nl_y)$ 和 $M_{\mathrm{T}x}(x,y)\delta'(y-nl_y)$ 分别表示 x 方向上 $y=nl_y$ 处的加强筋作用在平板上的反力和反力矩; $Q_y(x,y)\delta(x-ml_x)$ 和 $M_{\mathrm{T}y}(x,y)\delta'(x-ml_x)$ 则分别表示 y 方向上 $x=ml_x$ 处的加强筋作用在平板上的反力和反力矩.

对于各向同性材料的弯曲平板, 微分算子 D^* 的表达式如下:

$$
D^*=D\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4}{\partial x^4}\right)-m_{\mathrm{p}}\frac{\partial^2}{\partial t^2},
\tag{2}
$$

其中, $D=E_{\mathrm{p}}h^3/12(1-\mu^2)$ 表示平板的弯曲刚度, $m_{\mathrm{p}}=\rho h$ 为平板单位面积上的密度. E_{p}, ρ 和 μ 分别表示各向同性材料的弹性模量, 密度和泊松比.

对于各向异性复合材料层合平板, 平板振动分析的自由度超过了一个达到了三个 [11] (经典层合板理论) 或五个 [12](一阶剪切变形层合板理论), 此时 D^* 没有如方程 (2) 所示的直接显式表达式. 然而, 通过它做傅里叶变换可以得到其波数域中的间接表示式 $D^*(\alpha,\beta)$. 对于各向同性平板, $D^*(\alpha,\beta)$ 的表达式如方程 (24b) 所示; 对于复合材料层合平板, $D^*(\alpha,\beta)$ 的表达式则隐含在其广义动柔度 $(\tilde{w}_0(\alpha,\beta))$ 的表达式中. 而有关 $\tilde{w}_0(\alpha,\beta)$ 的确定方法可详见附录 A.

x 方向上, 做受迫弯曲运动和扭转运动的加强筋的运动方程可以表示如下:

$$
E_{\mathrm{s}}I_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho_{\mathrm{s}}A_x\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=Q_x(x,y),
\tag{3}
$$

$$-G_sJ_x\frac{\partial^3 w}{\partial y\partial x^2}+\rho_s I_{xo}\frac{\partial^3 w}{\partial y\partial t^2}=M_{Tx}(x,y),\qquad(4)$$

式中, I_x, I_{xo}, A_x 和 J_x 分别表示 x 方向上加强筋的主惯性矩, 极惯性矩, 横截面的面积和扭转常数.

y 方向上, 做受迫弯曲运动和扭转运动的加强筋的运动方程可以表示为

$$E_sI_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+\rho_sA_y\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=Q_y(y,t),\qquad(5)$$

$$-G_sJ_y\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial y^2}+\rho_s I_{yo}\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial t^2}=M_{Ty}(x,t),\qquad(6)$$

式中, I_y, I_{yo}, A_y 和 J_y 分别是 y 方向上加强筋的主惯性矩, 极惯性矩和横截面的面积和扭转常数. E_s, G_s 和 ρ_s 为加强筋材料的弹性模量, 剪切模量和密度.

当理想流体在平板上侧匀速运动时, 平板上侧运动流体中的声压 $P_a(x, y, z)$ 将满足运动流体中的对流波动方程 [16]:

$$c_0^2\nabla^2P_a=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{U}\cdot\nabla\right)^2P_a.\qquad(7)$$

同时, 平板上表面流-固交界处的声压 $P_a(x, y, 0)$ 将满足对流边界条件

$$-\rho_0\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{U}\cdot\nabla\right)^2w=\left.\frac{\partial P_a}{\partial z}\right|_{z=0},\qquad(8)$$

$$\boldsymbol{U}=u_x\boldsymbol{i}+u_y\boldsymbol{j}=U\cos\phi\boldsymbol{i}+U\sin\phi\boldsymbol{j},\qquad(9)$$

其中, ∇^2 为拉普拉斯算子; P_a 表示平板上侧运动流体中的声压; $\boldsymbol{U}$ 表示运动流体的速度向量, ϕ 表示 $\boldsymbol{U}$ 与 x 轴的夹角.

3 波数域中求解方程

为了求解光滑平板的声振耦合方程, 得到波数域中平板的横向位移和其远场辐射声压, 本文应用傅里叶积分变换公式将空间域的声振耦合方程转换到波数域来做数值截断求解, 先求得波数域中的横向位移, 然后再利用稳相法便可进一步得到结构的远场辐射声压. 用 (α, β) 代替波数 (k_x, k_y), 则定义函数 $f(x,y)$ 的傅里叶积分变换以及其逆变换公式如下 [7,10]:

$$\tilde f(\alpha,\beta)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\alpha x+\beta y)}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\qquad(10)$$

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde f(\alpha,\beta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha x+\beta y)}\times\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta.\qquad(11)$$

同时, 对如图 1 所示的无限大双周期结构应用 Poisson 求和公式, 可以分别将结构在 x 和 y 方向上的波数分量表示成无限多个空间谐波级数和的形式 [10]:

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\delta(x-ml_x)=\frac{1}{l_x}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(\frac{2m\pi}{l_x}\right)x},\qquad(12)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(y-nl_y)=\frac{1}{l_y}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\left(\frac{2n\pi}{l_y}\right)y}.\qquad(13)$$

对 (1) 式及 (3)—(6) 式做傅里叶波数变换, 并利用 (12) 和 (13) 式将得到下式:

$$\begin{aligned}&D^*(\alpha,\beta)\tilde w(\alpha,\beta)\\=&F_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\alpha x_0+\beta y_0)}-\tilde P_a(\alpha,\beta,0)-H(\alpha)\varsigma(\alpha,\beta)\\&-\beta V(\alpha)\tau(\alpha,\beta)-R(\beta)\zeta(\alpha,\beta)\\&-\alpha S(\beta)\xi(\alpha,\beta);\end{aligned}\qquad(14)$$

$$\begin{aligned}&R(\beta)=(E_sI_y\beta^4-\omega^2\rho_sA_y)/l_x,\\&S(\beta)=(G_sJ_y\beta^2-\omega^2\rho_sI_{yo})/l_x;\end{aligned}\qquad(15)$$

$$\begin{aligned}&H(\alpha)=(E_sI_x\alpha^4-\omega^2\rho_sA_x)/l_y,\\&V(\alpha)=(G_sJ_x\alpha^2-\omega^2\rho_sI_{xo})/l_y.\end{aligned}\qquad(16)$$

其中, $H(\alpha)$ 和 $V(\alpha)$ 分别为 x 方向上加强筋的弯曲和扭转阻抗, $R(\beta)$ 和 $S(\beta)$ 分别为 y 方向上加强筋的弯曲和扭转阻抗.

另外, (14) 式中的项式 $\zeta(\alpha,\beta)$, $\xi(\alpha,\beta)$, $\varsigma(\alpha,\beta)$ 和 $\tau(\alpha,\beta)$ 的具体表示式如下:

$$\begin{aligned}&\zeta(\alpha,\beta)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\tilde w(\alpha_m,\beta),\\&\xi(\alpha,\beta)=\alpha_m\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\tilde w(\alpha_m,\beta);\end{aligned}\qquad(17)$$

$$\begin{aligned}&\varsigma(\alpha,\beta)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde w(\alpha,\beta_n),\\&\tau(\alpha,\beta)=\beta_n\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde w(\alpha,\beta_n).\end{aligned}\qquad(18)$$

其中, $\alpha_m=\alpha+2m\pi/l_x$, $\beta_n=\beta+2n\pi/l_y$, $n=-\infty$—$+\infty$ 且 $m=-\infty$—$+\infty$.

