

## 利用GOCE卫星数据确定全球重力场模型\*

苏勇<sup>†</sup> 范东明 游为

(西南交通大学地球科学与环境工程学院, 成都 611756)

(2013年11月27日收到; 2014年1月13日收到修改稿)

利用GOCE卫星观测数据确定全球静态重力场是当前大地测量学的研究热点. 本文联合2011-02-28至2012-03-05共12个月的GOCE卫星轨道和梯度数据采用直接法恢复了210阶次的重力场模型SWJTU-GO01S, 利用零相位的有限脉冲带通数字滤波器对GOCE梯度数据进行滤波处理, 直接在梯度仪坐标系中建立梯度观测方程, 避免了坐标转换过程中高精度梯度观测分量精度的损失; 采用短弧积分法处理轨道数据, 并利用方差分量估计确定联合解的最优权, Kuala正则化方法用于处理数据极空白问题. 基于EGM2008模型和北美地区的GPS水准观测数据, 对SWJTU-GO01S模型进行内外符合精度分析, 结果表明: SWJTU-GO01S模型在210阶次的大地水准面误差和累计误差分别为2.1 cm和13.7 cm, 整体上优于欧空局公布的第二代时域法和空域法模型的精度, 在150阶以后优于ITG-GRACE2010S的精度; 本文的研究为进一步联合多类卫星观测数据恢复重力场模型提供参考.

**关键词:** GOCE卫星, 地球重力场模型, 方差分量估计, 正则化

**PACS:** 91.10.-v, 91.10.Qm, 91.10.Fc, 91.30.Ab

**DOI:** 10.7498/aps.63.099101

## 1 引言

2009年3月17日成功发射的GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer)卫星是第一颗将高低卫星跟踪卫星技术和重力梯度技术相结合的重力卫星, 其目的主要是恢复高精度、高分辨率的全球静态重力场和探测静态海洋环流, 其预期目标是在空间分辨率优于100 km的尺度上测定重力异常的精度优于1—2 mGal (1 Gal = 1 cm/s<sup>2</sup>), 大地水准面的精度优于1 cm<sup>[1]</sup>; 由于GOCE卫星采用梯度观测手段, 可以更有效地探测重力场的中短波信号, 而且GOCE卫星采用的加速度计精度较高, 还可以探测某些地球物理事件(如地震)产生的影响<sup>[2]</sup>; 联合GOCE轨道数据和梯度数据恢复重力场并将其应用于地球物理学分析, 成为大地测量学和地球物理学当前的研究热点<sup>[2-7]</sup>.

目前, 多个研究机构和众多学者针对GOCE重力场模型的恢复展开了卓有成效的研究<sup>[3]</sup>. 由于GOCE卫星梯度仪自身的缺陷, 导致梯度观测数据包含粗差和大量的噪声, Bruinsma, Pail和Migliaccio等分别采用不同的方法处理了GOCE观测数据并恢复了相应的重力场模型<sup>[8-10]</sup>; Kern等详细分析了GOCE观测数据的粗差探测方法<sup>[11]</sup>; 万晓云等对梯度数据滤波处理进行了详细分析<sup>[12]</sup>. 为了满足卫星星载仪器的供电要求, GOCE卫星的轨道被设计成倾角约为96.7°的近圆形太阳同步晨昏倾斜轨道, 在两极附近各有约6.7°的轨道覆盖空白区域, 导致利用GOCE观测数据恢复重力场模型成为一个不适定问题, 需要进行正则化处理<sup>[13,14]</sup>. 由于轨道数据和梯度数据各自对不同频段的重力场信号敏感, 只采用单类数据不能获得全频段的重力场信号, 需要联合轨道和梯度数据才能恢复较好的重力场模型, 但由于两类数

\* 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 2012018412006)、中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: SWJTU10ZT02和SWJTU12BR012)和西南交通大学博士研究生创新基金资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [suyongme@foxmail.com](mailto:suyongme@foxmail.com)

据频谱特性的差异, 联合求解时确定两类数据各自的最优权显得极为重要<sup>[15,16]</sup>. 欧空局公布了分别采用直接法、时域法和空域法恢复的共四个重力场模型<sup>[3,8-10,17]</sup>, 模型的精度随着采用的观测数据量的增加和数据处理的精化而不断提高; Yu等采用实测数据对引力梯度张量不变量法进行了详细研究, 并恢复了相应的模型<sup>[18]</sup>; 同时大量学者开始联合其他卫星观测数据恢复高精度重力场模型, Farahani等联合 GRACE 数据恢复了 250 阶重力场模型 DGM-1S<sup>[19]</sup>, Yi 采用一种新的策略并联合 GRACE 数据恢复了 TUMGOCE02S 和 GOGRA02S 模型<sup>[20]</sup>, Pail 等联合 GRACE 数据恢复了 GOCO 系列模型<sup>[21]</sup>.

本文利用 2011-02-28 至 2012-03-05 共 12 个月的 GOCE 观测数据, 利用零相位的有限脉冲带通数字滤波器对 GOCE 梯度数据进行滤波处理, 采用直接法和 Yi 的基本思路联合轨道数据和梯度数据恢复了 210 阶次的重力场模型 SWJTU-GO01S, 最后将本文的结果与已有的 GOCE, GRACE 模型和北美地区的 GPS 水准数据进行了对比分析, 为深入认识和发掘 GOCE 任务的科学价值进行了有益探索.

