

# 颗粒滚动摩擦系数对堆积特性的影响\*

韩燕龙<sup>1)</sup> 贾富国<sup>1)†</sup> 唐玉荣<sup>2)</sup> 刘扬<sup>1)</sup> 张强<sup>1)</sup>

1) (东北农业大学工程学院, 哈尔滨 150030)

2) (塔里木大学机械电气化工程学院, 阿拉尔 843300)

(2014年1月17日收到; 2014年2月18日收到修改稿)

为探讨颗粒摩擦系数对堆积特性的影响, 利用离散单元法, 模拟静摩擦系数固定时, 变化滚动摩擦系数对椭球形颗粒堆积角及堆积体的影响. 利用自制斜面仪测定了颗粒静摩擦系数, 并对滚动摩擦系数与堆积角建立线性方程. 结果表明, 滚动摩擦系数对颗粒堆积特性有显著影响, 颗粒堆积角随滚动摩擦系数增大而增大, 边界圆与连续圆间的间隙随滚动摩擦系数增大而减小. 依据颗粒堆积过程中旋转动能的变化可以阐述上述结果, 建立的滚动摩擦系数与堆积角的线性方程可为具体颗粒物料滚动摩擦系数的获取提供数值测量思路. 模拟堆积的过程可为散体物料一些不易测量的参数进行虚拟实验标定.

**关键词:** 滚动摩擦系数, 颗粒堆积, 离散元, 模拟

**PACS:** 45.70.Cc, 02.60.Cb, 83.80.Fg

**DOI:** 10.7498/aps.63.174501

## 1 引言

对颗粒系统的研究已经成为当前国际上的研究热点, 具有重要的科学意义和工程应用价值<sup>[1]</sup>. 因颗粒介质具有区别于流体、固体的物质形态, 对其的研究内容主要集中在颗粒分离、混合、堆内受力分布<sup>[2-7]</sup>, 这些内容都涉及对颗粒在具体条件下运动规律的研究探讨. 在工程机械行业, 评价机构性能优劣的一种重要手段就是对其作用部件内颗粒物料运动规律分析, 如排种器、施肥器、谷物清选装置等机具中通过对颗粒运动规律的研究, 有助于对机具关键部件的结构优化<sup>[8-11]</sup>. 而颗粒物料固有的物理力学参数影响其运动特性, 如在颗粒混合方面, 源于颗粒体密度的差异会造成颗粒间存在运动速度差, 造成颗粒分布的不均匀<sup>[12]</sup>, 因而, 对颗粒散粒体物料物理力学参数包括密度、弹性模量、摩擦系数等的研究成为重要的理论研究基础.

目前通过离散单元法(discrete element method, DEM)研究散体颗粒堆积的过程能有效

模拟物料物理力学参数、颗粒接触模型变化时对散体运动特性的影响情况. Nakashima等<sup>[13]</sup>通过离散元模拟指出, 沙堆堆积角受重力影响很小, 主要与颗粒半径、摩擦系数等因素有关. Goniva等<sup>[14]</sup>对流化床模拟中, 为验证模型的改良性, 采取颗粒堆积角为模拟指标发现采用具有滚动阻力模型的离散元方法对模拟结果有很大改善. Ai等<sup>[15]</sup>在评述滚动阻力模型在离散元模拟中应用时也提到, 传统离散元方法在法向、切向都将颗粒接触简化为阻尼和弹簧组合的模型, 忽略颗粒旋转时因旋转力矩产生的滚动阻力, 结合滚动阻力模型的离散元对沙堆测量具有适用性及稳定性. 通过以上分析, 采用滚动阻力模型的离散元模拟颗粒堆积时, 有必要研究颗粒摩擦参数对堆积特性的影响<sup>[16]</sup>. Zhou等<sup>[17]</sup>模拟了玻璃圆球颗粒在长方体容器中落料堆积过程, 发现颗粒间及颗粒与容器壁的滑动和滚动摩擦系数是影响堆积形态的关键因素. Persson等<sup>[18]</sup>在评价离散元预测颗粒系统流动性时观测到颗粒间的不同动静摩擦系数值直接影响落料速率

\* 国家“十二五”科技支撑计划项目(批准号: 2012BAD34B0205-2)、黑龙江省自然科学基金(批准号: E201322)和哈尔滨市优秀学科带头人基金(RC2013XK006004)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jfg204@163.com

及堆积角变化.

