

双光子过程耗散耦合腔阵列中的量子相变

熊芳 冯晓强 谭磊

Quantum phase transition in arrays of dissipative cavities with two-photon process

Xiong Fang Feng Xiao-Qiang Tan Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 044205 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.044205

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044205>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

内腔多原子直接俘获的强耦合腔量子力学系统的构建

Construction of a strongly coupled cavity quantum electrodynamics system with easy accessibility of single or multiple intra-cavity atoms

物理学报.2014, 63(24): 244203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244203>

双模 Dicke 模型的一级量子相变

Firstorder quantum phase transition in the two-mode Dicke model

物理学报.2014, 63(13): 134204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134204>

动态各向同性光子晶体中二能级原子的自发辐射

Spontaneous emission from a two-level atom in a dynamic photonic crystal with an isotropic dispersion relation

物理学报.2014, 63(9): 094205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094205>

Y 模型四能级原子辅助光力学系统的多稳现象

Multistable phenomenon of the Y-type four-level atom-assisted optomechanical system

物理学报.2014, 63(9): 094206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094206>

失谐对耗散耦合腔阵列体系超流-绝缘相变的影响

The influences of detuning on the superfluid-insulator phase transition in coupled dissipative cavity arrays

物理学报.2014, 63(8): 084201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.084201>

## 双光子过程耗散耦合腔阵列中的量子相变\*

熊芳 冯晓强 谭磊†

(兰州大学理论物理研究所, 兰州 730000)

(2015年9月7日收到; 2015年10月19日收到修改稿)

基于准玻色方法, 利用平均场理论解析求解了环境作用下双光子过程耦合腔阵列体系的哈密顿量, 得到了体系序参量的解析表达式, 并讨论了耗散对体系超流-Mott 绝缘相变的影响. 研究表明: 双光子共振情况下系统重铸相干的腔间耦合率临界值为  $\frac{ZJ}{\beta} = \left(\frac{ZJ}{\beta}\right)'_c \simeq 0.34$ ; 双光子相互作用过程比单光子过程具有更大的耗散率, 系统维持长程相干状态的时间更短, 而实现重铸相干的腔间耦合率的临界值更大.

**关键词:** 双光子过程, 耦合腔阵列, 超流-Mott 绝缘相变, 准玻色子

**PACS:** 42.50.Pq, 42.60.Da, 64.70.Tg, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.65.044205

## 1 引言

随着微腔技术的发展, 实验上已经能够在光子晶体、光纤耦合环形共振腔以及超导电路等系统中设计出规则的耦合腔阵列结构, 通过光子耦合起来的微腔组成一个阵列, 每个腔里俘获一个或者多个原子, 通过外加驱动激光场可以精确控制每个腔中原子与腔场之间的耦合. 各个腔里光子与原子的相互作用会导致复合元激发极化激发元以及它们之间等效的排斥力——光子阻塞, 该排斥力类似于 Bose-Hubbard 模型中的同位势; 适当参数条件下, 体系可被等效为强关联模型. 在不考虑环境作用时, 光子隧穿和同位势之间的竞争导致体系出现类似于 Bose-Hubbard 模型的超流-Mott 绝缘相变, 这使得在耦合腔阵列体系中模拟并探索凝聚态体系中强关联效应的研究成为可能<sup>[1-6]</sup>. 基于此, 耦合腔阵列体系已成为近年来备受关注的量子模拟体系, 其在量子模拟强关联系统和实现量子信息传输方面具有独特的优势. 人们已经建立了耦合腔阵列体系在不同参数条件下与强关联模型的诸多对应, 并针对理想耦合腔阵列的情况, 在量子模拟强

关联系统及量子信息科学领域的应用方面开展了大量研究工作<sup>[7-16]</sup>. 诸如: polariton 的量子相变、分数量子 Hall 态、单光子散射、Jaynes-Cummings-Hubbard 模型的强耦合展开、量子模拟自旋链、纠缠、光谱特性、Zeno-anti-Zeno 交叉以及量子态的输运等.