## 2 方法和数据

### 2.1 轨道数据恢复重力场的观测模型

利用低轨卫星高低跟踪数据恢复地球重力场模型的方法有很多钟, 主要有 Kaula 线性摄动法、动力学积分法、短弧积分法、点加速度法、平均加速度法、能量守恒法和天体力学法等<sup>[22,23]</sup>. Baur 等学者研究认为平均加速度法的精度最高, 但该方法对观测值的定权比较复杂<sup>[24]</sup>; 本文经过实测数据分析发现短弧积分法的精度与平均加速度法的精度基本相当, 并且短弧积分法不涉及复杂的定权处理, 计算速度也优于平均加速度法, 不需要先验信息和迭代处理, 因此本文采用短弧积分法处理 GOCE 轨道数据. 基于牛顿运动方程将卫星轨道表示成 Fredholm 积分方程形式的边值问题, 可以得到短弧积分法的观测方程<sup>[22,25]</sup>

$$\mathbf{r}(\tau) = \mathbf{r}_A(1 - \tau) + \mathbf{r}_B\tau - T_c^2 \int_0^1 K(\tau, \tau') \mathbf{f}(\tau', \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) d\tau', \quad (1)$$

其中  $T_c = t_B - t_A$  为弧段长度,  $\tau = \frac{t - t_A}{T_c}$ ,  $\tau' = \frac{t' - t_A}{T_c}$ ,  $(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$  表示卫星的位置和速度,  $\tau, \tau'$  分别表示时间变量  $t, t'$  的归一化值,  $K(\tau, \tau')$  为积分核函数, 表达式为

$$K(\tau, \tau') = \begin{cases} \tau'(1 - \tau), & \tau' < \tau, \\ \tau(1 - \tau'), & \tau < \tau'. \end{cases} \quad (2)$$

数值积分计算采用多项式插值算法, 详细的解算过程可以参见文献<sup>[22]</sup>和<sup>[25]</sup>.

### 2.2 梯度数据恢复重力场的观测模型

目前解算 GOCE 梯度重力场模型的方法有直接法、时域法和空域法<sup>[3]</sup>, 直接法采用最小二乘法解算, 可以联合其他数据共同处理, 解算结果的精度较高, 本文采用直接法联合处理轨道数据和梯度数据. 由于 GOCE 卫星的梯度观测数据是在梯度仪坐标系 (GRF) 中给出的, 而基于梯度数据恢复重力场模型的函数关系一般是在局部指北坐标系 (LNOF) 或地固系 (ERF) 中, 因此利用梯度数据恢复重力场模型时需要对梯度张量进行坐标转换, 但由于 GOCE 梯度数据并非全张量, 进行坐标转换时两个低精度分量将导致转换后的高精度分量的精度降低. 一个可选择的方法就是不对梯度观测数据的坐标系进行转换, 而是对函数模型的坐标系进行转换<sup>[20]</sup>, 因此本文采用的方法为直接法, 但不同于欧空局采用的方法. 局部指北坐标系中的梯度张量可以表示为

$$V_{\text{LNOF}} = \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{bmatrix}_{\text{LNOF}}. \quad (3)$$

将梯度张量对球谐位系数求导得到基于梯度数据恢复重力场模型的观测方程的设计矩阵, 并将其转换至 GRF 中:

$$\frac{\partial V_{\text{GRF}}}{\partial (\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})} = R_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}} \frac{\partial V_{\text{LNOF}}}{\partial (\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})} (R_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}})^T, \quad (4)$$

其中  $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$  表示完全归一化的球谐位系数;  $R_{\text{GRF}}^{\text{LNOF}} = R_{\text{GRF}}^{\text{IRF}} R_{\text{IRF}}^{\text{ERF}} R_{\text{ERF}}^{\text{LNOF}}$  表示 LNOF 至 GRF 的转换矩阵;  $R_{\text{GRF}}^{\text{IRF}}$  表示 IRF 至 GRF 的转换矩阵, 利用 EGG-NOM-2 中的四元素数据计算得到;

$R_{\text{IRF}}^{\text{ERF}}$  表示 ERF 至 IRF 的转换矩阵, 从 SST-PSO-2 的子产品 SST-PRM-2 中获取;  $R_{\text{ERF}}^{\text{LNOF}}$  表示 LNOF 至 ERF 的转换矩阵, 利用 SST-PSO-2 中的轨道数据求得 [26]; LNOF 中的梯度张量模型采用文献 [27] 的非奇异表达形式. 则在 GRF 中利用梯度张量数据恢复重力场模型的误差方程如下:

$$\mathbf{v} = \frac{\partial V_{\text{GRF}}}{\partial (\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})} \cdot (\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}) - F \{y_{\text{GRF}}\}, \quad (5)$$

其中  $F\{\}$  表示滤波算子,  $\mathbf{v}$  表示观测值改正数向量,  $y_{\text{GRF}}$  表示 GRF 中的梯度张量观测数据. 利用 (4) 式进行具体计算时, 先计算 LNOF 中的全张量梯度观测方程的设计矩阵并将其转换至 GRF 中, 然后利用 GRF 中各个分量的设计矩阵形成各自的法方程. 需要指出的是本文将函数模型而不是观测数据的坐标系进行转换, 前提条件是 GOCE 卫星的姿态测量误差满足要求; 如果直接将梯度观测数据进行坐标转换, 高精度观测分量的精度会同时受低精度观测分量和姿态测量误差的影响, 而将函数模型进行转换, 则只受姿态测量误差的影响; 而已有研究成果表明 GOCE 卫星的姿态测量精度满足要求, 相对梯度观测数据的噪声误差来说, 姿态测量误差对观测数据或函数模型坐标转换精度的影响基本可以忽略 [28].