以上学者模拟研究发现颗粒堆的形态是由滑动摩擦和滚动摩擦共同决定的, 在一些非颗粒堆积系统的研究中, 有学者提到颗粒外形对模拟结果也具有显著影响<sup>[19-22]</sup>. 需要指出的是当颗粒某些参数未知时, 参数标定的方法是一种有效便捷的研究手段, 当模拟过程中调节或拟合出的颗粒参数值符合实验结果时, 认为该值为颗粒参数值. Combarros等<sup>[23]</sup>在颗粒分离系统中标定了颗粒静摩擦、动摩擦及恢复系数, 证明了离散元参数标定可以有效预测颗粒分离结果; 钟文镇等<sup>[24]</sup>对颗粒离散元模拟中的阻尼系数标定时也得出了标定思想的可行性. 因而, 本文在上述学者研究基础上, 利用离散元法模拟了农业物料中椭球形糙米颗粒的静态堆积, 综合对颗粒形态、堆积几何体建模, 提出一种属于点源式颗粒堆积模拟方法<sup>[25]</sup>, 分析了椭球形滚动摩擦系数对堆积特性的影响, 用虚拟实验(离散元模拟)参数标定的方式获得颗粒滚动摩擦系数.

## 2 颗粒及接触模型

### 2.1 颗粒离散元模型

本文模拟颗粒原型为粳稻脱壳后产物, 外观形态接近椭球体, 采用精度为0.01 mm的千分尺测量所选颗粒的长短半轴, 对测量值取平均值后得出颗粒长半轴  $a = 3.5$  mm, 短半轴  $b = 1.4$  mm.

用 EDEM 软件进行椭球颗粒离散元建模, 为最大化近似颗粒原型, 采取 9 个不同半径的圆球来进行多球填充. 9 个圆球的半径及位置坐标值见表 1, 建模后椭球模型如图 1 所示.

表 1 椭球颗粒建模参数

圆球号	半径/mm	X/mm	Y/mm	Z/mm
1	1.4	0.001241	-0.001237	0.000146
2	1.3	1.10124	-0.001596	0.000321
3	1.3	-1.09876	-0.000877	-0.000029
4	1.2	1.60124	-0.00176	0.000400
5	1.2	-1.59876	-0.000713	-0.000109
6	1.1	1.90124	-0.001858	0.000448
7	1.1	-1.89876	-0.000615	-0.000157
8	0.8	2.62124	-0.002093	0.000562
9	0.8	-2.61876	-0.000380	-0.000271

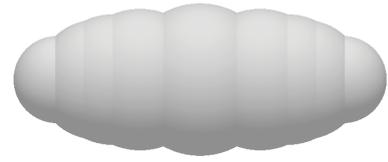


图 1 椭球颗粒模型

### 2.2 颗粒堆积接触模型

本文模拟颗粒小规模静态堆积的过程, 将颗粒视为非黏性体, 并且假设颗粒在堆积过程中位移、力、速度等参数的变化是通过颗粒与接触体之间产生的微小交叠量值的不同来确定的. 基于以上假设, 颗粒堆积过程的接触采用 Hertz-Mindlin 接触力学模型(图 2). 该模型中将颗粒间在接触点的碰撞力分解到法向和切向两个方向, 如图 2 所示, 切向和法向的接触力都简化成弹簧和阻尼器的并联.

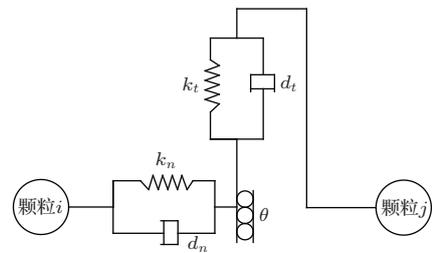


图 2 接触力学模型

基于该模型在计算颗粒堆积过程中, 颗粒  $i$  主要受自身重力  $m_i g$  和颗粒间法向碰撞接触力  $F_n$ 、法向阻尼  $F_n^d$ 、切向碰撞力  $F_t$ 、切向阻尼  $F_t^d$ . 根据牛顿第二定律, 每个颗粒的平动运动方程为

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{F}_n + \mathbf{F}_n^d + \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_t^d). \quad (1)$$

此外, 颗粒还受到切向力造成的力矩和滚动摩擦力矩  $T_t, T_r$ :

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{T}_t + \mathbf{T}_r), \quad (2)$$

式中  $m$  和  $I$  分别表示颗粒质量和转动惯量,  $n_i$  为与颗粒  $i$  接触的颗粒总数,  $\mathbf{V}$  表示颗粒移动速度,  $\boldsymbol{\omega}_i$  表示角速度,  $t$  表示时间,  $\mathbf{g}$  表示重力加速度.

