

利用冷原子系综制备窄线宽三光子频率纠缠态*

刘瑞 於亚飞 张智明†

(华南师范大学, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室(信息光电子科技学院),
广东省量子调控工程与材料重点实验室, 广州 510006)
(2014年1月20日收到; 2014年3月1日收到修改稿)

从理论上提出了一种制备窄线宽三光子频率纠缠态的实验方案, 该三光子纠缠态利用在两个冷原子系综中的四波混频和电磁诱导透明来产生. 利用二阶微扰理论完成了相关计算, 并通过分析光子符合计数, 研究了该三光子纠缠态的特性, 证明其具有类似于离散变量三粒子W态的基本性质, 并具有光子反群聚效应.

关键词: 窄线宽三光子频率纠缠态, 冷原子系综, 四波混频, 电磁诱导透明**PACS:** 42.50.-p, 42.50.Ct, 42.50.Gy, 03.67.Bg**DOI:** 10.7498/aps.63.144203

1 引言

多粒子纠缠态在探索量子理论的基本原理过程中扮演着重要的角色, 并且在量子信息处理、量子通信等领域有着重要的应用. 人们熟知的离散变量三粒子纠缠态有W态和Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态. 其中W态较GHZ态具有更强的抗退相干性, 其原因在于当W态中损失一个量子比特时, 另外两个量子比特仍处于纠缠态^[1,2]. 近年来, 连续变量(CV)多粒子纠缠态越来越多地应用在量子通信等领域中^[3,4]. 另一方面, 基于量子中继器的远距离量子通信^[5]要求能有效地对量子信息进行存储和提取^[6], 这使得窄线宽纠缠光子成为近年来研究的热门课题^[3]. 传统的自发参量下转换(SPDC)^[7-9]方法获得的纠缠光子由于相干时间过短而不能直接被应用. 因此, 利用双- Λ 型四能级系统中具有拉曼增强的四波混频过程产生纠缠光子的方法^[10,11]受到了许多研究者的青睐. 斯坦福大学Harris研究组采用这种方法得到了窄线宽的纠缠光子对(0.75 MHz)^[12]; 香港科技大学杜胜望研究组在产生窄线宽纠缠光子对的基础上, 进一步实现了对双光子波形的任意调制, 从

而衍生出更多的应用^[13-17].

本文从理论上提出了一种制备窄线宽三光子频率纠缠态的实验方案, 该三光子纠缠态利用在两个冷原子系综中的四波混频和电磁诱导透明来产生. 为了提高光场与原子系综的非线性相互作用, 我们将原子系综置入高品质腔中^[18], 并利用激光冷却技术消除原子气体内部的多普勒展宽效应. 与以往实验不同的是, 将其中一束入射光改为较弱的具有高斯线型的探测光, 以此来产生频率纠缠的三光子态. 最后, 通过对此三光子频率纠缠态的符合计数的分析, 证明其具有类似离散型三光子W态的基本特性并具有光子反群聚的非经典效应.

本文组织结构如下: 第2节提出三光子频率纠缠态的制备方案, 第3节讨论和分析双光子符合计数与三光子符合计数; 第4节为结论, 指出了本文方案与以往方案的不同之处.

2 三光子频率纠缠态的制备方案

制备三光子频率纠缠态的基本原理如图1(a)所示. 实验中包含两个冷原子系综. 两束光(较弱的探测光 ω_p 和较强的控制光 ω_{c1})反向入射到第一

* 国家自然科学基金重大研究计划(批准号: 91121023)、国家自然科学基金(批准号: 61378012, 60978009)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20124407110009)、国家重点基础研究发展计划(批准号: 2011CBA00200, 2013CB921804)和教育部“长江学者和创新团队发展计划”(批准号: IRT1243)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zmzhang@scnu.edu.cn

