

低速湍流模拟的预处理技术研究

陈勇 郭隆德 彭强 陈志强 刘卫红

Study of precondition for simulating low-speed turbulence

Chen Yong Guo Long-De Peng Qiang Chen Zhi-Qiang Liu Wei-Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 134701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.134701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I13>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

脉动流在分叉管中通栓效果的晶格玻尔兹曼方法研究

Pulsation effect on thrombus in a bifurcation pipe by the lattice Boltzmann method

物理学报.2015, 64(14): 144701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.144701>

微液滴振荡过程的光滑粒子动力学方法数值模拟

Numerical simulation on oscillation of micro-drops by means of smoothed particle hydrodynamics

物理学报.2015, 64(13): 134702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134702>

基于范德瓦尔斯表面张力模式液滴撞击疏水壁面过程的研究

Study on the droplet impact on hydrophobic surface in terms of van der Waals surface tension model

物理学报.2015, 64(11): 114701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114701>

一种新型光滑粒子动力学固壁边界施加模型

A new boundary treatment method in smoothed particle hydrodynamics

物理学报.2015, 64(9): 094701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094701>

一类新型激波捕捉格式的耗散性与稳定性分析

On the accuracy and robustness of a new flux splitting method

物理学报.2015, 64(2): 024702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024702>

# 低速湍流模拟的预处理技术研究\*

陈勇<sup>†</sup> 郭隆德 彭强 陈志强 刘卫红

(中国空气动力研究与发展中心设备设计及测试技术研究所, 绵阳 621000)

(2014年11月13日收到; 2015年1月13日收到修改稿)

本文开展低速湍流的预处理技术研究. 该预处理技术采用守恒型变量及主控方程与湍流方程相耦合的隐式求解方法, 并为确保迭代求解稳定性, 发展了合理的参考马赫数定义、双时间步无矩阵方法迭代求解形式以及湍流源项隐式处理方法等, 从而真正实现全速湍流软件平台统一形式. 在喷管、翼型和方柱等低速湍流数值模拟中, 本文方法正确刻画了流场结构特征, 计算与理论、实验等相关结果符合较好, 具有很强的迭代收敛性和结果精度.

**关键词:** 低速湍流, 守恒型变量, 预处理技术, 耦合方法

**PACS:** 47.11.-J, 47.27.E-, 47.27.em

**DOI:** 10.7498/aps.64.134701

## 1 引言

时间相关法是高速可压缩流动模拟的重要方法, 其用于低速流动数值模拟时, 由于 Navier-Stokes 方程存在严重的数值刚性, 时间相关法迭代收敛速度慢, 甚至会带来非物理解. 为把时间相关法推广于低速流动的数值模拟, 研究人员基于虚拟压缩方法的思想, 提出了预处理技术, 通过对方程时间导数项乘以预处理系数矩阵来改变方程的特征值和条件数, 从而达到规避方程数值刚性的目的<sup>[1-5]</sup>. 预处理技术发展了近40年, 已经取得相当大成功, 为统一全速流动算法及软件平台发挥了重要作用, 不过, 预处理技术迄今为止在低速湍流数值模拟中仍然存在许多不尽如意之处. 在低速湍流数值模拟中, 预处理技术通常采用原始变量形式, 同时采用龙格-库塔显式方法或者湍流输运方程与主控方程解耦的隐式方法进行迭代求解<sup>[6-8]</sup>, 而采用守恒型变量及耦合的隐式迭代求解方法得到成功应用的范例几乎鲜有文献报道. 主要原因是预处理技术降低了数值黏性使迭代求解稳定性降低, 守恒型变量较原始变量更不易稳定, 同时湍

流方程源项的数值刚性在耦合的隐式迭代求解方法中会加剧这种不稳定性. 但是, 守恒型变量是可压缩流动模拟通用的变量形式, 其更能够保持通量守恒特性, 同时耦合的隐式迭代方法具有显著的收敛效率, 其可以保证主控变量与湍流输运量的同步性, 因此, 采用守恒变量及耦合的隐式迭代求解方法, 更能够保持全速流动的变量一致性, 提高对非定常湍流的数值模拟精度, 并且对高速湍流软件进行很少改动就能够发展用于低速湍流数值模拟, 从而真正实现全速湍流统一软件平台形式.

