

基于压缩感知的矢量阵聚焦定位方法

时洁 杨德森 时胜国 胡博 朱中锐

Compressive focused beamforming based on vector sensor array

Shi Jie Yang De-Sen Shi Sheng-Guo Hu Bo Zhu Zhong-Rui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 024302 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.024302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种高效的自适应波束域变换方法及应用研究

An efficient adaptive beam-space transformation technique and its application in array processing

物理学报.2015, 64(9): 094304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094304>

声矢量阵宽带目标波束域变换广义似然比检测算法

Broadband target beam-space transformation in generalized likelihood ratio test using acoustic vector sensor array

物理学报.2015, 64(9): 094303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094303>

基于信号子空间重构的鲁棒子区域 Frost 波束形成

Robust sub-regional Frost beamforming based on the signal subspace reconstruction

物理学报.2015, 64(5): 054303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054303>

强多途环境下水听器阵列位置近场有源校正方法

A geometric calibration method of hydrophone array with known sources in near field under strong multi-path

物理学报.2015, 64(2): 024304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024304>

基于赛利斯模型和分数阶微分的兰姆波信号消噪

Noise suppression for Lamb wave signals by Tsallis mode and fractional-order differential

物理学报.2014, 63(18): 184301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.184301>

# 基于压缩感知的矢量阵聚焦定位方法\*

时洁<sup>1)2)</sup> 杨德森<sup>1)2)</sup> 时胜国<sup>1)2)†</sup> 胡博<sup>1)2)</sup> 朱中锐<sup>1)2)</sup>

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2015年7月31日收到; 2015年10月13日收到修改稿)

本文针对噪声源近场定位识别问题, 利用声源分布在空间域具有稀疏性, 在压缩感知理论框架下建立了新体系下的矢量阵聚焦波束形成方法, 用于解决同频相干声源的定位识别问题. 新方法可在小快拍下准确获得噪声源的空间位置, 且不损失对噪声源贡献相对大小的评价能力. 通过详细的理论推导、仿真分析和试验验证, 证明了基于压缩感知的矢量阵聚焦定位新方法本质上实现了 $l_1$ 范数正则化求解下的波形恢复和空间谱估计, 因此具有较高的定位精度, 较强的相干声源分辨能力、准确的声源贡献相对大小评价能力以及较高的背景压制能力, 可应用于水下复杂噪声源的定位识别.

**关键词:** 压缩感知, 近场, 噪声源定位, 相干源

**PACS:** 43.60.+d, 43.58.+z, 43.50.+y

**DOI:** 10.7498/aps.65.024302

## 1 引言

开展水下大型结构噪声源定位研究, 确定主要噪声源的空间分布, 并评价各噪声源的贡献量大小, 是有针对性开展减振降噪措施的重要环节. 同时, 随着测量距离的减小、分析频段的降低以及基阵尺度的增加, 噪声源有可能位于测试基阵的近场区域. 因此, 研究近场测试条件下的噪声源定位识别方法具有重要的工程应用价值.

矢量信号处理技术为水下噪声源定位识别提供了强有力的支撑<sup>[1]</sup>. 常规聚焦波束形成通过对特定方向入射的球面波进行相位或时延补偿来求取声场的等效分布. 矢量阵MVDR高分辨聚焦波束形成方法将MVDR高分辨算法、矢量阵处理及近场聚焦算法统一于Nehorai的经典理论框架下, 通过约束最小化问题的求解, 提高聚焦空间分辨率并降低旁瓣级<sup>[2]</sup>. 但该方法的主要问题是不能直接处理相干信号, 且在存在噪声干扰与失配的情况下性

能严重退化, 稳健性优化的最优加载量确定困难, 使其工程化应用遇到困难<sup>[3]</sup>. 此外, 理论上讲最大似然算法(maximum likelihood: ML)是最优估计器, 但是其估计似然函数的非线性特性使得在求解的过程中产生巨大运算量, 且ML算法仅能获得方位估计结果, 损失了目标强度信息<sup>[4]</sup>.

而压缩感知理论(compressed sensing)指出只要信号是可压缩或者在某个变换域是稀疏的, 就可以以远低于奈奎斯特频率的采样率获取稀疏信号的非自适应线性投影, 然后通过最优化问题可以从有限的采样值中精确重构原信号<sup>[5]</sup>. 而在声源方位估计或定位问题中, 实际空间声源的个数相比于待扫描的空间区域往往是稀疏的, 这恰恰满足了压缩感知理论中对信号稀疏性的要求. 在该理论框架下的方位估计方法优点更为突出: 可应用于小快拍数据; 无需预先估计声源个数; 可直接处理相干信号; 可应用于阵元数少于声源数的情形等<sup>[6]</sup>.

基于此, 压缩感知理论被推广应用用于声学领域, 解决阵列信号处理、方位估计和声源定位等诸

\* 长江学者和创新团队发展计划(批准号: IRT1228)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20122304120023, 20122304120011)和国家自然科学基金青年基金(批准号: 11204050, 11204049)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shishengguo@hrbeu.edu.cn

多复杂问题. Gorodnitsky 等 [7] 将 DOA 估计问题视为一个欠定问题, 并采用迭代加权最小范数法 (focal underdetermined system solver, FOCUSS) 对该问题进行稀疏求解. Malioutov 等 [8] 通过约束  $l_1$  范数的方法来提高解算的稀疏性, 并利用奇异值分解技术 (singular value decomposition, SVD) 来改善算法在低信噪比等条件下的性能. 空气声学领域, Simard 与 Antoni [9] 基于麦克风阵列研究了声源识别问题, 并证明了压缩感知波束形成方法同样适用于近场聚焦球面波模型. Chu 等 [10] 针对较强背景噪声, 基于压缩感知波束形成的基本理论, 通过稀疏约束实现了声源功率、方位及噪声功率的联合估计. 在海洋声学领域, Edelmann 和 Gaumont [11] 应用压缩感知波束形成技术进行 BASE07 试验数据处理, 表明压缩感知波束形成较传统波束形成具有更高的空间分辨能力和背景干扰抑制能力. Gerstoft 等 [12] 详细分析了压缩感知波束形成在空间扫描区域网格划分以及信噪比等因素影响下的性能.

Li 等 [13] 分别采用对角加载最小二乘法 (diagonal loading least squares),  $l_1$  范数正则约束法 ( $l_1$  regularization), 以及正交匹配跟踪法 (orthogonal matching pursuit: OMP) 三种方法求解基于压缩感知的方位估计问题, 并对结果进行了对比. Zhong 等 [14] 提出了基于采样协方差矩阵的压缩感知波束形成方法 (CSB-II), 并通过空气声学实验证明了该方法的有效性. Lei 等 [15] 将合成孔径技术与压缩感知波束形成相结合, 无需预先估计基阵的运动参数即可对声源进行准确估计. 梁国龙等 [16] 针对水声矢量信号处理框架中的高速运动目标低信噪比小快拍条件下的稳健高分辨方位估计问题, 将压缩感知技术应用于水声矢量信号空间谱估计模

型中, 提高水下高速运动目标方位估计的分辨率和稳健性.

