

一种基于 von Neumann 熵的双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法

李响 吴德伟 王希 苗强 陈坤 杨春燕

A method of evaluating the quality of dual-path entangled quantum microwave signal generated based on von Neumann entropy

Li Xiang Wu De-Wei Wang Xi Miao Qiang Chen Kun Yang Chun-Yan

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 114204 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.114204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.114204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I11>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用破坏对称性的超导体人造原子制备 χ 型四比特纠缠态

The χ -type four-particle entangled state generated by using superconducting artificial atoms with broken symmetry

物理学报.2015, 64(18): 184207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184207>

腔光力学系统中的量子测量

Quantum measurement with cavity optomechanical systems

物理学报.2015, 64(16): 164211 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164211>

结构库中二能级原子与自发辐射场间的纠缠演化

Evolution of entanglement between a two-level atom and spontaneous emission field in structured reservoir

物理学报.2014, 63(12): 124201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.124201>

飞秒脉冲正交位相压缩光的产生

Generation of femtosecond pulsed quadrature phase squeezed light

物理学报.2013, 62(16): 164206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164206>

N00N 态的 Wigner 函数及 N00N 态作为输入的量子干涉

Wigner function of N00N state and quantum interference with N00N state as input

物理学报.2013, 62(11): 114204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.114204>

一种基于 von Neumann 熵的双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法*

李响 吴德伟[†] 王希 苗强 陈坤 杨春燕

(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

(2015年12月29日收到; 2016年2月17日收到修改稿)

针对目前没有合适的方法从产生方来表征纠缠量子微波信号的质量好坏, 提出了一种基于 von Neumann 熵的双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法. 利用双模压缩真空态描述了纠缠量子微波的信号格式, 给出了光子数与压缩参量之间的函数关系, 以熵评估纠缠态信号所占比例, 分析了熵与压缩参量和光子数之间的关系. 仿真结果表明, 纠缠量子微波信号中的光子数是由压缩参量决定的, 它们之间呈指数平方的规律性变化; 熵随着压缩参量的增大而减小, 但是减小的趋势越来越平缓, 近似呈负指数关系, 熵的极限值约为 65%. 研究表明, 通过选择合适的压缩参量可以提高纠缠微波信号生成质量以满足实际需要, 因此, 本研究对于生成双路径纠缠量子微波电路参数选择、提高系统可用性提供了方法和依据.

关键词: 纠缠量子微波, von Neumann 熵, 压缩参量, 光子数

PACS: 42.50.Dv, 03.67.-a, 07.50.Qx

DOI: 10.7498/aps.65.114204

1 引言

纠缠是量子领域中一种独特的且非常有价值的资源, 是量子信息处理技术的核心^[1]. 自 Einstein-Podolsky-Rosen 佯谬提出以来^[2], 纠缠经历了从理论到实验、从微观到宏观、从离散到连续的发展, 在所有的这些研究中, 人们更加青睐于光学频段的纠缠, 因为其单光子具有较高的能量而便于实际应用^[3,4]. 然而, 自 20 世纪 90 年代起, 微波技术迅猛发展, 经典微波场已经成为通信、导航和雷达等领域必不可少的工具, 并且随着超导量子微波电路的出现, 量子信息技术已经开始从光学频段向微波频段过渡^[5-10]. 尽管系统存在着消相干问题, 但是由于其具有大偶极矩和场增强效应, 光和物质的相互作用非常明显^[11,12]. 因而, 传输线谐振器中的驻波场可以作为超导量子位之间的短程量子总线, 并且已经实现了各种各样的门电路^[13-15].

对于远距离量子微波传输而言, 传播场是必需的. 首先, 在实验上论证了单光子层面的热态和相干态的层析术; 接着, 利用约瑟夫森参量设备产生了连续变量态, 这种设备可以实现单双模压缩^[16-18]. 上述实验最重要的一点是发现了基于约瑟夫森结的电路可以产生纠缠量子微波^[19,20]. 为了实现在量子通信协议和量子雷达等领域的应用, 需要空间分离的两个子系统之间的纠缠, 这就是双路径纠缠量子微波, 它是通过压缩真空态实现的^[21-23], 在接收方利用互相关检测技术对两路传播场信号的正交分量进行检测, 结果低于真空量子噪声水平, 能够验证纠缠的产生^[24]. 然而, 对于生成纠缠量子微波的电路而言, 并没有一种合适的方法来表征产生纠缠微波信号的质量好坏, 目前仅仅是在探测端证明了纠缠的存在, 由于信号在传播过程中会伴有纠缠度的下降, 所以无法准确地反映源信号质量. 基于上述问题, 本文提出了一种双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61573372) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wudewei74609@126.com