然后, 对 (7) 式和 (8) 式做傅里叶波数变换, 同时考虑到 z 轴正方向上介质的无限性且声波不可能穿透平板负向传播, 因此本文所研究的声压中只取正行波, 这样可以得到运动流体中波数域声压 $\tilde P_a(\alpha,\beta,z)$ 的表达式如下:

$$\tilde P_a(\alpha,\beta,z)=\frac{-\rho_0\omega_1^2\,\mathrm{e}^{-\lambda_1 z}}{\lambda_1(\alpha,\beta)}\tilde w(\alpha,\beta),\qquad(19)$$

$$\lambda_1(\alpha,\beta)$$

$$=\begin{cases}\sqrt{\alpha^2+\beta^2-k_1^2}, & \alpha^2+\beta^2\geqslant k_1^2,\\ -\mathrm{j}\sqrt{k_1^2-\alpha^2-\beta^2}, & \alpha^2+\beta^2<k_1^2,\end{cases} \tag{20}$$

其中, $\omega_1=\omega-(u_x\alpha+u_y\beta)$ 表示运动流体中的圆频率; $k_1=k_0-(M_x\alpha+M_y\beta)$ 表示运动流体中的波数; $M_x=u_x/c_0$ 和 $M_y=u_y/c_0$ 表示运动流体在 x 和 y 方向上的马赫数; $\alpha=k_1\cos\theta\sin\phi$ 和 $\beta=k_1\sin\theta\sin\phi$ 分别表示运动流体中声波在 x 和 y 方向上的波数. 经过整理, 得到运动流体中波数 k_1 的表达式如下:

$$k_1=k_0\left(\frac{1}{1+M_x\cos\theta\sin\phi+M_y\sin\theta\sin\phi}\right), \tag{21}$$

其中, $k_0=\omega/c_0$ 表示静止流体中的波数.

令 $z=0$ 代入到 (19) 式中得到 $\tilde{P}_{\mathrm{a}}(\alpha,\beta,0)$, 再将其代入到 (14) 式中, 然后进行整理得到如下表达式:

$$\begin{aligned}\tilde{w}(\alpha,\beta)=&\tilde{w}_0(\alpha,\beta)\big[F_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\alpha x_0+\beta y_0)}\\&-R(\beta)\zeta(\alpha,\beta)-\alpha S(\beta)\xi(\alpha,\beta)\\&-H(\alpha)\varsigma(\alpha,\beta)\\&-\beta V(\alpha)\tau(\alpha,\beta)\big],\end{aligned} \tag{22}$$

$$\tilde{w}_0(\alpha,\beta)=\frac{1}{Z^*(\alpha,\beta)}, \tag{23}$$

其中, $\tilde{w}_0(\alpha,\beta)$ 和 $Z_*(\alpha,\beta)$ 分别为流体负载的各向同性以及各向异性复合材料层合平板的广义动柔度和广义阻抗 (刚度).

对于各向同性金属平板, $Z^*(\alpha,\beta)$ 的表达式如下:

$$Z^*(\alpha,\beta)=D^*(\alpha,\beta)-\frac{\rho_0\omega_1^2}{\lambda_1(\alpha,\beta)}, \tag{24a}$$

$$D^*(\alpha,\beta)=D(\alpha^2+\beta^2)^2-m_{\mathrm{p}}\omega^2. \tag{24b}$$

对于各向异性复合材料层合平板, $\tilde{w}_0(\alpha,\beta)$ 的表达式如下:

$$\tilde{w}_0(\alpha,\beta)=\tilde{\boldsymbol{U}}_3(\alpha,\beta), \tag{25}$$

其中, $\tilde{\boldsymbol{U}}_3(\alpha,\beta)$ 表示复合材料层合平板位移向量 $\tilde{\boldsymbol{U}}$ 中的第 3 个元素. 有关 $\tilde{\boldsymbol{U}}$ 的具有计算过程见附录 A.

观察方程 (17), (18) 和 (22) 可知, 由于求和级数中耦合项 $\tilde{w}(\alpha_m,\beta)$ 和 $\tilde{w}(\alpha,\beta_n)$ 的存在, 结构在波数域内的横向位移 $\tilde{w}(\alpha,\beta)$ 不能直接通过求解方程 (22) 得到. 因此, 为了得到 $\tilde{w}(\alpha,\beta)$, 本文先用 ($\alpha_{m'}$, $\beta_{n'}$) 代替方程 (22) 中的 (α, β), 并利用结构的周期特性, 这样可以得到下面的无限大线性代数方程组:

$$\begin{aligned}&\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_{n'})+\tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})R(\beta_{n'})\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\tilde{w}(\alpha_m,\beta_{n'})\\&+\tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})\alpha_{m'}S(\beta_{n'})\alpha_m\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\tilde{w}(\alpha_m,\beta_{n'})\\&+\tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})H(\alpha_{m'})\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_n)\\&+\tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})\beta_{n'}V(\alpha_{m'})\beta_n\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_n)\\=&\tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})[F_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\alpha_{m'}x_0+\beta_{n'}y_0)}],\end{aligned} \tag{26}$$

其中, $\alpha_{m'}=\alpha+2m'\pi/l_x$, $\beta_{n'}=\beta+2n'\pi l_y$ ($m'=-\infty$—$+\infty$, $n'=-\infty$—$+\infty$).

(26) 式是一个无限大线性代数方程组, 可以将该方程组截断成有限大小进行数值求解直到结果收敛, 且只要取一定数目的项数就能确保计算结果满足精度要求. 令 $m=m'=-k$—$+k$, $n=n'=-l$—$+l$ (k, l 都是正整数, 其值的大小由收敛性分析得到) 取有限项, 将 (26) 式截断成 $M\times N$ ($M=2k+1$, $N=2l+1$) 个有限大小的线性方程进行求解, 便可解出 $M\times N$ 个 $\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_{n'})$ ($m'=1,2,\cdots,M$; $n'=1,2,\cdots,N$). 简单求见, 有限大小代数方程组 (包含有 MN 个待求未知数) 可以写成矩阵形式

$$[\boldsymbol{T}]_{MN\times MN}\{\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_{n'})\}_{MN\times1}=\{q_{m'n'}\}_{MN\times1}. \tag{27}$$

通过求解矩阵方程式 (27) 得到一系列的 $\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_{n'})$, 取 $m'=0$, $n'=0$ 便得到了波数域中结构的横向位移 $\tilde{w}(\alpha,\beta)$. 有关方程 (27) 详细的表达式见附录 B.

最后, 利用稳相法可以得到运动流体中结构在球坐标 (r, θ, ϕ) 中远场辐射声压如下 [7,10]:

$$P_{\mathrm{a}}(r,\theta,\phi)=\frac{-\rho_0\omega_1^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_1r}}{2\pi r}\tilde{w}(\alpha,\beta). \tag{28}$$

为了研究运动流体中正交加筋层合板的振动和声辐射特性, 本文将计算得到平板在波数域中的横向位移和远场辐射声压取对数得到横向位移谱 ($H_{\alpha\beta}$) 和远场辐射声压级 (SPL).

$$H_{\alpha\beta}=20\log_{10}|\tilde{w}(\alpha,\beta)|, \tag{29}$$

$$SPL=20\log_{10}|P_{\mathrm{a}}/P_0|, \tag{30}$$

其中, P_0 为参考声压, 当流体介质为水时一般取 10^{-6} Pa.

4 数值结果与讨论

本节将要列出下面数值计算中所要用到的参数. 面板可选择同种金属材料 (钢) 及各向异性复

合材料组成的层合平板. 加强筋始终选择金属钢. 钢的弹性模量, 剪切模量, 密度, 泊松比和损耗因子分别为 2.1×10^{11} Pa, 80.8×10^{9} Pa, 7800 kg/m^3, 0.3 和 0.02. 表 1 给出了组成层合平板的复合材料属性. 层合平板总层数 (n) 有五层和六层两种工况. 当 $n=5$ 或者 $n=6$, 每个单层的厚度相同且都等于 0.002 m. x 和 y 方向加强筋间距 $l_x=l_y=0.156$ m, 加强筋都为矩形截面, 宽度 $t_x=t_y=0.013$ m, 高度 $h_x=h_y=0.038$ m. 假设外板外侧和中间层流场中的流体介质为水, 其密度和声速分别取 1000 kg/m^3 和 1500 m/s. 声场点为 (50 m, 45°, 45°), 最后将得到的远场辐射声压级都换算成 $r=1$ m 处的声源级. 机械点力幅值 $F_0=1$ N, 作用点为 (x_0, y_0). 接下的分析中, 如果没有特别说明这些参数都将保持不变.