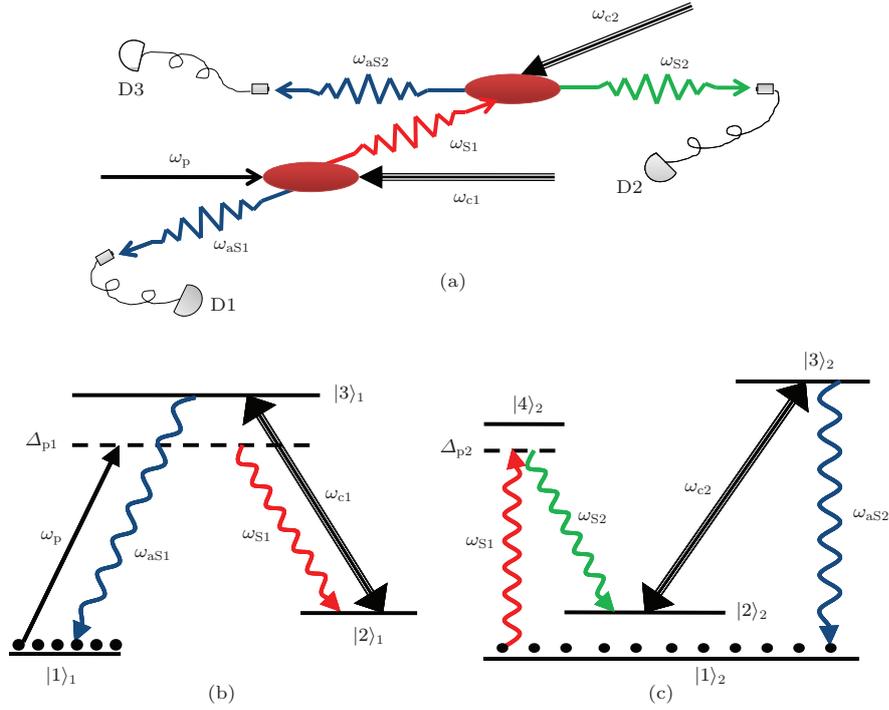


图1 (网刊彩色) (a) 实验原理图; (b) 和 (c) 分别为两个冷原子系综的能级示意图

个冷原子系综, 通过四波混频过程产生了一对纠缠光子(斯托克斯光子(ω_{S1})和反斯托克斯光子(ω_{aS1})), 让 ω_{S1} 光子继续作为探测光入射到第二个冷原子系综内, 并在反向入射另一束强控制光 ω_{S2} , 触发第二个原子系综发生四波混频过程, 并产生另一对纠缠的斯托克斯(ω_{S2})和反斯托克斯(ω_{aS2})光子. 整个系统产生的 ω_{aS1} , ω_{S2} 和 ω_{aS2} 光子构成本文中的频率纠缠三光子. 第一个原子系综的能级结构如图1(b)所示, 为 Λ 型三能级结构; 第二个原子系综的能级结构如图1(c)所示, 为双- Λ 型四能级结构. 其中, 控制光与 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 能级之间的跃迁共振, 探测光 ω_p 和 ω_{S1} 分别与它们对应的原子跃迁能级有 Δ_{pj} ($j = 1, 2$)的失谐量. 由于电磁诱导透明(EIT)中的慢光效应, 使得各系综中的反斯托克斯光子传播速度减慢^[19], 即在冷原子系综中, 反斯托克斯光子的速度均低于真空中的光速.

在相互作用绘景中, 两个四波混频过程的哈密顿量如下^[20]:

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \varepsilon_0 \int_{-L_1}^0 dz \chi_1^{(3)}(\omega_{aS1}) E_p^{(+)}(\omega_p) E_{c1}^{(+)}(\omega_{c1}) \\
 &\quad \times \hat{E}_{S1}^{(-)}(\omega_{S1}) \hat{E}_{aS1}^{(-)}(\omega_{aS1}) + \text{H.c.} \\
 H_2 &= \varepsilon_0 \int_{-L_2}^0 dz \chi_2^{(3)}(\omega_{aS2}) \hat{E}_{S1}^{(+)}(\omega_{S1}) E_{c2}^{(+)}(\omega_{c2}) \\
 &\quad \times \hat{E}_{S2}^{(-)}(\omega_{S2}) \hat{E}_{aS2}^{(-)}(\omega_{aS2}) + \text{H.c.}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中, $\chi_j^{(3)}$ ($j = 1, 2$)为三阶非线性极化率, H.c.表

示厄米共轭. L_1 和 L_2 分别为原子样品的长度. 与通常情况下类似, 将探测光和两束耦合光做经典处理, 产生的两对斯托克斯和反斯托克斯光子进行量子化处理, 其场的表达式如下($j = 1, 2$):

$$\begin{aligned}
 E_p^{(+)} &= \int d\nu_p \tilde{E}_p(\nu_p) e^{i(k_p z - \nu_p t)} e^{-i\omega_p t}, \\
 E_{cj}^{(+)} &= E_{cj} e^{-i(k_{cj} z + \omega_{cj} t)}, \\
 \hat{E}_{Sj}^{(+)} &= \sum_{k_{Sj}} \varepsilon_{Sj} \hat{a}_{Sj} e^{i(k_{Sj} z - \omega_{Sj} t)}, \\
 \hat{E}_{aSj}^{(+)} &= \sum_{k_{aSj}} \varepsilon_{aSj} \hat{a}_{aSj} e^{-i(k_{aSj} z + \omega_{aSj} t)}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中, E_{cj} 为经典场的幅度, 并规定探测光的传播方向为 $+z$, 其余光束均与其共线(同向或反向)传播; ω_p 为探测光的中心频率, $\tilde{E}_p(\nu_p)$ 为其光谱线型;