在上述力和力矩的作用下, 颗粒发生移动和滚动, 颗粒在运动过程中所受的力与力矩如表 2 所示.

颗粒在运动中发生与物体或相邻颗粒间的接触碰撞, 在接触点位置会发生微小弹性形变, 产生

一定的重叠量来控制受到的力的大小, 其中切向力  $F_t$  的大小还受到库伦摩擦力  $\mu_s F_n$  的限制 ( $\mu_s$  为静摩擦系数), 当切向力大于库伦摩擦力时, 颗粒在接触表面发生滑动, 此时切向力  $F_t$  计算由  $\mu_s F_n$  为主, 由表 2 及方程 (2) 知, 颗粒在运动中还存在滚动运动, 主要由切向力矩与滚动摩擦力矩综合作用决定. 该模型中加入的滚动摩擦力矩由公式  $-\mu_r F_n R_i \hat{\omega}$  计算, 公式中  $\mu_r$  为滚动摩擦系数, 其不同于古典摩擦定理中对滚动摩擦系数的定义, 此模型中  $\mu_r$  为无量纲参数, 该参数值的不同会影响颗粒阻抗滚动程度的大小.

表 2 颗粒运动中受到的力与力矩

力和力矩	符号	公式	
法向力	接触力	$F_n$	$\frac{4}{3} E^* \sqrt{R^* \alpha^3}$
	阻尼力	$F_n^d$	$-2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \sqrt{S_n m^* v_n^{rel}}$
切向力	接触力	$F_t$	$-S_t \delta$
	阻尼力	$F_t^d$	$-2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln \varepsilon}{\sqrt{\ln^2 \varepsilon + \pi^2}} \sqrt{S_t m^* v_t^{rel}}$
滚动	力矩	$T_t$	$R_i \times (F_t + F_t^d)$
	滚动摩擦力矩	$T_r$	$-\mu_r F_n R_i \hat{\omega}$

注: 公式中  $E^*$  为等效弹性模量,  $R^*$  为等效半径,  $\alpha$  为法向重叠量,  $\varepsilon$  为恢复系数,  $S_n$  为法向刚度,  $m^*$  为等效质量,  $v_n^{rel}$  为法向相对速度,  $S_t$  为切向刚度,  $v_t^{rel}$  为切向相对速度,  $R_i$  为颗粒  $i$  质心到接触点的距离 (矢量),  $\hat{\omega}$  为接触点处物体的单位角速度 (矢量),  $\mu_r$  为滚动摩擦因素 (无量纲).

### 3 颗粒堆积模拟方法

影响颗粒堆积特性的因素主要有颗粒间静摩擦、滚动摩擦及颗粒与接触面的力学参数. 为了降低接触面对椭球颗粒堆积特性的影响, 重点分析颗粒间摩擦因素对颗粒堆积特性的影响规律, 设计了如图 3 所示的椭球形颗粒堆积模拟平台. 该平台有两部分构成, 底端为一直径 150 mm, 高 30 mm 的

圆柱盘, 上端为直径 16 mm, 高 160 mm 圆柱管. 模拟开始前先在底端圆柱盘静态生成颗粒 (4682 粒), 并且调整上端圆柱管  $Z$  轴方向上的位置, 使圆柱管刚好与盘内生成的颗粒接触, 接着在管内生成 20 g 颗粒 (527 粒). 待两部分颗粒生成完毕后, 让圆柱管以 0.05 m/s 的速度向  $Z$  轴正方向移动. 管内颗粒将在重力作用下与盘内颗粒接触, 这个过程主要存在颗粒间的接触作用, 避免因不同接触面材质、粗糙度带来的堆积体的变化, 最终形成的圆锥形颗粒堆能综合反映颗粒间的力学参数. 圆锥形堆体高度为  $Z$  轴正方向, 整个过程属于点源式堆积接触, 模拟过程如图 4 所示, 模拟所需的详细参数见表 3.