### 2.3 联合轨道和梯度数据恢复重力场模型的方法

基于 Gauss-Markov 模型, 利用轨道和梯度数据恢复重力场模型的误差方程表示为

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x} - \mathbf{y}_i, \quad (6)$$

其中  $i$  表示 SST(轨道数据)或 SGG(梯度数据),  $\mathbf{A}_i$  和  $\mathbf{y}_i$  分别表示第  $i$  类误差方程的设计矩阵和常数矩阵. 联合轨道数据和梯度数据恢复重力场模型时, 将两类法方程进行简单的等权叠加并不能得到最优的联合解, 主要是因为轨道数据对重力场的中长波敏感, 而梯度数据对中短波敏感, 也就是说轨道数据主要用于恢复重力场的低阶部分, 梯度数据用于恢复高阶部分; 因此联合求解时需要确定两类观测数据形成的法方程的最优权. 确定最优权的常用方法有方差分量估计法 (VCE) 和参数协方差法 (PCA) [29], 但由于 PCA 法仅使用了方差信息而忽略了观测值的残差信息, 因此 VCE 法比 PCA 法更

合理 [30]. 利用 SST 和 SGG 的观测方程可以得到联合法方程

$$\left( \sum_i w_i \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} = \sum_i w_i \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i, \quad (7)$$

$\mathbf{P}_i$  为第  $i$  类观测数据的权,  $w_i$  表示第  $i$  类观测数据形成的法方程的权, VCE 确定最优权的计算方法如下:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2},$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i - (\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i)^T \mathbf{x}}{n_i - m_i}, \quad (8)$$

$\sigma_i^2$  表示方差分量,  $n_i$  和  $m_i$  分别表示第  $i$  类观测数据的个数和估计的未知参数个数, 与文献 [20] 相比, (8) 式可以显著减少内存的开销. 考虑到基于 SGG 数据恢复模型的阶次较高, 法矩阵所需的内存空间较大, 因此本文并未采用文献 [20] 中将梯度张量的每一个分量都看成单独一类观测数据的方法, 而是将参与计算的梯度张量各个分量作等权处理, 将各单分量梯度数据形成的法方程矩阵等权叠加形成 SGG 法方程. 实际计算过程中, 方差分量的初值取为 1.0, 然后采用 (8) 式进行迭代计算, 直至结果趋近于某一常数.

GOCE 卫星轨道为近圆形太阳同步晨昏倾斜轨道, 轨道倾角约为  $96.7^\circ$ , 在两极附近各有约  $6.7^\circ$  的轨道覆盖空白区域, 采用最小二乘法解算时形成的法方程矩阵是病态的, 重力场模型的低次位系数受极空白影响较大, 需要进行正则化处理. 综合已有文献的研究成果, 本文采用 Kaula 正则化方法, 并基于恢复的大地水准面误差 RMS 最小的准则来确定最优正则化参数 [30,31].

### 2.4 数据及其处理

ESA(European Space Agency) 提供的 GOCE 观测数据一般含有粗差, 因此首先要剔除观测数据中的粗差, 本文采用 Grubbs 法和移动窗口阈值法组合进行粗差探测, 更具体的方法见文献 [11]; 由于梯度仪本身的缺陷, 无法在全频段进行高精度观测, 只能在 0.005—0.1 Hz 频段内的测量精度达到要求, 在频段外 (尤其是低频) 含有大量的噪声, 因此需要对梯度数据进行滤波处理. 本文采用有限脉冲带通数字滤波器 (FIR) 和“移去-恢复”法对梯度数据进行滤波处理, 具体过程如下: 1) 采用截断



至300阶次的EGM2008模型作为参考模型,模拟局部指北坐标系中的沿轨梯度张量,并将其转换至GRF中;2)利用沿轨梯度观测值减去模拟值,得到扰动梯度观测值;3)对扰动梯度观测值进行带通滤波;4)将滤波后的扰动梯度观测值加上模拟值,得到滤波后GRF中的沿轨梯度观测值.带通滤波的通带频率范围为0.005—0.1 Hz,采用1000阶的hanning窗函数,同时为了消除滤波产生的相位漂移,本文采用向前向后滤波方法<sup>[18]</sup>.对2011-06-09至2011-06-17的引力梯度观测值进行滤波处理,滤波前后的功率谱密度如图1所示,可以看出滤波后在有效频带内保留了观测信号,频带外的大部分噪声已被滤除.需要说明的是,采用“移去-恢复”法进行滤波处理后的数据反演的重力场模型的信号在长波部分与参考模型较为接近,但是梯度数据主要用于恢复中短波重力场信号,而长波部分采用轨道数据恢复,因此先验重力场模型的影响不会太明显.