$$\varepsilon_j = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_j}{2 \varepsilon_0 n_j^2 V_q}},$$

n_j 和 V_q 分别为折射率和量子化体积. 产生与湮灭算符满足以下对易关系,

$$[\hat{a}_j, \hat{a}_k^\dagger] = \delta_{jk}. \quad (3)$$

图1所示的三光子态的态矢量可由二阶微扰理论^[21,22]推导得出,

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \\
 &\quad \times \mathcal{T}[H_2(t_2)H_1(t_1)]|0\rangle, \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中, \mathcal{T} 为时序算符, $|0\rangle$ 为初始的真空态. 联立方程 (1)—(4) 并保留到二阶项, (4) 式可整理为如下形式:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle = & A \sum_{k_{S1}} \sum_{k_{aS1}} \sum_{k_{S2}} \sum_{k_{aS2}} \int d\nu_p \chi_1^{(3)}(\omega_{aS1}) \\
 & \times \chi_2^{(3)}(\omega_{aS2}) \tilde{E}_p(\nu_p) \\
 & \times \delta_1(\varpi_p + \nu_p + \omega_{c1} - \omega_{S1} - \omega_{aS1}) \\
 & \times \delta_2(\omega_{S1} + \omega_{c2} - \omega_{S2} - \omega_{aS2}) \Phi_1(\Delta k_1 L_1) \\
 & \times \Phi_2(\Delta k_2 L_2) \hat{a}_{aS1}^\dagger \hat{a}_{S2}^\dagger \hat{a}_{aS2}^\dagger |0\rangle, \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中, $\Phi_j(\Delta k_j L_j)$ ($j = 1, 2$) 称为纵向失谐函数,

$$\begin{aligned}
 \Phi_j(\Delta k_j L_j) &= \frac{1 - e^{-i\Delta k_j L_j}}{i\Delta k_j L_j} \\
 &= \text{sinc}\left(\frac{\Delta k_j L_j}{2}\right) e^{-i\Delta k_j L_j/2}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

其来自于积分过程中对冷原子样品的纵向长度从 $-L_j$ 到 0 的积分, 并携带四波混频过程中相位失配的动量关系 Δk_j ($j = 1, 2$). 在 (5) 式中, 两个狄拉克 δ 函数来自于稳态近似中对时间的积分, 同时它描述了四波混频过程中能量守恒的关系. 这里不同于文献 [20—22], (5) 式中仍包含有一个对探测场的频率积分. 事实上, 如果将纵向失谐函数 Φ 近似为狄拉克 δ 函数, 三粒子的纠缠态依然有效 [23], 这一结论直接导致系统可产生频率纠缠的三光子态. 与文献 [23, 24] 的处理方法类似, 可将波矢的失配量 Δk_j 在各波中心频率 ϖ_j 处做一阶泰勒展开, 其中 Δk_1 的展开形式为

$$\begin{aligned}
 \Delta k_1 &= k_p(\omega_{S1} + \omega_{aS1} - \omega_{c1}) - k_{c1}(\omega_{c1}) \\
 &\quad - k_{S1}(\omega_{S1}) + k_{aS1}(\omega_{aS1}) \\
 &= \left(\frac{1}{u_p} - \frac{1}{c}\right)(\omega_{S1} - \varpi_{S1}) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{u_p} + \frac{1}{u_{aS1}}\right)(\omega_{aS1} - \varpi_{aS1}) \\
 &= \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{u_p}\right)[\beta_1(\omega_{aS1} - \varpi_{aS1}) \\
 &\quad - (\omega_{S1} - \varpi_{S1})], \quad (7)
 \end{aligned}$$

其中引入了一个系数 β_1 , 考虑到 Stokes1 光的群速度可近似为光速 c , 有

$$\beta_1 = \frac{\frac{1}{u_p} + \frac{1}{u_{aS1}}}{\frac{1}{c} - \frac{1}{u_p}} \simeq -1 - \frac{u_p}{u_{aS1}}. \quad (8)$$