4.1 理论模型的验证

为了验证本章所建立的理论模型的有效性, 先令 $n=5$, 每个单层都取同种各向同性材料且敷设角度 $\gamma=0°$. 这时层合平板就可以当作均匀单层板来处理. 然后, 按照经典薄板理论计算远场辐射声压并与 Mace 给出的理论结果对比. 数值计算时都按照 Mace[7] 给出的参数来计算. 其中, 作用点位置取为 $(l_x/3, l_y/3)$ 和 $(l_x/2, l_y/2)$ 两种不同情况, 分别见图 2(a) 和 (b).

由图 2(a) 和 (b) 可知, 采用本文理论模型和 Mace 的模型计算得到正交加筋板的声辐射曲线符合良好, 只是在较高频段上出现了细微差异. 这是由于 Mace 的理论模型中只考虑了加强筋弯曲运动的影响而忽略了其扭转运动及其惯性效应的影响, 而本文所建立的理论模型将这些因素都考虑到了. 由此可知, 本文所建立的理论模型是正确有效的, 而且比以往所建立的理论模型更加精确.

表 1 层合平板中的复合材料属性

属性	Br-Ep	AS/3501	T300/934
E_1/GPa	207	138	131
E_2/GPa	20.7	8.96	10.3
G_{12}/GPa	6.9	7.1	6.9
G_{13}/GPa	6.9	7.1	6.2
G_{23}/GPa	4.1	6.2	6.2
υ_{12}	0.3	0.3	0.22
ρ/(kg/m^3)	2000	1600	1500
η	0.02	0.02	0.02

图 3(a) 和 (b) 分别给出了两种不同加强筋截面尺寸 ($h_x=h_y=0.013$ m 和 0.078 m) 时考虑和不考虑其扭转运动下结构的声辐射曲线. 其中, $l_x=l_y=0.15$ m, $n=5$. 由图 3(a) 和 (b) 可知, 当加强筋截面尺寸不太大时, 可以忽略其扭转运动的影响, 此时考虑与不考虑加强筋运动下的 SPL 曲线基本上是重合的. 但是当加强筋截面尺寸较大时, 两种情况下的 SPL 曲线在中高频段出现了较大差异. 因此在分析加筋结构的振动和声辐射特性时, 加强筋扭转运动的影响不可忽略.

4.2 均匀流对结构振动与声的影响

为了清晰揭示均匀流对结构振动与声影响的一般规律, 结构选取无限大光滑平板和单向加筋板, 面板材料选为各向同性材料 (钢), 采用经典薄板理论来计算, $n=5$. 图 4 给出了来流入射角 $\phi=0°$ 时, 不同马赫数 (Ma) 时无限大光滑平板在 $f=1$ kHz

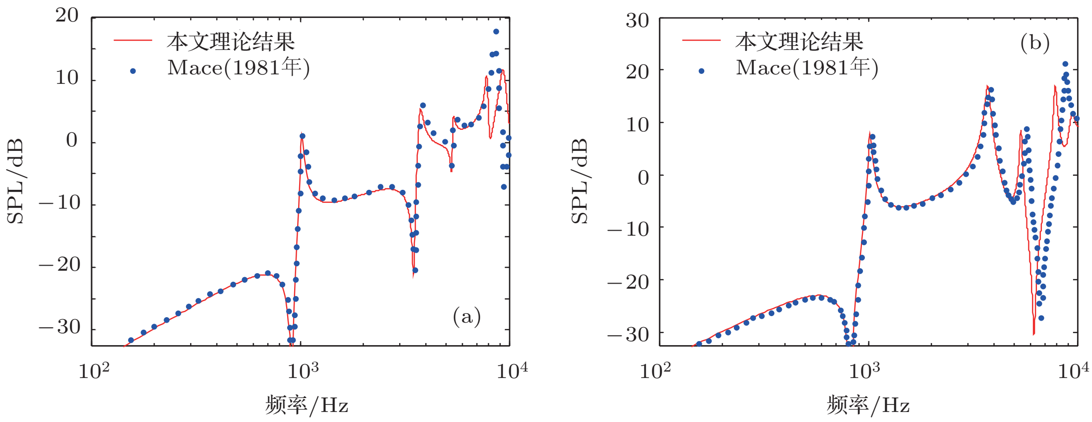

图 2 正交加筋层合板声辐射理论结果与 Mace 的理论结果对比 (a) 作用点位置 $(l_x/3, l_y/3)$; (b) 作用点位置 $(l_x/2, l_y/2)$

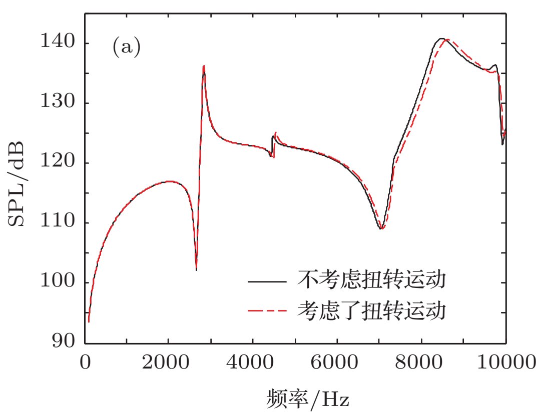

图 3　加强筋扭转运动对结构声辐射结果的影响　(a) 加强筋高度: $h_x = h_y = 0.013$ m; (b) 加强筋高度: $h_x = h_y = 0.078$ m