众所周知, 量子光学系统会不可避免地与环境发生相互作用<sup>[17-19]</sup>, 这种相互作用会使系统发生耗散、退相干和纠缠等物理现象<sup>[20-32]</sup>. 对于环境作用下的耦合腔阵列体系, 体系自由度趋于无穷大, 通过传统方法描述其与环境的相互作用十分困难<sup>[33,34]</sup>. 人们已经开始考虑耗散的耦合腔阵列体系, 但无论从模型角度、还是从研究方法角度考虑, 研究工作甚少<sup>[35,36]</sup>. 最近, 我们结合耦合腔阵列体系的特性, 提出了一种准玻色方法: 在原子-腔场强耦合、腔-腔弱耦合、系统-环境弱耦合的条件下, 考虑 Born-Markov 近似, 通过解析延拓把环境的自由度消除, 其影响归结到重整化以后系统的有效哈密顿量的各项中, 环境作用下的耦合腔阵列可被等效地看作准玻色链. 基于准玻色方法, 我们小组开展了单光子过程耗散耦合腔阵列系统超流-Mott 绝缘相变和光子输运的理论研究<sup>[33,34,37]</sup>.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11274148) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tanlei@lzu.edu.cn

最近, 人们对 Jaynes-Cummings 模型进行推广, 提出了双光子 Jaynes-Cummings 模型. 由于双光子过程在实验上的实现<sup>[38]</sup>, 使双光子 Jaynes-Cummings 模型成为研究的热门课题<sup>[39-43]</sup>. 在已有对耗散耦合腔阵列体系模拟超流-Mott 绝缘相变的研究中, 主要是讨论通过单光子过程相互作用的情况, 但对双光子过程耦合腔系统的研究尚未见报道. 因此, 探讨环境作用时双光子过程相互作用下耦合腔阵列体系超流-Mott 绝缘相变的影响对于认识该体系量子模拟强关联多体系统的物理机制具有重要意义. 基于此, 本文利用准玻色方法<sup>[33]</sup>, 从双光子 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型的有效哈密顿量出发, 结合平均场理论和微扰论得到了双光子过程作用下系统的超流序参量. 在此基础上, 详细讨论了体系控制参量对系统超流-绝缘相变的影响.

## 2 模型及其求解

### 2.1 模型

考虑一个二维耦合腔阵列(图 1(a)), 每个腔中包含一个级联型三能级(人工)原子(图 1(b))的系统, 系统中腔和原子与环境弱耦合. 其中腔场与三能级原子的  $|e\rangle$  能级和  $|g\rangle$  能级通过双光子跃迁进行耦合,  $|g\rangle$  能级与  $|i\rangle$  能级的失谐为  $\delta$ . 考虑大失谐情况下, 中间能级  $|i\rangle$  绝热去除<sup>[39]</sup>, 腔与腔之间通过单光子隧穿耦合. 环境作用下系统的哈密顿量为 ( $\hbar = 1$ )

$$H = H_s + H_{\text{bath}} + H_{\text{coup}}, \quad (1)$$

其中,  $H_s$  为系统的哈密顿量;

$$H_{\text{bath}} = \sum_i \sum_{\alpha, \kappa} \omega_{\kappa\alpha} r_{i, \kappa\alpha}^\dagger r_{i, \kappa\alpha}$$

为环境的哈密顿量,  $\omega_{\kappa\alpha}$  为环境模式的频率,  $r_{i, \kappa\alpha}^\dagger$  和  $r_{i, \kappa\alpha}$  为在第  $i$  个格点上第  $\kappa\alpha$  模式的产生与湮灭算符;

$$H_{\text{coup}} = \sum_i \sum_{\alpha, \kappa} (\eta_{\kappa\alpha} r_{i, \kappa\alpha} r_{i, \kappa\alpha}^\dagger \alpha_i^\dagger \alpha_i^\dagger + \text{H.c.})$$

是系统与环境通过双光子跃迁过程耦合,  $\eta_{\kappa\alpha}$  为耦合强度,  $\alpha = a, c$  分别标记原子和腔的算符及物理量子数.