同理可由 Δk_2 的展开形式引入另一个系数 β_2

$$\beta_2 = \frac{\frac{1}{u_{S1}} + \frac{1}{u_{aS2}}}{\frac{1}{c} - \frac{1}{u_{S1}}} \simeq -1 - \frac{u_{S1}}{u_{aS2}}. \quad (9)$$

后文将对这两个系数做进一步讨论, 研究其对频率纠缠的三光子的影响. 在此之前, 我们继续对三光子态 (5) 式进行处理. 将 (6) 式代入 (5) 式, 并利用 (7)—(9) 式, 可得,

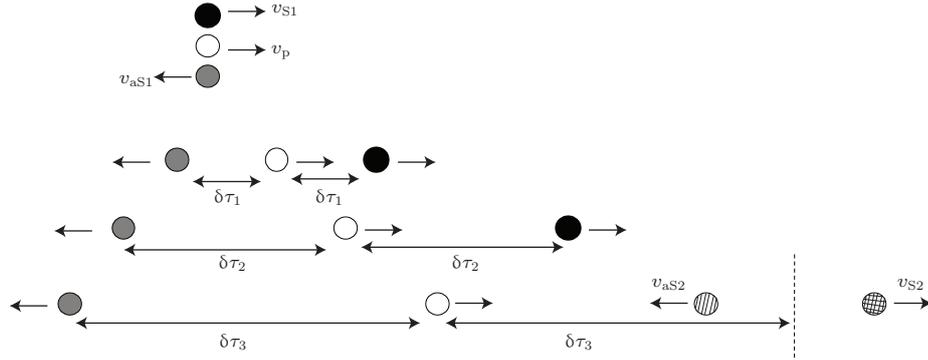
$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle = & A \int d\omega \tilde{E}_p[(\beta_1 + 1)\omega] \chi_1^{(3)}(\omega) \\
 & \times \chi_2^{(3)}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\omega\right) \hat{a}_{aS1}^\dagger(\omega + \varpi_{aS1}) \\
 & \times \hat{a}_{S2}^\dagger\left(\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_2 + 1}\omega + \varpi_{S2}\right) \\
 & \times \hat{a}_{aS2}^\dagger\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\omega + \varpi_{aS2}\right) |0\rangle, \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中 A 为常数. 从 (10) 式可以明显看出, 态函数是一个由探测光光谱线型 $\tilde{E}_p(\omega)$ 和三阶非线性极化率 $\chi_1^{(3)}(\omega)\chi_2^{(3)}(\omega)$ 构成的卷积形式, 这有别于文献 [20—22] 中频率不纠缠的结论. 态 (10) 不能进行因式分解, 因此是一个频率纠缠的三光子态.

在讨论符合计数测量之前, 我们先对参量 β_j ($j = 1, 2$) 做一些讨论. 设 t_j 是 j 场穿过原子样品所用的时间. 考虑一种简单的情况, 当 $\beta_1 = 1$ 时, 则有关系 $t_{aS1} - t_p = t_{S1} + t_p$, 这意味尽管 Stokes1 和 anti-Stokes1 光子是反向传播的, 但在原子系综中它们总是对称地位于探测光的两侧 [24]. 同时, 如果当 $\beta_2 = 1$ 时, 则有 $t_{aS1} - t_p = 1/2(t_{aS2} - t_{S2}) + t_p$, 即 anti-Stokes1 光子总是与 Stokes2 和 anti-Stokes2 光子的中心位置对称地分布在探测光子的两侧 (忽略 Stokes1 光子在光纤中的传播时间). 如图 2 所示, 当 $\beta_j = 1$ 时, anti-Stokes1, Stokes2 与 anti-Stokes2 光子不仅构成频率纠缠的三光子态, 而且在位置关系上对称地分布在探测光子两侧. 但一般情况下, $\beta_j \neq 1$ 时, 三光子仍具有频率纠缠的性质, 但不再呈现位置上的以探测光子为中心的对称分布形式. 值得一提的是, 当所有光束均同向传播时, 则 $\beta_j < 0$, 因此将观测不到空间分布具有一定关联的三光子频率纠缠态.

