

行波驱动下空泡在可压缩流场中的运动特性研究*

姚熊亮 叶曦 张阿漫[†]

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013年7月2日收到; 2013年9月10日收到修改稿)

基于波动方程给出了计及可压缩性的边界积分方程. 以此为基础, 求解行波驱动下非球状空泡的运动规律及其运动稳定性, 并分析比较了行波频率、幅值以及初相位对空泡运动特性的影响. 研究表明: 较高的行波频率与较低的幅值是空泡稳定运动的充分条件. 在一定幅值和频率的行波驱动下, 空泡将在收缩阶段末期形成与行波传播方向相同的高速射流; 计及流场可压缩性后, 空泡脉动一次的时间减短, 幅度减弱, 射流顶点速度以及空泡内部压力的峰值随之减小; 随着行波频率的增大或是幅值的降低, 空泡脉动幅度与射流强度逐渐减弱; 行波初相位的变化使空泡的初始运动状态随之改变, 并影响非球状变形时的射流强度.

关键词: 可压缩, 空泡, 行波, 运动特性

PACS: 47.40.-x, 47.55.dd, 47.35.Rs, 47.11.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.244701

1 引言

在一定幅值与频率的声波驱动下, 液体中的气核会发生空化, 形成空泡并发生大幅膨胀与急速溃灭. 在一定条件下, 内部含有惰性气体的空泡在驱动声压的作用下会稳定地发光, 此时空泡能将声能转化为光能, 这便是著名的声致发光现象^[1]. 在向外辐射光能的同时, 急速溃灭过程中的空泡, 会在其极小尺度的内部形成高温高压的极端环境^[2], 甚至产生聚变核辐射^[3,4]. 因此, 声致发光已成为流体力学、量子力学、能源、生命医学^[5,6]等学科的热门研究方向.

现阶段国外关于声场中空泡运动特性的研究主要集中于试验研究^[7,8]以及球状空泡的理论研究^[9,10]. 在国内, 陈伟中和谢志行^[11], 李玉同和张杰^[12]分别对声致发光中的试验现象、空泡动力学特性及发光机制进行了系统的介绍. 钱梦騷等^[13]采用球形气泡振子模型详细讨论了声场中空泡膨胀-溃灭-回弹三个阶段中的物理现象. Wang和Cheng^[14]修正了球状气泡运动方程以考虑超声场

中多气泡间的耦合运动. 然而, 在重力、压力以及不同边界条件的作用下, 空泡无法始终保持球形, 会形成一系列非球状运动, 此时已无法通过解析的方法获得空泡运动规律, 因此需借助数值方法. 现有用于求解非球状空泡的数值方法主要有边界元法(BEM)^[15-19]、有限体积法(FVM)^[20]、格子玻尔兹曼法(LBM)^[21]等, 其中边界元法仅需对空泡表面进行离散, 降低了问题的维度, 保证较高的精度及效率. Michael等^[22]采用经典边界元法, 在计及热交换、扩散平衡以及化学反应等的基础上, 分析了行波场中空泡的稳定性, 所得结果具有极高的参考价值. 但是, 经典的边界元模型基于势流理论, 忽略了流场的可压缩性. 而声传播是流场可压缩性的体现, 同时在空泡溃灭阶段, 射流顶点的马赫数将达到0.3甚至更高^[23], 故可压缩性对空泡剧烈运动时的影响较大. 因此, 为了得到更为精确的数值结果, 应计入流场可压缩性的影响.

Herring^[24], Keller和Miksis^[25], Prosperetti和Lezzi^[26,27]将可压缩性考虑到空泡运动模型当中, 给出了球形空泡在可压缩流场中的运动特性. 而为了求解可压缩流场中非球状空泡的运动特性, 并

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 50939002)、国家安全重大基础研究项目(批准号: 613157)和国家自然科学基金优秀青年科学基金(批准号: 51222904)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn

发挥边界元法的优点, Wang 和 Blake^[23,28] 将流场速度势摄动展开, 近场满足 Laplace 方程, 而在远场满足波动方程, 并在空间上进行匹配, 最终通过 Bernoulli 方程中的修正项在空泡运动中计入流场可压缩性的影响, 而边界积分方程仍采用不可压缩的形式.

本文基于波动方程, 将空泡运动划分为前期近球状空泡运动与后期非球状空泡运动, 通过 Laplace 变换进行匹配, 给出了计及流场可压缩性的边界积分方程. 通过边界元法求解了计入可压缩性后行波驱动下单个非球状空泡的运动规律及其运动稳定性, 分析比较了不同行波频率、幅值、初相对空泡运动特性的影响. 相较于基于势流理论的经典边界元方法, 本文方法能更准确地求解行波场中的空泡动力学特性.

2 计算模型的建立

2.1 可压缩流场中的边界积分方程

由于空泡体积极小, 尺度在微米级别, 因此忽略重力影响. 流场为无旋且可压缩, 假定空泡运动过程绝热, 忽略流体黏性作用, 但计及空泡表面张力的影响. 为计入可压缩性的影响, 设空泡运动诱导的流场满足波动方程:

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \psi_{tt} = 0, \quad (1)$$

其中, ψ 为空泡诱导的速度势, c 为流场中的声速. 当空泡运动时间较小时近似为球形, 由 (1) 式可得空泡运动的前期近似^[29]:

$$\psi_t(r, t) + c\Pi\psi(r, t) = -c\psi_n(r, t), \quad (2)$$

其中, Π 为空泡表面的曲率, r 为空泡半径. 波动方程 (1) 对应的格林函数定义为

$$\nabla^2 G - \frac{1}{c^2} G_{tt} = \delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q) \delta(t - \tau), \quad (3)$$

其中, δ 为狄拉克函数, \mathbf{r}_p 为场点位置矢量, \mathbf{r}_q 为源点位置矢量, t 为场点时间, τ 为源点时间. 求解 (1) 和 (3) 式, 并由格林第二定理可得:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}_p, t) = & \int_0^\infty \int_{S(\tau)} \left[\psi(\mathbf{r}_q, \tau) \frac{\partial G}{\partial n} \right. \\ & \left. - G \frac{\partial}{\partial n} \psi(\mathbf{r}_q, \tau) \right] dS d\tau \\ & + \frac{1}{c^2} \int_0^\infty \int_{S(\tau)} \left[\psi(\mathbf{r}_q, \tau) \frac{\partial G}{\partial \tau} \right. \end{aligned}$$

$$\left. - G \frac{\partial}{\partial \tau} \psi(\mathbf{r}_q, \tau) \right] \mathbf{v}(\mathbf{r}_q, \tau) dS d\tau, \quad (4)$$