为此, 本文深入开展低速湍流数值模拟的预处理技术研究, 建立七个守恒型变量的预处理技术, 进行湍流方程与主控方程相耦合的隐式求解, 同时为保证迭代求解的稳定性和收敛效率, 发展了参考马赫数的合理定义、双时间步无矩阵隐式迭代方法的有效形式以及湍流方程源项隐式处理方法等. 最后, 本文开展了喷管内流、翼型和方柱绕流等低速湍流数值模拟研究, 并把数值模拟结果与文献、理论以及试验等结果进行了比较验证, 表明本文预处理技术有良好的收敛特性, 能够给出恰当的数值模拟结果.

\* 国家高技术研究发展计划(863计划)(批准号: 2013AA8023021)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: cardcchy@sina.com

## 2 基于守恒型变量的预处理技术

本文建立基于七个守恒型变量的预处理技术, 并把湍流方程与主控方程进行耦合求解. 在一般曲线坐标系下, 带伪时间导数项的控制方程形式 [5,7] 为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(J^{-1}Q)}{\partial\tau} + M\Gamma^{-1}\frac{\partial(J^{-1}Q)}{\partial t} \\ &= -M\Gamma^{-1}\left[\left(\frac{\partial E}{\partial\xi} + \frac{\partial F}{\partial\eta} + \frac{\partial G}{\partial\zeta}\right) \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{\partial E_\nu}{\partial\xi} + \frac{\partial F_\nu}{\partial\eta} + \frac{\partial G_\nu}{\partial\zeta}\right) - S\right], \quad (1) \end{aligned}$$

这里,  $M$  是守恒型变量  $Q$  与原始变量  $q$  的转换矩阵,  $\Gamma$  是预处理系数矩阵,  $J$  是直角坐标系与曲线坐标系之间转换的系数矩阵行列式. 左边第一项是伪时间导数项, 第二项是物理时间项, 对于定常流动取物理时间项为零. 守恒变量与原始变量为

$$\begin{aligned} Q &= (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e, \rho k, \rho\omega)^T, \\ q &= (p, u, v, w, T, k, \omega)^T, \quad (2) \end{aligned}$$

可以证明, 控制方程在  $\xi$  方向的特征值为 [5,7]

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}\left[(1 + M_r^2)V_n \right. \\ & \quad \left. \pm \sqrt{V_n^2(1 - M_r^2)^2 + 4a^2M_r^2}\right], \\ \lambda_{3-7} &= V_n, \quad V_n = u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z. \quad (3) \end{aligned}$$

当速度较低时, 参考马赫数  $M_r$  趋于零, 方程特征值趋于一致, 最大与最小特征值的比值即条件数近似为 1, 从而避免了时间相关法在低速流动中的刚性问题. 为防止在驻点区域或零来流速度等出现参考马赫数为零的数值求解奇性问题, 并保证数值迭代求解稳定性, 本文对参考马赫数根据文献定义进行了适当修正, 具体形式如下 [5]:

$$M_r^2 = \min[1, \max(M_{\text{neighbors}}^2, \kappa^2 M_\infty^2, \kappa^2 \varepsilon^2)], \quad (4)$$

其中,  $M_{\text{neighbors}}$  是当地附近节点马赫数最大值, 参数  $\kappa = 0.1-3$ ,  $\varepsilon$  是防止参考马赫数为零的小参数. 参考马赫数是预处理技术的重要参数, 本文采用全局、当地等相结合的定义, 通过唯一调节参数  $\kappa$  对预处理技术迭代求解稳定性、数值精度和开关等进行控制, 其中参数  $\kappa$  越大稳定性越好, 但数值精度会越低, 常规情况取  $\kappa = 2.0$  较为合适, 当参数  $\kappa \rightarrow \infty$  时, 预处理技术处于关闭状态.