尽管压缩感知作为非常有价值的研究手段在声学领域很多方面取得了较大进展, 证明了该理论在工程应用中具有巨大潜力, 但人们对于其在水下噪声源定位识别领域中的应用仍较为初步. 本文研究的目的是结合噪声源近场定位模型和声矢量阵信号处理框架, 利用声源分布在空间域具有稀疏性, 在压缩感知理论框架下建立新体系下的聚焦波束形成方法, 用于解决同频相干声源的近场定位问题. 新方法可在小快拍准确获得噪声源的空间位置, 且不损失对噪声源贡献相对大小的评价能力.

## 2 基于稀疏采样的矢量阵近场聚焦信号模型

以垂直矢量阵近场聚焦定位问题为例 (如图 1 所示), 空间  $z'$  轴上有一  $M$  元均匀垂直矢量阵, 该垂直阵至声源平面  $S$  的距离为  $y_s$ , 设  $S$  上分布有  $N$  个同频相干单频声源. 垂直阵阵元  $z'$  向坐标矢量为  $\mathbf{Z}_A = [z'_1 \cdots z'_c \cdots z'_M]^T$  ( $m = 1, 2, \cdots, M$ ),  $z'_c$  为参考阵元坐标. 声源信号是自然的稀疏信号, 在声源平面上可采用空间网格划分实现对其稀疏性表示, 将信号与其空间所在位置实现一一对应, 为从阵列接收信号重构声源发射信号进而对声源进行定位提供基础.

### 2.1 声压阵信号的稀疏表示

对于  $M$  元均匀声压阵接收信号的稀疏表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (1)$$

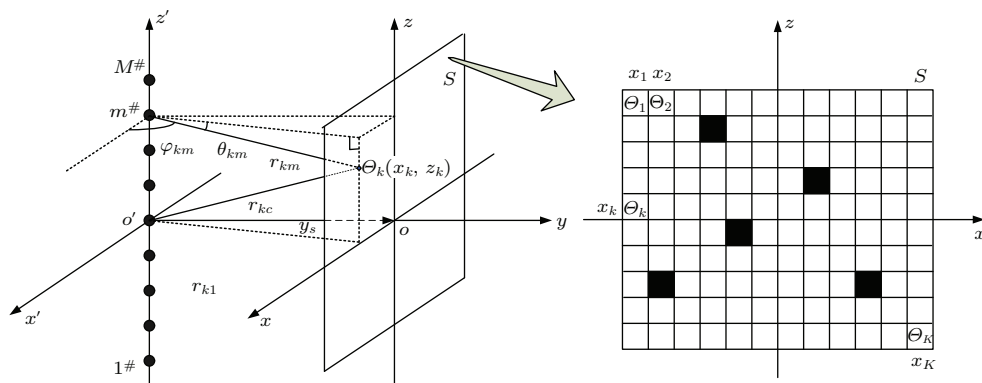


图 1 垂直矢量阵近场定位模型

Fig. 1. The localization model in the near field of vector sensor array.

下面结合图2阐述该式的物理意义. 图中实心区域表示真实的声源位置, 空心区域表示虚拟的声源位置, 我们将声源所在平面S划分为  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k, \dots, \theta_K\}$ , 则每一个空间区域  $\theta_k$  与声源  $x_k$  一一对应, 同时因为空间中只存在  $N$  个真实声源 ( $N \ll K$ ), 则在  $S$  上, 只有  $N$  个空间区域存在信号, 即构造的  $K \times L$  维信号矩阵  $\mathbf{x}$  中只有  $N$  行非零元素的波形数据,  $L$  为数据快拍数. 据此(1)式的物理意义已经十分清晰,  $\mathbf{A}$  为  $M \times K$  维空间阵列流型矩阵(即导向矢量矩阵),  $\mathbf{y}$  表示阵列接收的信号波形,  $\mathbf{x}$  表示包含声源位置信息空间稀疏信号,  $\mathbf{y}$  本质上就是  $\mathbf{x}$  的稀疏表示. 该问题实际上描述的就是要利用已经获知的矢量阵接收数据  $\mathbf{y}$  和通过超完备的  $\mathbf{A}$  来重构稀疏信号  $\mathbf{x}$  的过程.  $\mathbf{n}$  为阵列接收到的噪声信号.

进一步根据近场模型, 将  $\mathbf{A}$  表示为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_k, \dots, \mathbf{A}_K], \quad (2)$$

其中, 对应于空间区域  $\theta_k$  的导向矢量  $\mathbf{A}_k$  可表示为

$$\mathbf{A}_k = \left[ \alpha_{k1} e^{-j\frac{\omega}{c} R_{k1}}, \alpha_{k2} e^{-j\frac{\omega}{c} R_{k2}}, \dots, \right.$$

$$\left. \alpha_{km} e^{-j\frac{\omega}{c} R_{km}}, \dots, \alpha_{kM} e^{-j\frac{\omega}{c} R_{kM}} \right]^T. \quad (3)$$

根据近场条件下声源平面  $S$  上各个划分区域与阵列的相对位置关系, 可知  $r_{km}$  为第  $k$  个空间区域至第  $m$  号阵元的距离:

$$r_{km} = \sqrt{x_k^2 + y_s^2 + (z_k - z'_m)^2}. \quad (4)$$

$R_{km}$  为第  $k$  个空间区域至第  $m$  号阵元与参考阵元  $z'_c$  的程差:

$$\begin{aligned} R_{km} &= r_{km} - r_{kc} \\ &= \sqrt{x_k^2 + y_s^2 + (z_k - z'_m)^2} \\ &\quad - \sqrt{x_k^2 + y_s^2 + (z_k - z'_c)^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

$\alpha_{km} = 1/r_{km}$  为第  $k$  个空间区域至第  $m$  号阵元的幅度衰减系数.

