

# 基于格林函数法研究金属线栅在太赫兹波段的散射特性\*

张会云 刘蒙 尹贻恒 吴志心 申端龙 张玉萍†

(山东科技大学理学院, 青岛市太赫兹技术重点实验室, 青岛 266510)

(2013年5月6日收到; 2013年6月7日收到修改稿)

本文运用格林函数法分析金属线栅在太赫兹 (THz) 波段的散射特性, 研究金属线栅的衍射效应对其传输特性的影响. 研究表明, 在零级衍射区入射电磁波的透过振幅随  $a/\lambda$  的增大单调增加, 在零级衍射极限处透过振幅达到最大值. 过渡区的临界频率处, 由于衍射效应的加强, 出现入射电磁波透过曲线的振荡. 衍射区受到衍射效应的影响入射电磁波透射振幅曲线总体下降, 并随  $a/\lambda$  的增大单调减少. 与微波传输线方法相比, 该方法摆脱了入射电磁波的波长需大于线栅常数且要求线栅的厚度远远小于金属线的宽度的限制, 能准确的分析系统的电磁场的分布特性, 更具普适性.

**关键词:** 金属线栅, 太赫兹波, 散射, 格林函数法

**PACS:** 42.68.Mj, 42.79.Fm, 42.25.FX, 42.79.-e

**DOI:** 10.7498/aps.62.194207

## 1 引言

THz 辐射源的研究是当今 THz 研究的重要内容, 红外激光抽运气体分子产生 THz 激光是唯一能够实现持续、稳定输出的实用 THz 辐射源, 具有光束质量好, 输出功率高等优点. 目前, 光泵 THz 激光器的输入输出镜多采用小孔耦合方式, 但该耦合方式导致抽运光和信号光之间的能量转化效率较低. 因为抽运光通过小孔时衍射引起能量损耗, 而且抽运光发散角大, 也难以被工作物质有效吸收, 小孔耦合方式得到的输出信号光的发散角以及衍射损耗也较大. 金属线栅具有良好的光学特性, 能有效的克服小孔耦合带来的缺陷, 提高抽运光与信号光之间的转化效率以及信号光的输出功率. 与二维金属网栅相比, 金属线栅的起偏振特性有利于激光器中具有偏振特性的混杂模 ( $\text{EH}_{mm}$ ) 的优先振荡, 具有选模功能. 应用在红外和远红外频段不同参数的

金属线栅对红外和远红外电磁波可以分别实现选择性高透射和高反射. 此外, 金属线栅还可以作为 THz 光束分束器、偏振器、检偏器、光学隔离以及电磁屏蔽等器件, 是不可缺少的光学器件.

目前, 国际上的科研工作者对应用在 THz 波段的金属线栅开展了大量的研究. Marcuvitz<sup>[1]</sup> 和 Ulrich 等<sup>[2]</sup> 利用微波传输线方法分别研究了一维和二维网栅的远红外特性; 在此基础上, Compton 等<sup>[3]</sup> 和 Durschlag 等<sup>[4]</sup> 分别研究了一维和二维介质中的金属网栅的远红外特性. 文献<sup>[5]</sup> 使用光刻、显影以及激光直写方法制备了金属网栅; 高翔等人用等效三角形法研究了金属栅网的远红外光学特性<sup>[6]</sup>. 曹铁岭等<sup>[7]</sup>、耿利杰<sup>[8]</sup>、蒋呈阅等<sup>[9]</sup> 分别研究了金属网栅 THz 波段波长测量仪. 刘立明等<sup>[10]</sup>、栗芳芳等<sup>[11]</sup>、康果果等<sup>[12]</sup> 分别研究了 THz 波段线栅的偏振特性.