腔与三能级原子强耦合的系统如图 1(a) 所示. 我们考虑旋波近似情况, 第  $i$  个格点上每一个原子

腔场系统可由双光子 Jaynes-Cummings 哈密顿量描述,

$$H^{(i)} = \omega_a \sigma_{ee}^{(i)} + \omega_c b_i^\dagger b_i + \beta (\sigma_{eg}^{(i)} b_i b_i + \sigma_{ge}^{(i)} b_i^\dagger b_i^\dagger).$$

这里  $\omega_a$  和  $\omega_c$  分别是原子跃迁和腔模频率,  $\sigma_{ge}$  是原子跃迁算符,  $b_i^\dagger$  和  $b_i$  为腔的产生和湮灭算符,  $\beta$  为腔场与原子的耦合强度. 在巨正则方法下,  $H_s$  包含所有格点上双光子 Jaynes-Cummings 系统哈密顿量之和, 最近邻腔之间耦合项以及化学势部分

$$H_s = \sum_i H^{(i)} - J \sum_{\langle i, i' \rangle} b_i^\dagger b_{i'} - \mu \sum_i n_i, \quad (2)$$

(2) 式中  $J$  表示腔与腔之间的耦合强度, 由于腔之间的耦合强度随距离指数衰减, 所以我们主要考虑最近邻腔之间的耦合<sup>[33]</sup>;  $n_i = b_i^\dagger b_i + \sigma_{ee}^{(i)} - \sigma_{gg}^{(i)}$  为第  $i$  个格点上原子和光子的总激发数<sup>[39]</sup>;  $\mu$  是化学势, 这里我们假设每个格点的化学势是相等的.

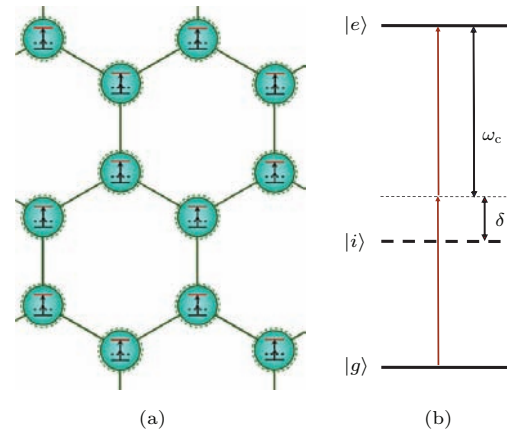


图 1 (网刊彩色) 一种可能的二维耦合腔阵列的拓扑类型 (a) 每个腔与最近邻的腔耦合, 每个腔里面包含一个三能级原子系统 (腔与原子强耦合, 整个系统浸润在玻色浴场中 (用虚线标记的)); (b) 三能级原子系统的本征能级

Fig. 1. (color online) A type of possible topologies for two dimensional cavity arrays: (a) Individual cavities are coupled to nearest neighbors, each cavity contains a three-level atom system coupled strongly to the cavity field and immersed in a bosonic bath (marked by the dash line); (b) energy eigenvalues of the individual three-level atom system.

由于腔与原子之间强耦合作用, 腔与原子系统的共振能级劈裂为

$$E_{|\pm, n\rangle} = \frac{\Delta}{2} + n\omega_c \pm \sqrt{n(n-1)\beta^2 + \frac{\Delta^2}{4}},$$

其中  $|\pm, n\rangle$  表示缀饰态的上下支, 失谐为  $\Delta = \omega_a - 2\omega_c$ , 能级  $E_{|\pm, n\rangle}$  的非谐振性可以作为单格点的有效排斥势, 会发生光子阻塞.

## 2.2 求解

### 2.2.1 准玻色子方法

2.1节给出了双光子过程耗散耦合腔阵列系统的哈密顿量, 由于外部环境包含无穷多的自由度, 处理系统的耗散性质就十分困难, 本节我们用准玻色子方法来处理系统的耗散问题<sup>[33]</sup>.