2 模型建立

2.1 双路径纠缠量子微波信号描述

双路径纠缠量子微波信号可以通过约瑟夫森参量放大器 (Josephson parametric amplifier, JPA) 和混合环分束器 (hybrid ring, HR) 组成的电路生成^[22], 也可以利用约瑟夫森混合器 (Josephson mixer, JM) 产生^[24]. 纠缠体现在电路输出的噪声水平低于量子真空涨落, 并且两路信号之间为强相关. 它的根源在于: 泵浦驱动下, 输入两个频率的真空态信号转变为压缩态, 具有了非经典的性质, 因此, 利用双模压缩真空态来近似描述双路径纠缠量子微波.

双模压缩算符为

$$S(\xi) = \exp(\xi^* a b - \xi a^\dagger b^\dagger), \quad (1)$$

其中 $\xi = r e^{i\theta}$, r 为压缩幅, θ 为压缩角; a 和 b 分别为模 a 和模 b 的光子湮灭算符. 在光子数表象下, 双模压缩真空态表示为

$$\begin{aligned} |Sq(r, \theta)\rangle &= S(r, \theta) |0\rangle_{a_{in}} |0\rangle_{b_{in}} \\ &= \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} e^{in\theta} \tanh^n r |n\rangle_{a_{out}} |n\rangle_{b_{out}}. \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式反映了在双模压缩算符的作用下, 真空态变为双模压缩真空态的过程, 得到的求和结果中只含有光子数相同的项, 显示出了高度关联的特性. 双模信号沿空间分离的两条路径传输, 因此宏观上表现为双路径纠缠. 然而, 上面的表达式并不能表示真实的双路径纠缠量子微波信号, 因为光子数 n 趋向于无穷在物理上是不可能的. 实际中, 每一路信号的平均光子数多少与压缩参量有关:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \langle Sq(r) | a_{out}^\dagger a_{out} | Sq(r) \rangle \\ &= \langle Sq(r) | b_{out}^\dagger b_{out} | Sq(r) \rangle = \sinh^2 r. \end{aligned} \quad (3)$$

双路径纠缠量子微波信号整体对外表现为纯态, 因为它可以用 (2) 式中的态矢量直接表示, 但是对每一路单独的信号来说, 对外却表现为混合态, 因为子系统 a 的约化密度算符表示为

$$\begin{aligned} \rho_a &= \text{Tr}_b(|Sq(\bar{n})\rangle \langle Sq(\bar{n})|) \\ &= \frac{1}{\cosh^2 r} \sum_{n=0}^{\infty} \tanh^{2n} r |n\rangle_a \langle n|_a, \end{aligned} \quad (4)$$

它在形式上是以不同的概率处于不同的纯态, 同样子系统 b 也是如此. 每个模式的光子数分布与热态的光子数分布形式相同, 在时域上观测的波形如噪声一样, 但它并不是传统意义上的噪声, 因为单模信号仍然具有固定的频率. 造成这种形如噪声的原因在于每个包络中的光子数是不相同的, 并且相邻包络之间的相位差也是不相同的. 尽管如此, 两路纠缠量子微波信号的光子数和相位差却是一一对应的, 双路径纠缠就体现在这里. 因此, 双路径纠缠量子微波信号可以看作是两路在时空上高度关联的随机信号, 只知道其中一路信号不能得到任何有用的信息, 这也就是它具有的高保密和抗干扰特性, 因而在许多领域具有诱人的应用前景.

2.2 纠缠信号质量评估

通信系统中常用信噪比来表示系统的可靠性, 信噪比越大, 表示引入的噪声越小, 相对来说源信号的质量就越好. 利用双模压缩真空态表示双路径纠缠量子微波信号, 只有当压缩参量 r 趋向于无穷大时, 两路信号才是完全纠缠的. 同样, 在实际设计的电路中, 也不可能实现完全理想的双路径纠缠, 对于探测纠缠信号一方而言, 原则上纠缠数量越多越好. 将通信系统中信噪比这一指标类比于两路纠缠量子微波信号, 也可以用同样的方式表示源信号的质量好坏, 只不过这里的有用信号指的是处于纠缠态的信号, 噪声对应没有纠缠的信号.