3 光子符合计数分析

通常情况下, 光场的时空相干特性通过光子符合计数实验观测 [11]. 在本节中, 我们依旧采用这一


 图2 当 $\beta_j = 1 (j = 1, 2)$ 时, 冷原子系综中三光子的空间位置关系

方法研究三光子以及其中任意两光子的时间相干性质. 通过理论分析, 可以对三光子态的非经典效应进行研究, 并得出其具有类似离散型三粒子 W 态特性的结论. 实验相关过程如图 1(a) 所示, 假设 ω_{aS1} 光子, ω_{S2} 光子和 ω_{aS2} 光子分别由探测器 D1, D2 和 D3 探测. 根据 Glauber 关于光的量子相干性理论, 平均三光子符合计数率为

$$R_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 \int_0^T dt_3 \langle \psi | \times E_1^{(-)}(\tau_1) E_2^{(-)}(\tau_2) E_3^{(-)}(\tau_3) E_3^{(+)}(\tau_3) \times E_2^{(+)}(\tau_2) E_1^{(+)}(\tau_1) | \psi \rangle. \quad (11)$$

双光子符合计数率为

$$R_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 \langle \psi | E_1^{(-)}(\tau_1) \times E_2^{(-)}(\tau_2) E_2^{(+)}(\tau_2) E_1^{(+)}(\tau_1) | \psi \rangle. \quad (12)$$

单光子符合计数率已于文献 [22] 中详细介绍, 本文将不再赘述. 在方程 (11) 和 (12) 中, $E_j^{(+)} (j = 1, 2, 3)$ 为第 j 个单光子探测器接收到的电磁场的正频部分, τ_j 和 t_j 分别为所产生的光子从原子样品中发出的时间和到达探测器的时间, 它们之间的关系满足 $\tau_j = t_j - l_j/c$, l_j 为传输光纤的长度, c 为光速. 利用 (10) 式和 (11) 式, 三光子符合计数率可进一步改写为

$$R_3 = |\langle 0 | E_3^{(+)}(\tau_3) E_2^{(+)}(\tau_2) E_1^{(+)}(\tau_1) | \psi \rangle|^2 = |A_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)|^2, \quad (13)$$

类似于文献 [20] 所述, 我们称 $A_3(\tau)$ 为三光子振幅或三光子波包. 同样, 双光子符合计数率可写成以下形式

$$R_2 = \sum_{k_3} |\langle 0 | \hat{a}_3(k_3) E_2^{(+)}(\tau_2) E_1^{(+)}(\tau_1) | \psi \rangle|^2 = \sum_{k_3} |A_2(\tau_1, \tau_2)|^2. \quad (14)$$

将三光子态 (10) 式代入 (13) 式中, 利用关系

$$\sum_{k_j} \rightarrow \frac{V_q^{1/3}}{2\pi} \int d\omega_j \frac{dk_j}{d\omega_j} = \frac{V_q^{1/3}}{2\pi} \int \frac{d\omega_j}{v_j},$$

可将 $A_{30}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ 整理为如下形式:

$$A_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = A_{30} \int d\omega \tilde{E}_p[(\beta_1 + 1)\omega] \chi_1^{(3)}(\omega) \chi_2^{(3)}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\omega\right) \times e^{-i\omega\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\tau_3 + \frac{\beta_1\beta_2}{\beta_2 + 1}\tau_2 + \tau_1\right)}, \quad (15)$$

其中 A_{30} 为常数. 接下来我们考虑三光子纠缠态 (10) 中任意两个光子的符合计数. 这里, 我们只对一种情况进行分析研究, 即只对 ω_{aS1} 光子和 ω_{aS2} 光子进行探测, 而不对 ω_{S2} 光子进行探测. 其余情况可根据以下推导过程得出类似的结论. 将 (10) 式代入 (14) 式中的 $A_2(\tau_2, \tau_3)$ 可得

$$A_2(\tau_2, \tau_3) = A_{20} \int d\omega \tilde{E}_p[(\beta_1 + 1)\omega] \chi_1^{(3)}(\omega) \chi_2^{(3)}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\omega\right) \times e^{-i\omega\left(\frac{\beta_1}{\beta_2 + 1}\tau_3 + \tau_1\right)}, \quad (16)$$

其中 A_{20} 为常数.

3.1 双光子符合计数

首先讨论对 ω_{aS1} 光子和 ω_{aS2} 光子的双光子符合计数率. 联立方程 (10), (14) 和 (16), 并代入 $\chi^{(3)}$ 的具体形式 [20], 此时, 只要已知探测光的光谱线型, 就可以得出双光子符合计数率 R_2 的表达式. 假设输入的探测场为高斯线型, 带宽为 σ , $\tilde{E}_p(\nu_p) = e^{-\nu_p^2/\sigma^2}$, 经过一些简单的代入运算, 可将 R_2 整理为如下形式:

$$R_2 = R_{20} e^{-2\gamma_{e2}\left(\tau_3 + \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1} \tau_1\right)} \left\{ 1 - 2 \cos \left[\Omega_{e2} \left(\tau_3 \right. \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\beta_2 + 1}{\beta_1} \tau_1 \right) - \alpha \Bigg\}. \quad (17)$$