### 2.2 矢量阵信号的稀疏表示

进一步可扩展得到  $M$  元三维均匀矢量阵接收信号的稀疏表示为

$$\mathbf{y}_v = \mathbf{A}_v \mathbf{x} + \mathbf{n}_v. \quad (6)$$

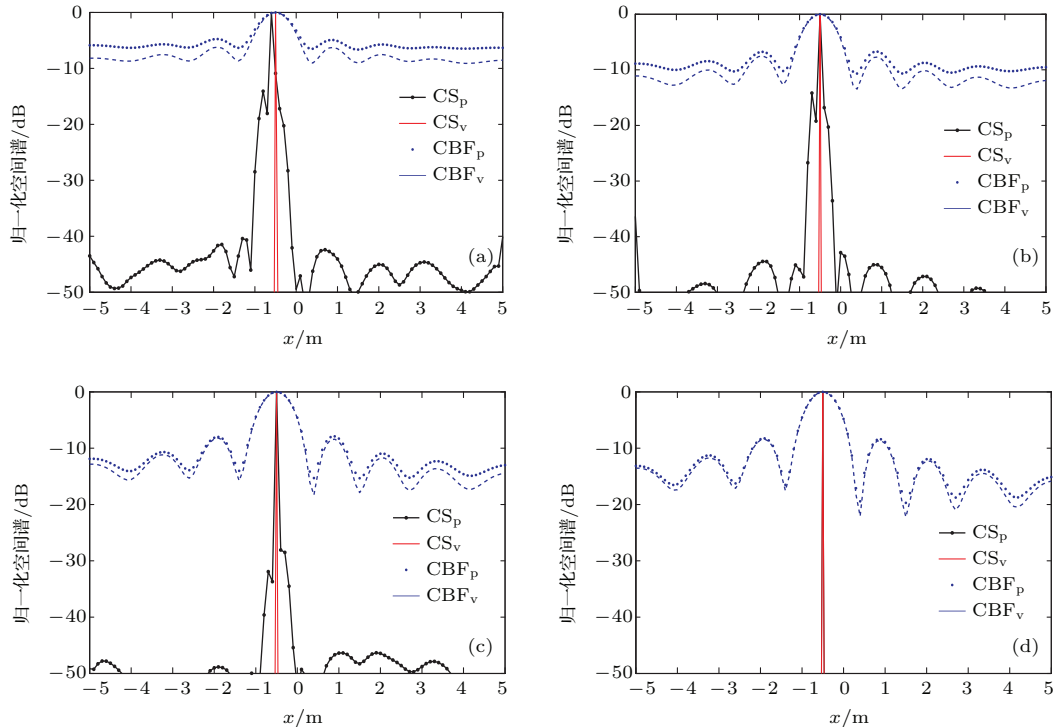


图2 (网刊彩色) 不同信噪比的定位结果 (a) SNR = -5 dB ( $\delta = 20$ ); (b) SNR = 0 dB ( $\delta = 15$ ); (c) SNR = 5 dB ( $\delta = 15$ ); (d) SNR = 10 dB ( $\delta = 10$ )

Fig. 2. (color online) The localization results versus different signal-to-noise ratio: (a) SNR = -5 dB ( $\delta = 20$ ); (b) SNR = 0 dB ( $\delta = 15$ ); (c) SNR = 5 dB ( $\delta = 15$ ); (d) SNR = 10 dB ( $\delta = 10$ ).

可知,  $\mathbf{A}_v$  为  $4M \times K$  维矢量阵空间阵列流型矩阵 (即矢量阵聚焦导向矢量矩阵),  $\mathbf{y}_v$  为  $4M \times L$  维阵列接收的信号波形,  $\mathbf{x}$  仍表示  $K \times L$  维包含声源位置信息的空间稀疏信号. 可将  $\mathbf{A}_v$  进一步表示为

$$\mathbf{A}^{(v)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^{(x)} \\ \mathbf{A}^{(y)} \\ \mathbf{A}^{(z)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{A}^{(x)}$ ,  $\mathbf{A}^{(y)}$  和  $\mathbf{A}^{(z)}$  分别表示  $x$  向、 $y$  向和  $z$  向的振速聚焦导向矢量矩阵, 有

$$\mathbf{A}^{(x)} = \mathbf{a}^{(x)} \odot \mathbf{D}^{(v)} \odot \mathbf{A}, \quad (8a)$$

$$\mathbf{A}^{(y)} = \mathbf{a}^{(y)} \odot \mathbf{D}^{(v)} \odot \mathbf{A}, \quad (8b)$$

$$\mathbf{A}^{(z)} = \mathbf{a}^{(z)} \odot \mathbf{D}^{(v)} \odot \mathbf{A}, \quad (8c)$$

其中,  $\odot$  为 Hadamard 积, 表示对应元素相乘.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(x)} &= [\mathbf{a}_1^{(x)}, \mathbf{a}_2^{(x)}, \dots, \mathbf{a}_k^{(x)}, \dots, \mathbf{a}_K^{(x)}], \\ \mathbf{a}^{(y)} &= [\mathbf{a}_1^{(y)}, \mathbf{a}_2^{(y)}, \dots, \mathbf{a}_k^{(y)}, \dots, \mathbf{a}_K^{(y)}] \end{aligned}$$

和

$$\mathbf{a}^{(z)} = [\mathbf{a}_1^{(z)}, \mathbf{a}_2^{(z)}, \dots, \mathbf{a}_k^{(z)}, \dots, \mathbf{a}_K^{(z)}]$$

分别为  $x$  向、 $y$  向和  $z$  向聚焦单位矢量矩阵, 有

$$\mathbf{a}_k^{(x)} = [\cos \theta_{k1} \cos \varphi_{k1}, \dots, \cos \theta_{km} \cos \varphi_{km}, \dots, \cos \theta_{kM} \cos \varphi_{kM}]^T, \quad (9a)$$

$$\mathbf{a}_k^{(y)} = [\cos \theta_{k1} \sin \varphi_{k1}, \dots, \cos \theta_{km} \sin \varphi_{km}, \dots, \cos \theta_{kM} \sin \varphi_{kM}]^T, \quad (9b)$$

$$\mathbf{a}_k^{(z)} = [\sin \theta_{k1}, \dots, \sin \theta_{km}, \dots, \sin \theta_{kM}]^T. \quad (9c)$$

$\theta_{km} \in [-\pi/2, \pi/2]$  为第  $k$  个空间区域对应第  $m$  号阵元的俯仰角,  $\varphi_{km} \in [0, 2\pi]$  为方位角.

$$\theta_{km} = \text{tg}^{-1} \left( \frac{z_k - z'_m}{\sqrt{x_k^2 + y_s^2}} \right), \quad (10)$$

$$\varphi_{km} = \text{tg}^{-1} \left( \frac{y_s}{x_k - x'_m} \right). \quad (11)$$

$\mathbf{D}^{(v)} = [\mathbf{D}_1^{(v)}, \mathbf{D}_2^{(v)}, \dots, \mathbf{D}_k^{(v)}, \dots, \mathbf{D}_K^{(v)}]$  为复阻抗矩阵,  $\mathbf{D}_k^{(v)}$  为对应于第  $k$  个空间区域的复阻抗矢量

$$\mathbf{D}_k^{(v)} = [e^{-j\phi(r_{k1})}, e^{-j\phi(r_{k2})}, \dots, e^{-j\phi(r_{km})}, \dots, e^{-j\phi(r_{kM})}]^T, \quad (12)$$

其中  $\phi(r_{km})$  表示第  $m$  个矢量水听器对应于第  $k$  个空间区域的声压、振速通道间的相位差.

### 3 基于空间稀疏信号重构的声源定位方法研究

上节通过构建适当的稀疏投影测量矩阵, 即具有适当稀疏性的聚焦导向矢量矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{A}_v$ , 将稀疏信号处理模型可用 (1) 式和 (6) 式描述. 该模型对应的是一个欠定方程, 可以从声压阵或矢量阵数据中恢复源信号波形, 而解决这一稀疏线性回归问题的有效方法是使用低阶模对普通的二阶误差进行正则化, 即求解优化问题

$$\min \|\mathbf{x}\|_l \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (13a)$$

$$\min \|\mathbf{x}\|_l \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y}_v - \mathbf{A}_v\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (13b)$$

其中, s.t. 表示约束条件,  $l$  表示某范数.