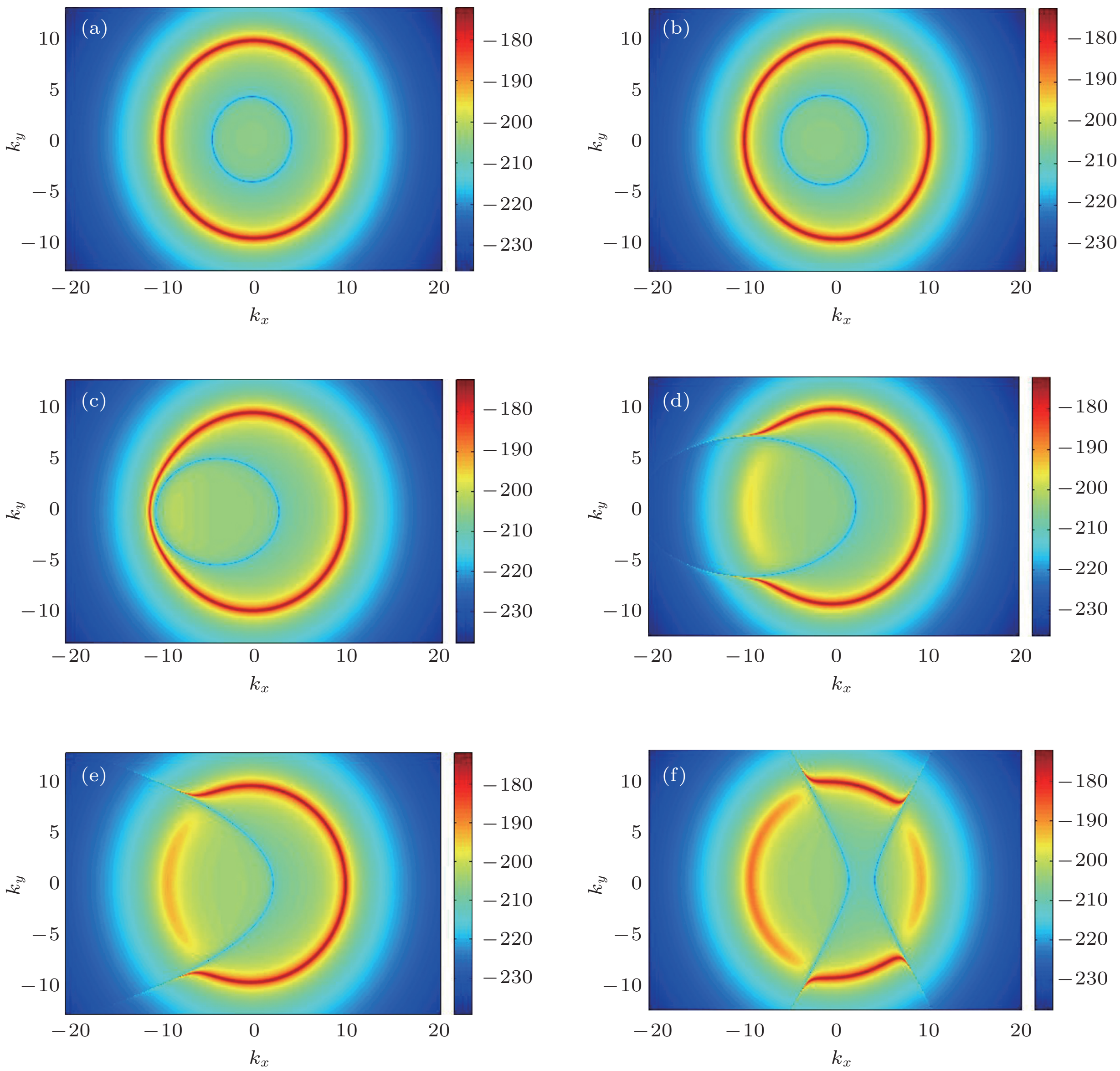

图 4　不同马赫数 Ma 下光滑平板的横向位移谱, ($\phi = 0°$)　(a) $Ma = 0.05$; (b) $Ma = 0.03$; (c) $Ma = 0.6$; (d) $Ma = 0.8$; (e) $Ma = 1.0$; (f) $Ma = 2.0$

时的横向位移谱. 图 5 给出了 $Ma = 0.8$ 时, 不同来流角度下无限大光滑平板的横向位移谱. 图 6(a) 和 (b) 则分别给出了不同马赫数下无限大光滑平板和单向加筋板的 SPL 曲线. 其中, 计算光滑平板的 $H_{\alpha\beta}$ 时, 面板厚度为 0.048 m; 计算结构的 SPL 时, 来流入射角 $\phi = 45°$, 面板厚度为 0.0048 m. 对于单向加筋情况, 去掉沿 x 方向的加强筋只保留 y 方向的加强筋. 此时, 加强筋间距取 0.2 m, 加强筋间距宽度和高度分别取 0.0325 m 和 0.095 m.

由图 4 可知, 随着马赫数不断增加, “声波圆” 圆心的位置逐渐由原来的中心位置向流体运动的方向移动. 其形状由原来的线性圆逐渐变成非线性的 “椭圆”, 当 $Ma = 1.0$ 时再由椭圆发散成 “月牙弓”, 而当马赫数达到 2.0 时 “声波圆” 发散成两个大小不同的 “月牙弓”. 平板 “弯曲波圆” 的位置和现状基本上保持不变. 造成这种现象的主要原因是因为匀速运动流体的折射效应, 且马赫数越大, 折射效应的影响越明显. 值得注意的是, 当 $Ma > 1.2$ 时, 这种非线性现象出现了两个分支. 此时的折射包含正折射分支和负折射分支两个部分.

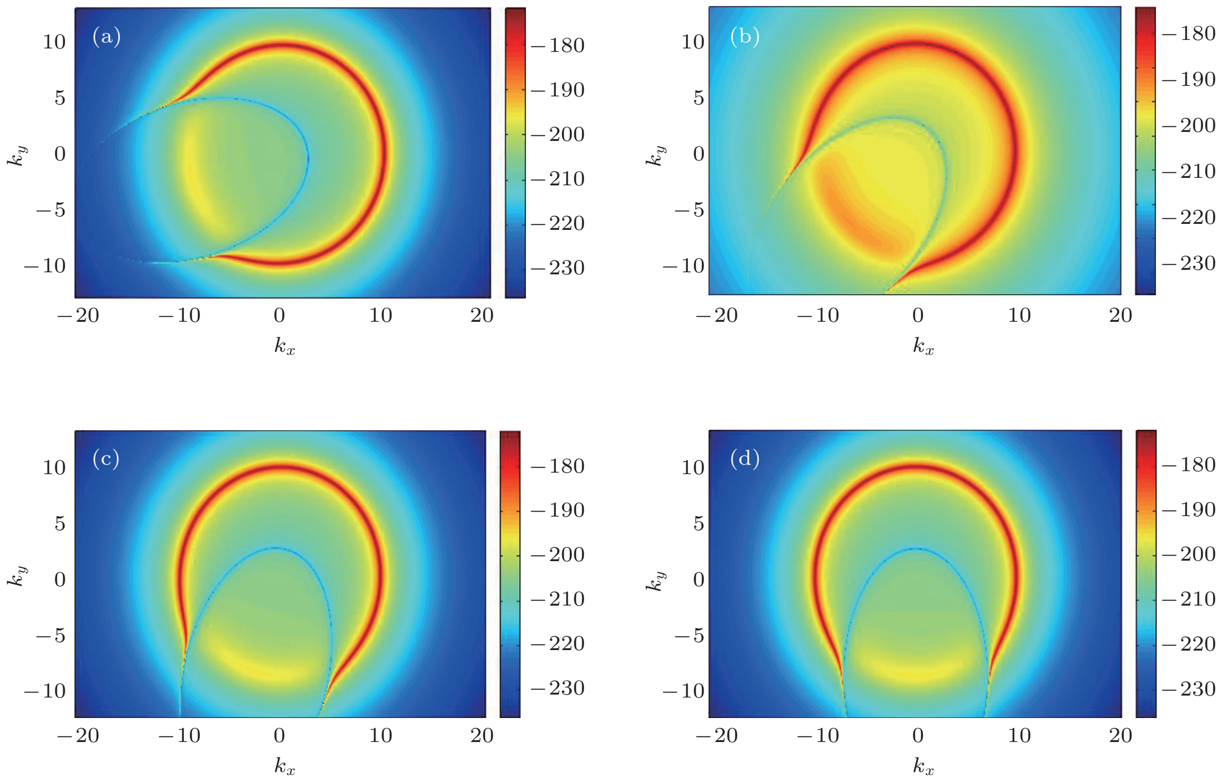

图 5 不同来流角度下光滑平板的横向位移谱 ($Ma = 0.8$) (a) $\phi = 15°$; (b) $\phi = 45°$; (c) $\phi = 75°$; (d) $\phi = 90°$

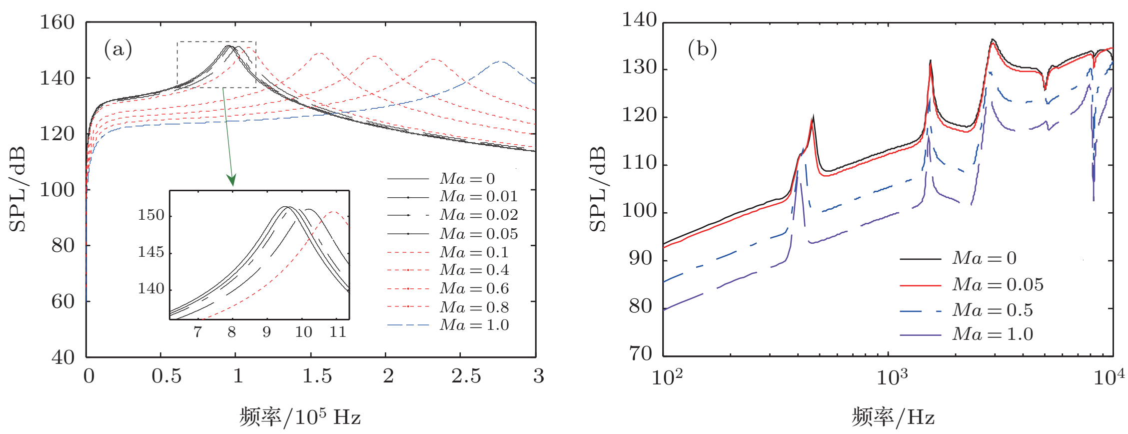

图 6 不同马赫数 Ma 下光滑平板和单向加筋板的 SPL 曲线 (a) 光滑平板; (b) 单向加筋板

由图 5 可知, 均匀流来流角度 (ϕ) 对光滑平板横向位移谱的影响很显著. 对应不同的均匀流来流角度非线性 “声波圆” 出现的位置也不相同. 而且, 非线性 “声波圆” 的中心轴线与 k_x 轴的夹角等于均匀流来流角度 (ϕ).