熵是从信息量的角度出发, 作为系统无序程度的度量. 以熵评估纠缠态信号所占比例, 提出了一种基于 von Neumann 熵的双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法. von Neumann 熵的定义为

$$S(\rho) = -\text{Tr}[\rho \ln \rho], \quad (5)$$

它反映的是测量可获得信息量的大小, ρ 为系统的密度算符. 上面我们说到, 双路径纠缠量子微波系统为纯态, $S(\rho) = 0$, 系统整体信息可完全获知. 而单独观测其中任意一路信号, 具有随机特性, 其熵为

$$E_{v.N} = -\text{Tr} \rho_a \ln \rho_a = -\text{Tr} \rho_b \ln \rho_b, \quad (6)$$

这即是我们需要的结果. 将 (4) 式代入到 (6) 式中, 可得到任意一路信号的 von Neumann 熵为

$$E_{v.N}(r) = -\sum_0^n \frac{\tanh^{2n} r}{\cosh^2 r} \ln \frac{\tanh^{2n} r}{\cosh^2 r}. \quad (7)$$

n 为光子数, 式子的求和范围从 0 到 n , 上面的定义以自然对数为底, 为满足归一化条件, 保证熵值在 0 到 1 范围内, 我们取以 $n + 1$ 为底的对数, 因此

$$E_{v,N}(r) = -\frac{1}{\ln(n+1)} \sum_0^n \frac{\tanh^{2n} r}{\cosh^2 r} \ln \frac{\tanh^{2n} r}{\cosh^2 r}. \quad (8)$$

熵的大小表示双路径纠缠量子微波信号中纠缠光子数所占的百分比. 当 $E_{v,N}(r) = 1$ 时, 系统处于最大纠缠态, 当 $E_{v,N}(r) = 0$ 时, 两路信号不存在任何纠缠. 从 (8) 式可以看出, 熵是由光子数 n 和压缩参量 r 共同决定的, 下面将对熵与二者之间的函数关系给出仿真分析.

3 仿真分析

图 1 描绘了在不同光子数下熵随压缩参量变化的函数关系曲线. 图中的结果表明, 熵值的整体变化趋势为先增大后减小, 最小值是 0, 最大值在 0.9—1 之间取得 (图中熵大于 1 部分对应的光子数在 1—2 之间, 在实际情况中不会出现, 不影响方法的准确性和完整性), 在最大值附近, 曲线坡度陡峭, 反映出压缩参量对纠缠度的影响效果明显, 可选取的压缩参量最优值范围很小. 取不同光子数

时, 压缩参量的最优值不同, 它随着光子数的增加而增加.

上面我们说到, 在实际的双路径纠缠量子微波信号中, 光子数和压缩参量不是独立存在的, 它们满足 (3) 式, $n = \sinh^2 r \rightarrow r = \operatorname{arcsinh} \sqrt{n}$, 因此, 下面我们针对不同的光子数取值求出对应的压缩参量, 并在图中找出相应的熵值进行归纳总结, 如图 2.

当 $n = 1$ 时, $r \approx 0.88$, 此时 $E_{v,N} = 1$, 说明当每一路信号中的平均光子数为 1 时, 系统处于最大纠缠态, 这表明如果在某一段时间内, 两条传播路径中各自只有一个光子, 那么这两个光子一定是纠缠的, 原因在于它们一定源自于同一个光子.

当 $n = 50$ 时, $r \approx 2.65$, 此时 $E_{v,N} = 0.7048$, 说明当每一路信号中的平均光子数为 50 时, 只有约 35 个光子是处于纠缠态的, 可见随着光子数的增加, 纠缠光子数所占比例减小, 而且下降得非常厉害.

当 $n = 1000$ 时, $r \approx 4.15$, 此时 $E_{v,N} = 0.6687$, 可见随着光子数的增加, 纠缠光子数所占比例继续减小, 但是与光子数为 50 的结果相比, 减小的趋势放缓.