针对 (13) 式, 传统方法是采用最小能量约束的思想, 即将其转化成最小  $l_2$  范数的形式:

$$\min \|\mathbf{x}\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (14a)$$

$$\min \|\mathbf{x}\|_2 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y}_v - \mathbf{A}_v\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (14b)$$

其中,  $\|\cdot\|_2$  表示  $l_2$  范数. 进一步, 问题 (14) 具有解析解:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{y}, \quad (15a)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_v^T(\mathbf{A}_v\mathbf{A}_v^T)^{-1}\mathbf{y}_v. \quad (15b)$$

然而,  $l_2$  范数代表信号的能量而非稀疏性. 因此, (15) 式无法得到稀疏解. 相比之下, 信号稀疏性的理想测度是考察该信号中非零元素的个数, 数学上即称为  $l_0$  范数. 因此, 为了得到稀疏解, 将  $l_0$  范数取代 (14) 式中的  $l_2$  范数, 可得

$$\min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (16a)$$

$$\min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y}_v - \mathbf{A}_v\mathbf{x}\|_2 \leq \delta. \quad (16b)$$

但求解问题 (16) 却是一个难题, 该式是一个组合优化问题, 其解在数值上通常是非稳定的. 因此, 许多求解 (16) 式的算法应运而生, 典型的包括贪婪算法、 $l_1$  范数正则法以及  $l_p$  ( $0 < p < 1$ ) 范数正则法等. 就  $l_1$  范数正则法而言, 在信号相对于感知矩阵足够稀疏的条件下, (16) 式等价于

$$\min \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \leq \delta, \quad (17a)$$

$$\min \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y}_v - \mathbf{A}_v\mathbf{x}\|_2 \leq \delta. \quad (17b)$$

本质上, (17) 式是一个凸优化问题, 可通过线性规划理论进行求解<sup>[17]</sup>, 具体包括  $l_1$ -MAGIC 数

据包, SeDuMi 软件以及 CVX 工具箱等. 在本文中, 我们采用 CVX 工具箱, 该工具箱可有效求解凸优化问题, 包括线性或二次规划问题 (linear and quadratic programs, LPs/QPs), 二阶锥规划问题 (second-order cone programs, SOCPs) 以及半无限规划问题 (semidefinite programs). 最重要的是, CVX 工具箱可方便有效解决  $l_1$  范数优化问题 [18].

在获得包含声源位置信息的空间稀疏信号  $\mathbf{x}$  的估计结果后, 对数据进行简单的功率计算, 即可获得对应于平面  $S$  上  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k, \dots, \theta_K\}$  范围内的空间谱估计结果. 由于该估计结果是在波形恢复的基础上进而获得能量信息, 因此可以在获得定位结果的同时, 获得声源强度相对大小.

## 4 算法性能分析

### 4.1 信噪比对定位误差的影响分析

声源面上的单频单声源位置坐标为  $(x_{s1}, z_{s1}) = (5, -0.5)$  m, 声源频率为 1 kHz. 声源面  $S$  距垂直阵的距离  $y_s = 4$  m, 阵元个数 11 个, 阵元间距为 0.75 m. 常规聚焦波束形成方法的快拍数为 1024, 压缩感知聚焦波束形成的快拍数为 10, 设置空间区域  $\Theta$  在  $x$  方向的坐标为 5 m,  $z$  方向的扫描步长为 0.01 m, 扫描范围为  $-5 \sim 5$  m. 以下分别对声压阵常规聚焦波束形成 (简称  $CBF_p$ )、矢量阵常规聚焦波束形成 (简称  $CBF_v$ ) 方法、声压阵压缩感知聚焦波束形成 (简称  $CS_p$ ) 以及矢量阵压缩感知聚焦波束形成 (简称  $CS_v$ ) 四种方法在不同信噪比下的定位效果进行对比, 如图 2 所示.

信噪比条件的改变对于常规方法的影响不明显, 而压缩感知聚焦波束形成方法通过改变约束参数  $\delta$  可以适应不同的信噪比情况, 总体规律上, 信噪比越大, 设置的约束参数越小; 反之, 信噪比越小, 需要的约束参数越大. 在相同信噪比, 相同约束参数的条件下, 矢量阵算法的谱峰更为尖锐, 背景起伏更小, 定位结果也更为准确, 这说明矢量阵综合了声压和振速通道的信息, 其稀疏性更优.

### 4.2 约束参数 $\delta$ 对定位误差的影响分析

声源面上的同频相干双声源位置坐标为  $(x_{s1}, z_{s1}) = (5, -0.5)$  m 和  $(x_{s2}, z_{s2}) = (5, 0.5)$  m, 声源频率为 1 kHz. 声源面  $S$  距垂直阵的距离

$y_s = 10$  m, 阵元个数 9 个, 阵元间距固定为 0.75 m, 信噪比  $SNR = 20$  dB, 多快拍点数为 30 个. 以下分析不同约束参数  $\delta$  下同频相干双声源的定位精度, 结果如图 3 所示.

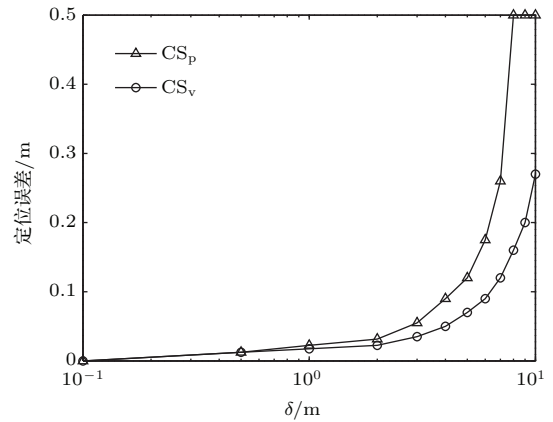


图 3 不同稀疏性约束下的定位精度

Fig. 3. The localization bias versus different regularization Parameter  $\delta$ .

约束参数  $\delta$  体现了在一定信噪比条件下, 阵列与空间稀疏性之间的关系, 当约束参数  $\delta$  的选取适当的情况下, 双声源的定位精度较高, 同时对相干声源的分辨能力较强; 反之, 当约束参数  $\delta$  选取失当时, 会产生明显的定位误差甚至丢失目标. 仿真结果表明, 在近场聚焦定位情况下, 当满足较高信噪比条件时, 约束参数  $\delta$  选取越大, 对误差的约束越弱, 越偏离真实情况, 因此会随之产生定位误差. 此外, 矢量阵的定位精度在相同约束参数下均优于声压阵, 其原因在于矢量阵对声压和振速通道数据的联合处理改善了欠定方程的求解条件, 可以获得更佳定位精度. 对于信噪比、空间稀疏性、约束参数、阵列参数之间的优化选取问题, 另文详述.

## 5 试验数据分析

利用湖试试验中的 7 元均匀水平矢量阵数据进行算法对比验证. 基阵阵元间距 0.75 m, 基阵孔径为 4.5 m. 测量船船尾另外装置有刚性支架, 用于吊放基阵及声源. 矢量阵水平吊放于测量船尾部, 基阵中心距离支架高度为 14 m, 估算其入水深度为 11.3 m, 试验水域水深约为 30 m, 由于直达声与海面一次反射声的声程较大, 可忽略湖面反射引起的多途效应的影响. 基阵入水前测量基阵中心至刚性支架间的距离为 0.85 m, 此距离即为声源面距

离基阵之间的距离. 图4为水平矢量阵测量系统侧视图, 基阵中心4号阵元位于坐标系原点.

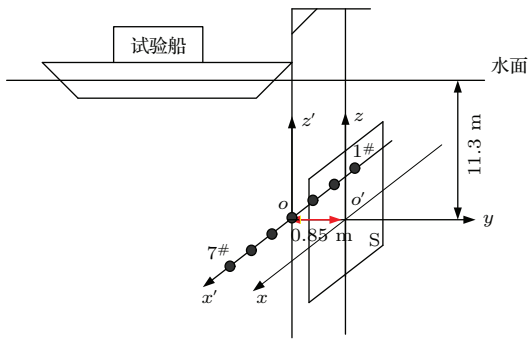


图4 水平矢量阵测量系统示意图

Fig. 4. The vector sensor array used in the experiment.

