

关联高斯与非高斯噪声激励的 FHN 神经元系统的稳态分析

申雅君 郭永峰 袁蓓

Steady state characteristics in FHN neural system driven by correlated non-Gaussian noise and Gaussian noise

Shen Ya-Jun Guo Yong-Feng Xi Bei

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 120501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.120501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I12>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

部分时滞诱发 Watts-Strogatz 小世界神经网络产生随机多共振

[Stochastic multi-resonance induced by partial time delay in a Watts-Strogatz small-world neuronal network](#)

物理学报.2016, 65(12): 120502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120502>

多平衡态下簇发振荡产生机理及吸引子结构分析

[Mechanism of bursting oscillations with multiple equilibrium states and the analysis of the structures of the attractors](#)

物理学报.2016, 65(9): 090501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.090501>

一种基于非完整二维相空间分量置换的混沌检测方法

[A chaotic signal detection method based on the component permutation of the incomplete two-dimensional phase-space](#)

物理学报.2016, 65(7): 070502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070502>

类 Liu 系统在水声微弱信号检测中的应用研究

[Application of similar Liu system in underwater weak signal detection](#)

物理学报.2016, 65(7): 070501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070501>

一类 Hopf 分岔系统的通用鲁棒稳定控制器设计方法

[General robust stability controller design method for a class of hopf bifurcation systems](#)

物理学报.2016, 65(6): 060502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.060502>

# 关联高斯与非高斯噪声激励的FHN神经元系统的稳态分析\*

申雅君 郭永峰<sup>†</sup> 袁蓓

(天津工业大学理学院, 天津 300387)

(2016年3月8日收到; 2016年4月9日收到修改稿)

本文主要研究了关联乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声共同激励的FHN (FitzHugh-Nagumo) 神经元系统. 利用路径积分法和统一色噪声近似, 推导出该系统的定态概率密度函数表达式. 通过研究发现, 乘性噪声强度  $D$ 、加性噪声强度  $Q$ 、噪声自关联时间  $\tau$  以及互关联系数  $\lambda$  均可以诱导系统产生非平衡相变现象, 而非高斯参数  $q$  却不可以诱导系统产生非平衡相变现象. 此外, 我们还发现参数  $D$  和  $\lambda$  的增大有利于神经元系统从激发态向静息态转换,  $Q$  和  $\tau$  的增大有利于神经元系统从静息态向激发态转换,  $q$  的增大会使得神经元系统留在静息态的概率增加.

**关键词:** FHN 神经元系统, 非高斯噪声, 定态概率密度, 非平衡相变

**PACS:** 05.20.-y, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.65.120501

## 1 引言

噪声在现实生活中无处不在. 近年来, 对于噪声诱导的相变、随机共振和随机分岔等复杂动力学行为的研究引起了人们的广泛关注, 并已被许多研究者在多个学科领域进行了深入探讨<sup>[1-12]</sup>. 例如, 文献<sup>[1, 2]</sup>研究了高斯噪声诱导下的非平衡相变现象; 文献<sup>[3, 4]</sup>对色噪声和泊松噪声激励下动力系统的随机共振现象进行了分析; 文献<sup>[5-12]</sup>对噪声诱导的随机共振和相干共振以及噪声诱导的随机分岔、混沌控制与同步问题进行了一系列研究, 并将其进一步拓展到网络系统的研究中. 但以上研究主要针对高斯噪声, 对于非高斯噪声, 由于不具有马尔可夫性, 使得其在理论推导与数值计算过程中不容易被处理, 所以研究相对较少. 目前已有的研究发现在一些神经系统、物理系统、生物系统中所存在的噪声源是倾向于非高斯分布的<sup>[13,14]</sup>, 因此对于非高斯噪声的研究有着十分重要的实际

意义.