本文基于格林函数法研究了金属线栅在太赫兹波段的散射特性, 计算基于光的电磁本性, 是金

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61001018)、山东省自然科学基金 (批准号: ZR2011FM009, ZR2012FM011)、山东科技大学杰出青年科学基金 (批准号: 2010KYJQ103)、山东省高等学校科技计划项目 (批准号: J11LG20)、青岛市科技计划项目 (批准号: 11-2-4-4(8)-jch) 和山东科技大学科技创新基金 (批准号: YCB120173) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: sdust.thz@yahoo.cn

属线栅对 THz 波散射最直接、最本质的分析和计算. 运用格林公式把具有薛定谔方程形式的波动方程转换为包围着细线表面的面积分<sup>[13]</sup>, 并且利用平面波分波对积分展开. 由于格林函数不包含散射体, 因此散射体半径的变化不会引起格林函数计算的变化, 给计算带来了方便. 该方法可以完全摆脱微波传输线模型对入射电磁波的波长大于线栅常数且线栅的厚度远远小于金属线的宽度的限制, 计算不再只包含零级衍射, 充分考虑电磁波的衍射效应<sup>[14]</sup>, 能准确分析系统的电磁波的分布特性. 入射 THz 波长、金属线栅常数与金属线栅的厚度具有相同的数量级, 计算范围覆盖零级衍射区、过渡区以及衍射区, 计算方法更具有普适性.

## 2 理论模型

金属线栅是由具有有限电导率、均匀、平行、等间距的方形金属条排列组成的. 金属细线可以固

定在无吸收的介质基底上或者金属圆环上形成无基底金属线栅. 金属线的电导率为  $\sigma$ , 结构如图 1 所示, 图中,  $a$  为线栅常数、 $c$  为线栅的金属线半宽度. 图 2 为金属线截面示意图,  $a > 2c$ , 在极限条件下,  $c^- \rightarrow c, c^+ \rightarrow c, r$  处在  $\sqrt{2}c$  与  $c^+$  之间.

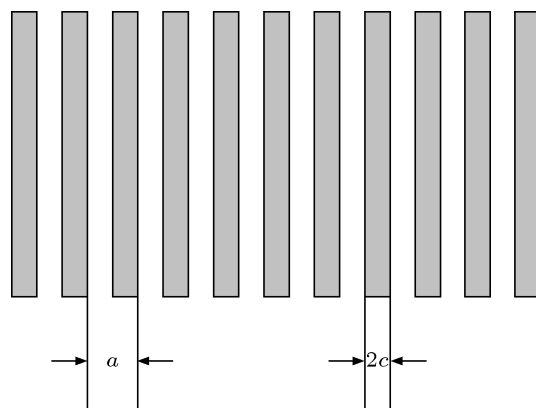


图 1 金属线栅结构示意图

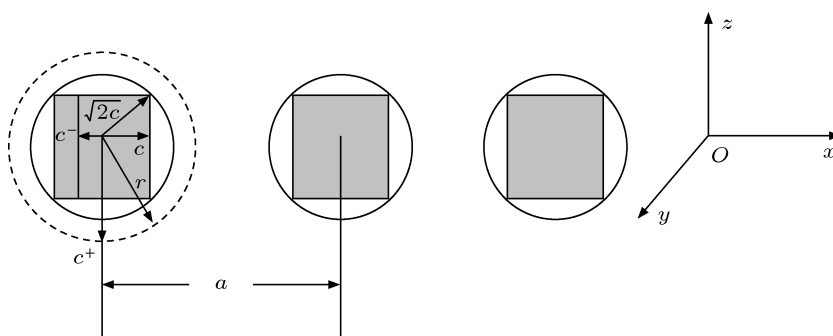


图 2 金属线截面示意图

假定电磁波的入射面为  $xOy$  面, 只需要考虑电场矢量  $\mathbf{E}$  和磁感应强度  $\mathbf{B}$  分别与金属细线平行和垂直的情形<sup>[15]</sup>. 由金属线栅表面满足的麦克斯韦方程组以及微分形式的欧姆定律得到电场强度  $\mathbf{E}$  所满足的波动方程<sup>[16]</sup>

$$-\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

令  $\kappa = \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ ,  $V = -i\omega\mu_0\sigma$ , 则波动方程(1)变为

$$-\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + V \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \kappa^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (2)$$

(2) 式与电子在势场中受到散射<sup>[17]</sup> 时其波函数所满足的薛定谔方程形式一致. 金属线栅的结构与电子所在的周期性势场的结构相似, 因此, 利用固体能带理论<sup>[18]</sup> 中求解被散射电子波函数的方法可求解被散射后的电磁场的电场强度  $\mathbf{E}$  和磁感应

强度  $\mathbf{B}$ , 此时的  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  具有概率波的性质,  $V$  对应电子散射中的势.