表 3 仿真所需参数

参数	值
颗粒密度/ $\text{kgm}^{-3}$	1538
颗粒泊松比	0.4
颗粒剪切模量/Pa	$1.1 \times 10^7$
颗粒间恢复系数	0.6
颗粒间静摩擦系数	0.43
颗粒间动摩擦系数	0.0005~0.02
圆柱管内颗粒数	527
圆柱盘内颗粒数	4682
时间步长/s	$6.3 \times 10^{-6}$

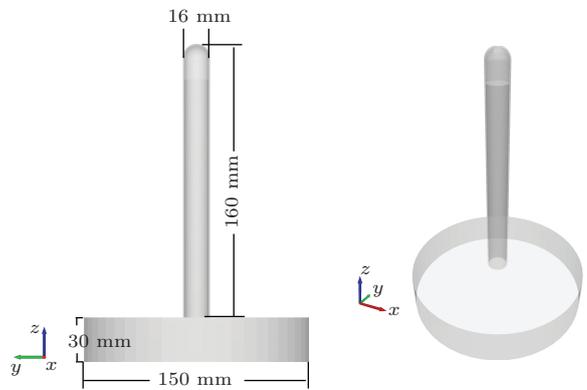


图 3 颗粒堆积模拟平台

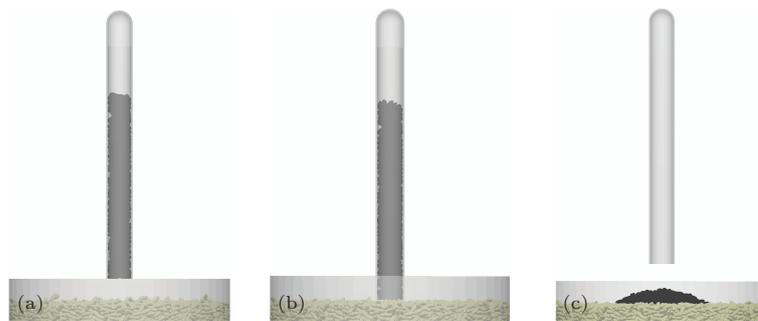


图 4 颗粒堆积模拟过程 (a) 圆柱盘及管内颗粒生成; (b) 管颗粒与盘内颗粒接触; (c) 椭球颗粒堆形成

在模拟中发现静摩擦系数对颗粒堆的形态有很大的影响,如图5所示,以管内颗粒稳态时形态图(盘内颗粒及圆柱管盘几何体处于隐藏状态)可以看出,不合适的静摩擦系数会使颗粒堆发生变异或不能成堆.主要原因是当颗粒间静摩擦系数较小时,库仑摩擦力较低,此时颗粒间的切向力计算以库仑摩擦力为主,切向力不足以支持颗粒自身重力,使得盘内颗粒被动扩散.当颗粒间静摩擦系数过大时,纵使颗粒间动摩擦系数很小,形成的颗粒堆也不规则,不能形成均匀的圆锥面,坡面颗粒的同向性不好.

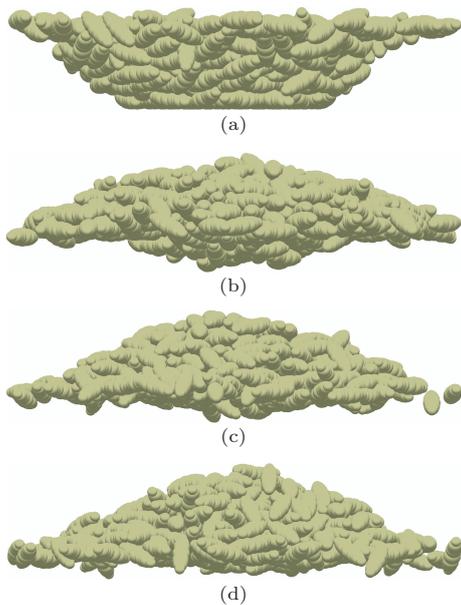


图5 不同静摩擦系数颗粒堆形态图 (a) 颗粒静摩擦系数 0.23; (b) 颗粒静摩擦系数 0.43; (c) 颗粒静摩擦系数 0.63; (d) 颗粒静摩擦系数 0.83

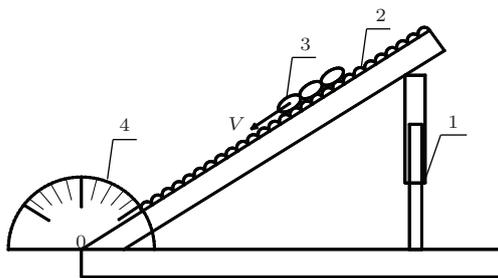


图6 自制斜面仪(1 丝杠螺母机构, 2 颗粒升降板, 3 椭球颗粒, 4 量角器)

为了降低模拟误差,也为了利用数值方法集中测定椭球颗粒物料滚动摩擦系数,需要固定颗粒间静摩擦系数.采取自制斜面仪(图6)测定了椭球形颗粒间静摩擦系数,该装置中采用黏结剂将颗粒均匀黏在升降板平面上,形成颗粒板.黏结剂不会渗透到颗粒表面,不影响颗粒表面黏附性.开始前将待

测椭球形颗粒样品放置颗粒板上,同时调节丝杠螺母机构,当颗粒刚好下滑时,停止调节丝杠螺母,并记录升降板角度 $\beta$ .待测样品静摩擦系数 $\mu_s = \tan \beta$ .通过测定,求取均值后,得出颗粒间的静摩擦系数为0.43.