预处理技术改变了原控制方程特征值, 不能正确反映流动时间精度, 为此本文针对守恒型变量预处理技术, 参考文献 [7, 9], 推导并发展了双时间步下上三角矩阵对称高斯塞德尔 (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel, LU-SGS) 的无矩阵迭代方法有效形式. 以递增步为例, 其形式为

$$\begin{aligned} D\Delta\bar{Q}^m &= -\text{RHS} + \frac{1}{2}\omega[M\Gamma^{-1}(E(\bar{Q}^m) - E(Q^m)) \\ & \quad + \beta\lambda_A\Delta\bar{Q}^m]_{i-1} \\ & \quad + \frac{1}{2}\omega[M\Gamma^{-1}(F(\bar{Q}^m) - F(Q^m)) \\ & \quad + \beta\lambda_B\Delta\bar{Q}^m]_{j-1} \\ & \quad + \frac{1}{2}\omega[M\Gamma^{-1}(G(\bar{Q}^m) - G(Q^m)) \\ & \quad + \beta\lambda_C\Delta\bar{Q}^m]_{k-1}, \\ D &= \frac{I}{\Delta\tau} + \beta\omega(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)I \\ & \quad + \frac{3M\Gamma^{-1}}{2J\Delta t}, \quad (5) \end{aligned}$$

这里,  $D$  是对角正定矩阵,  $I$  为单位矩阵, RHS 是残差,  $\Delta\tau$  和  $\Delta t$  分别是虚拟时间与物理时间步长,  $\lambda_A$ ,  $\lambda_B$  和  $\lambda_C$  是控制方程在三个曲线坐标方向上的最大特征值,  $\omega$  和  $\beta$  是松弛参数, 本文采用稳定性较好的超松弛迭代方法,  $\omega$  和  $\beta$  均取为同一常数, 即  $\omega = \beta = 1.2$ .

湍流模拟采用基于两方程  $k-\omega$  SST 模型的脱体涡 DES 方法 [10,11], 并发展了与 J-B 模型 (Jin G and Braza M) [12] 相耦合使用方法, 同时为降低湍流方程源项数值刚性对迭代稳定性的影响, 进行隐式处理. 以湍动能  $k$  方程为例, 其形式为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k U_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ &= S_P - S_D, \quad (6) \end{aligned}$$

方程源项的  $S_P$  和  $S_D$  对应湍动能生成项和耗散项, 其形式为

$$\begin{aligned} S_P &= 2\mu_t \Omega_{ij} \Omega_{ij}, \\ \Omega_{ij} &= \frac{1}{2} (\partial \bar{U}_i / \partial x_j - \partial \bar{U}_j / \partial x_i), \\ S_D &= \rho k^3 / \tilde{l}. \quad (7) \end{aligned}$$

这里, 湍动能生成项采用 J-B 模型定义 [12],  $\sigma_k$  是常数,  $\mu_t$  是涡黏性系数,  $\tilde{l}$  是湍流涡的尺度. 源项隐式处理只针对耗散项  $S_D$  为

$$\begin{aligned} S_D^{n+1} &= S_D^n + [\partial S_D / \partial \rho k]^n \rho k, \\ [\partial S_D / \partial \rho k] &= 1.5k^{1/2} / \tilde{l}, \quad (8) \end{aligned}$$

其中, 偏导数  $[\partial S_D / \partial \rho k]$  放入对角正定矩阵  $D$  中, 提高湍动能  $k$  方程迭代求解时的主对角优势, 从而避免该方程源项刚性对耦合求解的稳定性影响.