用玻色库来描述环境, 我们首先考虑单模腔场和玻色库之间的双光子耦合, 其哈密顿量为

$$H_1 = \omega_c b^\dagger b + \sum_{\omega_r} \omega_r r^\dagger r + \sum_{\omega_r} [\eta \omega_r r r b^\dagger b^\dagger + \text{H.c.}], \quad (3)$$

(3)式即是考虑双光子同时处于腔场中或者玻色库场中, 此时系统的波函数为

$$|\varphi\rangle = e_c |2\rangle_c + \sum_{\omega_r} e_r |2\rangle_r. \quad (4)$$

约束条件为  $e_c^2 + \sum_{\omega_r} e_r^2 = 1$ , 假设  $\omega$  为单模腔场和玻色库耦合系统的本征频率, 其薛定谔方程为

$$H|\varphi\rangle = \omega|\varphi\rangle. \quad (5)$$

两边取  $|2\rangle_c$ ,  $|2\rangle_r$  的内积,

$$2e_c \omega_c + \sum_{\omega_r} \sqrt{2} \eta (\omega_r) e_r = e_c \omega, \quad (6)$$

$$2e_r \omega_r + \sqrt{2} \eta^* (\omega_r) e_c = e_r \omega, \quad (7)$$

得到

$$e_r = \frac{\sqrt{2} \eta^* (\omega_c) e_r}{\omega - 2\omega_r}, \quad (8)$$

$$\omega e_c = 2e_c \omega_c + 2e_c (\delta\omega - i\gamma_c). \quad (9)$$

引入本征频率为复频率  $\tilde{\omega}_c$  的准玻色子来表示耗散系统的激发态, 在 Markov 近似下有

$$\tilde{\omega}_c = 2\omega_c - 2i\gamma_c, \quad (10)$$

其中  $\gamma_c = \pi |\eta(\omega_c)|^2$  为腔的耗散率<sup>[44]</sup>. 在准玻色子表示下, 单模腔场与玻色库相互作用系统的哈密顿量可化为有效形式  $H_{\text{eff}}$ ,

$$H_{\text{eff}} = \tilde{\omega}_c \tilde{b}^\dagger \tilde{b}, \quad (11)$$

其中  $\tilde{b}^\dagger$  ( $\tilde{b}$ ) 为单模腔场与玻色库耦合得到的准玻色子的产生(湮灭)算符. 得到这个哈密顿量的好处是库场的自由度消除. 可以看出有效哈密顿量(11)式与无耗散时系统的哈密顿量具有相同形式, 但由

于耗散, 这个系统不再是保守的, 哈密顿量和总激发数算符也不再是厄米算符.

同样, 也可以将与玻色库相互作用的原子引入准玻色子图像. 虽然双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的升降算符不是玻色算符, 但是可以将原子激发态与基态描述为双光子占据的态与没有双光子占据的态, 这样便可以引入描述原子的准玻色子, 其对应的本征频率为  $\tilde{\omega}_a = 2\omega_a - 2i\gamma_a$ , 此时包含外部环境的双光子 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型的哈密顿量为

$$H = \sum_i H_{\text{eff}}^{(i)} - J \sum_{\langle i, i' \rangle} \tilde{b}_i^\dagger \tilde{b}_{i'} - \mu \sum_i \tilde{n}_i, \quad (12)$$

$$H_{\text{eff}}^{(i)} = \tilde{\omega}_a \tilde{\sigma}_{ee}^{(i)} + \tilde{\omega}_c \tilde{b}_i^\dagger \tilde{b}_i + \beta (\tilde{\sigma}_{ge}^{(i)} \tilde{b}_i^\dagger \tilde{b}_i + \text{H.c.}). \quad (13)$$

上式中耗散不再用算符来表示, 而用一个常数来描述, 因而就没有外部的自由度, 这样有效的处理会使计算简洁<sup>[31]</sup>.