## 4 模拟结果讨论

### 4.1 滚动摩擦系数对堆积角的影响

圆柱管上移过程中,管内颗粒在重力作用下与盘内颗粒接触,在达到稳定状态时,形成颗粒堆.堆积角 $\theta$ 定义为圆柱管内颗粒堆侧边轮廓与盘内颗粒水平面间的夹角,堆积角是研究颗粒物性,尤其是研究颗粒摩擦系数时常用的测量参数.

模拟前已将颗粒间的静摩擦系数固定为0.43,为重点分析颗粒间滚动摩擦系数对堆积特性的影响,将颗粒间的滚动摩擦系数 $\mu_r$ 分别设置为0.0005, 0.001, 0.01, 0.015, 0.02,得到五种不同颗粒堆.模拟结果表明,随着滚动摩擦系数的增大,堆积角也逐渐增大,这与文献[10]中采用圆球颗粒形成的颗粒堆的变化趋势相同.为了定量的获得堆积角的变化规律,如图7所示,采用Matlab图像处理技术获取颗粒堆单侧图像边界轮廓线,并对选取边界进行线性拟合,获取拟合方程,得到方程斜率 $k$ .最终堆积角测定式如下:

$$\theta = \frac{\arctan k \times 180^\circ}{\pi} \quad (3)$$

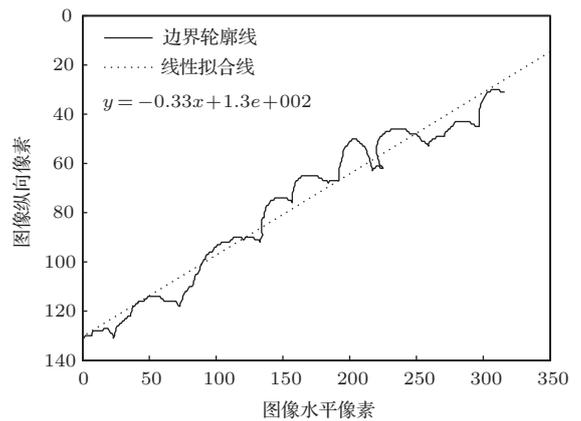


图7 堆积角轮廓提取

由于颗粒堆积的过程具有一定的随机性,为了堆积角测量的精确,本文对颗粒堆分4个方向利用图像处理技术测定了不同滚动摩擦系数条件下堆积角的值,结果见表4.

表4 不同方向堆积角测量值

颗粒间 $\mu_r$	X 轴正方向 $\theta/(^\circ)$	X 轴负方向 $\theta/(^\circ)$	Y 轴正方向 $\theta/(^\circ)$	Y 轴负方向 $\theta/(^\circ)$	平均 $\theta/(^\circ)$
0.0005	17.12	17.11	18.02	18.26	17.63
0.001	17.62	19.36	18.14	20.07	18.80
0.01	18.73	19.59	20.68	21.44	20.11
0.015	20.08	20.06	24.74	24.39	21.81
0.02	22.16	22.64	23.62	22.49	22.73

由表4可以看出,随着颗粒间滚动摩擦系数的增加,堆积角呈增大趋势.由于考虑到模拟规模大时,计算机处理时间会很长,故如表3所示,采取小规模堆积模拟.形成堆积的管内颗粒只有20g,颗粒数量约527粒,小规模模拟堆积现象时,随着滚动摩擦系数增大,颗粒堆积角接近线性增大趋势变化,这与Nakashima的研究结果趋势相同.本文旨在通过模拟非圆颗粒堆积过程,在其他参数固定条件下,建立滚动摩擦系数与散体椭球颗粒物料堆积角线性关系模型,初步建立椭球颗粒滚动系数测定的数值方法,故将表4中堆积角均值与颗粒间滚动摩擦系数进行了线性拟合,得到拟合直线方程为:  
 $y = 240x + 18, R^2 = 0.8279.$

#### 4.2 滚动摩擦系数对堆积体的影响

模拟中圆柱管中颗粒从0.4s开始与盘内颗粒接触,到1.3s时颗粒达到稳定状态.图8为管内颗粒达到稳定状态形成堆积体时的俯视图,从图中可以看出,堆体俯视投影面不是连续的圆面,而是在边缘颗粒比较分散,靠近边缘区域是连续的圆面.若将包含95%颗粒数目的圆作为堆体俯视图的边界圆,将密相区域的圆作为堆体俯视图的连续圆,两圆之间存在间隙 $\zeta$ .图9所示为不同颗粒间滚动摩擦系数与间隙 $\zeta$ 关系.