### 3 低速湍流预处理技术验证

本文对建立的低速湍流预处理技术进行大量数值模拟验证, 其中包括喷管内流、翼型和方柱绕流等, 并把计算结果与实验、理论等进行了比较验证.

#### 3.1 喷管湍流流动模拟

本文开展了二元拉瓦尔喷管湍流数值仿真研究, 其中入口高度  $H = 2.1$  m, 出口高度  $h = 1.2$  m, 喷管总长度  $L = 7.54$  m, 设计喷管出口马赫数  $M = 1.5$ . 取参考马赫数  $M_r = 0.6$ , 入口采用总焓总熵边界条件, 出口给背压边界条件, 背压有  $P_b = 0.10P_0$ ,  $0.60P_0$  两种情况, 这里  $P_0$  是入流总压. 图 1 给出了总能残差随迭代步数的变化 (其中, Residual 代表残差、Pre 代表 Preconditioning 即预处理、NPre 代表 No-Preconditioning 即非预处理、Analytic Values 是理论结果、 $N$  是迭代步数), 预处理与非预处理差异并不明显, 残差均可以降低至  $10^{-4}$  量级, 不过非预处理在  $P_b = 0.60P_0$  时较预处理收敛速度慢, 还在 18000 步附近出现明显的残差上升变化. 图 2 和图 3 是流场马赫数分布, 当  $P_b = 0.10P_0$  时, 预处理和非预处理情况几乎相同并与理论情况接近, 计算结果仅在入口处较理论值偏高, 分析原因是理论公式基于准一维无黏流动假设推导, 同时数值模拟也无法准确给出入口边界条件; 当  $P_b = 0.60P_0$  时, 流动因背压高受阻而在喷管

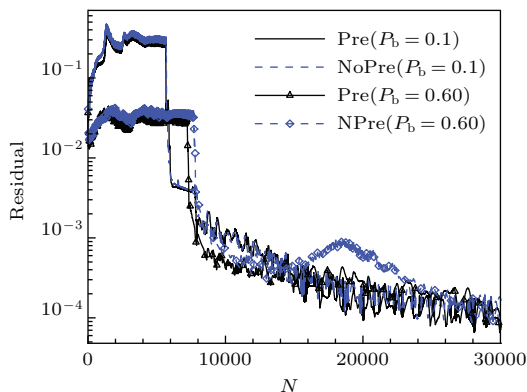


图 1 总能残差的变化

Fig. 1. Variation about residual of total energy.

喉道下游产生激波, 流动由波前超声速急剧降为波后亚声速, 预处理和非预处理几乎给出一致的激波位置和波前流场结果, 但波后流场结果存在差异, 主要由于边界层分离和出口边界条件的影响, 波后流动是不稳定的; 大部流场区域马赫数  $M = 0.3$ , 低速流动区域占比并不高, 因此, 预处理技术在该模拟中未能充分发挥收敛效率.

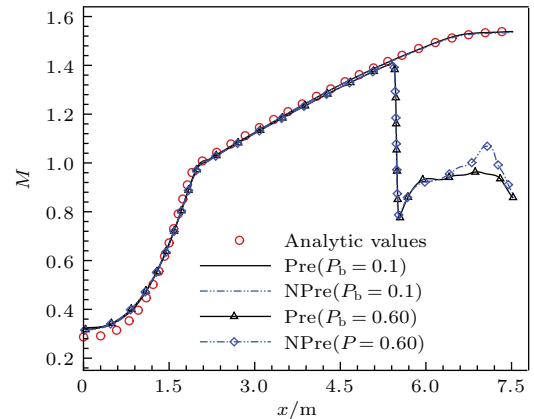


图 2 沿中心线的马赫数分布

Fig. 2. Mach number along centre line.