### 2.2.2 系统超流序参量的求解

二维系统中, 了解耗散在超流 Mott 绝缘相变中的作用, 可以用单格点平均场近似得到比较可信的结果<sup>[45]</sup>. 引进超流序参量

$$\psi = \text{Re}(\tilde{b}) = \text{Re}(\tilde{b}^\dagger), \quad (14)$$

其中

$$\langle \tilde{b} \rangle = \psi - i\psi_\gamma, \quad (15)$$

$$\langle \tilde{b}^\dagger \rangle = \psi + i\psi_\gamma. \quad (16)$$

准玻色子的去耦合近似可表示为

$$\tilde{b}_i^\dagger \tilde{b}_{i'} = \psi (\tilde{b}_i^\dagger + \tilde{b}_{i'}) - \psi^2 - i\psi_\gamma (\tilde{b}_{i'} - \tilde{b}_i) - \psi_\gamma^2. \quad (17)$$

对于品质因子足够高的腔,  $\psi_\gamma$  为小量, 上式可表示为

$$\tilde{b}_i^\dagger \tilde{b}_{i'} \approx \psi (\tilde{b}_i^\dagger + \tilde{b}_{i'}) - \psi^2 + O(\psi_\gamma^2). \quad (18)$$

平均场下的哈密顿量可由单格点哈密顿量求和得到

$$H_{\text{MF}} = \sum_i [H_{\text{eff}}^{(i)} - ZJ\psi (\tilde{b}_i^\dagger + \tilde{b}_i) + ZJ|\psi|^2 - \mu \tilde{n}_i], \quad (19)$$

$Z$  表示每个腔周围最近邻腔的个数. 以上单格点平均场近似比较粗糙, 但是可以通过它定性分析系统的性质.

考虑失谐  $\Delta = 0$  时, 以双光子 Jaynes-Cummings 模型的缀饰态的下支作为无微扰基, 格点间的弱耦合项作微扰, 由于缀饰态定义在  $n \geq 2$ , 补充定义  $|0\rangle = |g, 0\rangle, |1\rangle = -|g, 1\rangle$  以及  $E_{|0\rangle} = 0, E_{|1\rangle} = 0$ <sup>[46]</sup>, 再按微扰论公式将  $E_2$  精确至二阶, 微扰波函数精确至一阶, 可解得序参量为

$$\psi = e^{-\gamma t} \sqrt{-\frac{\chi}{ZJ\Xi}}, \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} \chi = & \frac{2\epsilon - \sqrt{2}\beta}{(2\epsilon - \sqrt{2}\beta)^2 + 4\gamma^2} \\ & + \frac{(4 + 2\sqrt{3})(-\epsilon - \sqrt{2}\beta + \sqrt{6}\beta)}{4(-\epsilon - \sqrt{2}\beta + \sqrt{6}\beta)^2 + 4\gamma^2} \\ & + \frac{1}{ZJ e^{-2\gamma t}}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Xi = & \frac{1}{(2\epsilon - \sqrt{2}\beta)^2 + 4\gamma^2} \\ & + \frac{4 + 2\sqrt{3}}{4(-\epsilon - \sqrt{2}\beta + \sqrt{6}\beta)^2 + 4\gamma^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

式中  $\epsilon = \omega_c - \mu$ ,  $\gamma = 2(\gamma_a + \gamma_c)$ <sup>[47]</sup> 为系统总的耗散率. 由此得到双光子过程耗散耦合腔阵列系统的耗散比单光子耗散耦合腔阵列系统的耗散更大.  $\chi$  和  $\Xi$  均为系统中各个参量的函数. 由于

$$\begin{aligned} \Xi = & \frac{1}{(2\epsilon - \sqrt{2}\beta)^2 + 4\gamma^2} \\ & + \frac{4 + 2\sqrt{3}}{4(-\epsilon - \sqrt{2}\beta + \sqrt{6}\beta)^2 + 4\gamma^2} > 0, \end{aligned}$$

因此  $\chi$  决定序参量是否为 0, 可决定系统是超流相还是 Mott 绝缘相.