### 5.1 单声源定位结果分析

以下对单声源定位结果进行分析. 声源发射声波频率为1 kHz, 下文对声压阵常规聚焦(简称 $CBF_p$ )、MVDR聚焦(简称 $MVDR_p$ )、最大似然聚焦(简称 $ML_p$ )和压缩感知聚焦(简称 $CS_p$ )算法, 以及矢量阵常规聚焦(简称 $CBF_v$ )、MVDR聚焦(简称 $MVDR_v$ )、最大似然聚焦(简称 $ML_v$ )和压缩感知聚焦(简称 $CS_v$ )算法的定位结果进行综合对比分析. 其中, 压缩感知算法的快拍数为30, 空间区域为 $x$ 向 $-2\sim 2$  m,  $z$ 向为 $-2\sim 2$  m, 步长为0.1 m. 其他算法的快拍数均为1024, 空间区域为 $x$ 向 $-4\sim 4$  m,  $z$ 向为 $-4\sim 4$  m, 步长为0.1 m. 声源的真实布放位置约为 $(-1.4, 0.6)$  m. 对比结果将空间谱进行归一化后进行显示(如图5中右侧色棒所示), 并将动态范围约束在 $-50\sim 0$  dB之间, 这便于对不同算法的空间谱特征及背景压制能力进行对比分析.

声压阵处理结果均为 $(-1.4, 0.5)$  m, 矢量阵处理结果均为 $(-1.4, 0.6)$  m, 与试验中声源的真实布放位置 $(-1.4, 0.6)$  m基本符合. 由于利用基阵的孔径, 声压阵和矢量阵在沿 $x$ 向的定位精度相当; 由于矢量阵利用了三维振速信息, 在垂直于基阵不存在实际孔径的方向上, 仍能获得较高的定位精度, 其估计结果准确度和可信度更高.

对比不同算法的定位结果可知, 常规聚焦方法受限于基阵孔径和声源频率的约束, 空间谱谱峰范围较大, 且背景起伏严重; MVDR聚焦方法改善了背景起伏的问题, 同时谱峰更为尖锐, 但在实际数据处理结果中, 其谱峰和背景之间的抑制比明显变

小( $<10$  dB), 表现出明显的性能退化; ML聚焦算法的定位准确度较高, 但主要缺点是仅能获得定位结果, 无法获得声源贡献的相对大小; 压缩感知聚焦算法利用信号在扫描空间的稀疏性, 可对空间信号进行重构, 获得声源位置信息, 对比声压阵和矢量阵的处理结果, 矢量阵处理对于左右舷模糊具有明显的抑制作用, 且获得良好的空间动态范围(优于50 dB). 通过不同算法声压阵和矢量阵处理结果的对比, 均可获知矢量阵的处理结果更为优异.

进一步对2 kHz单频声源定位结果进行对比分析, 声源的真实布放位置约为 $(0.8, 0.3)$  m, 结果如图6所示. 图中常规方法容易出现栅瓣引入伪峰的影响, MVDR算法可以抑制背景起伏, 但其缺点是容易发生性能退化, 背景抬高, 损失动态范围. 而压缩感知综合了诸多优点, 可抑制栅瓣伪峰的影响, 定位精度高, 谱峰更加尖锐, 背景抑制能力更强.

### 5.2 相干双声源定位结果分析

下文分别针对500 Hz, 800 Hz和1 kHz的相干双声源条件, 对基于矢量阵处理的四种算法定位结果进行综合对比分析, 结果如图6—图9所示.

对于500 Hz相干双声源试验条件, 双声源预设的水平位置间距约为2 m, 强度大小存在较大差异, 约相差近20 dB, 以此来对比和验证各个算法的定位性能和源强度贡献评价能力. 常规方法可获得声源位置的大概轮廓, 但由于双源之间的相互影响, 双源位置明显偏离正确位置坐标. MVDR聚焦算法可获得强声源的定位结果, 但由于性能退化, 背景抬高, 导致丢失了弱目标的位置信息. 采用交替迭代的最大似然聚焦算法, 对于弱目标的估计结果出现明显的偏差. 而本文的压缩感知聚焦算法可以准确估计声源位置, 且能评价声源贡献大小, 即使声源强度相差近20 dB, 新方法也能较为准确的获得声源的位置和强度相对大小估计结果.

对于800 Hz和1 kHz相干双声源试验条件, 双声源预设的水平位置间距约为2 m, 强度相当. 其定位结果的规律基本相同. 压缩感知聚焦算法的优势表现较为明显, 除了能够准确获得声源定位结果, 可以较为准确的还原声源贡献相对大小信息, 体现出压缩感知处理对于噪声源定位识别的巨大优势.