利用轨道数据恢复重力场时,卫星受到的保守力可以采用先验模型计算(见表1).GOCE卫星采用无阻力推进系统对非保守力进行补偿,但是只对卫星沿轨方向进行补偿,并且由于其他多种因素的影响,不能完全补偿掉非保守力,还存在微小的残

差.残差加速度可以采用GOCE卫星梯度仪获取的共模加速度得到,但共模加速度含有大量的有色噪声,需要对其进行滤波和校正处理,并且经过补偿后残差加速度本身就已经较小,因此本文采用部分学者的做法,利用经验加速度吸收残差加速度<sup>[22,23]</sup>:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}_{NC} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \cdot \sin \nu + \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix} \cdot \cos \nu, \quad (9)$$

其中 $(f_x, f_y, f_z)$ 表示GOCE卫星在三个方向受到的非保守力, $(a_x, a_y, a_z)$ 和 $(b_x, b_y, b_z, c_x, c_y, c_z)$ 分别表示加速度的偏差和振幅参数; $\nu$ 表示真近点角,本文采用 $\nu = 2\pi t/T$ , $T = 5400$  s表示GOCE卫星绕地球旋转运动的周期,需要注意的是(9)式只有在局部轨道坐标系中才成立,使用时需要将其转换至惯性系中;最后采用Helmert-Wolf参数估计方法建立轨道数据的误差方程,并利用消局部参数的最小二乘法建立法方程.

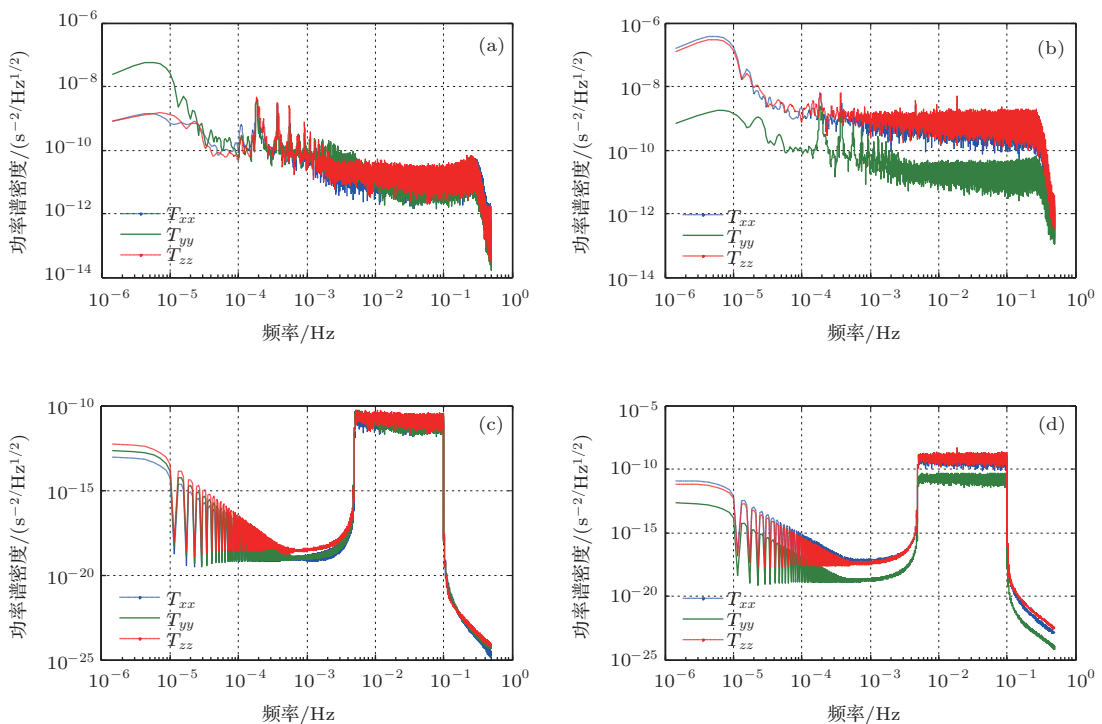


图1 (网刊彩色) 梯度数据滤波前后的功率谱密度对比

表1 保守力模型

| 名称      | 模型       |
|---------|----------|
| $N$ 体摄动 | DE405    |
| 固体潮     | IERS2010 |
| 海潮      | FES2004  |
| 固体极潮    | IERS2010 |
| 海极潮     | IERS2010 |
| 相对论效应   | IERS2010 |

### 3 结果及分析

本文利用 2011-02-28 至 2012-03-05 共 12 个月的 GOCE 观测数据, 基于前述原理恢复了 210 阶次的重力场模型 SWJTU-GO01S, 计算工作在 Intel Core i7-3930K 六核 12 线程的计算机上进行, 主频为 3.20 GHz, 内存为 40 G; 采用 Intel Fortran Compiler XE 13.1 编译器和 MKL 11.0(Math Kernel Library) 数学函数库, 并利用 OpenMP 对程序进行并行化处理. 恢复重力场模型时, 本文将 12 个月的数据分为若干弧段, 然后将每个弧段形成的法方程累加后求解位系数, 这样可以减少内存的开销. 根据试验分析, 短弧积分法的最佳弧长选择 20 min, 多项式阶数选择 9 阶; 梯度数据按 GOCE 卫星的每个运行周期(约为 5400 s) 形成一个法方程并累加.