自由空间中格林函数满足

$$\left[ i \frac{\partial}{\partial t} - H_0 \right] G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t'), \quad (3)$$

对于含时的薛定谔方程转化为如下的形式:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, t) = & \chi(\mathbf{r}, t) + \int G_0(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') \\ & \times V(\mathbf{r}', t') \psi(\mathbf{r}', t') d^3 \mathbf{r}' dt', \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\left[ i \frac{\partial}{\partial t} - H_0 \right] \chi(\mathbf{r}, t) = 0$ .

(4) 式的解还需要通过格林函数和  $\chi$  引入边界条件, 单色电磁波随时间变化的因子为  $e^{-i\omega t}$ , 可以同时提取出来. (4) 式正则解分波展开<sup>[17]</sup> 为

$$\psi_L(\mathbf{r}) = \sum_L [C_{LL'}(r) J_{L'}(\mathbf{r}) - S_{LL'}(r) N_L(\mathbf{r})]. \quad (5)$$

电磁波受到金属线栅的散射后, 电磁波的  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  是正则解和非正则解的叠加. 给定边界条, 求解微分方程组

$$\frac{dC_{LL'}(r)}{dr} = -k \int_r d\mathbf{r}' N_{L'}(\mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \psi_L(\mathbf{r}'), \quad (6)$$

$$\frac{dS_{LL'}(r)}{dr} = -k \int_r d\mathbf{r}' J_{L'}(\mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \psi_L(\mathbf{r}'), \quad (7)$$

可求得  $\psi$ , 即  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$ .

假设入射波的波矢为  $(k_0, l_0)$ ,  $l_0 = (k^2 - k_0^2)^{1/2}$ , 入射波的表达式为  $b_0(\mathbf{r}) = l_0^{-1/2} \exp[i(k_0 x + l_0 y)]$ , 衍射波的表达式  $b_m(\mathbf{r}) = |l_m|^{-1/2} \exp[i(k_m x + l_m y)]$ , 衍射波的波矢为  $k_m = k_0 + 2\pi m/a$ ,  $l_m = \pm(\kappa^2 - k_m^2)^{1/2}$ , 则  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  所满足的解<sup>[19,20]</sup> 为

$$\psi(x, y) \approx \sum_m S_{m0} b_m(x, y). \quad (8)$$

应用格林公式将体积积分转化为包围着该金属线的面积分<sup>[13,21]</sup>,

$$S_{m0} = \delta_{m0} - i(2a)^{-1} \int_{r=\sqrt{2}c} ds' \left( b_m^*(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial r'} \psi(\mathbf{r}') - \psi(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial r'} b_m^*(\mathbf{r}') \right). \quad (9)$$

通过 (9) 即可以求出条形金属线栅对电磁波的  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  散射的振幅.

### 3 数值计算与讨论

选取条形金属线栅的线栅常数  $a = 120 \mu\text{m}$ , 线栅的半宽度  $c = 30 \mu\text{m}$ , 用电导率较大的金属钨丝形成线栅, 电导率  $\sigma^{-1} = 55 \times 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$ , 电场强度  $\mathbf{E}$  平行于条形金属线栅时, 依据 (9) 式计算入射电磁波的散射振幅, 计算结果如图 3 所示.