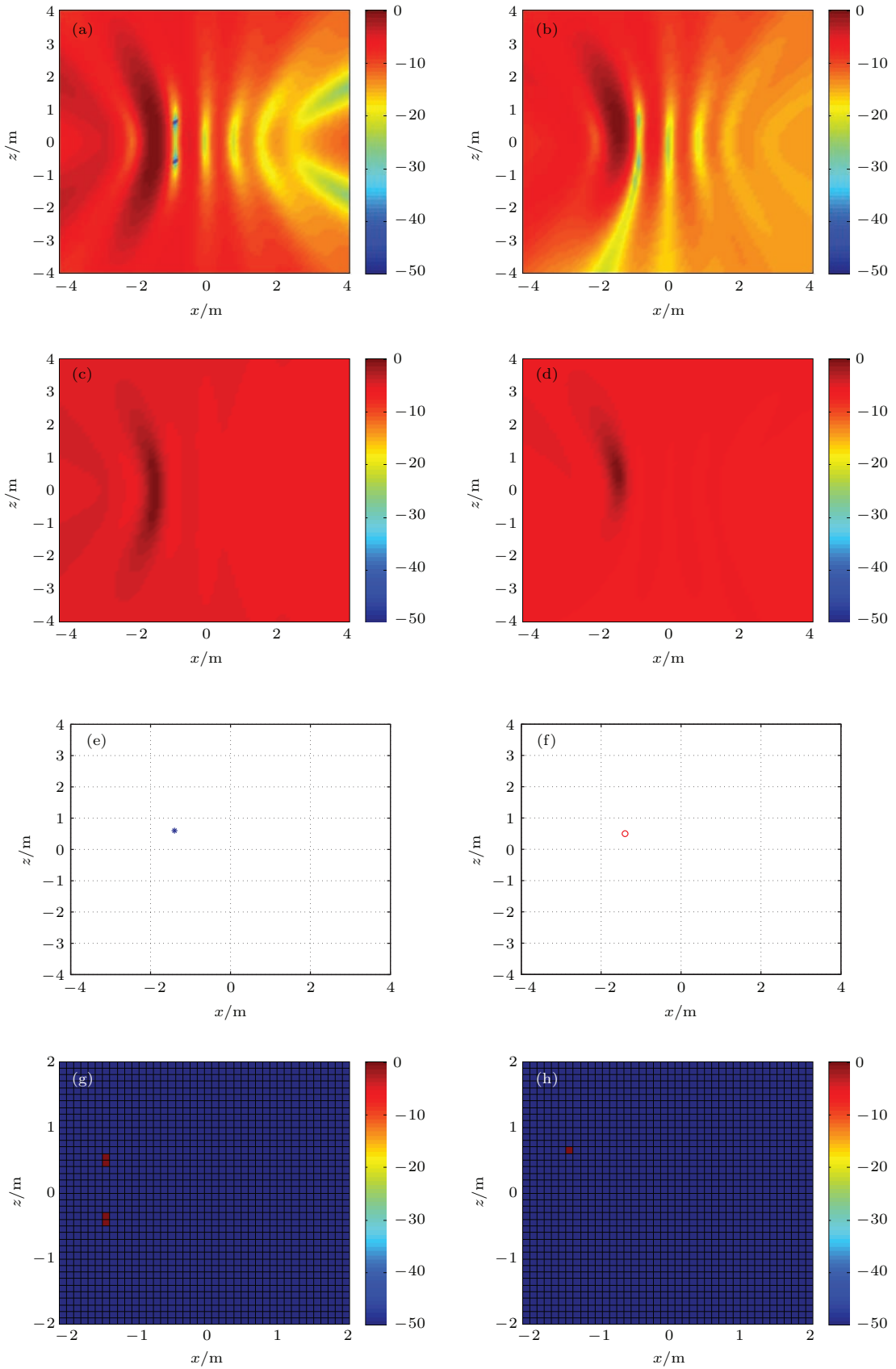


图5 (网刊彩色) 单声源(1 kHz)定位结果 (a)  $CBF_p$ ; (b)  $CBF_v$ ; (c)  $MVDR_p$ ; (d)  $MVDR_v$ ; (e)  $ML_p$ ; (f)  $ML_v$ ; (g)  $CS_p$ ; (h)  $CS_v$

Fig. 5. (color online) The localization results of single source (1 kHz): (a)  $CBF_p$ ; (b)  $CBF_v$ ; (c)  $MVDR_p$ ; (d)  $MVDR_v$ ; (e)  $ML_p$ ; (f)  $ML_v$ ; (g)  $CS_p$ ; (h)  $CS_v$ .



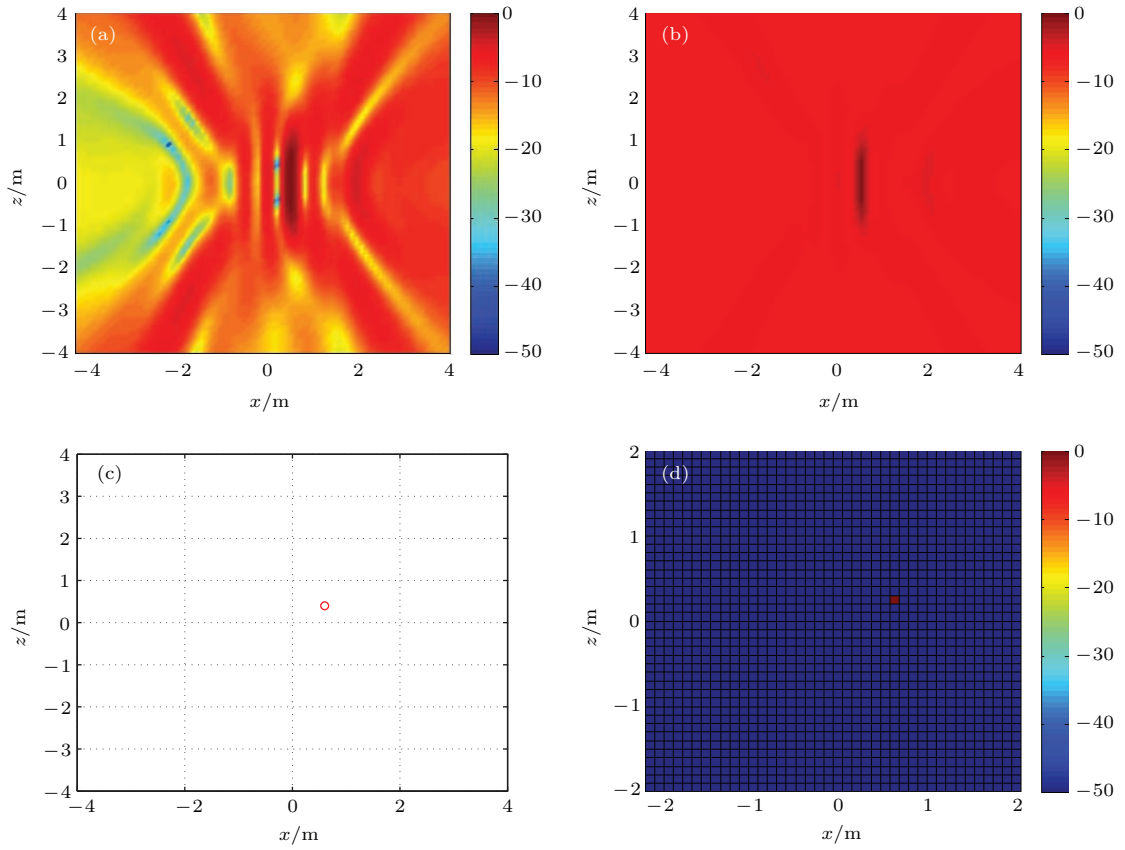


图6 (网刊彩色) 单声源 (2 kHz) 定位结果对比 (a)  $CBF_v$ ; (b)  $MVDR_v$ ; (c)  $ML_v$ ; (d)  $CS_v$

Fig. 6. (color online) The localization results of single source (2 kHz): (a)  $CBF_v$ ; (b)  $MVDR_v$ ; (c)  $ML_v$ ; (d)  $CS_v$ .