利用实测数据分析发现, 轨道数据可有效恢复至 150 阶次, 但很难恢复超过 150 阶次的重力场模型<sup>[25]</sup>, 为了避免阶次过低而导致截断误差增大, 本文利用轨道数据恢复至 150 阶次; 由于 GOCE 梯度仪只能高精度测量  $V_{xx}$ ,  $V_{yy}$ ,  $V_{zz}$  和  $V_{xz}$  四个分量, 因此本文只采用四个高精度梯度分量参与计算, 对四个分量分别得到的法方程作等权处理恢复 210 阶次的梯度重力场模型. 采用 VCE 方法经过四次迭代即得到联合轨道和梯度数据恢复重力场模型的最优权, 最优权的比值为  $w_{SGG}/w_{SST} = 5 \times 10^{17}$ , 由于极空白主要影响重力场模型的低次部分, 本文采用 Kaula 正则化方法进行正则化处理, 最优正则化参数为  $1 \times 10^6$ .

#### 3.1 GOCE 重力场模型

由于 EGM2008 模型采用多种观测数据反演得到, 在全球范围内具有较高的精度, 本文采用 EGM2008 作为参考模型, 将本文恢复的模型与

欧空局公布的 GOCE 模型(这里选择第二代模型 DIR-R2, SPW-R2 和 TIM-R2, 主要是因为第二代以后的部分模型联合了其他卫星数据, 而本文恢复的模型仅仅采用 GOCE 观测数据) 以及 GRACE 模型(ITG-GRACE2010S) 进行对比分析, 各模型相对于 EGM2008 的大地水准面误差如图 2 所示; 需要注意的是, 由于各模型采用的永久潮汐系统不一致, 导致  $C_{20}$  项差别较大, 因此需要将各模型的潮汐系统统一后才能进行比较, 各潮汐系统之间的具体转换方法可参见文献<sup>[32]</sup>.

由图 2 可知, 本文恢复的模型 SWJTU-GO01S 在 110 阶以前优于第二代时域法和空域法结果, 但与直接法结果相比还有差距, 这主要是由于 DIR-R2 模型采用基于 ITG-GRACE2010s 的球冠谱正则化方法, 在 110 阶以前更接近 ITG-GRACE2010s 模型的精度, 而 SWJTU-GO01S 模型采用 Kaula 正则化, 未采用任何先验信息, 因此在 110 阶以前的精度低于 DIR-R2; 在 170 阶以后 SWJTU-GO01S 的精度优于第二代的三种模型的精度, 主要是由于 SWJTU-GO01S 模型采用的观测数据量较大, 同时也反映出本文对梯度数据的滤波处理达到了预期要求, 从包含大量噪声的梯度观测数据中有效提取了重力场信号. 相比于 ITG-GRACE2010s 来说, SWJTU-GO01S 模型在 110 阶以前的精度较差, 这也是所有基于 GOCE 数据恢复模型的一个共同现象, 反映出的基本事实即星间距离变率数据比轨道数据更对重力场的中长波信号敏感. 同时可以看出, 基于 GOCE 数据恢复的重力场模型在 150 阶以后的精度优于 ITG-GRACE2010s 模型的精度, 其原因主要是由于梯度数据对重力场的中短波信号更敏感, 而星间距离(变率) 数据对重力场的中长波信号敏感, 在 110 阶次至 150 阶次之间, GOCE 模型的精度和 GRACE 模型的精度相当, 这说明梯度数据和星间距离(变率) 数据对这个频段的重力场信号的探测能力相当, 星间距离(变率) 数据在 110 阶以前占优, 而梯度数据在 150 阶以后占优. 由于参与比较的模型最大阶次不一样, 相互对比时将高阶次的模型截断至低阶次, 这样就无法真实的比较各模型之间的真实精度关系, 根据 Tsoulis 建议<sup>[33]</sup>, 采用大地水准面累计误差可以更全面评价本文恢复模型的精度(如图 3), 与 ESA 官方模型相比, 在 15 阶以后 SWJTU-GO01S 的累计大地水准面误差优于时域法和空域法结果, 但各 GOCE 重力场模型

的精度总体差异并不大, 210阶时差异在 2 cm 左右, 在 150 阶以后的精度优于 GRACE 模型的精度, 说明 GOCE 梯度数据在探测中短波重力场信号的优

势. 综合来看, SWJTU-GO01S 模型在 210 阶次的大地水准面误差和累积误差分别为 2.1 cm 和 13.7 cm, 优于欧空局公布的第二代官方模型的精度.