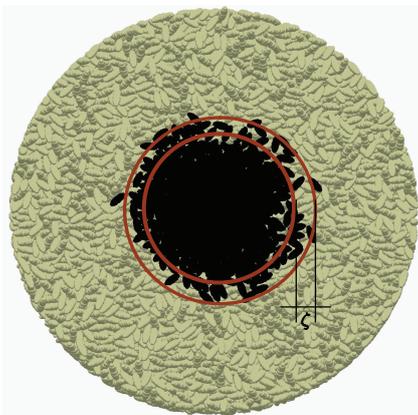


图8 颗粒堆俯视图

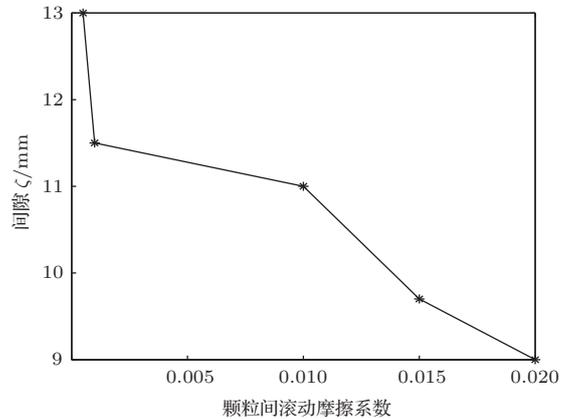


图9 颗粒滚动摩擦系数与间隙关系

从图9可以看出,随着颗粒间滚动摩擦系数的增加,两圆间的间隙呈减小趋势.这说明滚动摩擦系数较低时,在堆积过程中边界的颗粒受到中心颗粒排挤作用,边界颗粒扩散更明显.相比而言,较大的滚动摩擦系数不利于边界颗粒的扩散,颗粒会向Z轴方向即颗粒堆的高度方向堆积.这也解释了堆积角会随颗粒间滚动摩擦系数的增大而增大.为了更具体说明为何出现这个现象,选取三种不同颗粒滚动摩擦系数0.001, 0.015, 0.02,作出堆积时间与圆柱管内颗粒的转动动能间关系,如图10所示.从图中及模拟过程分析,颗粒的堆积过程分为三个阶段:阶段I(0.4—0.6s)时,管内颗粒颗粒处于初始落料阶段,此时颗粒间的滚动摩擦系数对颗粒转动影响不大,还可能是因为颗粒流的运动是由滑动和滚动共同作用的,对椭球颗粒而言,很可能在长轴方向主要进行的是颗粒的滑动,在颗粒短轴方向进行的滚动运动,颗粒落料堆积初始阶段源于自平衡及管状几何体的限制,大部分颗粒处于长轴方向,因而堆积开始时,颗粒主要进行的是颗粒间的滑动,故转动动能变化不明显,微小差异源于落料形式及颗粒接触碰撞的随机性.阶段II(0.6—0.9s)时,颗粒开始脱离圆管,处于成堆阶段,此时颗粒间接触作用剧烈,中心颗粒对边界颗粒排挤,故此阶段不同的摩擦系数下颗粒的转动动能变化明显,即

滚动摩擦系数较小时, 颗粒具有较大的旋转能, 边界扩散较滚动摩擦大时明显. 阶段 III(0.9—1.3 s) 时, 颗粒堆形成, 颗粒处于稳态阶段, 此阶段主要进行的是堆体上颗粒姿态的调整, 不会出现堆体的扩散, 故不同滚动摩擦系数下颗粒的旋转动能变化不明显, 并随着稳态时间的延伸, 最终颗粒旋转动能消失, 形成稳定堆体.