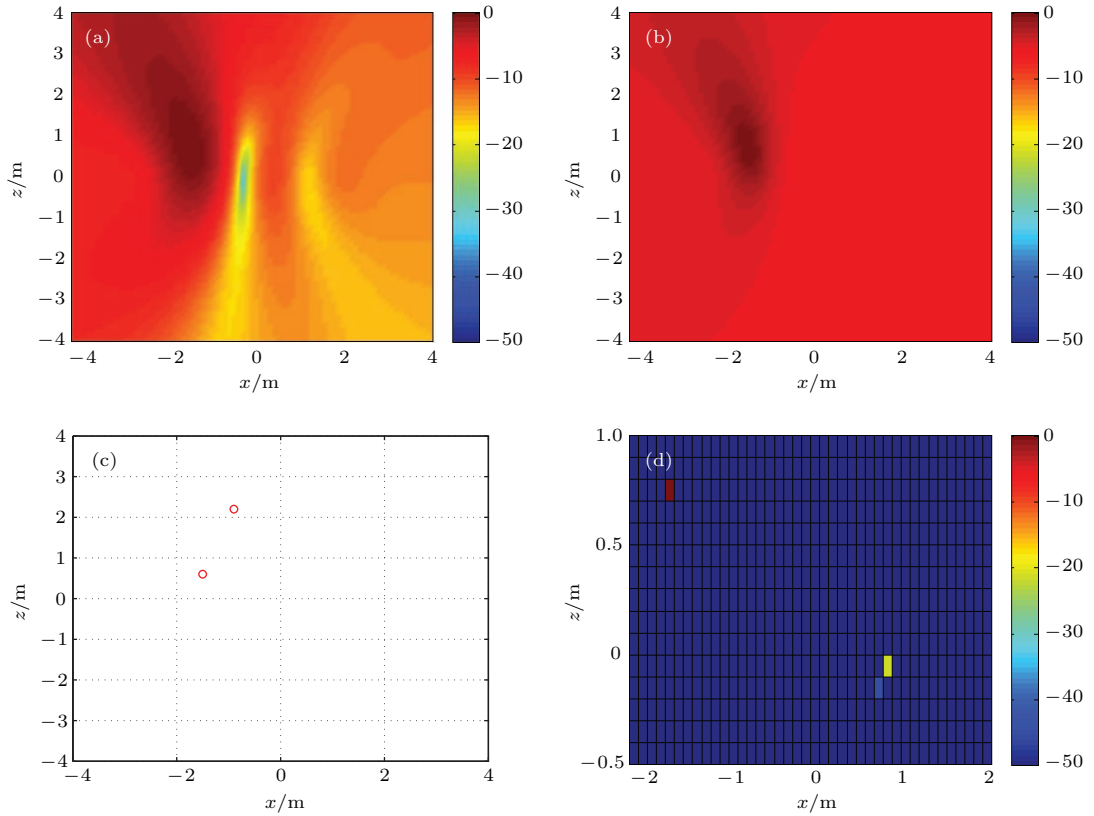


图7 (网刊彩色) 相干双声源 (500 Hz) 定位结果对比 (a)  $CBF_v$ ; (b)  $MVDR_v$ ; (c)  $ML_v$ ; (d)  $CS_v$

Fig. 7. (color online) The localization results of coherent sources (500 Hz): (a)  $CBF_v$ ; (b)  $MVDR_v$ ; (c)  $ML_v$ ; (d)  $CS_v$ .

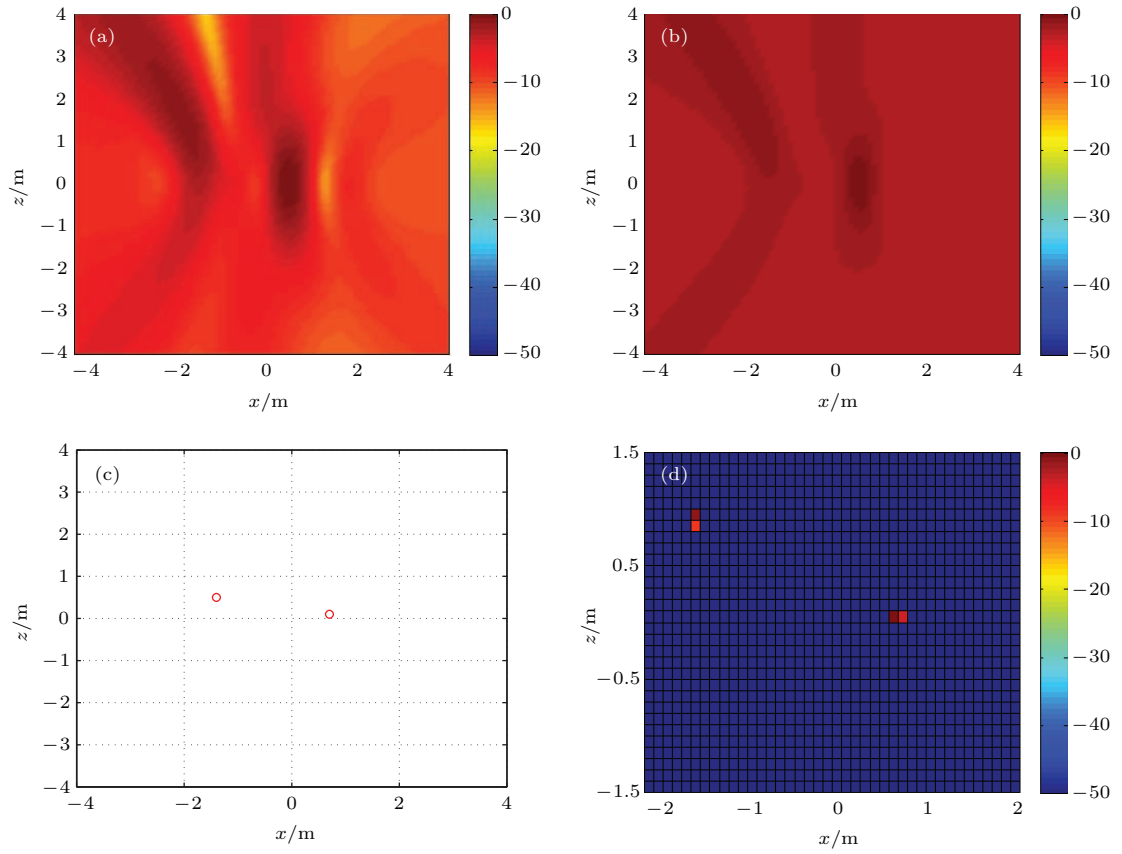


图8 (网刊彩色) 相干双声源 (800 Hz) 定位结果对比 (a) CBF<sub>v</sub>; (b) MVDR<sub>v</sub>; (c) ML<sub>v</sub>; (d) CS<sub>v</sub>

Fig. 8. (color online) The localization results of coherent sources (800 Hz): (a) CBF<sub>v</sub>; (b) MVDR<sub>v</sub>; (c) ML<sub>v</sub>; (d) CS<sub>v</sub>.