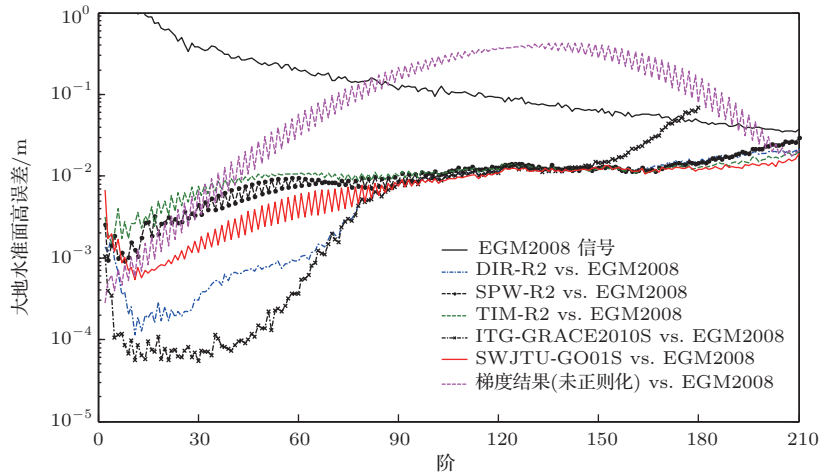


图2 (网刊彩色) 大地水准面误差比较

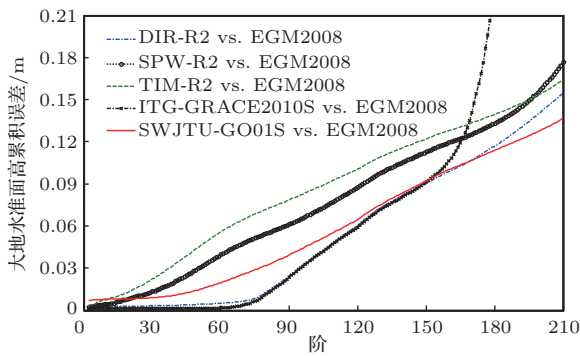


图3 (网刊彩色) 大地水准面累积误差比较

为了对 SWJTU-GO01S 模型进行更全面的分析, 采用 2011 年的北美 GPS 水准网观测数据对

SWJTU-GO01S 模型进行外部检核, 该 GPS 水准网共计 25251 个观测数据, 其中美国 24003 个数据、加拿大 574 个数据、墨西哥 674 个数据. 表 2 反映了各模型计算的大地水准面高与 GPS 水准数据比较的统计结果, 除了 ITG-Grace2010s 最大 180 阶次, 其余各模型均截断至 210 阶次. 可以看出, 各模型的系统偏差都比较大, GRACE 模型精度整体而言比 GOCE 模型的精度较差, 一方面是由于 ITG-Grace2010s 模型的最大阶次为 180, 而其他模型为 210 阶次, 因此存在信号遗漏误差, 另一方面是由于 GRACE 模型在高阶部分的精度较差; 各 GOCE 模型相互比较来看, 各模型在不同的地区精度各有优劣, 但总体而言差别都不大.

表 2 各模型的外符合精度比较 (单位: m)

| 模型             | 美国 GPS 水准网 |        | 加拿大 GPS 水准网 |        | 墨西哥 GPS 水准网 |        |
|----------------|------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|
|                | 平均值        | 标准差    | 平均值         | 标准差    | 平均值         | 标准差    |
| ITG-Grace2010s | 0.2250     | 0.7833 | 1.1110      | 0.7579 | -0.5672     | 0.8602 |
| DIR_R2         | 0.2300     | 0.7118 | 1.0587      | 0.7071 | -0.5735     | 0.7141 |
| SPW_R2         | 0.2285     | 0.7162 | 1.0714      | 0.7145 | -0.5923     | 0.7267 |
| TIM_R2         | 0.2324     | 0.7122 | 1.0626      | 0.7096 | -0.5820     | 0.7065 |
| SWJTU-GO01S    | 0.2296     | 0.7087 | 1.0537      | 0.7037 | -0.6029     | 0.7035 |

由于 ITG-Grace2010s 模型的最大阶次不足 210 阶次, 为了进一步比较各模型的外符合精度, 将各模型的最大阶次分别截断至某一阶次 (这里选择 150 阶次至 210 阶次, 按 10 阶次为步长进行计算),

各模型截断至某一阶次计算的大地水准面高与 GPS 水准观测数据的标准差如图 4 所示. 可以看出, 在 160 阶以后 ITG-Grace2010s 模型的精度比 GOCE 模型的精度差, 而 160 阶次左右开始 ITG-

Grace2010s模型的累计误差也开始超过GOCE模型(如图3所示),这说明梯度数据对获取高阶重力场信号的能力比较明显;对于GOCE模型来说,各模型之间的差异较小,并且随着阶次的增加,截断误差不断减小。