其中, \mathbf{v} 为空泡表面速度; S 为空泡表面. 为了求解空泡的运动规律, 将场点 p 及源点 q 都布置在空泡表面上. 将 (4) 式按 τ 采用泰勒展开, 当空泡运动时间足够大使 $r_{pq}/(tc) \ll 1$ 时, 仅保留 $1/c$ 阶项, 可得空泡运动的后期近似^[29]:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}_p, t) = & \frac{1}{\alpha} \left(- \iint_{S(t)} \frac{\mathbf{r}_{pq} \cdot \mathbf{n}_q}{r_{pq}^3} \psi(\mathbf{r}_q, t) dS \right. \\ & \left. - \iint_{S(t)} \frac{1}{r_{pq}} \psi_n(\mathbf{r}_q, t) dS \right. \\ & \left. - \frac{1}{c} \iint_{S(t)} \psi_{tt}(\mathbf{r}_q, t) dS \right), \quad (5) \end{aligned}$$

其中, α 为立体角, \mathbf{n}_q 为源点处的单位法向量, r_{pq} 为场点与源点之间的距离. 为了叙述方便, 将 (5) 式表示为如下形式:

$$\wp\psi = -\Upsilon\psi_n + \frac{1}{c}\Xi\psi_{tt}, \quad (6)$$

其中, \wp, Υ, Ξ 为对应的系数矩阵. 对 (2) 式与 (6) 式分别做 Laplace 变换后进行匹配, 再经由逆 Laplace 变换, 最终可得可压缩流场中空泡的边界积分方程^[29]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c}\psi_{tt} + (\mathfrak{N} + \Pi)\psi_t + \mathfrak{N}\Upsilon^{-1}\wp c\psi \\ = -(\psi_{tt} + c\mathfrak{N}\psi_n) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathfrak{N} = (\Upsilon^{-1}\wp - \Pi)(\mathbf{I} - \Upsilon^{-1}\Xi\Upsilon^{-1}\wp)^{-1}$, Π 为空泡表面的局部曲率矩阵, \mathbf{I} 为单位矩阵. 如令声速 c 无穷大, (7) 式即简化为不可压缩流场中的边界积分方程.

2.2 行波驱动下的空泡运动边界条件

计算模型如图 1 所示, 初始时刻空泡处于静止平衡状态. 所采用的驱动行波频率较高, 在千赫兹级别, 但其波长仍远远大于空泡运动过程中的最大尺寸, 因此假定空泡的存在不会对行波的传播产生影响, 即空泡与行波场为单向耦合. 声波为平面行波, 并沿 z 轴方向传播:

$$P_{\text{tra}} = -P_a \sin(kz - \omega t + \theta), \quad (8)$$

其中, P_a 表示行波振幅; k 为波数; $\omega = 2\pi f$ 为圆频率, f 为行波频率; θ 表示初相位. 可压缩理想流场

中的 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{D\mathbf{w}_f}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{w}_f}{\partial t} + (\mathbf{w}_f \cdot \nabla) \mathbf{w}_f = -\frac{1}{\rho} \nabla P, \quad (9)$$

其中, 流场中的总速度矢量 \mathbf{w}_f , 为空泡诱导速度 \mathbf{w}_c 与行波诱导速度 \mathbf{w}_a 之和; P 表示空泡诱导压力、行波压力 P_{tra} 以及未受扰动的流场中压力 P_∞ 之和; ρ 为流场密度. 注意到 $(\mathbf{w}_f \cdot \nabla) \mathbf{w}_f = \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{w}_f|^2 - \mathbf{w}_f \times (\nabla \times \mathbf{w}_f)$ 且流场为无旋, 即 $\nabla \times \mathbf{w}_f = 0$, 并假定流场中密度仅为压力的函数, 可得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{w}_b + \mathbf{w}_a) + \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{w}_b + \mathbf{w}_a|^2 \\ &= -\frac{\nabla P}{\rho} \\ &= -\nabla \int \frac{dP}{\rho}. \end{aligned} \quad (10)$$

计入可压缩性影响, 令 $P - P_\infty = c^2(\rho - \rho_\infty)^{[30]}$, ρ_∞ 为未受扰动时的流场密度, 借助泰勒展开, 可得

$$\begin{aligned} \nabla \int \frac{dP}{\rho} &= \nabla \left[c^2 \ln \left(\frac{P - P_\infty}{c^2} + \rho_\infty \right) \right] \\ &= \nabla \left(c^2 \ln \rho_\infty + \frac{P - P_\infty}{\rho_\infty} \right) \\ &= \nabla \left(\frac{P - P_\infty}{\rho_\infty} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (10) 式中, 并考虑到 $\rho_\infty (\partial \mathbf{w}_a / \partial t) = -\nabla P_{\text{tra}}$ 可得

$$\begin{aligned} & \nabla \left\{ \frac{P - P_{\text{tra}} - P_\infty}{\rho_\infty} + \psi_t + \frac{1}{2} |\nabla \psi|^2 \right. \\ & \left. + \mathbf{w}_a \cdot \nabla \psi + \frac{1}{2} |\mathbf{w}_a|^2 \right\} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由于在无穷远处空泡诱导压力 $P - P_{\text{tra}} - P_\infty$, 以及空泡诱导的速度势 ψ 都趋于零, 故由 (12) 式最终可得到受行波驱动后流场中的 Bernoulli 方程为

$$\frac{P - P_{\text{tra}} - P_\infty}{\rho_\infty} + \psi_t + \frac{1}{2} |\nabla \psi|^2 + \mathbf{w}_a \cdot \nabla \psi = 0. \quad (13)$$

采用 Lagrangian 格式可得

$$\psi_{D_t} = \frac{1}{2} |\nabla \psi|^2 - \frac{P - P_{\text{tra}} - P_\infty}{\rho_\infty}, \quad (14)$$

其中, ψ_{D_t} 为速度势的物质导数. 流场中的压力 P 在空泡壁面处可表示为

$$P = P_v + P_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma - M\Pi, \quad (15)$$

其中, P_0, V_0 为气泡内部的初始压力与初始体积; P_v 为饱和蒸汽压; γ 为气体比热, 若无特别说明, 文中取为 1.4; M 为表面张力系数, 若无特别说明, 文中

令 $M = 0.0728 \text{ Nm}^{-1}$. 此外, 空泡表面满足的运动学边界条件为

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = (\nabla \psi + \mathbf{w}_a)|_{S(t)}, \quad (16)$$

其中, \mathbf{x} 为空泡表面的位置矢量. 采用边界元法联合求解 (7), (14), (15) 和 (16) 式即可获得可压缩流场中受行波驱动后的空泡运动历程.