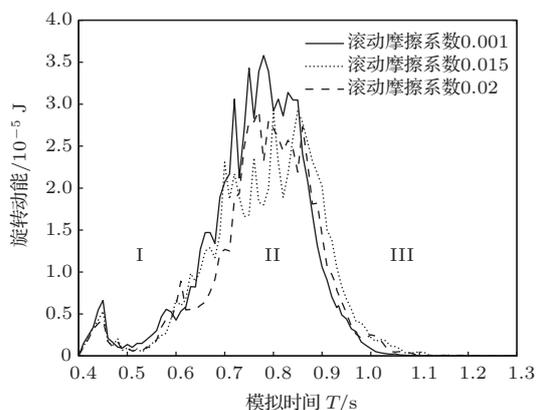


图 10 颗粒旋转动能随模拟时间的变化

## 5 二次模拟参数标定

目前由于摩擦理论、测量设备的不完备, 对非圆颗粒滚动摩擦系数的测定, 还没有准确、成熟的测量方法. 采用模拟标定方法测量的值可以近似代替非圆颗粒滚动摩擦系数. 本文已模拟五种不同滚动摩擦系数下颗粒小规模堆积过程, 也发现小规模堆积状态下, 堆积角与滚动摩擦系数成线性变化趋势. 故若测定真实颗粒堆积状态下的颗粒堆积角, 可以利用模拟过程中建立的滚动摩擦系数与堆积角的拟合方程  $y = 240x + 18$  计算出颗粒的滚动摩擦系数, 完成颗粒参数标定. 因而本文对真实椭球颗粒(糙米物料)作了堆积试验, 试验操作与模拟过程一致. 堆积试验后测定真实颗粒的堆积角为  $23.49^\circ$ , 根据拟合方程计算出模拟中椭球颗粒滚动摩擦系数值为 0.023. 为了对该参数标定值进行验证, 对椭球再次进行确定化参数条件下(滚动摩擦系数值为 0.023、其他参数详见表 3)的堆积模拟仿真. 图 11 为二次模拟与试验对比, 表 5 列出模拟与试验下堆积角及间隙  $\zeta$  对比. 从图 11 及表 5 可以看出二次模拟后, 模拟结果接近试验值, 说明拟合模型建立的有效性, 也证明通过离散元模拟进行参数标定的方法对颗粒物料未知参数确定的可行性.

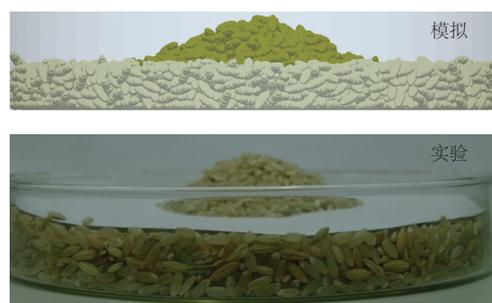


图 11 颗粒堆积(模拟与试验)

表 5 试验与仿真

对比参数	方式	
	试验	模拟
堆积角/ $^\circ$	23.49	23.59
间隙/mm	8.72	8.49

## 6 结 论

1) 椭球颗粒小规模堆积试验与模拟结果误差不大, 证明颗粒离散元模型、颗粒间摩擦因素及力学接触模型选择的正确性.

2) 非圆颗粒的堆积角随颗粒间滚动摩擦系数的增大而增大, 边界圆与连续圆间的间隙值随颗粒间滚动摩擦系数的增大而减小.

3) 通过离散单元法模拟物料堆积过程的虚拟实验能够为散体颗粒物料不易测量的物理参数(如滚动摩擦系数)的测定提供有效的解决途径.

## 参考文献

- [1] Zhao Y Z, Jiang M Q, Xu P, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1819 (in Chinese)[赵永志, 江茂强, 徐平, 郑津洋 2009 物理学报 **58** 1819]
- [2] Zhao Y Z, Jiang M Q, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1812 (in Chinese)[赵永志, 江茂强, 郑津洋 2009 物理学报 **58** 1812]
- [3] Gao H L, Chen Y C, Zhao Y Z, Zheng J Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124501 (in Chinese)[高红利, 陈友川, 赵永志, 郑津洋 2011 物理学报 **60** 124501]
- [4] Zhao Y Z, Zhang X Q, Liu Y L, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8386 (in Chinese)[赵永志, 张宪旗, 刘延雷, 郑津洋 2009 物理学报 **58** 8386]
- [5] Zhao L L, Zhao Y M, Liu C S, Liu J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 034503 (in Chinese)[赵啦啦, 赵跃民, 刘初升, 李珺 2014 物理学报 **63** 034503]
- [6] Abdul Q, Madad A S, Saeed A K 2013 *Chin. Phys. B* **22** 058301