在光学厚度较小的情况下, 双光子的时空相关性主要由非线性极化系数中的共振线宽决定^[20], R_2 的图样则主要由 $\chi_2^{(3)}$ 的具体形式决定. 从 (17) 式不难看出, R_2 是关于 τ_1 和 τ_3 两个时间的函数, 而事实上, 如果以探测到第一个光子的时刻为初始时刻, 则其中一个时间可从式中消去, R_2 仍然是以探测到两光子的时间差为自变量的关联函数, 这说明在此三光子态中存在任意两个粒子的部分纠缠, 而这正是三粒子 W 态的重要性质. 在 (17) 式中, γ_{e2} 和 Ω_{e2} 分别为第二个冷原子系综的有效退相位速率和有效 Rabi 频率. R_2 呈现出以 π/Ω_{e2} 为周期、以 $2\gamma_{e2}$ 为衰减速率的阻尼 Rabi 振荡形式^[11,20]. 常数相位 $\alpha = 4\Omega_{e2}\gamma_{e2}(1 + \beta_1)^2/\sigma^2$. 通过改变控制场的 Rabi 频率和探测脉冲的带宽, 可以改变 α 的取值范围. 与以往研究不同的是, 常数相位 α 的不同取值也会对符合计数率图样造成影响, 即通过对 α 的调制可实现光子由反群聚效应到群聚效应的改变. 以首先探测到 ω_{aS1} 光子为例, 即考虑 $R_2(\tau_1 = 0, \tau_3)$, 分别取 $\Omega_{e2} = 1.2\gamma_{e2}$, $\alpha = \pi/2$ (虚线) 和 $\Omega_{e2} = 1.2\gamma_{e2}$, $\alpha = 2\pi$ (实线), 可得图 3.

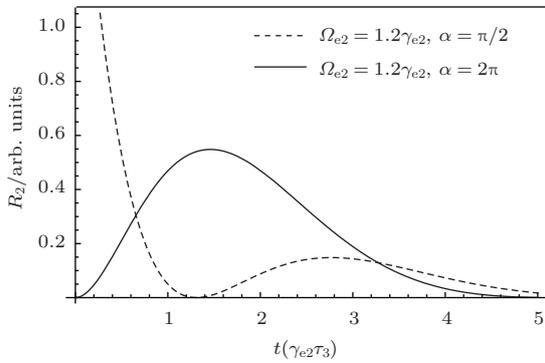


图3 双光子符合计数率 R_2

在光学厚度较大的情况下, 光子符合计数率的具体形式则主要由四波混频过程中的相位匹配关系决定, 而三阶非线性极化率可视为常数处理^[20]. 其波形接近于晶体中 SPDC 情况下的双光子波形^[23], 但在冷原子系综中可产生具有较长相干时间的纠缠光子对^[20].

3.2 三光子符合计数

接下来讨论三光子符合计数. 为了方便研究其非经典效应, 将由探测脉冲光谱线型 $\tilde{E}_p(\nu_p)$ 引入

的相位常数 α 调制为 2π , 与双光子处理方法类似, 联立方程 (10), (13) 和 (15), 则可将 R_3 改写为以下形式:

$$\begin{aligned} R_3 = & R_{30} \frac{1}{\Omega_{e1}} e^{-\gamma_{e1} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2+1} \tau_3 + \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_2+1} \tau_2 + \tau_1 \right)} \\ & \times \sin \left[\frac{\Omega_{e1}}{2} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2+1} \tau_3 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_2+1} \tau_2 + \tau_1 \right) - \alpha_1 \right] \\ & + R_{30} \frac{1}{\Omega_{e2}} \frac{\beta_1}{\beta_2+1} e^{-\gamma_{e2} \left(\tau_3 + \beta_2 \tau_2 + \frac{\beta_2+1}{\beta_1} \tau_1 \right)} \\ & \times \sin \left[\frac{\Omega_{e2}}{2} \left(\tau_3 + \beta_2 \tau_2 + \frac{\beta_2+1}{\beta_1} \tau_1 \right) \right. \\ & \left. + \alpha_2 \right], \end{aligned} \quad (18)$$