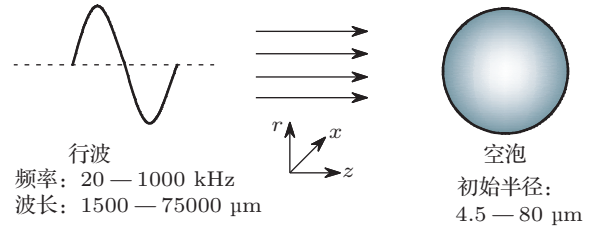


图1 计算模型

3 数值结果与讨论

3.1 数值验证

为了验证本文方法的正确性, 考虑一自由场中的球状空泡, 将本文方法所得结果与 Keller-Miksis 方程^[25] 进行比较:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}}{c} \right) R \ddot{R} \\ &= \frac{1}{\rho_\infty} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} \right) (P - P_\infty - P_{\text{cen}}) \\ & \quad - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c} \right) \dot{R}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

计算中, 流场密度 $\rho_\infty = 998 \text{ kg/m}^3$, 声速 $c = 1500 \text{ m/s}$, 无穷远处压力为一个标准大气压, 饱和蒸汽压 $P_v = 2338 \text{ Pa}$; 空泡初始半径 $R_0 = 10 \text{ μm}$, 驱动声压幅值 $P_s = 1.3P_\infty$, 频率取为 60 与 800 kHz. 式中, P_{cen} 为气泡中心处的驱动压力, 即令 (8) 式所示行波中的 $z = 0$ 且 $\theta = \pi$; 为保证计算条件相同, 此处令 (14) 式中的驱动压力项同样等于 P_{cen} . 结果如图 2 所示, 图中空泡体积由初始体积无量纲化. 此外, 采用本文方法求解行波场中的非球状空泡运动, 并与文献 [22] 的结果进行比较, 结果如图 3 所示. 图中 z^* 和 r^* 表示无量纲坐标. 可知本文方法能较为精确地求解受压力驱动后的空泡运动特性. 考虑流体的可压缩性后, 空泡脉动将产生向远处传播的辐射噪声, 空泡近场的能量将随声波传播至远场, 使空泡的脉动幅度减弱, 在射流顶点即将达到另一侧空泡壁面时, 可压缩流场中空泡拥有较大的体积.

驱动压力的频率越低,空泡受迫振动的响应越强烈,可压缩性的影响越明显.

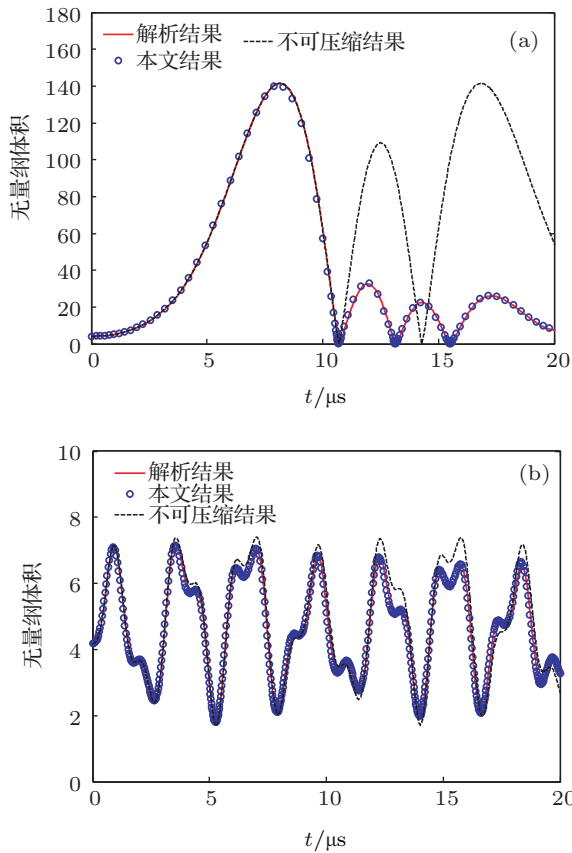


图2 行波驱动下球状空泡计算结果验证(解析结果由 Keller-Miksis 方程获得;本文结果由(7)式获得,不可压缩结果由(7)式中令声速趋于无穷获得) (a) $f = 60$ kHz; (b) $f = 800$ kHz

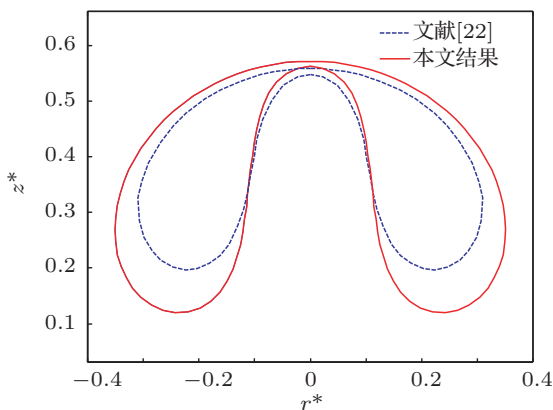


图3 可压缩性对非球状空泡形态的影响, $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$, $f = 300$ kHz, $P_s = 1.6P_\infty$.

3.2 行波驱动下空泡运动的稳定性

采用本文所述的可压缩流场中的边界积分方程,对行波驱动下的空泡运动稳定性进行分析.定义空泡形状稳定性系数为空泡表面等效曲率与面

积加权平均曲率的相对误差:

$$\text{SHA} = \frac{\left| \kappa_{\text{eq}} - \frac{1}{S} \int_S \kappa_n ds \right|}{\kappa_{\text{eq}}}, \quad (18)$$

其中, κ_n 为非球形空泡表面曲率, κ_{eq} 为等效曲率(相同体积的球形空泡表面曲率).为方便讨论,规定若截止至第五个空泡运动周期的过程中 $\text{SHA} < 0.1\%$ 始终成立,则认为空泡运动是稳定的.

图4所示为可压缩流场与不可压缩流场中,初始半径为 $80 \mu\text{m}$ 的静止空泡在不同行波频率及幅值作用下的稳定性分布,初相位 $\theta = \pi$,横轴为行波频率与空泡共振频率之比.空泡的共振频率可由下式近似得到^[10]:

$$f_n = \frac{1}{2\pi R_0} \times \sqrt{\frac{1}{\rho_\infty} \left[3\gamma(P_\infty - P_c) + 2(3\gamma - 1) \frac{\sigma}{R_0} \right]}, \quad (19)$$

当 $R_0 = 80 \mu\text{m}$ 时,共振频率 f_n 约等于 40.9 kHz.当驱动行波的频率低于空泡共振频率时,随着行波频率的增加,不稳定空泡的比例增大,在共振频率附近,极易产生不稳定空泡.而当行波频率高于空泡共振频率后,随着行波频率的增加,不稳定空泡比例不断减小,当高于一定频率后,受幅值小于 3 atm 的行波驱动的空泡皆能在五个运动周期中保持稳定.可见,较高的频率与较低的幅值是空泡稳定脉动的充分条件.值得注意的是,在绝大部分的不稳定区域,空泡都能形成射流,而在稳定区域与不稳定区域的分界线附近,空泡有可能产生较大畸变^[22].此外,由图2可知,当行波频率较低时,不可压缩流场中的空泡脉动幅度较高,故不可压缩流场中空泡的运动稳定性低于可压缩流场.而当行波频率较高时,不可压缩流场中的空泡运动幅度与可压缩流场中的相近,故此时两类流场中的空泡运动稳定性基本相同.图5所示为初始半径为 $15 \mu\text{m}$ 的空泡在不同频率与幅值的行波驱动下的稳定性分布,此时 f_n 约等于 224.48 kHz.与初始半径为 $80 \mu\text{m}$ 的空泡相似,当行波频率在共振频率附近时,空泡的稳定性较弱.注意到,由(19)式可知,随着空泡初始半径的减小,其共振频率将增大,导致此时图5中对应频率比下的行波频率增加,同时初始半径的减小,使空泡所受的表面张力增大,故在相同的频率

比范围内, 图 5 中稳定空泡所占的比例高于图 4.

