

平面波照射下无限大导体板上周期孔阵屏蔽效能的解析研究

白婉欣 李天乐 郭安琪 成睿琦 焦重庆

Analytical theory on electromagnetic shielding effectiveness of infinite conductor plate with periodic aperture array under plane wave illumination

Bai Wan-Xin Li Tian-Le Guo An-Qi Cheng Rui-Qi Jiao Chong-Qing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 104101 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182070

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182070>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种内置条状金属板的双层金属腔体屏蔽效能的理论模型

An analytical model for shielding effectiveness of double layer rectangular enclosure with inner strip-shaped metallic plate  
物理学报. 2016, 65(4): 044101 <https://doi.org/10.7498/aps.65.044101>

一种基于BLT方程的孔缝箱体屏蔽效能计算方法

A BLT equation-based approach for calculating the shielding effectiveness of enclosures with apertures  
物理学报. 2015, 64(1): 010701 <https://doi.org/10.7498/aps.64.010701>

基于电磁拓扑的多腔体屏蔽效能快速算法

Electromagnetic topology based fast algorithm for shielding effectiveness estimation of multiple enclosures with apertures  
物理学报. 2016, 65(3): 030702 <https://doi.org/10.7498/aps.65.030702>

基于电磁波反射和折射理论的平底孔试件脉冲涡流检测解析模型

Analytical modeling for the plate with a flat-bottom hole based on the reflection and transmission theory in pulsed eddy current testing

物理学报. 2017, 66(3): 038102 <https://doi.org/10.7498/aps.66.038102>

偏振双向衰减对光学成像系统像质影响的矢量平面波谱理论分析

Analysis of the influence of diattenuation on optical imaging system by using the theory of vector plane wave spectrum  
物理学报. 2017, 66(8): 084202 <https://doi.org/10.7498/aps.66.084202>

# 平面波照射下无限大导体板上周期孔阵 屏蔽效能的解析研究\*

白婉欣 李天乐 郭安琪 成睿琦 焦重庆†

(华北电力大学, 新能源电力系统国家重点实验室, 北京 102206)

(2018年11月22日收到; 2019年2月26日收到修改稿)

本文针对平面电磁波对无限大导体平板上周期孔阵的透射问题, 首先用 Bethe 小孔理论将孔阵表示成偶极子阵列, 然后用平均化处理得到均匀的等效磁化/极化强度, 进而引入等效面源导出透射电磁波表达式, 最终给出了孔阵对平面电磁波屏蔽效能的解析公式. 该公式分别针对横电和横磁两种极化方式, 将屏蔽效能表示成孔阵周期面积、孔的极化系数、波长和入射角的简单函数, 其计算结果与全波仿真结果一致性好. 结果表明, 透射场强的幅值与孔极化系数和波频率成正比, 与周期面积成反比; 在横电极化方式, 波频率和周期面积不变的情况下, 透射场强的幅值与入射角的余弦值成正比, 入射角越大屏蔽效能越高; 在横磁极化方式下, 透射场强幅值与入射角的关系相对复杂, 但在入射角较小时与入射角的余弦值近似成反比, 总体上入射角越大屏蔽效果越低.

**关键词:** 电磁屏蔽, 小孔耦合, Bethe 理论, 极化系数**PACS:** 41.20.Jb, 41.20.-q**DOI:** 10.7498/aps.68.20182070

## 1 引言

平面波对无限大导体板上开孔阵列的电磁透射属于经典电磁问题, 在电磁屏蔽、频率选择表面等方面有实际应用<sup>[1-11]</sup>. 理论上, 该问题可以通过数值计算方法求解<sup>[12-16]</sup>, 例如, 文献<sup>[16]</sup>采用矩量法计算了近场辐射源透过无限大导体板的开孔阵列时的电磁耦合特性. 然而数值方法实施相对复杂, 且耗费 CPU 和存储资源较多, 特别是在需要实时仿真或反复计算以便进行大量参数优化的场合. 解析方法求解虽然适用范围窄, 但具有唯一性、物理意义清晰、易于计算, 特别是具有可作为数值方法的检验基准等优点. 因此, 对于给定的模型, 得到其解析解不仅具有理论价值, 也具有实际意义<sup>[17-20]</sup>.

本文结合电磁屏蔽应用实际, 在电磁波波长明显大于孔阵周期单元边长, 且孔阵周期单元边长明显大于开孔尺寸的前提下, 研究透射场的解析表达式. 目前, 对于平面波垂直入射圆形孔阵情况, 已有解析结果<sup>[21]</sup>. 其中孔阵的影响通过表面阻抗描述, 而表面阻抗需要运用分离变量法和平均场方法求解, 过程复杂. 在电磁波入射角的影响方面, 一般简单对照平面波对均匀平板材料电磁透射的入射角依赖规律, 缺少严格的理论分析. 对于平面波入射金属网情况, 文献<sup>[22]</sup>进行了分析. 网线的影响同样通过表面阻抗描述, 考虑了平面波入射角的影响. 但是该方法普适性有限, 无法推广到其他形状开孔板的情况. 文献<sup>[13]</sup>针对开单个孔缝的无限大平板的磁场屏蔽效能进行了分析. 而在实际应用中, 孔缝通常以阵列形式出现, 该方法无法直接推广至多个孔缝的情况.

\* 国家重点研发计划(批准号: 2017YFB0902400)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: 2019MS003)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [cqjiao@ncepu.edu.cn](mailto:cqjiao@ncepu.edu.cn)

本文首先基于 Bethe 理论<sup>[23]</sup>, 将透射场表示成偶极子阵列的辐射场. 然后对磁偶极子阵列进行平均化, 即将其偶极矩分布于板上, 由此得到均匀磁化强度. 进而, 将磁化强度用平板两侧的磁化面电流表征, 然后可以容易地求出面电流所产生电磁场的解析表达式. 对于电偶极子阵列 (仅存在于 TM 极化斜入射情况), 通过研究电偶极辐射和磁偶极辐射的对应关系, 从而依据磁偶极阵列辐射场导出电偶极阵列辐射场, 最终通过二者叠加得出总的透射场. 所导出的解析解理论上适用于所有形状磁/电极化系数已知的开孔. 对于诸如椭圆、圆形孔, 其极化系数是已知的. 对于其他形状的开孔, 通过数值计算可以获得极化系数, 如矩形开孔等已有相关结果发表.

## 2 理论

### 2.1 垂直入射

图 1 为平面波垂直入射导体板示意图, 入射磁场  $\mathbf{H}_i = -H_i e^{-jkz} \mathbf{e}_y$ , 入射电场  $\mathbf{E}_i = -E_i e^{-jkz} \mathbf{e}_x$ , 平面波波矢量  $\mathbf{k} = k \mathbf{e}_z$ , 其中,  $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ , 相邻两孔  $x$  方向距离为  $d_1$ ,  $y$  方向距离为  $d_2$ , 板厚度为  $t$ . 假设坐标原点位于板上表面.

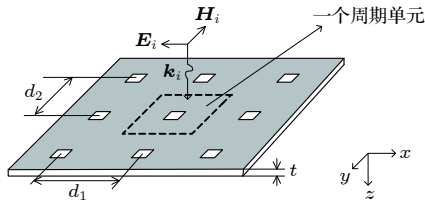


图 1 平面波垂直入射开孔导体板示意图

Fig. 1. Conductor plate with holes illuminated by a plane wave with vertical polarization.

根据 Bethe 小孔理论<sup>[23]</sup>, 从开孔耦合到  $z > 0$  区域的电磁场, 可借助位于开孔中心的等效偶极矩为  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{m}$  的电偶和磁偶极子来描述:

$$\mathbf{p} = \epsilon_0 \alpha_c \mathbf{E}_n, \quad (1)$$

$$\mathbf{m} = -\alpha_{mx} \mathbf{H}_{tx} - \alpha_{my} \mathbf{H}_{ty}, \quad (2)$$

式中  $\alpha_c$  为电极化系数,  $\alpha_{mx}$  为小孔沿  $x$  方向磁极化系数,  $\alpha_{my}$  为小孔沿  $y$  方向磁极化系数.  $\mathbf{E}_n$  为小孔作短路处理 (即小孔不存在或被导体封堵) 时开孔面上电场的法向分量,  $\mathbf{H}_{tx}$ ,  $\mathbf{H}_{ty}$  分别为短路处理下开孔面上切向磁场的  $x$ ,  $y$  分量. 对于垂直入射情

况,  $\mathbf{H}_{tx} = 0$ ,  $\mathbf{H}_{ty} = 2\mathbf{H}_i$ ,  $\mathbf{E}_n = 0$ . 此时, 只有磁偶极子作用,  $z > 0$  区域的电磁场近似为沿导体板上分布的磁偶极阵列的辐射场. 依据镜像原理<sup>[24]</sup>, 导体板可以去除, 同时磁偶极矩加倍.

通过平均化的方法, 将每一个磁偶极子的磁偶极矩均匀分布在一个周期单元内, 从而得到板的均匀磁化模型, 其等效磁化强度为

$$\mathbf{M} = \frac{2\mathbf{m}}{\Delta V} = \frac{-2\alpha_{my} H_{ty} \mathbf{e}_y}{St}, \quad (3)$$

其中  $S$  代表一个周期单元的面积,  $\Delta V = St$ . 对于图 1 所示情况,  $S = d_1 d_2$ . 所以板上、下表面磁化面电流密度为:

$$\mathbf{K}_{m1} = \mathbf{M} \times (-\mathbf{e}_z) = \frac{2\alpha_{my} H_t \mathbf{e}_x}{St}, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{m2} = \mathbf{M} \times \mathbf{e}_z = -\frac{2\alpha_{my} H_t \mathbf{e}_x}{St}. \quad (5)$$

当导体板不开孔时, 板表面传导面电流密度为

$$\mathbf{K} = \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_t = H_t \mathbf{e}_y. \quad (6)$$

对比 (4) 式—(6) 式可得

$$\frac{|\mathbf{K}_{m1}|}{|\mathbf{K}|} = \frac{|\mathbf{K}_{m2}|}{|\mathbf{K}|} = \frac{2\alpha_{my}}{St}. \quad (7)$$

不难理解,  $z > 0$  区域, (6) 式激发的电磁场与入射场完全抵消. 进而依据 (7) 式可得, (4) 式和 (5) 式所述电流产生的磁场分别为:

$$\mathbf{H}_{m1} = -\frac{2\alpha_{my} H_i}{St} e^{-jkz_1} \mathbf{e}_y, \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_{m2} = \frac{2\alpha_{my} H_i}{St} e^{-jkz_2} \mathbf{e}_y, \quad (9)$$

其中  $z_1$ ,  $z_2$  分别是场点到板上表面和下表面的距离. 假设场点  $P$  的坐标为  $(x_p, y_p, z_p)$  且  $z_p > 0$ , 则  $z_1 = z_p$ ,  $z_2 = z_p - t$ . 场点  $P$  处透射场的磁场强度为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = \mathbf{H}_{m1} + \mathbf{H}_{m2} = & -\frac{2\alpha_{my} H_i}{St} \left( e^{-jkz_p} - e^{-jk(z_p-t)} \right) \\ & \times \mathbf{e}_y = -\frac{2\alpha_{my} H_i}{St} e^{-jkz_p} (1 - e^{jkt}) \mathbf{e}_y. \end{aligned} \quad (10)$$

由于  $kt$  趋近于 0, 所以  $1 - e^{jkt} \approx -jkt$ , (10) 式可写为

$$\mathbf{H} = \frac{2jk\alpha_{my} H_i}{S} e^{-jkz_p} \mathbf{e}_x. \quad (11)$$

就此得出, 平面波垂直入射开孔金属板情况下, 屏蔽效能公式为

$$SE = 20 \log_{10} \left( \frac{|\mathbf{H}_i|}{|\mathbf{H}|} \right) = 20 \log_{10} \frac{S\lambda}{4\alpha_{my}\pi}. \quad (12)$$

## 2.2 斜入射-TE 极化

如图 2 所示, TE 极化平面波入射角为  $\theta$ , 入射磁场  $\mathbf{H}_i = (-H_i \cos \theta \mathbf{e}_x + H_i \sin \theta \mathbf{e}_z) e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , 入射电场  $\mathbf{E}_i = E_i e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{e}_y$ , 波矢量  $\mathbf{k} = k \sin \theta \mathbf{e}_x + k \cos \theta \mathbf{e}_z$ .

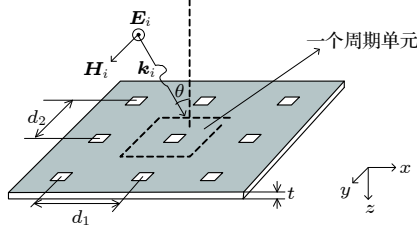


图 2 TE 极化平面波入射均匀开孔导体板示意图

Fig. 2. Conductor plate with holes illuminated by a plane wave of TE polarization.

根据 TE 极化斜入射情况,  $\mathbf{E}_n = 0$ ,  $\mathbf{H}_t = -2H_i \cos \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_x$ . 此时, 只有磁偶极子作用. 考虑镜像加倍效应后, 等效磁偶极矩为

$$\mathbf{m} = 4\alpha_{mx} H_i \cos \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_x. \quad (13)$$

同理, 可得上、下表面磁化面电流密度为

$$\mathbf{K}_{m1} = \mathbf{M} \times (-\mathbf{e}_z) = \frac{4\alpha_{mx} H_i \cos \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_y}{St}, \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_{m2} = \mathbf{M} \times \mathbf{e}_z = -\frac{4\alpha_{mx} H_i \cos \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_y}{St}. \quad (15)$$

当导体板不开孔时, 板表面传导面电流密度为

$$\mathbf{K} = \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_t = -H_t \mathbf{e}_y. \quad (16)$$

同理, 通过分别比较 (14) 式、(15) 式和 (16) 式的比例关系, 可得 (14) 式和 (15) 式所述电流在  $z > 0$  区域产生的磁场分别为:

$$\mathbf{H}_{m1} = \frac{2\alpha_{mx} H_i}{St} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_x, \quad (17)$$

$$\mathbf{H}_{m2} = -\frac{2\alpha_{mx} H_i}{St} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_x. \quad (18)$$

同理, 叠加可得场点  $P$  处磁场强度为

$$\mathbf{H} = \frac{-2j\alpha_{mx} \cos \theta H_i}{S} e^{-j(kx_p \sin \theta + kz_p \cos \theta)} \mathbf{e}_x, \quad (19)$$

磁场屏蔽效能为

$$SE = 20 \log_{10} \frac{|\mathbf{H}_i|}{|\mathbf{H}|} = 20 \log_{10} \frac{S}{2k\alpha_{mx} \cos \theta}. \quad (20)$$

由电场、磁场和传播方向三者关系可得, 场点  $P$  处电场强度为

$$\mathbf{E} = E_i \frac{2j\alpha_{mx} k \cos \theta}{S} e^{-j(kx_p \sin \theta + kz_p \cos \theta)} \mathbf{e}_y. \quad (21)$$

## 2.3 斜入射-TM 极化

如图 3 所示, TM 极化平面波入射角为  $\theta$ , 入射电场  $\mathbf{E}_i = (-E_i \cos \theta \mathbf{e}_x + E_i \sin \theta \mathbf{e}_z) e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , 入射磁场  $\mathbf{H}_i = -H_i e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{e}_y$ .

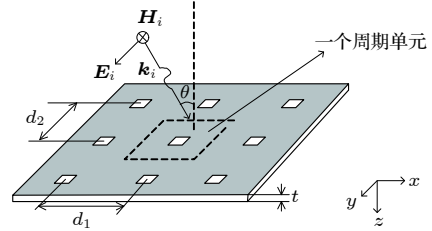


图 3 TM 极化平面波入射均匀开孔金属板

Fig. 3. Conductor plate with holes illuminated by a plane wave of TM polarization.

根据 TM 极化斜入射情况,  $\mathbf{E}_n = E_i \sin \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{H}_t = -2H_i e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_y$ , 故电偶极子、磁偶极子同时作用. 考虑镜像加倍效应后, 等效磁偶极矩、电偶极矩分别为:

$$\mathbf{m} = 4\alpha_{my} H_i e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_y, \quad (22)$$

$$\mathbf{p} = 4\epsilon_0 \alpha_e E_i \sin \theta e^{-jkx \sin \theta} \mathbf{e}_z. \quad (23)$$

由  $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}$ , 可以推出

$$H_y = \frac{k}{\omega\mu_0 \cos \theta} E_x. \quad (24)$$

(24) 式表明, 求得电偶极子、磁偶极子产生的  $x$  方向电场, 即可求出相应的  $y$  方向磁场. 另一方面, TM 极化下, 磁场只有  $y$  分量, 因此  $y$  方向磁场即代表总磁场.

令 TE 极化中磁偶极子激发的  $z$  方向磁场、 $y$  方向电场分别为  $\mathbf{H}_z(m_{TE}), \mathbf{E}_y(m_{TE})$ , TM 极化中电偶极子、磁偶极子激发的  $x$  方向电场分别为  $\mathbf{E}_x(p_{TM}), \mathbf{E}_x(m_{TM})$ . 可以证明 (证明过程见附录)

$$\frac{E_x(m_{TM})}{E_y(m_{TE})} = -\frac{\alpha_{my}}{\alpha_{mx} \cos \theta}, \quad (25)$$

$$\frac{E_x(p_{TM})}{H_z(m_{TE})} = \frac{\alpha_e E_i \sin \theta}{\alpha_{mx} H_i \cos \theta}. \quad (26)$$

根据 (19) 式和 (21) 式, TE 极化下磁偶极子产生的电场  $\mathbf{E}_y$  和  $\mathbf{H}_z$  为:

$$\mathbf{E}_y(m_{TE}) = E_i \frac{2j\alpha_{mx} k \cos \theta}{S} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_y, \quad (27)$$

$$\mathbf{H}_z(m_{TE}) = H_i \frac{2j\alpha_{mx} k \cos \theta}{S} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \sin \theta \mathbf{e}_z. \quad (28)$$

根据 (25) 式—(28) 式可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x(m_{\text{TM}}) &= \frac{-\alpha_{\text{my}}}{\alpha_{\text{mx}} \cos \theta} \cdot \mathbf{E}_y(m_{\text{TE}}) \\ &= -\frac{2j\alpha_{\text{my}}k}{S} E_i e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_x, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x(p_{\text{TM}}) &= \mathbf{H}_z(m_{\text{TE}}) \cdot \frac{\alpha_e E_i \sin \theta}{\alpha_{\text{mx}} H_i \cos \theta} \\ &= \frac{2jk E_i \alpha_e \sin^2 \theta}{S} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_x. \end{aligned} \quad (30)$$

由 (24) 式、(29) 式和 (30) 式得, TM 极化下, 电偶极子、磁偶极子产生的磁场分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_y(m_{\text{TM}}) &= \frac{k}{\omega \mu_0 \cos \theta} \mathbf{E}_x(m_{\text{TM}}) \\ &= -\frac{2j\alpha_{\text{my}}k^2 E_i}{\omega \mu_0 S \cos \theta} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_y, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_y(p_{\text{TM}}) &= \frac{k}{\omega \mu_0 \cos \theta} \mathbf{E}_x(p_{\text{TM}}) \\ &= \frac{2jk^2 \alpha_e E_i \sin^2 \theta}{S \omega \mu_0 \cos \theta} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_y. \end{aligned} \quad (32)$$

由 (31) 式和 (32) 式得 TM 极化下透射场的磁场强度为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{TM}} &= \mathbf{H}_y(m_{\text{TM}}) + \mathbf{H}_y(p_{\text{TM}}) \\ &= \frac{2jk^2 E_i (-\alpha_{\text{my}} + \alpha_e \sin^2 \theta)}{S \omega \mu_0 \cos \theta} e^{-j(kx \sin \theta + kz \cos \theta)} \mathbf{e}_y. \end{aligned} \quad (33)$$

所以屏蔽效能为

$$\text{SE} = 20 \log_{10} \frac{|\mathbf{H}_i|}{|\mathbf{H}|} = 20 \log_{10} \frac{S \cos \theta}{2k \alpha_{\text{my}} (1 - \alpha_{\text{ez}} / \alpha_{\text{my}} \sin^2 \theta)}. \quad (34)$$

比较 (20) 式和 (34) 式看出, TE 极化下透射场幅值和入射角的关系比较简单, 即与入射角的余弦成正比, 因此屏蔽效能随入射角的增大而增加; TM 极化下, 透射场幅值与入射角的关系相对复杂, 随着入射角的增大, 屏蔽效能有减小的趋势. 当电极化系数相对磁化系数很小时, 附加项可以忽

略, 但在电极化系数和磁化系数接近的情况下, 附加项将会对屏蔽效能产生显著影响.

### 3 结果与讨论

#### 3.1 开孔的极化系数

对于圆孔和椭圆孔, 其电、磁极化系数有解析公式, 如表 1 所列<sup>[25]</sup>.

表 1 中  $K$  为第一类完全椭圆积分,  $E$  为第二类完全椭圆积分:

$$K(e) = \int_0^{\pi/2} (1 - e^2 \sin^2 \xi)^{-1/2} d\xi, \quad (35)$$

$$E(e) = \int_0^{\pi/2} (1 - e^2 \sin^2 \xi)^{1/2} d\xi, \quad (36)$$

其中, 椭圆离心率  $e = \sqrt{1 - (w/l)^2}$ . 对于其他类型孔径, 如矩形、正方形、十字形等, 通过数值计算和实验可以得到极化系数的值<sup>[26]</sup>.

#### 3.2 垂直入射的分析

为了验证上述公式的准确性, 本文选定几种情况进行分析. 由 (12) 式可以看出, 屏蔽效能的大小与周期单元边长比 ( $d_1/d_2$ ) 无关, 为了验证该结论, 在周期单元面积  $S = 16 \text{ cm}^2$ , 开孔为半径  $r = 0.25 \text{ cm}$  圆孔阵列的情况下, 选择  $d_1/d_2 = 1, 4, 16$  进行计算, CST 软件全波模拟仿真 (微波工作室, 采用 unitcell 边界) 结果如图 4 所示. 随着频率的增大, 屏蔽效能减小. 对于  $d_1/d_2 = 1$  和  $d_1/d_2 = 4$  两种情况, 仿真结果几乎一致, 对于  $d_1/d_2 = 16$ , 仿真结果与其余两种情况相差约 1 dB. 所以在  $d_1, d_2$  大于最小开孔尺寸的前提下, 屏蔽效能与周期边长比关系不大, 后续分析均取  $d_1 = d_2 = 4 \text{ cm}$ .

在电磁屏蔽领域, 实际应用中平板厚度为 mm 级. 当厚度相对小孔尺寸的比值 (以圆孔为例,  $t/r$ ) 增大时, 小孔的波导效应 (以圆孔为例,  $\text{SE}_{\text{波导}} \approx 16t/r$ ) 随之增大, 会带来一个附加项的衰减. 图 5 展示了开孔半径为 1 cm, 厚度  $t = 0.001 \text{ mm}$  和

表 1 常见开孔形状极化系数  
Table 1. Polarization coefficients of typical opening shapes.

孔形状	$\alpha_e$	$\alpha_{\text{mx}}$	$\alpha_{\text{my}}$
圆形 ( $r$ 为半径)	$\frac{2r^3}{3}$	$\frac{4r^3}{3}$	$\frac{4r^3}{3}$
椭圆 ( $l$ 为长轴, 沿 $x$ 方向, $w$ 为短轴)	$\frac{\pi}{24} \cdot \frac{w^2 l}{E(e)}$	$\frac{\pi}{24} \cdot \frac{e^2 l^3}{K(e) - E(e)}$	$\frac{\pi}{24} \cdot \frac{e^2 l^3}{(l/w)^2 E(e) - K(e)}$

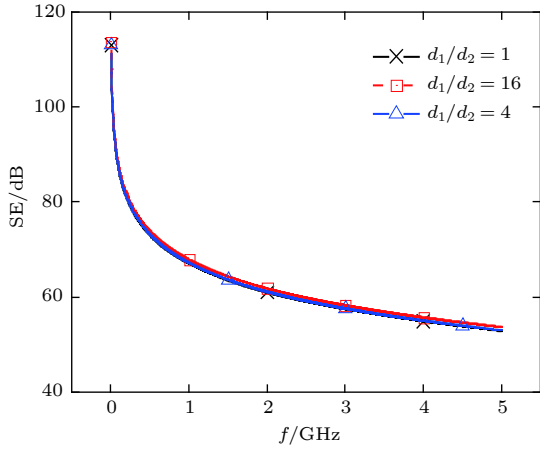


图 4  $d_1/d_2$  对屏蔽效能的影响

Fig. 4. Dependence of the SE on frequency for different  $d_1/d_2$ .

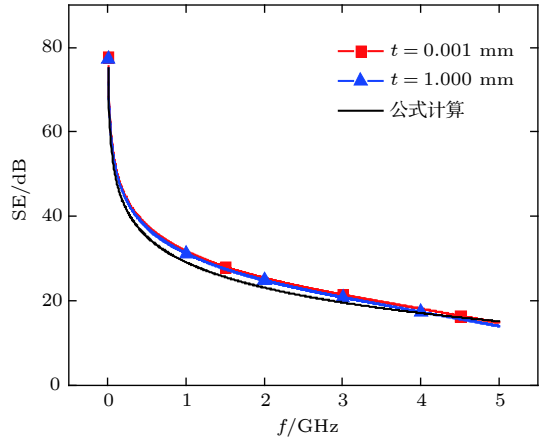


图 5 板厚度对屏蔽效能的影响

Fig. 5. Dependence of the SE on frequency for different thicknesses of the plane.

$t = 1 \text{ mm}$  两种情况下的公式计算结果和全波仿真结果. 根据波导效应的公式, 本文考察的算例中, 波导效应带来的衰减并不大, 两种厚度下的屏蔽效能基本一致. 后续分析中, 取  $t = 0.001 \text{ mm}$ .

图 6 展示了圆形开孔下, 屏蔽效能随频率的变化情况. 可以看出, 随着开孔半径的增大, 屏蔽效能下降.  $r = 0.25, 0.5 \text{ cm}$  时, 公式计算结果和仿真结果相差均约为  $4 \text{ dB}$ ,  $r = 1 \text{ cm}$  时, 两者相差约为  $2 \text{ dB}$ , 且频率越高, 一致性越好.

对于图 7 所示  $l/w = 10$  的椭圆形开孔, 图 8 展示了长轴  $l$  分别为  $0.5, 1$  和  $2 \text{ cm}$  时屏蔽效能随频率的变化, 其中入射波的电场沿  $x$  方向. 对于长轴  $l = 0.5 \text{ cm}$  和  $l = 1 \text{ cm}$  公式计算结果与全波仿真结果一致性较好, 对于长轴  $l = 2 \text{ cm}$ , 两者差值随着频率的增大而增大.

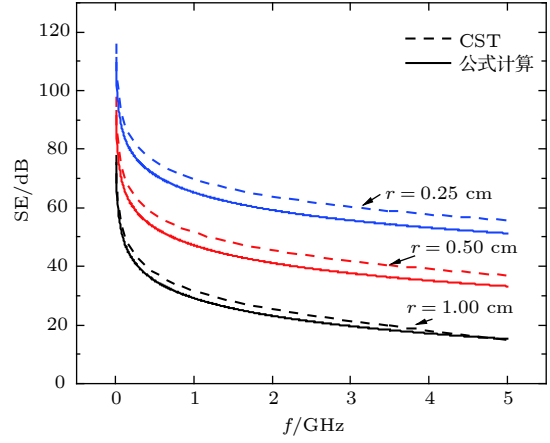


图 6 圆形孔开孔大小对屏蔽效能的影响

Fig. 6. Dependence of the SE on frequency for circular apertures with different radius.

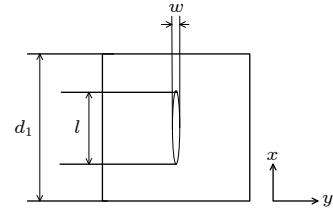


图 7 椭圆开孔示意图

Fig. 7. Diagram of elliptical opening.

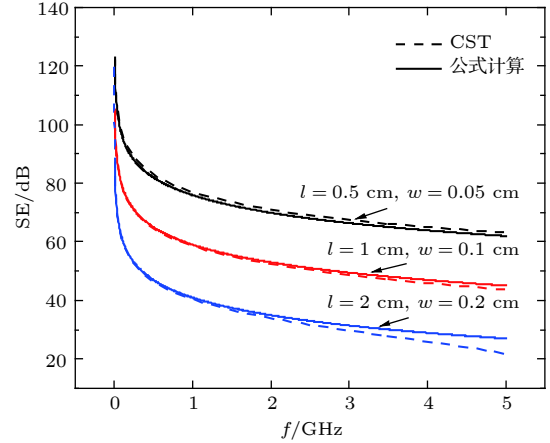


图 8 椭圆孔开孔大小对屏蔽效能的影响

Fig. 8. Dependence of SE on frequency of different elliptical apertures with different size.

针对如图 9 所示的方形 (图 9(a))、十字形 (图 9(b)) 开孔, 文献 [26] 分别给出了其磁化系数, 将磁化系数代入 (12) 式可得其屏蔽效能. 图 10 展示了两种开孔形状板的屏蔽效能随频率的变化. 对于边长  $a = 1 \text{ cm}$  的方形开孔, 全波仿真结果与公式计算结果一致性较好. 对于十字形开孔 ( $l = 30 \text{ cm}$ ,  $w/l = 0.33$ ), 本文比较了入射波频率为  $0-5 \text{ GHz}$

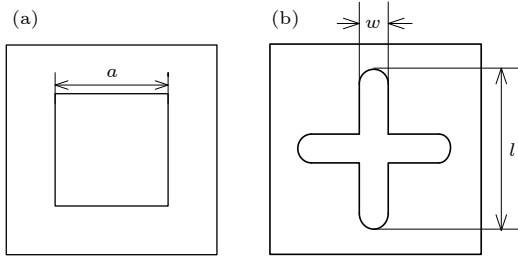


图 9 方形、十字形开孔示意图  
Fig. 9. Diagram of square and cross opening.

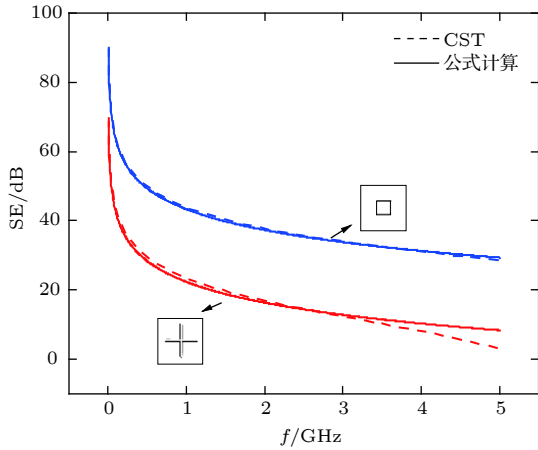


图 10 不同形状开孔板的屏蔽效能随频率的变化  
Fig. 10. Dependence of SE on frequency of different elliptical apertures with different size.

的情况, 在频率低于 3 GHz 时公式计算结果与全波仿真结果比较一致, 在 3 GHz 之后, 随着屏蔽效能变差, 两种方法的一致性也稍有下降。

对于混合形状开孔的情况, 满足各个开孔形状磁化系数相同即可计算其屏蔽效能. 由圆孔、椭圆孔磁化系数的表达式可以得到:  $r = 0.25$  cm 的圆孔和  $l = 24.97$  mm,  $l/w = 10$  的椭圆孔  $y$  方向磁化系数相等, 所以他们在磁场沿  $y$  方向电磁波照射下的屏蔽效能可由 (12) 式得出. 图 11 所示为混合形状开孔周期单元示意图, 图 12 展示了周期单元如图 11 所示的开孔板的屏蔽效能随频率的变化, 公式计算结果和仿真结果比较一致。

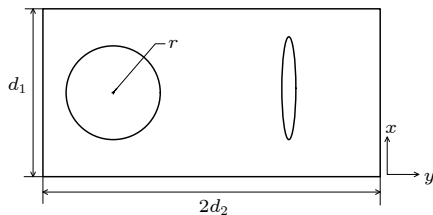


图 11 混合形状开孔周期单元示意图  
Fig. 11. Diagram of the unit cell of mix shape opening.

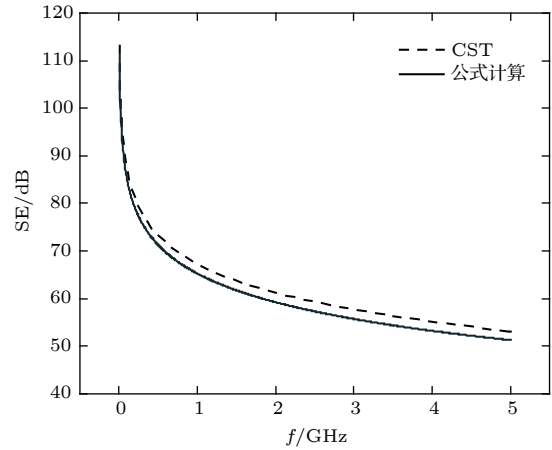


图 12 混合形状开孔的屏蔽效能随频率的变化  
Fig. 12. Dependence of SE on frequency of apertures with mix shape.

### 3.3 斜入射的分析

取开孔为半径 0.5 cm 的圆孔, 波频率 3 GHz, 图 13 给出了屏蔽效能随入射角  $\theta$  的变化. 对于 TE 极化入射波, 公式计算结果和全波仿真结果的差值约为 4 dB; 对于 TM 极化入射波, 差值约为 3 dB. 开孔为  $l = 2$  cm 的椭圆, 屏蔽效能随入射角变化情况如图 14 所示. 入射波为 TE 极化时, 公式计算结果与全波仿真的差值约为 2 dB, 入射波为 TM 模时, 公式计算结果和仿真结果差值大部分在 5 dB 内, 且随着入射角的增大而增加。

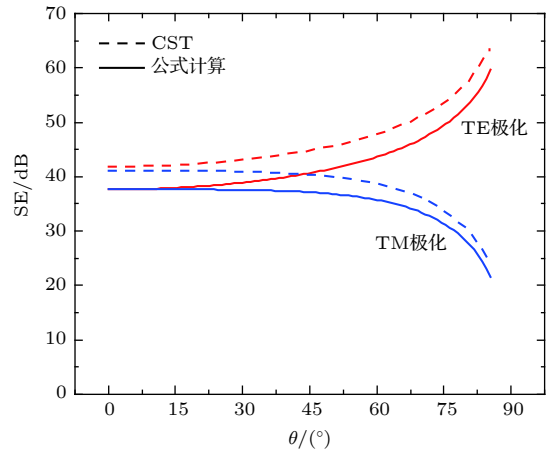


图 13 圆形孔屏蔽效能随入射角的变化 ( $r = 0.5$  cm)  
Fig. 13. Dependence of SE on angle of incidence of different polarization of circular apertures ( $r = 0.5$  cm).

图 14 所示的 TM 极化中, 磁场方向沿  $y$  方向, 与椭圆开孔方向垂直, (34) 式中电极化系数和磁化系数比较接近, 附加项影响比较显著, 故随着入射角的增大, 屏蔽效能先增大后减小。

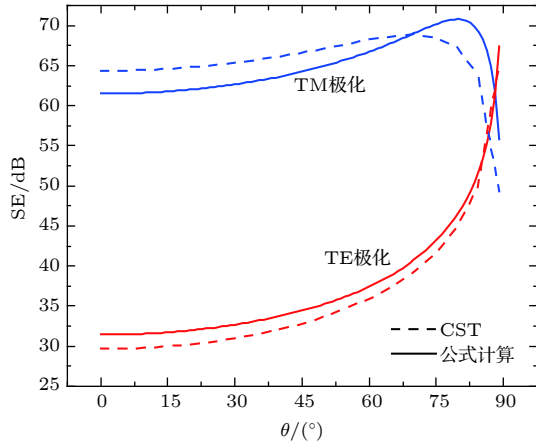

 图 14 椭圆孔屏蔽效能随入射角的变化 ( $l = 2$  cm)

 Fig. 14. Dependence of SE on angle of incidence of different polarization of elliptical apertures ( $l = 2$  cm).

## 4 结 论

本文提出了一种求解平面波对无限大导体板上周期孔阵的电磁透射场的解析方法. 该方法适用的前提条件是: 波长大于周期单元尺寸; 周期单元尺寸大于开孔尺寸. 该方法首先基于 Bethe 理论将透射场表示为偶极子阵列的辐射场, 然后通过平均化将偶极阵列近似成均匀磁化/极化板, 进而通过等效磁化面电流求得磁偶极阵列的透射场, 以及通过电偶极和磁偶极的对应关系求得电偶极阵列的透射场, 最后二者叠加得出总的透射场. 依据该方法分别导出了 TE 和 TM 两种极化方式下不同入射角时透射场的表达式. 通过对几个案例的计算以

及和全波仿真的比较验证了公式的有效性, 并得到了以下结论.

1) 透射场强幅值与波频率、孔的磁化系数成正比, 与一个周期的面积成反比.

2) TE 极化下, 由于仅磁偶极阵列起作用, 透射场幅值与入射角的关系十分简单, 即与入射角的余弦成正比. 此时, 屏蔽效能随入射角的增加而变大.

3) TM 极化下, 磁偶极阵列和电偶极阵列同时起作用. 透射场幅值与入射角的关系相对复杂, 不仅与入射角的余弦成反比, 还需要乘以一个包括了电极化系数以及入射角正弦值的附加项. 比较而言, 磁偶极比电偶极对透射场的贡献要大. 总体上, 此时屏蔽效能随入射角的增加而变小.

## 附录 A

对于 TE 极化, 只存在  $x$  方向的磁偶极子, 一个位于  $x = na$ ,  $y = pb$ ,  $z = 0$  处磁偶极子  $\mathbf{m} = m_{\text{TE}}\mathbf{e}_x$  在场点  $(x_p, y_p, z_p)$  处产生的电场为 (只考虑远场)

$$\mathbf{E} = \eta_0 \frac{\pi \mathbf{m} \times \mathbf{R}}{\lambda^2 R^2} e^{-jkR}, \quad (\text{A1})$$

其中  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ ,  $\lambda = 2\pi/k$ ,  $k = \omega/c$ ,  $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ ,  $\mathbf{R} = (x_p - x)\mathbf{e}_x + (y_p - y)\mathbf{e}_y + (z_p - 0)\mathbf{e}_z$ ,  $R = |\mathbf{R}|$ . 代入 (1) 式有

$$\mathbf{E} = \eta_0 \frac{\pi m_{\text{TE}} \mathbf{e}_x \times [(x_p - x)\mathbf{e}_x + (y_p - y)\mathbf{e}_y + (z_p - 0)\mathbf{e}_z]}{\lambda^2 R^2} e^{-jkR} = \frac{\eta_0 m_{\text{TE}} \pi}{\lambda^2} \frac{(y_p - y)\mathbf{e}_z - (z_p - 0)\mathbf{e}_y}{R^2} e^{-jkR}. \quad (\text{A2})$$

相应的磁场为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{E}}{R\eta_0} = [(x_p - x)\mathbf{e}_x + (y_p - y)\mathbf{e}_y + (z_p - 0)\mathbf{e}_z] \times [(y_p - y)\mathbf{e}_z - (z_p - 0)\mathbf{e}_y] \frac{m_{\text{TE}} \pi}{\lambda^2} \frac{1}{R^3} e^{-jkR} \\ &= \left[ -(x_p - x)(y_p - y)\mathbf{e}_y - z_p(x_p - x)\mathbf{e}_z + (y_p - y)^2\mathbf{e}_x + z_p^2\mathbf{e}_x \right] \frac{m_{\text{TE}} \pi}{\lambda^2} \frac{1}{R^3} e^{-jkR}. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

对于 TM 极化, 存在  $y$  方向磁偶极子  $\mathbf{m} = m_{\text{TM}}\mathbf{e}_y$  和  $z$  方向电偶极子  $\mathbf{p} = p_{\text{TM}}\mathbf{e}_z$ .

磁偶极子产生的电场为

$$\mathbf{E} = \frac{\eta_0 m_{\text{TM}} \pi}{\lambda^2} \frac{-(x_p - x)\mathbf{e}_z + z_p \mathbf{e}_x}{R^2} e^{-jkR}, \quad (\text{A4})$$

磁偶极子产生的磁场为

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{E}}{R\eta_0} = \left[ (x_p - x)^2 \mathbf{e}_y - (x_p - x)(y_p - y)\mathbf{e}_x - z_p(y_p - y)\mathbf{e}_z + z_p^2 \mathbf{e}_y \right] \frac{m_{\text{TM}} \pi}{\lambda^2} \frac{1}{R^3} e^{-jkR}, \quad (\text{A5})$$

电偶极子产生的磁场为



$$\mathbf{H} = -\frac{\omega \mathbf{p} \times \mathbf{R}}{2\lambda R^2} e^{-jkR} = -\frac{\omega p_{TM} [(x_p - x) \mathbf{e}_y - (y_p - y) \mathbf{e}_x]}{2\lambda R^2} e^{-jkR}, \quad (\text{A6})$$

电偶极子产生的电场为

$$\mathbf{E} = \eta_0 \frac{\mathbf{H} \times \mathbf{R}}{R} = -\eta_0 \frac{\omega p_{TM}}{2\lambda} \frac{-(x_p - x)^2 \mathbf{e}_z + z_p (x_p - x) \mathbf{e}_x - (y_p - y)^2 \mathbf{e}_z + z_p (y_p - y) \mathbf{e}_y}{R^3} e^{-jkR}. \quad (\text{A7})$$

根据(2)式—(7)式, 不难得出  $m_{TM} \mathbf{e}_y$  产生的  $E_x$  与  $m_{TE} \mathbf{e}_x$  产生的  $E_y$  的关系为:

$$\frac{E_x(m_{TM})}{E_y(m_{TE})} = -\frac{\alpha_{my}}{\alpha_{mx} \cos \theta}, \quad (\text{A8})$$

$p_{TM} \mathbf{e}_z$  产生的  $E_x$  与  $m_{TE} \mathbf{e}_x$  产生的  $H_z$  的关系

$$\frac{E_x(p_{TM})}{H_z(m_{TE})} = \frac{\alpha_e E_i \sin \theta}{\alpha_{mx} H_i \cos \theta}. \quad (\text{A9})$$

### 参考文献

- [1] Kan Y, Yan L P, Zhao X, Zhou H J, Liu Q, Huang K M 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 030702 (in Chinese) [阚勇, 闫丽萍, 赵翔, 周海京, 刘强, 黄卡玛 2016 物理学报 **65** 030702]
- [2] Mcdowell A J, Hubing T H 2014 *IEEE Trans. Electromagn. Compat* **56** 1711
- [3] Jiao C Q, Niu S, Li L 2015 *Transactions of China Electrotechnical Society* **30** 1 (in Chinese) [焦重庆, 牛帅, 李琳 2015 电工技术学报 **30** 1]
- [4] Luo J W, Du P A, Ren D, Nie B L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 010701 (in Chinese) [罗静雯, 杜平安, 任丹, 聂宝林 2015 物理学报 **64** 010701]
- [5] Duan X Y, Li X K, Cheng M S, Li G 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 197901 (in Chinese) [段兴跃, 李小康, 程谋森, 李干 2016 物理学报 **65** 197901]
- [6] Nie B L, Du P A, Yu Y T, Shi Z 2011 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **53** 73
- [7] Ren D, Du P A, Nie B L, Cao Z, Liu W K 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120701 (in Chinese) [任丹, 杜平安, 聂宝林, 曹钟, 刘文奎 2014 物理学报 **63** 120701]
- [8] Jiao C Q, Niu S 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 114102 (in Chinese) [焦重庆, 牛帅 2013 物理学报 **62** 114102]
- [9] Zhao Y L, Ma F H, Li X F, Ma J J, Jia K 2018 *Chin. Phys. B* **27** 027302
- [10] Peng Q, Zhou D F, Hou D T, Yu D J, Hu T, Wang L P, Xia W 2013 *High Power Laser and Particle Beams* **25** 2355 (in Chinese) [彭强, 周东方, 侯德亭, 余道杰, 胡涛, 王丽萍, 夏蔚 2013 强激光与粒子束 **25** 2355]
- [11] Li B, Dong H, Huang X L, Qiu Y, Tao Q, Zhu J M 2018 *Chin. Phys. B* **27** 020701
- [12] Mao X Y, Du P A, Nie B L 2009 *Journal of System Simulation* **21** 7493 (in Chinese) [毛湘宇, 杜平安, 聂宝林 2009 系统仿真学报 **21** 7493]
- [13] Frikha A, Bensetti M, Duval F, Benjelloun N, Lafon F, Pichon L 2015 *IEEE Trans. Magn.* **51** 1
- [14] García-Pérez L G, Lozano-Guerrero A J, Blázquez-Ruiz J M, Valenzuela-Valdés J F, Monzó-Cabrera J, Fayos-Fernández J, Díaz-Morcillo A 2017 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **59** 789
- [15] Benhassine S, Pichon L, Tabbara W 2002 *IEEE Trans. Magn.* **38** 709
- [16] Ali S, Weile D, Clupper T 2005 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **47** 367
- [17] Wallyn W, De Zutter D, Rogier H 2002 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **44** 130
- [18] Jiao C Q, Li S J 2016 *Transactions of China Electrotechnical Society* **31** 112 (in Chinese) [焦重庆, 李顺杰 2016 电工技术学报 **31** 112]
- [19] Robinson M P, Benson T M, Christopoulos C, Dawson J F, Ganley M D, Marvin A C, Porter S J, Thomas D W P 1998 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **44** 240
- [20] Jiao C Q, Qi L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134104 (in Chinese) [焦重庆, 齐磊 2012 物理学报 **61** 134104]
- [21] Otoshi T Y 1972 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **20** 235
- [22] Hyun S Y, Jung I, Hong I P, Jung C, Kim E J, Yook J G 2016 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **58** 911
- [23] Bethe H A 1944 *Phys. Rev.* **66** 163
- [24] Nitsch J B, Tkachenko S V, Potthast S 2012 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **54** 1252
- [25] Tesche F M, Ianoz M V, Karlsson T 1997 *EMC Analysis Methods and Computational Models*(New York: John Wiley & Sons)pp208—211
- [26] Cohn S B 1951 *Proc. IRE* **39** 1416

# Analytical theory on electromagnetic shielding effectiveness of infinite conductor plate with periodic aperture array under plane wave illumination\*

Bai Wan-Xin   Li Tian-Le   Guo An-Qi   Cheng Rui-Qi   Jiao Chong-Qing<sup>†</sup>

(*State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,*

*North China Electric Power University, Beijing 102206, China*)

(Received 22 November 2018; revised manuscript received 26 February 2019)

## Abstract

Penetration of a plane electromagnetic wave through the apertures on a perfectly conducting flat plate is a classical electromagnetic problem. In some practical applications like electromagnetic shielding, where only the fields far from the apertures are concerned and the aperture sizes are small compared with a wavelength, the role of apertures can be represented by the equivalent electric and magnetic dipoles located in the centers of the apertures. In principle, the penetration field can be expressed as the superposition of the radiation fields of the dipoles. However, the direct superposition leads to a double series with complex form and poor convergence. On the other hand, this problem may also be solved by full wave numerical simulations. Even so, finding analytical solutions is still desirable considering that it is clear in physical significance and easy to implement. In this paper, the analytical formula of the penetration fields are derived for both TE and TM polarization mode with different angles of incidence. The derivation is carried out firstly by averagely distributing each dipole moment within each periodic unit. As a result, the dipole array is replaced with a flat sheet with uniform magnetization and polarization intensity. Then, the equivalent surface current and charge distributions are obtained directly from the polarization intensity. Finally, the penetration fields are treated as the radiation fields of the surface sources. It is shown that the amplitude of the penetration field is proportional to aperture magnetic polarization coefficient and wave frequency, and it is inversely proportional to the area of a periodic unit. In regard to the effect of the incidence angle, the amplitude of the penetration field is proportional to the cosine of the incidence angle for TE polarization. However, for the TM polarization, the relationship is a little complicated due to the coexistence of electric and magnetic dipoles: the field is not rigorously inversely proportional to the cosine of the incidence angle due to the existence of a correction term involving both the polarization coefficient and the sine of the angle. The formula is used to calculate the shielding effectiveness for several different aperture shapes and different incidence angles. The results are in good agreement with those from the full wave simulation software.

**Keywords:** electromagnetic shielding, aperture coupling, Bethe's theory, polarizability coefficient

**PACS:** 41.20.Jb, 41.20.-q

**DOI:** [10.7498/aps.68.20182070](https://doi.org/10.7498/aps.68.20182070)

\* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2017YFB0902400) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. 2019MS003).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [cqjiao@ncepu.edu.cn](mailto:cqjiao@ncepu.edu.cn)