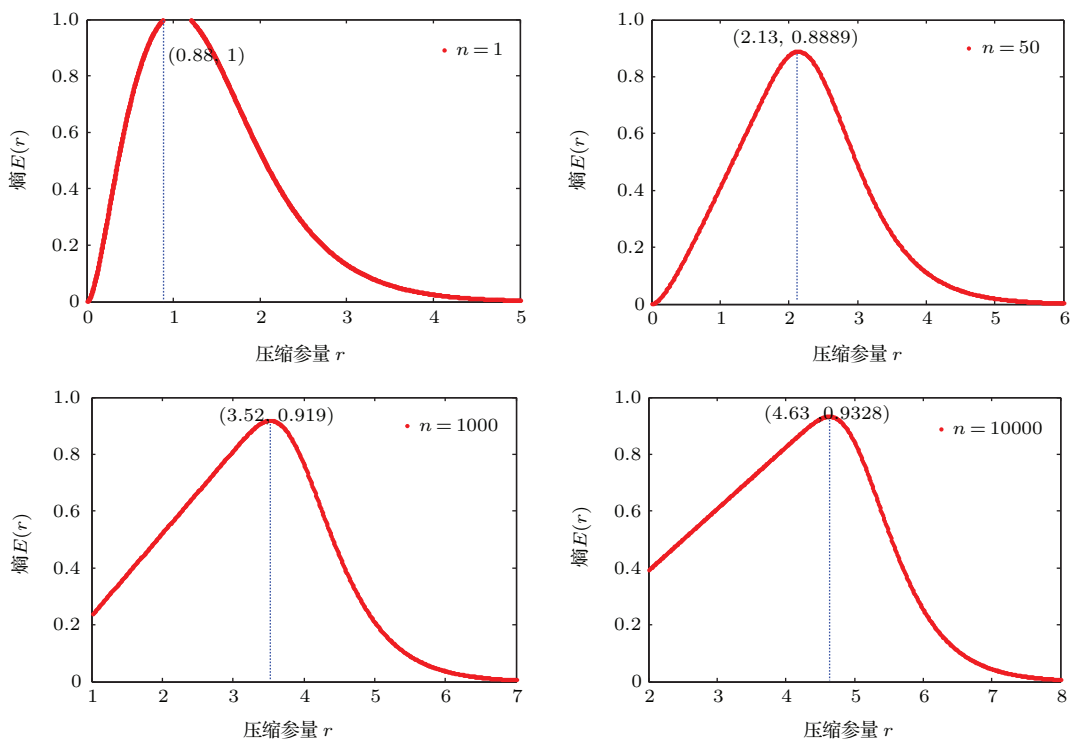


图 1 不同光子数下熵随压缩参量变化的函数曲线 (光子数分别取值 1, 50, 1000, 10000)

Fig. 1. Entropy as a function of the squeezed parameter in different photon number with 1, 50, 1000, 10000.

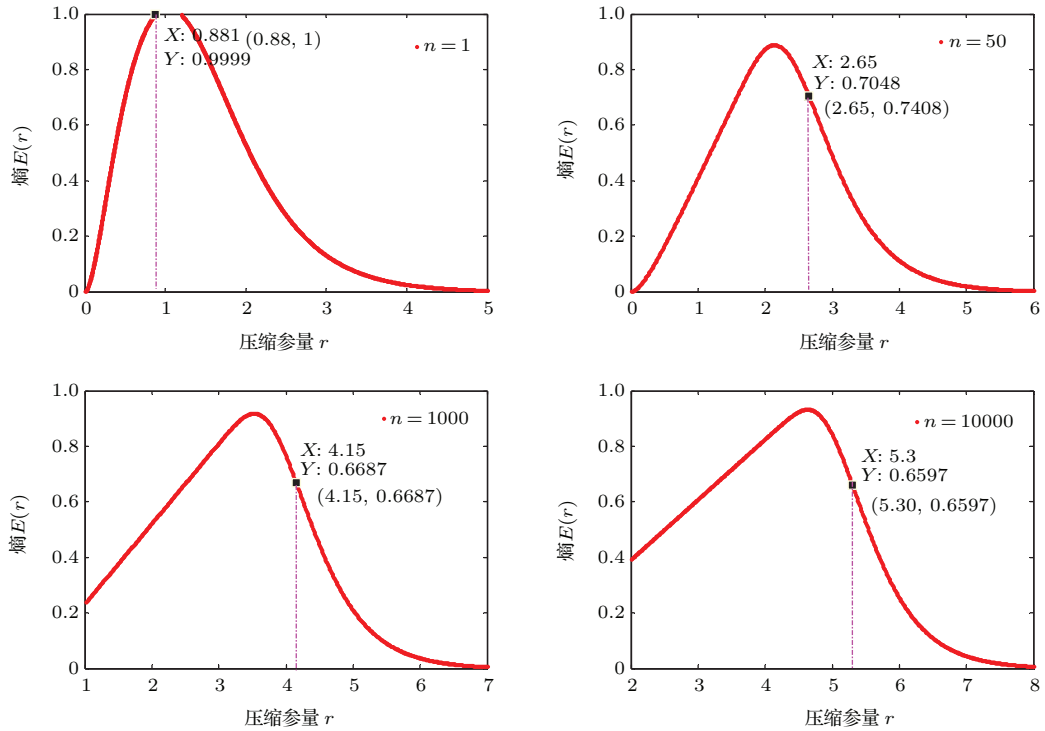


图2 不同光子数对应的压缩参量及熵的大小

Fig. 2. Different photon number corresponding to entropy and squeezed parameter.