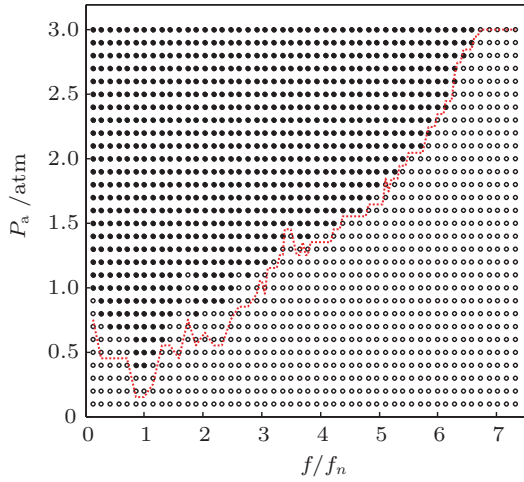


图 4 $R_0 = 80 \mu\text{m}$ 空泡的稳定性分布, 实心圆表示可压缩流场中的不稳定的空泡, 而空心圆表示稳定的空泡; 虚线上半部分表示不可压缩流场中的不稳定的空泡, 而下半部分表示稳定空泡

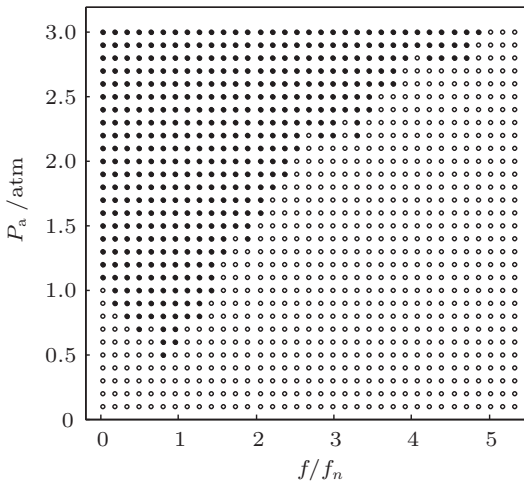


图 5 $R_0 = 15 \mu\text{m}$ 空泡的稳定性分布, 实心圆表示可压缩流场中的不稳定的空泡, 而空心圆表示稳定的空泡

由于绝大部分位于稳定区域内的空泡运动以球形脉动为主, 其特性可由 Keller-Miksis 方程^[25]获得, 因此本文主要讨论在不稳定区域内的非球状空泡.

3.3 行波驱动下非球状空泡运动特性

在行波场中释放单个处于平衡状态的静止空泡, 初始半径为 $80 \mu\text{m}$, 行波频率为该空泡的近似共振频率 40.9 kHz , 行波幅值为 1.9 atm ($1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$), 初始相位 $\theta = \pi$, 其余参数与 3.1 节中相同.

空泡近场压力及速度的求解可采用间接边界

元方法^[31], 对于可压缩流场而言, 流场中某点的速度可表示为

$$\psi(\mathbf{p}, t) = \int_S \frac{\dot{h}(\mathbf{q}, t - \tau')}{r_{pq}} dS, \quad (20)$$

其中, S 表示分布源点的表面, \dot{h} 为源强度; $\tau' = r_{pq}/c$ 为延迟时间. 将源点和场点都布置在空泡表面, 即可通过上式求得空泡表面的分布源密度. 对于近场而言, 将源强度按 t 展开, 并保留一阶项可得

$$\psi(\mathbf{p}, t) = \int_S \frac{\dot{h}(\mathbf{q}, t)}{r_{pq}} dS - \int_S \frac{\dot{h}_t(\mathbf{q}, t)}{c} dS, \quad (21)$$

由此可得近场中某点的速度为

$$\nabla\psi(\mathbf{p}, t) = \nabla_p \left(\int_S \frac{\dot{h}(\mathbf{q}, t)}{r_{pq}} dS - \int_S \frac{\dot{h}_t(\mathbf{q}, t)}{c} dS \right). \quad (22)$$

将求得的速度与速度势分布代入 Bernoulli 方程 (13) 即可得近场的压力分布, 图 6 所示为空泡形态及对应时刻近场压力与速度分布.

由 (8) 式可知, 初始时刻空泡中心处受到的驱动声压为负值, 故空泡将发生膨胀, 如图 6(a) 所示. 此时空泡仍保持球形, 流场中速度与空泡膨胀方向一致, 沿径向指向外, 且随着与空泡表面距离的增大而不断减小. 由 (15) 式可知, 空泡的膨胀运动使内部压力减小, 而流场内由于空泡的运动诱导产生较高的压力, 因此空泡内部压力小于流场中的压力, 空泡表面所受加速度指向空泡内部. 图 6(b) 中空泡处于收缩初期, 空泡仍保持球形, 流场中速度以及空泡表面所受的加速度均沿径向指向空泡内部, 故空泡的收缩速度将不断提高. 此时, 由于空泡体积的减小, 空泡内部压力增大, 但仍小于流场中的压力. 随着收缩的进行, 在行波作用下, 空泡尾部收缩速度增大并指向空泡内部, 空泡开始呈现非球状形态, 如图 6(c) 所示. 由于此时空泡体积相比于初始体积已较小, 故空泡内部压力较高. 而在空泡尾部附近, 由于此处的扰动较大, 流场中存在一个压力的极大值区域. 如图 6(d) 所示, 此时空泡已沿行波传播方向形成高速射流. 射流附近流场中的速度与压力远高于其他地方. 同时, 由流场中的速度分布及此时的空泡体积可知, 空泡已开始进入第二次膨胀阶段.

空泡的等效半径与等效中心时历曲线如图 7 所示. 在 $15.88 \mu\text{s}$ 处空泡达到最大体积, 约为初始体积的 1.86 倍. 紧接着进入急速收缩, 此时, 如图 6 中所示, 由于空泡膨胀使流场中的压力远大于空泡

内部压力, 且行波压力为正值, 故收缩的速度远大于膨胀速度, 收缩所用时间为膨胀的 55%, 即空泡完成一次膨胀 - 收缩过程的脉动中, 约 2/3 为膨胀时间. 且收缩过程中空泡的最小体积与初始体积之比约为 0.26, 大于膨胀过程中的体积变化. 在空泡膨胀过程中, 等效中心先出现些微的后退, 并在空泡达到最大体积附近开始向前运动, 当空泡接近最小体积并形成射流时, 空泡等效中心随射流向前急速运动.