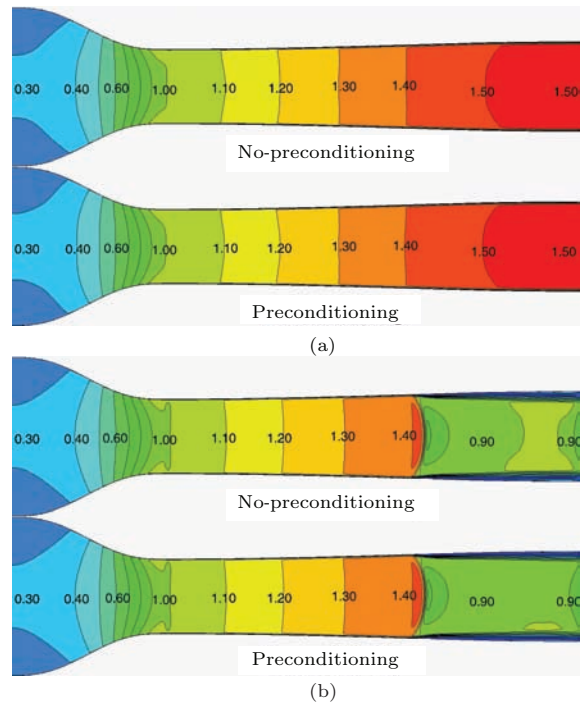


图 3 马赫数分布 (a)  $P_b/P_o = 0.10$ ; (b)  $P_b/P_o = 0.60$   
Fig. 3. Mach number: (a)  $P_b/P_o = 0.10$ ; (b)  $P_b/P_o = 0.60$ .

#### 3.2 NACA4412 翼型湍流流动模拟

本文开展了 NACA4412 翼型大攻角低速湍流的数值模拟工作, 其中翼型弦长  $L = 0.582$  m, 来流

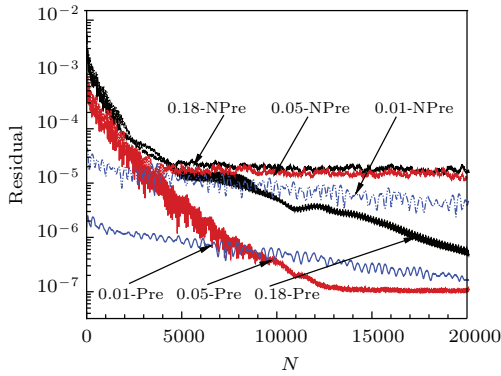


图4 (网刊彩色) 总能残差的变化

Fig. 4. (color online) Variation about residual of total energy.

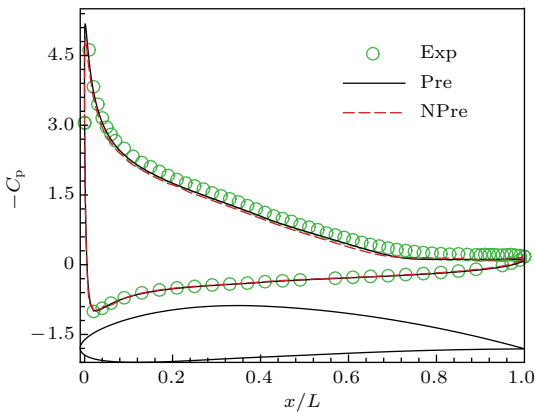


图5 (网刊彩色) 表面压力系数分布 ( $M = 0.18$ )

Fig. 5. (color online) Pressure coefficient on surface ( $M = 0.18$ ).