由图 6(a) 和 (b) 可知, 随着均匀流流速不断增加, 光滑平板和单向加筋板 SPL 曲线上的辐射波峰显著地向高频方向偏移, 结构的 SPL 曲线逐渐整体下降. 这同样是由于均匀流对辐射声波的折射效应所引起的. 这说明通过加大来流速度或者提高结构的运行速度可以降低其辐射声压. 但是当马赫数太小时, 折射效应不太明显对于减低辐射声压的帮助不太大.

考虑到实际船舶航行时的速度不太高 (按国外船舶 35 kn 的速度折算成马赫数约等于 0.012), 因此在研究船舶结构声辐射特性时如果按照流体静止来进行不会对结果造成太大的误差 (约等于 0.3 dB). 但是对于航空、航天飞行器而言, 由于其流体介质中声波波速较低且其飞行速度都很高, 其马赫数往往都要 >1, 此时流体运动的影响则不能被忽略.

4.3 剪切变形加筋层合板的振动与声辐射

为了更加侧重于剪切变形对结构振动与声的影响, 下面的数值分析中不考虑均匀流的影响. 图 7 至图 10 给出了经典薄板理论, 经典层合板理论和一阶剪切变形理论三种不同平板理论下两种典型层合平板 (各向同性单层平板和正交各向异性单层平板) 不加筋, 单向加筋和正交加筋三种情况下的 SPL 曲线. 数值计算时, $n=6$. 如果面板为同种各向同性材料, 则采用钢; 如果面板各层为同种各向异性材料, 则材料采用表 1 中的 Br-Ep. 其中, 图 7 和图 8 作用点位置分别为 (0, 0) 和 $(l_x/2, 0)$, 图 9 和图 10 作用点位置分别为 $(l_x/4, l_y/4)$.

由图 7 至图 10 可以看出, 不加筋, 单向加筋和正交加筋层合平板在三种不同平板理论下各自声辐射曲线的变化趋势大体上相同. 但是, 不同加筋形式下层合板的辐射声场却不同. 在低频段和中频段三种平板理论下的 SPL 曲线保持较好的一致性, 但是在高频段它们之间逐渐出现了差异. 这是由于经典薄板理论和经典层合板理论都是基于直法线假设建立起来的, 并没有考虑截面横向剪切应变的影响, 而在高频段这种影响对结果的影响是不可忽略的. 因此, 要想得到更加准确的结果应该采用一阶剪切变形理论. 特别注意, 在图 7 至图 10 中由经典薄板理论和经典层合板理论得到结果始终相同. 这是由于当层合板各层材料相同时, 层合面板对称于中面, 其拉伸 - 弯曲耦合刚度 $B_{ij}=0$. 这时经典层合板理论的横向弯曲平衡方程与经典薄板理论相同.

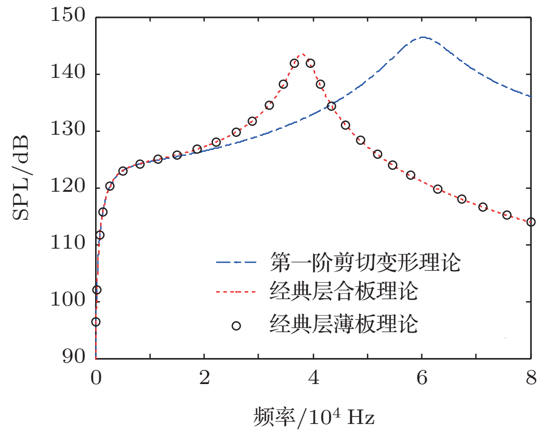

图 7 各向同性单层面板, 不加筋

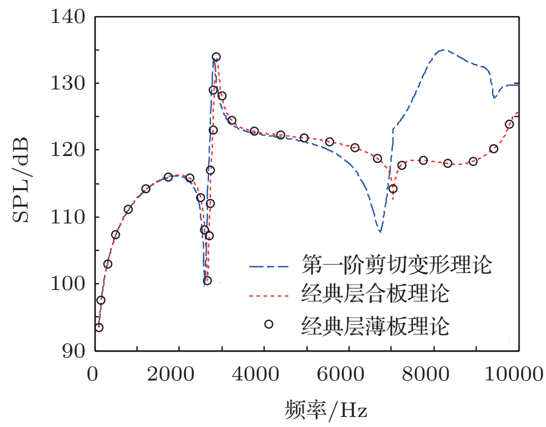

图 8 各向同性单层面板, 单向加筋

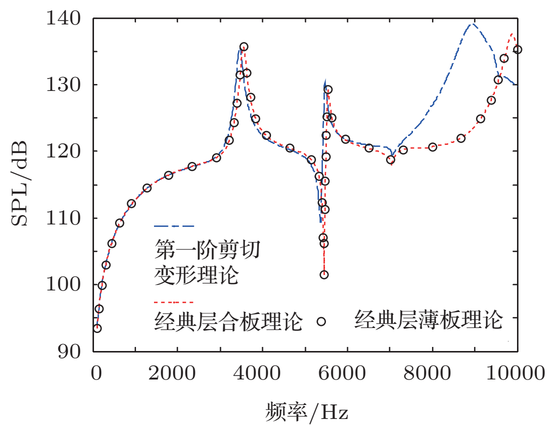

图 9 各向同性单层面板, 正交加筋

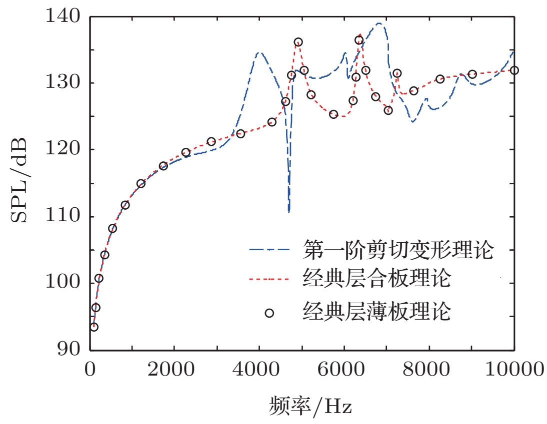

图 10　各向异性单层面板, 正交加筋

假设六层层合板各个单层都为同种材料 (Br-Ep), 图 11 至图 13 分别给出了频率 $f = 2$ kHz 时, 三种不同敷设角度 (即, $\gamma = 30°$, $60°$ 和 $90°$) 时不加筋, 单向加筋和正交加筋层合板的横向位移谱. 由图 11 至图 13 可知, 随着敷设角度不断改变, 三种不同加筋情况下层合面板的横向位移谱中流体“声波圆”大小和位置不变, 但是“弯曲波椭圆”却绕着“声波圆”不断逆时针转动. 而且“弯曲波椭圆”的长轴与 k_y 轴的夹角刚好等于正交各向异性材料的敷设角度 γ. 这说明改变材料的敷设角度对结构的振动特性有显著影响.