图 8 和图 9 所示分别为可压缩流场与不可压

缩流场中空泡射流顶点速度和内部压力的比较曲线. 可知在膨胀与收缩前期, 由于空泡壁面速度较低, 可压缩性的影响较小. 在收缩后期, 空泡体积迅速减小, 故内部压力出现急速增加. 且随着壁面运动速度的提高以及高速射流的形成, 流场可压缩性对空泡运动的影响逐渐明显. 由于近场能量向远场的流失, 可压缩流场中空泡运动超前于不可压缩流场, 射流顶点速度与内压的峰值低于不可压缩流场. 当空泡进入第二次膨胀阶段后, 内压迅速减小, 而射流顶点速度也受膨胀的影响而开始降低.

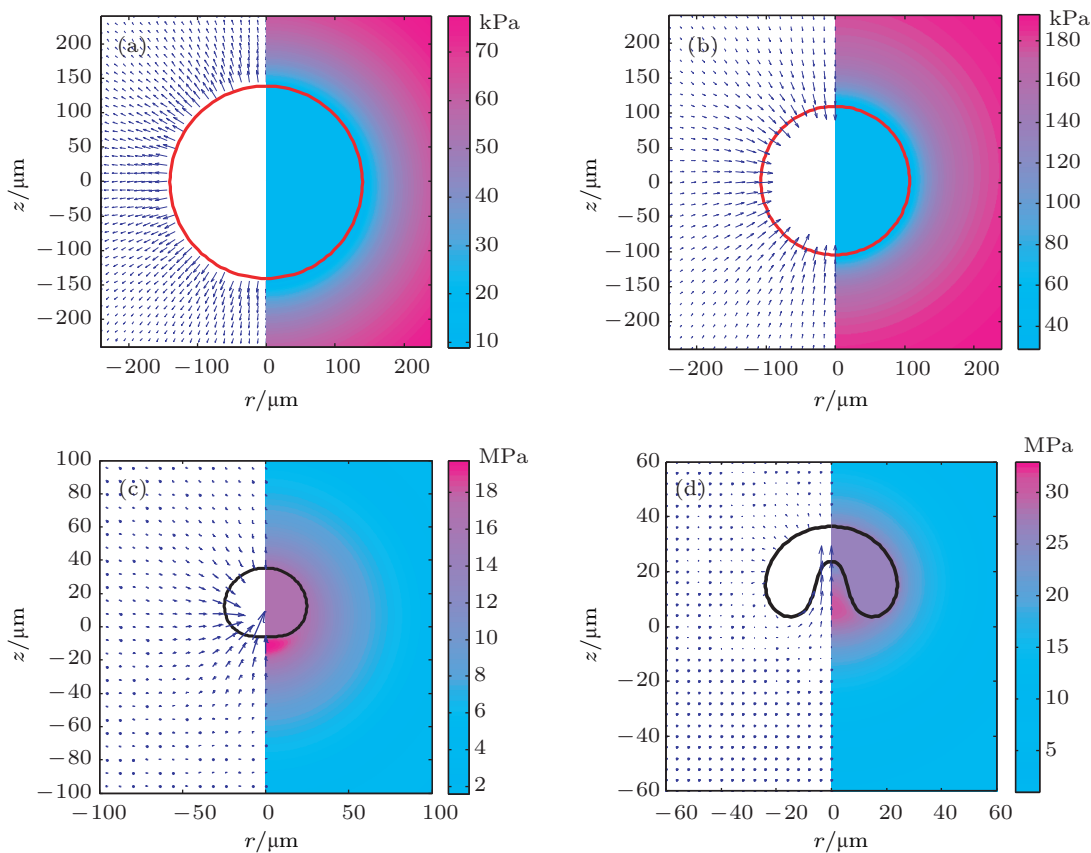


图 6 空泡运动过程中流场压力及速度分布 (行波沿 z 轴正向传播) (a) $t = 12.02 \mu\text{s}$; (b) $t = 21.78 \mu\text{s}$; (c) $t = 24.50 \mu\text{s}$; (d) $t = 24.61 \mu\text{s}$

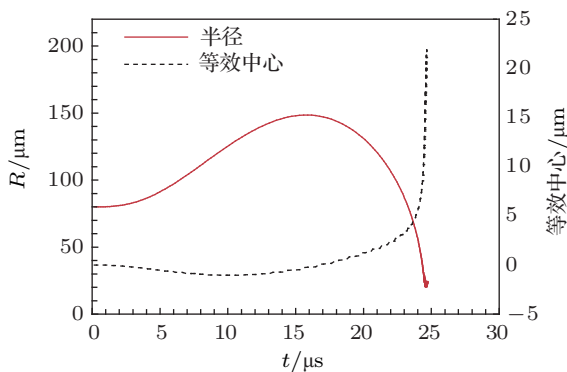


图 7 空泡等效半径与等效中心时历曲线

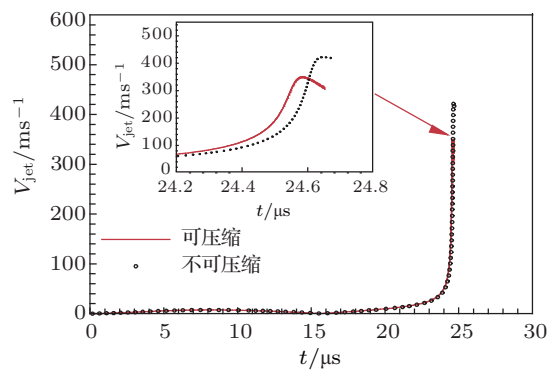


图 8 空泡射流顶点速度时历曲线

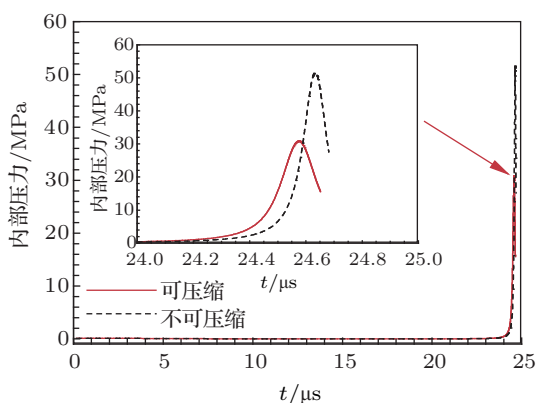


图9 空泡内部压力时历曲线

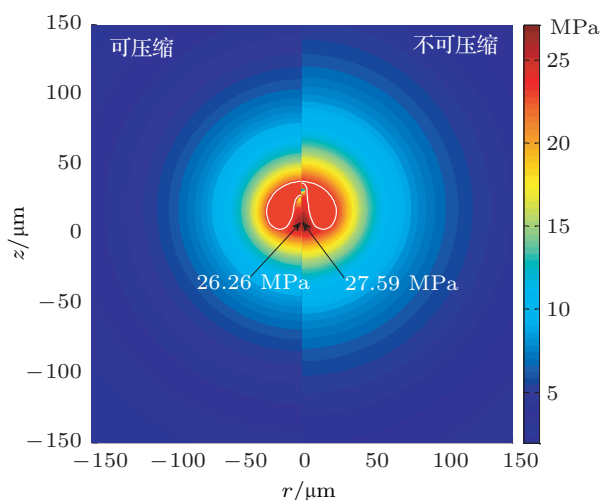


图10 可压缩与不可压缩流场压力分布云图 (不可压缩 24.69 μs , 可压缩 24.62 μs)