其中 R_{30} 为常数, 以及

$$\begin{aligned} \tan \alpha_1 &= \frac{4\beta^2 \Omega_{e1} \gamma_{e1} - 4\beta \Omega_{e1} \gamma_{e2}}{\beta^2 \Omega_{e1}^2 - \Omega_{e2}^2 - 4\beta^2 \gamma_{e1}^2 - 4\gamma_{e2}^2 + 8\beta \gamma_{e1} \gamma_{e2}} \\ \tan \alpha_2 &= \frac{4\beta \Omega_{e2} \gamma_{e1} - 4\Omega_{e2} \gamma_{e2}}{-\beta^2 \Omega_{e1}^2 + \Omega_{e2}^2 - 4\beta^2 \gamma_{e1}^2 - 4\gamma_{e2}^2 + 8\beta \gamma_{e1} \gamma_{e2}}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\beta = \beta_1/(\beta_2 + 1)$. 类似地, 假设探测器 D1 首先探测到 ω_{aS1} 光子, 并记该时刻为初始时刻, 即考虑 $R_3(\tau_1 = 0, \tau_2, \tau_3)$. 在光学厚度较小的情况下, R_3 的波形由两个原子系综的三阶非线性极化率的具体形式^[22] 共同决定. 取 $\Omega_{e1} = 1.2\gamma_{e1}$, $\gamma_{e2} = 1.2\gamma_{e1}$, $\Omega_{e2} = 1.2\gamma_{e2}$, R_3 的图像如图 4 所示. 从图中可明显看出三光子呈现反群聚效应, 并具有较长的相干时间, 可形成窄带宽的类 W 型三光子纠缠态.

在实验中, 需要第一个冷原子系综所产生的 Stokes 光子的频率 ω_{S1} 接近第二个冷原子系综的 $|1\rangle_2 \rightarrow |4\rangle_2$ 的跃迁频率, 为此建议第一个冷原子系综选择 ^{87}Rb 原子, 第二个冷原子系综选取 ^{85}Rb 原子^[22]. 现就此点稍做说明: 第一个冷原子系综选取 ^{87}Rb 原子, 相关的三个能级选取如下, $|1\rangle_1 = |5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$, $|2\rangle_1 = |5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$, $|3\rangle_1 = |5^2P_{1/2}, F = 2\rangle$. 第二个冷原子系综选取 ^{85}Rb 原子, 相关的四个能级选取如下, $|1\rangle_2 = |5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$, $|2\rangle_2 = |5^2S_{1/2}, F = 3\rangle$, $|3\rangle_2 = |5^2P_{1/2}, F = 3\rangle$, $|4\rangle_2 = |5^2P_{1/2}, F = 2\rangle$. 我们经过计算发现, 第一个冷原子系综 $|3\rangle_1 \rightarrow |2\rangle_1$

跃迁所产生的 Stokes 光子的频率 ω_{S1} 的确接近于第二个冷原子系综 $|1\rangle_2 \rightarrow |4\rangle_2$ 跃迁的频率.

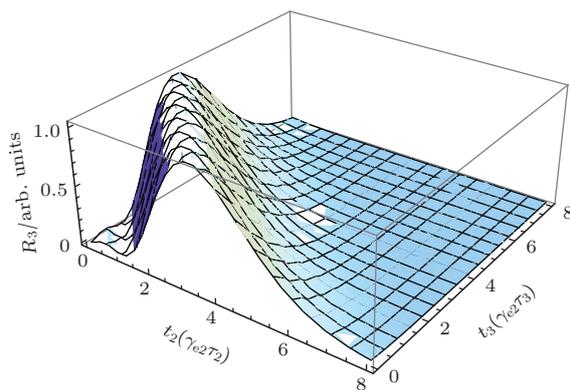


图4 (网刊彩色) 三光子符合计数率 R_3

4 结 论

本文提出了一种制备窄线宽三光子频率纠缠态的实验方案. 在两个冷原子系综中, 利用四波混频和电磁诱导透明产生两对斯托克斯和反斯托克斯光子, 并将第一个原子系综产生的斯托克斯光子 ω_{S1} 入射到第二个原子系综, 以产生由 ω_{aS1} , ω_{S2} 和 ω_{aS2} 光子构成的三光子频率纠缠态. 本文方案与以往方案不同的是: 1) 将原来实验中入射到冷原子系综的一束强抽运光改为较弱的具有高斯线型的探测光; 2) 通过改变控制场的 Rabi 频率和探测脉冲的带宽, 可以改变相位 α 的取值范围, 从而可调控符合计数图样, 可实现光子由群聚效应到反群聚效应的改变; 3) 三光子纠缠态 (10) 式仍包含一个对探测场频率的积分, 并且和三阶非线性极化率 $\chi_1^{(3)}(\omega)(\chi_2^{(3)}(\omega))$ 构成卷积形式, 这将直接影响到三光子波形, 这有别于文献 [20—22] 中频率不纠缠的情况. 此外, 我们还发现此三光子纠缠态具有类似于离散变量三粒子 W 态的基本性质.