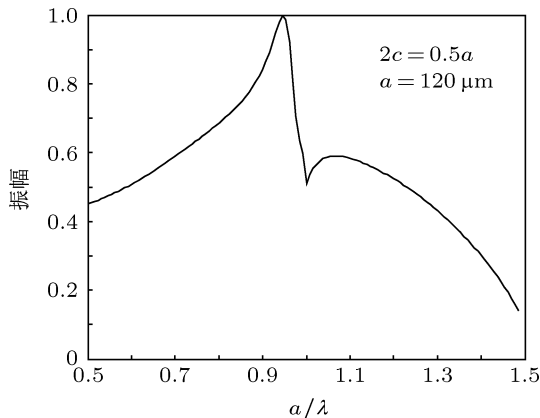


图3 格林函数法计算不同频率的电磁波的透过振幅

由图 3 可知, 在线栅常数  $a$  一定的条件下, 当参数  $a/\lambda$  约等于 0.95 时, 入射 THz 波的电场

强度  $\mathbf{E}$  的透过振幅达到最大值, 在该参数下能够求得最佳透过振幅所对应的 THz 波长. 对于  $a/\lambda < 0.9$  的零级衍射区域, 入射电磁波的透过振幅随  $a/\lambda$  增加而增大, 与微波传输线方法的结论一致.  $0.9 < a/\lambda < 1.1$  是一个过渡区, 该区域内包括  $a/\lambda = 1$  这一参数所对应 THz 波的频率, 这一特殊频率称为临界频率. 在临界频率附近电磁波的透过振幅发生严重的振荡, 靠近零级衍射的极限处电磁波的透过振幅达到最大值, 再随着  $a/\lambda$  的增大, 达到金属线栅常数与入射电磁波的波长相等时存在强烈的衍射效应, 导致透射振幅的剧烈下降, 当  $a/\lambda$  由 1 逐渐增加到 1.1 时, 衍射效应稍稍减弱, 电磁波的透过振幅出现微弱的增大. 当  $a/\lambda < 1.1$  时, 由于入射电磁波的波长小于金属线栅的线栅常数, 衍射效应明显, 导致透射电磁波的振幅随  $a/\lambda$  的增大逐渐下降.

微波传输线模型计算只包含  $a/\lambda < 1$  的零级衍射区域, 对  $a/\lambda > 1$  以及  $a/\lambda = 1$  附近的区域, 由于衍射效应的加强, 微波传输线方法已经不再适用. 而格林函数法考虑电磁波的衍射, 计算范围覆盖了零级衍射区、过渡区和衍射区. 数值计算的结果体现了衍射效应的存在及其对透射振幅产生的影响, 特别是对过渡区临界频率处入射 THz 波的透射振幅的影响.

在最佳透过波长的两侧, 电磁波的透过振幅锐减. 在临界频率附近, 即  $a/\lambda$  等于 1 时, 由于强烈的衍射效应的存在, 经线栅散射后的 THz 波振幅透过率出现剧烈的振荡. 因此, 在制作和选取线栅参数时, 要充分分析过渡区, 尤其是临界频率附近的入射 THz 波的透过特性, 而用微波传输线法不能实现对过渡区的分析.

图 4、图 5 表明, 线栅常数  $a$  为定值时, 不同金属线的宽度的金属线栅以及不同  $a/c$  的金属线栅对入射 THz 波的散射效应相似. 在过渡区的临界频率附近入射 THz 波具有最佳的透过振幅, 但是, 对应不同的金属线半宽度  $c$ , 最佳透过振幅所对应的  $a/\lambda$  不同. 同时在临界频率处由于衍射效应的存在, THz 波的透过振幅曲线出现剧烈的振荡; 在零级衍射区, THz 波的透过振幅随  $a/\lambda$  的增加而增加; 在衍射区, THz 波的透过振幅随  $a/\lambda$  的增加而减小.

选取金属线栅的金属线半宽  $c = 30 \mu\text{m}$ , 对不同线栅常数的金属线栅进行计算得到图 6. 数值计算表明, 不同  $a/c$  所对应的 THz 波的透过振幅随入射频率的变化曲线行为相同, 只是入射 THz 波最佳

透过振幅所对应的  $a/\lambda$  不同. 所有的透射曲线的最佳透过振幅稳定的存在于过渡区域, 并且在临界频率处均出现透过振幅曲线的剧烈振荡. 以上结果也表明衍射效应的存在以及其效果.