图10所示为空泡射流阶段(第二次膨胀过程中),空泡到达相同体积时,在可压缩流场与不可压缩流场中的形态及近场压力分布.可压缩流场中空泡运动至24.62 μs ,而不可压缩流场中空泡运动至24.69 μs ,即前者运动超前于后者.计及可压缩性后,由于空泡运动过程中诱导的声波,将近场能量传播至远场,导致可压缩流场中近场的扰动小于不可压缩流场,故前者流场中的高压区明显小于后者,且射流底部最大的压力值为26.26 MPa,而后者流场中为27.59 MPa.注意到由于未形成射流的那一侧空泡壁面的速度远小于射流速度,故可压缩性对该侧壁面形态及位置的影响较小.同时,结合图8可知,膨胀阶段可压缩流场中空泡顶点射流速度小于不可压缩流场,故空泡达到相同体积时,不可压缩流场中射流已达到另一侧壁面,而可压缩流场中的射流仍在向上运动中.

3.4 行波参数对非球状空泡运动特性的影响

作为空泡受迫运动的外激励,驱动行波的参数,如频率、幅值以及初相位会对空泡运动特性产生影响.现保持空泡初始半径不变,依次改变行波参数,研究其对空泡运动带来的影响.

3.4.1 行波频率对非球状空泡运动特性的影响

取行波幅值为1.9 atm,初相位为 $\theta = \pi$ 并保持空泡参数不变,研究行波频率对空泡运动特性的影响.空泡参数如3.3节中所述,取行波频率 $f = 35.0, 40.9$ 和45.0 kHz,如图11和12所示.

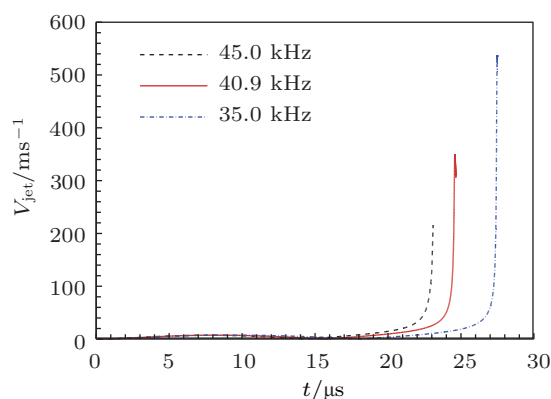


图11 不同频率行波驱动下空泡射流顶点速度

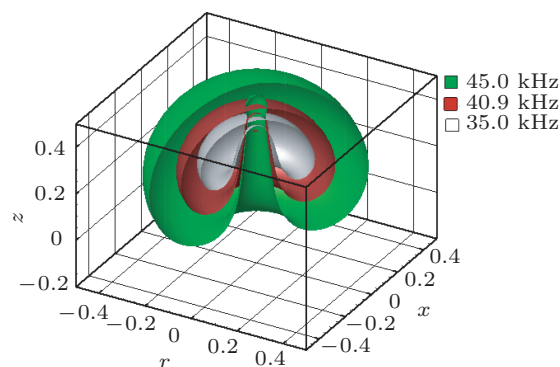


图12 不同频率下驱动空泡射流阶段形态对比 (45.0 kHz, 23.28 μs ; 40.9 kHz, 24.69 μs ; 35 kHz, 27.56 μs ; 行波沿z轴正向)

图12是频率为35.0, 40.9以及45.0 kHz的行波驱动时,射流后期的形态对比图.结合图11所示射流顶点速度时历曲线可知,随着行波频率的增加,空泡运动状态转换加快,空泡受迫振动的脉动幅度减弱,收缩过程的剧烈程度也随之降低,射流发展受限.甚至某些情况下,射流将发生在空泡第二次

膨胀的过程中, 最终导致射流强度减弱, 射流顶点速度减小, 且在形态上变得更为“纤细”. 对于射流发生在收缩阶段的空泡而言, 由于行波频率增大后, 空泡在收缩过程中达到的最小体积提高, 因此射流后期对应的空泡体积也随之增加; 而对于射流发生在第二次膨胀阶段的空泡而言, 由于射流顶点速度的降低, 其射流达到另一侧壁面时的体积膨胀也愈加充分.

由图 4 可知, 当行波频率高于共振频率后, 随

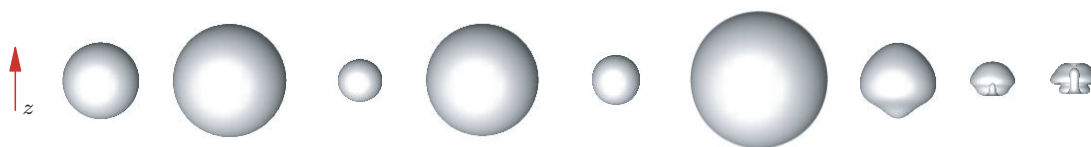


图 13 65 kHz 行波驱动下空泡形态 ($t = 0, 11.76, 19.04, 26.54, 45.72, 59.12, 71.68, 73.96, 74.60 \mu\text{s}$)

3.4.2 行波幅值对非球状空泡运动特性的影响

取行波频率 $f = 40.9 \text{ kHz}$, 初相位 $\theta = \pi$, 且空泡初始半径不变, 研究行波幅值对空泡运动特性的影响.

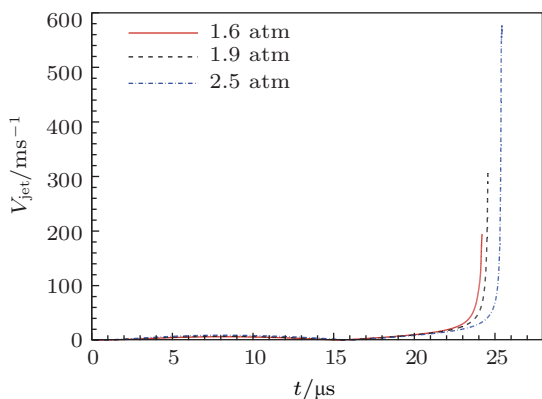


图 14 不同幅值行波驱动下空泡射流顶点速度

图 14 所示为不同幅值行波驱动下的空泡射流顶点速度, 而图 15 所示为对应的空泡射流形态. 行

着行波频率的增大, 空泡稳定性增强. 当行波频率增加到某一值后, 空泡能保持在多次膨胀 - 收缩的脉动过程中不发生非球状变形. 图 13 所示行波频率为 65 kHz 时, 空泡的运动形态变化. 至第三次收缩发生之前, 空泡一直都保持近似球形的脉动. 而在第三次收缩过程中, 在空泡尾部首先发生非球状变形, 并形成高速射流. 随后在射流接近另一侧壁面时, 形成对射流, 且沿行波方向的射流强度较高.