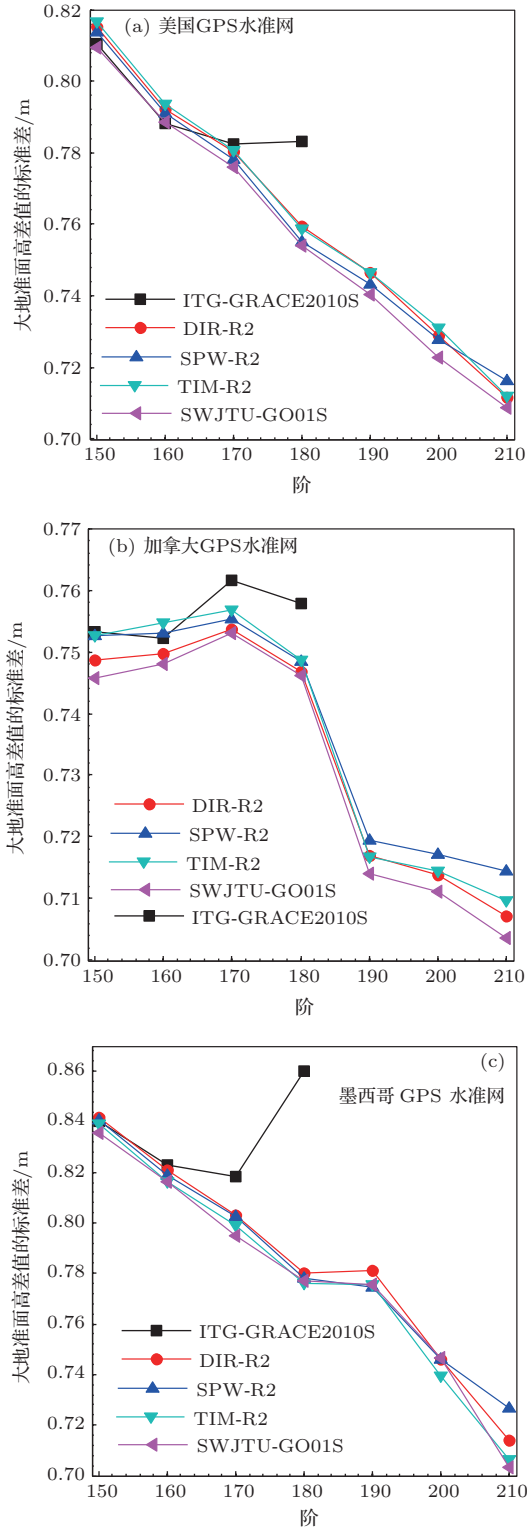


图4 (网刊彩色) 各模型截断至不同阶次的外符合精度比较(单位: m)

## 4 结论

本文利用七个月的GOCE轨道和梯度观测数据,基于直接最小二乘法恢复了210阶次的重力场模型SWJTU-GO01S.采用零相位的有限脉冲带通数字滤波器对梯度数据进行滤波处理,避免对设计矩阵进行滤波,通带频率为0.005—0.1 Hz,并在GRF中直接建立梯度数据观测方程,轨道数据采用短弧积分法处理,联合解的最优权采用方差分量估计迭代确定,Kuala正则化方法用于处理观测数据的极空白问题。

利用EGM2008模型和北美地区的GPS水准观测数据,对SWJTU-GO01S模型进行内外符合精度比较可知,与欧空局公布的第二代官方模型相比,SWJTU-GO01S模型在170阶以后优于公布的模型,在110以前低于直接法模型的精度而优于时域法和空域法的精度,在150阶以后优于GRACE模型的精度,这说明本文对梯度数据的滤波处理达到了预期要求,从含有大量噪声的梯度观测数据中提取了有效的重力信号;SWJTU-GO01S模型在210阶次的大地水准面误差和累积误差分别为2.1 cm和13.7 cm,整体来说优于第二代官方模型的精度. SWJTU-GO01S模型的低阶精度仍不够理想,这是由于轨道数据的特点决定的,本文的工作为联合GRACE和GOCE卫星以及其他数据高精度反演全频段的重力场模型奠定了基础。

感谢欧空局(ESA)提供GOCE观测数据,感谢美国国家大地测量局(NGS)提供的北美地区GPS水准观测数据,感谢万晓云博士对本文提出的宝贵意见。

## 参考文献

- [1] Drinkwater M R, Floberghagen R, Haagmans R, Muzi D, Popescu A 2003 *Earth Gravity Field from Space—from Sensors to Earth Sciences* (Berlin: Springer Netherlands) p419
- [2] Garcia R F, Bruinsma S, Lognonné P, Doornbos E, Cachoux F 2013 *Geophys. Res. Lett.* **40** 1
- [3] Pail R, Bruinsma S, Migliaccio F, Förste C, Goiginger H, Schuh W D, Höck E, Reguzzoni M, Brockmann J M, Abrikosov O, Veicherts M, Fecher T, Mayrhofer R, Krasbutter I, Sansò F, Tscherning C C 2011 *J. Geod.* **85** 819