### 3 分 析

我们从两个不同方面来分析双光子过程中耗散对超流-Mott 绝缘相变的影响. 首先, 当系统初始态为超流态时, 耗散以两种途径影响序参量的行为. 其一, 序参量会随  $e^{-\gamma t}$  指数形式进行衰减, 这一行为在耗散的量子光学系统中为普遍行为; 其二, 系统的非平衡动力学源于  $\chi$  中包含的与外部环境耦合项  $1/(ZJ e^{-2\gamma t})$ , 这一项体现腔间的有效耦合强度, 会使光子的有效隧穿率在  $t_c$  时变为临界值  $J_c$ , 其中  $t_c = \frac{1}{2\gamma} \ln \frac{J}{J_c}$ . 如图 2 中当  $t \ll \beta^{-1}$  时, 序参量随着  $\gamma^2/\beta^2$  略微减小, 当  $t > \beta^{-1}$  时,  $1/(ZJ e^{-2\gamma t})$  为主要影响项, 会减小有效隧穿能.

某一腔间耦合强度  $J$  值使得系统初始的状态处于超流区域, 系统随时间演化, 在临界时间  $t_c$  之前, 尽管耗散会减小系统的长程相干性以及它导致额外的粒子数涨落会使得光子泄露, 但耗散将不会改变系统非局域的性质. 在临界时间  $t_c$  之后, 系统的长程相干性完全被破坏, 即系统不再具有超流性, 此时系统会转变到局域态<sup>[48]</sup>. 将双光子过程耗散耦合腔阵列中系统超流性随时间变化与单光子过程耗散耦合腔阵列的超流性随时间的变化相对比, 可以得到双光子耗散耦合腔阵列维持超流性的时间更短, 系统会更快被破坏掉, 转变到 Mott 绝缘相<sup>[33]</sup>.

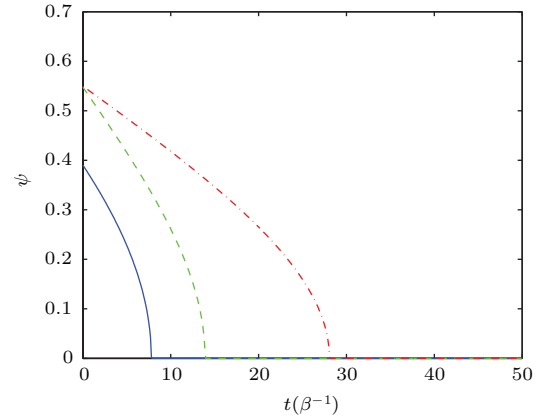


图 2 (网刊彩色) 系统超流性随时间的演化, 从左至右  $(\frac{ZJ}{\beta}, \frac{\gamma}{\beta}) = (0.4, 0.02), (0.6, 0.04), (0.6, 0.02)$

Fig. 2. (color online) The evolution of superfluidity of the system over time. From left to right  $(\frac{ZJ}{\beta}, \frac{\gamma}{\beta}) = (0.4, 0.02), (0.6, 0.04), (0.6, 0.02)$ .

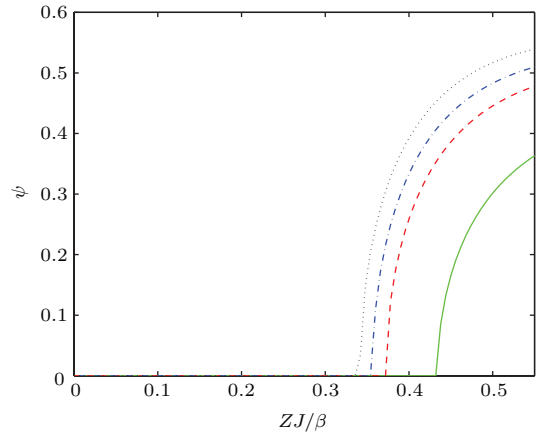


图 3 (网刊彩色) 从 Mott 绝缘态重铸长程相干, 从左至右  $\gamma = 0, 0.01, 0.03, 0.05$

Fig. 3. (color online) The restoring of long-range phase coherence from the Mott-insulator state. From left to right  $\gamma = 0, 0.01, 0.03, 0.05$ .