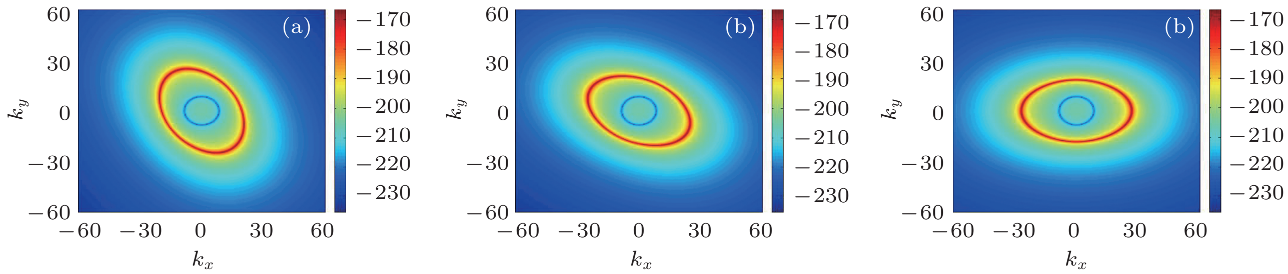

图 11　光滑层合板的横向位移谱 (0, 0)　(a) $\gamma = 30°$; (b) $\gamma = 60°$; (c) $\gamma = 90°$

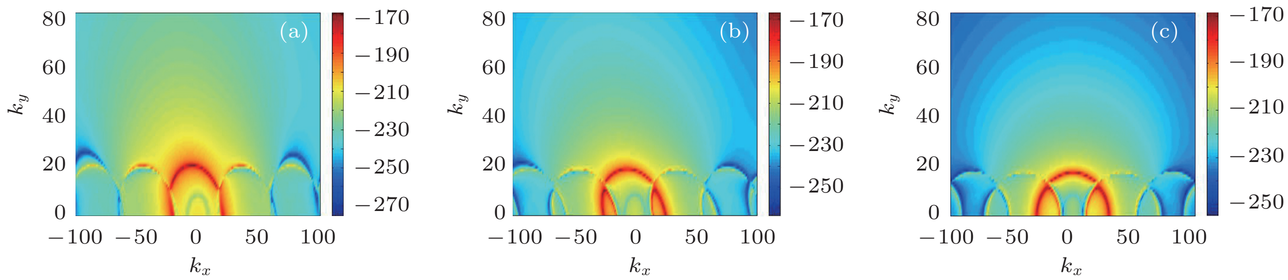

图 12　单向加筋层合板的横向位移谱 $(l_x/2, 0)$　(a) $\gamma = 30°$; (b) $\gamma = 60°$; (c) $\gamma = 90°$

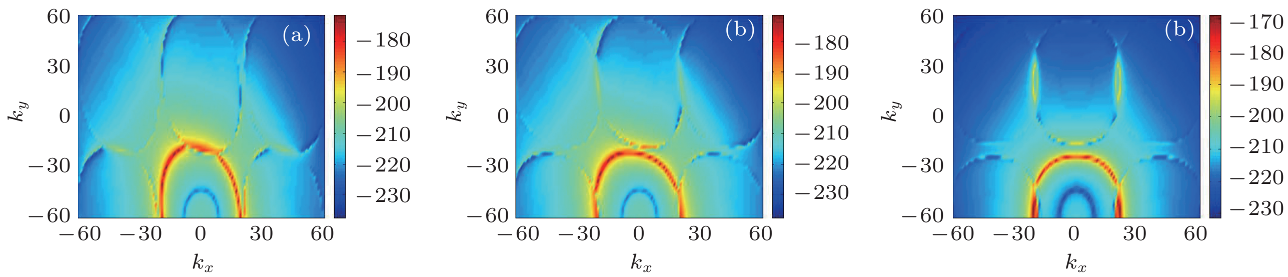

图 13　正交加筋层合板的横向位移谱 $(l_x/4, l_y/4)$　(a) $\gamma = 30°$; (b) $\gamma = 60°$; (c) $\gamma = 90°$

图 14 和图 15 给出了不同敷设角度下单向加筋和正交加筋层合板的 SPL 曲线. 其中, 作用点位置分别为 $(l_x/2, 0)$ 和 $(l_x/4, l_y/4)$. 假设六层复合材料层合平板每一层都取相同的各向异性材料 (Br-Ep). 观察图 14 可见, 四种不同敷设角度下的单向加筋层合板的 SPL 曲线总体趋势保持一致. 但是, 随着敷设角度不断增加, SPL 曲线上的辐射波峰和波谷逐渐向低频移动. 这说明对于单向加筋层合平板而言, 当不断增加材料的敷设角度时相等于减小了其面板的刚度, 所以结构的固有频率会随之降低. 由图 15 可见, 七种不同的敷设角度却只对应四种不同的 SPL 曲线. 这是由于 0° 和 90°, 15° 和 75° 及 30° 和 60° 对应的 SPL 是重合的. 这是由于正交加筋层合板是的结构形式点对称的, 所以其声辐射特性关于敷设角度等于 45° 这条轴对称.

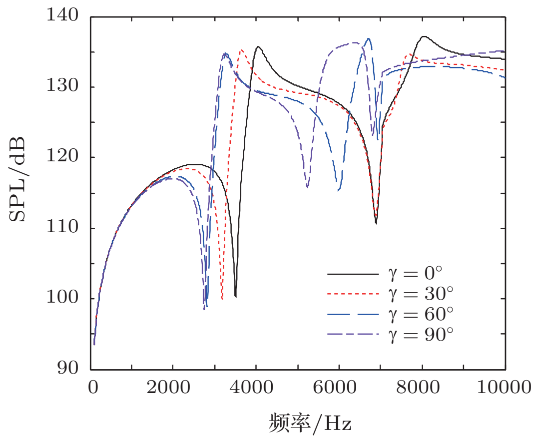

图 14 单向加筋层合板的 SPL 曲线

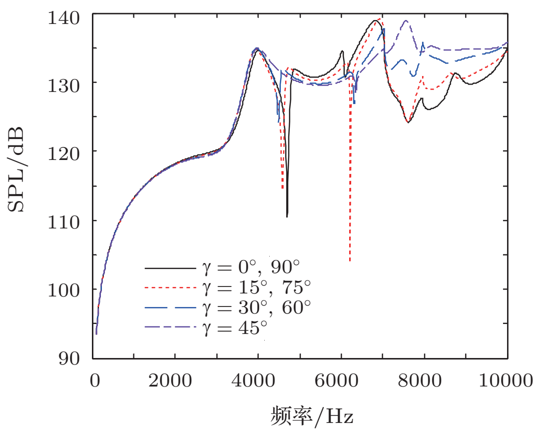

图 15 正交加筋层合平板的 SPL 曲线

图 16 和图 17 分别给出了不同面板总厚度和不同加强筋间距下复合材料正交加筋层合板的 SPL 曲线. 其中, 作用点位置为 $(l_x/2, l_y/2)$, 总共有五层. 其叠合方式为: T300/934(45°)/AS/3501(−45°)/Br-Ep(90°)/AS/3501(−45°)/T300/934(45°). 由于正交加筋层合板具有高度相似的周期特性, 因此, 从图 16 和图 17 可以观察到不同厚度和不同加强筋间距下的 SPL 曲线具有相同的变化趋势. 同时, 由图 16 和图 17 可知, 厚度和加强筋间距变化会引起结构 SPL 曲线上辐射波峰和波谷位置的变化, 而且增大板厚将降低结构的辐射声压. 这是由于改变平板厚度及加强筋间距相当于改变了结构的刚度, 因此加筋板结构所对应的共振频率也移动, 所以 SPL 曲线上的辐射波峰和波谷会随之向高频或低频偏移. 因此, 适当调整板厚和加强筋间距可有效避开结构的辐射波峰.