参考文献

[1] Cabello A 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032108
 [2] Dür W, Vidal G, Cirac J I 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314

[3] Zhai Z H, Li Y M, Wang S K, Guo J, Zhang T C, Gao J R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2716 (in Chinese) [翟泽辉, 李永明, 王少凯, 郭娟, 张天才, 郇江瑞 2005 物理学报 **54** 2716]
 [4] Li F L, Li H R, Zhang J X, Zhu S Y 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 14
 [5] Duan L M, Lukin M D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Nature* **414** 413
 [6] Zhou S Y, Zhang S C, Liu C, Chen J F, Wen J M, Loy M M T, Wong G K L, Du S W 2012 *Opt. Express* **20** 24124
 [7] Rubín M H, Klyshko D N, Shih Y H, Sergienko A V 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5122
 [8] Sun L Q, Zhang Y P, Liu Y F, Tang T T, Yang Z J, Xiang S M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 724 (in Chinese) [孙利群, 张彦鹏, 刘亚芳, 唐天同, 杨照金, 向世明 2000 物理学报 **49** 724]
 [9] Sun L Q, Wang J, Tian Q, Zhang Y P, Tang T T 2000 *Physics* **29** 727 (in Chinese) [孙利群, 王佳, 田芊, 张彦鹏, 唐天同 2000 物理 **29** 727]
 [10] Kolchin P, Du S W, Belthangady C, Yin G Y, Harris S E 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 113602
 [11] Balic V, Braje D A, Kolchin P, Yin G Y, Harris S E 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 183601
 [12] Du S W, Kolchin P, Belthangady C, Yin G Y, Harris S E 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 183603
 [13] Liu C, Chen J F, Zhang S, Zhou S, Kim Y H, Loy M M T, Wong G K L, Du S W 2012 *Phys. Rev. A* **85** 021803(R)
 [14] Yan H, Zhang S, Chen J F, Loy M M T, Wong G K L, Du S W 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 033601
 [15] Chen J F, Zhang S, Yan H, Loy M M T, Wong G K L, Du S W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 183604
 [16] Du S W, Wen J M, Belthangady C 2009 *Phys. Rev. A* **79** 043811
 [17] Zhang S, Chen J F, Liu C, Loy M M T, Wong G K L, Du S W 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 243602
 [18] Di K, Zhang J 2003 *Chin. Phys. B* **22** 094205
 [19] Harris H E 1997 *Phys. Today* **50** 36
 [20] Du S W, Wen J M, Rubín M H 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** C98
 [21] Wen J M, Rubín M H 2006 *Phys. Rev. A* **74** 023808
 [22] Wen J M, Oh E, Du S W 2010 *J. Opt. Soc. Am. B* **27** A11
 [23] Giovannetti V, Maccone L, Shapiro J H, Wong F N C 2002 *Phys. Rev. A* **66** 043813
 [24] Yun S J, Wen J M, Xu P, Xiao M, Zhu S N 2010 *Phys. Rev. A* **82** 063830

Generation of narrowband triphoton frequency-entangled states via cold-atom ensembles*

Liu Rui Yu Ya-Fei Zhang Zhi-Ming[†]

(Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices (SIPSE), Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Materials, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

(Received 20 January 2014; revised manuscript received 1 March 2014)

Abstract

We propose a scheme for the generation of narrowband triphoton frequency-entangled states. This scheme uses the four-wave mixing and the electromagnetically induced transparency in two cold-atom ensembles. By using the second-order perturbation theory, some relevant calculations are performed. By analyzing the coincidence-counting rate, we study the correlation and nonclassical properties of these states, and find that they have a similar feature to that of the discrete-variable W state, and can show the antibunching effect.

Keywords: narrowband triphoton entangled state, cold-atom ensemble, four-wave mixing, electromagnetically induced transparency

PACS: 42.50.-p, 42.50.Ct, 42.50.Gy, 03.67.Bg

DOI: 10.7498/aps.63.144203

* Project supported by the Major Research Plan of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 91121023), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61378012, 60978009), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20124407110009), the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CBA00200, 2013CB921804), and the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University, China (Grant No. IRT1243).

[†] Corresponding author. E-mail: zmzhang@scnu.edu.cn