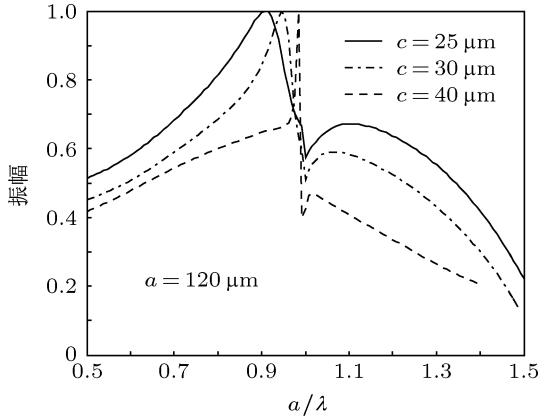


图4 以金属线半宽  $c$  为参数, 不同频率 THz 波透过振幅曲线

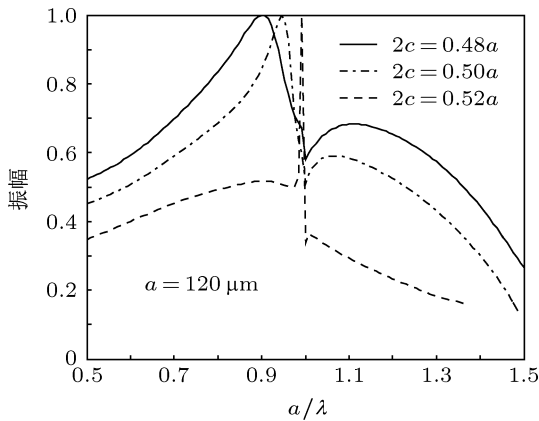


图5 THz 波的透过振幅随  $a$  和  $c$  比例的变化曲线

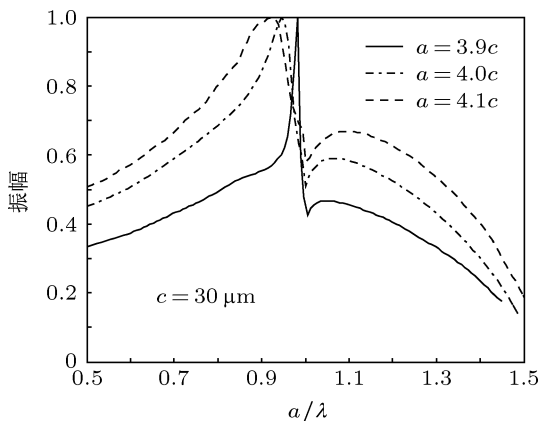


图6 以线栅常数  $a$  与线栅半宽  $c$  比值为参数, 不同频率 THz 波透过振幅曲线

基于上述理论, 我们拟设计对 THz 波的透射振幅为 50% 的金属线栅, 用于二氧化碳激光抽运甲醇气体产生 THz 波的激光器. 作为激光器的输出耦合端, 该金属线栅可与输入耦合镜组成 F-P 谐振腔.

相应于甲醇气体产生的  $118 \mu\text{m}$  的 THz 波, 我们计算得到符合要求的对应金属线栅的线栅常数与金属线的半宽度如图 7 所示.