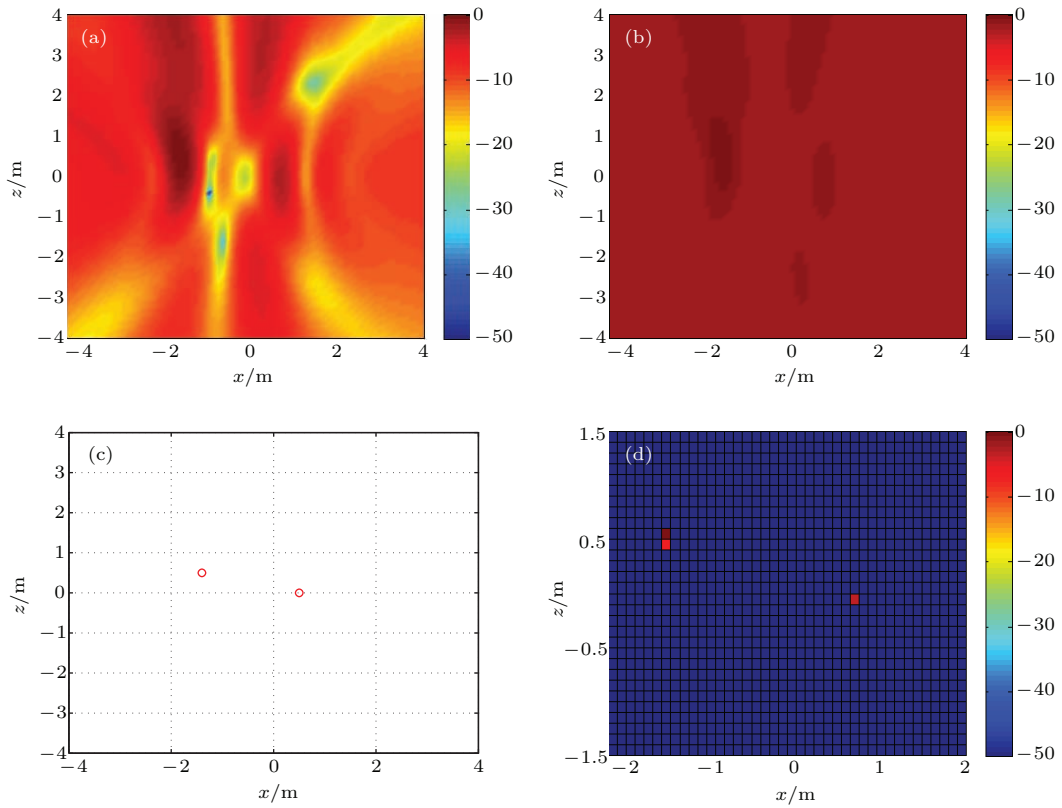


图9 (网刊彩色) 相干双声源 (1 kHz) 定位结果对比 (a) CBF<sub>v</sub>; (b) MVDR<sub>v</sub>; (c) ML<sub>v</sub>; (d) CS<sub>v</sub>

Fig. 9. (color online) The localization results of coherent sources (1 kHz): (a) CBF<sub>v</sub>; (b) MVDR<sub>v</sub>; (c) ML<sub>v</sub>; (d) CS<sub>v</sub>.

综合以上试验数据的分析结果可知, 压缩感知矢量阵聚焦波束形成方法的性能较为全面, 具有分辨率高、定位精度高、背景抑制能力强, 相干声源贡献评价准确等众多优点, 新方法有望提高水下噪声源定位识别的效果.

## 6 结 论

本文提出了一种基于压缩感知的矢量阵聚焦定位新方法, 该方法充分利用声源的空间稀疏性, 构造了矢量阵近场定位的稀疏信号模型, 利用  $l_1$  范数正则法求解, 实现了小快拍下的准确声源定位. 该方法与以往方法相比, 克服了相干声源分辨困难, 贡献评价不准确, 实际应用中算法性能退化严重, 计算结果依赖大快拍进行数据协方差估计, 算法迭代处理计算量巨大等一系列复杂问题. 具有分辨率高、定位精度高、背景抑制能力强, 相干声源贡献评价准确等众多优点, 新方法有望提高水下噪声源定位识别的效果.

## 参考文献

- [1] Shi J, Yang D S, Shi S G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 064301 (in Chinese) [时洁, 杨德森, 时胜国 2011 物理学报 **60** 064301]
- [2] Shi J, Yang D S, Shi S G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124302 (in Chinese) [时洁, 杨德森, 时胜国 2012 物理学报 **61** 124302]
- [3] Cho Y T, Roan M J 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 944
- [4] Levin D, Habets Emanuel A P, Gannot S 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 1240
- [5] Candes E J, Wakin M B 2008 *IEEE Signal Proc. Mag.* **25** 21
- [6] Baraniuk R G 2007 *IEEE Signal Proc. Mag.* **24** 118
- [7] Gorodnitsky I F, Rao B D 1997 *IEEE Trans. Signal Process.* **45** 600
- [8] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S 2005 *IEEE Trans. Signal Process.* **53** 3010
- [9] Simard P, Antoni J 2013 *Appl. Acoust.* **74** 974
- [10] Chu N, Picheral J, Mohammad-djafari A, Gac N 2014 *Appl. Acoust.* **76** 197
- [11] Edelmann G F, Gaumond C F 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** 232
- [12] Xenaki A, Gerstoft P 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 260
- [13] Li X, Ma X C, Yan S F 2013 *Appl. Acoust.* **74** 926
- [14] Zhong S Y, Wei Q K, Huang X 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **134** 445
- [15] Lei Z X, Yang K D, Duan R, Xiao P 2015 *J. Acoust. Soc. Am.* **137** 255
- [16] Liang G L, Ma W, Fan Z, Wang Y L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144302 (in Chinese) [梁国龙, 马巍, 范展, 王逸林 2013 物理学报 **62** 144302]
- [17] Boyd S, Vandenberghe L 2004 *Convex Optimization* (New York: Cambridge University Press) p120
- [18] CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.0 beta, Grant M, Boyd S <http://cvxr.com/cvx> [2015-6-31]

# Compressive focused beamforming based on vector sensor array\*

Shi Jie<sup>1)2)</sup> Yang De-Sen<sup>1)2)</sup> Shi Sheng-Guo<sup>1)2)†</sup> Hu Bo<sup>1)2)</sup> Zhu Zhong-Rui<sup>1)2)</sup>

1) (Science and Technology on Underwater Acoustic Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

2) (College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

( Received 31 July 2015; revised manuscript received 13 October 2015 )

## Abstract

With the rapid development of the theory and algorithms for sparse recovery in finite dimension, compressive sensing (CS) has become an exciting field that has attracted considerable attention in signal processing, such as sub-Nyquist sampling systems, sound imaging and reconstruction, wavelet denoising, compressive sensor networks, and so on. Moreover, the broad applicability of CS framework has already inspired some notable investigation in the context of array processing. The problem of acoustic source identification can be investigated from a limited number of measurements delivered by a microphone array as a basis pursuit problem, which has been developed in the context of compressive sensing, and the CS beamforming can be proved to be better than the conventional beamforming even in its near-field focusing version based on spherical waves. Focused beamforming is a typical method used to localize the position of acoustic sound sources in the near field of the measurement array, and can be a jointly reconstructed source powers and positions. Many super-resolution focused beamforming approaches have been developed to overcome the Rayleigh resolution limit of conventional focused beamforming. Especially, turning to the CS framework, we are able to exploit the inherent sparsity of the underlying signal in space domains to achieve super-resolution for the focused beamforming even in a noisy and coherent environment with few snapshots.

Prior research has established CS as a valuable tool for array signal processing, but it is mainly from a theoretical point of view, and its application to underwater acoustic sources localization has been developed only for very limited scenarios. In this paper, we present an underwater noise sound source near-field localization method based on a sparse representation of vector sensor array measurements. By utilizing the sparsity approach, the new localization methods can jointly reconstruct source powers and positions, and enforce sparsity by imposing penalties, based on the  $l_1$ -norm, to improve the integrated performance. By comparing with other source localization methods, such as the conventional focused beamforming, MVDR focused beamforming, and the maximum likelihood focused beamforming, the performance of compressive focused beamforming and the typical focused beamforming using pressure or vector sensor array is analyzed in detail, especially under noisy conditions, and coherent sources. Simulation and experimental results demonstrate that this new approach has a number of advantages over other source localization techniques, e.g. increased resolution, improved robustness to noise, limitations in data quantity and correlation of the sources, as well as lower levels of background interference. It is feasible to apply the proposed approach for effectively localizing and identifying underwater noise sound sources.

**Keywords:** compressive sensing, near field, noise sound source localization, coherent source

**PACS:** 43.60.+d, 43.58.+z, 43.50.+y

**DOI:** 10.7498/aps.65.024302

---

\* Project supported by the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University of Ministry of Education of China (Grant No. IRT1228), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant Nos. 20122304120023, 20122304120011), and the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11204050, 11204049).

† Corresponding author. E-mail: [shishengguo@hrbeu.edu.cn](mailto:shishengguo@hrbeu.edu.cn)