当 $n = 10000$ 时, $r \approx 5.30$, 此时 $E_{v,N} = 0.6597$, 可见与光子数为1000的结果相比, 熵值已相差不多, 说明光子数增加带来的结果是纠缠度的继续降低, 但是这种降低的趋势却越来越趋向于平稳.

我们继续求解了 $n = 100000$, $n = 1000000$, $n = 10000000$ 时对应的压缩参量和熵值, 结果分别为 $r = 6.45$, $E_{v,N} = 0.6548$, $r = 7.60$, $E_{v,N} = 0.6519$, $r = 8.75$, $E_{v,N} = 0.6501$. 图3利用描点法绘制了熵随压缩参量变化的曲线.

通过以上的仿真试验结果可以得出这样的结

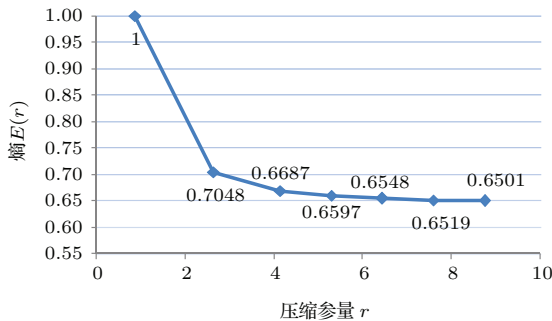


图3 熵随压缩参量的变化

Fig. 3. Schematic curve of entropy decided by squeezed parameter.

论: 在实际的双路径纠缠量子微波信号中, 纠缠光子数所占比例随压缩参量的增大而减小, 但减小的趋势越来越平缓, 关系曲线近似呈负指数分布, 由于实际信号包含光子数存在上限, 因此估计熵的最小值在0.65附近, 也就是说随着压缩参量的不断增大, 双路径纠缠信号基本保持65%的纠缠态.

4 结 论

本文利用双模压缩真空态描述了双路径纠缠量子微波的信号格式, 提出了基于 von Neumann 熵的双路径纠缠量子微波信号生成质量评估方法, 分析了熵与光子数和压缩参量之间的关系. 结果表明, 随压缩参量的增大, 纠缠微波信号中包含的光子数增加, 但纠缠光子数所占比例减小, 最小值在65%左右. 本研究对于具体生成纠缠微波信号的电路参数选择具有重要的参考意义, 在不同的产生双路径纠缠量子微波信号的电路下, 可通过研究决定压缩参量的因素, 根据实际生成指标及包括传输消相干和探测灵敏度在内的其他性能要求, 提高生成纠缠量子微波信号的可用性.