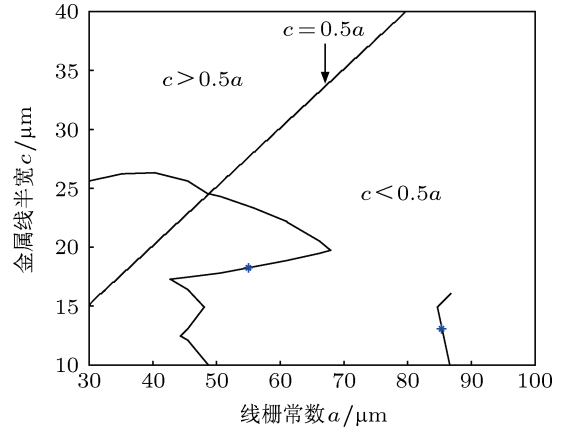


图7  $118 \mu\text{m}$  THz 波透过振幅为 50% 时对应的线栅常数  $a$ 、金属线半宽  $c$

图 7 中的实线代表满足对  $118 \mu\text{m}$  THz 波的透过振幅为 50% 的参数. 以  $c = 0.5a$  直线为分界, 在该线的左上方区域,  $c > 0.5a$ , 与实际不符, 应舍去; 在该线的右下方区域,  $c < 0.5a$ , 符合参数要求和客观实际. 金属线栅的线栅常数  $a$  和金属线半宽  $c$  越大, 越有利于工艺实现及精度提高; 参数选取时应力求避免金属线栅的线栅常数  $a$  和金属线半宽  $c$  同时对线栅的散射特性有显著影响的区域, 从而最大程度上削弱参数  $a$  或  $c$  的制作误差对金属线栅散射特性的影响. 基于上述参数的选择原则, 图 7 中的星号处对应的线栅常数和金属线的半宽度 ( $55 \mu\text{m}$ ,  $18 \mu\text{m}$ ), ( $85 \mu\text{m}$ ,  $13 \mu\text{m}$ ) 均符合最佳制作参数. ( $55 \mu\text{m}$ ,  $18 \mu\text{m}$ ) 点的附近参数  $a$  的制作误差所引起的金属线栅的散射特性的变化非常微弱; ( $85 \mu\text{m}$ ,  $13 \mu\text{m}$ ) 点处的线栅常数  $a$  和金属线半宽  $c$  较大, 有利于工艺实现及精度提高, 同时该点处金属线半宽  $c$  的制作误差所引起的金属线栅的散射特性的变化也较小.

## 4 结论

本文运用格林函数法分析了金属线栅在 THz 段的散射特性, 研究了金属线栅的衍射效应对其传输特性的影响. 计算结果表明衍射效应存在于金属线栅对入射电磁波的散射中, 在零级衍射区入射电磁波的透过振幅随  $a/\lambda$  的增大单调增加, 在零级衍射极限处达透过振幅达到最大值. 过渡区的临界频率处, 由于衍射效应的加强, 出现入射电磁波透过

曲线的振荡. 衍射区受到衍射效应的影响入射电磁波透射振幅曲线总体下降, 并随  $a/\lambda$  的增大单调减少. 基于这一理论, 我们设计了对 THz 波的透射振幅为 50% 的金属线栅, 用于二氧化碳激光抽运甲醇

气体产生 THz 波的激光器. 格林函数法拓展了金属线栅对电磁波散射的计算范围, 以此为设计指导的金属线栅间距和厚度较大, 有利于工艺实现和精度提高.