其次, 我们从系统的 Mott 绝缘态开始, 讨论耗散对临界行为的影响. 如图 3 所示, 逐渐增加腔间



耦合强度, 系统会出现超流相. 理想情况下系统出现超流相得临界值为  $\frac{ZJ}{\beta} = \left(\frac{ZJ}{\beta}\right)'_c \simeq 0.34$ , 而单光子耗散系统在理想情况下重铸相干的临界值为 0.16; 当考虑系统与环境相互作用, 要实现光子在腔间跳跃, 必须增大腔间耦合强度  $J$ , 从而耗散系统会重铸相干, 出现超流相. 同样, 将双光子的耗散系统与单光子耗散系统相对比<sup>[33]</sup>, 可以得到双光子耗散系统从 Mott 绝缘态重铸相干需要更大的腔间耦合强度.

## 4 结 论

本文从与环境相互作用的双光子 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型出发, 利用准玻色子方法、单格点平均场论和微扰论解析求解出超流序参量, 分析了耗散对双光子过程耦合腔阵列系统超流-Mott 绝缘相变的影响, 得到系统从 Mott 绝缘态重铸相干腔间耦合强度的临界值, 并与单光子过程耗散耦合腔阵列系统进行对比, 结果表明双光子过程耗散耦合腔阵列系统的相互作用的耗散率更大, 导致系统维持长程相干状态的时间更短, 重铸相干的腔间耦合强度临界值更大. 对于本文构建的双光子耗散耦合腔阵列模型可以进一步研究耗散耦合腔中的光子输运性质、失谐对耦合腔阵列超流-Mott 绝缘量子相变的影响.

## 参考文献

- [1] Raimond M J, Brune M, Haroche S 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 565
- [2] Mabuchi H, Doherty C A 2002 *Science* **298** 1372
- [3] Wallraff A, Schuster I D, Blais A, Frunzio L, Huang S R, Majer J, Kumar S, Girvin M S, Schoelkopf J R 2004 *Nature* **431** 162
- [4] Birnbaum M K, Boca A, Miller R, Boozer D A, Northup E T, Kimble J H 2005 *Nature* **436** 87
- [5] Xia F, Sekaric L, Vlasov Y 2007 *Nat. Photon.* **1** 65
- [6] Notomi M, Kuramochi E, Tanabe T 2008 *Nat. Photon.* **2** 741
- [7] Hartmann J M, Brandão L S G F, Plenio B M 2006 *Nat. Phys.* **2** 849
- [8] Greentree D A, Tahan C, Cole H J, Hollenberg L C L 2006 *Nat. Phys.* **2** 856
- [9] Angelakis G D, Santos F M, Bose S 2007 *Phys. Rev. A* **76** 031805(R)
- [10] Hartmann J M, Brandão L S G F, Plenio B M 2008 *Laser Photon. Rev.* **2** 527
- [11] Yanik F M, Fan S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 083901
- [12] Zhou L, Gong R Z, Liu X Y, Sun P C, Nori F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 100501
- [13] Longo P, Schmitteckert P, Busch K 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 023602
- [14] Liew H C T, Savona V 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 183601
- [15] Ji A C, Sun Q, Xie X C, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 023602
- [16] Ji A C, Xie X C, Liu W M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 183602
- [17] Diehl S, Micheli A, Kantian A, Kraus B, Büchler P H, Zoller P 2008 *Nat. Phys.* **4** 878
- [18] Gerace D, Türeci H E, Imamolu A, Giovannetti V, Fazio R 2009 *Nat. Phys.* **5** 281
- [19] Karasik I R, Wiseman M H 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 020406
- [20] Hur K L 2008 *Ann. Phys.* **323** 2208
- [21] Szymńska H M, Keeling J, Littlewood B P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 230602
- [22] Dalidovich D, Kennett P M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053611
- [23] Carusotto I, Gerace D, Türeci H E, DeLiberato S, Ciuti C, Imamolu A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 033601
- [24] Diehl S, Tomadin A, Micheli A, Fazio R, Zoller P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 015702
- [25] Schmidt S, Gerace D, Houck A A, Blatter G, Türeci H E 2010 *Phys. Rev. B* **82** 100507
- [26] Tomadin A, Giovannetti V, Fazio R, Gerace D, Carusotto I, Türeci H E, Imamolu A 2010 *Phys. Rev. A* **81** 061801(R)
- [27] Hartmann J M 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 113601
- [28] Morrison S, Parkins S A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 040403
- [29] Kiffner M, Hartmann J M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 021806(R)
- [30] Ferretti S, Andreani C L, Türeci H E, Gerace D 2010 *Phys. Rev. A* **82** 013841
- [31] Han J Y, Chan H Y, Yi W, Daley J A, Diehl S, Zoller P, Duan M L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 070404
- [32] Knap M, Arrigoni E, von der Linden W, Cole H J 2011 *Phys. Rev. A* **83** 023821
- [33] Liu K, Tan L, Lü C H, Liu W M 2011 *Phys. Rev. A* **83** 063840
- [34] Bao J, Tan L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 084201 (in Chinese) [鲍佳, 谭磊 2014 物理学报 **63** 084201]
- [35] Del E V, Hartmann M J 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 224023
- [36] Creatore C, Fazio R, Keeling J, Türeci H E 2014 *Proc. R. Soc. A* **470** 20140328
- [37] Hai L, Tan L, Feng J S, Xu W B, Wang B 2014 *Chin. Phys. B* **23** 024202
- [38] Yang X, Tong Z Y, Kuang L M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1689 (in Chinese) [杨雄, 童朝阳, 匡乐满 2008 物理学报 **57** 1689]
- [39] Dong Y L, Zhu S Q, You W L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 023833
- [40] Benjamín V C, Andreas K, Juan J G R 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 224024