参考文献

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [2] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [3] Raimond J, Brune M, Haroche S 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 565
- [4] Braunstein S L, Loock P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513
- [5] Clarke J, Wilhelm F K 2008 *Nature* **453** 1031
- [6] Wu Y L, Deng H, Yu H F, Xue G M, Tian Y, Li J, Chen Y F, Zhao S P, Zheng D N 2013 *Chin. Phys. B* **22** 060309
- [7] Nakamura Y, Yamamoto T 2012 *IEEE Photon.* **5** 0701406
- [8] Pechal M, Huthmacher L, Eichler C, Zeytinolu S, Abdumalikov A A, Berger J S, Wallraff A, Filipp S 2014 *Phys. Rev. X* **4** 041010
- [9] Ware M E 2015 *Ph. D. Dissertation* (Tuscaloosa: University of Alabama)
- [10] Andersen U L, Neergaard-Nielsen J S, van Loock P, Furusawa A 2015 *Nature Phys.* **11** 713
- [11] Wallra A, Schuster D I, Blais A, Frunzio L, Huang R S, Majer J, Kumar S, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Nature* **431** 162
- [12] Niemczyk T, Deppe F, Huebl H, Menzel E P, Hocke F, Schwarz M J, Garcia-Ripoll J J, Zueco D, Hummer T, Solano E, Marx A, Gross R 2010 *Nature Phys.* **6** 772
- [13] Lucero E, Barends R, Chen Y, Kelly J, Mariantoni M, Megrant A, Malley P O, Sank D, Vainsencher A, Wenner J, White T, Yin Y, Cleland A N, Martinis J M 2012 *Nature Phys.* **8** 719
- [14] Lin Z R, Inomata K, Oliver W D, Koshino K, Nakamura Y, Tsai J S, Yamamoto T 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 132602
- [15] Liu X, Liao Q H, Fang G Y, Wang Y Y, Liu S T 2014 *Chin. Phys. B* **23** 020311
- [16] Bergeal N, Schackert F, Metcalfe M, Vijay R, Manucharyan V E, Frunzio L, Prober D E, Schoelkopf R J, Girvin S M, Devoret M H 2010 *Nature* **465** 64
- [17] Eichler C, Bozyigit D, Lang C, Baur M, Steffen L, Fink J M, Filipp S, Wallraff A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 113601
- [18] Pillet J D, Flurin E, Mallet F, Huard B 2015 *Appl. Phys. Lett.* **106** 222603
- [19] Flurin E, Roch N, Pillet J D, Mallet F, Huard B 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 090503
- [20] Trif M, Simon P 2015 *Phys. Rev. B* **92** 014503
- [21] Menzel E P, Candia R D, Deppe F, Eder P, Zhong L, Ihmig M, Haeberlein M, Baust A, Hoffmann E, Ballester D, Inomata K, Yamamoto T, Nakamura Y, Solano E, Marx A, Gross R 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 250502
- [22] Menzel E P 2013 *Ph. D. Dissertation* (Munche: Technische Universitat Munche)
- [23] Flurin E, Roch N, Mallet F, Devoret M H, Huard B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 183901
- [24] Eder P 2012 *Ph. D. Dissertation* (Munche: Technische Universitat Munche)

A method of evaluating the quality of dual-path entangled quantum microwave signal generated based on von Neumann entropy*

Li Xiang Wu De-Wei[†] Wang Xi Miao Qiang Chen Kun Yang Chun-Yan

(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

(Received 29 December 2015; revised manuscript received 17 February 2016)

Abstract

The entangled state of continuous variables of microwave frequency is an important resource in the field of quantum. In order to apply it to quantum communication protocol and quantum radar, the entanglement between two spatially separated subsystems, namely dual-path entangled quantum microwave is needed. However, for the circuit that generates the entangled quantum microwave, there is no suitable method to indicate whether the quality of the entangled microwave signal is good or not. Aiming at this problem, we put forward a method of evaluating the quality of dual-path entangled quantum microwave signals generated based on von Neumann entropy. The origin of the entangled quantum microwave is that vacuum state signals are transformed into squeezed state signals in driven pump, so in this paper we use a two-mode squeezed vacuum state to describe the formation of dual-path entangled quantum microwave signal, thus providing the function relation between the photon number and the squeezed parameter. In a communication system, the signal-noise ratio is usually used to express the reliability of system. Entropy is a measure of disorder degree in information. If both of them can be made the analogy, the entropy is used to evaluate the proportion of entangled state signals, the quality of original signals will be evaluated and the relationship among the entropy and squeezed parameter and the photon number will be analyzed. The simulation results show that the photon number in the entangled quantum microwave signal is determined by the squeezed parameter, and there is an index change with the square rule between them. Entropy decreases with the increase of squeezed parameter: its minimum value is 0, and its maximum value can be found from 0.9 to 1. The slope of curve is steep near the maximum, which reflects that the influence of squeezed parameter on the degree of entanglement is obvious, and that the range of optimal value choices in squeezed parameter is very narrow. The optimal value of squeezed parameter is dependent on photon number; it increases with the increase of the photon number. Entropy tends to decrease smoothly with the increase of squeezed parameter and it approximately has a negative exponent relation. The photon number in an actual signal is limited, so the limit value of entropy is estimated to be about 65%. The research shows that the quality of the entangled microwave signal can be improved by choosing appropriate squeezed parameter in different circuits that generate dual-path entangled quantum microwave signals for meeting the actual needs. Therefore, the research can provide the method of choosing the parameters of dual-path entangled quantum microwave circuit and improve the availability of system.

Keywords: entangled quantum microwave, von Neumann entropy, squeezed parameter, photon number

PACS: 42.50.Dv, 03.67.-a, 07.50.Qx

DOI: 10.7498/aps.65.114204

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61573372).

† Corresponding author. E-mail: wudewei74609@126.com