- [4] Haines K, Johannessen A J, Knudsen P, Lea D, Rio M H, Bertino L, Davidson F, Hernandez F 2011 *Ocean Sci.* **7** 151
- [5] Bingham R J, Knudsen P, Andersen O, Pail R 2011 *Geophys. Res. Lett.* **38** L01606
- [6] Zheng W, Xu H Z, Zhong M, Liu C S, Yun M J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 049101
- [7] Zheng W, Xu H Z, Zhong M, Liu C S, Yun M J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 109101
- [8] Bruinsma S L, Marty J C, Balmino G, Biancale R, Förste C, Abrikosov O, Neumayer H 2010 Proceedings of the ESA Living Planet Symposium Bergen, Norway, June 27–July 2, 2010 p1
- [9] Pail R, Goiginger H, Mayrhofer R, Schuh W D, Brockmann J M, Krasbutter I, Höck E, Fecher T 2010 Proceedings of the ESA Living Planet Symposium Bergen, Norway, June 27–July 2, 2010 p978
- [10] Migliaccio F M, Reguzzoni M, Sanso F, Tscherning C C, Veicherts M 2010 Proceedings of the ESA Living Planet Symposium Bergen, Norway, June 27–July 2, 2010 p987
- [11] Kern M, Preimesberger T, Allesch M, Pail R, Bouman J, Koop R 2005 *J. Geod.* **78** 509
- [12] Wan X Y, Yu J H, Zeng Y Y 2012 *Chinese J. Geophys.* **55** 2909 (in Chinese)[万晓云, 于锦海, 曾艳艳 2012 地球物理学报 **55** 2909]
- [13] Kusche J, Klees R 2002 *J. Geod.* **76** 359
- [14] Ditmar P, Kusche J, Klees R 2003 *J. Geod.* **77** 465
- [15] Koch K R, Kusche J 2002 *J. Geod.* **76** 259
- [16] Ditmar P, Visser P, Klees R 2003 *Advances in Geosciences* **1** 87
- [17] Bruinsma S L, Förste C, Abrikosov O, Marty J C, Rio M H, Mulet S, Bonvalot S 2013 *Geophys. Res. Lett.* **40** 3607
- [18] Yu J H, Wan X Y 2012 *Sci. China Earth Sci.* **56** 1193
- [19] Farahani H H, Ditmar P, Klees R, Liu X, Zhao Q, Guo J 2013 *J. Geod.* **87** 843
- [20] Yi W 2012 *Adv. Space Res.* **50** 371
- [21] Pail R, Goiginger H, Schuh W D, Höck E, Brockmann J M, Fecher T, Gruber T, Mayer-Gürr T, Kusche J, Jäggi A, Rieser D 2010 *Geophys. Res. Lett.* **37** L 20314
- [22] Yi W 2011 *Ph. D. Dissertation* (München: Technische Universität München)
- [23] You W 2011 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: Southwest Jiaotong University) (in Chinese) [游为 2011 博士学位论文(成都: 西南交通大学)]
- [24] Baur O, Reubelt T, Weigelt M, Roth M, Sneeuw N 2012 *Adv. Space Res.* **50** 385
- [25] Mayer-Gürr T 2006 *Ph. D. Dissertation* (Bonn: Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn)
- [26] EGG-C <https://earth.esa.int/web/guest/missions/esa-operational-eo-missions/goce> [2013-11-12]
- [27] Petrovskaya M S, Vershkov A N 2006 *J. Geod.* **80** 117
- [28] Fuchs M J, Bouman J 2011 *Geophys. J. Int.* **187** 743
- [29] Kusche J 2003 *Advances in Geosciences* **1** 81
- [30] Zhong B 2010 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Wuhan University) (in Chinese) [钟波 2010 博士学位论文(武汉: 武汉大学)]
- [31] Koch K R, Brockmann J M, Schuh W D 2012 *J. Geod.* **86** 647
- [32] Tsoulis D, Patlakis K 2013 *Rev. Geophys.* **51** 186
- [33] Tsoulis D, Patlakis K 2013 *Surv. Geophys.* **34** 375



# Gravity field model calculated by using the GOCE data\*

Su Yong<sup>†</sup> Fan Dong-Ming You Wei

(School of Geoscience and Environment Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China)

( Received 27 November 2013; revised manuscript received 13 January 2014 )

## Abstract

Global static gravitational field determined by GOCE satellite data has become a hotspot in current research of geodesy. In this paper, a global static gravity field model entitled SWJTU-GO01S up to the degree and order 210 is recovered based on 12 months of GOCE orbit and gradient data from 2011-02-28 to 2012-03-05 with direct approach. GOCE gradient data are filtered by the zero phase finite impulse band-pass digital filter, and then a gradient observation equation is founded directly in gradiometer coordinates, which avoids high-accuracy gradient component loss in accuracy in the conversion process, while the orbit data is processed with short-arc integral approach. The optimal weight of combination result based on SST and SGG data is determined by variance component estimation and the polar gaps is dealt with the Kuala regularization method. Comparison of internal and external precision of SWJTU-GO01S with EGM2008 and with GPS leveling data of North America, shows that the geoid error and cumulative error of the SWJTU-GO01S model with the degree and order 210 are 2.1 cm and 13.7 cm respectively. Compared with the second generation models released by ESA and ITG-GRACE2010S, the accuracy of the model SWJTU-GO01S is higher than that of the model ITG-GRACE2010S and ESA official time-wise and space-wise model in the above degree and order 150. This study provides a reference to further joint multi-class satellite observation data to recover gravity field models.

**Keywords:** gravity field and steady-state ocean circulation explorer satellite, gravity field model, variance component estimation, regularization

**PACS:** 91.10.-v, 91.10.Qm, 91.10.Fc, 91.30.Ab

**DOI:** [10.7498/aps.63.099101](https://doi.org/10.7498/aps.63.099101)

---

\* Project supported by the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 2012018412006), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant Nos. SWJTU10ZT02 and SWJTU12BR012), and the Doctoral Innovation Funds of Southwest Jiaotong University.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [suyongme@foxmail.com](mailto:suyongme@foxmail.com)