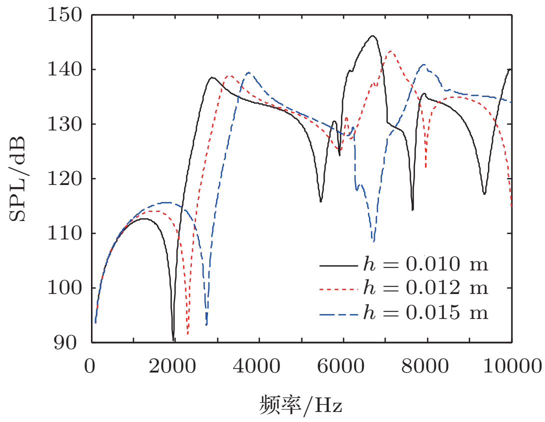

图 16 不同厚度下正交加筋层合板的 SPL 曲线

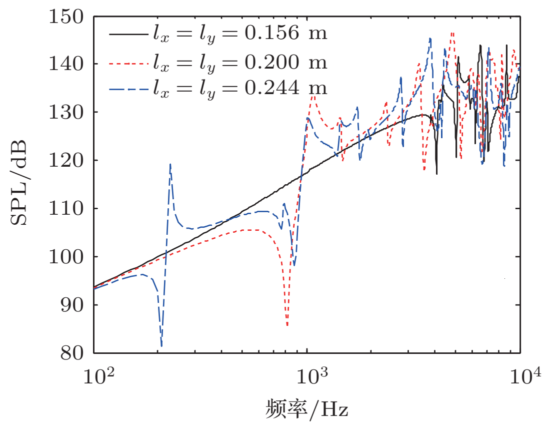

图 17 不同加强筋间距下正交加筋层合板的 SPL 曲线

5 结 论

本文通过充分考虑加强筋弯曲和扭转运动的影响, 基于一阶剪切变形理论, 对流波动方程和相

应边界条件, 利用傅里叶波数变换和稳相法建立均匀流中剪切变形加筋层合板声振理论模型. 通过将本文理论模型计算得到正交加筋薄板的声辐射结果与 Mace 给出的结果对比, 验证了模型的有效性. 基于此, 通过数值分析研究了加强筋扭转运动, 均匀流速度、入射角及不同系统参数对正交加筋层合板振动和声辐射的影响. 研究表明:

1. 高频段加强筋扭转运动和剪切变形的影响不能被随意忽略. 当加强筋截面尺寸较小时扭转运动的影响较小, 此时忽略其影响; 但是当截面尺寸较大时扭转运动的影响不可忽略.

2. 均匀流对结构振动和声辐射结果有显著影响. 当马赫数较大时, 由于匀速运动流体的折射效应, 结构的横向位移谱出现了非线性现象; 增大均匀流速度可降低结构的辐射声压.

3. 敷设角度对结构的振动和声辐射特性具有重要影响. 随着敷设角度不断改变, "弯曲波椭圆" 会随之转动. 且 "弯曲波椭圆" 的长轴与 k_y 轴的夹角刚好等于正交各向异性材料的敷设角度 γ. 点对称结构的声辐射特性是关于 45° 敷设角轴对称.

4. 改变厚度和加强筋间距会使得结构 SPL 曲线上辐射波峰和波谷的位置发生变化. 而且增大板厚将降低结构的辐射声压.

附录 A: 计算层合平板的位移向量 $\tilde{\boldsymbol{U}}$

由一阶剪切变形理论可知, 单位点力作用下光滑层合平板经过傅里叶变换后的表达式如下:

$$\tilde{\boldsymbol{L}}\tilde{\boldsymbol{U}} = \boldsymbol{F}, \tag{A1}$$

$$\tilde{U} = \{\tilde{u}_x \quad \tilde{u}_y \quad \tilde{w} \quad \tilde{\phi}_x \quad \tilde{\phi}_y\}^{\mathrm{T}}, \tag{A2}$$

$$F = \{0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\}^{\mathrm{T}}, \tag{A3}$$

其中, 矩阵 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ 中元素 $\tilde{L}_{ij}(\alpha,\beta)$ $(i=1,5;\ j=1,5)$ 的具体表达式如下 [12]:

$$
\begin{aligned}
&\tilde{L}_{11}() = -A_{11}\alpha^2 - 2A_{16}\alpha\beta - A_{66}\beta^2 + I_1\omega^2,\\
&\tilde{L}_{12}() = -A_{16}\alpha^2 - A_{26}\beta^2 - (A_{12}+A_{66})\alpha\beta,\\
&\tilde{L}_{13}() = 0,\\
&\tilde{L}_{14}() = -B_{11}\alpha^2 - 2B_{16}\alpha\beta - B_{66}\beta^2 + I_2\omega^2,\\
&\tilde{L}_{15}() = -B_{16}\alpha^2 - B_{26}\beta^2 - (B_{12}+B_{66})\alpha\beta,\\
&\tilde{L}_{22}() = -A_{66}\alpha^2 - 2A_{26}\alpha\beta - A_{22}\beta^2 + I_1\omega^2,\\
&\tilde{L}_{23}() = 0,\\
&\tilde{L}_{24}() = -B_{16}\alpha^2 - B_{26}\beta^2 - (B_{12}+B_{66})\alpha\beta,\\
&\tilde{L}_{25}() = -B_{66}\alpha^2 - 2B_{26}\alpha\beta - B_{22}\beta^2 + I_2\omega^2,\\
&\tilde{L}_{33}() = \kappa A_{55}\alpha^2 + 2\kappa A_{45}\alpha\beta + \kappa A_{44}\beta^2\\
&\qquad\qquad - I_1\omega^2 + \rho_0\omega_1^2/\gamma_1(\alpha,\beta),\\
&\tilde{L}_{34}() = \mathrm{j}\kappa A_{55}\alpha + \mathrm{j}\kappa A_{45}\beta,\\
&\tilde{L}_{35}() = \mathrm{j}\kappa A_{45}\alpha + \mathrm{j}\kappa A_{44}\beta,\\
&\tilde{L}_{44}() = -D_{11}\alpha^2 - 2D_{16}\alpha\beta - D_{66}\beta^2 - \kappa A_{55} + I_3\omega^2,\\
&\tilde{L}_{45}() = -D_{16}\alpha^2 - (D_{12}+D_{66})\alpha\beta - D_{26}\beta^2 - \kappa A_{45},\\
&\tilde{L}_{55}() = -D_{66}\alpha^2 - 2D_{26}\alpha\beta - D_{22}\beta^2 - \kappa A_{44} + I_3\omega^2,\\
&\tilde{L}_{ij}() = \tilde{L}_{ji}(), \quad (i=1,5;\ j=1,5).
\end{aligned}
$$

弹性层合平板的等效刚度 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} $(i,\ j=1,2,6)$ 及惯性项可通过文献 [12] 计算得到. 通过对方程 (A1) 做求逆变换, 则可得到层合平板的位移向量 $\tilde{\boldsymbol{U}}$ 的表达式如下:

$$\tilde{\boldsymbol{U}} = \tilde{\boldsymbol{L}}^{-1}\boldsymbol{F}. \tag{A4}$$

进而, 由 (25) 式便可确定流体负载的复合材料层合平板的广义动柔度 $\tilde{w}_0(\alpha,\beta)$ 如下:

$$\tilde{w}_0(\alpha,\beta) = \tilde{\boldsymbol{U}}_3(\alpha,\beta). \tag{A5}$$

附录 B: 方程 (27) 的具体表达式

方程式 (27) 右侧的广义力为

$$
\begin{aligned}
\{q_{m'n'}\} =& [q_{11}\ q_{21}\ \cdots\ q_{M1}\ q_{12}\ q_{22}\cdots\\
& q_{M2}\ q_{1N}\ q_{2N}\cdots\ q_{MN}]^{\mathrm{T}}_{MN\times 1}
\end{aligned} \tag{B1}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
q_{m'n'} =& \tilde{w}_0(\alpha_{m'},\beta_{n'})[F_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\alpha_{m'}x_0+\beta_{n'}y_0)}],\\
& (n'=1,2,\cdots,M;n'=1,2,\cdots,N).
\end{aligned}
$$