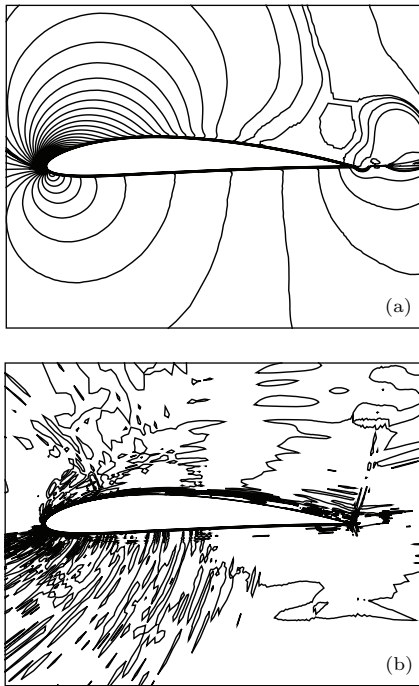


图6 等压线分布 ( $M = 0.01$ ): (a) 预处理; (b) 非预处理  
Fig. 6. Isobar ( $M = 0.01$ ): (a) Preconditioning; (b) No-Preconditioning.

攻角  $\alpha = 12.49^\circ$ , 马赫数  $M = 0.01—0.18$ , 以弦长作为参考尺寸的雷诺数  $Re = (0.23—4.17) \times 10^6$ , 预处理参数  $\kappa = 3.0$ . 图4给出了总能残差随时间的变化, 预处理比非预处理的残差降低约2—3个数量级; 图5给出了马赫数  $M = 0.18$  情况下模型表面压力系数  $C_p$  分布, 预处理与非预处理几乎给出完全一致的结果, 并与实验数据 Exp 符合较好; 图6给出了马赫数  $M = 0.01$  情况下的等压线分布, 预处理的等压线光滑, 分布合理, 但非预处理得不到合理结果. 可见, 预处理技术不仅能加速低速流动收敛进程, 而且能够提高结果精度, 非预处理情况即使残差收敛其结果也未必是正确的.

### 3.3 方柱非定常湍流流动模拟

本文开展了绕方柱的低速湍流数值模拟, 并与实验 (Lyn, 1990)、SIMPLE 方法 (标准  $k-\epsilon$  模型) 等结果进行了比较验证 [13,14]. 方柱边长  $L = 0.025$  m, 常温来流速度  $U_\infty = 12.886$  m/s (马赫数  $M = 0.03755$ ), 以  $L$  为参考尺寸的雷诺数  $M = 2.2 \times 10^4$ , 取预处理参数  $\kappa = 2.0$ , 采用双时间步 LU-SGS 进行迭代求解, 其中在不影响迭代稳定性下取  $CFL = 0.2$ , 取物理时间步长  $\Delta t = 3.5 \times 10^{-5}$  s 以确保在1个脱落涡周期内约400个采样点. 图7和图8分别给出了某时刻的总压和湍流涡黏性系数分布, 在方柱前缘角点分离剪切层中的 Kelvin-Helmholtz 不稳定波使剪切层翻卷

表1 参数比较

Table 1. Parameter comparison.

方法	$St$	$\bar{C}_D$	$\tilde{C}_D$	$\tilde{C}_L$
本文	0.137	2.37	0.56	2.42
SIMPLE(标准 $k-\epsilon$ )	Stationary	1.55	—	—
实验 (Lyn, 1990)	0.135	2.05—2.23	—	—

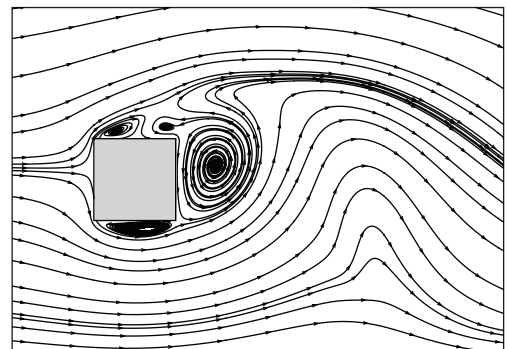


图7 流线分布

Fig. 7. Streamlines.

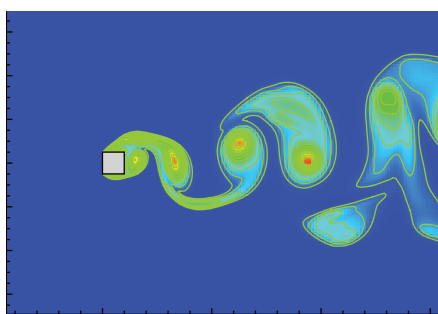


图8 湍流黏性系数分布

Fig. 8. Turbulence viscosity coefficient.