- [1] Marcuvitz N 1951 *Waveguide Handbook* (New York: McGraw-Hill Ed.) pp280–285
- [2] Ulrich R, Bridges T J, Pollack M A 1970 *Appl. Optics.* **9** 2511
- [3] Compton R C, Whitbourn L B, McPhedran R C 1984 *Appl. Optics.* **23** 3236
- [4] Durschlag M S, DeTemple T A 1981 *Appl. Optics.* **2** 1245
- [5] Feng X G, Fang L, Sun L C 2005 *Opt. Precision Eng.* **13** 59 (in Chinese) [冯晓国, 方梁, 孙连春 2005 光学精密工程 **13** 59]
- [6] Gao X, Guo Q L, Tong X D 1992 *Infrared Tech.* **16** 27 (in Chinese) [高翔, 郭其良, 童兴德 1992 红外技术 **16** 27]
- [7] Cao T L, Yao J Q 2008 *Mod. Sci. Instr.* **2** 36 (in Chinese) [曹铁岭, 姚建铨 2008 现代科学仪器 **2** 36]
- [8] Geng L J 2009 *MS Thesis* (Harbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [耿利杰 2009 硕士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]
- [9] Jiang C Y, Cai R, Liu J S, Wang K J, Wang S L 2012 *Acta Optica Sinica* **32** 1 (in Chinese) [蒋呈阅, 蔡瑞, 刘劲松, 王可嘉, 王盛烈 2012 光学学报 **32** 1]
- [10] Liu L M, Zhao G Z, Zhang G H, Wei B, Zhang S B 2012 *Chinese J. Lasers* **39** 1 (in Chinese) [刘立明, 赵国忠, 张昊辉, 魏波, 张盛博 2012 中国激光 **39** 1]
- [11] Li F F, Li D, Shu S W, Ma G H, Ge J, Hu S H, Dai N 2010 *J. Infrared Millm. W.* **29** 452 (in Chinese) [栗芳芳, 李栋, 舒时伟, 马国宏, 葛进, 胡淑红, 戴宁 2010 红外与毫米波学报 **29** 452]
- [12] Kang G G, Tan Q F, Chen W L, Li Q Q, Jin W Q, Jin G F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014218 (in Chinese) [康果果, 谭峭峰, 陈伟力, 李群庆, 金伟其, 金国藩 2011 物理学报 **60** 014218]
- [13] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 1965 *Table of Integrals, Series, and Products* (London: Reed Elsevier) pp769–941
- [14] Bayanheshig, Zhu H C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3893 (in Chinese) [巴音贺希格, 朱洪春 2007 物理学报 **56** 3893]
- [15] Chen H, Sun Y M, Wang L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4287
- [16] Jackson J D 1962 *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley) pp14–305
- [17] Gonis A, William H B 2000 *Multiple scattering in solids* (New York: Springer-Verlag New York Inc.) pp6–121
- [18] Ham F S, Segall B 1961 *Phys. Rev.* **124** 1786
- [19] Chambers W G, Mok C L, Parker T J 1980 *J. Phys. A Math. Gen.* **13** 1433
- [20] Chambers W G, Mok C L, Parker T J 1980 *J. Phys. D Appl. Phys.* **13** 515
- [21] Abramowitz M, Stegun I A 1965 *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover Publications Inc.) pp355–479

# Study on scattering properties of the metal wire grating in a THz band based on ‘Green function method’\*

Zhang Hui-Yun Liu Meng Yin Yi-Heng Wu Zhi-Xin  
Shen Duan-Long Zhang Yu-Ping<sup>†</sup>

(Qingdao Key Laboratory of Terahertz Technology, College of Science, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China)

(Received 6 May 2013; revised manuscript received 7 June 2013)

## Abstract

The present paper utilizes the ‘Green function method’ to analyze the scattering properties of the metal wire grating in the THz band, and further to study the influence of the diffraction on the transfer characteristic of the metal wire grating. Results prove that the transmission amplitude of the incident electromagnetic wave is increasing monotonously with the enlargement of the value of  $a/\lambda$ , and it arrives at the maximum in the zero-order diffraction limit. Due to the strengthened effect of diffraction, transmission curves of the incident electromagnetic wave show oscillation in the critical frequency transition region. Due to the diffraction effect, the transmission amplitude of the incident electromagnetic wave demonstrates an overall decline in the diffraction zone, and it is decreasing monotonously with the enlargement in the value of  $a/\lambda$ . Compared with microwave transmission line method, this method can eliminate the restriction that the wavelength of the incident electromagnetic wave must be greater than the wire grating constant, and the thickness of wire grating must be far less than the metal line width. This method could be used to analyze the distribution of the electromagnetic properties of the system accurately; and it will be a generally suitable one.

**Keywords:** metal wire grating, THz wave, scattering, Green’s function method

**PACS:** 42.68.Mj, 42.79.Fm, 42.25.FX, 42.79.–e

**DOI:** 10.7498/aps.62.194207

\* Project is supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61001018), the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant Nos. ZR2011FM009, ZR2012FM011), the Research Fund of Shandong University of Science and Technology (SDUST), China (Grant No. 2010KYJQ103), the Shandong Province Higher Educational Science and Technology Program (Grant No. J11LG20) the Qingdao Science & Technology Project (Grant No. 11-2-4-4-(8)-jch), and the Shandong University of Science and Technology Foundation, China (Grant No. YCB120173).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: sdust.thz@yahoo.cn