波数域中, 正交加筋层合板的横向振动位移为

$$
\begin{aligned}
\{\tilde{w}(\alpha_{m'},\beta_{n'})\} =& [\tilde{w}(\alpha_1,\beta_1),\ \tilde{w}(\alpha_2,\beta_1)\cdots,\ \tilde{w}(\alpha_M,\beta_1),\ \tilde{w}(\alpha_1,\beta_2),\ \tilde{w}(\alpha_2,\beta_2)\cdots,\ \tilde{w}(\alpha_M,\beta_2),\\
& \tilde{w}(\alpha_1,\beta_N),\ \tilde{w}(\alpha_2,\beta_N),\ \cdots,\ \tilde{w}(\alpha_M,\beta_N)]^{\mathrm{T}}_{MN\times 1}
\end{aligned} \tag{B2}
$$

系数矩阵 T 则定义如下:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_1 + \boldsymbol{T}_2 + \boldsymbol{T}_3 + \boldsymbol{T}_4 + \boldsymbol{T}_5, \tag{B3}$$

$$\boldsymbol{T}_1 = \mathrm{diag}[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]_{MN\times MN}, \tag{B4}$$

$$\boldsymbol{T}_2 = \mathrm{diag}[r_{M1}^2 \quad r_{M2}^2 \quad \cdots \quad r_{MN}^2]_{MN\times MN}, \tag{B5}$$

$$r_{Mn'}^2 = R(\beta_{n'}) \begin{bmatrix} \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'}) & \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'}) & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'}) \\ \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'}) & \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'}) & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'}) & \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'}) & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'}) \end{bmatrix}_{M\times M}, \tag{B6}$$

$$\boldsymbol{T}_3 = \mathrm{diag}[r_{M1}^3 \quad r_{M2}^3 \quad \cdots \quad r_{MN}^3]_{MN\times MN}, \tag{B7}$$

$$r_{Mn'}^3 = S(\beta_{n'}) \begin{bmatrix} \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'})\alpha_1\alpha_1 & \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'})\alpha_1\alpha_2 & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'})\alpha_1\alpha_M \\ \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'})\alpha_2\alpha_1 & \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'})\alpha_2\alpha_2 & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'})\alpha_2\alpha_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'})\alpha_M\alpha_1 & \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'})\alpha_M\alpha_2 & \cdots & \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'})\alpha_M\alpha_M \end{bmatrix}_{M\times M}, \tag{B8}$$

$$\boldsymbol{T}_4 = \begin{bmatrix} r_{M1}^4 l & r_{M1}^4 & \cdots & r_{M1}^4 \\ r_{M2}^4 & r_{M2}^4 & \cdots & r_{M2}^4 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{MN}^4 & r_{MN}^4 & \cdots & r_{MN}^4 \end{bmatrix}_{MN\times MN}, \tag{B9}$$

$$r_{Mn'}^4 = \mathrm{diag}[\tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'})H(\alpha_1) \quad \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'})H(\alpha_2) \quad \cdots \quad \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'})H(\alpha_M)]_{M\times M}, \tag{B10}$$

$$\boldsymbol{T}_5 = \begin{bmatrix} r_{M1,1}^5 & r_{M1,2}^5 & \cdots & r_{M1,N}^5 \\ r_{M2,1}^5 & r_{M2,2}^5 & \cdots & r_{M2,N}^5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{MN,1}^5 & r_{MN,2}^5 & \cdots & r_{MN,N}^5 \end{bmatrix}_{MN\times MN}, \tag{B11}$$

$$r_{Mn',n}^5 = \beta_{n'}\beta_n \mathrm{diag}[\tilde{w}_0(\alpha_1,\beta_{n'})V(\alpha_1) \quad \tilde{w}_0(\alpha_2,\beta_{n'})V(\alpha_2) \quad \cdots \quad \tilde{w}_0(\alpha_M,\beta_{n'})V(\alpha_M)]_{M\times M}. \tag{B12}$$

[1] Wu H J, Jiang W K, Lu W B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 054301 (in Chinese) [吴海军, 蒋伟康, 鲁文波 2012 物理学报 **61** 054301]

[2] Chen Y, Fu S X, Xu Y W, Zhou Q, Fan D X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064701 (in Chinese) [陈蓥, 付世晓, 许玉旺, 周青, 范迪夏 2013 物理学报 **62** 064701]

[3] Pan A, Fan J, Zhou L K 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 214301 (in Chinese) [潘安, 范军, 卓琳凯 2012 物理学报 **61** 214301]

[4] Jin Y Q, Pang F Z, Yao X L, Sun L P 2012 *Acta Acoustic* **37** 611 (in Chinese) [金叶青, 庞福振, 姚熊亮, 孙丽萍 2012 声学学报 **37** 611]

[5] Mace B R 1980 *J. Sound. Vib.* **73** 473

[6] Mace B R 1980 *J. Sound. Vib.* **71** 435

[7] Mace B R 1981 *J. Sound. Vib.* **79** 439

[8] Maxit L 2009 *Appl. Acoust.* **70** 563

[9] Xin F X, Lu T J 2010 *J. Mech. Phys. Solids* **58** 1374

[10] Xin F X, Lu T J 2010 *Compos. Sci. Technol.* **70** 2198

[11] Yin X W, Gu X 2007 *J. Sound. Vib.* **306** 877

[12] Cao X T, Hua H X, Zhang Z Y 2011 *J. Sound. Vib.* **330** 4047

[13] Koval L R 1976 *J. Acoust. Soc. Am.* **59** 1379

[14] Atalla N, Nicolas J 1995 *J. Sound. Vib.* **117** 22

[15] Berry A 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 2792

[16] Schmidt P L, Frampton K D 2009 *J. Sound. Vib.* **328** 243

[17] Huang H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3655 (in Chinese) [黄虎 2009 物理学报 **58** 3655]

[18] Wang Z F, Hu Y M, Meng Z, Ni M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7022 (in Chinese) [王泽锋, 胡永明, 孟洲, 倪明 2008 物理学报 **57** 7022]

[19] Ma H P, He X P, Lan Z K, Abulizi A 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 194302 (in Chinese) [马焕培, 贺西平, 兰正康, 阿卜力孜 · 阿卜来提 2012 物理学报 **61** 194302]

Vibro-acoustic characteristics of shear deformable stiffened laminated panels in mean flow*

Jin Ye-Qing† Yao Xiong-Liang Pang Fu-Zhen Zhang A-Man

(*College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin* 150001, *China*)

(Received 4 March 2013; revised manuscript received 3 April 2013)

Abstract

A theoretical model is developed to investigate vibro-acoustic characteristics of shear deformable periodic stiffened laminated composite panels in mean flow, based on the first-order shear deformation theory (FSDT). The convected wave equation and boundary condition are used to account for the exact coupling effect between mean flow and laminated panel. Stiffeners interact with the laminated panel through both the normal line forces and torsional moments. Analytic formulations for the transverse displacement spectra and sound pressure level (SPL) are yielded by employing the Fourier wavenumber transform and the stationary phase method. The model is validated by comparing with existing public data. Excellent agreement is obtained. Numerical results show that the effects of shear deformation and torsional motion of the stiffeners cannot be ignored in high frequency range. SPL can be reduced by increasing the speed of mean flow; it is possible to avoid SPL peaks by altering the thickness and stiffener spacing.

Keywords: mean flow, first-order shear deformation theory, laminated composite panels, wavenumber transform

PACS: 43.30.+m, 43.40.+s **DOI:** 10.7498/aps.62.134306

* Project supported by the Science Fund for Outstanding Youth of National Natural Science Foundation of China (Grant NO. 51222904), the National Security Major Basic Research Program of China (Grant NO. 613157), the Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant NO. 0939002), and the National Natural Science Foundation of China (Grant NO. 51209052).

† Corresponding author. E-mail: jinyeqing1234@126.com