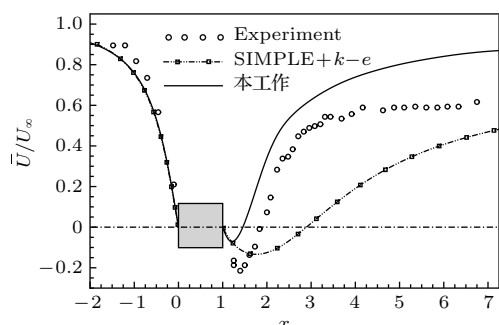


图9 沿中心线的时均速度  $U$  分布

Fig. 9. Mean velocity  $U$  along centre line.

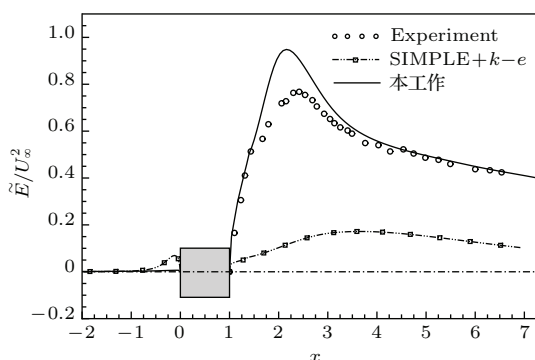


图10 沿中心线的时均脉动总能分布

Fig. 10. Mean total fluctuation energy along centre line.

形成分离涡, 上下两股不稳定涡流在尾流区相遇形成相干性较强的脱落涡阶结构. 图9和图10分别给出了时间平均速度  $\bar{U}$  和总脉动动能  $\tilde{E}$  (湍动能 + 周期性脉动动能) 分布, 在方柱上游区域, 本文与实验结果符合较好, 在前驻点附近消除了SIMPLE方法 (标准  $k-\epsilon$  模型) 出现的总脉动动能不合理峰值 [13,14], 而在方柱下游区域, 本文与实验结果有一致的分布趋势, 尤其较SIMPLE方法 (标准  $k-\epsilon$  模型) 给出更恰当的回流区长度和总脉动动能最大峰值等. 表1把本文、实验、SIMPLE方法 (标准  $k-\epsilon$  模型) 的各种参数进行了比较, 证明本文给出了合理的 Strouhl 数  $St$ 、平均阻力系数  $\bar{C}_D$ 、阻力系数脉动值  $\tilde{C}_D$  及升力系数脉动值  $\tilde{C}_L$  等, 与实验结果符合较

好, 明显优于SIMPLE方法 (标准  $k-\epsilon$  模型) 的结果, 尤其克服了后者无法正确模拟非定常流动的问题.

## 4 结 论

本文成功建立低速湍流模拟的预处理技术, 该技术采用守恒型变量及主控方程与湍流方程相耦合的隐式求解方法, 并通过多种手段确保迭代稳定性, 在多个算例中表现出良好的收敛效率和结果准确性. 与采用原始变量、显式迭代或解耦的隐式迭代技术等相比, 该预处理技术能够充分保证通量守恒特性、低速与高速湍流求解变量的一致性、湍流输运量与主控变量时间变化上的同步性以及迭代求解收敛效率等, 尤其对高速流动软件不必进行过多改动就能够发展用于低速流动数值模拟, 从而真正实现全速湍流统一算法及统一软件平台形式. 本文是迄今为止该预处理技术较为成功的应用报道, 其研究思想对于从事全速湍流数值模拟统一算法研究的同志具有重要参考价值. 目前, 该技术应用还不广泛, 同时数字精度 (本文采用单精度)、边界条件以及通量差分格式等均对其稳定性和结果精度等有不同程度影响, 为此下一步将开展针对性研究工作, 从而进一步提高该技术鲁棒性、适用性和准确性等.