- [41] Zhang H, Zhang S A, Wang Z G, Sun Z R 2010 *Chin. Phys. B* **19** 113208
- [42] Ren X Z, Cong H L, Liao X, Li L 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054210
- [43] Tang S Q, Yuan J B, Wang X W, Kuang L M 2015 *Chin. Phys. Lett.* **32** 040303
- [44] Lambropoulos P, Petrosyan D 2007 *Fundamentals of Quantum Optics and Quantum Information* (Berlin: Springer-Verlag) pp1–197
- [45] Sheshadri K, Krishnamurthy R H, Pandit R, Ramakrishnan V T 1993 *Europhys. Lett.* **22** 257
- [46] Christian N 2010 *Ph. D. Dissertation* (Berlin: Freie Universität Berlin)
- [47] Scala M, Militello B, Messina A, Piilo J, Maniscalco S 2007 *Phys. Rev. A* **75** 013811
- [48] Schützhold R, Uhlmann M, Xu Y, Fischer R U 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 200601

## Quantum phase transition in arrays of dissipative cavities with two-photon process\*

Xiong Fang   Feng Xiao-Qiang   Tan Lei<sup>†</sup>

(*Institute of Theoretical Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

( Received 7 September 2015; revised manuscript received 19 October 2015 )

### Abstract

In this paper, we employ a new kind of quasi-boson approach and the mean field theory to study analytically the Hamiltonian of an array of cavities with a three-level atom embedded in each cavity in the process of two-photon resonant transition under the influence of a bosonic bath. The superfluid order parameter of the system is obtained analytically and then analyzed numerically to investigate the effects of dissipation on the quantum phase transition from the superfluid to the Mott-insulator phase. It is shown that when the two-photon resonance is achieved one can have the superfluid phase at  $\frac{ZJ}{\beta} = \left(\frac{ZJ}{\beta}\right)'_c \simeq 0.34$  in the related ideal case. Furthermore, the system while in the two-photon resonant process has a larger dissipation rate as compared with that in the one-photon resonant process, thus leading to the suppression of the long-range coherence time and enhancement of the critical hopping rate for restoring coherence.

**Keywords:** two-photon process, coupled cavity arrays, superfluid-Mott-insulator phase transition, quasi-boson

**PACS:** 42.50.Pq, 42.60.Da, 64.70.Tg, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.65.044205

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274148).

† Corresponding author. E-mail: [tanlei@lzu.edu.cn](mailto:tanlei@lzu.edu.cn)