神经元是生物神经系统的基本功能单位, 神经元产生的动作电位是神经信息传递和表达的基础. 根据实验结果所提出的神经电活动的离子机理, 人们建立起了各种形式的数学模型来描述神经元系统, 这些数学模型通常是高度复杂的非线性动力系统. 20世纪50年代, Hodgkin和Huxley<sup>[15]</sup>两位科学家就基于离子通道理论建立了Hodgkin-Huxley (HH) 神经元系统模型<sup>[16-19]</sup>, 用来研究神经元的放电特性和同步行为. FitzHugh和Nagumo<sup>[20]</sup>在一定条件下对其进行简化, 提出了二维FHN (FitzHugh-Nagumo) 神经元模型. Alarcon等<sup>[21]</sup>进一步对二维FHN神经元模型进行简化得到了一维的神经元系统. 目前越来越多的研究者对高斯噪声和非高斯噪声激励下神经元系统进行了研究. 其中, 文献<sup>[22]</sup>考察了Levy噪声诱导的一维FHN神经元系统的随机共振现象. 文献<sup>[23]</sup>分析了具有乘性噪声的耦合FHN神经元系统的同步现象. 文献<sup>[24]</sup>研究了乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声共同

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11102132) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: guoyongfeng@mail.nwpu.edu.cn

激励下FHN神经元系统的随机共振现象, 并发现非高斯噪声的加入有利于增强FHN神经元系统的信号效应. 文献[25]对非高斯噪声激励下神经元系统的定态概率密度与首次穿越时间进行了研究. 但是对于关联高斯与非高斯噪声共同激励下的FHN神经元系统的研究却未曾见诸报道.

本文将对相互关联的乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声共同激励的一维FHN神经元系统的稳态特性进行探讨. 首先利用路径积分法和统一色噪声近似, 推导出系统定态概率密度函数 (SPD) 的解析表达式, 然后分析了非高斯噪声强度  $D$ , 高斯噪声强度  $Q$ , 噪声自关联时间  $\tau$ , 非高斯参数  $q$  及关联系数  $\lambda$  对定态概率密度的影响以及细胞神经元系统激发态与静息态间相互转换的规律.

## 2 关联高斯与非高斯噪声激励下的FHN神经元系统

乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声共同激励下的一维FHN神经元系统的Langevin方程[26,27]为

$$\frac{dv}{dt} = v(a - v)(v - 1) - \frac{b}{\gamma}v + v\eta(t) + \xi(t), \quad (1)$$

其确定性方程的势函数为

$$U(v) = \frac{1}{4}v^4 - \frac{a+1}{3}v^3 + \frac{a+b/\gamma}{2}v^2, \quad (2)$$

其中,  $v$  代表快变的膜电压变量,  $a$  反映的是系统的快变程度 ( $0 < a < 1$ ),  $b$  为正常数, 反映的是慢变量对系统的影响,  $\gamma$  是正常数. 由(2)式可得势函数图像如图1所示.

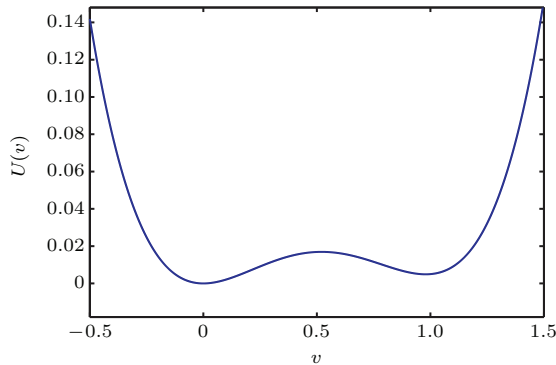


图1 FHN神经元系统的双稳势函数图像 ( $a = 0.5$ ,  $b = 0.01$ ,  $\gamma = 1$ )

Fig. 1. The bistable potential in FHN neural system ( $a = 0.5$ ,  $b = 0.01$ ,  $\gamma = 1$ ).

根据(2)式, 势函数  $U(v)$  有两个稳定点  $v_1, v_2$ , 和一个不稳定点  $v_0$ . 其中,  $v_1$  代表细胞的神经元处于静息态,  $v_2$  表示细胞的神经元处于激发态, 表达式如下:

$$\begin{aligned} v_1 &= 0, \\ v_2 &= \frac{a+1 + \sqrt{(a-1)^2 - 4b/\gamma}}{2}, \\ v_0 &= \frac{a+1 - \sqrt{(a-1)^2 - 4b/\gamma}}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

$\eta(t)$  为非高斯噪声, 其统计性质如下:

$$\frac{d\eta(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \frac{d}{d\eta} V_q(\eta) + \frac{1}{\tau} \varepsilon(t), \quad (4)$$

其中,  $\tau$  为非高斯噪声  $\eta(t)$  的自关联时间,

$$\begin{aligned} V_q &= \frac{D}{\tau(q-1)} \ln \left[ 1 + \frac{\tau}{D}(q-1) \frac{\eta^2}{2} \right], \\ \langle \eta(t) \rangle &= 0, \\ \langle \eta^2(t) \rangle &= \begin{cases} \frac{2D}{\tau(5-3q)}, & \in (-\infty, 5/3), \\ \infty, & \in [5/3, 3). \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

$\varepsilon(t)$  为高斯白噪声, 其统计特性如下:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon(t) \rangle &= 0, \\ \langle \varepsilon(t)\varepsilon(t') \rangle &= 2D\delta(t-t'), \end{aligned} \quad (6)$$

这里  $D$  为  $\varepsilon(t)$  的噪声强度,  $\delta$  为相关系数.

由于非高斯噪声不具有马尔科夫性, 无法对其直接研究, 在一定条件下应用路径积分法[28-30]对其近似处理得

$$\frac{d\eta(t)}{dt} = -\frac{\eta(t)}{\tau_{\text{eff}}} + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \varepsilon_1(t), \quad (7)$$

这里  $\varepsilon_1(t)$  是与  $\xi(t)$  相关联的高斯白噪声, 其统计特性可以由它们的均值和方差进行表示:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_1(t) \rangle &= \langle \xi(t) \rangle = 0, \\ \langle \varepsilon_1(t)\varepsilon_1(t') \rangle &= 2D_{\text{eff}}\delta(t-t'), \\ \langle \xi(t)\xi(t') \rangle &= 2Q\delta(t-t'), \\ \langle \varepsilon_1(t)\xi(t') \rangle &= \langle \xi(t)\varepsilon_1(t') \rangle \\ &= 2\lambda\sqrt{D_{\text{eff}}Q}\delta(t-t'), \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\lambda$  ( $-1 < \lambda < 1$ ) 为  $\varepsilon_1(t)$  和  $\xi(t)$  之间的互关联系数,  $\tau_{\text{eff}}$  和  $D_{\text{eff}}$  分别为有效噪声自关联时间和有效噪声强度,

$$\begin{aligned} \tau_{\text{eff}} &= \frac{2(2-q)}{5-3q}\tau, \\ D_{\text{eff}} &= \left( \frac{2(2-q)}{5-3q} \right)^2 D. \end{aligned} \quad (9)$$

参数  $q$  表示  $\eta(t)$  偏离高斯分布的程度, 当  $q \rightarrow 1$  时,  $\eta(t)$  可以近似看成关联时间为  $\tau_{\text{eff}}$ , 噪声强度为  $D_{\text{eff}}$  的高斯色噪声.

应用统一色噪声近似 [31,32], 可得方程 (1) 的一维马尔可夫过程:

$$\dot{V} = \frac{v(a-v)(v-1) - \frac{b}{\gamma}v}{c(\tau_{\text{eff}}, v)} + \frac{1}{c(\tau_{\text{eff}}, v)} [g_1(v)\varepsilon_1(t) + g_2(v)\xi(t)], \quad (10)$$

其中,

$$c(\tau_{\text{eff}}, v) = 1 - \tau_{\text{eff}}[-2v^2 + (a+1)v], \quad g_1(v) = v, \quad g_2(v) = 1. \quad (11)$$

方程 (10) 可等价写为如下形式:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{h(v)}{c(\tau_{\text{eff}}, v)} + \frac{1}{c(\tau_{\text{eff}}, v)} g(v)\tilde{\xi}(t), \quad (12)$$

其中,

$$h(v) = v(a-v)(v-1) - \frac{b}{\gamma}v, \quad g(v) = [D_{\text{eff}}g_1^2(v) + 2\lambda\sqrt{D_{\text{eff}}Q}g_1(v)g_2(v) + Qg_2^2(v)]^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

$\tilde{\xi}(t)$  为高斯白噪声,

$$\langle \tilde{\xi}(t) \rangle = 0, \quad \langle \tilde{\xi}(t)\tilde{\xi}(t') \rangle = 2\delta(t-t'). \quad (14)$$

进一步, 将方程 (12) 简化为:

$$\frac{dv}{dt} = \tilde{h}(v) + \tilde{g}(v)\tilde{\xi}(t), \quad \tilde{h}(v) = \frac{h(v)}{c(\tau_{\text{eff}}, v)}, \quad \tilde{g}(v) = \frac{g(v)}{c(\tau_{\text{eff}}, v)}. \quad (15)$$

由此可得到方程 (1) 的近似 FPK 方程为:

$$\frac{\partial P(v, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial v} A(v)P(v, t) + \frac{\partial^2}{\partial v^2} B(v)P(v, t), \quad (16)$$

其中,

$$A(v) = \tilde{h}(v) + \tilde{g}(v)\tilde{g}'(v) = \frac{v(a-v)(v-1) - \frac{b}{\gamma}v}{1 - \tau_{\text{eff}}[-2v^2 + (a+1)v]} + \frac{1}{2}B'(v), \quad (17)$$

$$B(v) = \tilde{g}^2(v) = \frac{D_{\text{eff}}v^2 + 2\lambda\sqrt{D_{\text{eff}}Q} + Q}{[1 - \tau_{\text{eff}}(-2v^2 + (a+1)v)]^2}. \quad (18)$$

由 (16)—(18) 式可得 FHN 神经元系统的近似定态概率密度函数 (SPD):

$$P_{\text{st}}(v) = \frac{N}{\sqrt{B(v)}} \exp\left(-\frac{\tilde{U}(v)}{D_{\text{eff}}}\right), \quad (19)$$

这里,  $N$  为归一化的常数,  $\tilde{U}(v)$  为广义势函数, 其计算表达式如下:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(v) &= -\int \frac{-U'(v)c(\tau_{\text{eff}}, v)}{g^2(v)} \\ &= -\int \frac{-f_1v^5 + f_2v^4 - f_3v^3 + f_4v^2 - f_5v}{v^2 + \frac{2\lambda\sqrt{D_{\text{eff}}Q}}{D_{\text{eff}}}v + \frac{Q}{D_{\text{eff}}}} dv, \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} f_1 &= 2\tau_{\text{eff}}, \quad f_2 = 3(a+1)\tau_{\text{eff}}, \\ f_3 &= 1 + (a+1)^2\tau_{\text{eff}} + 2\tau_{\text{eff}}(a + \frac{b}{\gamma}), \\ f_4 &= (a+1)[1 + \tau_{\text{eff}}(a + b/\gamma)], \\ f_5 &= a + b/\gamma. \end{aligned} \quad (21)$$

将 (21) 式代入 (20) 式进一步计算可得

$$\begin{aligned} \tilde{U}(v) &= \frac{1}{4}Ev^4 - \frac{1}{3}Fv^3 + \frac{1}{2}Gv^2 + Hv \\ &\quad + \frac{1}{2}I \ln(v^2 + nv + m) \\ &\quad - J \frac{1}{\sqrt{4m - n^2}} \arctan \frac{2v + n}{\sqrt{4m - n^2}}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中,

$$\begin{aligned} m &= \frac{Q}{D_{\text{eff}}}, \quad n = \frac{2\lambda\sqrt{D_{\text{eff}}Q}}{D_{\text{eff}}}, \\ E &= f_1, \quad F = (nf_1 + f_2), \\ G &= [(n^2 - m)f_1 + f_2n + f_3], \\ H &= 2f_1mn - f_1n^3 - (n^2 - m)f_2 - f_3n - f_4, \\ I &= f_5 + f_4n + f_3(n^2 - m) \\ &\quad + f_2[(n^2 - m)n - mn] \\ &\quad + f_1[(n^2 - m)^2 - mn^2], \\ J &= f_5n + (n - 2m)f_4 + [n(n^2 - m) - 2mn]f_3 \\ &\quad + [n^2(n^2 - m) - 2m(n^2 - m) - mn^2]f_2 \\ &\quad + [n(n^2 - m) - 2mn(n^2 - m) \\ &\quad - mn^3 + 2m^2n]f_1. \end{aligned} \quad (23)$$

### 3 稳态分析

由于系统参数  $a$  和  $b$  取一定值时简化的神经元系统才可能具有双稳结构, 因此, 根据参考文献 [26,27], 这里取  $a = 0.5$ ,  $b = 0.01$ ,  $\gamma = 1$ , 以下结论都是在这组参数下讨论得出的. 下面将根据 FHN 神经元系统的 SPD 表达式 (19), 进一步讨论乘性噪声强度  $D$ , 加性噪声强度  $Q$ , 非高斯参数  $q$ , 自相关时间  $\tau$  以及关联系数  $\lambda$  对定态概率密度的影响.

由图 2 可以看出, 随着乘性噪声强度  $D$  的增大, 概率密度函数  $P_{st}(v)$  由单峰结构变为双峰结构, 这说明乘性噪声强度  $D$  可以诱导系统发生非平衡相变. 与此同时, 当乘性噪声强度  $D$  较小时, 神经元系统基本处于稳态  $v_2$  (激发态). 随着乘性噪声强度  $D$  的增大, 概率密度函数  $P_{st}(v)$  趋于双峰结构, 且随着  $D$  的进一步增大, 左峰逐渐升高, 右峰逐渐降低, 神经元系统处于稳态  $v_1$  (静息态) 和稳态  $v_2$  的概率逐渐趋于相等. 这表明此时系统通道是敞开的, 有利于神经元系统激发态与静息态间的信息传递.

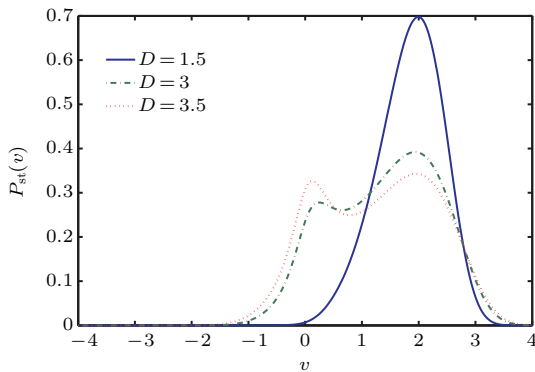


图 2 (网刊彩色) 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  随不同乘性噪声强度  $D$  的变化 ( $Q = 1$ ,  $q = 0.95$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ )  
 Fig. 2. (color online) The curve of  $P_{st}(v)$  with different multiplicative noise intensity  $D$  ( $Q = 1$ ,  $q = 0.95$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ ).

从图 3 可以看出, 随着加性噪声强度  $Q$  取值不同, 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  曲线峰的个数及峰的高度都发生了显著变化. 随着加性噪声强度  $Q$  的增大, 左峰逐渐降低, 右峰逐渐升高. 当  $Q = 2$  时, 左峰消失, 出现了单峰结构. 这说明加性噪声强度  $Q$  可以诱导非平衡相变. 同时还可看出, 当加性噪声强度  $Q$  较小时, 神经元系统基本处于稳态  $v_1$  (静息态), 但随着加性噪声强度  $Q$  增大, 神经元系统停

留在稳态  $v_2$  (激发态) 的概率增大, 即加性噪声的增大有利于系统从静息态向激发态转变. 比较图 2 和图 3 可以发现, 乘性噪声强度  $D$  与加性噪声强度  $Q$  对定态概率密度的影响作用是不同的.

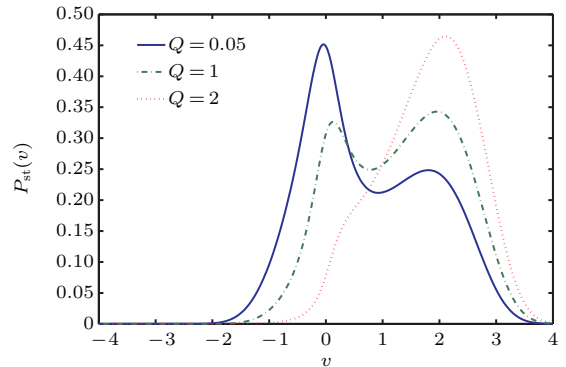


图 3 (网刊彩色) 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  随不同加性噪声强度  $Q$  的变化 ( $D = 3.5$ ,  $q = 0.95$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ )  
 Fig. 3. (color online) The curve of  $P_{st}(v)$  with different additive noise intensity  $Q$  ( $D = 3.5$ ,  $q = 0.95$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ ).

由图 4 可以观察到, 当非高斯参数  $q$  取不同值时,  $P_{st}(v)$  始终保持双峰结构, 且峰的位置基本保持不变. 说明非高斯参数  $q$  不能诱导非平衡相变. 从图中还可以看出, 随着非高斯参数  $q$  的增大, 左峰逐渐升高, 右峰逐渐降低. 这表明神经元系统停留在静息态的概率增加, 即非高斯参数  $q$  的增大有利于静息态的缓慢恢复.

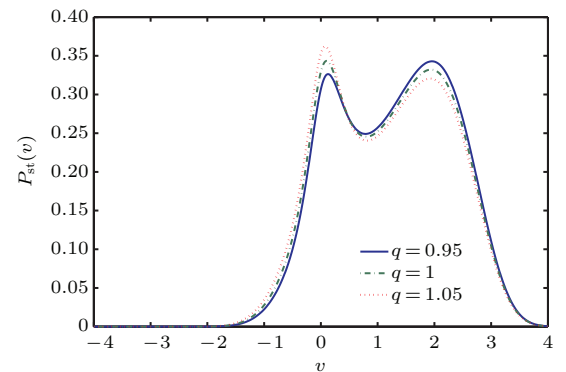


图 4 (网刊彩色) 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  随不同非高斯参数  $q$  的变化 ( $D = 3.5$ ,  $Q = 1$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ )  
 Fig. 4. (color online) The curve of  $P_{st}(v)$  with different non-Gaussian noise deviation parameter  $q$  ( $D = 3.5$ ,  $Q = 1$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\lambda = 0.5$ ).

图 5 为自相关时间取不同值时, 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  曲线的变化图. 从图中可以看出当  $\tau = 0.1$  时,  $P_{st}(v)$  曲线为单峰结构, 随着  $\tau$  的增大,  $P_{st}(v)$  曲线从单峰结构逐渐变成双峰结构. 且随着  $\tau$  的进一步增大, 左峰逐渐降低, 右峰逐渐升高, 双峰结构不再明显, 且有变为单峰结构的趋势. 这说



明白相关时间  $\tau$  可以诱导非平衡相变的发生, 自相关时间  $\tau$  的增大有利于神经元系统从静息态向激发态转变.

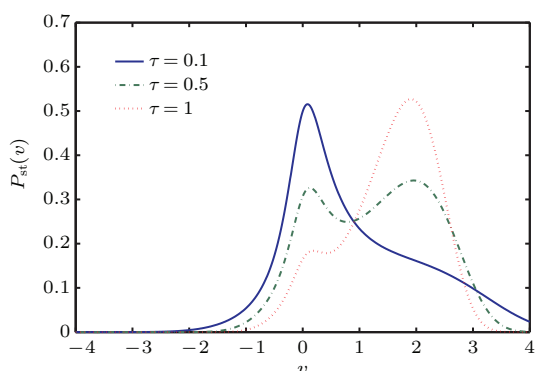


图5 (网刊彩色) 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  随不同自相关时间  $\tau$  的变化 ( $D = 3.5, Q = 1, q = 0.95, \lambda = 0.5$ )

Fig. 5. (color online) The curve of  $P_{st}(v)$  with different correlation time  $\tau$  ( $D = 3.5, Q = 1, q = 0.95, \lambda = 0.5$ )

图6为关联系数  $\lambda$  取不同值时, 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  曲线的变化. 从图中可以看出, 当  $|\lambda|$  较小时,  $P_{st}(v)$  曲线为双峰结构, 当  $|\lambda|$  较大时,  $P_{st}(v)$  曲线变为单峰结构, 并且无论关联系数  $\lambda$  取正值还是负值, 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  曲线的变化趋势都是相同的. 这说明关联系数  $\lambda$  可以诱导非平衡相变的发生. 与此同时还可以发现, 随着关联系数  $\lambda$  的增大, 右峰逐渐降低, 左峰逐渐升高, 说明随着关联系数  $\lambda$  的增大, 神经元系统处于静息态的概率增大, 即关联系数  $\lambda$  的增大有利于神经元系统从激发态向静息态转换.

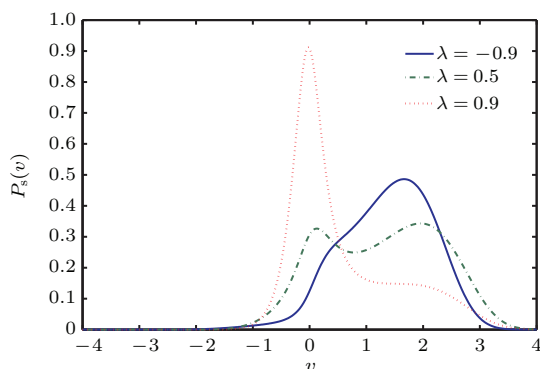


图6 (网刊彩色) 定态概率密度函数  $P_{st}(v)$  随不同关联系数  $\lambda$  的变化 ( $D = 3.5, Q = 1, q = 0.95, \tau = 0.5$ )

Fig. 6. (color online) The curve of  $P_{st}(v)$  with different cross-correlation strength  $\lambda$  ( $D = 3.5, Q = 1, q = 0.95, \tau = 0.5$ ).

## 4 结 论

本文主要研究了相互关联的乘性非高斯噪声和加性高斯白噪声共同作用下 FHN 神经元系统. 利用路径积分法和统一色噪声近似, 推导出系统定态概率密度函数的解析表达式, 并进一步分析了乘性噪声强度、加性噪声强度、噪声自相关时间、非高斯参数、噪声互关联系数对定态概率密度的影响. 研究发现, 乘性噪声强度  $D$ 、加性噪声强度  $Q$ 、噪声相关时间  $\tau$  以及关联系数  $\lambda$ , 均可以诱导非平衡相变, 且乘性噪声强度  $D$  与加性噪声强度  $Q$  对定态概率密度函数的影响作用是不同的. 此外, 我们还观察到,  $D$  和  $\lambda$  的增大有利于神经元系统从激发态向静息态转变,  $Q$  和  $\tau$  的增大有利于神经元系统从静息态向激发态转变, 非高斯参数  $q$  的增大使得神经元系统停留在静息态的概率增加, 即  $q$  的增大有利于静息态的缓慢恢复.

## 参考文献

- [1] Mangioni S, Deza R 2000 *Phys. Rev. E* **61** 223
- [2] Van den Broeck C, Parrondo J M R, Toral R 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3395
- [3] Hänggi P, Jung P, Zerbe C, Moss F 1993 *J. Stat. Phys.* **70** 25
- [4] He M J, Xu W, Sun Z K, Du L 2015 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **28** 39
- [5] Sun Z K, Yang X L, Xu W 2012 *Phys. Rev. E* **85** 061125
- [6] Sun Z K, Yang X L, Xiao Y Z, Xu W 2014 *Chaos* **24** 023126
- [7] Sun Z K, Wu Y Z, Du L, Xu W 2016 *Nonlinear Dyn.* **84** 1011
- [8] Sun Z K, Yang X L 2011 *Chaos* **21** 033114
- [9] Sun Z K, Fu J, Xiao Y Z, Xu W 2015 *Chaos* **25** 083102
- [10] Sun Z K, Yang X L, Xu W 2016 *Sci. China Technol. Sci.* **59** 403
- [11] Yang X L, Senthilkumar D V, Sun Z K, Kurths J 2011 *Chaos* **21** 047522
- [12] Sun Z K, Lu P J, Xu W 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 220503 (in Chinese) [孙中奎, 鲁捧菊, 徐伟 2014 物理学报 **63** 220503]
- [13] Beznrkov S M, Vodyanoy I 1997 *Nature* **385** 319
- [14] Goychuk I, Hanggi P 2000 *Phys. Rev. E* **61** 4272
- [15] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *Physiology* **117** 500
- [16] Wiesenfeld K, Pierson D, Pantazelou E, Dames C, Moss F 1994 *Phys. Rev. Lett* **72** 2125
- [17] Tuckwell H C, Rodriguez R, Wan F Y M 2003 *Neural Comput.* **15** 143159
- [18] Acebron J A, Bulsara A R, Rappel W J 2004 *Phys. Rev. E* **69** 026202

- [19] Kitajima H, Kurths J 2005 *Chaos* **15** 023704
- [20] Fitzhugh R 1960 *J. Gen. Physiol.* **43** 867
- [21] Alarcon T, Perez-Madrid A, Rubi J M 1998 *Phys. Rev. E* **57** 4979
- [22] Wang Z Q, Xu Y, Yang H 2016 *Sci. China: Technol. Sci.* **59** 371
- [23] Xiao Y Z, Tang S F, Sun Z K 2014 *Eur. Phys. J. B* **87** 134
- [24] Zhang J J, Jin Y F 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 130502 (in Chinese) [张静静, 靳艳飞 2012 物理学报 **61** 130502]
- [25] Zhao Y, Xu W, Zou S C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1396 (in Chinese) [赵燕, 徐伟, 邹少存 2009 物理学报 **58** 1396]
- [26] Gardiner C W 1985 *Handbook of Stochastic Methods* (Berlin: Springer-Verlag) pp80–115
- [27] Bouzat S, Wio H S 2005 *Physica A* **351** 69
- [28] Fuentes M A, Wio H S, Toral R 2002 *Physica A* **303** 91
- [29] Wio H S, Colet P, San Miguel M, Pesquera L, Rodríguez M A 1989 *Phys. Rev. A* **40** 7312
- [30] Wu D, Zhu S Q 2007 *Phys. Lett. A* **363** 202
- [31] Jung P, Hanggi P 1987 *Phys. Rev. A* **35** 4464
- [32] Cao L, Wu D J, Ke S Z 1995 *Phys. Rev. E* **52** 3228

# Steady state characteristics in FHN neural system driven by correlated non-Gaussian noise and Gaussian noise\*

Shen Ya-Jun Guo Yong-Feng<sup>†</sup> Xi Bei

(School of Science, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

( Received 8 March 2016; revised manuscript received 9 April 2016 )

## Abstract

Recently, the dynamics problems of nonlinear systems driven by noises have attracted considerable attention. The researches indicate that the noise plays a determinative role in system evolution. This irregular random interference does not always play a negative role in the macro order. Sometimes it can play a positive role. The various effects of noise are found in physics, biology, chemistry and other fields, such as noise-induced non-equilibrium phase transition, noise-enhanced system stability, stochastic resonance, etc. Especially, in the field of biology, the effects of noise on life process are significant. At present, a large number of researchers have studied the kinetic properties of the neuron system subjected to noises. However, these studies focus on the Gaussian noise, while the researches about non-Gaussian noise are less. In fact, it is found that all the noise sources among neuronal systems, physical systems and biological systems tend to non-Gaussian distribution. So it is reasonable to consider the effects of the non-Gaussian noise on systems, and it is closer to the actual process. Therefore, it has some practical significance to study the FHN system driven by the non-Gaussian noise and analyze the kinetic properties of this system. In this work, we study the stationary probability distribution (SPD) in FitzHugh-Nagumo (FHN) neural system driven by correlated multiplicative non-Gaussian noise and additive Gaussian white noise. Using the path integral approach and the unified colored approximation, the analytical expression of the stationary probability distribution is first derived, and then the change regulations of the SPD with the strength and relevance between multiplicative noise and additive noise are analyzed. After that, the simulation results show that the intensity of multiplicative noise, the intensity of additive noise, the correlation time of the non-Gaussian noise and the cross-correlation strength between noises can induce non-equilibrium phase transition. This means that the effect of the non-Gaussian noise intensity on SPD is the same as that of the Gaussian noise intensity. However, the non-Gaussian noise deviation parameter cannot induce non-equilibrium phase transition. Moreover, we also find that the increases of the multiplicative noise intensity and the cross-correlation strength between noises are conducive to the conversion of the exciting state into the resting state. And with the additive noise intensity and the correlation time increasing, the conversion of the resting state into the exciting state becomes obvious. Meanwhile, the increase of non-Gaussian noise deviation parameter increases the probability of staying in the resting state.

**Keywords:** FHN neural system, non-Gaussian noise, stationary probability distribution, non-equilibrium phase transition

**PACS:** 05.20.-y, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.65.120501

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11102132).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [guoyongfeng@mail.nwpu.edu.cn](mailto:guoyongfeng@mail.nwpu.edu.cn)