- [7] Abdul Q, Shi Q F, Liang X W, Sun G 2010 *Chin. Phys. B* **19** 034601
- [8] Xin N 2013 *M. E. Dissertation* (Jilin: Jilin University) (in Chinese) [心男 2013 硕士学位论文 (吉林: 吉林大学)]
- [9] Lv H 2008 *M. E. Dissertation* (Jilin: Jilin University) (in Chinese) [吕昊 2008 硕士学位论文 (吉林: 吉林大学)]
- [10] Xiao M H 2013 *M. E. Dissertation* (Zhejiang: Zhejiang Sci-Tech University) (in Chinese) [肖梦华 2013 硕士学位论文 (浙江: 浙江理工大学)]
- [11] Lidekerke P V, Tijskens E, Dintwa E, Rioual F, Vangeyte J, Ramon H 2009 *Powder Technol.* **190** 348
- [12] Li Y Y, Xia W, Zhou Z Y, He K J, Zhong W Z, Wu Y B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 024601
- [13] Nakashima H, Shioji Y, Kobayashi T, Aoki S, Shimizu H, Miyasaka J, Ohdoi K 2011 *J. Terramechanics* **48** 17
- [14] Goniva C, Kloss C, Deen N G, Kuipers J A M, Pirker S 2012 *Particuology* **10** 582
- [15] Ai J, Chen J F, Rotter J M, Ooi J Y 2011 *Powder Technol.* **206** 269
- [16] Zhou Y C, Wright B D, Yang R Y, Xu B H, Yu A B 1999 *Physica A* **269** 536
- [17] Zhou Y C, Xu B H, Yu A B, Zulli P 2002 *Powder Technol.* **125** 45
- [18] Persson A S, Alderborn G, Frenning G 2011 *Eur. J. Pharm. Sci.* **42** 199
- [19] Temizer I 2013 *Tribol. Int.* **67** 229
- [20] Wensrich C M, Katterfeld A 2012 *Powder Technol.* **217** 409
- [21] Wiacek J, Molenda M, Horabik J, Ooi J Y 2012 *Powder Technol.* **217** 435
- [22] Cleary P W 2013 *Powder Technol.* **248** 103
- [23] Combarros M, Feise H J, Zetzener H, Kwade A *Particuology* (in press)
- [24] Zhong W Z, He K J, Zhou Z Y, Xia W, Li Y Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5155 (in Chinese)[钟文镇, 何克晶, 周照耀, 夏伟, 李元元 2009 物理学报 **58** 5155]
- [25] Xie X M, Jiang Y M, Wang H Y, Cao X P, Liu Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2194 (in Chinese)[谢晓明, 蒋亦民, 王焕友, 曹晓平, 刘佑 2003 物理学报 **52** 2194]

## Influence of granular coefficient of rolling friction on accumulation characteristics\*

Han Yan-Long<sup>1)</sup> Jia Fu-Guo<sup>1)†</sup> Tang Yu-Rong<sup>2)</sup> Liu Yang<sup>1)</sup> Zhang Qiang<sup>1)</sup>

1) (Department of Engineering Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China)

2) (College of Mechanic and Electrical Engineering, Tarim University, Alar 843300, China)

( Received 17 January 2014; revised manuscript received 18 February 2014 )

### Abstract

The influence of friction coefficient, in terms of fixed static friction coefficient (sfc) and different rolling friction coefficients (rfc), on the accumulation characteristics of particle, including the angle of repose and accumulation body, is simulated using the discrete element method. The sfc of a particle is measured with a home-made cant instrument, and a linear equation is developed to describe the relationship between the rfc and the angle of repose. Results show that rfc has obviously an influence on the accumulation characteristics of particles: the angle of repose of particles increases as rfc increases, the gap between the boundary circle and the continuous circle decreases with increasing rfc. Based on the change of rotational kinetic energy in the process of accumulation of particles, the above results can be explained. And the linear equation can provide ideas for numerical measure of granular rfc. For some difficultly measured parameters of bulk materials, the simulation of accumulation process is a valid virtual calibration test.

**Keywords:** coefficient of rolling friction, particle accumulation, discrete element, simulation

**PACS:** 45.70.Cc, 02.60.Cb, 83.80.Fg

**DOI:** 10.7498/aps.63.174501

\* Project supported by the State Science and Technology Support Plan during the 12th Five-Year Plan Period of China (Grant No.2012BAD34B0205-2), the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province, China (Grant No.E201322), and the Harbin Foundation for Outstanding Academic Leaders, China (Grant No.RC2013XK006004).

† Corresponding author. E-mail: [jfg204@163.com](mailto:jfg204@163.com)