## 参考文献

- [1] Chorin A J 1967 *Journal of Computational Physics* **2** 12
- [2] Turkel E 1993 *Appl. Numer. Math.* **12** 257
- [3] Choi Y H, Merkle C L 1993 *Journal of Computational Physics* **105** 207
- [4] Weiss J M, Smith W A 1995 *AIAA J.* **33** 2050
- [5] Sang-Hyeon Lee 2012 *Journal of Computational Physics* **231** 4001
- [6] Turkel E, Vatsa V N 2003 16<sup>th</sup> *AIAA CFD Conference* Orlando, Florida, June 23–26, 2003 p3692
- [7] Zhang S J, Meganathan A 2008 46<sup>th</sup> *AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* Reno, Nevada, January 7–10, 2008 p701
- [8] Vicent Gleize, Michel Costes 2003 *AIAA J.* **41** 653
- [9] Yoon S, Jameson A 1987 *AIAA J.* **25** 1052-53
- [10] Menter F R 1993 24<sup>th</sup> *AIAA Fluid Dynamics conference* Orlando, USA, July 6–9, 1993 P2906
- [11] Scott N W, Duque Earl P N 2005 *AIAA2005-136*
- [12] Jin G, Braza M 1994 *AIAA J.* **32** 2316
- [13] Franke R, Rodi W 1991 *Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows* Technical University of Munich, September 9–11, 1991 p20-1-1
- [14] Chen Y, Jin G, Wang K C, Zhu G L 2004 *Acta Aerodynamica Sinica* **22** 499 (in Chinese) [陈勇, 金钢, 王开春, 朱国林 2004 空气动力学学报 **22** 499]

# Study of precondition for simulating low-speed turbulence\*

Chen Yong<sup>†</sup> Guo Long-De Peng Qiang Chen Zhi-Qiang Liu Wei-Hong

(*Facility Design and Instrumentation Institute of China Aerodynamics Research and Development Center,  
Mianyang 621000, China*)

( Received 13 November 2014; revised manuscript received 13 January 2015 )

## Abstract

Precondition for simulating low-speed turbulence is studied in this paper. Against the stiffness of the time-dependent scheme applied to low-speed turbulence, the precondition based on conservative variables is developed, which adopts an implicit iterative method for solving main control equations coupled with turbulence transport equations. In order to ensure the iterative solution stable, a reference Mach number, the dual-time stepping no-matrix scheme, and the method for processing implicitly the source terms of turbulence equations etc. have been developed reasonably, making the software platform unified for all-speed turbulence. Reference Mach number is defined in terms of global and local velocity by a single parameter, and the parameter can be used to control stability, numerical result accuracy, and switch of the precondition. The dual-time stepping LU-SGS method based on conservative variable precondition is developed, realizing no-matrix iterative solution for unsteady flow problems. Against the stiffness in solving the main control equations coupled with turbulence transport equations, the dissipation term of the turbulence equations is processed implicitly, which can enhance main diagonal dominance of the turbulence equations and make the iteration with greater stability. In simulating the turbulence in a nozzle and around a square cylinder or an airfoil, the precondition depicts correctly the structural character of the flowfield; and the computational results are in good agreement with those of theory and experiment etc., and its iterative convergence and numerical accuracy is excellent. It is shown that the precondition in this paper for low-speed turbulence is very effective.

**Keywords:** low-speed turbulence, conservative variables, preconditioning, coupled method

**PACS:** 47.11.-J, 47.27.E-, 47.27.em

**DOI:** [10.7498/aps.64.134701](https://doi.org/10.7498/aps.64.134701)

---

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2013AA8023021).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [cardcchy@sina.com](mailto:cardcchy@sina.com)