波幅值的增大, 使空泡脉动幅度增强, 收缩过程变得剧烈且充分, 导致射流强度增大, 射流顶点速度提高, 射流形态变得更为“粗壮”. 对于射流发生在收缩阶段的空泡而言, 幅值越高, 则射流后期的空泡收缩更充分, 体积越小; 而若射流阶段延伸至第二次膨胀过程中, 幅值降低使射流顶点速度减小, 射流冲击至空泡另一侧时膨胀愈加充分, 空泡体积也就越大.

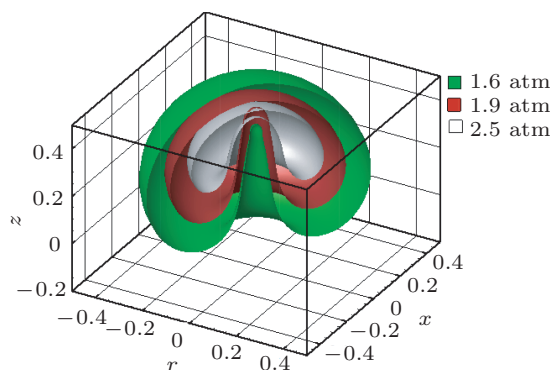


图 15 不同幅值行波驱动下空泡射流特性对比 (1.6 atm, 24.34 μs ; 1.9 atm, 24.65 μs ; 2.5 atm, 25.43 μs ; 行波沿 z 轴正向)

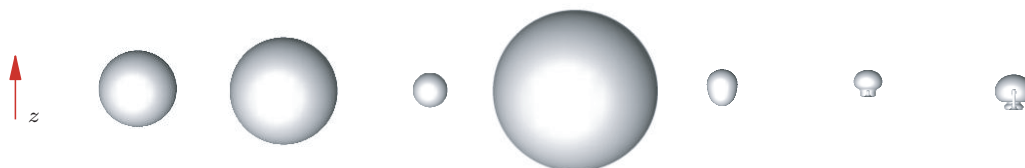


图 16 1 atm 幅值驱动下空泡运动形态时历 ($t = 0, 15.91, 23.33, 41.59, 53.86, 54.18, 54.36 \mu\text{s}$)

由图 4 可知, 随着行波幅值的减小, 空泡稳定性增强, 可能需要多次脉动后才能发生非球状变形. 图 16 所示为行波幅值仅为 1 atm 时空泡的运动形态. 由于此时行波的幅值较小, 空泡的收缩并不剧烈, 在第一次脉动末期并未发生非球状变形, 而是仍保持球形进入第二次膨胀. 观察可知, 空泡第二次脉动的幅度强于第一次脉动, 且在該次脉动末期, 空泡发生非球状变形, 形成“蘑菇状”空泡, 在尾部形成射流, 并在其附近形成环形内凹.

3.4.3 行波初相位对非球状空泡运动特性的影响

令行波频率为 40.9 kHz, 行波幅值为 1.9 atm, 并保持空泡初始半径不变, 改变行波的初始相位 θ , 研究其对空泡运动特性的影响.

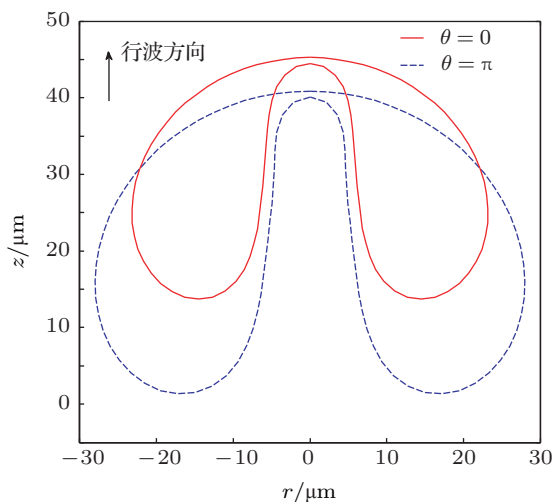


图 17 初相位 $\theta = 0$ 时空泡运动形态 ($\theta = \pi$, 24.66 μs ; $\theta = 0$, 38.88 μs)

图 17 所示为初相位 $\theta = 0, \pi$ 时空泡射流时的形态对比. 图 18 与图 19 所示为 $\theta = 0, \pi$ 时空泡的等效半径以及射流顶点速度的时历曲线. 当 $\theta = 0$ 时, 由 (8) 式可知, 初期作用在空泡表面处的行波压力为正值, 指向空泡内部, 因此空泡首先进入收缩阶段. 由 (15) 式可知, 空泡体积小于初始体积后, 内压迅速增大, 使得经历一段小幅度的收缩后, 空泡运动状态即发生转换, 此时空泡仍未发生非球状变形. 随后空泡发生与 $\theta = \pi$ 时相似的大幅膨胀与急速收缩. 初始阶段的小幅度收缩, 使空泡在膨胀前具有较高的内压, 由此空泡的脉动幅度增强, 即最大半径增大, 收缩的剧烈程度也提高. 因此, 在第二次收缩中空泡发生非球状变形, 沿行波方向生成射流. 由于射流能得到更充分的发展, 其强度增大, 顶

点速度增加. 图 17 中所示, $\theta = 0$ 时的射流更为“粗壮”, 且射流冲击到另一侧壁面时, 空泡的体积较小. 当初相位 $0 < \theta < \pi$ 时, 运动初始时刻作用在空泡表面上的行波压力为负值, 即空泡将先发生膨胀运动. 随着初相位由 0 向 π 的增大, 由 (8) 式可知, 运动初期, 负压作用于空泡表面上的时间增长, 空泡的膨胀程度逐渐提高, 也使得第一次收缩过程的剧烈程度不断增强, 并最终导致非球状变形的发生.

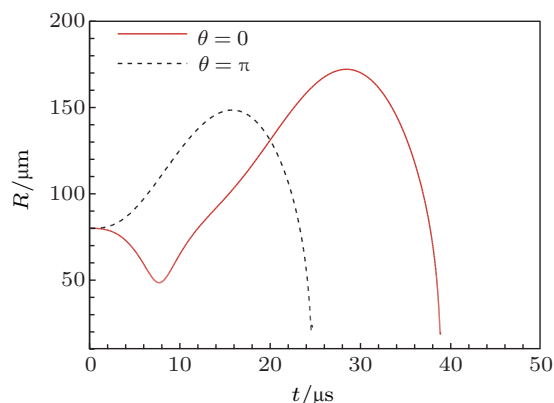


图 18 不同初相位行波驱动下的空泡等效半径

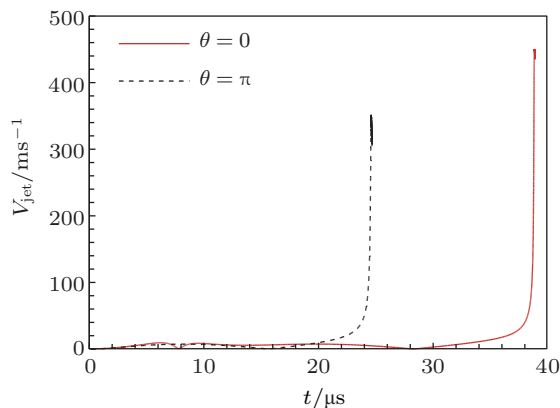


图 19 不同初相位行波驱动下的空泡射流顶点速度

4 结论

本文采用边界元法求解可压缩稳定行波场中单空泡的运动特性及其稳定性. 在一定频率与幅值的行波驱动下, 空泡会发生大幅膨胀与急速收缩, 同时形成极高的内压与高速射流, 且行波参数的改变会对空泡的运动特性产生影响. 可以得出如下结论:

- 1) 空泡运动的稳定性随着行波频率的增大先减弱后增强, 在空泡共振频率附近稳定性较差, 当

行波频率足够高或是行波幅值足够小时, 空泡能保持较长时间的稳定球形脉动;

2) 在一定频率和幅值的行波驱动下空泡在收缩后期形成高速射流, 射流方向与行波传播方向相同, 且等效中心沿射流方向前行, 计及流场可压缩性后, 空泡脉动一次的时间减短, 幅度减弱, 射流顶点速度以及空泡内部压力的峰值随之减小;

3) 随着行波频率的增大, 空泡的运动状态转换加快, 脉动幅度降低, 空泡射流强度逐渐减弱, 幅值

越高的行波所携带的能量越大, 受其驱动的空泡脉动幅度越强, 射流强度越高; 初相位的改变会使空泡初始运动状态发生变化; 当空泡首先发生膨胀时, 随着膨胀程度的提高, 将会使其第一次收缩变得剧烈, 可能在第一次收缩中就发生非球状变形; 当空泡首先进入收缩状态时, 将使其随后的膨胀与收缩程度提高, 极易在第二次收缩中发生更强的非球状变形.

- [1] Gaitan D F, Crurn L A, Chruhc C C, Roy R A 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 3166
- [2] Moss M C, Clarke D B, White J, Young D A 1996 *Phys. Lett. A* **211** 69
- [3] Taleyarkhan R P, West C D, Cho J S, Lahey Jr R T 2002 *Science* **295** 1868
- [4] Yuri T D, William B M, Kenneth S S 2000 *Nature* **407** 877
- [5] Coussions C C, Farny C H, ter Haar G R, Roy R A 2007 *Int. Hypertb.* **23** 105
- [6] Constantin C C, Ronald A R 2008 *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **40** 395
- [7] Laborde J L, Bouyer C, Caltagirone J P, Gerard A 1998 *Ultrasonics* **36** 589
- [8] Lauterborn W, Kurz T, Gersler S D, Lindau O 2007 *Ultrasonics Sonochemistry* **14** 484
- [9] Michael P B, Sascha H, Detlef L 2002 *Rev. Modern Phys.* **74** 425
- [10] Brennen C E 1995 *Cavitation and Bubble Dynamics* (Oxford: Oxford University)
- [11] Chen W Z, Xie Z X 1996 *Prog. Phys.* **16** 313 (in Chinese) [陈伟中, 谢志行 1996 物理学进展 **16** 313]
- [12] Li Y T, Zhang J 2001 *Physics* **31** 293 (in Chinese) [李玉同, 张杰 2001 物理 **31** 293]
- [13] Qian M L, Cheng Q, Ge C Y 2002 *Acta Acoustic* **27** 289 (in Chinese) [钱梦騷, 程茜, 葛曹燕 2002 声学学报 **27** 289]
- [14] Wang C H, Cheng J C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 014304
- [15] Zhang A M, Yao X L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 927
- [16] Liu Y L, Zhang A M, Wang S P, Tian Z L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 224702 (in Chinese) [刘云龙, 张阿漫, 王诗平, 田昭丽 2012 物理学报 **61** 224702]
- [17] Zhang A M, Yao X L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 339 (in Chinese) [张阿漫, 姚熊亮 2008 物理学报 **57** 339]
- [18] Ye X, Yao X L, Zhang A M, Pang F Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 114702 (in Chinese) [叶曦, 姚熊亮, 张阿漫, 庞福振 2013 物理学报 **62** 114702]
- [19] Wang Q X 2005 *J. Comput. Phys.* **210** 183
- [20] Wang C W, Tang H Z, Liu T G 2008 *J. Comput. Phys.* **227** 6385
- [21] Luz A B, Taehun L 2010 *Computers Fluid* **39** 1191
- [22] Michael L C, Lindau O, Blake J R, Szeri A J 2007 *Phys. Fluids* **19** 047101
- [23] Wang Q X, Blake J R 2010 *J. Fluid Mech.* **659** 191
- [24] Herring C 1941 *The Theory of the Pulsations of the Gas Bubbles Produced by an Underwater Explosion* US Nat. Defence Res. Comm. Report. No. 236
- [25] Keller J B, Miksis M J 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [26] Prosperetti A, Lezzi A 1986 *J. Fluid Mech.* **168** 457
- [27] Prosperetti A, Lezzi A 1986 *J. Fluid Mech.* **185** 289
- [28] Wang Q X, Blake J R 2011 *J. Fluid Mech.* **679** 559
- [29] Zhang A M, Wang S P, Wu G X 2013 *Eng. Anal. Bound. Elem.* **37** 1179
- [30] Morse P M, Ingard K U 1987 *Theoretical Acoustics* (Princeton: Princeton University Press)
- [31] Wang C, Khoo B C 2004 *J. Comput. Phys.* **194** 451

Cavitation bubble in compressible fluid subjected to traveling wave*

Yao Xiong-Liang Ye Xi Zhang A-Man[†]

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 2 July 2013; revised manuscript received 10 September 2013)

Abstract

With the wave equation, the boundary integral equation with considering compressibility is deduced. Then the motion characteristics and stability of cavitation bubble driven by traveling wave are obtained. The influences of wave frequency, amplitude and initial phase on the motion of cavitation bubble are analyzed. The results show that the motion stability is enhanced with the increase of drive frequency or the reduction of drive amplitude. With appropriate frequency and amplitude, the jet will be formed at the anaphase of contraction, and the direction is the same as that of the traveling wave. With the consideration of compressibility, the time for once pulsation of the cavitation bubble is shortened and the pulsation amplitude is reduced, correspondingly the jet tip velocity and the inner pressure also decrease. With the increase of drive frequency or the reduction of drive amplitude, the pulsation amplitude and intensity of jet decrease. The variation of initial phase will lead to the changes of the initial motion state of cavitation bubble and the jet strength.

Keywords: compressible, cavitation bubble, traveling wave, motion characteristics

PACS: 47.40.-x, 47.55.dd, 47.35.Rs, 47.11.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.244701

* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50939002), the National Basic Research Program of China (Grant No. 613157), and the Excellent Young Scientist Foundation of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51222904).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn