

流向磁场抑制Kelvin-Helmholtz不稳定性机理研究

石启陈 赵志杰 张焕好 陈志华 郑纯

Mechanism of suppressing Kelvin-Helmholtz instability by flowing magnetic field

Shi Qi-Chen Zhao Zhi-Jie Zhang Huan-Hao Chen Zhi-Hua Zheng Chun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 154702 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20202024

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202024>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

黏性各向异性磁流体Kelvin-Helmholtz不稳定性: 二维数值研究

Kelvin-Helmholtz instability in anisotropic viscous magnetized fluid

物理学报. 2019, 68(3): 035201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181747>

磁场对激光驱动Kelvin-Helmholtz不稳定性影响的二维数值研究

Two-dimensional numerical study of effect of magnetic field on laser-driven Kelvin-Helmholtz instability

物理学报. 2020, 69(24): 244701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201167>

纵向磁场抑制Richtmyer-Meshkov不稳定性机理

Mechanism of longitudinal magnetic field suppressed Richtmyer-Meshkov instability

物理学报. 2020, 69(18): 184701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200363>

两个非磁性颗粒在磁流体中的沉降现象研究

Sedimentation of two non-magnetic particles in magnetic fluid

物理学报. 2017, 66(16): 164703 <https://doi.org/10.7498/aps.66.164703>

不同磁场构型下Richtmyer-Meshkov不稳定性的数值研究及动态模态分解

Numerical investigations of Richtmyer-Meshkov instability in different magnetic field configurations and the corresponding dynamic mode decomposition

物理学报. 2019, 68(16): 165201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190410>

基于酒精与磁流体填充的单模-空芯-单模光纤结构温度磁场双参数传感器

A modal interferometer based on single mode fiber-hollow core fiber-single mode fiber structure filled with alcohol and magnetic fluid for simultaneously measuring magnetic field and temperature

物理学报. 2017, 66(7): 070601 <https://doi.org/10.7498/aps.66.070601>

流向磁场抑制 Kelvin-Helmholtz 不稳定性机理研究*

石启陈¹⁾ 赵志杰¹⁾ 张焕好^{1)†} 陈志华¹⁾ 郑纯²⁾

1) (南京理工大学, 瞬态物理国家重点实验室, 南京 210094)

2) (南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

(2020 年 11 月 30 日收到; 2021 年 3 月 26 日收到修改稿)

采用 CTU + CT (corner transport upwind + constrained transport) 算法对磁流体动力学方程组进行求解, 分别对有无磁场控制条件下开尔文-赫姆霍兹 (Kelvin-Helmholtz, KH) 不稳定性的演化过程进行数值模拟. 数值结果分析了磁场 ($M_A = 3.33$) 对混合层流场涡量和压力演化的影响, 并与经典流体力学情况进行对比; 另外, 还从磁压力和磁张力分布情况对磁场抑制 KH 不稳定性的机理进行分析. 结果表明, 外加磁场对混合层结构的演变产生很大的影响, 其中, 磁压力使涡量在界面处沉积, 而磁张力能够产生一个与涡旋转方向相反的力矩, 从而对大涡结构起到拉伸破坏作用, 最终抑制了涡的卷起. 此外, 当流动发展到一定阶段, 在磁压力、磁张力以及压力场的共同作用下, 界面在曲率最大位置处会发生分离, 最终形成“鱼钩”状涡结构.

关键词: Kelvin-Helmholtz 不稳定性, 磁压力, 磁张力, 磁流体

PACS: 47.65.-d, 52.30.Cv, 52.30.-q, 47.20.Ft

DOI: 10.7498/aps.70.20202024

1 引言

速度剪切现象普遍存在于自然界各类流动中, 在一定条件下, 速度剪切容易发生开尔文-赫姆霍兹 (Kelvin-Helmholtz, KH) 不稳定性, 卷起形成系列涡结构, 并逐渐发展成为大规模的波状运动, 最终转捩成湍流^[1]. 这类经典的不稳定性常出现于行星大气^[2]、太阳风暴^[3-5]、太阳风磁顶层^[6-8]、磁约束核聚变、飞行器尾流、磁流体发电、等离子体污水处理等过程中. 在一些工程应用中, 可以利用流体不稳定性来有效促进流体间的混合, 而在另外一些场合, 则必须抑制流体的不稳定性. 例如, 通过稳定排气射流, 可集中发动机推力, 从而增加飞机的可操作性; 在磁约束核聚变中, 要求整个聚变反

应过程受控, 但因粒子随机运动过程中存在 KH 不稳定性, 会影响核聚变的稳定性和效率; 在磁流体发电装置中, 带电粒子因 KH 不稳定性的影响而偏离规则运动, 影响发电效率等. 基于此, 对磁流体控制混合层不稳定性的方法受到科研人员的广泛关注.

自 KH 不稳定性提出以来, 人们利用实验、理论分析以及数值模拟等方法, 对经典流体中的 KH 不稳定性现象进行了大量的研究^[9]. 随着各种计算流体力学算法的提出以及计算机硬件的提升, KH 不稳定性的数值模拟研究逐渐成为主流. 然而, 尽管等离子体流动的相关研究已经开始兴起, 但因等离子体流动易受磁场影响, 利用磁流体动力学 (magneto-hydro-dynamics, MHD) KH 不稳定性的研究还远不及经典流体力学 (hydro-dynamics,

* 国家自然科学基金 (批准号: 12072162)、中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 30919011260) 和江苏省研究生科研与实践创新计划项目 (批准号: KYCX20_0252) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhanghuanhao@njust.edu.cn

HD) KH 不稳定性成熟, 因而成为近年来流体控制领域的研究热点和难点.

由于数学理论的发展较早, 一些文献对 MHD 控制方程进行了理论分析. Gratton 等^[10]利用可封闭模型求解 MHD 控制方程, 探索了大扰动波长对磁流体 KH 不稳定性的影响. 结果表明, 当所施加磁场的方向和大小恒定时, KH 不稳定性不存在长边界层. Zhao 等^[11]对理想磁流体控制方程进行求解, 提出外加磁场可降低 KH 不稳定性的线性增长, 当磁场足够强时, KH 不稳定性甚至会被完全抑制.

对于 KH 不稳定性的动态演变方面, Leep 等^[12]数值研究了三维、无黏情况下可压缩性对 KH 不稳定性演变过程的影响, 着重分析大尺度涡结构的特征, 加深了对物理夹带和混合过程的理解. 在此基础上, Brüggén 和 Hillebrandt^[13]数值研究了流向均匀分布磁场对 KH 不稳定性的影响, 结果发现三维情况下磁场控制不稳定性的作用不如二维情况有效. 另外, Keppens 等^[14]分别从线性和非线性发展阶段的角度, 研究了匀强平行磁场和反向剪切磁场对 KH 不稳定性的影响. 结果表明匀强平行磁场抑制了 KH 不稳定性的增长, 而反向剪切分布磁场则直接破坏了 KH 不稳定性的线性发展阶段.

关于磁场强度和磁场分布方式对 KH 不稳定性的研究方面, Sharma 和 Srivastava^[15]研究了旋转和倾斜磁场对 KH 不稳定性的影响, 推导了等密度、不同速度情况下的色散关系. 结果发现, 即使存在旋转, 磁场仍然具有稳定作用. 之后, 他们又利用线性稳定性分析方法, 给出了无黏不可压情况下, 平行和垂直于流向方向上同时存在扰动和磁场的色散关系^[16]. 研究表明, 流向方向的扰动才是最不稳定的; 在水平和垂直方向同时存在扰动和磁场的情形下, 磁场的平行和垂直分量之间会相互影响. Jeong 等^[17]数值研究了剪切磁场的作用, 他们发现, 当磁剪切层包含在速度剪切层中时, 即使磁场相当大, 还是会产生不稳定性. Tian 和 Chen^[18]数值研究了不同磁场强度对混合层流动结构的影响, 指出磁场很弱时, 磁场与 KH 不稳定性形成的涡结构之间的线性耦合可以忽略, 即弱磁场对 KH 不稳定性影响较小. Liu 等^[19]通过数值研究指出, 存在一个临界磁场强度 (即阿尔文马赫数 $M_A = 2.14$) 使混合层的 KH 不稳定完全受到抑制. 并从磁场产生洛伦兹力的角度对磁场抑制 KH 不稳定

性的作用机理进行分析, 发现横向磁压力对流动不稳定性的控制作用要比抗弯磁张力强, 抗弯磁张力主要在流动前期发挥作用, 而横向磁压力则主要在后期发挥作用. Praturi 和 Girimaji^[20]数值研究了磁场强度对 KH 不稳定性的影响, 指出磁场较弱时, 流动与 HD 情况相似; 当磁场强度中等时, 磁场会抑制涡的合并与增长; 当采用强磁场时, 磁场会直接导致涡旋消失.

先前关于磁场对 KH 不稳定性的研究, 主要集中在磁场对 KH 不稳定性演化过程的影响, 并对比分析了磁场强度和角度对混合层流场的影响. 然而, 上述研究仍未能清晰说明磁场对 KH 不稳定性的抑制机理. 基于此, 本文采用 CTU + CT (corner transport upwind + constrained transport) 算法求解 MHD 方程组, 数值研究了有无磁场条件下, 混合层 KH 不稳定过程, 并详细分析了磁压力和磁张力对流场结构的影响, 明确了磁张力的“反向解螺旋”作用, 进一步揭示了外加磁场对 KH 不稳定性的作用机理.

2 数值方法与计算模型

2.1 数值方法

基于非理想 MHD 方程组来对混合层的不稳定性发展过程进行数值模拟, 其形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{\mu_m} + P^* \right) = \nabla \cdot \mathbf{\Pi}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left[(E + P^*) \mathbf{u} - \frac{\mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{u})}{\mu_m} \right] \\ = \nabla \cdot \mathbf{Q} + \nabla \cdot (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{u}), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j}) = 0, \quad (4)$$

式中, ρ 为流体密度, \mathbf{u} 为流体速度矢量, \mathbf{B} 为磁感应强度, \mathbf{j} 为电流密度; μ_m 为磁导率, η 为电阻, 方程中取 $\mu_m = 1$, $\eta = 0$, 即为理想导电磁流体. 流场总压 P^* 、总能 E 、黏性应力张量 $\mathbf{\Pi}$ 以及热流密度 \mathbf{Q} 分别为

$$P^* = P + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{2\mu_m}, \quad (5)$$

$$E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{\rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})}{2} + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{2\mu_m}, \quad (6)$$

$$\Pi = \mu \nabla \mathbf{u}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \kappa \nabla T, \quad (8)$$

式中, P 为流体压力, γ 为比热比, μ 为动力黏度系数, κ 是导热系数, T 为热力学温度. 因此, 流场总压 P^* 由流体压力与磁压力组成, 总能 E 则由压力能、动能和磁能量组成.

采用非分裂的 CTU + CT^[21–23] 算法对上述 MHD 方程组进行求解. 其中, CTU 算法基于 PPM (piecewise parabolic method) 对守恒量进行三阶空间重构. 为了保证磁场散度为零, 在计算 Godunov 通量时, 结合用于计算电场的 CT 算法进行通量重构. 相同的方法也曾用于研究外加磁场条件下 Richtmyer-Meshkov 不稳定性的控制机理^[24,25].

2.2 计算模型

图 1 为磁流体条件下二维平面混合层的计算模型示意图, 计算域的尺寸为 $L_x \times L_y = L \times L$. 初始时刻, 混合层的上、下层具有相同的压力 P_0 、密度 ρ_0 、声速 $c_s = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$, 以及阿尔文波速 $c_A = B_0 \sqrt{\mu_m / \rho_0}$, B_0 为磁场强度. 混合层的上、下层来流为两股方向相同、速度不等的均匀流, 来流速度分布为

$$u_x(y) = U_c + c_1 M_c \tanh(2y/\delta), \quad (9)$$

式中, $U_c = (U_1 + U_2)/2$ 为对流速度^[26], U_1 和 U_2 分别为上、下层来流速度; $M_c = 0.5 \Delta U / c_1$ 为对流马赫数, ΔU 为上下层来流速度差, c_1 为当地声速; δ 为过渡层厚度. 计算时, 取 $M_c = 0.25$, $U_c = 0.75 c_1$. 考虑到磁流体的热扩散率远大于普通流体, 普朗特数 $Pr = c_p \mu / \kappa$ 应远小于 1 (c_p 为定压比热), 又因为本文主要是分析磁场的影响, 磁流体的黏性应当较小^[16]. 因此取 $Pr = 0.01$, 雷诺数 $Re = \rho_0 \Delta U L / \mu = 10^4$. y 方向扰动分布为

$$\delta u_y = \varepsilon U_c e^{-(y^2/\sigma^2)} \cos(k_x x), \quad (10)$$

式中, ε 为缩放因子, σ 为波幅度衰减率, $k_x = 2\pi/\lambda$ 是 x 方向上的扰动波数, λ 为扰动波长. 为了防止扰动对流动整体的干扰, 本文选择一个小振幅的扰动 ($\varepsilon = 0.04$), 并在过渡层内快速衰减 ($\sigma = 2\delta$). 为了获得最大分辨率的涡结构和较为明显的不稳定性增长, 扰动波长设为 $\lambda = L$, 而过渡层厚度设为 $\delta = L/50$.

另外, 为了研究流向磁场对混合层发展的影响, 流场中施加一个流向均匀初始磁场 \mathbf{B}_0 :

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{x}, \quad (11)$$

式中, 磁场强度 B_0 采用无量纲化处理, 本文采用阿尔文马赫数 $M_A = \Delta U / c_A$ 来表示磁场强度大小, M_A 越小, 表明磁场强度越大.

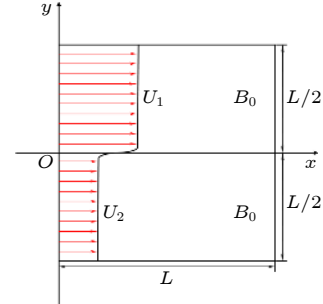


图 1 计算模型

Fig. 1. Schematic of computational model.

为了追踪流动结构的时间演化, 在 x 方向上计算域两侧使用周期边界条件. 由于是同向混合流动, y 方向两侧则采用出流边界条件. 计算域网格采用均匀分布的笛卡尔网格, 经网格无关性测试后, 取网格总数为 1024×1024 .

3 结果与讨论

为了验证上述数值方法的可行性, 图 2 给出了磁场强度 $B_0 = 0$ 时, 本文对混合层发展过程的数值仿真结果 (左) 与 Tian 和 Chen^[18] 数值结果 (右) 的对比, 两者具有相同的初始条件 ($Re = 2500$, 马赫数 $Ma = 0.39$, $\delta/L = 0.05$). 由图 2 可见, 本文数值方法获得的混合层涡旋的结构和尺度均与文献结果较为相符, 因此可认为本文所采用的数值方法对混合层发展过程的模拟是可靠的.

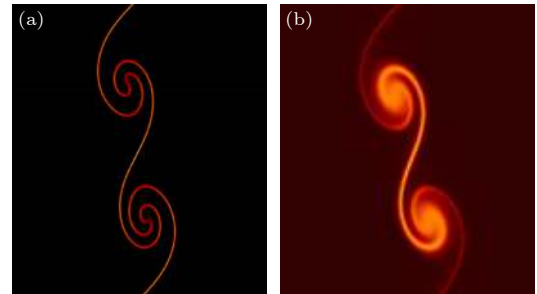


图 2 无磁场情况下, 本文数值结果与文献结果的对比 (a) 本文数值结果; (b) 文献数值结果^[18]

Fig. 2. Comparison of the present numerical simulation results with that of literature: (a) Numerical results of this paper; (b) numerical results of literature^[18].

3.1 混合层的失稳过程

现有研究表明, 磁场对 KH 不稳定性具有抑制作用, 且抑制效果与磁场强度有关^[19]. 因此, 本文首先研究磁场强度对 KH 不稳定性的影响, 图 3 为不同磁场强度 ($M_A = \infty, 10, 3.33, 2.5, 1.67$) 下, 剪切层涡量分布 (τ 为无量纲时间). 可见, 流场涡的卷起与形成的时间几乎一致, 除了 $M_A = 1.67$ 的情况. 对于无磁场情况 ($M_A = \infty$), 在 $\tau = 73$ 时流场并存了一个大涡和多个小涡的结构, 而在 $\tau = 119$ 时, 小涡与大涡发生合并. 这种多涡结构同样出现在 $M_A = 10$ 的情况, 只是小涡结构不明显, 且当 $\tau = 119$ 时则形成了经典的“猫眼”涡结构. 对于 $M_A = 3.33$, $\tau = 73$ 时仅存在单一的涡结构, 且涡结构在 $\tau = 119$ 时被斜向拉伸. 当 $M_A = 2.5$ 时, 在 $\tau = 73$ 时也形成了单一的涡结构, 但与 $M_A = 3.33$ 相比, 此涡结构尺度有所减小, 并在 $\tau = 119$ 时, 剪切层开始出现转捩现象. 当磁场强度增大到 $M_A = 1.67$ 时, KH 不稳定性被完全抑制, 涡结构不再形成. 基于此, 随着磁场强度的逐渐增大, 磁场对 KH 不稳定性的抑制效果逐渐增强, 混合层上涡结构的卷起越发困难, 直至完全无法形成.

在 $M_A = 3.33$ 时, 磁场对混合层的影响已较为显著, 与此同时, 混合层的涡结构仍然相对较为完整, 并且涡结构出现明显的斜向拉伸变形. 为了更好地阐述流向磁场抑制 KH 不稳定的机理, 下文将对分析 $M_A = \infty$ 和 $M_A = 3.33$ 两种情况下的混合层失稳过程.

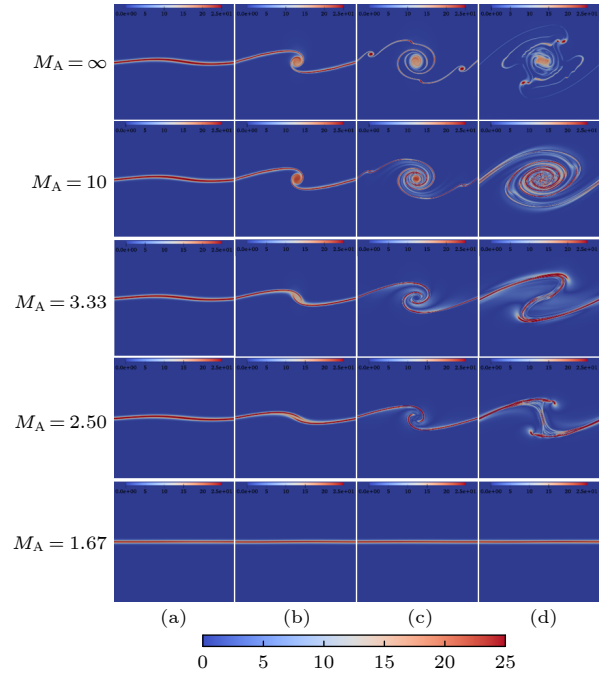


图 3 不同磁场强度混合层失稳过程的涡量分布 (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$

Fig. 3. Snapshots of the vorticity field at different instants: (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$.

Bogdanoff^[23] 提出, 混合层从层流向湍流的发展过程会经历 3 个阶段, 分别为线性增长阶段、涡卷起与合并增长阶段以及非线性增长阶段. 图 4 和图 5 分别为 HD ($M_A = \infty$) 情况下, 平面混合层失稳过程中的涡量分布和相应时刻的压力分布, 图 6 和图 7 则分别为 MHD ($M_A = 3.33$) 情况下的涡量及压力分布. 下面从混合层失稳的 3 个阶段进行讨论.

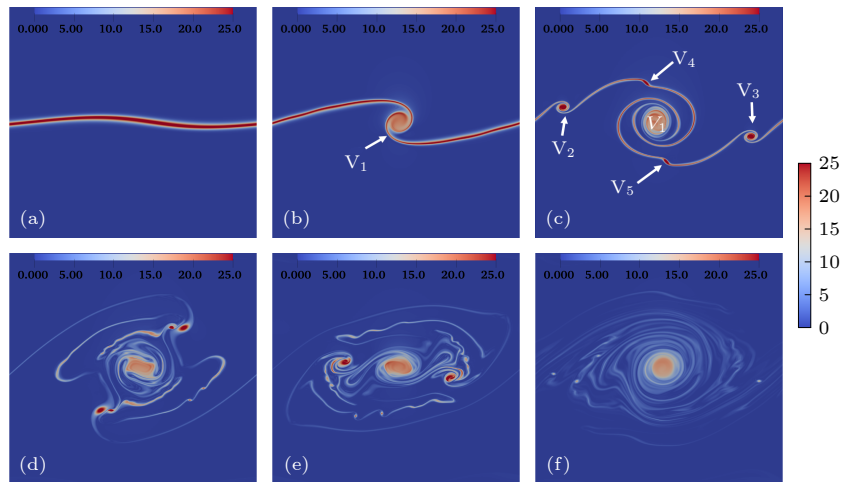


图 4 经典流体 (HD) 混合层失稳过程的涡量分布 (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 276$

Fig. 4. Vorticity distribution during the instability process of the classical fluid mixing layer: (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 276$.

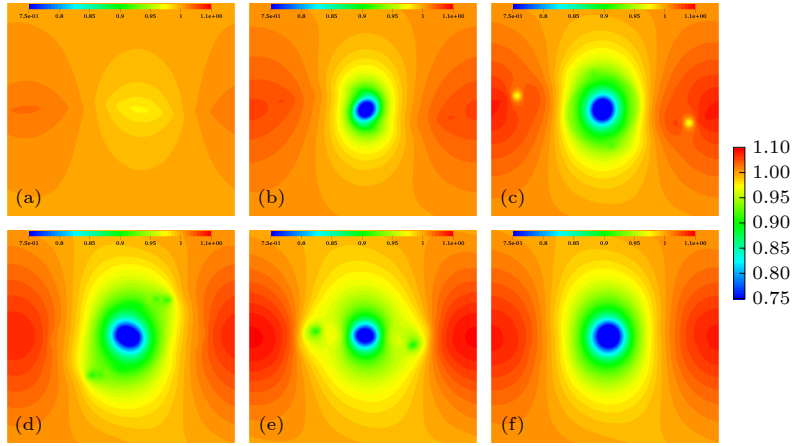


图 5 经典流体 (HD) 混合层失稳过程的压力分布 (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 276$

Fig. 5. Pressure distribution during the instability process of the classical fluid mixing layer: (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 276$.

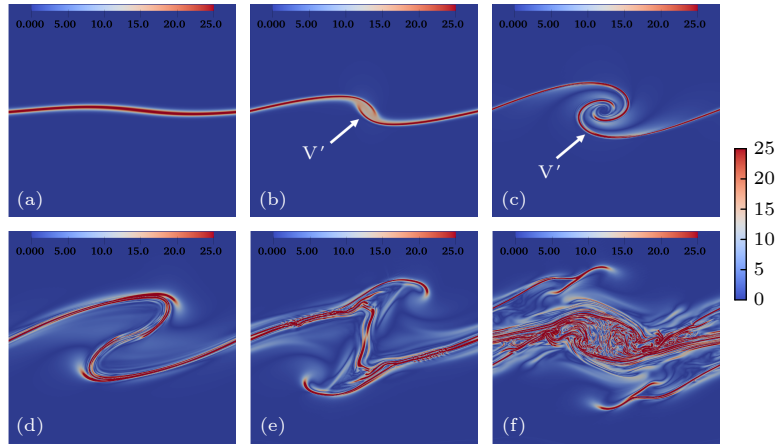


图 6 磁流体 (MHD) 混合层失稳过程的涡量分布 (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 197$

Fig. 6. Vorticity distribution of the MHD mixing layer: (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 197$.

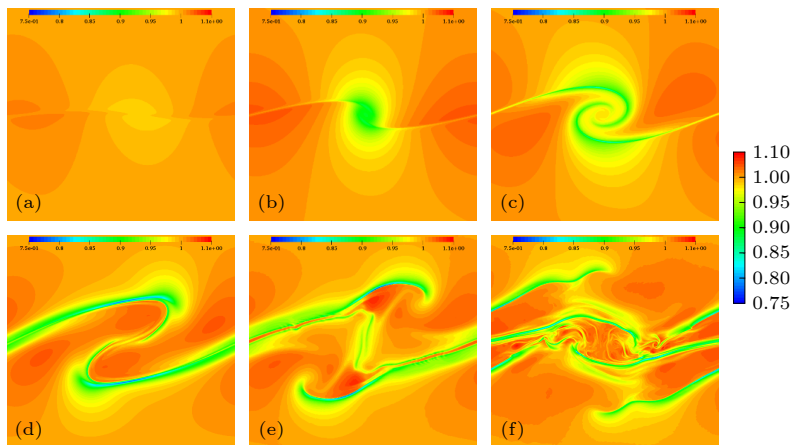


图 7 磁流体 (MHD) 混合层失稳过程的压力分布 (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 197$

Fig. 7. Pressure distribution of the MHD mixing layer: (a) $\tau = 30$; (b) $\tau = 51$; (c) $\tau = 73$; (d) $\tau = 119$; (e) $\tau = 141$; (f) $\tau = 197$.

在线性增长阶段 (图 4(a) 和图 6(a)), 磁场对剪切层上的涡量强度和状态并未产生显著影响. 然

而, 由图 5(a) 可见, 无磁场情况下剪切层中部的流场区域为低压区, 两侧则均为高压区域, 压力场关

于剪切层界面近乎呈现上下对称的连续分布. 而施加磁场后 (图 7(a)), 流场中尽管同样会形成相应的高压区和低压区, 但压力场在界面上出现了明显的“滑移”现象, 不再满足对称连续分布, 压力场沿剪切层界面“割裂”成上下两部分, 这有效地阻碍了流体从高压区向低压区的卷入, 从而对涡的卷起产生一定的抑制作用.

在涡卷起与合并增长阶段 (图 4(b) 和图 4(c) 以及图 6(b) 和图 6(c)), 由于 KH 不稳定性的影响, 剪切层开始失稳并卷起形成旋涡结构 V_1 和 V' . 在无磁场的情况下, 随着时间的推移, 剪切层不断失稳, 并开始形成新的小涡结构 (图 4(c), $V_2—V_5$). 施加磁场后, 旋涡 V' 的尺度 (图 6(b) 和图 6(c)) 明显小于无磁场情况下的旋涡 V_1 (图 4(b) 和图 4(c)). 另外, 在 V' 卷吸剪切层上涡量的同时, 剪切层在磁场的控制下能够保持稳定, 后续并无小涡形成, 这表明磁场能有效抑制剪切层的不稳定性. 此外, 磁场改变了剪切层发展过程中流场压力的分布. 如图 7(c) 所示, 流场中的低压区不再始终位于涡核中心, 而是逐渐转移至涡层剪切层上. 因此, 在磁场的控制作用下, 分散的低压区削弱了涡对周围流体的卷吸作用, 从而抑制了涡结构尺度的增长.

在非线性增长阶段 (图 4(d)—(f) 和图 6(d)—(f)), 无磁场情况下, 在 V_1 卷起过程中, 涡核中心压力最低 (图 5(d)—(f)), 因而 V_1 具有更强的卷吸效果. 压差作用导致外层流体沿涡层向涡核内卷入, $V_2—V_5$ 逐渐破碎并最终与 V_1 合并, 形成“猫眼涡”结构 (图 4(f)). 相比之下, 对于磁场控制下的剪切层流场, 大涡结构被沿着斜 45° 角的方向拉伸成类“鱼钩”状结构 (图 6(d) 和图 6(e)). 如图 7(e) 所示, 流场的低压区位于剪切层外侧, 压力值向外逐渐升高, 在贴近“鱼钩”状涡结构的内侧则形成高压区, 这将抑制大涡结构继续向内部的卷起. 同时, 流场中心保持相连的界面区域则为低压区, 界面内部的这种压力分布加剧了涡结构内部流体的混合, 进而导致失稳并最终转捩为湍流 (图 6(f)).

通常, 纵向总动能的变化规律可直观地体现磁场对 KH 不稳定性的控制效果 [14,19,27,28], 如图 8 所示, 图中分别给出了 HD 和 MHD 情况下, 纵向总动能随时间的变化情况. 对比发现, 在线性发展阶段, 两种情况下纵向总动能的变化曲线几乎完全重合, 符合上述所得线性发展阶段磁场对流动影响较小这一结论. 在涡卷起与合并增长阶段, 施加磁场

后的纵向总动能总小于无磁场情况, 且施加磁场后, 流动进入非线性阶段的时间滞后. 上述分析已经表明此阶段 MHD 情况下的涡结构尺度以及涡的数量均少于 HD 情况. 与线性发展阶段相比, 外加磁场在涡卷起与合并增长阶段的影响效果更为显著, 能够很好地抑制涡结构的形成及发展, 延迟流动进入非线性阶段. 总体而言, 施加外部磁场后纵向总动能明显变小, 这说明纵向的能量交换由于磁场的加入而减少, 上下层流体的混合遭到一定程度的抑制.

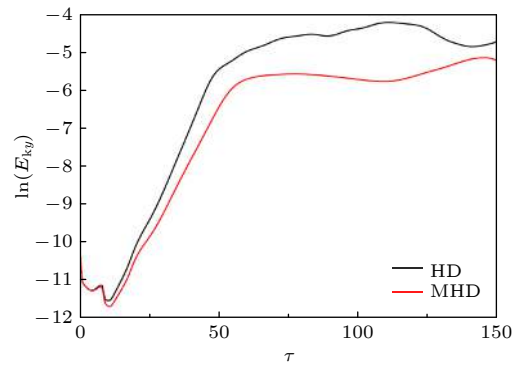


图 8 HD 和 MHD 情况下, 纵向总动能随时间变化

Fig. 8. The y -component of the total kinetic energy for the HD and MHD situations.

图 9 为 HD 和 MHD 情况下, 涡量厚度 (图 9(a)) 和环量 (图 9(b)) 随时间的变化情况, 其中环量是流域内混合和夹带程度的指示器 [27]. 计算域中的涡量厚度与环量可分别定义如下:

$$\delta_w = \Delta U / |\partial u / \partial y|_{\max}, \quad (12)$$

$$\Gamma = \oint \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}. \quad (13)$$

无磁场情况时, 大涡与小涡的卷起与不断合并, 使涡量厚度和环量总体呈上升趋势 (图 9(a) 和图 9(b)). 相比之下, 由于外加磁场抑制了小涡序列的形成, 并且通过削弱卷吸作用抑制了大涡结构尺度的增长, 因此涡量厚度并未持续增加, 甚至在 $\tau \geq 110$ 后很快趋近于零 (图 9(a)), 而环量则在维持相对稳定且小幅度减小后出现陡增, 这说明在非线性阶段, 流体的混合程度急剧增加, 这与磁场对 KH 不稳定性的影响无关, 而是由于流动转捩为湍流造成的 (图 6(f)).

图 10 为涡量以及磁感应线分布图, 线条的颜色反映了磁场强度大小, 箭头代表着磁场方向, 可

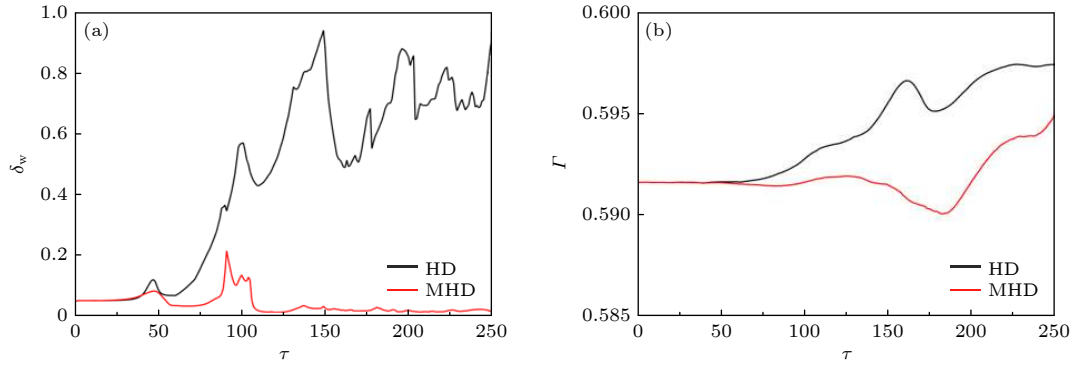


图 9 HD 和 MHD 情况下涡量厚度 (a) 和环量 (b) 随时间的变化

Fig. 9. Temporal evolutions of the vorticity thickness (a) and circulation (b) in the case of HD and MHD.

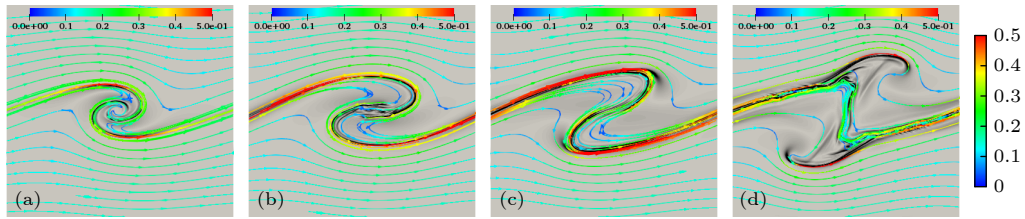

 图 10 混合层发展过程中涡量及磁感应线分布 (a) $\tau = 73$; (b) $\tau = 97$; (c) $\tau = 119$; (d) $\tau = 141$

 Fig. 10. Distribution of the vorticity and magnetic induction line at different times: (a) $\tau = 73$; (b) $\tau = 97$; (c) $\tau = 119$; (d) $\tau = 141$.

以观察到, 磁感线在界面处聚集并且会随着界面一同发生扭曲. 这是由于本文的计算条件为理想导电磁流体, 在理想导电的情况下, 等离子体中存在磁冻结现象, 从而导致磁感线与流体的流动冻结在一起, 与之一同变化.

图 11 则为平均磁场强度随时间的变化. 可见, 当 $\tau < 50$ 时, 平均磁场强度与初始磁场强度相比无明显变化. 当 $50 \leq \tau < 110$ 时, 随着涡结构的卷起和合并, 界面处磁感线被强烈挤压和折叠, 磁场强度被明显放大 (图 10(a) 和图 10(b)). 当 $\tau \geq 110$

时, 平均磁场强度总体呈下降趋势, 结合图 6 分析可知, 在该时刻后, 涡结构逐渐变形破碎, 在磁冻结效应的作用下, 磁感线不再受到强烈的挤压折叠, 因此平均磁场强度下降, 流场中磁能量梯度减小, 流动最终转换为湍流, 这也导致了图 9(b) 中环量值的陡增现象.

3.2 磁场对 KH 不稳定性的控制机理

磁流体区别于经典流体的一个显著特征, 就是磁场与运动的带电粒子相互作用产生了洛伦兹力, 因此洛伦兹力必然是磁场致稳作用的主要因素. 利用安培环路定律和磁场无散度约束, 可得

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = -\frac{1}{2\mu_0} \nabla B^2 + \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}}{\mu_0}. \quad (14)$$

式中右边第一项为磁压力梯度 (磁压力 $P_B = B^2/(2\mu_m)$, $\mu_m = 1$), 第二项为磁张力. 下面分别从磁压力和磁张力的角度分析磁场对 KH 不稳定性的控制机理.

图 12 为 $\tau = 51$ 和 $\tau = 119$ 时刻, 流场中纵向磁压力 (上) 和横向磁压力 (下) 的分布. 由图 12(a) 可见, 当 $\tau = 51$ 时, 界面卷起程度较小, 总体呈水平状, 此时纵向磁压力在界面的上侧为负, 在界面

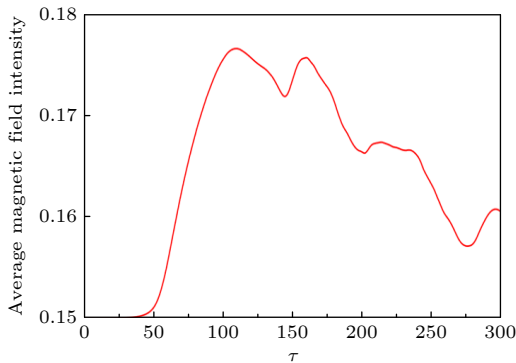


图 11 MHD 情况, 平均磁场强度随时间的变化

Fig. 11. Change of average magnetic field intensity with time for the MHD situation.

下侧则为正. 相比之下, 横向磁压力在界面上则呈现间断分布. 图中白色箭头所指的 A_1 点和 B_1 点分别为界面弧线和 x 方向的切点, 界面两侧的横向磁压力在这两个切点处符号发生变化, 切点处的横向磁压力为零. 总的来看, 界面两侧的总磁压力方向均垂直指向界面. 当 $\tau = 119$ 时, 界面的卷起程度较大, 磁压力的大小显著增加. 此时, 由于界面弧线与 y 方向形成了切点 A_2 和 B_2 , 因此界面两侧的纵向磁压力在这两个切点处符号也发生了变化, 但仍然保持界面上侧为负下侧为正, 而横向磁压力则在切点 A_3 和 B_3 处发生符号变化.

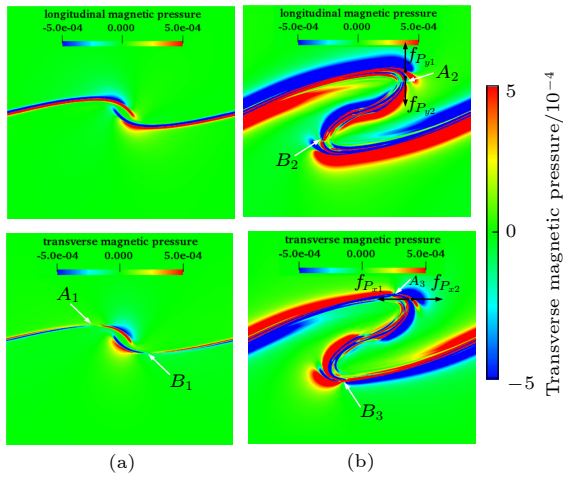


图 12 磁压力分布 (上图: 纵向磁压力; 下图: 横向磁压力) (a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$

Fig. 12. Magnetic pressure distribution (upper: longitudinal magnetic pressure; lower: transverse magnetic pressure): (a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$.

为了分析磁压力对界面产生的影响, 图 13 给出了界面两侧总磁压力的方向. 在界面两侧磁压力均指向界面, 这使得界面涡量无法向两侧运输, 导致界面上出现涡量沉积, 因此有磁场情况时界面涡量将远大于无磁场情况. 如图 14 所示, 与 HD 情况相比, 在磁场的作用下流场中的平均涡量也将显著增大.

当 $\tau = 119$ 时 (图 13(b)), 在界面曲率最大的两个位置处发生了界面分离, 形成了与主界面 S 相对应的分离界面 S_1 和 S_2 . 从图 12(b) 可以看出, 在这两个位置处横、纵向磁压力都发生了剧烈的变化, 这是导致界面发生分离的主要原因. 具体来说, 以右上角最大曲率位置为例, 此处的界面在纵向磁压力 f_{Py1} 和 f_{Py2} 以及横向磁压力 f_{Px1} 和 f_{Px2} 的共同作用下, 界面被撕裂为两层从而形成界面 S_1 . 通过

3.1 节对压力场的分析可知, 界面 S_1 和 S_2 内部将形成高压区域, 这将进一步导致界面 S_1 和 S_2 无法继续向内卷曲. 总的来说, 在这两对磁压力和压力场的共同作用下, 界面 S_1 和 S_2 将逐渐发展为图 6(e) 中的“鱼钩”状涡结构.

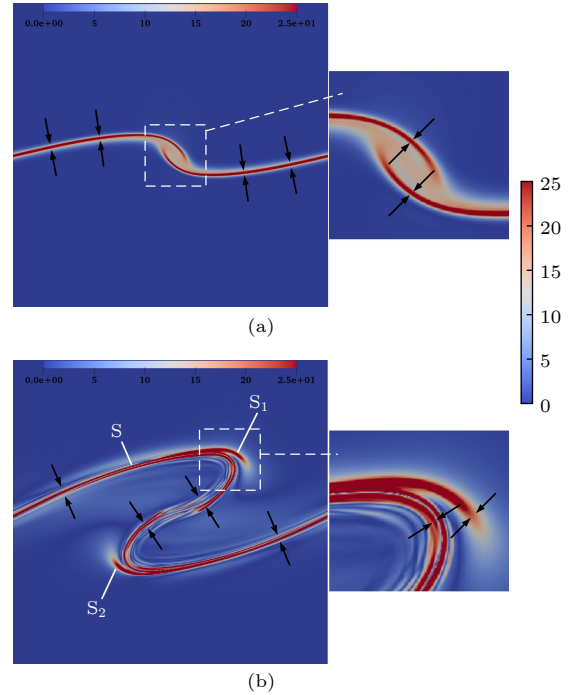


图 13 界面上磁压力的方向 (a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$

Fig. 13. Directions of magnetic pressure on the interfaces: (a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$.

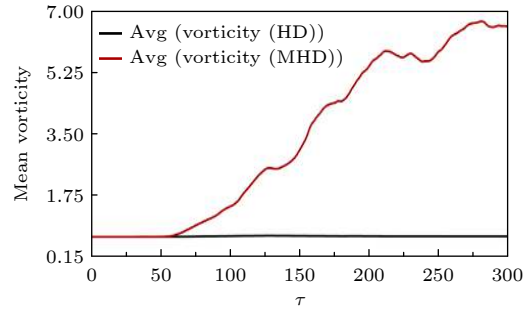


图 14 平均涡量随时间的变化

Fig. 14. Variation of the mean vorticity over time.

磁张力的分布如图 15 所示, 上两张图为纵向磁张力, 下两张图则为横向磁张力. 由图 15 可见, 与磁压力的分布规律不同, 磁张力主要集中分布在界面弯曲处, 图中以黑色箭头画出了磁张力分量的主要作用方向. 当 $\tau = 51$ 时, 纵向磁张力和横向磁张力在界面上相对于涡旋中心均产生了一个逆时针的力矩, 这与涡卷起的方向相反, 因此磁张力可

以阻碍涡的卷起. 当 $\tau = 119$ 时, 在界面的最大曲率位置处, 在纵向磁张力 f_{Ty1} , f_{Ty2} 以及横向磁张力 f_{Tx1} , f_{Tx2} 的共同作用下, 同样也会形成一个逆时针的力矩来继续阻碍涡的卷起. 而纵向磁张力 f'_{Ty1} 和 f'_{Ty2} 则会和磁压力一起导致界面在这两个位置处发生分离, 形成图 13(b) 中的分离界面 S_1 和 S_2 .

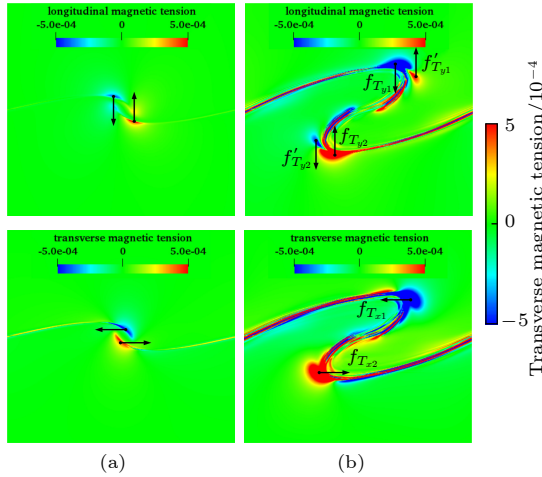


图 15 磁张力分布 (上图: 纵向磁张力; 下图: 横向磁张力)
(a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$

Fig. 15. Magnetic tension distribution (upper: longitudinal magnetic tension; lower: transverse magnetic tension):
(a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$.

为了更清晰地观察磁张力对界面的作用效果, 图 16 为涡量和磁张力矢量的叠加图, 带箭头的线为磁张力矢量, 颜色按磁张力大小来分布. 可知, 在两个时刻下, 磁张力矢量线的方向都与涡旋转的方向相反. 因此磁张力在磁流体的流动过程中确实提供了一个反向力矩, 起到反向解螺旋的作用, 阻碍了涡结构的卷起. 此外, 磁张力矢量线在磁张力最强的区域均以近乎垂直于界面的方向穿过界面. 当 $\tau = 119$ 时, 磁张力矢量线在流域内几乎呈斜 45° 角分布, 涡结构也逐渐在这个方向被拉伸.

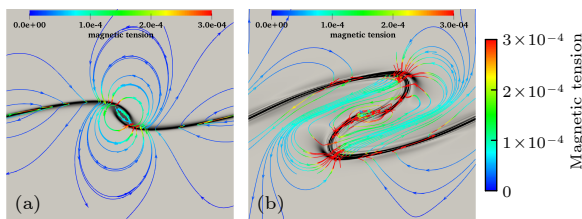


图 16 涡量和磁张力矢量分布图 (a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$

Fig. 16. Vorticity and magnetic tension vector distribution:
(a) $\tau = 51$; (b) $\tau = 119$.

4 结 论

本文基于非理想 MHD 方程组, 利用 CTU + CT 算法对磁流体方程组进行求解, 研究了理想导电条件下均匀平行磁场对不可压缩混合层 KH 不稳定性的影响. 首先对比分析了不同磁场强度对混合层失稳过程的影响, 随后重点探讨磁场 ($M_A = 3.33$) 对 KH 不稳定性的控制机理, 得出如下结论:

在线性增长阶段, 外加磁场可以导致压力场在界面上发生“滑移”, 从而在界面上形成压力突变, 这有效地阻碍了流体从高压区向低压区的卷入, 抑制了上下层流体混合. 在涡卷起与合并增长阶段, 外加磁场可以抑制小涡结构的形成, 使剪切层能够保持稳定, 滞后非线性发展阶段. 此外, 在外加磁场的作用下, 流场中的低压区从涡核中心逐渐转移至剪切层上, 导致低压区分散, 而分散的低压区削弱了涡对周围流体的卷吸作用, 从而抑制了涡结构尺度的进一步增长. 在非线性增长阶段, 大涡结构被沿着斜 45° 角的方向拉伸成类“鱼钩”状结构. 界面内部的压力分布加剧了流体的流动混合, 进而导致失稳并最终转捩为湍流.

纵向总动能在施加外部磁场后明显变小, 这说明磁场削弱了纵向的能量交换, 上下层流体的混合遭到了抑制. 由于外加磁场对流场中的涡结构产生了显著的影响, 因此, 涡量厚度和环量也产生了明显的变化. 从混合层发展过程中磁感线的分布变化可以发现, 磁感线会聚集在界面处并随着界面一同发生扭曲. 这是因为在理想导电的情况下, 等离子体中存在磁冻结现象. 由于界面处磁感线被强烈地挤压和折叠, 磁场强度被明显放大, 因此, 流场中的平均磁场强度发生了相应的变化.

对磁压力的分析表明, 由于界面两侧磁压力均指向界面, 这使得界面上的涡量无法向两侧运输, 从而导致涡量在界面上沉积, 使得有磁场情况时界面的涡量大于无磁场情况. 进一步的分析表明, 磁张力能够产生一个与涡旋转方向相反的力矩, 对涡结构起到解螺旋的作用, 抑制了涡的卷起. 此外, 当流动发展到一定阶段, 在界面曲率最大位置处, 由于磁压力、磁张力以及压力场的共同作用, 将导致界面发生分离, 并最终逐渐发展为“鱼钩”状涡结构.

参考文献

- [1] Rahmani M, Seymour B, Lawrence G 2014 *Environ. Fluid*

- Mech.* **14** 1275
- [2] Ryutova M, Berger T, Frank Z, Tarbell T, Title A 2010 *Sol. Phys.* **267** 75
- [3] Zhelyazkov I, Zaqarashvili T V, Ofman L, Chandra R 2018 *Adv. Space Res.* **61** 628
- [4] Ismayilli R F, Dzhalilov N S, Shergelashvili B M, Poedts S, Pirculiyev M S 2018 *Phys. Plasmas* **25** 062903
- [5] Zhelyazkov I, Chandra R, Srivastava A K, Mishonov T 2015 *Astrophys. Space Sci.* **356** 231
- [6] Wu C C 1986 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **91** 3042
- [7] Hasegawa H, Fujimoto M, Takagi K, Saito Y, Mukai T, Rème H 2006 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **111** 1
- [8] Leroy M H J, Keppens R 2016 *Meeting of the French Society of Astronomy & Astrophysics* Lyon, France, June 14–17, 2016 p107
- [9] Ho C M, Huerre P 1984 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **16** 365
- [10] Gratton F T, Gnani G, Farrugia C J, Bender L 2004 *Braz. J. Phys.* **34** 1804
- [11] Zhao K G, Wang L F, Ye W H, Wu J F, Li Y J 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 030401
- [12] Leep L J, Button J C, Burr R F 1993 *AIAA J.* **31** 2039
- [13] Brügger M, Hillebrandt W 2001 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **323** 56
- [14] Keppens R, Toth G, Westermann R H J, Goedbloed J P 1999 *J. Plasma Phys.* **61** 1
- [15] Sharma R C, Srivastava K M 1970 *Can. J. Phys.* **48** 2083
- [16] Sharma R C, Srivastava K M 1968 *Aust. J. Phys.* **21** 917
- [17] Jeong H, Ryu D, Jones T W, Frank A 2000 *Astrophys. J.* **529** 536
- [18] Tian C L, Chen Y 2016 *Astrophys. J.* **824** 60
- [19] Liu Y, Chen Z H, Zhang H H, Lin Z Y 2018 *Phys. Fluids* **30** 044102
- [20] Praturi D S, Girimaji S S 2019 *Phys. Fluids* **31** 024108
- [21] Lin Z Y, Zhang H H, Chen Z H, Liu Y, Hong Y 2017 *Int. J. Comput. Fluid Dyn.* **31** 21
- [22] Lin Z Y, Zhang H H, Chen Z H, Liu Y 2017 *Explosion and Shock Waves* **37** 748 (in Chinese) [林震亚, 张焕好, 陈志华, 刘迎 2017 爆炸与冲击 **37** 748]
- [23] Bogdanoff D W 1983 *AIAA J.* **21** 926
- [24] Dong G D, Guo Z Q, Qin J H, Zhang H H, Jiang X H, Chen Z H, Sha S 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 165201 (in Chinese) [董国丹, 郭则庆, 秦建华, 张焕好, 姜孝海, 陈志华, 沙莎 2019 物理学报 **68** 165201]
- [25] Sha S, Zhang H H, Chen Z H, Chun C, Wu W T, Shi Q C 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 184701 (in Chinese) [沙莎, 张焕好, 陈志华, 郑纯, 吴威涛, 石启陈 2020 物理学报 **69** 184701]
- [26] Karimi M, Girimaji S S 2016 *Phys. Rev. E* **93** 041102
- [27] Karimabadi H, Roytershteyn V, Wan M, Matthaeus W H, Daughton W, Wu P, Shay M, Loring B, Borovsky J, Leonardis E 2013 *Phys. Plasmas* **20** 763
- [28] Patnaik P C, Sherman F S, Corcos G M 1976 *J. Fluid Mech.* **73** 215

Mechanism of suppressing Kelvin-Helmholtz instability by flowing magnetic field*

Shi Qi-Chen¹⁾ Zhao Zhi-Jie¹⁾ Zhang Huan-Hao^{1)†}
Chen Zhi-Hua¹⁾ Zheng Chun²⁾

1) (*National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China*)

2) (*School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China*)

(Received 30 November 2020; revised manuscript received 26 March 2021)

Abstract

The evolution of the Kelvin-Helmholtz (KH) instability in the presence of classical hydrodynamics and magneto-hydro-dynamics is investigated numerically by using the magneto-hydro-dynamic (MHD) equations. The MHD equations are solved with the corner transport upwind plus constrained transport algorithm that guarantees the divergence-free constraint in the magnetic field. The numerical results are used to analyze the effects of magnetic field ($M_A = 3.33$) on the vorticity and pressure evolution of mixing layer, and also compared with those in the hydrodynamics situation. Moreover, the mechanism of weakening the effect of magnetic field on the KH instability is revealed from the perspectives of the magnetic pressure and the magnetic tension. The results show that the external magnetic field has a great influence on the flow structure of the mixing layer. Specifically, the magnetic pressure has a major effect in the vorticity deposition on the interface, whereas the magnetic tension generates a torque to counter the scrolling of vortex. As a result, the large vortex structure is stretched and destroyed, and finally restrains the vortex rolling-up. In addition, with the development of mixing layer, the interface will separate at the points of maximum curvature under the joint effect of the magnetic pressure, the magnetic tension and the pressure field, and finally form a fishhook-like vortex structure.

Keywords: Kelvin-Helmholtz instability, magnetic pressure, magnetic tension, magnetic fluid

PACS: 47.65.-d, 52.30.Cv, 52.30.-q, 47.20.Ft

DOI: 10.7498/aps.70.20202024

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12072162), the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 30919011260), and the Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province, China (Grant No. KYCX20_0252).

† Corresponding author. E-mail: zhanghuanhao@njust.edu.cn